UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO

**APLICAÇÃO DO CAPM (*CAPITAL ASSET PRICING MODEL*) CONDICIONAL POR
MEIO DE MÉTODOS NÃO-PARAMÉTRICOS PARA A ECONOMIA BRASILEIRA
UM ESTUDO EMPÍRICO DO PERÍODO 2002-2009**

Marcela Monteiro Galeno

Orientador: Prof. Dr. José Roberto Securato

SÃO PAULO
2010

Prof. Dr. João Grandino Rodas
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Reinaldo Guerreiro
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Adalberto Américo Fischmann
Chefe do Departamento de Administração

Prof. Dr. Lindolfo Galvão de Albuquerque
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Administração

MARCELA MONTEIRO GALENO

**APLICAÇÃO DO CAPM (*CAPITAL ASSET PRICING MODEL*) CONDICIONAL POR
MEIO DE MÉTODOS NÃO-PARAMÉTRICOS PARA A ECONOMIA BRASILEIRA
UM ESTUDO EMPÍRICO DO PERÍODO 2002-2009**

Dissertação apresentada ao Departamento de
Administração da Faculdade de Economia,
Administração e Contabilidade da
Universidade de São Paulo como requisito
para a obtenção do título de Mestre em
Administração de Empresas.

Orientador: Prof. Dr. José Roberto Securato

SÃO PAULO

2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Galeno, Marcela Monteiro

Aplicação do CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) condicional por meio de métodos não-paramétricos para a economia brasileira: um estudo empírico do período 2002-2009 / Marcela Monteiro Galeno. -- São Paulo, 2010.

195 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2010.
Orientador: José Roberto Securato.

1. Custo de capital 2. Finanças I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade II. Título.

CDD – 332.041

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao Prof. Dr. José Roberto Securato pela confiança que depositou em mim, pelas oportunidades que me concedeu ao longo destes últimos dois anos e pelo apoio na realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Flávio Kezam Málaga pelas muitas ocasiões de aconselhamento, pelas sugestões oferecidas e pelas portas que me abriu.

À Profa. Dra. Liliam Sanchez Carrete por gentilmente aceitar participar da comissão avaliadora deste trabalho.

Aos professores do mestrado pelos ensinamentos.

Aos meus pais e irmão pelo apoio incondicional durante a realização do curso.

À minha amiga Fabiane de Oliveira Galindo pelo apoio durante todo o período do curso e principalmente na finalização deste trabalho.

Aos estagiários do Labfin/Provar pelos momentos de descontração no período de finalização do presente estudo.

Ao prof. Dr. Nuno Fouto pelas discussões e explicações proporcionadas na análise dos resultados.

Ao colega Daniel Bergmann pela ajuda no processamento dos dados desta dissertação.

Aos amigos da FEA/USP Eduardo Contani, Ricardo Serra, Caio Torralvo, Tatiana Vidal e Ana Caroline Fernandes Nonato pelas discussões, orientações e companhia ao longo do mestrado.

“Ignorar o inesperado (ainda que fosse possível) seria viver sem oportunidade, sem espontaneidade e sem os ricos momentos dos quais a vida é feita.”

Stephen Cohen

RESUMO

Essa dissertação procura analisar se as variações dos retornos de carteiras setoriais formadas por ações do Índice teórico da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa), do primeiro quadrimestre de 2010, podem ser explicadas pelo CAPM condicional não-paramétrico proposto por Wang (2002) e também por quatro variáveis de informação disponíveis aos investidores: (i) percentual de variação do nível de produção industrial brasileira; (ii) percentual de variação do monetário agregado M4; (iii) percentual de variação da inflação representada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA); e (iv) percentual de variação da taxa de câmbio real-dólar, obtida pela cotação do dólar PTAX.

O estudo compreendeu as ações listadas na Bolsa de Valores de São Paulo no período de janeiro de 2002 a dezembro de 2009. Utilizou-se a metodologia de teste desenvolvida por Wang (2002) e replicada para o contexto mexicano por Castillo-Spíndola (2006). Foram utilizados os excessos de retornos mensais para as ações, carteiras e prêmio de mercado. Ainda, para estimar a influência das variáveis de informação, foram calculados seus respectivos percentuais de variação mensal, para o período de janeiro de 2002 a novembro de 2009.

A fim de validar a aplicação do CAPM condicional não-paramétrico para o mercado acionário brasileiro, foram estimados os diversos parâmetros do modelo e testada sua validade estatística para cada variável de informação avaliando-se o *p-value*.

Os resultados observados indicam que o modelo condicional não-paramétrico é relevante na explicação dos retornos das carteiras da amostra considerada para duas das quatro variáveis testadas, M4 e dólar PTAX.

ABSTRACT

This dissertation seeks to analyze if the variations of returns from sector portfolios, formed by shares of the São Paulo Stock Exchange Index (*Ibovespa*), in the first four months of 2010, could be explained by the nonparametric conditional Capital Asset Pricing Model (CAPM), suggested by Wang (2002), and also by four variables of information available to the investors: (i) percentage variation of the Brazilian industrial production level; (ii) percentage variation of broad money supply M4; (iii) percentage variation of the inflation represented by the *Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA)*; and (iv) percentage variation in the real-dollar exchange rate, obtained by PTAX dollar quotation.

This study comprised the shares listed in São Paulo Stock Exchange throughout January 2002 to December 2009. The test methodology developed by Wang (2002) and retorted to the Mexican context by Castillo-Spíndola (2006) was used. The excess of monthly returns for the shares, portfolios, and market premium were used. Still, aiming to estimate the influence of information variables, their monthly percentage variations were calculated for the period from January 2002 to November 2009.

In order to validate the nonparametric conditional CAPM application for the Brazilian stock market, the model's several parameters were estimated and its statistic validity was tested for each information variable, evaluating the p-value.

The observed results indicate that the nonparametric conditional model is relevant in explaining the portfolios' returns of the sample considered for two among the four tested variables, M4 and PTAX dollar.

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	3
LISTA DE TABELAS	4
LISTA DE GRÁFICOS	5
1 INTRODUÇÃO	7
1.1 Situação-problema	7
1.2 Objetivos do trabalho	9
1.3 Método de pesquisa.....	9
1.4 Justificativa do trabalho	10
1.5 Descrição dos capítulos.....	10
2 RELAÇÃO RISCO E RETORNO DE ATIVOS	13
2.1 Teoria econômica da escolha em condições de certeza	13
2.2 Decisões em condições de risco e a Teoria de Carteiras de Markowitz	16
2.3 A Linha de Mercado de Capitais e o <i>Capital Asset Pricing Model (CAPM)</i>	27
2.4 A equação do CAPM	30
2.5 Compreendendo o CAPM.....	34
2.6 Risco sistêmico e não-sistêmico	37
2.7 CAPM e o fator de desconto estocástico	39
2.8 <i>Arbitrage Pricing Theory (APT)</i>	45
2.9 Compreendendo o APT.....	46
2.10 Modelo de três fatores.....	51
3 TESTES EMPÍRICOS DO CAPM ESTATICO	57
3.1 Estudo de Douglas (1969).....	57
3.2 Estudo de Black, Jensen e Scholes (1972).....	58
3.3 Estudo de Fama e MacBeth (1973).....	59
3.4 Estudo de Roll (1977)	63
3.5 Estudo de Banz (1981).....	64
3.6 Estudo de Reinganum (1981).....	67
3.7 Estudo de Friend e Westerfield (1981)	68
3.8 Estudo de Lakonishok e Shapiro (1986)	70
3.9 Estudo de Fama e French (1992)	73
3.10 Comentários de Fisher Black (1993)	73
3.11 Estudo de Bornholt (2007).....	74
3.12 Estudos conduzidos no Brasil	77
3.12.1 Estudo de Bruni (1998)	77
3.12.2 Estudo de Mellone Jr. (1999)	78
3.12.3 Estudo de Costa Jr. e Neves (2000).....	80
3.12.4 Estudo de Silva e Motta (2002).....	81
3.12.5 Estudo de Málaga (2003)	84
3.12.6 Estudo de Schor, Bonomo e Pereira (2004)	86
3.12.7 Rogers e Securato (2008)	88
3.13 Síntese dos estudos de CAPM estático	89
4 CAPM CONDICIONAL	93
4.1 CAPM condicional paramétrico.....	97
4.2 Estudos empíricos do CAPM condicional paramétrico no exterior.....	100
4.2.1 Estudo de Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988).....	100
4.2.2 Comentários do estudo de Harvey (1989).....	101
4.2.3 Estudo de Bodurtha e Mark (1991)	101

4.2.4	Estudo de Engel, Frankel, Froot e Rodrigues (1995)	103
4.2.5	Estudo de Jagannathan e Wang (1996)	105
4.2.6	Estudo de He, Kan, Ng e Zhang (1996)	107
4.2.7	Estudo de Ferson e Harvey (1999)	109
4.3	Estudos empíricos do CAPM condicional paramétrico no Brasil.....	110
4.3.1	Estudo de Bonomo e Garcia (2004)	110
4.3.2	Estudo de Ribenboim (2004).....	112
4.3.3	Estudo de Tambosi Filho, Costa Jr. e Rossetto (2006)	114
4.4	Síntese dos estudos de CAPM condicional paramétrico.....	116
4.5	CAPM condicional não-paramétrico	118
4.5.1	Estudo de Wang (2002).....	120
4.5.2	Estudo de Castillo-Spíndola (2006)	126
4.6	Síntese dos estudos de CAPM condicional não-paramétrico.....	127
5	METODOLOGIA DE PESQUISA, SELEÇÃO DA AMOSTRA E TESTE	
	EMPÍRICO	129
5.1	O modelo de pesquisa	129
5.2	Hipóteses formuladas	135
5.3	Coleta de dados e metodologia para o teste das hipóteses	136
5.3.1	Metodologia para formação das carteiras setoriais	136
5.4	Coleta dos dados	137
5.5	Descrição das variáveis utilizadas.....	137
5.5.1	Taxa livre de risco, prêmio pelo risco de mercado e retorno das carteiras	137
5.5.1.1	Taxa livre de risco	137
5.5.1.2	Prêmio pelo risco de mercado	138
5.5.1.3	Excesso de retorno das ações.....	139
5.5.1.4	Excesso de retorno das carteiras	139
5.5.2	Dados das variáveis de informação	140
5.5.2.1	Nível de produção industrial.....	140
5.5.2.2	Monetário agregado M4	140
5.5.2.3	IPCA	141
5.5.2.4	Dólar	141
5.6	Processamento e análise dos dados	142
5.6.1	Estimação não-paramétrica	142
5.6.2	Distribuição qui-quadrado.....	143
5.6.3	Valor probabilístico P	144
5.7	Limitações da pesquisa	145
5.7.1	Carteira de mercado.....	145
5.7.2	Metodologia de construção de carteiras	146
5.7.3	Aplicabilidade do CAPM condicional	146
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	147
6.1	Estatísticas descritivas.....	147
6.1.1	Taxa livre de risco e prêmio pelo risco de mercado.....	147
6.1.2	Excesso de retorno das carteiras.....	147
6.1.3	Variáveis de informação.....	149
6.2	Teste do CAPM condicional não-paramétrico	150
6.3	Betas condicionais.....	151
6.4	Resumos das hipóteses testadas	154
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	155
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	158
	APÊNDICES	165

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APT:	<i>Arbitrage Pricing Theory</i>
ARCH:	<i>Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>
GARCH:	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>
B/M:	<i>Índice book-to-market</i>
CAPM:	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
HML:	Fator de risco relacionado ao índice B/M
IBOVESPA:	Índice da Bolsa de Valores de São Paulo
LMC:	Linha de Mercado de Capitais
NFE:	Nova Fronteira Eficiente
SELIC:	Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC)
SMB:	Fator de risco relacionado ao valor de mercado
SML:	<i>Security Market Line</i>
NYSE:	<i>New York Stock Exchange</i>
NASDAQ:	<i>National Association of Securities Dealers Automated Quotations</i>
AMEX:	<i>American Stock Exchange</i>
CRSP:	<i>Center for Research on Security Prices of the University of Chicago</i>

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Retorno mensal em excesso e desvio padrão das 25 carteiras	54
Tabela 2 – Interceptos das regressões: de julho de 1963 a dezembro de 1991, 342 meses	56
Tabela 3 – Período de formação, estimação e teste das carteiras.....	62
Tabela 4 – Retorno médio diário e beta das dez carteiras	68
Tabela 5 – Regressão para os retornos individuais das ações: 1952-1976.....	69
Tabela 6 – Resumo das estatísticas da regressão (período total, 240 meses).....	72
Tabela 7 – Regressões seccionais dos prêmios mensais pelo risco das carteiras ($R_j - R_f$): 01/1991-12/2003	76
Tabela 8 – Retornos e betas das carteiras.....	79
Tabela 9 – Estatísticas da regressão (média dos valores mensais).....	79
Tabela 10 – Coeficientes dos sete modelos de regressão: 1988-1996	81
Tabela 11 – Coeficientes de determinação dos quatro modelos testados	85
Tabela 12 – Matriz de cargas fatoriais (betas) - APT	87
Tabela 13 – Regressões seccionais dos prêmios mensais pelo risco das carteiras ($R_j - R_f$): 07/2001-06/2006	89
Tabela 14 – Resultados das estimações do modelo CAPM condicional.....	114
Tabela 15 – Resultados dos testes da razão de verossimilhança.....	114
Tabela 16 – Coeficiente de correlação entre as variáveis de informação	131
Tabela 17 – Estatísticas descritivas da taxa livre de risco e do prêmio de mercado: 2002-2009, 95 meses	147
Tabela 18 – Estatísticas descritivas das carteiras setoriais 2002-2009, 95 meses.....	149
Tabela 19 – Estatísticas descritivas das variáveis de informação: 2002-2009, 95 meses.....	149
Tabela 20 – Deltas estimados para as quatro variáveis instrumentais sob a consideração dos 11 setores estudados.....	150
Tabela 21 – Valores do teste qui-quadrado em relação às quatro variáveis instrumentais	150
Tabela 22 – Estatísticas descritivas dos betas condicionados à variável de informação M4. 152	
Tabela 23 – Estatísticas descritivas dos betas condicionados à variável de informação dólar PTAX	153

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – O conjunto de oportunidades do investidor	13
Gráfico 2 – Curvas de indiferença.....	14
Gráfico 3 – Equilíbrio do investidor	15
Gráfico 4 – Relação entre retorno esperado e risco da carteira para $\rho = 1$	21
Gráfico 5 – Relação entre retorno esperado e risco da carteira para $\rho = -1$	21
Gráfico 6 – Relação entre retorno esperado e risco da carteira para $\rho < 1$	22
Gráfico 7 – Curvas de oportunidade para a carteira formada pelos ativos a e b	22
Gráfico 8 – Curva de oportunidade para carteiras formadas por n ativos com risco	24
Gráfico 9 – Nova Fronteira Eficiente com um ativo livre de risco	25
Gráfico 10 – Linha de Mercado de Capitais (LMC)	29
Gráfico 11 – Relação entre um ativo e a LMC	31
Gráfico 12 – Curva da carteira p	32
Gráfico 13 – Beta condicionado à variável M4 – setor: mineração	153
Gráfico 14 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: bebidas	154

1 INTRODUÇÃO

1.1 Situação-problema

O estudo realizado por Markowitz (1952) contribuiu para formar a base da teoria de carteiras moderna, pois viabilizou a consideração do risco na análise e seleção de investimentos. Essa teoria foi traduzida em um modelo que possibilita ao investidor identificar a melhor alternativa de investimento em condições de risco, considerando suas preferências individuais.

Como consequência da teoria desenvolvida por Markowitz (1952), muitos modelos foram propostos a fim de explicar como os investidores atuam em condições de risco. Esses modelos buscam a quantificação da relação risco e retorno, permitindo a valoração dos ativos da economia. Dentre eles, o mais usado é o modelo proposto por Sharpe (1964), o CAPM. Alguns pesquisadores validaram o CAPM, incluindo Black *et al.* (1972) e Fama e MacBeth (1973). Todavia, testes empíricos conduzidos por outros autores apontaram anomalias no modelo proposto por Sharpe, entre eles Banz (1981), Lakonishok e Shapiro (1986) e Fama e French (1992).

Basicamente, o CAPM determina o preço dos ativos considerando que decisões de investimento ótimas são tomadas quando o mercado encontra-se em equilíbrio. De acordo com Sharpe (1970, p.77), algumas premissas assumidas para o desenvolvimento do modelo são: (i) os ativos somente remuneram o risco não-diversificável; (ii) os investidores têm expectativas homogêneas em relação aos retornos esperados e variâncias dos retornos; (iii) é possível aplicar e captar recursos à taxa livre de risco em quantidades ilimitadas; (iv) ausência de imperfeições no mercado; (v) os investidores são racionais e tomam decisões somente em termos de retornos esperados e risco dos ativos; (vi) os investidores possuem aversão ao risco selecionando dentre duas carteiras com o mesmo retorno esperado, aquela com o menor risco.

Ainda de acordo com o CAPM, o comportamento do investidor é analisado e avaliado em uma economia hipotética em um único período. Diversos autores, dentre eles Fama e French (2002) e Jagannatan e Wang (1996), comprovaram que as condições de mercado mudam de um período para o outro, fazendo com que os parâmetros estáticos do CAPM não-condicional

sejam inválidos. Portanto, no contexto real deve-se considerar que o prêmio pelo risco e que também a relação de risco do ativo com o mercado, o beta, mudam de um momento para o outro.

O CAPM condicional objetiva justamente relacionar o retorno do ativo com a taxa livre de risco, o prêmio pelo risco de mercado e o beta às informações disponíveis aos investidores em cada momento, fazendo com que os referidos parâmetros do modelo se alterem como consequência da mudança de expectativas dos investidores. Segundo Hansen e Richard (1987), o CAPM condicional é válido até mesmo quando o CAPM tradicional apresenta anomalias.

Wang (2002, p. 134) afirma que um ponto desafiador surge no teste da eficiência da relação média-variância condicional de uma carteira:

Não há um método teórico proposto para identificar como os parâmetros do cálculo do CAPM para uma carteira, ou seja, o retorno, o prêmio pelo risco de mercado, a taxa do ativo e o beta variam em função das variáveis que representam a informação condicional de cada período.

Na avaliação dos modelos de apreçamento condicionais, Ghysels (1998) argumenta que a especificação dos parâmetros do CAPM é muito importante e deve ser cuidadosamente realizada. O autor afirma ainda que diversos modelos de CAPM condicional que utilizam séries temporais como método de cálculo levam à especificação errônea dos parâmetros do modelo, o que pode acarretar em erros de apreçamento mais sérios que os verificados nos modelos com beta constante. He *et al.* (1996), dentre outros autores, também verificam esse mesmo problema.

Wang (2002) apresenta uma solução para o problema identificado pelos autores citados. O autor propõe um novo teste que utiliza um método não-paramétrico para incorporar a informação condicional na estimativa dos parâmetros do CAPM. Com base nesse estudo, o problema a ser abordado nesta dissertação pode então ser resumido por meio da seguinte questão: o modelo condicional não-paramétrico de apreçamento de ativos é válido no contexto nacional? Além disso, quais são as informações ou variáveis independentes que influenciam e validam o CAPM condicional não-paramétrico no Brasil?

1.2 Objetivos do trabalho

O objetivo principal deste estudo é investigar se o CAPM condicional não-paramétrico explica as variações dos retornos das ações do Ibovespa, de acordo com um conjunto de variáveis explicativas predefinidas. Esse objetivo será cumprido em duas etapas: primeiramente, será aplicada a metodologia proposta por Wang (2002), utilizada no estudo do mercado acionário norte-americano, sobre os dados das ações que compõem o Ibovespa. Em segundo lugar, serão analisados os resultados obtidos na aplicação dessa metodologia.

Como objetivos secundários, serão investigadas quais são as variáveis que validam estatisticamente o CAPM condicional não-paramétrico no mercado brasileiro e será estudado o comportamento dos betas condicionais das carteiras setoriais.

1.3 Método de pesquisa

A metodologia de pesquisa será baseada em uma revisão teórica a respeito do CAPM de Sharpe (1964), de suas variantes, e do CAPM condicional, na forma paramétrica e não-paramétrica. Ainda, será aplicado o método de estimação não-paramétrico e teste de hipótese para avaliar a aplicabilidade do modelo de Wang (2002) ao contexto nacional.

De acordo com Silva (2001, p. 9), dois pontos são relevantes na abordagem não-paramétrica: (i) a estimação da distribuição de probabilidade não-paramétrica; e (ii) a estimação das densidades. Para responder a estes dois pontos, Wang (2002) utilizou uma forma de cálculo baseada em núcleo, o método Kernel.

O método Kernel é uma maneira de se ponderar os dados observados, de forma que as observações mais próximas do ponto onde se deseja estimar recebem um peso maior e as mais distantes, um peso menor. Conforme Simonassi e Cândido Jr. (2005):

O método de Kernel é um método não-paramétrico para estimação de curvas de densidade onde cada observação é ponderada pela distância em relação a um valor central, o núcleo. A ideia é centrar em cada observação x , onde se queira estimar a densidade, uma janela h , que define a vizinhança de x e os pontos que pertencem à estimação.

As hipóteses formuladas e as demais etapas da metodologia de pesquisa estão explicitadas no Capítulo 5.

1.4 Justificativa do trabalho

A estimação da taxa de retorno dos ativos é uma questão central na decisão de investimento. Um modelo de apreçamento inadequado pode levar o investidor a decidir equivocadamente, fazendo com que ele super ou subestime a taxa de retorno das suas aplicações.

Para determinar estas taxas, usualmente utiliza-se o CAPM e suas variantes. Conforme Hansen e Richard (1987, p. 604), o CAPM condicional é importante porque a especificação errônea do CAPM não-condicional pode induzir a conclusões erradas quanto à validade do modelo.

Ainda, se validado o modelo condicional não-paramétrico para o mercado acionário brasileiro, poder-se-á utilizá-lo como uma alternativa mais realista para a estimação da taxa de retorno, pois são consideradas variáveis macroeconômicas em cada momento para estimar esta taxa.

A metodologia de teste será aplicada para carteiras setoriais compostas por ações do Ibovespa teórico do primeiro quadrimestre de 2010. O período de análise dos retornos dos ativos será de fevereiro de 2002 a dezembro de 2009.

1.5 Descrição dos capítulos

Este capítulo apresenta e justifica o tema da pesquisa do trabalho. O Capítulo 2 detalha a revisão bibliográfica da Moderna Teoria de Carteiras e dos tradicionais modelos de apreçamento de ativos. Por sua vez, o Capítulo 3 apresenta alguns dos principais estudos que testaram o CAPM uniperiódico estático e suas limitações. O Capítulo 4 descreve o CAPM condicional, paramétrico e não-paramétrico, seus diversos métodos de cálculo e traz alguns trabalhos que estudam esse modelo. O capítulo seguinte apresenta o processo de coleta e

análise dos dados. O Capítulo 6 mostra os resultados do teste não-paramétrico proposto no Capítulo 4. Por fim, no Capítulo 7 são relatadas as principais considerações sobre o trabalho.

2 RELAÇÃO RISCO E RETORNO DE ATIVOS

2.1 Teoria econômica da escolha em condições de certeza

Um investidor, que recebe um rendimento k periódico, deve decidir quanto deve poupar para o futuro ou qual o valor que deve consumir hoje. Em condições de certeza e com somente uma alternativa disponível de investimento – neste caso, alternativa com rendimento conhecido –, as opções disponíveis ao investidor, representadas pela reta AC do Gráfico 1, são conhecidas como seu conjunto de oportunidades (ELTON *et al.*, 2004, p. 21).

Gráfico 1 – O conjunto de oportunidades do investidor

Fonte: ELTON *et al.*; 2004, p. 21.

Neste exemplo, o máximo que o investidor pode consumir no primeiro período é representado pelo ponto C no Gráfico 1. A teoria econômica da escolha diz que um investidor escolhe entre as oportunidades representadas pela reta AC, delineando uma série de curvas chamadas funções utilidade ou curvas de indiferença como apresentadas no gráfico a seguir.

Gráfico 2 – Curvas de indiferença

Fonte: ELTON *et al.*; 2004, p. 22.

As curvas de indiferença demonstram as preferências do investidor com relação aos rendimentos nos dois períodos. Segundo Elton *et al.* (2004, p. 22), o termo curvas de indiferença é utilizado porque as curvas são construídas para que, em todos os pontos do mesmo segmento, suponha-se que o investidor fique igualmente satisfeito. Em outras palavras, é indiferente para o investidor apropriar suas riquezas de acordo com as proporções resultantes de A, B ou C da curva I_1 .

As opções ao longo de I_1 serão preferíveis às escolhas ao longo de I_2 . Por sua vez, as escolhas ao longo de I_2 serão preferíveis às opções ao longo de I_3 e, assim, sucessivamente. Esta ordem de preferência é resultante do fato de o investidor preferir ter mais a ter menos. Por exemplo, conforme pode ser observado no Gráfico 2, ao longo da linha OM , o consumo no período 1 é mantido constante. Ainda, ao longo desta linha, I_1 representa o consumo máximo no período 2; I_2 o segundo maior nível; I_3 o terceiro; e assim por diante. Portanto, os investidores ao preferirem ter mais a ter menos fazem com que a curva I_1 domine a curva I_2 que, por sua vez, domina I_3 .

O formato das curvas de indiferença é resultante da suposição de que cada valor de consumo sacrificado no período 1 deve ser compensado por um maior consumo no período 2. No Gráfico 2, o consumo sacrificado no período 1 é representado por Δ_1 e o adicional de consumo obtido pelo investidor no período 2 é indicado por Δ_2 .

As ferramentas necessárias para que o investidor chegue a uma solução de consumo ou poupança são as curvas de indiferença e o conjunto de oportunidades existentes. O padrão ótimo de consumo para o investidor é determinado no ponto em que uma das curvas de indiferença tangencia o conjunto de oportunidades, ou seja, no ponto D apresentado no Gráfico 3.

Gráfico 3 – Equilíbrio do investidor

Fonte: ELTON *et al.*; 2004, p. 23.

Todos os problemas de decisão possuem alguns elementos comuns e envolvem: (i) a enumeração de alternativas; (ii) a seleção de critérios para escolher entre as alternativas; e (iii) a solução do problema. Além disso, as soluções individuais geralmente podem ser agregadas para descrever condições de equilíbrio que vigoram no mercado.

A premissa deste modelo de decisão é que o investidor se depara com uma única oportunidade de investimento e certamente conhece os resultados deste investimento e suas curvas de indiferença (ELTON *et al.*, 2004, p. 24).

2.2 Decisões em condições de risco e a Teoria de Carteiras de Markowitz

Em condições de risco, o investidor não pode associar um único resultado ao investimento. Ele deve considerar todos os resultados possíveis e suas probabilidades de ocorrência. Ainda, na prática, a maior parte dos poupadores não aplica em um único ativo; eles investem em um grupo de ativos, diversificando seus investimentos (MARKOWITZ, 1991, p.469). Portanto, o investidor deve preocupar-se com o retorno esperado e com o risco de uma carteira, dados os atributos dos ativos que a compõem (ELTON *et al.*, 2004, p. 59).

A teoria proposta por Markowitz (1952) contribuiu para formar a base da teoria de carteiras moderna, pois viabilizou a consideração do risco na análise e seleção de investimentos. Esta teoria foi traduzida em um modelo que possibilita ao investidor identificar a melhor alternativa de investimento em condições de risco, considerando suas preferências individuais.

Markowitz (1991, p. 470) indica que um agente racional que age em condições de incerteza atua levando em consideração distribuições de probabilidade para decidir a respeito da melhor alternativa de poupança. As distribuições representam os possíveis resultados do investimento e suas possibilidades de ocorrência. A partir das distribuições de probabilidades, Markowitz (1952) estabelece relações e critérios para a análise de carteiras, auxiliando no processo de escolha de ativos para investir.

O critério para seleção de ativos deve levar em consideração a média dos retornos históricos das alternativas de investimentos que podem compor a carteira (MARKOWITZ, 1952, p. 79). A média é denominada de retorno esperado, sendo calculada da seguinte maneira:

$$E(\tilde{R}_i) = \bar{R}_i = \sum_{j=1}^M P_{ij} R_{ij} \quad (2.1)$$

onde,

$E(\tilde{R}_i)$: retorno esperado de R_{ij} ;

P_{ij} : probabilidade de retorno do ativo i ;

R_{ij} : resultado possível em termos do retorno do ativo i .

Na avaliação de investimentos, é necessário utilizar também uma medida de risco, ou seja, de incerteza, que mensure quanto os resultados diferem do retorno médio. Esta medida é denominada variância, indicada por σ^2 :

$$\sigma^2(\tilde{R}_i) = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \left[P_{ij} \left(R_{ij} - E(\tilde{R}_i) \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

Cabe lembrar que o desvio padrão, que é a raiz quadrada da variância, indicado por s_i , também pode ser utilizado como parâmetro de estimativa de risco.

Uma premissa relevante da teoria de carteiras proposta por Markowitz (1952) é de que informações passadas servem como base para o futuro. Logo, a frequência de ocorrência dos retornos *ex-post* pode ser utilizada para a elaboração das distribuições de retorno *ex-ante*.

Um agente racional que considera o risco de uma oportunidade de investimento atua subjetivamente, de acordo com a sua experiência pessoal. Esta subjetividade não prejudica a análise já que a distribuição de probabilidade que o investidor considera na tomada de decisão reflete exatamente a distribuição de probabilidade determinada objetivamente através da observação de informações históricas. Portanto, o uso da variância ou do desvio padrão *ex-post* como medida de risco na avaliação de expectativas de retorno não compromete o modelo. (MARKOWITZ, 1991, p. 470).

A teoria de carteiras também assume que o investidor conhece as distribuições de probabilidades dos investimentos, considerando a média e a variância dessas distribuições no processo de tomada de decisão (SHARPE, 1970, p. 24). Por exemplo, um investidor escolhe entre diferentes carteiras, considerando:

- a) se duas carteiras apresentarem o mesmo desvio padrão dos retornos e diferentes retornos esperados, aquela com o maior retorno esperado será a escolhida;
- b) se duas carteiras apresentarem o mesmo retorno esperado e diferentes desvios padrão do retorno, aquela com menor desvio padrão será a escolhida;

- c) se uma carteira tiver menor desvio padrão do retorno e maior retorno esperado, ela será escolhida.

Assim, outra premissa da teoria de carteiras é que o investidor prefere maior retorno e menos risco. Esta premissa de que as pessoas procuram sempre minimizar o risco é chamada de aversão ao risco e a literatura aponta que grande parte dos investidores tem aversão ao risco na tomada de decisão.

É interessante distinguir a análise individual de ativos da teoria de carteiras. Segundo Sharpe (1970, p. 32), a análise de um ativo individual é uma arte que requer previsões da situação futura dos ativos da economia. Essas previsões devem levar em consideração a incerteza e o retorno esperado do ativo. Particularmente, a distribuição de probabilidade resultante da análise individual dos ativos deve servir de *input* para a análise de carteiras, que busca produzir previsões sobre o desempenho futuro de carteiras formadas, resultando também em distribuições de probabilidade. Portanto, a análise de carteiras não é uma arte, mas sim uma ciência.

Considerando uma carteira p composta por dois ativos, a e b , o retorno esperado é dado por:

$$E(\tilde{R}_p) = X_a E(\tilde{R}_a) + X_b E(\tilde{R}_b) \quad (2.3)$$

onde,

X_a : proporção da carteira aplicada no ativo a ;

X_b : proporção da carteira aplicada no ativo b ;

$E(\tilde{R}_p)$: retorno esperado da carteira p ;

$E(\tilde{R}_a)$: retorno esperado do ativo a ;

$E(\tilde{R}_b)$: retorno esperado do ativo b .

Na situação em que o investidor aplica no máximo todo o seu patrimônio, a fração que ele investe em a mais a fração que aplica em b deve ser igual a um, ou seja:

$$X_a + X_b = 1 \quad (2.4)$$

Reescrevendo a equação 2.4, denominando X_a como x :

$$X_b = 1 - x \quad (2.5)$$

Substituindo a expressão 2.5 na equação 2.3, tem-se:

$$E(\tilde{R}_p) = xE(\tilde{R}_a) + (1-x)E(\tilde{R}_b) \quad (2.6)$$

Por sua vez, o risco de uma combinação de ativos é diferente de uma média ponderada dos riscos dos ativos individuais. Ele depende de uma medida de como os retornos dos ativos variam em conjunto. Esta inter-relação é captada pela covariância ou pelo coeficiente de correlação dos retornos dos ativos a e b , conforme indicado a seguir:

$$\begin{aligned} \sigma^2(\tilde{R}_p) &= \sigma_p^2 = E \left[x(R_a - E(\tilde{R}_a)) + ((1-x)(R_b - E(\tilde{R}_b))) \right]^2 \\ &= x^2 E \left[(R_a - E(\tilde{R}_a))^2 \right] + 2x(1-x) E \left[(R_a - \tilde{R}_a)(R_b - \tilde{R}_b) \right] + (1-x)^2 E \left[(R_b - \tilde{R}_b)^2 \right] \\ &\quad x^2 \sigma_a^2 + (1-x)^2 \sigma_b^2 + 2x(1-x) E \left[(R_a - E(\tilde{R}_a))(R_b - E(\tilde{R}_b)) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde,

σ_p^2 : variância da carteira p formada pelos ativos a e b ;

$x E(\tilde{R}_a)$: retorno esperado do ativo a ponderado por sua participação, x , na carteira;

$(1-x) E(\tilde{R}_b)$: retorno esperado do ativo b ponderado por sua participação, $(1-x)$, na carteira;

σ_a^2 e σ_b^2 : variância dos ativos a e b , respectivamente.

A covariância é definida como $\text{cov}(\tilde{R}_a, \tilde{R}_b) = \sigma_{a,b} = E \left[(R_a - E(\tilde{R}_a))(R_b - E(\tilde{R}_b)) \right]$, que representa uma medida de como os retornos dos ativos variam em conjunto. Ou seja, pela covariância é possível saber como o retorno do ativo a varia em relação ao retorno do ativo b , e vice-versa.

Escrevendo o risco da carteira em função da covariância:

$$\sigma^2(\tilde{R}_p) = \sigma_p^2 = x^2 \sigma_a^2 + (1-x)^2 \sigma_b^2 + 2x(1-x) \sigma_{a,b} \quad (2.8)$$

Padronizando a covariância, ou seja, dividindo-a pelo produto dos desvios padrão dos ativos a e b , obtém-se o coeficiente de correlação (ρ), definido por:

$$\rho_{a,b} = \frac{\sigma_{a,b}}{\sigma_a \sigma_b} \quad (2.9)$$

Reescrevendo 2.8, substituindo a covariância pelo coeficiente de correlação:

$$\sigma^2(\tilde{R}_p) = \sigma_p^2 = x^2 \sigma_a^2 + (1-x)^2 \sigma_b^2 + 2x(1-x) \rho_{a,b} \sigma_a \sigma_b \quad (2.10)$$

Um dos princípios da teoria de carteiras é a existência de uma inter-relação dos ativos. É esta premissa que possibilitou a quantificação dos benefícios da diversificação dos investimentos em termos de risco, conforme explicado nos parágrafos seguintes.

O coeficiente de correlação possui valor máximo de +1 e valor mínimo de -1. Assumindo que a correlação dos dois ativos, a e b , seja perfeita e positiva, igual a +1, substituindo este valor na expressão 2.10:

$$\sigma_p^2 = \left[x^2 \sigma_a^2 + (1-x)^2 \sigma_b^2 + 2x(1-x) \sigma_a \sigma_b \right] = \left[x \sigma_a + (1-x) \sigma_b \right]^2 \text{ ou} \quad (2.11)$$

$$\sigma_p = x \sigma_a + (1-x) \sigma_b$$

De acordo com a equação 2.11, quando os retornos dos ativos são perfeitamente correlacionados ($\rho_{a,b}=1$), o risco da carteira é totalmente linear. Este risco aumenta ou diminui linearmente, de acordo com as proporções investidas em a e b , assim como ocorre com o retorno. Nesta situação, o investidor não ganha nada com a diversificação da carteira p em lugar da compra de um dos ativos individuais. Conforme o gráfico a seguir, as possíveis combinações dos ativos a e b na carteira p estão situadas em uma linha reta que conecta o retorno esperado de a e seu risco ao retorno esperado de b e seu respectivo risco.

Gráfico 4 – Relação entre retorno esperado e risco da carteira para $\rho = 1$

Quando o retorno dos ativos a e b variam com a mesma intensidade mas em direções opostas, ou seja, o coeficiente de correlação dos retornos é igual a -1, sempre é possível encontrar alguma combinação dos dois ativos com risco igual a zero, conforme ilustra o gráfico a seguir.

Gráfico 5 – Relação entre retorno esperado e risco da carteira para $\rho = -1$

Quando a correlação entre os retornos é inferior a 1, mas superior a -1, a relação entre o risco da carteira p e as proporções de a e b não é mais linear. A correlação intermediária produz uma curva, conforme demonstrado no Gráfico 6.

Gráfico 6 – Relação entre retorno esperado e risco da carteira para $\rho < 1$

O Gráfico 7, que é uma combinação dos Gráficos 4, 5 e 6, indica a relação entre o retorno esperado e o risco de todas as carteiras que podem ser formadas pelos ativos a e b . Os segmentos acb , adb e ab , para qualquer valor de correlação dos retornos dos ativos que varie de +1 a -1, são chamados de Curva de Oportunidade uma vez que englobam todas as carteiras viáveis na combinação de a e b em diferentes proporções.

Gráfico 7 – Curvas de oportunidade para a carteira formada pelos ativos a e b

Ainda de acordo com o Gráfico 7, observa-se que quanto menor o coeficiente de correlação, isto é, quanto $\rho_{a,b}$ mais próximo de -1, mantidos os outros atributos constantes, maior é o benefício de otimização da relação risco e retorno proporcionado pela diversificação. Portanto, o resultado mais relevante do processo de diversificação é demonstrado: a capacidade que as combinações de diferentes ativos têm de reduzir os riscos individuais.

No Gráfico 7, observa-se também o ponto de mínima variância (d) localizado na Curva de Oportunidade. O segmento ad é denominado de Fronteira Eficiente, pois compreende todas as carteiras que oferecem a melhor relação média-variância, em outras palavras, o menor risco para um determinado retorno esperado.

Generalizando o modelo de dois ativos para n ativos, o retorno esperado da carteira é calculado pela média ponderada dos retornos esperados dos ativos individuais.

$$E(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(\tilde{R}_i) \quad (2.12)$$

onde,

x_i : proporção da carteira p investida no ativo i ;

$E(\tilde{R}_i)$: retorno esperado do ativo i ;

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1.$$

O risco da carteira, a variância, é resultado da combinação da proporção investida em cada ativo, do desvio padrão de cada retorno esperado e das correlações entre os ativos.

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 \sigma_i^2) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}) \text{ ou} \\ \sigma_p^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 \sigma_i^2) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (x_i x_j \sigma_{i,j}) \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde,

x_i e x_j : proporção da carteira p investida no ativo i e no ativo j , respectivamente;

σ_i e σ_j : desvio padrão do retorno esperado do ativo i e do ativo j , respectivamente;

ρ_{ij} : correlação entre o retorno esperado do ativo i e o retorno esperado do ativo j ;

$\sigma_{i,j}$: covariância entre o retorno esperado do ativo i e o retorno esperado do ativo j .

A Curva de Oportunidade, para n ativos com risco, é a fronteira de uma área compacta do espaço entre o retorno esperado e o desvio padrão que contém todas as combinações viáveis de carteiras. Conforme citado anteriormente, o conjunto eficiente é formado pela curva envoltória de todas as carteiras que se situam entre a carteira de mínima variância global e a carteira de máximo retorno esperado, segmento db (LUENBERGER, 1998, p. 157). Portanto, conforme gráfico a seguir, os investidores, no modelo de média-variância, escolhem somente as carteiras que se encontram na parte superior da Curva de Oportunidade.

Gráfico 8 – Curva de oportunidade para carteiras formadas por n ativos com risco

Tobin (1958), tendo como base o trabalho desenvolvido por Markowitz (1952), verificou que na oportunidade de captar ou emprestar recursos utilizando um ativo livre de risco, a decisão de investimento é restringida a uma combinação qualquer deste ativo com a carteira g , mostrada no Gráfico 9.

Um ativo livre de risco possui um retorno determinístico, representado por R_f . Como o retorno do ativo é garantido, ele tem variância igual a zero. Segundo Luenberger (1998, p. 165), a inclusão de um ativo livre de risco é necessária para obter realismo em uma carteira.

Gráfico 9 – Nova Fronteira Eficiente com um ativo livre de risco

Fonte: COCHRANE; 2005, p. 81.

A carteira g , denominada por Tobin (1958, p. 77) de Carteira de Combinação Ótima de Ativo com Risco, representa a carteira com risco que maximiza a relação risco-retorno na fronteira eficiente. Ainda, a carteira g é o ponto de tangência da fronteira eficiente dos ativos com risco e a reta do ativo livre de risco.

De acordo com o Gráfico 9, observa-se que um investidor maximiza o retorno em qualquer um dos níveis que selecione, apresentando carteiras formadas pela carteira g e pelo ativo livre de risco. No gráfico, nota-se que estas carteiras são dominantes em relação às demais que possam ser compostas. Estas carteiras dominantes estão localizadas no segmento que Tobin (1958, p. 78) denominou de Nova Fronteira Eficiente (NFE).

Sendo x a proporção dos recursos aplicada no ativo livre de risco, $(1-x)$ deve ser a proporção do capital aplicada na carteira g . O retorno esperado da nova carteira c , resultante da combinação entre ativo livre de risco e da carteira g , com risco, é dado por:

$$E(\tilde{R}_c) = xR_f + (1-x)E(\tilde{R}_g) \quad (2.14)$$

Como o ativo livre de risco apresenta desvio padrão e covariância com a carteira g iguais a zero, o risco da carteira eficiente c é dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= (1-x)^2 \sigma_g^2 \text{ ou} \\ \sigma_c &= (1-x) \sigma_g\end{aligned}\tag{2.15}$$

De acordo com a equação 2.15, observa-se que há linearidade entre o risco da carteira eficiente c e o risco da carteira g . Ou seja, o risco da carteira c depende exclusivamente da proporção de capital total investido na carteira g e do risco desta.

Obtendo a expressão 2.15 em função de x :

$$x = 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_g}\tag{2.16}$$

Substituindo a equação 2.16 na expressão 2.14:

$$\begin{aligned}E(\tilde{R}_c) &= \left(1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_g}\right) R_f + \frac{\sigma_c}{\sigma_g} E(\tilde{R}_g) \text{ ou} \\ E(\tilde{R}_c) &= R_f + \left(\frac{E(\tilde{R}_g) - R_f}{\sigma_g}\right) \sigma_c\end{aligned}\tag{2.17}$$

A expressão 2.17 é a equação de uma reta. Todas as combinações de aplicações ou empréstimos sem risco com a carteira g estão localizadas numa linha reta no espaço retorno esperado-desvio padrão. O intercepto da reta é o retorno do ativo livre de risco, e a inclinação

é dada por $\left(\frac{E(\tilde{R}_g) - R_f}{\sigma_g}\right)$.

2.3 A Linha de Mercado de Capitais e o *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*

A Teoria de Carteira desenvolvida por Markowitz (1952) considera as decisões de investimento de cada pessoa de forma individual. As melhores alternativas de investimento estão situadas na Fronteira Eficiente, que tem o maior retorno esperado para um dado nível de risco e vice-versa. Na existência de um ativo livre de risco, a curva de oportunidade eficiente do investidor é conhecida como Nova Fronteira Eficiente. Conforme citam Elton *et al.* (2004, p. 296), as fronteiras eficientes, segundo a teoria de Markowitz, podem diferir de acordo com as preferências de cada investidor. Portanto, a teoria não abordava as decisões dos investidores em conjunto.

Sharpe (1964) desenvolveu a teoria que passou a ser chamada de Teoria do Mercado de Capitais, a qual aborda o apreçamento de ativos considerando o comportamento conjunto dos indivíduos. Ainda, Sharpe (1970, p. 77) também assumiu algumas premissas para o desenvolvimento do modelo:

- os investidores têm expectativas homogêneas em relação aos retornos esperados, variâncias dos retornos e matriz de correlação entre os retornos esperados dos ativos para um único período;
- é possível aplicar e captar fundos à taxa livre de risco em quantidades ilimitadas. Qualquer investidor pode, portanto, emprestar ou tomar fundos emprestados na quantidade desejada a uma taxa de juros igual à taxa de retorno de títulos sem risco;
- a demanda e a oferta por ativos são idênticas, ou seja, o mercado está em equilíbrio;
- ausência de imperfeições no mercado, como por exemplo, custos de transação, impostos, regulamentações e restrições na venda a descoberto;
- os investidores têm acesso às mesmas informações, simultaneamente e sem custo;
- os ativos são infinitamente divisíveis e apresentam liquidez;
- um indivíduo não é capaz de influenciar o preço de um ativo através de suas compras ou vendas;

- os investidores são racionais e tomam decisões somente em termos de retornos esperados, desvios padrão dos retornos de suas carteiras e das correlações dos ativos, sendo a distribuição dos retornos uma distribuição normal;
- os investidores nunca estão satisfeitos, selecionando dentre duas carteiras com o mesmo risco, aquela com o maior retorno esperado;
- os investidores possuem aversão ao risco, selecionando dentre duas carteiras com o mesmo retorno esperado, aquela com o menor risco.

Analisando as premissas, pode-se dizer que o CAPM reduz a decisão de investimento conjunto dos investidores a um caso extremo. Todos têm acesso às mesmas informações e à mesma perspectiva futura dos ativos. Implicitamente, isso significa que os investidores analisam e processam as informações da mesma forma. O mercado de ativos é perfeito, não existindo, portanto, imperfeições que impeçam o investimento (SHARPE *et al.*, 1999, p. 228).

Como todos os investidores têm expectativas homogêneas e se defrontam com a mesma taxa de juros livre de risco para aplicação e captação, há apenas uma carteira ótima que maximiza a relação risco-retorno entre todas as possíveis da Fronteira Eficiente (LINTNER, 1965, p. 25). Se todos os investidores possuem a mesma carteira, então, em equilíbrio, ela é a carteira de mercado. A carteira de mercado é formada por todos os ativos com risco existentes no mercado. Cada ativo está presente na carteira na proporção que o valor de mercado desse ativo representa do valor total de mercado de todos os ativos com risco.

Existindo um ativo livre de risco, todos os investidores aplicarão em combinações da carteira de mercado (m) e do ativo livre de risco, gerando o que Sharpe (1970, p. 85) denominou de Linha de Mercado de Capitais, ou LMC, conforme apresentado no Gráfico 10.

Gráfico 10 – Linha de Mercado de Capitais (LMC)

Observa-se pelo Gráfico 10 que a LMC representa a relação entre a taxa esperada de retorno e o risco associado a este retorno esperado para carteiras eficientes. Pelo gráfico, ainda é possível visualizar que quando o risco de um investimento cresce, a taxa esperada de retorno também aumenta de forma linear.

De acordo com o modelo desenvolvido por Markowitz, sendo x o valor percentual aplicado no ativo livre de risco e $(1-x)$ o percentual investido na carteira de mercado m :

$$E(\tilde{R}_p) = xR_f + (1-x)E(\tilde{R}_m) \quad (2.18)$$

$$\sigma_p = \left[x^2 \sigma_f^2 + (1-x)^2 \sigma_m^2 + 2x(1-x)\sigma_{f,m} \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

onde,

$E(\tilde{R}_p)$: retorno esperado da carteira p ;

x e $(1-x)$: proporção do ativo livre de risco e da carteira de mercado na carteira p , respectivamente;

R_f : taxa de retorno do ativo livre de risco;

$E(\tilde{R}_m)$: retorno esperado da carteira de mercado;

σ_f^2 : variância do ativo livre de risco;

σ_m^2 : variância da carteira de mercado;

$\sigma_{f,m}$: covariância entre os retornos do ativo livre de risco e os retornos da carteira de mercado.

Conforme citado anteriormente, o ativo livre de risco apresenta desvio padrão igual a zero. A covariância deste ativo com a carteira de mercado também é nula e, portanto:

$$\sigma_p = (1 - x)\sigma_m \quad (2.20)$$

A expressão 2.20 indica a relação linear existente entre o risco das possíveis carteiras existentes ao longo da LMC, dentre elas a carteira p , e o risco da carteira de mercado.

Por sua vez, a inclinação de LMC é dada por:

$$\theta_{LMC} = \frac{E(\tilde{R}_m) - R_f}{\sigma_m} \quad (2.21)$$

A LMC relaciona o retorno esperado de uma carteira eficiente ao seu respectivo risco, mas não mostra como o retorno esperado de um único ativo está relacionado ao seu risco individual. Essa relação é expressa pelo CAPM. Este modelo viabiliza o apreçamento dos ativos de uma economia e também o cálculo da taxa de retorno que se deve esperar ou requerer de um determinado ativo.

2.4 A equação do CAPM

O Gráfico 11 apresenta a curva de oportunidade de todas as combinações possíveis do ativo i e da carteira de mercado.

Gráfico 11 – Relação entre um ativo e a LMC

Conforme definido por Sharpe *et al.* (1999, p. 231), a carteira de mercado é composta por todos os ativos de uma economia, como por exemplo, ações, debêntures, ouro e imóveis. Portanto, de acordo com o Gráfico 11, a carteira m contém todos os ativos com risco negociáveis na economia.

A proporção de cada ativo que compõe a carteira de mercado é representada por:

$$x_i = \frac{\text{Valor de mercado do ativo } i}{\text{Valor de mercado da carteira de mercado}} \quad (2.22)$$

onde,

x_i : a proporção de cada ativo presente na carteira de mercado em condição de equilíbrio.

Uma carteira p composta pelo ativo i e pela carteira de mercado, na proporção de x e $(1-x)$ respectivamente, tem o seguinte retorno esperado:

$$E(\tilde{R}_p) = xE(\tilde{R}_i) + (1-x)E(\tilde{R}_m) \quad (2.23)$$

E o risco (desvio padrão) da carteira p é dado por:

$$\sigma_p = \left[x^2 \sigma_i^2 + (1-x)^2 \sigma_m^2 + 2x(1-x) \sigma_{i,m} \right]^{1/2} \quad (2.24)$$

À medida que a proporção x varia, a curva ic é formada no espaço média-variância, como está exposto no Gráfico 12.

Gráfico 12 – Curva da carteira p
Fonte: LUENBERGER;1998, p. 178.

A LMC é tangente à curva ic no ponto m , ou seja, na carteira de mercado, condição que pode ser encontrada derivando-se as expressões 2.23 e 2.24 em função de x :

$$\frac{dE(\tilde{R}_p)}{dx} = E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m) \quad (2.25)$$

$$\frac{d\sigma_p}{dx} = \frac{x\sigma_i^2 + (1-2x)\sigma_{i,m} + (x-1)\sigma_m^2}{\sigma_p} \quad (2.26)$$

Em particular, quando x é igual a zero, a carteira resultante é a carteira de mercado m . Impondo-se a condição de equilíbrio de mercado, ou seja, $x = 0$, para a equação 2.26, tem-se:

$$\left. \frac{d\sigma_p}{dx} \right|_{x=0} = \frac{\sigma_{i,m} - \sigma_m^2}{\sigma_m} \quad (2.27)$$

Lembrando que:

$$\frac{dE(\tilde{R}_p)}{dx} = \frac{dE(\tilde{R}_p)/dx}{d\sigma_p/dx} \quad (2.28)$$

Chega-se a:

$$\left. \frac{dE(\tilde{R}_p)}{d\sigma_p} \right|_{x=0} = \frac{[E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m)]\sigma_m}{\sigma_{i,m} - \sigma_m^2} \quad (2.29)$$

A condição de tangência pode ser reescrita de forma que a variação da curva *ic* seja igual à variação da curva de mercado de capitais no ponto *m*. Isto equivale a igualar a inclinação da reta característica de mercado à expressão 2.20, obtendo-se:

$$\frac{[E(\tilde{R}_i) - E(\tilde{R}_m)]\sigma_m}{\sigma_{i,m} - \sigma_m^2} = \frac{E(\tilde{R}_m) - R_f}{\sigma_m} \quad (2.30)$$

Expressando a equação 2.30 em função de $E(\tilde{R}_i)$, tem-se:

$$\begin{aligned} E(\tilde{R}_i) &= R_f + \left(\frac{E(\tilde{R}_m) - R_f}{\sigma_m^2} \right) \sigma_{i,m} \text{ ou} \\ E(\tilde{R}_i) &= R_f + (E(\tilde{R}_m) - R_f) \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Substituindo $\frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}$ por β_i na expressão 2.31:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + (E(\tilde{R}_m) - R_f) \beta_i \quad (2.32)$$

A equação 2.32 representa o CAPM desenvolvido por Tobin (1958) e Sharpe (1964). Este modelo de apreçamento de ativos com risco indica que a taxa de retorno requerida é igual à taxa livre de risco acrescida de um prêmio pelo risco. Por sua vez, este prêmio pelo risco é composto por uma diferença entre o retorno esperado da carteira de mercado e o retorno do ativo livre de risco multiplicada por um fator de risco denominado beta.

O beta pode ser interpretado com uma versão normalizada da covariância do ativo com a carteira de mercado. Portanto, o CAPM indica que o retorno de um ativo é uma função de sua covariância com o mercado.

2.5 Compreendendo o CAPM

A LMC representa a relação de equilíbrio entre o retorno esperado e o risco (desvio padrão) de carteiras eficientes. Ativos individuais estarão sempre abaixo da LMC porque o investimento em um único ativo arriscado gera uma carteira ineficiente. Conforme explicam Sharpe *et al.* (1999, p. 233), o CAPM não implica em nenhuma relação particular entre o retorno esperado e o risco total de um ativo isoladamente. Este modelo sinaliza a relação entre o retorno esperado de um ativo e o risco adicional que este imporá à carteira diversificada de mercado em caso de investimento. Para entender essa relação é necessário retomar algumas fórmulas propostas por Markowitz (1952). Segundo o autor, e de acordo com a equação 2.13, o desvio padrão de uma carteira com n ativos é dado por:

$$\sigma_p = \left[\sum_{i=1}^n (x_i^2 \sigma_i^2) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (x_i x_j \sigma_{i,j}) \right]^{1/2} \quad (2.33)$$

Considerando a expressão 2.33 para calcular o desvio padrão da carteira de mercado, tem-se:

$$\sigma_m = \left[\sum_{i=1}^n (x_{im}^2 \sigma_i^2) + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (x_{im} x_{jm} \sigma_{i,j}) \right]^{1/2} \quad (2.34)$$

onde,

x_{im} e x_{jm} : proporção da carteira m investida no ativo i e no ativo j , respectivamente;

σ_i e σ_j : desvio padrão do retorno esperado do ativo i e do ativo j , respectivamente;

$\sigma_{i,j}$: covariância entre o retorno esperado do ativo i e o retorno esperado do ativo j .

Segundo Sharpe *et al.* (1999, p. 234), reescrevendo-se a equação 2.34:

$$\sigma_m = \left[x_{1m} \sum_{j=1}^n x_{jm} \sigma_{1,j} + x_{2m} \sum_{j=1}^n x_{jm} \sigma_{2,j} + x_{3m} \sum_{j=1}^n x_{jm} \sigma_{3,j} + \dots + x_{nm} \sum_{j=1}^n x_{jm} \sigma_{N,j} \right]^{1/2} \quad (2.35)$$

A covariância de um ativo i com a carteira de mercado, $\sigma_{i,m}$, pode ser expressa como a média ponderada da covariância de cada ativo que compõe a carteira de mercado m com o ativo i :

$$\sum_{j=1}^N x_{jm} \sigma_{i,j} = \sigma_{i,m} \quad (2.36)$$

Substituindo a equação 2.36 na expressão 2.35, tem-se:

$$\sigma_m = \left[x_{1m} \sigma_{1,m} + x_{2m} \sigma_{2,m} + x_{3m} \sigma_{3,m} + \dots + x_{nm} \sigma_{n,m} \right]^{1/2} \quad (2.37)$$

sendo, $\sigma_{1,m}$ a covariância do ativo 1 com a carteira de mercado, $\sigma_{2,m}$ a covariância do ativo 2 com a carteira de mercado, e assim por diante (SHARPE *et al.*, 1999, p. 234). Portanto, o risco (desvio padrão) da carteira de mercado é igual à raiz quadrada da média ponderada das covariâncias de cada ativo com a carteira de mercado, onde a ponderação é igual à proporção de cada ativo na carteira m .

De acordo com o CAPM, cada investidor possui a carteira de mercado. A preocupação deste investidor não é com o risco isolado de cada ativo, mas sim com o risco da carteira de mercado que tem e também com a variação deste risco ao adquirir novos ativos. A contribuição de cada ativo para o desvio padrão da carteira de mercado pode ser visualizada na equação 2.37, e depende da amplitude de sua covariância com a carteira de mercado.

De acordo com Sharpe *et al.* (1999, p. 234), a medida relevante de risco de um ativo é sua covariância com a carteira de mercado, ou seja, $\sigma_{i,m}$. Isso significa que, segundo os investidores, os ativos com maior covariância contribuem mais para o risco da carteira de mercado e por isso devem proporcionar maior retorno esperado para atrair investimento.

Relembrando a equação 2.31, a expressão que representa o equilíbrio entre risco e retorno é dada por:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \left[\frac{E(\tilde{R}_m) - R_f}{\sigma_m^2} \right] \sigma_{i,m} \quad (2.38)$$

Outra maneira de demonstrar expressão 2.38 é:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + [E(\tilde{R}_m) - R_f] \beta_{i,m} \quad (2.39)$$

onde, $\beta_{i,m} = \frac{\sigma_{i,m}}{\sigma_m^2}$.

O termo $\beta_{i,m}$ é denominado como coeficiente beta, ou simplesmente beta, sendo uma forma alternativa de representar a covariância de um ativo.

O beta de um ativo também pode ser estimado realizando-se uma regressão entre os retornos históricos do ativo com risco e os retornos da carteira de mercado de uma economia.

Assim como a covariância do ativo com a carteira de mercado, o beta desta carteira resultante é dado pela média ponderada do beta de cada ativo que a compõe. Logo, o beta desta carteira de mercado pode ser assim obtido:

$$\beta_{p,m} = \sum_{i=1}^n x_i \beta_{i,m} \quad (2.40)$$

onde,

x_i : proporção da carteira p investida no ativo i ;

$\beta_{i,m}$: coeficiente beta do ativo i em relação à carteira de mercado.

2.6 Risco sistêmico e não-sistêmico

O risco total de um ativo pode ser dividido em dois componentes:

$$\sigma_i^2 = \beta_{i,I}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2 \quad (2.41)$$

onde,

$\beta_{i,I}^2 \sigma_I^2$: risco de mercado em relação ao índice I ;

$\sigma_{\varepsilon i}^2$: risco próprio.

Como o beta, ou a covariância, é a medida relevante de risco de um ativo de acordo com o CAPM, é apropriado considerar apenas a relação desta medida com o risco total do ativo (SHARPE *et al.*, 1999, p. 240). Esta relação é idêntica àquela apresentada na equação 2.41, porém deve-se considerar uma carteira de mercado ao invés de um índice:

$$\sigma_i^2 = \beta_{i,m}^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2 \quad (2.42)$$

Assim como no modelo de mercado desenvolvido por Markowitz (1952), o risco total de um ativo i , sob o modelo CAPM, medido por sua variância, possui dois componentes. O primeiro componente é a porção relacionada aos movimentos de mercado, e é denominado risco de mercado ou sistêmico. Este risco não é diversificável uma vez que todo ativo que apresenta beta positivo contém este risco. O segundo componente é denominado risco não-sistêmico, próprio ou diversificável. Conforme explica Luenberger (1998, p. 182), este risco não é correlacionado com o mercado e pode ser reduzido por meio da diversificação.

Levando em consideração que a diversificação, em teoria, elimina o risco próprio de cada ativo na composição do risco de uma carteira, o CAPM considera que apenas o risco não-diversificável está relacionado ao retorno esperado de um ativo:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i \left[E(\tilde{R}_m) - R_f \right] + \tilde{\varepsilon}_i \quad (2.43)$$

Tendo em vista o CAPM, de acordo com a expressão 2.43, o retorno esperado de um ativo é uma função linear do retorno do ativo livre de risco, do retorno de mercado, de um coeficiente de risco denominado beta e de um erro aleatório, ε_i . Neste ponto, duas relações são relevantes:

1. A partir da expressão 2.42, nota-se que o risco de mercado está relacionado ao beta de um ativo e ao risco da carteira de mercado;
2. Ativos com betas maiores apresentam valores superiores de risco de mercado. Sob o modelo CAPM, ativos com betas maiores requerem retornos esperados superiores.

Agregando as duas relações apresentadas, pode-se dizer que ativos com risco de mercado maiores devem apresentar retornos esperados superiores.

Ainda, de acordo com o CAPM:

- a) O erro da equação 2.43 deve ser aleatório;
- b) O termo ε_i tem distribuição normal com média igual a zero e desvio padrão igual a $\sigma_{\varepsilon i}^2$;
 $\varepsilon_i : N(0, \sigma_{\varepsilon i}^2)$;
- c) O valor esperado do erro, $E(\tilde{\varepsilon}_i)$, é igual a zero;
- d) A covariância do erro com o risco de mercado, $\text{cov}(\tilde{\varepsilon}_i, \sigma_m)$, também é igual a zero;
- e) O intercepto da equação 2.43 é estatisticamente igual à taxa livre de risco da economia.

2.7 CAPM e o fator de desconto estocástico

O comportamento dos investidores é modelado pela função utilidade $U(c_t, c_{t+1})$, que é definida levando em consideração os valores de consumo atual, c_t , e futuro, c_{t+1} :

$$u(c_t, c_{t+1}) = u(c_t) + \beta E_t[u(c_{t+1})] \quad (2.44)$$

onde,

$u(c_t)$: utilidade do consumo em t ;

β : taxa de impaciência à postergação do consumo característica do investidor utilizada para descontar $u(c_{t+1})$ para t ;

$E_t[u(c_{t+1})]$: expectativa em t da utilidade do consumo em $t+1$.

Cochrane (2005, p. 4) utiliza a função utilidade potência, que indica que o investidor com aversão ao risco preocupa-se mais com a possibilidade de perda do que com a de ganho, cuja expressão é dada por:

$$u(c_t) = \frac{1}{1-\gamma} c_t^{1-\gamma} \quad (2.45)$$

onde, γ indica o grau de aversão ao risco do investidor.

Quando $\gamma \rightarrow 1$, o limite da expressão 2.45 é:

$$u(c) = \ln(c) \quad (2.46)$$

A expressão 2.46 é denominada de função utilidade logarítmica. Segundo esta função, o consumo do investidor é proporcional à sua riqueza. Ainda, a função utilidade $u(c)$ é crescente, o que reflete em um maior desejo por consumo, e côncava, denotando declínio do valor marginal do consumo.

Assumindo-se que é possível investir livremente em qualquer ativo, ao preço p_t , o ponto de equilíbrio entre a função utilidade de consumo, tanto em t quanto em $t+1$, e a riqueza investida é dada por:

$$\max_{\{\xi\}} \left\{ u(c_t) + E[\beta u(c_{t+1})] \right\} \quad (2.47)$$

sendo, ξ igual à quantidade de ativos que o investidor escolhe comprar.

A expressão 2.47 está sujeita às seguintes restrições:

$$c_t = e_t - p_t \xi \quad (2.48)$$

$$c_{t+1} = e_{t+1} - x_{t+1} \xi \quad (2.49)$$

onde,

c_t e c_{t+1} : nível de consumo do investidor em t e $t+1$, respectivamente;

e_t e e_{t+1} : nível de riqueza do investidor em t e $t+1$, respectivamente;

x_{t+1} : *payoff*, ou investimento, em $t+1$.

Portanto, para encontrar o número de ativos que o investidor deverá comprar para maximizar a função utilidade de consumo *versus* o investimento, deve-se atentar para as restrições: (i) de acordo com a expressão 2.48, o consumo em t é igual ao nível de riqueza em t menos o valor total do investimento em t ; e (ii) pela equação 2.49, o consumo em $t+1$ é igual ao nível de riqueza em $t+1$ somado ao *payoff* total em $t+1$.

Substituindo as expressões 2.48 e 2.49 na equação 2.47, tem-se:

$$\begin{aligned} & \max_{\{\xi\}} \left\{ u(e_t - p_t \xi) + E_t[\beta u(e_{t+1} + x_{t+1} \xi)] \right\} \\ & \max_{\{\xi\}} \left\{ u(e_t - p_t \xi) + E_t[\beta u(e_{t+1} + x_{t+1} \xi)] \right\} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Derivando a equação 2.50 em relação em função de ξ , e igualando a zero, obtém-se:

$$\left. \frac{d \max_{\xi} \left\{ u(e_t - p_t \xi) + E_t [\beta u(e_{t+1} + x_{t+1} \xi)] \right\}}{d \xi} \right|_{\xi=0} = E_t [\beta u'(c_{t+1}) x_{t+1}] - p_t u'(c_t) \quad (2.51)$$

ou,

$$p_t u'(c_t) = E_t [\beta u'(c_{t+1}) x_{t+1}] \quad (2.52)$$

Reescrevendo a expressão 2.52 em função de p_t :

$$p_t = E_t \left[\beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} x_{t+1} \right] \quad (2.53)$$

onde,

$u'(c_t)$: utilidade marginal de consumo em t ;

$u'(c_{t+1})$: utilidade marginal de consumo em $t+1$;

x_{t+1} : *payoff*, ou investimento, em $t+1$.

Sendo que m^1 é denominado de fator de desconto estocástico ou taxa de substituição marginal, tem-se:

$$m \equiv m_{t+1} = \beta \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \quad (2.54)$$

A relação entre o fator de desconto estocástico e o *payoff* é fundamental na teoria de apreçamento de ativos. Entre t e $t+1$, este fator de desconto deve satisfazer à seguinte expressão:

$$E_t [m_{t+1} x_{t+1}] = R_{t,t+1}^f E_t [m_{t+1}] p_t \quad (2.55)$$

¹ A variável aleatória m_{t+1} também é conhecida como *pricing kernel*. O termo fator de desconto estocástico é descrito em Hansen e Richard (1987).

onde,

$R_{t,t+1}^f$: taxa livre de risco entre t e $t+1$.

Harrison e Kreps (1979) demonstram que a existência do fator de desconto estocástico equivale à lei do preço único, segundo a qual dois bens idênticos não podem ser vendidos a preços diferentes (ELTON *et al.*, 2004, p. 317).

Se não houvesse incerteza, os preços poderiam ser expressos segundo a equação padrão do valor presente:

$$p_t = \frac{1}{R_f} x_{t+1} \quad (2.56)$$

sendo, R_f igual à taxa livre de risco.

Mas, como há incerteza envolvida no cálculo de p_t , a expressão 2.53 é equivalente a:

$$p_t = E_t [m_{t+1} x_{t+1}] \text{ ou} \\ p = E [mx] \quad (2.57)$$

Tecnicamente, segundo Ferson (2003, p. 748), todos os modelos de apreçamento de ativos são derivados da seguinte equação:

$$p_t = E \{m_{t+1} (p_{t+1} + d_{t+1})\} \quad (2.58)$$

onde,

p_t e p_{t+1} : preço do ativo em t e $t+1$, respectivamente;

m_{t+1} : fator de desconto estocástico;

d_{t+1} : total da renda extra advinda do ativo em $t+1$.

Para ações, o *payoff* x_{t+1} é igual ao preço p_t somado ao dividendo d_{t+1} . O retorno bruto do ativo, entre t e $t+1$, corresponde ao logaritmo natural da divisão do *payoff* pelo preço:

$$R_{t+1} = \ln \left(\frac{x_{t+1}}{p_t} \right) \quad (2.59)$$

Supondo a existência de um retorno R como um *payoff* de preço unitário, se R\$1,00 for pago hoje, o retorno será igual à quantidade de reais ou de unidades de consumo obtidas em um período futuro. Assim:

$$1 = E(mR) \quad (2.60)$$

Como o ativo livre de risco R_f é independente do fator m , tem-se:

$$1 = E(m)R_f \text{ ou} \\ R_f = \frac{1}{E(m)} \quad (2.61)$$

Lembrando que somente o risco sistêmico gera correção de risco ao preço, pode-se decompor o *payoff* x em uma parte correlacionada com o fator m e em outra parte idiossincrática ε não correlacionada com o referido fator:

$$x = \text{proj}(x|m) + \tilde{\varepsilon} \quad (2.62)$$

Segundo a Teoria de Carteiras desenvolvida por Markowitz (1952) e o modelo de apreçamento de ativos, o CAPM, elaborado por Sharpe (1964), o risco idiossincrático tende a desaparecer, apresentando, portanto, valor igual a zero em 2.62. Logo, o preço de x é equivalente a sua projeção para um dado fator de desconto m . A projeção de x em m é a parte de x que é perfeitamente correlacionada com m (COCHRANE, 2005, p. 15). Como o termo projeção denota uma regressão linear sem constante, obtém-se:

$$\text{proj}(x|m) = \frac{E(mx)}{E(m^2)}m \quad (2.63)$$

O preço p de $proj(x|m)$ é:

$$p(proj(x|m)) = p\left(\frac{E[mx]}{E[m^2]}m\right) = E\left(\frac{E[mx]}{E[m^2]}m^2\right) = E(mx) = p(x) \quad (2.64)$$

Os ativos que se encontram na fronteira eficiente são perfeitamente correlacionados uns com os outros e com o fator m . Segundo Cochrane (2005, p. 18), é viável definir um fator de desconto m a partir do retorno de qualquer carteira da fronteira eficiente, com exceção de um ativo livre de risco. O autor também declara a seguinte propriedade para a fronteira eficiente:

Cada ponto da fronteira eficiente apresenta correlação negativa perfeita com o fator de desconto estocástico m e correlação positiva perfeita com o consumo. Sendo assim, em um modelo uniperiódico, pode-se escolher constantes a e b tal que:

$$m = a + bE(\tilde{R}_{fr}) \quad (2.65)$$

sendo, $E(\tilde{R}_{fr})$ igual ao retorno esperado de qualquer carteira da fronteira eficiente.

De acordo com Cochrane (2005, p. 19), dado o retorno de uma carteira da fronteira eficiente, é possível encontrar um fator de desconto que precifica todos os ativos.

No CAPM não-condicional uniperiódico, modelo desenvolvido por Sharpe (1964), o parâmetro $E(\tilde{R}_{fr})$ é igual ao retorno esperado da carteira de mercado menos o retorno do ativo livre de risco. Por sua vez, a constante a é igual ao retorno do ativo livre de risco. Ainda, para um único ativo, a constante b é igual ao risco do ativo em relação ao mercado, representado por $\beta_{i,m}$. Por fim, o fator de desconto estocástico m é igual ao retorno requerido pelo investidor ao aplicar sua riqueza no ativo i . Portanto, a equação 2.65 pode ser também expressa por:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_{i,m} [E(\tilde{R}_m) - R_f] \quad (2.66)$$

onde,

$E(\tilde{R}_i)$: retorno esperado do ativo i ;

R_f : retorno do ativo livre de risco;

$\beta_{i,m}$: beta do ativo i em relação à carteira de mercado m ;

$E(\tilde{R}_m)$: retorno esperado da carteira de mercado m .

2.8 Arbitrage Pricing Theory (APT)

O CAPM estabelece que a taxa de retorno esperada de um ativo é linearmente relacionada a somente um fator de risco, a taxa de retorno da carteira de mercado. Por sua vez, o APT estabelece que o retorno de um título ou de uma carteira está linearmente relacionado a um conjunto de índices ou fatores de risco macroeconômicos que afetam todos os ativos de uma economia. É oportuno citar que o APT também se baseia na lei de preço único. Segundo o APT, o prêmio pelo investimento em um ativo é determinado pela seguinte equação (SHARPE *et al.*, 1999, p. 292):

$$\tilde{R}_i = R_f + (\tilde{R}_{F_1} - R_f)b_{i1} + (\tilde{R}_{F_2} - R_f)b_{i2} + \dots + (\tilde{R}_{F_j} - R_f)b_{ij} + \tilde{\varepsilon}_i \quad (2.67 \text{ a})$$

onde,

$\tilde{R}_i$: taxa aleatória de retorno do ativo i ;

R_f : taxa de retorno do ativo livre de risco;

b_{ij} : sensibilidade do retorno do ativo i ao fator macroeconômico j , ou fator de risco;

$\tilde{R}_{F_i} - R_f$: prêmio pela exposição ao fator macroeconômico, ou fator de risco, com influência sobre o retorno do título i ;

$\tilde{\varepsilon}_i$: componente de incerteza de $\tilde{R}_i$, denominado de erro aleatório², com média igual a zero e variância igual a $\sigma_{\varepsilon i}^2$.

² Assim como ocorre no CAPM, no APT o erro aleatório também pode ser eliminado pela diversificação.

Um conceito central no desenvolvimento do modelo APT é a arbitragem. Conforme escrevem Sharpe *et al.* (1999, p. 284), a arbitragem é o processo que viabiliza lucro sem risco adicional, tirando-se vantagem de diferentes preços para o mesmo ativo. Como ganhos com arbitragem são, por definição, sem risco, todos os investidores têm um incentivo para tirar vantagem quando esta possibilidade de lucro é vislumbrada. Porém, com a compra e venda de ativos, a arbitragem tende a desaparecer.

De acordo com o APT, um investidor explora a possibilidade de formar uma carteira com arbitragem de forma a aumentar o retorno esperado do investimento sem aumentar seu risco. Segundo Sharpe *et al.* (1999, p. 284), a possibilidade de arbitragem em uma carteira ocorre quando:

- a) a carteira não exige recursos adicionais àqueles já poupados pelo investidor;
- b) a carteira não é sensível a nenhum fator de risco. Vale lembrar que estes fatores de risco tendem a ser eliminados em carteiras diversificadas.

Portanto, segundo o APT, uma carteira bem diversificada é livre de risco e por isso deve proporcionar uma taxa de retorno igual a do ativo livre de risco. Se isso não ocorre, há possibilidade de arbitragem.

De acordo com Ross (1976, p. 343), ao utilizar o princípio de arbitragem, o APT viabiliza a precificação de ativos tanto em situações de equilíbrio quanto em momentos de desequilíbrio do mercado³. Ainda, diferentemente de Markowitz (1952) e Sharpe (1964), Ross (1976) não considera que a carteira de mercado desempenhe uma questão central no modelo de apreçamento de ativos.

2.9 Compreendendo o APT

A equação 2.67a representa o APT calculando o prêmio de um determinado ativo. Todavia, este modelo também pode ser expresso em forma de retornos esperados (ELTON *et al.*, 2004, p. 318):

³ Esta é uma das principais diferenças do APT em relação ao CAPM. Vale lembrar que uma das premissas do CAPM é o equilíbrio de mercado.

$$\tilde{E}_i = E(\tilde{R}_i) + \tilde{F}_1 b_{i1} + \tilde{F}_2 b_{i2} + \dots + \tilde{F}_j b_{ij} + \tilde{\varepsilon}_i \quad (2.67 \text{ b})$$

onde,

$\tilde{R}_i$: taxa aleatória de retorno do ativo i ;

$E(\tilde{R}_i)$: taxa de retorno do ativo i caso todos os fatores macroeconômicos apresentem valor igual a zero;

b_{ij} : sensibilidade do retorno do ativo i ao fator macroeconômico j , ou fator de risco;

$\tilde{F}_j$: valor do fator macroeconômico j com influência sobre o retorno do ativo i ;

$\tilde{\varepsilon}_i$: componente de incerteza de $\tilde{R}_i$, denominado de erro aleatório, com média igual a zero e variância igual a $\sigma_{\varepsilon i}^2$.

De acordo com as expressões 2.67a e 2.67b, o retorno de um ativo é influenciado por duas fontes de risco: (i) risco sistêmico: não-diversificável e não-controlável pela empresa decorrente de fatores macroeconômicos; e (ii) risco próprio: componente de erro aleatório, $\tilde{\varepsilon}_i$, advindo de características próprias da empresa e do negócio. Assim como no CAPM, no APT a diversificação tende a eliminar o risco próprio, não devendo, portanto, ser levado em consideração no apreçamento de ativos.

O APT, diferentemente do CAPM, não se baseia na premissa de que os investidores avaliam as oportunidades de investimento levando em consideração apenas média e variância, não delimita que a carteira de mercado seja eficiente e nem que os investidores poupem nesta carteira. As premissas centrais do APT são:

- a) os investidores têm expectativas homogêneas em relação aos fatores de risco que influenciam os retornos dos ativos (ROSS, 1976, p. 351);
- b) o mercado é perfeito, e por isso não apresenta distorções como custos transacionais e custos para se obter informação;
- c) o risco próprio dos ativos é independente dos fatores de risco macroeconômicos (ELTON *et al.*, 2004, p. 318);
- d) em condições de equilíbrio de mercado, não há possibilidade de arbitragem sem que sejam incorridos riscos adicionais;

e) o risco próprio dos ativos é eliminado pela diversificação.

Um dos princípios do APT é que, a partir de uma carteira qualquer de ativos, é possível construir uma carteira de arbitragem com apenas a realocação dos recursos investidos. Esta seria criada vendendo-se alguns ativos da carteira inicial, e seriam utilizados os recursos da venda na compra de outros ativos. Sendo w_i o total investido em um ativo i , como um percentual do capital total aplicado pelo investidor, na elaboração de uma carteira com arbitragem não ocorreria alteração da riqueza total investida.

$$\sum_{i=1}^n w_i = 0 \quad (2.68)$$

Se houver n ativos na carteira de arbitragem, o retorno adicional obtido é dado por:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_p &= \sum_{i=1}^n w_i \tilde{R}_i \text{ ou} \\ R_p &= \sum_i w_i E(\tilde{R}_i) + \sum_i w_i \tilde{F}_1 b_{i1} + \dots + \sum_i w_i \tilde{F}_k b_{ik} + \sum_i w_i \tilde{\varepsilon}_i \end{aligned} \quad (2.69)$$

Para se obter uma carteira sem risco é necessário eliminar tanto o risco não-sistêmico como o próprio. Isso pode ocorrer contemplando-se três condições:

- I) selecionando-se pequenas alterações do investimento w_i ;
- II) diversificando-se a carteira com um grande número de ativos n ;
- III) escolhendo-se mudanças, w_i , de forma que para cada fator j , a soma ponderada dos componentes de risco sistêmico, b_j , seja igual a zero.

Essas condições são representadas a seguir:

- a) $w_i \approx \frac{1}{n}$;
- b) n é igual a um número grande;
- c) $\sum_i w_i b_{ij} = 0$ para cada fator.

Como o componente de erro aleatório, $\tilde{\varepsilon}_i$, é independente, a lei dos grandes números garante que a média ponderada de todos eles tenderá a zero conforme o número de ativos da carteira aumenta. Portanto, a diversificação elimina o último termo da expressão 2.69, resultando na seguinte equação:

$$\tilde{R}_p = \sum_i w_i E(\tilde{R}_i) + \sum_i w_i \tilde{F}_1 b_{i1} + \dots + \sum_i w_i \tilde{F}_j b_{ij} \quad (2.70)$$

Ainda, como a média ponderada dos componentes de risco sistêmico de cada fator é igual a zero, $\sum_i w_i b_{ij} = 0$, o risco sistêmico também é eliminado da equação 2.69. Isto pode ser considerado como a seleção de uma carteira de arbitragem com beta zero de cada fator. Logo, o retorno de uma carteira de arbitragem torna-se uma constante porque a condição imposta para os componentes de risco sistêmico elimina toda incerteza. Assim, a expressão 2.69 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\tilde{R}_p = \sum_i w_i E(\tilde{R}_i) \quad (2.71)$$

Se o retorno da carteira de arbitragem não fosse zero, seria possível auferir uma taxa infinita de retorno sem exigência de mais capital e risco. Obviamente, esta oportunidade é impossível em condições de equilíbrio de mercado. Portanto, os retornos de carteiras de arbitragem devem ser iguais a zero, sendo expresso da seguinte maneira:

$$\tilde{R}_p = \sum_i w_i E(\tilde{R}_i) = 0 \quad (2.72)$$

Como b_{ij} é o termo que expressa a sensibilidade do retorno do ativo i ao fator j , na existência de um ativo livre de risco, R_f , o termo b_{ij} deve ser igual a zero e a remuneração da carteira de arbitragem deve ser igual à taxa de retorno do ativo livre de risco da economia. Escrevendo-se a equação 2.70 na forma de prêmio sobre o ativo livre de risco, tem-se:

$$E(\tilde{R}_i) - R_f = (\bar{\delta}_1 - R_f) b_{i1} + \dots + (\bar{\delta}_j - R_f) b_{ij} \quad (2.73)$$

onde,

b_{ij} : sensibilidade do retorno do ativo i ao fator j ;

$\bar{\delta}_j$: retorno esperado do fator j ;

$\bar{\delta}_j - R_f$: prêmio pela exposição ao fator j .

O modelo de fatores subjacente ao APT pode ser também aplicado ao CAPM para demonstrar uma relação entre os dois modelos de apreçamento de ativos (LUENBERGER, 1998, p. 211).

Um modelo de um fator é dado pela seguinte expressão:

$$\tilde{R}_i = R_f + \tilde{F}_1 b_{i1} + \tilde{\varepsilon}_i \quad (2.74)$$

A covariância do ativo i com a carteira de mercado é dada por:

$$\text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{R}_i) = \text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{F}_1) b_{i1} + \text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{\varepsilon}_i) \quad (2.75)$$

onde,

$\text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{R}_i)$: covariância entre o retorno de mercado e o retorno do ativo i ;

$\text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{F}_1)$: covariância entre o retorno de mercado e o fator 1;

$\text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{\varepsilon}_i)$: covariância entre o retorno de mercado e o erro aleatório $\tilde{\varepsilon}_i$.

Segundo o CAPM, a carteira de mercado representa uma carteira bem diversificada. Sendo assim, o componente de erro aleatório, $\tilde{\varepsilon}_i$, é nulo. Logo, o termo $\text{cov}(\tilde{R}_m, \tilde{\varepsilon}_i)$ da expressão 2.75 também é igual a zero, fazendo com que ela possa ser reescrita da seguinte forma:

$$\beta_i = b_{i1} \beta_{F_1} \quad (2.76)$$

onde,

β_i : beta do ativo i ;

β_{F_1} : beta do fator 1;

b_{i1} : sensibilidade do retorno do ativo i ao fator 1;

$$\beta_{F_1} = \frac{\sigma_{m,F_1}}{\sigma_m^2}.$$

De acordo com a equação 2.76, pode-se afirmar que o CAPM é um caso específico do APT, no qual todo risco sistêmico é captado pela carteira de mercado. Todavia, o APT é um modelo mais amplo que o CAPM uma vez que:

- a) não assume a premissa de que os retornos têm distribuição normal (ROSS, 1976, p. 343);
- b) não utiliza a carteira de mercado como uma questão essencial para o desenvolvimento do modelo;
- c) assume a premissa de que o princípio de arbitragem extingue qualquer distorção de preços em um mercado racional, mantendo o equilíbrio de mercado. Já o CAPM se baseia na teoria da utilidade e no princípio de aversão ao risco para o desenvolvimento da relação risco e retorno (HEARTH; ZAIMA, 2004, p. 564).

De acordo com Ross *et al.* (2007, p. 251), como podem existir diversos fatores de riscos presentes no apreçamento de um ativo, o APT permite medir retornos esperados mais precisamente que o CAPM. Entretanto, não é uma tarefa fácil determinar quais são os fatores apropriados.

2.10 Modelo de três fatores

Desde que Sharpe (1964) formulou o CAPM, muitos pesquisadores procuraram validar empiricamente o modelo em diversos mercados acionários. Alguns destes trabalhos, que serão discutidos a seguir, evidenciaram que algumas variáveis que não são consideradas pelo CAPM têm papel importante na explicação do retorno dos ativos. Essas variáveis são chamadas de anomalias (FAMA; FRENCH, 1996, p. 55). Fama e French (1993), baseados em trabalhos realizados anteriormente, dentre eles os de Reinganum (1981), Breeden (1979), Banz (1981), Basu (1983), Rosenberg *et al.* (1985), Bhandari (1988), Breeden *et al.* (1989), Chan e Chen (1991) e Fama e French (1992), propuseram um modelo de três fatores que, de acordo com os autores, explica significativamente os retornos dos ativos. Os três fatores são: (i) risco de mercado, também utilizado no modelo definido por Sharpe (1964); (ii) tamanho da

empresa; e (iii) índice *book-to-market* (B/M), ou a relação entre o valor contábil e o valor de mercado das ações ordinárias da empresa (FAMA; FRENCH, 1993, p. 3).

Fama e French (1993) estimaram o prêmio por fator de risco, analisando o efeito dos fatores sobre o retorno das ações. Ainda, os autores analisaram o retorno de carteiras compostas por diferentes ações e não somente o retorno de cada ação.

- Estimação do prêmio de cada fator e da sua influência sobre o retorno das carteiras.

Em junho de cada ano t , de 1963 a 1991, todas as empresas com ações listadas na *New York Stock Exchange* (NYSE), na *American Stock Exchange* (Amex) e, a partir de 1972, na *Association of Securities Dealers Automated Quotations* (NASDAQ) foram ranqueadas de acordo com seu tamanho (valor de mercado de suas ações ordinárias multiplicado pelo número de ações ordinárias). A mediana calculada para as empresas da NYSE foi utilizada para dividir as ações das três bolsas em dois grupos, S e B (*Small* e *Big*, respectivamente).

Para o mesmo mês, também foram agrupadas as ações das empresas das três Bolsas em três grupos de acordo com o índice B/M: (i) 30% inferior (*Low*); 40% (ii) médio (*Medium*); e (iii) 30% superior (*High*). O índice foi calculado considerando a divisão do valor contábil do patrimônio líquido em dezembro do ano anterior ($t-1$) pelo valor de mercado do patrimônio líquido na mesma data. Empresas com patrimônio líquido contábil negativo em dezembro de $t-1$ e junho de t não foram consideradas na amostra. Ainda, apenas empresas com ações ordinárias listadas nas Bolsas, em $t-1$ e t , foram incluídas na amostra.

Em junho de cada ano t , foram construídas seis carteiras resultantes da intersecção dos dois segmentos da variável de valor de mercado e dos três grupos da variável B/M. As seis carteiras são:

- I) S/L (*small e low*): ações de empresas com valor de mercado e índice B/M baixos;
- II) S/M (*small e medium*): ações de empresas com baixo valor de mercado e índice B/M médio;
- III) S/H (*small e high*): ações de empresas com baixo valor de mercado e índice B/M alto;
- IV) B/L (*big e low*): ações de empresas com alto valor de mercado e índice B/M baixo;

- V) B/M (*big e medium*): ações de empresas com alto valor de mercado e índice B/M médio;
- VI) B/H (*big e high*): ações de empresas com valor de mercado e índice B/M altos.

Foram calculados os retornos ponderados mensais para as seis carteiras, de julho do ano t até junho do ano $t+1$. A ponderação era o valor de mercado da ação dividido pelo valor de mercado da carteira. As carteiras foram reagrupadas em junho de $t+1$.

Por sua vez, o fator de risco tamanho (SMB – *small minus big*) foi calculado mensalmente como a diferença da média aritmética dos retornos das três carteiras S e da média aritmética dos retornos das três carteiras B .

Já o fator de risco B/M (HML – *high minus low*) foi definido de forma similar ao SMB. O fator HML foi obtido mensalmente como a diferença da média aritmética dos retornos das duas carteiras H e a média aritmética dos retornos das duas carteiras L .

Por fim, o fator de risco de mercado foi calculado como a diferença entre o retorno da carteira de mercado e o retorno do ativo livre de risco, que em Fama e French (1993) foi considerado como a taxa de remuneração do título do governo norte-americano com prazo de um mês.

Os prêmios pelos fatores de risco eram utilizados como variáveis independentes nas regressões de séries temporais. Para as variáveis dependentes foram formadas novas carteiras, também no mês de junho de cada ano t .

De acordo com Fama e French (1993, p. 10), foram construídas 25 novas carteiras da seguinte maneira:

- Em junho de cada ano t , as ações eram ordenadas de acordo com o valor de mercado de junho das empresas. Em seguida, este conjunto de empresas era dividido em cinco quintis, gerando, portanto, cinco carteiras com empresas que apresentavam diferentes valores de mercado.
- Também em junho de cada ano t , as ações eram ordenadas de acordo com o índice B/M das empresas. O índice era calculado tomando as informações contábeis e de mercado referentes ao valor do patrimônio líquido em dezembro de $t-1$. Após a ordenação, o

conjunto de empresas era dividido em cinco quintis, resultando em cinco grupos de empresas com diferentes graus do índice B/M.

- Após as duas ordenações anteriores, eram formadas 25 carteiras, resultantes da intersecção dos quintis de valor de mercado e do índice B/M.
- Os retornos em excesso à taxa livre de risco das 25 carteiras, de julho de 1963 a dezembro de 1991, eram utilizados como variáveis dependentes na regressão linear de série temporal.
- As 25 carteiras eram revistas em junho de cada ano t , repetindo-se todas as etapas citadas.

Fama e French (1993, p. 12) verificaram que:

Apesar dos quintis das carteiras de ações com menor valor de mercado englobarem o maior número de empresas, elas são responsáveis por menos de 0,70% do valor total de mercado de todas as empresas da amostra. Por outro lado, as carteiras de empresas com maior valor de mercado apresentam um número menor de instituições, mas responsáveis por uma parcela mais relevante do valor total de mercado, igual a 74%.

A Tabela 1 apresenta a média simples do excesso de retorno mensal de cada uma das 25 carteiras no período de 1963 a 1991:

Tabela 1 – Retorno mensal em excesso e desvio padrão das 25 carteiras

Tamanho* (quintil)	Índice B/M (quintil)									
	Baixo	2	3	4	Alto	Baixo	2	3	4	Alto
	Excesso de retorno médio mensal					Desvio padrão mensal				
Pequeno	0,39	0,70	0,79	0,88	1,01	7,76	6,84	6,29	5,99	6,27
2	0,44	0,71	0,85	0,84	1,02	7,28	6,42	5,85	5,33	6,06
3	0,43	0,66	0,68	0,81	0,97	6,71	5,71	5,27	4,92	5,69
4	0,48	0,35	0,57	0,77	1,05	5,97	5,44	5,03	4,95	5,75
Grande	0,40	0,36	0,32	0,56	0,59	4,95	4,70	4,38	4,27	4,85

* Equivalente à variável valor de mercado.

Fonte: FAMA; FRENCH; 1993, p. 15.

A Tabela 1 confirma os resultados encontrados por Fama e French (1992), estudo que demonstrou que há uma relação negativa entre tamanho e retorno médio e uma relação positiva entre o índice B/M e o retorno médio das ações.

O prêmio médio mensal de mercado é igual à média simples do prêmio de mercado no período analisado. A partir da identificação do prêmio médio mensal, subtração entre o

excesso de retorno da carteira de menor e de maior quintil (SMB – *small minus big*), e calculando-se uma média simples dos diversos prêmios observados, mediu-se o prêmio médio para a variável Tamanho. De forma análoga, o prêmio médio para a variável B/M também foi calculado.

Fama e French (1993, p. 13) encontraram um prêmio de mercado igual a 0,43% por mês de 1963 a 1991. O prêmio mensal médio pelo fator SMB e do fator do índice B/M (HML) foram de 0,27 e 0,40% por mês, respectivamente.

A fim de validar o modelo, os autores testaram a influência de cada um dos fatores de risco, isoladamente primeiro e depois em conjunto, sobre o retorno das ações.

- a) Fator de risco mercado: somente uma das 25 carteiras apresentou R^2 superior a 0,9. As empresas com pequeno valor de mercado e alto índice B/M apresentaram entre 0,8 e 0,7. Estas são as carteiras que os fatores SMB e HML possivelmente demonstraram maior influência.
- b) Fator de risco Tamanho (SMB) e índice (HML): na ausência da carteira de mercado, SMB e HML capturam substancialmente a variação dos retornos das ações, de forma que 20 carteiras apresentaram R^2 acima de 0,2, sendo oito superiores a 0,5. Todavia, o fator de risco de mercado aparentou maior influência sobre as variações das carteiras de maior Tamanho.
- c) Fator de risco Mercado, Tamanho (SMB) e B/M (HML): utilizando a estatística R^2 para análise, descobriu-se que os três fatores de risco captaram a maior parte das variações dos retornos de cada uma das 25 carteiras. Portanto, este modelo mostrou-se superior aos dois apresentados anteriormente.

Em seu modelo fatorial e de arbitragem, Ross (1976) propôs que se os fatores de risco explicam suficientemente o prêmio do ativo, ou da variável dependente, e são comuns aos investidores, o intercepto da regressão linear multifatorial entre o prêmio da variável dependente e o prêmio dos fatores de risco é estatisticamente igual a zero. Por sua vez, o resíduo da regressão deve ser aleatório e não-correlacionado com as variáveis independentes. Fama e French (1993, p. 35) testaram o intercepto das regressões entre o retorno líquido das ações, como variável dependente, tendo como variáveis independentes: (i) o prêmio pelo risco

de mercado; (ii) o prêmio pelos fatores SMB e HML; e (iii) o prêmio pelo risco de mercado, do fator SMB e do fator HML.

O teste do intercepto da regressão que considerava os três fatores de risco está apresentado na Tabela 2:

Tabela 2 – Interceptos das regressões: de julho de 1963 a dezembro de 1991, 342 meses

$$R_{C_t} - R_{f_t} = a + b(R_{m_t} - R_{f_t}) + s(SMB_t) + h(HML_t) + \varepsilon_t$$

Tamanho (quintil)	Índice B/M (quintil)									
	Baixo	2	3	4	Alto	Baixo	2	3	4	Alto
	Excesso de retorno médio mensal					Desvio padrão mensal				
Pequeno	-0,34	-0,12	-0,05	0,01	0,00	-3,16	-1,47	-0,73	0,22	0,14
2	-0,11	-0,01	0,08	0,03	0,02	-1,24	-0,20	1,04	0,51	0,34
3	-0,11	0,04	-0,04	0,05	0,05	-1,42	0,47	-0,47	0,71	0,56
4	0,09	-0,22	-0,08	0,03	0,13	1,07	-2,65	-0,99	0,33	1,24
Grande	0,21	-0,05	-0,13	-0,05	-0,16	3,27	-0,67	-1,46	-0,69	-1,41

Fonte: FAMA; FRENCH; 1993, p. 37.

Fama e French (1993, p. 38), de acordo com a Tabela 2, encontraram que apenas três dos 25 interceptos eram diferentes de zero em mais de 0,2% por mês, e 16 carteiras apresentaram interceptos entre 0,1% e zero. Segundo os autores, o fato dos interceptos estarem próximos de zero denota que os fatores de risco de mercado, SMB e HML absorvem a variação temporal dos ativos. Portanto, os três fatores de risco se mostraram relevantes para explicar a variação do retorno das carteiras.

Quanto aos resíduos das regressões, eles se mostraram aleatoriamente distribuídos ao longo do tempo e sem correlação com os três fatores de risco (FAMA; FRENCH, 1993, p. 43).

Os autores indicam que o modelo de três fatores pode ser usado em situações que sejam necessárias estimativas do retorno esperado de ativo, entre elas:

- seleção de carteiras;
- avaliação da performance de carteiras;
- mensuração de retornos anormais em estudo de evento;
- estimação do custo de capital.

3 TESTES EMPÍRICOS DO CAPM ESTÁTICO

A fim de validar o CAPM uniperiódico estático de Sharpe (1964) e outros modelos variantes deste, muitos estudos foram realizados na academia. Alguns destes trabalhos e seus autores estão descritos a seguir.

3.1 Estudo de Douglas (1969)

Douglas (1969) buscou validar a hipótese de que não havia outros fatores de risco, além do beta, que contribuía sistematicamente para o retorno das ações. Para o teste, o autor utilizou retornos anuais e trimestrais das ações listadas na NYSE, no período de 1947 a 1963.

Para testar o CAPM, Douglas (1969) utilizou o seguinte modelo de regressão:

$$\bar{R}_i = \gamma_0 + \gamma_1 s(R_i) + \gamma_2 s^2(R_i) + \tilde{\eta}_i \quad (3.1)$$

onde,

$\bar{R}_i$: retorno anual/trimestral médio do ativo i ;

$s(R_i)$: desvio padrão dos retornos do ativo i ;

$s^2(R_i)$: variância do ativo i ;

$\tilde{\eta}_i$: resíduo da regressão.

Primeiramente, Douglas (1969, p. 5) determinou o retorno anual e trimestral médio para cada ação, assim como a variância e o desvio padrão com base na distribuição dos retornos. Em seguida, o autor executou a regressão entre os retornos médios de cada ação e as variáveis explicativas do modelo, ou seja, o desvio padrão e a variância, respectivamente.

A hipótese proposta no estudo era de que os coeficientes das variáveis explicativas deveriam ser estatisticamente iguais a zero caso o CAPM fosse válido. Todavia, os resultados mostraram que os coeficientes e a estatística t do desvio padrão e da variância eram

significantes, o que fez com que o autor negasse a hipótese. Douglas (1969, p. 18) concluiu que os investidores não possuíam carteiras eficientes e que pagavam prêmios por riscos que não contribuíam para o risco da carteira de mercado.

3.2 Estudo de Black, Jensen e Scholes (1972)

Black *et al.* (1972), utilizando uma amostra composta pelas ações listadas na NYSE durante o período de março de 1926 a março de 1966, buscaram realizar testes adicionais ao CAPM. Procurando reduzir os erros de estimativa dos betas individuais de cada ação, os autores utilizaram o método de carteira para obter os parâmetros da seguinte regressão seccional mensal realizada (BLACK *et al.*, p. 6):

$$\tilde{R}_j = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\beta}_j + \tilde{\varepsilon}_j \quad (3.2)$$

onde,

$\tilde{R}_j$: retorno da carteira i ;

γ_0 : intercepto da regressão;

γ_1 : prêmio pelo risco de mercado;

$\hat{\beta}_j$: estimativa do beta da carteira i ;

$\tilde{\varepsilon}_j$: ruído da regressão.

Os ativos foram agrupados em 10 carteiras formadas de acordo com os betas históricos individuais. Ainda, os betas das carteiras foram calculados ponderando-se os betas das ações estimados em um intervalo de tempo posterior ao da formação das carteiras.

Para averiguar a validade do CAPM e da expressão 3.2, foram testadas as seguintes hipóteses:

- H_1 : γ_0 é igual ao retorno da taxa livre de risco;
- H_2 : γ_1 é igual ao prêmio de mercado.

De acordo com os resultados das regressões, γ_0 era estatisticamente diferente do retorno do ativo livre de risco e γ_1 era superior ao prêmio de mercado estimado pelo CAPM. Black *et al.* (1972, p. 46) argumentaram que os resultados podem ser explicados de duas formas: (i) existência de erros de especificação e medição advindos do uso da *proxy* da carteira de mercado ao invés da carteira real de mercado; e (ii) existência de diferentes taxas livres de risco que faz com que a taxa livre de risco real seja diferente da estimada pelo modelo de regressão.

Logo, as conclusões dos autores validavam o CAPM.

3.3 Estudo de Fama e MacBeth (1973)

Fama e MacBeth (1973), utilizando os retornos mensais das ações listadas na NYSE durante o período de janeiro de 1926 a junho de 1968, testaram as premissas do CAPM. Conforme explicitado no Capítulo 2, o retorno de um ativo é dado por:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + [E(\tilde{R}_m) - R_f] \beta_i \quad (3.3)$$

onde,

$E(\tilde{R}_i)$: retorno esperado do ativo i ;

R_f : retorno do ativo livre de risco;

β_i : sensibilidade dos retornos do ativo i em relação aos retornos da carteira de mercado ou fator de risco;

$E(\tilde{R}_m)$: retorno esperado da carteira de mercado.

A equação 3.3 apresenta três hipóteses subjacentes que foram testadas por Fama e MacBeth (1973, p. 610):

- C1: A relação entre o retorno esperado de um ativo, $E(\tilde{R}_i)$, e seu risco, β_i , em qualquer proporção eficiente m , é linear.

- C2: O beta é uma medida completa do risco de um ativo i em uma carteira eficiente, sendo que nenhuma outra medida de risco aparece na equação 3.3.
- C3: Em um mercado composto por investidores com aversão ao risco, riscos superiores devem estar associados a maiores retornos esperados, ou seja, $E(\tilde{R}_m) - R_f > 0$.

De acordo com os autores:

Se as hipóteses C1 e C2 não fossem verdadeiras, os retornos de mercado não refletiriam as tentativas dos investidores de manterem carteiras eficientes: alguns ativos são sistematicamente sub ou superavaliados relativamente aos valores esperados pela equação de risco-retorno do CAPM (FAMA; MACBETH, 1973, p. 610).

A equação 3.3 está expressa em termos de retornos esperados. Entretanto, Fama e MacBeth (1973, p. 611) afirmaram que as implicações do modelo necessitam ser testadas com dados de retornos periódicos de ações e carteiras observáveis. Para isso, a expressão 3.3 foi generalizada para:

$$\tilde{R}_{it} = \tilde{\gamma}_{0t} + \tilde{\gamma}_{1t}\beta_i + \tilde{\gamma}_{2t}\beta_i^2 + \tilde{\gamma}_{3t}s_i + \tilde{\eta}_{it} \quad (3.4)$$

onde,

$\tilde{R}_{it}$: retorno esperado do ativo i ;

β_i : sensibilidade dos retornos do ativo i em relação aos retornos da carteira de mercado ou fator de risco relativo à carteira de mercado;

β_i^2 : sensibilidade não-linear dos retornos do ativo i aos retornos da carteira de mercado;

s_i : sensibilidade dos retornos do ativo i a riscos não-sistêmicos;

$\tilde{\eta}_{it}$: resíduo do modelo.

Sobre o modelo, Fama e MacBeth (1973, p. 611) comentaram: (i) a notação t refere-se ao período t , de forma que $\tilde{R}_{it}$ representa o retorno percentual do ativo i no período de $t-1$ a t ; (ii) $\tilde{\gamma}_{0t}$ e $\tilde{\gamma}_{1t}$ podem variar estocasticamente entre períodos; e (iii) pela hipótese C3, o valor esperado do prêmio de risco, $\tilde{\gamma}_{1t}$, é positivo e $E(\tilde{R}_{0t}) > 0$.

A variável β_i^2 foi incluída na equação 3.4 para se testar a linearidade atestada pela condição C1. Portanto, a hipótese de C1 é de que $E(\tilde{\gamma}_{2t})=0$, mesmo $\tilde{\gamma}_{2t}$ podendo variar estocasticamente entre diferentes períodos. Por sua vez, o termo s_i foi incorporado ao modelo para representar uma medida de risco do ativo i que não é deterministicamente relacionado a β_i . A hipótese da condição C2 é de que $E(\tilde{\gamma}_{3t})=0$, sendo que $\tilde{\gamma}_{3t}$ pode variar entre períodos. Por fim, assumiu-se que $\tilde{\eta}_{it}$ tinha média igual a zero e era independente em relação às demais variáveis do modelo.

Fama e MacBeth (1973, p. 613), através da equação 3.4, resumem as três hipóteses apresentadas anteriormente:

- C1: linearidade da relação risco-retorno – $E(\tilde{\gamma}_{2t})=0$;
- C2: beta capta todos os efeitos de variação dos retornos – $E(\tilde{\gamma}_{3t})=0$;
- C3: maiores riscos estão associados a maiores retornos esperados – $E(\tilde{\gamma}_{1t})=E(\tilde{R}_{mt}) - E(\tilde{R}_{0t}) > 0$.

Visando reduzir a perda de informação, Fama e MacBeth (1973, p. 615) utilizaram o método da carteira para estudar a relação risco-retorno. Esse método considera carteiras compostas por diversos ativos, e não o comportamento dos parâmetros de ativos individuais. Logo, substituindo-se ações individuais por carteiras na expressão 3.4, obtém-se:

$$R_{p,t} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t}\hat{\beta}_{p,t-1} + \hat{\gamma}_{2t}\hat{\beta}_{p,t-1}^2 + \hat{\gamma}_{3t}\bar{s}_{p,t-1}(\tilde{\varepsilon}_i) + \tilde{\eta}_{p,t} \quad (3.5)$$

onde,

$R_{p,t}$: retorno esperado da carteira p no período t ;

$\hat{\beta}_{p,t-1}$: média do parâmetro $\hat{\beta}_i$ das ações da carteira p ;

$\hat{\beta}_{p,t-1}^2$: média do quadrado do parâmetro $\hat{\beta}_i$ das ações da carteira p ;

$\bar{s}_{p,t-1}(\tilde{\varepsilon}_i)$: média do parâmetro s_i das ações da carteira p ;

$\tilde{\eta}_{p,t}$: resíduo do modelo.

Para a construção das carteiras e para testarem as hipóteses propostas, Fama e MacBeth (1973, p. 615) executaram as seguintes etapas:

- Formação de 20 carteiras: utilizando-se quatro anos de dados de retorno mensal de todas as ações listadas na NYSE, os betas destas ações eram estimados. Em seguida, as ações eram ranqueadas de acordo com seu respectivo beta, sendo agrupadas em 20 carteiras.
- Determinação do beta de cada carteira: os cinco anos subsequentes de dados, de 1930 a 1934, eram utilizados para recalculer o beta de cada uma das ações, $\hat{\beta}_i$, das vinte carteiras. Conforme Blume (1970, p. 153), ponderando-se igualmente o beta das ações, originava-se o beta da carteira $\hat{\beta}_{p,t-1}$.
- Determinação dos demais fatores de risco: a medida de risco não-sistêmico utilizada foi o desvio padrão dos resíduos da equação do CAPM, $\hat{s}_i = \sigma(\tilde{\varepsilon}_i)$.
- Cálculo do retorno mensal das carteiras no período t : para cada mês dos quatro anos seguintes, t , estimou-se o retorno mensal médio de cada carteira p – média do retorno mensal observado das ações que compunham a carteira. Os fatores de risco, $\hat{\beta}_{p,t-1}$, $\hat{\beta}_{p,t-1}^2$ e $\bar{s}_{p,t-1}(\tilde{\varepsilon}_i)$, foram determinados com base nos dados de retornos mensais das ações no período $t-1$.
- Estimação dos coeficientes da regressão: executou-se, para cada mês, a regressão entre os retornos mensais das carteiras e os fatores de risco da equação 3.5, gerando-se, portanto, os coeficientes da regressão, $\hat{\gamma}_{0t}$, $\hat{\gamma}_{1t}$, $\hat{\gamma}_{2t}$ e $\hat{\gamma}_{3t}$. Os resultados – a série temporal de valores mensais dos coeficientes para cada período de quatro anos – serviam de insumo para o teste das três hipóteses citadas.

Os nove períodos de formação, estimação e teste das carteiras são indicados na tabela a seguir:

Tabela 3 – Período de formação, estimação e teste das carteiras

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Período de formação	1926-29	1927-33	1931-37	1935-41	1939-45	1943-49	1947-53	1951-57	1955-61
Período de estimação	1930-34	1934-38	1938-42	1942-46	1946-50	1950-54	1954-58	1958-62	1962-66
Período de teste	1935-38	1939-42	1943-46	1947-50	1951-54	1955-58	1959-62	1963-66	1967-68
Número de ações listadas na NYSE	710	779	804	908	1.011	1.053	1.065	1.161	1.261

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de ações utilizadas nos testes	435	576	607	704	751	802	856	858	845

Fonte: FAMA; MACBETH; 1973, p. 618.

As três hipóteses foram testadas para 10 períodos: (i) período total compreendido entre 1935 e 1968; (ii) três subperíodos, 1935-1945, 1946-1955 e 1956-1968; e (iii) seis subperíodos que, exceto o primeiro e o último, compreendiam cinco anos cada, entre 1930 e 1960.

Tendo como *input* a série temporal de coeficientes dos fatores de risco explicados anteriormente e a estatística R^2 mensal, e como *output* a média e o desvio padrão da série temporal mensal de cada coeficiente, nenhuma das três hipóteses formuladas foram rejeitadas (FAMA; MACBETH, 1973, p. 619).

Outras três versões da equação 3.5 de risco e retorno foram aplicadas para cada um dos períodos, sendo elas:

1. $R_{p,t} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t} \hat{\beta}_{p,t-1} + \tilde{\eta}_{p,t};$
2. $R_{p,t} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t} \hat{\beta}_{p,t-1} + \hat{\gamma}_{2t} \hat{\beta}_{p,t-1}^2 + \tilde{\eta}_{p,t};$
3. $R_{p,t} = \hat{\gamma}_{0t} + \hat{\gamma}_{1t} \hat{\beta}_{p,t-1} + \hat{\gamma}_{3t} \bar{s}_{p,t-1} (\hat{\varepsilon}_i) + \tilde{\eta}_{p,t}.$

Mesmo com estas três versões da expressão 3.5, que suprimiam uma ou mais das variáveis independentes da expressão original, os resultados dos testes não permitiram rejeitar as três hipóteses do estudo.

3.4 Estudo de Roll (1977)

Roll (1977) apresentou um trabalho que criticava os testes empíricos do CAPM, dentre eles os realizados por Black *et al.* (1972) e Fama e MacBeth (1973). Segundo o autor, dois importantes pontos deveriam ser ressaltados em relação aos testes da teoria proposta por Sharpe (1964): (i) até 1977, não existia na literatura nenhum teste correto ou que não gerasse ambiguidade; e (ii) praticamente não havia possibilidade de um teste válido ser realizado no futuro.

Algumas conclusões do trabalho de Roll (1977, p. 130) são:

- Existência de apenas uma hipótese associada ao modelo de dois fatores de Black *et al.* (1972) que poderia ser testada: a carteira de mercado era eficiente, de acordo com as definições de Sharpe (1964).
- Todas as outras implicações do modelo, como a relação linear entre o retorno esperado e o beta, não poderiam ser testadas de forma independente. Seria necessário obter previamente a carteira eficiente de mercado para testá-las.
- Existiria sempre um número infinito de carteiras eficientes *ex-post* em qualquer amostra de retornos individuais. Para cada uma destas carteiras, os betas calculados seriam linearmente relacionados aos retornos médios individuais dos ativos da amostra.
- A teoria de Sharpe (1964) não poderia ser testada a menos que fosse conhecida a composição exata da verdadeira carteira de mercado. Ou seja, a teoria só seria passível de testes caso todos os ativos de uma economia fossem incluídos na carteira de mercado.
- A utilização de uma *proxy* para a carteira de mercado resultaria em dois pontos negativos. Primeiro, a *proxy* por si só poderia ser uma carteira eficiente. Segundo, a maior parte das *proxies* seriam altamente correlacionadas entre elas e também com a carteira real de mercado, sendo as primeiras eficientes ou não. Esta alta correlação faria com que a composição real da carteira de mercado fosse irrelevante, podendo o pesquisador realizar inferências e conclusões errôneas.

Este artigo impulsionou outros estudos que procuraram invalidar o CAPM e a relevância do beta na explicação dos retornos de ativos. Alguns destes trabalhos são apresentados a seguir.

3.5 Estudo de Banz (1981)

Banz (1981), utilizando como base os trabalhos de Basu (1977), Ball (1978) e Litzenberger e Ramaswamy (1979), estudou o efeito tamanho no modelo CAPM. Com uma amostra composta por todas as ações ordinárias da NYSE, no período de 1926 a 1975, o autor analisou a relação entre retorno e os fatores de risco beta e tamanho por meio da seguinte expressão:

$$\bar{R}_{p,t} = \hat{\gamma}_{0,t} + \hat{\gamma}_{1,t}\hat{\beta}_{p,t} + \hat{\gamma}_{2,t}\left(\frac{\phi_{p,t} - \phi_{m,t}}{\phi_{m,t}}\right) + \varepsilon_{p,t} \quad (3.6)$$

onde,

$\bar{R}_{p,t}$: retorno mensal da carteira p no período t ;

$\hat{\gamma}_{0,t}$: retorno mensal do ativo livre de risco no período t ;

$\hat{\gamma}_{1,t}$: prêmio por risco de mercado no período t ;

$\hat{\beta}_{p,t}$: sensibilidade do retorno mensal da carteira p às variações do retorno mensal da carteira de mercado no período t ;

$\hat{\gamma}_{2,t}$: prêmio por riscos decorrentes do efeito tamanho no período t ;

$\phi_{p,t}$ e $\phi_{m,t}$: valor de mercado da carteira p e o valor de mercado da carteira de mercado no período t , respectivamente;

$\varepsilon_{p,t}$: resíduo do modelo.

Como *proxy* da carteira de mercado, Banz (1981, p. 6) utilizou três índices, todos compostos por ações listadas na NYSE que apresentaram cotação em cinco anos no período de 1926 a 1975: (i) índice calculado como a média simples dos retornos das ações do *Center for Research on Security Prices of the University of Chicago* (CRSP); (ii) índice formado pela média ponderada pelo valor destes retornos; e (iii) índice formado pela combinação ponderada pelo valor do índice do CRSP e um índice composto por debêntures corporativas e títulos de dívida do governo norte-americano.

O procedimento de seleção e alocação das carteiras foi composto pelas seguintes etapas (BANZ, 1981, p. 7):

- Alocação das ações em uma das 25 carteiras: primeiramente, as ações foram alocadas de acordo com seu valor de mercado – a primeira carteira contendo as ações com maior valor de mercado, e assim por diante; em seguida, elas foram distribuídas em uma das cinco carteiras adicionais baseadas no fator beta.
- Estimação do beta das 25 carteiras: o beta de cada ação foi estimado com cinco anos de dados. Os cinco anos subsequentes eram a base do recálculo do retorno e do beta das

ações, sendo a ponderação destes retornos e betas correspondente ao retorno e ao beta de cada carteira. As carteiras foram atualizadas anualmente.

- Execução da regressão seccional: para cada mês do período estudado, foram executadas as regressões entre a variável dependente, o retorno da carteira, e as variáveis independentes, os fatores de risco beta e tamanho. Os coeficientes da equação 3.6 foram estimados pela média da série temporal dos coeficientes desta expressão.

Banz (1981, p. 8) observou que $\hat{\gamma}_2$ era significativo e negativo para todo o período da análise. Portanto, as ações das empresas com maior valor de mercado apresentaram, em média, menores retornos que as companhias similares.

O autor também executou a regressão entre os retornos de cada carteira e seus respectivos betas, concluindo que as menores empresas apresentavam resíduos superiores aos apresentados pelas empresas maiores.

As evidências mostraram que o CAPM estava mal especificado. Na média, pequenas empresas listadas na NYSE apresentaram retornos superiores aos das grandes empresas ao longo dos 40 anos analisados. Este efeito tamanho não se apresentou linear ao longo do tempo, mas se pronunciou de forma mais significativa na amostra das pequenas empresas. Ainda, a magnitude do coeficiente do fator de risco tamanho se alterava para cada período de 10 anos subsequentes (BANZ, 1981, p.16).

De acordo com Banz (1981, p. 17), uma possível explicação para o efeito tamanho é a insuficiência de informações disponíveis de algumas ações, uma vez que os investidores não manteriam estes ativos em carteira devido à incerteza dos parâmetros para se estimar seus respectivos riscos. Se os investidores diferissem em relação à quantidade de informação disponível, eles limitariam a diversificação de seus investimentos a diferentes conjuntos de ativos. O autor ainda cita que era provável que a quantidade de informações geradas estava relacionada ao tamanho da empresa. Portanto, muitos investidores não desejariam aplicar recursos em ações de pequenas empresas.

Desta forma, o estudo demonstra que o efeito de risco tamanho ocorre, mas que não era possível claramente determinar o porquê de sua existência.

3.6 Estudo de Reinganum (1981)

Reinganum (1981) investigou empiricamente se ações com diferentes betas estimados apresentaram sistematicamente taxas de retornos divergentes. Se o CAPM fosse válido, as variações dos betas estariam relacionadas às variações dos retornos observados. A confirmação desta hipótese daria evidências de que o beta era um importante fator no modelo de equilíbrio de Sharpe (1964). Por outro lado, a rejeição desta hipótese indicaria que o prêmio pelo risco associado ao beta seria economicamente insignificante.

Para a realização dos testes, foram utilizados os retornos diários de todas as ações listadas na NYSE e na AMEX, durante o período de 1964 a 1979. Dois intervalos de tempos foram necessários para a construção do modelo de teste do beta:

- a) Período 1 ($t-1$): estimou-se o beta individual de cada ação utilizando-se os retornos diários do ano $t-1$, e, em seguida, os ativos foram alocados em 10 carteiras – em ordem crescente de grandeza. O beta de cada carteira foi estimado através da média simples dos betas das ações que a compunham.
- b) Período 2 (ano t): estimou-se os retornos diários das ações no ano t , e através da média simples destes retornos, calculou-se o retorno de cada uma das 10 carteiras.

Três parâmetros diferentes foram utilizados como *proxy* da carteira de mercado para estimar o beta das ações: (i) média simples do retorno de todas as ações listadas no CRSP; (ii) o índice proposto por Scholes e Williams (1977, p. 310); e (iii) o índice de mercado formado pelas ações listadas na NYSE e na AMEX.

Os betas e os retornos das carteiras foram recalculados anualmente, realizando-se novamente as etapas citadas. A Tabela 4 apresenta, resumidamente, os resultados encontrados por Reinganum (1981) utilizando-se como *proxy* para a carteira de mercado o primeiro dos três referidos parâmetros.

Tabela 4 – Retorno médio diário e beta das dez carteiras

Carteira	Retorno diário médio (*1.000)	Beta estimado	Estatística t
<i>Low beta</i>	0,893	0,05	0,079
2	0,695	0,33	0,081
3	0,689	0,50	0,094
4	0,673	0,64	0,107
5	0,738	0,79	0,116
6	0,736	0,95	0,130
7	0,716	1,13	0,143
8	0,660	1,34	0,158
9	0,668	1,64	0,181
<i>High beta</i>	0,584	2,25	0,221

Fonte: REINGANUM; 1981, p. 443.

O seguinte teste de hipóteses foi realizado no estudo:

- H_0 : os retornos médios das 10 carteiras são idênticos;
- H_1 : os retornos médios das 10 carteiras não são idênticos.

A estatística t^2 de Hotelling indicou que a hipótese nula não era estatisticamente significativa, sendo, portanto, rejeitada. Segundo Reinganum (1981, p. 444), este resultado não possibilitava aceitar a hipótese de que o beta era um fator relevante para a determinação do retorno de um ativo ou carteira uma vez que o retorno diário de carteiras *low beta* se mostraram superiores na maior parte do período da análise, 16 anos, aos das carteiras *high beta*. O mesmo resultado também foi verificado utilizando-se os outros dois parâmetros como *proxy* para a carteira de mercado. Assim, o autor concluiu que o prêmio pelo risco associado aos betas não parecia ter importância econômica ou empírica para as ações negociadas na NYSE e AMEX. Ainda, outros fatores, não-identificados, influenciariam o retorno dos ativos.

3.7 Estudo de Friend e Westerfield (1981)

Em seu estudo, Friend e Westerfield (1981) testaram o CAPM alterando a *proxy* da carteira de mercado. De acordo com os autores, o uso de índices compostos somente por ações poderia ser um dos pontos de questionamento realizado por outros autores em relação ao CAPM de Sharpe, Lintner e Black.

Para construir um índice de retorno de mercado mais fidedigno, foram utilizados os índices:

- (i) da *Standard & Poors*, que representava todas as ações ordinárias dos Estados Unidos; (ii)

da *Moody's Composite* que representava todas as debêntures no período de 1947 a 1968 e, em caráter de substituição, o índice *Salomon Brothers Total Performance* no período de 1969 a 1976; e (iii) de *John Bildersee*, que representava os títulos do governo norte-americano. Os respectivos pesos de cada índice de mercado, em 1973, eram de 60, 30 e 10%, sendo variáveis ao longo do tempo e obtidos no banco de dados *Federal Reserve Board Flow of Funds*[®].

Friend e Westerfield (1981, p. 293) testaram a validade do CAPM por meio da seguinte equação:

$$\bar{R}_i = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 \hat{\beta}_i + \hat{\gamma}_2 \hat{\sigma}_i^2 \quad (3.7)$$

onde,

$\bar{R}_i$: excesso de retorno mensal médio, ou prêmio médio, da ação i sobre o retorno mensal do ativo livre de risco, neste caso, o *one-month Treasury bill*;

$\hat{\beta}_i$: média do fator de risco decorrente da sensibilidade dos retornos mensais da ação i aos retornos da carteira de mercado formada por ações, debêntures e títulos do governo norte-americano;

$\hat{\sigma}_i^2$: variância média dos retornos da ação i .

O beta foi estimado por meio da execução da regressão entre o retorno mensal da ação i e o retorno mensal do índice de mercado, utilizando-se dados de 60 meses. A regressão da equação 3.7 foi realizada para cinco períodos entre 1952 e 1976. Os resultados observados por Friend e Westerfield (1981, p. 294) são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Regressão para os retornos individuais das ações: 1952-1976					
Estimativas dos coeficientes da regressão					
Período	γ_0	γ_1	γ_2	R^2	$R_m - R_f$
1952-1956	0,006	0,0058	0,0694	0,08	0,0085
Estatística t		(8,20)	(0,80)		
1957-1961	0,0164	-0,0047	0,6645	0,06	0,0056
Estatística t		(5,30)	(6,60)		
1962-1966	0,0001	0,0024	0,8964	0,19	-0,0021
Estatística t		(2,60)	(11,60)		
1967-1971	0,0063	0,0014	0,2638	0,03	0,0021
Estatística t		(1,50)	(3,00)		
1972-1976	0,0129	-0,0029	0,0173	0,01	0,0005
Estatística t		(3,40)	(0,30)		

Fonte: FRIEND; WESTERFIELD; 1981, p. 294.

De acordo com os autores:

O resultado da regressão apresentado na Tabela 5 indica que a hipótese nula, que assume que o CAPM é verdadeiro e que os retornos realizados são uma *proxy* satisfatória para os retornos esperados, é consistente somente com as estimativas de um período, de 1952 a 1956. Em todos os outros períodos, as estimativas são inconsistentes com o CAPM uma vez que $\hat{\gamma}_1 < 0$, ou $\hat{\gamma}_1 > 0$ e $\hat{\gamma}_2 > 0$. A hipótese alternativa – que a variância é uma medida significativa de risco – é consistente com as estimativas de dois períodos, de 1962 a 1966 e de 1967 a 1971, em que $\hat{\gamma}_1 > 0$ e $\hat{\gamma}_2 > 0$. Ainda, as estimativas em outro período, de 1957 a 1961, no qual novamente $\hat{\gamma}_1 > 0$ e $\hat{\gamma}_2 > 0$, também são consistentes com a interpretação da variância como uma medida de risco. Portanto, mesmo os testes sendo realizados com ações individuais, $\hat{\sigma}_i^2$ parece mais útil que $\hat{\beta}_i$ na explicação das variações de risco observadas (FRIEND; WESTERFIELD, 1981, p.295).

Assim como em outros estudos, os autores também realizaram um segundo teste utilizando o método da carteira para os mesmos cinco períodos mostrados na Tabela 5. Todavia, eles ressaltaram que este método, mesmo produzindo estimativas mais precisas do fator beta, não levaria a resultados satisfatórios uma vez que a teoria foi desenvolvida com o objetivo de explicar os retornos individuais dos ativos, e não de ativos em carteira. Os resultados mostraram que tanto $\hat{\sigma}_i^2$ quanto $\hat{\beta}_i$ não foram estatisticamente significantes para a explicação da variação dos retornos das carteiras. Friend e Westerfield (1981, p. 313) concluem que, de acordo com as regressões realizadas, o beta parecia ser menos significativo que a variância total, indicando, portanto, que outros fatores, não captados pelos três índices de mercado utilizados, seriam relevantes na explicação dos retornos das ações e das carteiras.

3.8 Estudo de Lakonishok e Shapiro (1986)

Lakonishok e Shapiro (1986) investigaram se o efeito tamanho e a variância total do modelo CAPM eram medidas de risco mais relevantes que o beta, que por sua vez, seria uma medida secundária na explicação do retorno de um ativo.

Utilizando dados de retorno das ações listadas na NYSE no período de janeiro de 1954 a dezembro de 1981, foi executada a seguinte regressão seccional, para cada mês t do período analisado, a fim estudar a relevância do efeito tamanho, da variância total e do parâmetro beta no retorno de carteiras (LAKONISHOK; SHAPIRO, 1981, p. 118):

$$R_{p,t} - R_{f,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t}\beta_{p,t} + \gamma_{2,t}\sigma_{p,t} + \gamma_{3,t}\ln\frac{\phi_{p,t}}{\phi_{m,t}} + \varepsilon_{p,t} \quad (3.8)$$

onde,

$R_{p,t}$: retorno mensal da carteira p no período t ;

$R_{f,t}$: retorno mensal do ativo livre de risco no período t ;

$\gamma_{1,t}$: prêmio pelo risco de mercado;

$\beta_{p,t}$: sensibilidade do retorno mensal da carteira p às variações do retorno mensal da carteira de mercado;

$\gamma_{2,t}$: prêmio por riscos não-diversificáveis;

$\sigma_{p,t}$: medida de risco não-sistêmico da carteira p , indicada pelo desvio padrão dos resíduos do modelo de mercado;

$\gamma_{3,t}$: prêmio por riscos decorrentes do efeito tamanho;

$\ln\frac{\phi_{p,t}}{\phi_{m,t}}$: logaritmo da relação entre o valor de mercado da carteira p e o valor de mercado da carteira de mercado no período t ;

$\varepsilon_{p,t}$: resíduo do modelo.

Conforme citado, Lakonishok e Shapiro (1986, p. 120) utilizaram o método de carteira, o qual é similar ao do estudo de Fama e MacBeth (1973, p. 615). Todavia, ao invés de construírem 20 carteiras, os autores inicialmente agruparam as ações em cinco carteiras, em função dos respectivos valores de mercado. Posteriormente, dentro de cada carteira, as ações foram ordenadas e agrupadas de acordo com seus betas, gerando assim 20 carteiras (5 x 4). Por final, dentro de cada uma das 20 carteiras, as ações foram ordenadas de acordo com a intensidade do desvio padrão dos resíduos da expressão 3.8, agrupando-as em seguida em mais quatro grupos, obtendo-se 80 carteiras ao todo (5 x 4 x 4).

Os autores obtiveram, de 1954 a 1981, 20 períodos de estimação, que resultaram em 240 estimativas para cada um dos três coeficientes da equação 3.8. Estes coeficientes são

resultados das regressões seccionais mensais entre a variável dependente – $R_{p,t} - R_{f,t}$ – e as variáveis explicativas – $\beta_{p,t}$, $\sigma_{p,t}$ e $\ln \frac{\phi_{p,t}}{\phi_{m,t}}$.

Lakonishok e Shapiro (1986, p. 121), para verificarem os efeitos dos fatores tamanho, beta e risco residual sobre os retornos das carteiras, agregaram as estimativas dos coeficientes mensais e testaram suas significâncias estatísticas.

A Tabela 6 apresenta os valores médios calculados por Lakonishok e Shapiro (1986, p. 124) para os coeficientes estimados para o período de 1954 a 1981.

Tabela 6 – Resumo das estatísticas da regressão (período total, 240 meses)

$$R_{p,t} - R_{f,t} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t}\beta_{p,t} + \gamma_{2,t}\sigma_{p,t} + \gamma_{3,t}\ln \frac{\phi_{p,t}}{\phi_{m,t}} + \varepsilon_{p,t}$$

Sequência de agrupamento	Estimativas dos coeficientes da regressão				R^2
	$\bar{\gamma}_0$	$\bar{\gamma}_1$	$\bar{\gamma}_2$	$\bar{\gamma}_3$	
Tamanho, beta e risco residual	0,0017	0,0025	0,0404	-0,0016	0,27
Estatística t	(-0,63)	-0,73	-0,89	(-3,05)	
Beta, risco residual e tamanho	-0,0031	0,00	0,06	-0,0014	0,27
Estatística t	(-1,2)	-0,91	-1,36	(-2,78)	
Risco residual, tamanho e beta	-0,0023	0,0019	0,0652	-0,0014	0,27
Estatística t	(-0,88)	(0,58)	(1,38)	(-2,66)	

Fonte: LAKONISHOK; SHAPIRO; 1986, p. 124.

A Tabela 6 também contém os resultados para três diferentes seqüências de agrupamento. De acordo com os autores:

A variável tamanho é a única significativa. Os demais coeficientes não são estatisticamente significantes e são sensíveis ao procedimento de estimação utilizado. Ainda, o coeficiente beta é inferior ao seu valor teórico de acordo com o CAPM, 0,0056. Estas conclusões se mantêm independentemente da seqüência de agrupamento utilizada (LAKONISHOK; SHAPIRO, 1986, p. 125).

Empregando outras técnicas de regressão e outros períodos de análise, os resultados não diferiram do apresentado anteriormente. De acordo com Lakonishok e Shapiro (1986, p.131), nem o beta, que é a medida tradicional de risco, nem medidas alternativas, como variância total, podem explicar estatisticamente o retorno dos ativos: somente a variável tamanho parecia ser relevante.

3.9 Estudo de Fama e French (1992)

Fama e French (1992) estudaram a relevância conjunta das variáveis beta, tamanho, índice lucro/preço (L/P), alavancagem e índice B/M na explicação dos retornos médios das ações. Observou-se que o beta, utilizado sozinho ou em conjunto com as demais variáveis independentes, pouco explicava as variações dos retornos (FAMA; FRENCH, 1992, p. 428). Por sua vez, os autores notaram que quando utilizadas individualmente, as variáveis tamanho (igual ao valor de mercado total das ações ordinárias), índice L/P, alavancagem e índice B/M eram significantes na explicação dos retornos das ações. Ainda, quando utilizadas em conjunto, as variáveis tamanho e índice B/M absorviam a função das variáveis alavancagem e índice L/P na explicação da variação dos retornos. Portanto, duas variáveis, tamanho e índice B/M, explicavam significativamente os retornos médios das ações de empresas não-financeiras listadas na NYSE, AMEX e NASDAQ no período de 1963 a 1990.

Os achados neste estudo levaram diversos pesquisadores, incluindo Haugen (1995), a afirmarem que o beta não era uma medida útil de risco e de explicação dos retornos dos ativos. Todavia, estes estudos geraram um movimento contrário, em defesa do CAPM e do beta, conforme mostrado no estudo de Black (1993).

3.10 Comentários de Fisher Black (1993)

Fisher Black (1993), em defesa ao CAPM de Sharpe (1964), realizou uma crítica ao trabalho de Fama e French (1992): algumas das conclusões dos autores decorreram do processo de *data mining*, ou seja, do processo de seleção de dados. De acordo com o autor, o *data mining* é advindo da tentativa do pesquisador, utilizando-se de diversos testes estatísticos, obter o resultado desejado, mostrando no artigo somente aqueles que validaram suas ideias iniciais (BLACK, 1993, p. 9).

Em seu teste do CAPM, Black utilizou o método das carteiras de Black *et al.* (1972), com dados mensais de retorno de todas as ações listadas no CRSP, no período de 1926 a 1991. Assim como no estudo de Fama e French (1992), o autor observou que as ações com menores betas apresentaram desempenho superior ao previsto pelo CAPM, enquanto que as ações com

maiores betas obtiveram performance inferior à prevista pelo modelo. Todavia, ao contrário de Fama e French (1992) que invalidaram o CAPM, Black afirmou,

Este fenômeno deve ser visto como uma oportunidade para que os investidores migrem seus recursos de ativos com alto risco para ativos com menor risco, com a manutenção do retorno. O beta é uma ferramenta de decisão de investimento que deve ser utilizada, independentemente do coeficiente angular da reta, que relaciona retorno e risco, ser ou não nulo (BLACK, 1993, p. 9).

3.11 Estudo de Bornholt (2007)

Bornholt (2007) propôs um novo modelo, o *Reward Beta Approach*, como uma alternativa ao CAPM. A justificativa teórica para o modelo é consistente com o APT de Ross (1976), incluindo também o conceito de risco-médio na precificação de ativos. O *Reward Beta* é utilizado como uma alteração ao CAPM e encontra-se sob a LMC.

Bornholt (2006) critica a premissa do CAPM de Sharpe (1964) de que todos os investidores escolhem carteiras visando maximizar a eficiência da relação risco-retorno, e a partir do APT, mostra alternativas de medidas de risco. O autor prova que essas medidas estão em linha com a hipótese de aversão ao risco e à teoria da utilidade esperada. Conforme Bornholt (2007, p. 71), o valor do beta é determinado pela medida de risco assumida pelos investidores, devendo ser reescrito em forma de risco-médio. Relembrando a fórmula do CAPM tradicional:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta_i [E(\tilde{R}_m) - R_f] + \tilde{\varepsilon}_i \quad (3.9)$$

De acordo com Bornholt (2007, p. 71), reescrevem-se os termos:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{E(\tilde{R}_i) - R_f}{E(\tilde{R}_m) - R_f} \text{ ou} \\ \beta r_i &= \frac{E(\tilde{R}_i) - R_f}{E(\tilde{R}_m) - R_f} \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde, o subscrito r diferencia o beta convencional do beta de risco-médio.

Mesmo apresentando uma diferente definição do beta, o modelo de risco-médio está sob a LMC, logo:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta r_i [E(\tilde{R}_m) - R_f] \quad (3.11)$$

Segundo o *Reward Beta Approach*, para conhecer o retorno esperado de um ativo, é necessária a estimação do lado direito da expressão 3.11. Diferentemente da medida tradicional do risco de mercado, $\beta_i = \text{cov}[E(\tilde{R}_i), E(\tilde{R}_m)] / \text{var}[E(\tilde{R}_m)]$, o beta de risco-médio, $\beta r_i = [E(\tilde{R}_i) - R_f] / [E(\tilde{R}_m) - R_f]$, é justificado pelo arcabouço teórico do APT (Bornholt, 2006, p. 2). Porém, de acordo com Bornholt (2007, p. 71), antes de realizar a estimação do *Reward Beta Approach*, sua versão deve ser compatível com aquela do modelo de mercado. Assim, substituindo o termo $E(\tilde{R}_i)$ na equação 3.9, tem-se:

$$E(\tilde{R}_i) = R_f + \beta r_i [E(\tilde{R}_m) - R_f] + \beta_i [\tilde{R}_m - E(\tilde{R}_m)] + \tilde{\varepsilon}_i \quad (3.12)$$

No estudo, o autor comparou a eficiência do *Reward Beta Approach*, do CAPM e do modelo de três fatores de Fama e French (1993) para estimar retornos esperados no mercado norte-americano. O Quadro 1 apresenta o procedimento de teste utilizado no estudo.

Quadro 1 – Esquema do procedimento de teste em dois passos para testes dos modelos CAPM, três fatores de Fama e French e *Reward Beta Approach*

1º passo: regressões de séries temporais	2º passo: regressões seccionais
<p>CAPM</p> $\tilde{R}_{jt} - R_{ft} = \beta_j (\tilde{R}_{mt} - R_{ft}) + \tilde{\varepsilon}_{jt}$	<p>CAPM</p> $\bar{R}_j - \bar{R}_f = \bar{\alpha}_j + \beta_j (\bar{R}_m - \bar{R}_f) + \bar{\varepsilon}_j$
<p>Reward Beta</p> $\bar{\beta}_{r_j} = \frac{(\bar{R}_j - \bar{R}_f)}{(\bar{R}_m - \bar{R}_f)} \quad \text{Estimativas dos parâmetros}$	<p>Reward Beta</p> $\bar{R}_j - \bar{R}_f = \bar{\alpha}_j + \bar{\beta}_{r_j} [E(\bar{R}_m) - \bar{R}_f] + \beta_j [\bar{R}_m - E(\bar{R}_m)] + \bar{\varepsilon}_j$ <p>Parâmetros estimados utilizados como variáveis explicativas</p>
<p>Três fatores</p> $R_{jt} - R_{ft} = \alpha_j + b_j (R_{mt} - R_{ft}) + s_j SMB_t + h_j HML_t + \varepsilon_{jt}$	<p>Três fatores</p> $\bar{R}_j - \bar{R}_f = \bar{\alpha}_j + b_j (\bar{R}_m - \bar{R}_f) + s_j \bar{SMB} + h_j \bar{HML} + \bar{\varepsilon}_j$

Fonte: ROGERS; SECURATO; 2008, p. 9.

A respeito do quadro anterior, Rogers e Securato (2008, p.9) comentam:

Os subscritos *j* nas equações indicam que os modelos são estimados a partir das 25 carteiras baseadas no tamanho (*size*) e índice *book-to-market* de acordo com a metodologia de Fama e French (1993). O esquema apresenta que os parâmetros dos modelos estimados nas regressões em séries temporais (a partir da amostra *ex-ante*) são usados como variáveis explicativas dos retornos seccionais (na amostra *ex-post*). Espera-se que, no segundo passo, os valores dos interceptos sejam zero e os coeficientes das variáveis explicativas diferentes de zero.

A amostra de dados utilizada compreendia o período de julho de 1963 a dezembro de 2003, sendo esta dividida em: *ex-ante* – de julho 1963 a dezembro de 1990; e *ex-post* – de janeiro de 1991 a dezembro de 2003.

A Tabela 7 mostra os resultados obtidos pelo autor. As entradas são os valores dos coeficientes estimados e entre parênteses está indicada a estatística *t*. Como o valor do intercepto do modelo de três fatores de Fama e French (1993) foi significativo, rejeitou-se esse modelo para a explicação dos retornos esperados das carteiras.

Tabela 7 – Regressões seccionais dos prêmios mensais pelo risco das carteiras ($R_j - R_f$): 01/1991-12/2003

Modelo	Intercepto	Reward Beta	CAPM Beta	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>h</i>	R^2 ajustado
CAPM + Intercepto	1,43 (1,24)		-0,377 (-0,322)				-0,01
Três fatores + Intercepto	2,96 (4,11)***			-2,12 (-2,51)**	0,237 (0,73)	0,415 (1,26)	0,57
Reward + Intercepto	0,354 (0,30)	0,366 (3,03)***	0,038 (0,03)				0,58
CAPM			0,894 (2,69)** *				-0,37
Três fatores				0,717 (2,13)**	0,309 (0,95)	0,499 (1,50)	0,31
Reward		0,400 (2,80)***	0,303 (0,69)				0,58
Reward alterado		0,427 (3,14)***	0,269 (0,71)		0,005 (0,01)	-0,060 (-0,19)	0,54

*** Indica que o coeficiente da regressão é significativo a 1%; e ** significativo a 5%.

Fonte: BORNHOLT; 2007, p.79.

Com a exclusão do intercepto no modelo CAPM, a estimativa do coeficiente beta foi bastante alterada. A estimativa passou a apresentar valor positivo e significativo para o modelo.

Bornholt (2007, p. 81) comenta:

Tanto o CAPM como o modelo de três fatores de Fama e French (1993) apresentam deficiências. As evidências empíricas não validam o CAPM. O modelo de três fatores é fraco do ponto de vista

teórico e sua utilização prática é limitada em decorrência de problemas de estimação. Por sua vez, o *Reward Beta Approach* é baseado na teoria de precificação de ativos e apresenta resultados empíricos e estatísticos que justificam sua utilização.

3.12 Estudos conduzidos no Brasil

3.12.1 Estudo de Bruni (1998)

Bruni (1998) estudou a influência de algumas variáveis sobre a variação dos retornos das ações de empresas não-financeiras com ações listadas na Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), no período de julho de 1996 a junho de 1997. As variáveis investigadas foram:

Quadro 2 – Lista de variáveis explicativas analisadas

Variável analisada	Variável representativa
Retorno anual	$\ln(\text{retorno} + 1)$
Beta	-
Tamanho	$\ln(\text{valor de mercado do PL})$
Endividamento	$\ln(\text{Ativo/PL})$
Endividamento 2	$\ln(\text{PL/valor de mercado do PL})$
Relação valor patrimonial sobre valor de mercado	lucro por ação/preço por ação
Relação lucro sobre preço (<i>dummy</i>)	0 ou 1
Rentabilidade anual dos dividendos	$\ln(\text{rend. dividendos} + 1)$
Liquidez	$\ln(\text{Ativo Circ./ Passivo Circ.})$
Relação fluxo de caixa sobre preço	Fluxo de Caixa Oper./Preço
Relação fluxo de caixa sobre preço (<i>dummy</i>)	0 ou 1
Crescimento anual das vendas	$\ln(\text{crescimento de vendas} + 1)$
Relação preço sobre vendas	$\ln(\text{Preço/Vendas})$
Variância anual individual	Variância

Fonte: BRUNI; 1998, p.74.

A análise foi realizada para as ações ordinárias e preferenciais separadamente (BRUNI, 1998, p. 84). Os dados foram deflacionados pelo Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna (IGP-DI) para 1 de janeiro de 1995. O Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (Ibovespa) foi adotado como *proxy* da carteira de mercado.

O modelo de regressão linear seccional foi aplicado de forma univariada, bivariada e multivariada para cada ano do período analisado. Por fim, foi realizada uma análise para dois subperíodos distintos e para o período completo: (i) período I, de 1988 a 1994; (ii) período II, de 1995 a 1996; e (iii) período integral, respectivamente. Em relação aos resultados das regressões, Bruni (1998, p. 126) escreveu:

A análise dos dados coletados das ações preferenciais revelou significativa associação entre retornos e variáveis descrita como:

- Relação entre valor contábil e valor de mercado (VC/VM): apresentou-se fortemente associada aos retornos nos três períodos analisados, sendo a variável mais significativa após as regressões múltiplas;
- Endividamento: representado pela relação ativos totais sobre valor de mercado, revelou-se associado de forma significativa e positiva nos períodos I e completo;
- Relação preço sobre vendas: os resultados indicaram a existência de associação negativa e significativa nos períodos II e completo.

Em relação às ações ordinárias analisadas, detectou-se a importância das seguintes variáveis:

- Endividamento: expresso pela relação entre o total de ativos e o valor de mercado da empresa, revelou-se muito significativo nos três períodos estudados. Na aplicação da análise de regressão múltipla, foi identificado como a mais significativa das variáveis analisadas;
- Relação valor contábil sobre valor de mercado: também se mostrou fortemente associada aos retornos para os intervalos analisados. Ações com maior relação VC/VM apresentaram maiores níveis de retorno;
- Relação preço sobre vendas: mostrou-se significativa nos períodos I e completo. As associações negativas evidenciaram que ações com uma maior relação preço sobre vendas exibiram menores retornos.

Portanto, os resultados apresentados por Bruni (1998, p. 127) corroboraram estudos anteriores, de acordo com os quais não foi encontrada uma relação positiva entre betas e retornos. Logo, existiam outros fatores de risco significativamente associados aos retornos das ações.

3.12.2 Estudo de Mellone Jr. (1999)

Mellone Jr. (1999) estudou se o beta era relevante na explicação dos retornos de ações. Para isso, o autor utilizou cotações de 233 ações listadas na Bovespa, no período de janeiro de 1994 a agosto de 1998. O Ibovespa foi adotado como *proxy* da carteira de mercado. Foi executada a regressão entre o retorno mensal da carteira de mercado e o retorno mensal de cada uma das ações para se estimar o beta de cada ativo.

A fim de minimizar eventuais ruídos na estimação do beta, Mellone Jr. (1999, p. 61) também utilizou o método da carteira para cálculo dessa métrica de risco. Foram obtidas 10 carteiras, apresentando, em média, 20 ações cada uma. A primeira carteira era composta por ações com betas menores, e a última era composta por ações com betas maiores. O beta e o retorno das carteiras foram calculados pela média aritmética do beta e do retorno de cada ação para o período subsequente ao de formação. O beta médio e os retornos médios mensais são expostos na Tabela 8.

Tabela 8 – Retornos e betas das carteiras

Estatística	Beta médio	Retorno médio mensal (%)
Carteira 1	0,40	1,10%
Carteira 2	0,69	1,90%
Carteira 3	0,76	2,70%
Carteira 4	0,81	0,40%
Carteira 5	0,87	1,30%
Carteira 6	0,93	2,80%
Carteira 7	0,99	2,20%
Carteira 8	1,05	0,40%
Carteira 9	1,14	2,80%
Carteira 10	1,44	2,00%

Fonte: MELLONE JR.; 1999, p.62.

De acordo com a Tabela 8, Mellone Jr. (1999, p. 62) observou que havia uma aparente relação positiva entre o retorno médio das carteiras e seus respectivos betas. Todavia, esta relação não era verdadeira para todas as carteiras. Para se testar a hipótese de relação positiva e linearidade entre retorno e beta, o autor utilizou o seguinte modelo de regressão:

$$\bar{R}_{p,t} = \hat{\gamma}_{0,t} + \hat{\gamma}_{1,t}\hat{\beta}_{p,t} + \hat{\varepsilon}_{p,t} \quad (3.9)$$

onde,

$\bar{R}_{p,t}$: retorno mensal da carteira p no período t ;

$\hat{\gamma}_{0,t}$: retorno mensal do ativo livre de risco no período t ;

$\hat{\gamma}_{1,t}$: prêmio pelo risco de mercado;

$\hat{\beta}_{p,t}$: sensibilidade do retorno mensal da carteira p às variações do retorno mensal da carteira de mercado;

$\hat{\varepsilon}_{p,t}$: ruído do modelo.

Os resultados de Mellone Jr (1999, p. 64) são apresentados na Tabela 9, a seguir:

Tabela 9 – Estatísticas da regressão (média dos valores mensais)

Estimativas dos coeficientes da regressão		
$\bar{\gamma}_0$	$\bar{\gamma}_1$	R^2
0,002	0,017	0,04
(0,21)	(1,89)	

Fonte: MELLONE JR.; 1999, p.64.

Segundo Mellone Jr. (1999, p. 64), os resultados sugeriam a existência de uma relação positiva e linear entre beta e retorno. Porém, esta relação não se apresentou significativa no teste do modelo econométrico da expressão 3.9.

3.12.3 Estudo de Costa Jr. e Neves (2000)

Costa Jr. e Neves (2000) testaram se outras variáveis, além do beta, explicavam a rentabilidade de ações listadas na Bovespa, no período de 1986 a 1996. As variáveis independentes selecionadas pelo autor, além do beta, foram: (i) valor de mercado da empresa (VM); (ii) índice preço/lucro (P/L); e (iii) índice valor patrimonial da ação/preço da ação (VPA/P).

Foram selecionadas as ações com cotações mensais em um período superior a 48 meses e em no mínimo 12 meses seguidos. A amostra era composta por 117 ações, sendo os dados de lucro por ação, valor patrimonial da ação, número de ações de cada empresa e cotação mensal do Ibovespa obtidos no sistema Economática[®]. Para deflacionar todos os dados, os autores utilizaram o IGP-DI.

As variáveis fundamentalistas foram padronizadas dividindo-se, em cada mês, cada variável por sua respectiva média seccional de março do ano anterior. Ainda, foi utilizado o logaritmo natural da variável VM, e o Ibovespa representou a *proxy* da carteira de mercado.

Em linha com estudos comentados anteriormente, os autores estudaram a relação entre retorno e as variáveis independentes utilizando o método da carteira. De acordo com Costa Jr. e Neves (2000, p. 105):

Ao final de março de 1987, foram formadas oito carteiras, da seguinte forma: inicialmente, todas as ações foram ordenadas em função da variável P/L, formando-se duas carteiras; em seguida, para cada uma dessas duas carteiras, as ações foram ordenadas em função da variável Valor de Mercado, formando-se duas novas carteiras para cada carteira, perfazendo um total de quatro carteiras; e por fim, cada uma dessas quatro carteiras foi desdobrada em duas, em função do índice VPA/P, chegando-se às oito carteiras finais. Esse procedimento foi repetido por nove vezes, sempre ao final de março de cada ano até março de 1995.

A regressão seccional entre o retorno das carteiras e as variáveis explicativas foi realizada para cada um dos meses do período estudado. Os resultados observados pelos autores são apresentados na Tabela 10. Os valores representam a média dos coeficientes mensais da

regressão e os números entre parênteses referem-se à estatística *t*. Os três primeiros modelos utilizam apenas uma das três variáveis fundamentalistas e também o beta. Os três modelos subsequentes utilizam duas das variáveis independentes. Por fim, o modelo sete inclui todas as variáveis explicativas no modelo de regressão.

Tabela 10 – Coeficientes dos sete modelos de regressão: 1988-1996

Modelo	Estimativas dos coeficientes da regressão				
	Intercepto	Beta (Ibovespa)	Coeficiente do índice P/L	Coeficiente do ln (VM)	Coeficiente do índice VPA/P
1	-0,0032	0,6213	-0,0432		
t	(-2,54)	(3,25)	(-2,56)		
2	0,0125	0,6213		-0,0123	
t	-2,96	(3,65)		(-3,38)	
3	-0,0336	0,6224			0,0089
t	(-2,99)	(3,78)			(2,86)
4	0,0148	0,6135	-0,0987	-0,0098	
t	(2,78)	(3,56)	(-2,35)	(-3,01)	
5	0,0125	0,6313		-0,0135	0,0212
t	(2,56)	(3,23)		(-3,21)	(2,75)
6	-0,0165	0,6121	-0,0543		0,0184
t	(-2,86)	(3,98)	(-2,34)		(2,48)
7	0,0742	0,6232	-0,0252	-0,0122	0,0127
t	(2,78)	(3,69)	(-2,39)	(-2,56)	(2,49)

Fonte: COSTA JR.; NEVES; 2000, p. 82.

De acordo com Costa Jr. e Neves (2000, p. 109), as variáveis mais significativas foram o VM e o índice VPA/P, resultado similar ao apresentado por Fama e French (1992). O índice P/L, mesmo sendo relevante, demonstrou menor poder de explicação. Por sua vez, o beta apresentou maior significância quando comparado aos resultados do estudo de Fama e French (1992). Em suma, mesmo com as variáveis fundamentalistas explicando a variação dos retornos das ações, o beta obteve maior significância. Porém, o autor concluiu que o CAPM é mal especificado uma vez que foi viável a inclusão de outros fatores de risco na explicação dos retornos dos ativos.

3.12.4 Estudo de Silva e Motta (2002)

Silva e Motta (2002) testaram o CAPM Zero-Beta no mercado brasileiro. Este modelo proposto por Black *et al.* (1972) estabelece que o retorno médio esperado para um ativo é uma função linear de seu risco não-diversificável (ou sistêmico), e que investidores não conseguem emprestar ou tomar recursos à taxa livre de risco (SILVA; MOTTA, 2002, p. 72).

A equação do modelo CAPM Zero-Beta, ou de dois parâmetros, é dada por:

$$E(\tilde{R}_j) = E(\tilde{R}_z)(1 - \beta_j) + E(\tilde{R}_m)\beta_j \quad (3.13)$$

onde,

$E(\tilde{R}_j)$: retorno esperado do ativo j ;

$E(\tilde{R}_z)$: retorno esperado da carteira de mínima variância e covariância zero com o mercado (carteira zero-beta);

$E(\tilde{R}_m)$: retorno esperado da carteira de mercado;

β_j : risco sistêmico estimado do ativo j com relação à carteira de mercado.

Os autores utilizaram uma metodologia de regressão com múltiplas variáveis (MVRM), proposta por Gibbons (1982). De acordo com a MVRM, se o CAPM Zero-Beta for válido, os dados deverão estar de acordo simultaneamente com o modelo de mercado:

$$\tilde{R}_i = \hat{\alpha}_i i_t + \hat{\beta}_i \tilde{R}_m + \tilde{\eta}_i \quad (3.14)$$

e com o modelo Zero-beta,

$$\tilde{R}_i = \gamma(1 - \beta_i) i_T + \beta_i \tilde{R}_m + \tilde{\eta}_i \quad (3.15)$$

Realizando-se algumas adequações, chega-se ao seguinte modelo linear:

$$(\tilde{R}_i - \hat{\gamma}\hat{\beta}_i i_T) \cong \gamma(1 - \hat{\beta}_i) i_T + \beta_i (\tilde{R}_m - \hat{\gamma} i_T) + \tilde{\eta}_i \quad (3.16)$$

onde,

$\tilde{R}_i$: vetor $T \times 1$ dos retornos do ativo i ;

$\hat{\gamma}$: estimador da carteira zero-beta;

$\hat{\beta}_i$: beta do ativo i estimado a partir de uma regressão ordinária (OLS) da série temporal dos retornos;

ι_T : vetor unitário de T linhas e uma coluna;

γ : retorno da carteira zero-beta a ser estimado pelo modelo MVRM;

$\tilde{R}_m$: vetor $T \times 1$ dos retornos da carteira de mercado;

η : vetor $T \times 1$ dos resíduos, com distribuição normal multivariada, média igual a zero, e variância $\sigma_{ii}I_T$.

Para o processo de regressão, utilizaram-se estimadores α e β que foram obtidos a partir das regressões ordinárias (OLS) da expressão 3.14 para cada ativo. Por sua vez, o estimador do retorno da carteira zero-beta foi obtido pela fórmula proposta por Black *et al.*(1972):

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\alpha}'(\iota_N - \hat{\beta})}{(\iota_N - \hat{\beta})'(\iota_N - \hat{\beta})} \quad (3.17)$$

Silva e Motta (2002, p. 78) utilizaram dados de ações listadas na Bovespa no período de abril de 1986 a março de 2001. Foram coletados os preços de fechamento de cada ação, para o último pregão do mês, já corrigidos por *splits* e proventos. O período de teste foi dividido nos subperíodos: (i) abril de 1986 a março de 1991; (ii) abril de 1991 a março de 1996; e (iii) abril de 1996 a março de 2001.

Para cada subperíodo, foram selecionados os ativos que apresentaram negociação diária, por consequência, retorno em todos os meses do subperíodo. De acordo com os autores, dada a pequena quantidade de ações com liquidez no mercado brasileiro, foram utilizados ativos individuais para o teste, sem formação de carteiras.

Silva e Motta (2002, p. 2002) comentam os resultados:

Este trabalho rejeita o CAPM Zero-Beta para o período de 1986 a 1991, mas não consegue rejeitá-lo nos períodos de 1991 a 1996 e de 1996 a 2001. Verificou-se também um aumento do ajuste nos testes dos períodos mais recentes.

Verificou-se que o Ibovespa possibilita um ajuste melhor dos dados ao CAPM Zero-Beta do que o índice igualmente ponderado.

Os testes que utilizaram retornos reais apresentaram os mesmos resultados dos testes que utilizaram retornos nominais, quanto à capacidade de rejeitar o CAPM Zero-Beta.

3.12.5 Estudo de Málaga (2003)

Málaga (2003) investigou se as variações dos retornos das ações listadas na Bovespa poderiam ser explicadas por três fatores: (i) valor de mercado (VM); (ii) tamanho da empresa; e (iii) índice *book-to-market* (B/M).

A metodologia de teste adotada pelo autor foi idêntica à de Fama e French (1993). Conforme explicitado no Capítulo 2, a expressão matemática utilizada para testar a influência dos três fatores sobre o retorno é dada por:

$$R_{C_{i,t}} - R_{f_t} = a + b[R_{m_t} - R_{f_t}] + s[SMB_t] + h[HML_t] + e_{i,t} \quad (3.18)$$

onde,

$R_{C_{i,t}}$: retorno da carteira i no mês t ;

R_{m_t} : retorno da carteira de mercado no mês t ;

R_{f_t} : retorno do ativo livre de risco no mês t ;

SMB_t : prêmio pelo fator tamanho no mês t ;

HML_t : prêmio pelo fator B/M no mês t ;

$e_{i,t}$: resíduo do modelo referente à carteira i no mês t .

A amostra de dados era composta por ações de empresas não-financeiras listadas na Bovespa entre janeiro de 1995 e junho de 2003. Málaga (2003, p. 88) também excluiu as ações que não apresentaram: (i) cotações mensais para cada um dos 12 meses posteriores ao de formação das carteiras; (ii) valor de mercado em 31 de dezembro e em 30 de junho, com tolerância de cinco dias; e (iii) patrimônio líquido positivo em 31 de dezembro, com tolerância de cinco dias.

O retorno mensal da caderneta de poupança foi utilizado como *proxy* para a taxa de retorno livre de risco. Como *proxy* do prêmio pelo risco de mercado, Málaga (2003, p. 96) adotou o prêmio mensal da carteira de mercado. Este prêmio foi calculado pela diferença entre a média ponderada pelo valor de cada ação dos retornos mensais de todas as ações da amostra e a taxa livre de risco. Ainda, os retornos das ações foram deflacionados pelo IGP-DI do mês em estudo.

Assim como Fama e French (1993), o autor utilizou o método da carteira para testar a aplicabilidade do modelo ao mercado nacional. Todavia, ao invés de se construir duas e três carteiras resultantes da ordenação das ações pelos seus valores de mercado e índices B/M, respectivamente, foram criadas três carteiras para cada uma destas variáveis. Logo, as nove carteiras criadas por Málaga (2003, p. 91) foram:

- S/L (*small and low*): ações com valor de mercado e índice B/M baixos;
- S/M (*small and medium*): ações com valor de mercado baixo e índice B/M médio;
- S/H (*small and high*): ações com valor de mercado baixo e índice B/M alto;
- A/L (*big and low*): ações com valor de mercado médio e índice B/M baixo;
- A/M (*big and medium*): ações com valor de mercado e índice B/M médios;
- A/H (*big and high*): ações com valor de mercado médio e índice B/M alto;
- B/L (*big and low*): ações com valor de mercado alto e índice B/M baixo;
- B/M (*big and medium*): ações com valor de mercado alto e índice B/M médio;
- B/H (*big and high*): ações com valor de mercado e índice B/M altos.

Málaga (2003, p. 115) testou a validade de quatro modelos, sendo eles e os resultados dos testes apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Coeficientes de determinação dos quatro modelos testados

Modelo 1				Modelo 3			
$R_{C_t} - R_{f_t} = a + b[R_{m_t} - R_{f_t}] + e_{i,t}$				$R_{C_t} - R_{f_t} = a + b[R_{m_t} - R_{f_t}] + h[HML_t] + e_{i,t}$			
VM	Índice B/M			VM	Índice B/M		
	L	M	H		L	M	H
S	0,060	0,424	0,406	S	0,064	0,433	0,552
A	0,537	0,598	0,544	A	0,540	0,620	0,685
B	0,945	0,871	0,479	B	0,957	0,821	0,704

Modelo 2				Modelo 4			
$R_{C_t} - R_{f_t} = a + b[R_{m_t} - R_{f_t}] + s[SMB_t] + h[HML_t] + e_{i,t}$				$R_{C_t} - R_{f_t} = a + b[R_{m_t} - R_{f_t}] + s[SMB_t] + e_{i,t}$			
VM	Índice B/M			VM	Índice B/M		
	L	M	H		L	M	H
S	0,374	0,691	0,782	S	0,355	0,664	0,591
A	0,678	0,827	0,805	A	0,678	0,783	0,628
B	0,958	0,898	0,704	B	0,948	0,897	0,473

Fonte: MÁLAGA; 2003, p. 115.

A respeito da Tabela 11, o autor comenta:

Os três fatores são relevantes e se complementam na explicação das variações dos retornos das carteiras. O fator B/M – prêmio HML – parece explicar melhor as variações dos retornos das carteiras H, enquanto que o fator tamanho – prêmio SMB – parece explicar melhor as variações dos retornos das carteiras L e M e das carteiras S e A. O fator mercado sempre capta variações não-explicadas pelos dois fatores adicionais (MÁLAGA, 2003, p. 117).

Portanto, os resultados observados indicaram que o modelo de três fatores é superior ao CAPM na explicação dos retornos das ações para o mercado brasileiro, sendo estes fatores significantes e complementares na explicação dos retornos dos ativos.

3.12.6 Estudo de Schor, Bonomo e Pereira (2004)

Schor *et al.* (2004) testaram o APT de Ross (1976) para o contexto nacional. Os autores citam que a relação linear entre os retornos dos ativos obtida pelo APT é bastante similar a do CAPM. Todavia, o CAPM relaciona o ativo à carteira de mercado e o APT o relaciona com fatores de risco comuns a todos os ativos em estudo. Assim, de acordo com Wei (1988, p. 881), pode-se estabelecer uma relação entre o CAPM e o APT: a carteira de mercado sintetiza todos os fatores comuns aos ativos.

O APT original não fornece nenhuma teoria para a escolha das variáveis macroeconômicas que expliquem o retorno dos ativos. De acordo com Chen *et al.* (1986, p. 387) são quatro as variáveis macroeconômicas: (i) índice de produção industrial; (ii) estrutura a termo da taxa de juros; (iii) inflação; e (iv) risco de crédito. Por sua vez, Schor *et al.* (2004, p. 72) utilizam para o mercado brasileiro as variáveis:

- índice de produção industrial nacional calculado e divulgado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE);
- risco de crédito – diferença entre a taxa média mensal de juros de capital de giro e a taxa de juros do mercado interbancário (DI) diária acumulada no mês;
- taxa real de juros – diferença entre a taxa DI e a taxa de inflação esperada;
- inflação inesperada sendo representada pelo IGP-DI;
- diferença entre os retornos do Certificado de Depósito Bancário (CDB) prefixado e o Certificado de Depósito Interbancário (CDI);
- prêmio de mercado – construído a partir dos resíduos da regressão do excesso de retorno do Ibovespa em relação à DI.

Mesmo a não-utilização da carteira de mercado como fator explicativo dos retornos de ativos sendo um dos principais argumentos para a utilização do APT, os autores optaram por sua inclusão no estudo uma vez que Wei (1988, p. 881) demonstra que alguns dos principais problemas criados pela estimação do APT podem ser solucionados com a adição da carteira de mercado como fator de risco no modelo (SCHOR *et al.*, 2004, p. 69).

Schor *et al.* (2004, p. 70) utilizaram como retorno dos ativos os retornos médios mensais de 39 ações de empresas negociadas na Bovespa entre janeiro de 1987 e novembro de 1997, distribuindo-as em 10 setores. Foram calculados os excessos de retorno das ações em relação à taxa de juros nominal do período. Para as variáveis macroeconômicas, os dados coletados compreenderam o período de janeiro de 1987 a dezembro de 1997.

Os resultados encontrados pelos autores são apresentados na Tabela 12:

Tabela 12 – Matriz de cargas fatoriais (betas) - APT

	Risco de crédito	Inflação inesperada	Taxa real de juros	Produção industrial	CDB – CDI	Carteira de mercado
Alimentos	-0,699 (0,002)	-0,622 (0,009)	0,008 (0,005)	-0,004 (0,981)	0,008 (0,000)	0,691 (0,000)
Bancos	-1,299 (0,000)	-1,436 (0,000)	0,007 (0,108)	0,483 (0,057)	0,010 (0,000)	0,728 (0,000)
Telecomunicação	-0,499 (0,200)	-1,534 (0,000)	0,010 (0,058)	0,308 (0,308)	0,009 (0,000)	1,042 (0,000)
Material eletrônico	-0,827 (0,015)	-1,467 (0,000)	0,008 (0,070)	0,193 (0,467)	0,011 (0,000)	0,832 (0,000)
Energia	-0,497 (0,427)	0,778 (0,245)	0,019 (0,028)	0,412 (0,398)	0,010 (0,004)	1,225 (0,000)
Metalurgia	-1,149 (0,000)	-1,213 (0,000)	0,008 (0,045)	-0,210 (0,346)	0,009 (0,000)	0,780 (0,000)
Mineração	-1,337 (0,000)	-0,181 (0,472)	0,000 (0,914)	-0,176 (0,345)	0,008 (0,000)	0,805 (0,000)
Química	-0,943 (0,003)	-1,021 (0,003)	0,007 (0,102)	-0,266 (0,280)	0,008 (0,000)	0,819 (0,000)
Papel e celulose	-1,141 (0,000)	0,229 (0,480)	-0,003 (0,537)	-0,300 (0,204)	0,006 (0,001)	0,560 (0,000)
Têxtil	-0,964 (0,015)	-0,896 (0,035)	0,011 (0,036)	-0,266 (0,392)	0,010 (0,000)	0,854 (0,000)

Fonte: SCHOR *et al.*; 2004, p. 72.

Schor *et al.* (2004, p. 75) comentam acerca dos resultados:

Os fatores macroeconômicos construídos são estatisticamente significantes para a maioria dos portfólios. Há, pois, ganho na explicação dos retornos dos ativos com a utilização do APT como alternativa ao CAPM.

3.12.7 Rogers e Securato (2008)

O estudo de Rogers e Securato (2008) testa e compara três modelos para a predição dos retornos esperados de ações no mercado brasileiro: (i) o CAPM de Sharpe-Litner-Mossin; (ii) o modelo de três fatores de Fama e French (1993); e (iii) o *Reward Beta Model*, apresentado por Bornholt (2007, p. 71).

Os autores utilizaram a metodologia de teste em dois passos para os modelos de equilíbrio geral. Nesta metodologia, o primeiro passo é a estimação dos parâmetros dos modelos a partir de regressões em séries temporais. Em seguida, os parâmetros estimados são utilizados como variáveis explicativas em regressões seccionais.

Os testes foram realizados sobre carteiras, conforme estudo de Fama e French (1993) e Bornholt (2007), sendo aplicados em duas subamostras de ações com dados disponíveis na Bovespa: (i) amostra *ex-ante*, no período de julho de 1995 a junho de 2001; e (ii) amostra *ex-post*, no período de julho de 2001 a junho de 2006.

Todos os retornos foram calculados mensalmente e de forma contínua, ou seja, calculou-se o logaritmo natural da razão preço da ação no mês t / preço da ação no mês $t - 1$ ajustado por proventos, incluindo dividendos. Os autores adotaram o retorno mensal da caderneta de poupança como *proxy* da taxa livre de risco e o Ibovespa como *proxy* da carteira de mercado. Os retornos mensais foram deflacionados pelo IGP-DI e todos os dados da pesquisa foram obtidos no sistema Economática[®].

A Tabela 13 apresenta os resultados encontrados pelos autores. As entradas são os valores dos coeficientes estimados e entre parênteses está indicada a estatística t . Como os valores dos interceptos dos modelos CAPM e *Reward Beta* foram altamente significativos, esses modelos foram rejeitados para a explicação dos retornos esperados das carteiras. Por sua vez, o modelo de três fatores de Fama e French (1993) não apresentou intercepto significativo e sensibilidade ao fator tamanho significativo ao nível de 5%.

Tabela 13 – Regressões seccionais dos prêmios mensais pelo risco das carteiras ($R_j - R_f$): 07/2001-06/2006

Modelo	Intercepto	<i>Reward Beta</i>	CAPM Beta	<i>b</i>	<i>s</i>	<i>h</i>
CAPM + Intercepto	2,107 (3,689)***		-1,668 (-1,804)*			
Três fatores + Intercepto	0,028 (1,391)			0,709 (1,626)	1,067 (2,254)**	0,861 (1,244)
<i>Reward</i> + Intercepto	2,362 (3,691)***	0,105 (0,898)	-2,034 (-2,006)*			
CAPM			1,581 (4,543)***			
Três fatores				0,742 (2,194)**	1,069 (2,407)**	0,859 (1,287)
<i>Reward</i>			1,560 (4,413)***			
2 Fatores				0,573 (1,813)*	1,294 (3,120)***	

*** Indica que o coeficiente da regressão é significativo a 1%; ** significativo a 5%; e * significativo a 10%.
 Fonte: ROGERS; SECURATO; 2008, p.12.

Com a exclusão do intercepto nos modelos CAPM e *Reward Beta*, a estimativa do coeficiente beta do CAPM foi completamente alterada. Os parâmetros passaram a ser positivos e altamente significativos, mas ainda não apresentaram valores razoáveis de $R_m - R_f$ (1,581% a.m. e 1,560% a.m., respectivamente). Porém, a exclusão do intercepto no modelo de três fatores de Fama e French (1993) fez com que o coeficiente da sensibilidade ao fator mercado ficasse significativo ao nível de 5%. Ressalta-se que a exclusão do intercepto no modelo de três fatores de Fama e French não alterou significativamente o valor dos coeficientes estimados.

Para estimar o último modelo, os autores excluíram a variável não-significativa do modelo de três fatores e mantiveram o fator mercado e tamanho. Esses se apresentaram significativos, mas com estimativas dos coeficientes alteradas.

Dessa forma, Rogers e Securato (2008, p. 14) indicaram para a predição dos retornos esperados no mercado de capitais brasileiro, um modelo de dois fatores: (i) um que captasse o excesso de retorno do mercado e (ii) outro que captasse o efeito tamanho da empresa.

3.13 Síntese dos estudos de CAPM estático

O quadro a seguir apresenta um resumo das pesquisas citadas.

Quadro 3 – Resumo dos estudos de CAPM estático citados

Estudo	Objetivo	Conclusões
Douglas (1969)	Testar o CAPM de forma indireta utilizando dados de ações listadas na NYSE de 1947 a 1963.	A hipótese de que os investidores detêm carteiras eficientes e que pagam somente por risco de mercado foi negada.
Black, Jensen e Scholes (1972)	Testar se a relação entre retorno esperado e beta é linear e positiva, com dados de ações listadas na NYSE no período de 1926 a 1965.	A hipótese de que a relação é linear e positiva foi confirmada.
Fama e MacBeth (1973)	Testar o CAPM de forma direta, com ações listadas na NYSE e com a utilização do método da carteira, para o período de 1926 a 1968.	O CAPM não foi estatisticamente rejeitado.
Roll (1977)	Criticar os testes empíricos do CAPM.	Nenhum pesquisador seria capaz de testar e validar o CAPM.
Banz (1981)	Verificar se anomalias observadas nos testes do CAPM estavam ligadas ao efeito de risco tamanho.	CAPM mal especificado. Fator tamanho é precificado pelos investidores.
Reinganum (1981)	Averiguar se as ações listadas na NYSE e AMEX com diferentes betas apresentavam sistematicamente diferentes retornos.	A hipótese de que o beta era o único fator relevante para a determinação do retorno esperado não foi confirmada. Outros fatores não-identificados também influenciavam o retorno das ações.
Friend e Westerfield (1981)	Testar o CAPM, utilizando uma carteira de mercado mais representativa, composta por ações, debêntures e títulos do governo norte-americano.	O beta parecia ser menos significativo que a variância total na explicação dos retornos das ações. Outros fatores não-sistêmicos, não-identificados, pareciam influenciar o retorno das ações.
Lakonishok e Shapiro (1986)	Estudar a influência de três fatores – efeito tamanho, variância total e beta – na explicação dos retornos das ações, utilizando o método da carteira.	Somente a variável explicativa associada ao tamanho pareceu ter relevância na explicação da variação dos retornos.
Fama e French (1992)	Estudar a influência conjunta de diversas variáveis sobre os retornos médios das ações. As variáveis independentes utilizadas foram: (i) beta; (ii) tamanho; (iii) índice preço/lucro (L/P); (iv) alavancagem; e (v) índice B/M.	Observou-se que o beta, utilizando em conjunto com as demais variáveis ou sozinho, pouco explicava as variações dos retornos. Por sua vez, as variáveis tamanho, índice L/P, alavancagem e índice B/M, quando utilizadas sozinhas, apresentaram poder de explicação.
Black (1993)	Testar o CAPM utilizando o método da carteira com dados mensais de retornos de ações, no período de 1926 a 1991.	As ações com menores betas apresentaram performance superior à prevista pelo CAPM, enquanto que as ações com maiores betas demonstraram performance inferior à prevista pelo modelo. Ainda, Black argumentou que muitas das conclusões apresentadas por Fama e French (1992) eram advindas do processo de <i>data mining</i> , ou seja, do processo enviesado para seleção dos dados.
Bornholt (2007)	Testar e comparar os modelos: (i) CAPM de Sharpe-Litner-Mossin; (ii) de três fatores de Fama e French; e (iii) <i>Reward Beta Model</i> . Utilizou-se uma amostra composta por empresas não-financeiras com ações listadas na NYSE, AMEX e NASDAQ no período de julho de 1963 a dezembro de 2003.	Os modelos de dois fatores e três fatores de Fama e French foram estatisticamente rejeitados. Somente o modelo <i>Reward Beta Model</i> apresentou-se estatisticamente significativo na explicação dos retornos das ações.
Bruni (1998)	Estudar a influência de algumas variáveis	Não foi encontrada relação positiva

Estudo	Objetivo	Conclusões
	sobre os retornos das ações de empresas não-financeiras com ações listadas na Bovespa, no período de julho de 1996 a junho de 1997.	entre betas e retornos. Havia outros fatores de risco significativamente associados aos retornos das ações.
Mellone Jr. (1999)	Testar se o beta era determinante na explicação dos retornos das ações listadas na Bovespa, no período de 1994 a 1998.	Os resultados sugeriam a existência de uma relação positiva e linear entre beta e retorno. Porém, esta relação não se apresentou significativa no teste do modelo econométrico utilizado.
Costa Jr. e Neves (2000)	Testar se outras variáveis, além do beta, explicavam a rentabilidade de ações listadas na Bovespa, no período de 1986 a 1996.	As variáveis mais significativas foram o VM e o índice VPA/P, resultado similar ao apresentado por Fama e French (1992). O índice P/L, mesmo sendo relevante, demonstrou menor poder de explicação. Porém, o CAPM é mal especificado uma vez que foi viável a inclusão de outros fatores de risco na explicação dos retornos dos ativos.
Silva e Motta (2002)	Testar o CAPM Zero-Beta no mercado brasileiro no período de abril de 1986 a março de 2001.	Os testes realizados não rejeitam o CAPM Zero-Beta nos períodos de 1991 a 1996 e de 1996 a 2001. Os resultados indicaram um aumento recente da eficiência de mercado de capitais brasileiro.
Málaga (2003)	Investigar se as variações dos retornos das ações listadas na Bovespa poderiam ser explicadas por três fatores: (i) valor de mercado (VM); (ii) tamanho da empresa; e (iii) índice <i>book-to-market</i> (B/M).	Os resultados observados indicaram que o modelo de três fatores é superior ao CAPM na explicação dos retornos das ações, sendo os três fatores significantes e complementares na explicação dos retornos dos ativos.
Schor, Bonomo e Pereira (2004)	Testar o APT, incluindo o prêmio de risco de mercado como fator de risco, no mercado acionário brasileiro no período de janeiro de 1987 a novembro de 1997.	Os fatores macroeconômicos construídos se mostraram estatisticamente significantes para a maioria das carteiras/setores. Assim, os autores concluíram que o APT se apresentou superior ao CAPM.
Rogers e Securato (2008)	Testar e comparar os modelos: (i) CAPM de Sharpe-Litner-Mossin; (ii) de três fatores de Fama e French; e (iii) <i>Reward Beta Model</i> . Utilizou-se uma amostra composta por empresas não-financeiras com ações listadas na Bovespa no período de dezembro de 2004 a junho de 2006.	Não encontra significância estatística para os modelos de dois fatores e <i>Reward Beta Model</i> . Os resultados tenderam a suportar o modelo de três fatores de Fama e French para explicar retornos futuros, sem, entretanto, o fator que capta o efeito <i>book-to-market</i> se mostrar significativo.

4 CAPM CONDICIONAL

O CAPM de Sharpe (1964) é baseado na premissa de que todos os investidores têm as mesmas expectativas de média e variância da distribuição dos retornos dos ativos de uma economia, e que a decisão de investimento é exclusivamente baseada nestes parâmetros em um único momento. Porém, alguns trabalhos empíricos, como o de Engle (1982) e Bollerslev (1986), mostram que as distribuições dos retornos dos ativos variam ao longo do tempo. Ou seja, como a distribuição do retorno do ativo se altera, a expectativa do investidor também varia de um período para o outro. Portanto, as expectativas de retorno dos ativos por parte dos investidores estão mais próximas de serem comparadas a variáveis aleatórias, e não a variáveis constantes conforme assumido pelo CAPM tradicional.

De forma a espelhar o comportamento variável do retorno esperado do investimento, o CAPM condicional permite que a medida de risco de um ativo, o beta, e o prêmio pelo risco de mercado variem. Conforme Tambosi Filho *et al.* (2010, p. 61), os modelos de CAPM condicional incorporam variâncias e covariâncias que se alteram ao longo do tempo.

Ainda, Hansen e Richard (1987, p. 604) afirmam que o CAPM condicional é importante porque a especificação errônea do CAPM não-condicional pode induzir a conclusões erradas quanto à validade do modelo. De acordo com Bonomo e Garcia (2004, p. 49), o CAPM condicional tem maior aderência aos dados, capturando melhor a dinâmica das medidas de risco e dos retornos esperados.

Assim como no CAPM não-condicional estático, o modelo de CAPM condicional utiliza a premissa de que os investidores partilham de expectativas subjetivas idênticas, mas estas expectativas de retorno variam ao longo do tempo e elas estão condicionadas às informações do momento $t-1$. O CAPM elaborado por Sharpe (1964), em sua versão condicional pode ser dado por:

$$E(\tilde{R}_{i,t} | \psi_{t-1}) = E(R_{f,t} | \psi_{t-1}) + \beta_{i,m_t} [E(\tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1}) - E(R_{f,t} | \psi_{t-1})] \quad (4.1)$$

onde,

$E(\tilde{R}_{i,t})$: retorno esperado do ativo i em t ;

$E(R_{f,t})$: retorno esperado do ativo livre de risco em t ;

ψ_{t-1} : informação disponível em $t-1$;

β_{i,m_t} : risco do ativo i em relação à carteira de mercado m em t .

O beta condicional do ativo i é definido por:

$$\beta_{i,m_t} = \frac{\sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1})}{\sigma^2(\tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1})} \quad (4.2)$$

onde,

$\sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1})$: covariância entre o retorno do ativo i e o retorno da carteira de mercado m em t condicionados às informações de $t-1$;

$\sigma^2(\tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1})$: variância do retorno da carteira de mercado m em t condicionado às informações em de $t-1$.

A equação 4.1 pode ser dada na forma de prêmio pelo investimento no ativo i :

$$E(\tilde{R}_{i,t} | \psi_{t-1}) - E(R_{f,t} | \psi_{t-1}) = \beta_{i,m_t} [E(\tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1}) - E(R_{f,t} | \psi_{t-1})] \quad (4.3)$$

Como a taxa de retorno do ativo livre de risco é conhecida em $t-1$, tem-se que a expressão 4.1 é equivalente a:

$$E(\tilde{R}_{i,t} | \psi_{t-1}) = R_{f,t} + \beta_{i,m_t} [E(\tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1}) - R_{f,t}] \quad (4.4)$$

Por sua vez, a equação 4.3 é igual a:

$$E(\tilde{R}_{i,t} | \psi_{t-1}) - R_{f,t} = \beta_{i,m_t} [E(\tilde{R}_{m,t} | \psi_{t-1}) - R_{f,t}] \quad (4.5)$$

As expressões 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 mostram o CAPM condicionado às informações, ψ_{t-1} , disponíveis para todos os investidores em $t-1$. Hansen *et al.* (1982), demonstraram que se pode expressar o CAPM condicional em termos de um subconjunto de informações, I_{t-1} , disponíveis ao mercado também em $t-1$. Logo, a equação 4.5 pode ser reescrita por:

$$E\left(\tilde{R}_{i,t} \middle| I_{t-1}\right) - R_{f,t} = \beta_{i,m_t} \left[E\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right) - R_{f,t} \right] \quad (4.6)$$

sendo, $\beta_{i,m_t} = \frac{\sigma\left(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right)}{\sigma^2\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right)}.$

Ng *et al.* (1992, p. 250) sugerem que se assuma que o prêmio pelo risco de mercado seja definido por:

$$\lambda_m = \frac{E\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right) - R_{f,t}}{\sigma^2\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right)} \quad (4.7)$$

Por sua vez, o retorno esperado da carteira de mercado m é dado por:

$$E\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right) = R_{f,t} + \lambda_m \sigma^2\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right) \quad (4.8)$$

A equação 4.8 pode ser reescrita, sendo equivalente a:

$$\hat{R}_{m,t} = R_{f,t} + \lambda_m \sigma^2\left(\tilde{R}_{m,t} \middle| I_{t-1}\right) + \tilde{\varepsilon}_{m,t} \quad (4.9)$$

onde,

$\hat{R}_{m,t}$: retorno estimado da carteira de mercado m em t ;

$R_{f,t}$: retorno do ativo livre de risco em t ;

λ_m : prêmio pelo risco de mercado;

$\sigma^2(\tilde{R}_{m,t} | I_{t-1})$: variância do retorno de mercado de acordo com o conjunto I de informações disponíveis em $t-1$;
 $\tilde{\varepsilon}_{m,t}$: erro aleatório.

Para um ativo i , o prêmio pelo risco de mercado é dado por:

$$\lambda_i = \frac{E(\tilde{R}_{i,t} | I_{t-1}) - R_{f,t}}{\sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | I_{t-1})} \quad (4.10)$$

O retorno esperado do ativo i é:

$$E(\tilde{R}_{i,t} | I_{t-1}) = R_{f,t} + \lambda_i \sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | I_{t-1}) \quad (4.11)$$

De maneira análoga ao realizado com a carteira de mercado, a expressão 4.11 é equivalente a:

$$\hat{R}_{i,t} = R_{f,t} + \lambda_i \sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | I_{t-1}) + \tilde{\varepsilon}_{i,t} \quad (4.12)$$

onde,

$\hat{R}_{i,t}$: retorno estimado do ativo i em t ;

$R_{f,t}$: retorno do ativo livre de risco em t ;

λ_i : prêmio pelo risco de mercado do ativo i ;

$\sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | I_{t-1})$: covariância entre o retorno do ativo i e o retorno da carteira de mercado em t , de acordo com o conjunto I de informações disponíveis em $t-1$;

$\tilde{\varepsilon}_{i,t}$: ruído do modelo.

Como os componentes de ruído $\varepsilon_{m,t}$ e $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$ são ortogonais à I_{t-1} , a covariância condicional entre $R_{i,t}$ e $R_{m,t}$ pode ser expressa por:

$$\sigma(\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | I_{t-1}) = E(\tilde{\varepsilon}_{i,t}, \tilde{\varepsilon}_{m,t} | I_{t-1}) \quad (4.13)$$

E para a variância da carteira de mercado m , tem-se:

$$\sigma^2(\tilde{R}_{m,t} | I_{t-1}) = E(\tilde{\varepsilon}_{m,t} | I_{t-1}) \quad (4.14)$$

Substituindo as equações 4.13 e 4.14 na expressão 4.12, obtém-se:

$$\hat{R}_{i,t} = R_{f,t} + \lambda_i \sigma(\tilde{\varepsilon}_{i,t}, \tilde{\varepsilon}_{m,t} | I_{t-1}) + \tilde{\varepsilon}_{i,t} \quad (4.15)$$

A fórmula 4.15 representa a relação seccional do retorno do ativo i e de sua covariância condicional com o mercado em termos de erros. Portanto, para testar se o CAPM condicional é válido, é necessário que a especificação funcional da variância e da covariância na equação 4.15 seja estatisticamente comprovada.

4.1 CAPM condicional paramétrico

Engle (1982) desenvolveu um modelo de CAPM condicional incorporando o processo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) na variância do retorno da carteira de mercado e na covariância entre os retornos dos ativos e da carteira de mercado.

Com relação às distribuições dos erros, segundo Engle (1982, p. 988), o processo ARCH pode ser representado por:

$$\tilde{R}_{i,t} = a + b\tilde{R}_{m,t} + \tilde{\varepsilon}_{i,t} \quad (4.16)$$

onde,

$\tilde{R}_{i,t}$: retorno do ativo i ;

$\tilde{R}_{m,t}$: retorno da carteira de mercado;

$\tilde{\varepsilon}_{i,t}$: componente estocástico ou ruído branco.

No processo ARCH, o resíduo $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$ é condicionado a valores observados do conjunto de informações, ψ_t , em t . Mais especificamente, o ruído branco, $\tilde{\varepsilon}_{i,t}$, deve apresentar as seguintes características:

- a. possuir distribuição normal com média igual a zero e variância igual a σ_t^2 , ou

$$\varepsilon_{i,t} | \psi_{t-1} : N(0, \sigma_t^2) \quad (4.17)$$

- b. $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \tilde{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \tilde{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \tilde{\varepsilon}_{t-q}^2$, ou

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \tilde{\varepsilon}_{t-i}^2 \quad (4.18)$$

Conforme a equação 4.18, a variância do erro corrente condicionada aos erros passados, $(\tilde{\varepsilon}_{t-i}; i=1, 2, \dots, q)$, é uma função crescente dos erros históricos, independente de seus sinais e, por consequência, da heterocedasticidade. Por sua vez, a ordem de q denota a extensão em que um choque no retorno do ativo afeta a volatilidade deste no momento seguinte (BERA; HIGGINS, 1993, p. 309).

Para o mercado nacional, segundo Bonomo e Garcia (2004, p. 43):

O CAPM condicional baseado em efeitos ARCH tem maior aderência aos dados. Ele parece capturar melhor a dinâmica das medidas de risco e dos retornos esperados, pois a restrição do beta constante é fortemente rejeitada.

Bollerslev (1986, p. 309) propôs uma extensão do ARCH, que foi denominado GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). O modelo GARCH é dado por:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 \tilde{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2 \tilde{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \tilde{\varepsilon}_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \text{ ou} \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \tilde{\varepsilon}_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

onde,

$$\alpha_i > 0; i = 1, 2, \dots, q;$$

$$\beta_j \geq 0; j = 1, 2, \dots, p.$$

A expressão 4.19 é conhecida como processo de GARCH (q, p) , no qual q denota a ordem de ε_t e p , a ordem de σ_t^2 .

De acordo com o modelo GARCH, a função da variância condicional inclui não só os erros passados mas também as variâncias passadas. Portanto, a volatilidade dos retornos, de acordo com este modelo, depende dos quadrados dos erros históricos e das suas variâncias em períodos anteriores.

A premissa implícita dos modelos ARCH e GARCH é a de que apenas a variância da distribuição dos retornos apresenta alteração ao longo do tempo. Porém, é razoável esperar que a média e a variância do retorno do ativo movam-se na mesma direção (BERA; HIGGINS, 1993, p. 347). Logo, se as variâncias dos retornos dos ativos mudam de um período para o outro, pode-se acreditar que as médias desses retornos também se modificarão. Para suprir esta necessidade, Engle *et al.* (1987) desenvolveram o modelo ARCH-M.

O ARCH-M leva em consideração a variação tanto da média quanto da variância em diferentes momentos. O modelo é dado por:

$$\tilde{R}_{i,t} = a + b\tilde{R}_{m,t} + f(\sigma_t^2) + \tilde{\varepsilon}_{i,t} \quad (4.20)$$

onde,

$\tilde{R}_{i,t}$: retorno do ativo i em t ;

$\tilde{R}_{m,t}$: retorno da carteira de mercado m em t ;

$f(\sigma_t^2)$: função da variância condicional;

$\tilde{\varepsilon}_{i,t}$: ruído branco.

sendo,

$$\tilde{\varepsilon}_{i,t} | \psi_{t-1} : N(0, \sigma_t^2);$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \tilde{\varepsilon}_{t-i}^2 \text{ e } i = 1, 2, \dots, q.$$

A inclusão da função da variância condicional, demonstrada na equação 4.20, pode ser interpretada como a adição de um fator de prêmio pelo risco. De acordo com Markowitz (1952) e Sharpe (1964), se um ativo apresenta maior risco associado, espera-se que ele proporcione um maior retorno para compensar este risco marginal. Sendo assim, a função da volatilidade do risco é uma *proxy* para explicar o aumento do retorno esperado em decorrência do aumento da variância do ativo.

Bollerslev *et al.* (1988) formularam um modelo denominado GARCH-M somando a função da variância ao tradicional modelo GARCH.

O teste do ARCH ou de qualquer uma de suas variações, como por exemplo, o GARCH e o ARCH-M, necessita da estimação dos parâmetros de média e variância.

4.2 Estudos empíricos do CAPM condicional paramétrico no exterior

4.2.1 Estudo de Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988)

Bollerslev *et al.* (1988) utilizaram um modelo M-GARCH para estimar os retornos de *bills*, *bonds* e ações no mercado norte-americano, no período de 1959 a 1984. De acordo com o modelo utilizado no estudo, o retorno esperado de um ativo é proporcional à sua respectiva covariância condicional, e o prêmio pelo risco de mercado é constante em diferentes períodos.

Observou-se que as covariâncias condicionais variam ao longo do tempo e que são determinantes na alteração dos retornos dos ativos. Os betas estimados também se mostraram variáveis de um período para o outro. Ainda, os autores afirmam que outros parâmetros, como por exemplo, a inovação no consumo, deveriam ser considerados no conjunto de informações disponíveis ao investidor no momento da estimação dos retornos condicionais dos ativos.

Por fim, Bollerslev *et al.* (1988, p. 128) afirmam que os resultados observados por eles são sensíveis a dois fatores: (i) à escolha da *proxy* para a carteira de mercado; e (ii) ao período

trimestral de retorno dos ativos utilizados no estudo. Portanto, modificações nesses dois fatores podem fazer com que o modelo apresente um melhor desempenho.

4.2.2 Comentários do estudo de Harvey (1989)

Harvey (1989) realizou uma estimativa do CAPM que permitiu covariâncias, retornos esperados e variâncias condicionais variáveis. Mesmo com essa formulação ampla, o modelo foi estatisticamente rejeitado.

Os resultados demonstraram que as covariâncias condicionais realmente modificavam-se de um período para o outro. Consistente com o CAPM, altos retornos apresentaram-se associados a altas covariâncias condicionais. Todavia, o autor obteve evidências desfavoráveis ao modelo uma vez que o ruído branco mostrou-se correlacionado às informações disponíveis aos investidores.

Os achados pelo autor evidenciaram que o CAPM de Sharpe-Lintner é incapaz de capturar a dinâmica do comportamento dos retornos dos ativos (HARVEY, 1989, p. 315).

4.2.3 Estudo de Bodurtha e Mark (1991)

Bodurtha e Mark (1991) estimaram e realizaram testes do CAPM condicional de Sharpe-Lintner-Mossin, permitindo retornos, betas e prêmio pelo risco de mercado que fossem condicionais e variáveis ao longo do tempo.

De acordo com os autores, no CAPM condicional, o beta de um ativo pode ser dado por:

$$\beta_{i,I_{t-1}} = \frac{E[u_{i,t}, u_{m,t} | I_{t-1}]}{E[u_{m,t}^2 | I_{t-1}]} \quad (4.21)$$

onde,

$\beta_{i,I_{t-1}}$: beta condicionado às informações I em $t-1$;

I_{t-1} : conjunto de informações disponíveis ao investidor no período t ;

$u_{i,t}, u_{m,t}$: covariância entre o erro de previsão do retorno do ativo i e o erro de previsão do retorno de mercado no período t ;

$u_{m,t}^2$: variância do erro de previsão do retorno de mercado no período t .

Bodurtha e Mark (1991, p. 1486) modelaram os dois componentes do beta condicional e incorporaram as informações disponíveis aos investidores no apreçamento dos ativos de acordo com processos ARCH, segundo a metodologia proposta por Engle (1982).

Foram utilizadas as cotações mensais das ações listadas na NYSE, de 1926 a 1985. Para estimar o retorno em excesso de um ativo, subtraiu-se a taxa mensal de remuneração do *Treasury bill* do retorno nominal mensal da ação. Os dados foram obtidos no CRSP e no arquivo *Fama's U.S. Government*.

Os autores criaram cinco carteiras de ativos para testar o CAPM. Estas carteiras foram obtidas pelo ranqueamento do valor transacionado de cada ação em cada mês do período da análise, sendo que estes ativos foram posteriormente divididos em quintis. A *proxy* utilizada para o retorno da carteira de mercado foi o retorno de mercado ponderado do CRSP.

Para estimar o prêmio pelo risco de mercado, foram testados um modelo ARCH-M e um autoregressivo. Conforme os resultados apresentados, Bodurtha e Mark (1991, p. 1493) adotaram um modelo autogressivo de ordem três para representar este fator de risco.

O CAPM condicional não se apresentou como um modelo estatisticamente válido (BODURTHA; MARK, 1991, p. 1502). Por meio do método dos momentos generalizados (GMM) tornou-se viável a identificação de outras variáveis relevantes na explicação dos retornos das carteiras, dentre elas: (i) o retorno do *Treasury bill*; (ii) a taxa de pagamento de dividendos das ações; (iii) a taxa de remuneração de debêntures com baixa classificação de crédito; (iv) a variância condicional do retorno de mercado; e (v) o prêmio de inadimplência de títulos com alto risco. Ainda, incorporando uma variável *dummy* para dados do mês de janeiro, os autores conseguiram suavizar o efeito da falta das referidas variáveis no modelo.

4.2.4 Estudo de Engel, Frankel, Froot e Rodrigues (1995)

Engel *et al.* (1995) testaram o CAPM condicional utilizando um método que permitia que os retornos condicionais esperados variassem em decorrência de dois motivos: (i) a alteração da proporção do capital aplicado em cada ativo da carteira do investidor; e (ii) a modificação da matriz de covariância de cada ativo.

Foram utilizados dados de retornos mensais das ações listadas na NYSE e na AMEX, no período de janeiro de 1995 a dezembro de 1984. As ações foram alocadas em sete carteiras setoriais, pois se desejava agrupar os ativos com retornos altamente correlacionados (ENGEL *et al.*, 1995, p. 8). O retorno de cada carteira foi calculado pela média ponderada dos retornos das ações que a compunham. Por sua vez, o excesso de retorno foi obtido pela diferença do retorno nominal de cada uma e a taxa de remuneração do *one-month Treasury bill*.

A versão do CAPM condicional utilizada no estudo é dada por:

$$E_t(r_{t+1}) = \beta_t E_t(m_{t+1}) \quad (4.22)$$

onde,

$E_t(r_{t+1})$: retorno esperado da carteira, excluída a taxa livre de risco, condicionado a todas as informações disponíveis ao investidor em t ;

$E_t(m_{t+1})$: prêmio esperado pelo risco do investimento na carteira de mercado m .

Sendo β_t :

$$\beta_t = \frac{\text{cov}(m_{t+1}, r_{t+1})}{\text{var}_t(m_{t+1})} = \frac{\Omega_t \lambda_t}{\text{var}_t(m_{t+1})} \quad (4.23)$$

onde,

Ω_t : matriz de covariância condicional;

λ_t : valor total das ações de cada carteira dividido pelo valor total da amostra.

Conforme a expressão 4.23, o valor do beta pode variar ao longo do tempo devido à mudança da proporção de capital investido em cada carteira e/ou porque a matriz de covariância, Ω_t , se alterou.

Segundo Engel *et al.* (1995, p. 7), assumindo-se que os investidores são racionais, pode-se reescrever a expressão 4.22 da seguinte forma:

$$r_{t+1} = \rho \Omega_t \lambda_t + \varepsilon_{t+1} \quad (4.24)$$

onde,

ρ : prêmio pelo risco, dado por $E_t(m_{t+1})/\text{var}_t(m_{t+1})$;

$\varepsilon_{t+1} = r_{t+1} - E(r_{t+1})$.

A matriz de covariância dos retornos condicionados às informações pode ser obtida a partir do parâmetro de erro, ε_{t+1} , da equação 4.24, sendo dada por:

$$\Omega_t = E_t(\varepsilon_{t+1} \varepsilon'_{t+1}) \quad (4.25)$$

Para estimar a expressão 4.25, é necessário definir como Ω_t comporta-se ao longo do tempo. Primeiramente, os autores estimaram a versão do modelo que assumia que as variâncias dos ativos individuais eram constantes. Este pressuposto não implica em dizer que os betas e os retornos esperados são constantes ao longo do tempo. Em seguida, Engel *et al.* (1995, p. 11) realizaram a estimação da equação 4.25 demonstrando que Ω_t é variável no período de análise e apresenta o comportamento de um processo GARCH.

De acordo com Engel *et al.* (1995, p. 10), a versão do CAPM condicional que tinha como pressuposto a variância constante mostrou-se ineficiente por dois motivos: (i) não apresentou poder preditivo dos retornos dos ativos; e (ii) foi rejeitada uma vez que o modelo que assumia covariâncias variáveis ao longo do tempo apresentou significância estatística. Logo, o CAPM condicional com efeito GARCH demonstrou poder de explicação dos retornos das carteiras, com validade estatística comprovada pelos autores.

4.2.5 Estudo de Jagannathan e Wang (1996)

Jagannathan e Wang (1996) assumiram que o beta e o prêmio pelo risco de mercado variavam ao longo do tempo, e por consequência, que o CAPM condicional era o modelo que melhor explicava o retorno dos ativos. Visando elaborar um modelo mais amplo, os autores incluíram o parâmetro de retorno sobre o capital humano no cálculo do retorno da carteira de mercado.

Para calcular o retorno dos ativos, foram utilizadas as cotações das ações listadas na NYSE e na AMEX no período de julho 1963 a dezembro de 1990. Para cada ano do período analisado, as empresas foram ordenadas de acordo com seus respectivos valores de mercado e dividas em decils. Os betas individuais dos ativos foram estimados realizando-se uma regressão entre o retorno histórico de cada ação e o retorno do índice CRSP. Em seguida, as ações de cada decil foram divididas em decils novamente, de acordo com o seu respectivo beta histórico estimado. Portanto, foram criadas 100 carteiras de ações seguindo-se a metodologia utilizada por Fama e French (1992). O retorno de cada carteira foi calculado pela média simples dos retornos de suas ações. Este procedimento foi repetido para cada ano do período em análise, gerando uma série temporal de retornos mensais com 330 observações.

O CAPM condicional que inclui o retorno do capital humano é dado por:

$$E(R_{i,t}) = c_0 + c_{vw}\beta_i^{vw} + c_{prem}\beta_i^{prem} + c_{labor}\beta_i^{labor} \quad (4.26)$$

onde,

c_0 , c_{vw} , c_{prem} e c_{labor} : constantes do modelo;

β_i^{vw} : sensibilidade do retorno mensal da carteira i ao retorno do índice da carteira de mercado

vw ;

β_i^{prem} : sensibilidade do retorno da carteira i ao prêmio pelo risco de mercado;

β_i^{labor} : sensibilidade do retorno da carteira i à taxa de crescimento da renda *per capita* nos

Estados Unidos.

Os betas da equação 4.26 são dados por:

$$\beta_i^{vw} = \frac{\text{cov}(R_{i,t}, R_t^{vw})}{\text{var}(R_t^{vw})} \quad (4.27)$$

$$\beta_i^{premio} = \frac{\text{cov}(R_{i,t}, R_t^{premio})}{\text{var}(R_t^{premio})} \quad (4.28)$$

$$\beta_i^{labor} = \frac{\text{cov}(R_{i,t}, R_t^{labor})}{\text{var}(R_t^{labor})} \quad (4.29)$$

onde,

R_t^{vw} : retorno do índice da carteira de mercado *vw* em t ;

R_t^{premio} : *proxy* do prêmio pelo risco de mercado, que é igual à diferença entre a remuneração dos títulos BAA- e a remuneração dos títulos AAA-.

R_t^{labor} : taxa de crescimento na renda *per capita* nos Estados Unidos.

As remunerações dos títulos BAA- e AAA- foram obtidas no *Federal Reserve Bulletin*, publicado pelo *Board of Governors of the Federal Reserve System*. Os dados de renda per capita e populacionais foram obtidos na *National Income and Product Account of the U.S.A.*, publicado pelo *Bureau of Economic Analysis*.

Para testar a expressão 4.26, os autores incluíram um fator de risco tamanho no modelo. Caso esta nova variável demonstrasse poder de explicação dos retornos das carteiras, o CAPM condicional utilizado no estudo estaria mal especificado (JAGANNATHAN; WANG, 1996, p. 15). O tamanho de cada carteira foi calculado pela média aritmética dos logaritmos dos valores de mercado de suas respectivas empresas. Logo, o modelo utilizado no estudo é dado por:

$$E(R_{i,t}) = c_0 + c_{size} \log(ME_i) + c_{vw} \beta_i^{vw} + c_{premio} \beta_i^{premio} + c_{labor} \beta_i^{labor} \quad (4.30)$$

O valor estimado para c_{labor} foi significativamente diferente de zero (estatística t igual a 2,31) e o R^2 do modelo igual a 55,21%. Os parâmetros c_{vw} e c_{premio} também se mostraram

estatisticamente significativos. Por sua vez, o fator tamanho não explicou o retorno das ações, e consequentemente, o CAPM condicional que considera o retorno sobre o capital humano mostrou-se válido.

4.2.6 Estudo de He, Kan, Ng e Zhang (1996)

He *et al.* (1996) utilizaram o CAPM condicional para permitir que as covariâncias entre os retornos dos ativos e fatores de mercado variassem ao longo do tempo. O modelo também foi aplicado para examinar se os parâmetros de valor de mercado e índice *book-to-market* eram relevantes na explicação dos retornos das ações em um modelo de apreçamento condicional multifatorial. Ainda, os autores criaram um vetor informacional a partir de cinco variáveis para incorporar a influência das informações disponíveis aos investidores nos retornos dos ativos.

Em relação aos dados utilizados no estudo, tem-se:

- Retorno dos ativos – os autores utilizaram a mesma metodologia empregada no estudo de Fama e French (1993). Ou seja, para investigar a relação seccional entre o retorno dos ativos e os fundamentos econômicos, foram utilizados os excessos de retornos mensais de 25 carteiras que foram obtidas por meio do ranqueamento das ações devido aos seus respectivos valores de mercado (ME) e, em seguida, pelos índices *book-to-market* (BM) destas empresas. O período de análise foi de julho de 1964 a dezembro de 1992. As cotações das ações das empresas não-financeiras listadas na NYSE, AMEX, e depois de 1972, na NASDAQ, foram obtidas no CRSP, e as informações contábeis das companhias foram observadas no banco de dados COMPUSTAT®.
- Fatores e características das carteiras – as variáveis econômicas selecionadas por He *et al.* (1996, p. 1898) incluíam dois fatores de títulos (DEF e TERM) e um da carteira de mercado de ações (MKT). Assim como Fama e French (1993), os autores utilizaram as classificações SMB e HML para representar os fatores de risco relacionados aos parâmetros ME e BM.
 - a. Fator DEF: diferença entre o retorno mensal das debêntures e o retorno dos títulos de longo prazo do governo norte-americano. A carteira de mercado das debêntures foi composta pela amostra destes ativos disponível no *Ibbotson Corporate Bond Module*.

Os retornos dos títulos de longo prazo do governo norte-americano foram obtidos no *Ibbotson's Stocks, Bonds, and Bills*.

- b. Fator TERM: diferença entre os retornos mensais dos títulos de longo prazo do governo norte-americano e a taxa de remuneração do *Treasury bill* de um mês. Os retornos do *Treasury bill* foram obtidos na mesma fonte que o retorno dos títulos de longo prazo do governo dos Estados Unidos.
 - c. Carteira de mercado de ações MKT: *proxy* do retorno da carteira de mercado obtida pela média ponderada dos excessos de retornos das ações listadas na NYSE, AMEX, e depois de 1972, na NASDAQ.
- Variáveis de informação – foram utilizadas cinco variáveis de informação no estudo: (i) o Índice *Standard and Poors* 500; (ii) a diferença entre os retornos do *Treasury bill* de três meses e um mês (HB3); (iii) a diferença entre a remuneração de uma carteira composta por títulos Baa e o retorno de uma carteira composta por títulos Aaa (Baa – Aaa); (iv) a taxa de pagamento de dividendos das ações que compõem o Índice *Standard and Poors* 500 (DIV); e (v) a taxa de remuneração do *Treasury bill* de um mês (TB1).

He *et al.* (1996, p. 1899) testaram três modelos:

- I) Modelo de um fator – no qual o fator foi a carteira de mercado MKT criada pelos autores.
- II) Modelo de três fatores – no qual os fatores foram o prêmio DEF, o prêmio TERM e a carteira de mercado MKT.
- III) Modelo de cinco fatores – modelo com os três fatores explicados anteriormente e os fatores SMB e HML.

Em relação aos resultados, He *et al.* (1996, p. 1892) escrevem:

Assim como no trabalho de Fama e French (1993), o modelo de um fator pouco explica os retornos esperados das ações até mesmo quando covariâncias variáveis são aplicadas ao CAPM. Por sua vez, o modelo de três fatores apresenta melhor desempenho que o de um fator, mas ainda não é estatisticamente significativo. Por fim, mesmo o modelo de cinco fatores demonstrou poder de predição restrito.

4.2.7 Estudo de Ferson e Harvey (1999)

Ferson e Harvey (1999), utilizando informações disponíveis aos investidores em períodos passados, testaram a versão condicional do modelo de três fatores de Fama e French (1993) e do modelo de quatro fatores de Elton *et al.* (1995). No último modelo, os três primeiros fatores são similares aos de Fama e French (1993) e o quarto fator é representado pelo excesso do retorno de uma carteira de títulos classificados como ativos de risco (FERSON; HARVEY, 1999, p. 1345).

Foram utilizados os retornos mensais das carteiras de ações ordinárias de empresas listadas nas Bolsas dos Estados Unidos, no período de julho de 1963 a dezembro de 1994. A metodologia de elaboração das carteiras utilizada por Ferson e Harvey (1999, p. 1330) é similar a do estudo de Fama e French (1993). Primeiramente, as ações foram alocadas em cinco carteiras de acordo com o valor de mercado das empresas. Em seguida, cada uma originou cinco novas carteiras em função do índice *book-to-market* das ações. Ou seja, o resultado final foi a formação de 25 carteiras de ações ordinárias.

As variáveis condicionais utilizadas no estudo foram: (i) a diferença entre os retornos dos *Treasury bills* de três meses e um mês; (ii) a taxa de retorno do Índice *Standard and Poors* 500; (iii) a diferença entre os retornos dos títulos Baa e Aaa da *Moody's*; (iv) a diferença entre os retornos dos *Treasury bonds* de dez anos e um ano; e (v) o retorno do *Treasury bill* de um mês.

Os modelos de três e quatro fatores, tanto na versão estática quanto na condicional, foram estatisticamente rejeitados na explicação dos retornos das ações ordinárias.

De acordo com Ferson e Harvey (1999, p. 1327):

As variáveis condicionais mostraram-se significantes na explicação dos retornos dos ativos. Este fato é um insumo importante na rejeição dos modelos de três e quatro fatores. Os resultados encontrados no trabalho trazem relevantes implicações para a análise de risco, as medidas de desempenho, o cálculo de custo de capital e outras aplicações dos modelos.

4.3 Estudos empíricos do CAPM condicional paramétrico no Brasil

4.3.1 Estudo de Bonomo e Garcia (2004)

Bonomo e Garcia (2004) utilizaram dados de retornos de ações brasileiras para testar a versão condicional e a estática do CAPM. Foram selecionadas 25 ações ordinárias que fizeram parte do Ibovespa, no período de janeiro de 1976 a dezembro de 1992.

Dado o número de ações disponíveis, os autores decidiram formar carteiras de três tamanhos de empresas, referentes ao valor de mercado destas. As carteiras foram constituídas da seguinte maneira: primeiramente, os retornos das ações individuais de cada mês foram ordenados conforme o valor de mercado da empresa; em seguida, as ações foram divididas em três grupos, de acordo com a posição de capitalização encontrada; por fim, dentro de cada grupo de ativos, os retornos foram ponderados pelo valor de mercado de sua respectiva companhia, relativamente ao valor total de capitalização das empresas dentro de um mesmo grupo. Os retornos foram calculados em moeda doméstica, em excesso à taxa *overnight*.

Para testar o CAPM condicional no Brasil, utilizou-se o modelo proposto por Bodurtha e Mark (1991). De acordo com o modelo:

O beta de uma carteira de ativo é definido como a covariância condicional entre o erro de previsão do retorno da carteira e o erro de previsão do retorno de mercado, dividida pela variância condicional do erro de previsão do retorno de mercado. Assume-se que ambos os componentes do beta condicional seguem um processo ARCH. Os retornos esperados de mercado também seguem uma estrutura autoregressiva (BONOMO; GARCIA, 2004, p. 42).

No estudo, o CAPM condicional foi dado por:

$$E\left[\tilde{R}_{i,t} \mid \Omega_t\right] = \beta_{i,t} E\left[\tilde{R}_{m,t} \mid \Omega_t\right] \quad (4.31)$$

onde,

$\tilde{R}_{i,t}$: retorno da carteira i em excesso ao retorno do ativo livre de risco em t ;

$\tilde{R}_{m,t}$: excesso de retorno da carteira de mercado em relação ao ativo livre de risco em t ;

Ω_t : conjunto de informações disponíveis aos investidores em t .

A medida de risco da carteira i , $\beta_{i,t}$, foi especificada da seguinte forma:

$$\beta_{i,t} = \frac{\text{cov}[\tilde{R}_{i,t}, \tilde{R}_{m,t} | \Omega_t]}{\text{var}[\tilde{R}_{m,t} | \Omega_t]} \quad (4.32)$$

Para estimar o modelo da equação 4.31, os retornos foram decompostos em uma parte esperada e uma inesperada:

$$\tilde{R}_{i,t} = E[\tilde{R}_{i,t} | \Omega_t] + u_{i,t} \quad (4.33)$$

$$\tilde{R}_{m,t} = E[\tilde{R}_{m,t} | \Omega_t] + u_{m,t} \quad (4.34)$$

onde, $u_{i,t}$ e $u_{m,t}$ são erros de previsão ortogonais à informação em Ω_t . Logo, a equação 4.31 pode ser reescrita como:

$$E[\tilde{R}_{i,t} | \Omega_t] = \frac{E[u_{i,t}, u_{m,t} | \Omega_t]}{E[u_{m,t}^2 | \Omega_t]} E[\tilde{R}_{m,t} | \Omega_t] \quad (4.35)$$

Para testar o CAPM condicional paramétrico, os autores estimaram os parâmetros do lado direito da expressão 4.35 pelo GMM.

A respeito dos resultados encontrados por Bonomo e Garcia (2004, p. 50), pode-se afirmar que os retornos médios das carteiras apresentaram relação crescente com o tamanho das empresas e relação decrescente com o desvio padrão dos retornos. A estimativa do CAPM constante permitiu vislumbrar em parte esse racional, mas os retornos das empresas menores foram superavaliados pelo modelo, enquanto os retornos das grandes companhias mostraram-se subavaliados. Por sua vez, o CAPM condicional baseado em efeitos ARCH apresentou maior aderência aos dados, denotando melhor a dinâmica das medidas de risco e dos retornos esperados das carteiras. Mesmo com os retornos médios das três carteiras sendo superiores aos explicados pelo modelo, os betas médios das carteiras estavam alinhados aos retornos médios.

4.3.2 Estudo de Ribenboim (2004)

Ribenboim (2004) realizou testes de versões do CAPM no Brasil, sendo eles: (i) o CAPM de Sharpe (1964); a versão do CAPM de Black *et al.* (1972), que parte da hipótese de ausência do ativo livre de risco; e (iii) o CAPM condicional, de acordo com a metodologia proposta por Schwert e Seguin (1990).

Como o foco deste capítulo é descrever alguns estudos de CAPM condicional no exterior e no Brasil, será explicitado somente o procedimento de teste do último modelo.

Segundo Ribenboim (2004, p. 28), a modelagem proposta por Schwert e Seguin (1990) é robusta para a existência de heterocedasticidade e incorpora ao CAPM tradicional uma variável que capta a heterogeneidade da heterocedasticidade dos retornos dos ativos.

Para testar o CAPM condicional, por meio de um modelo que assume heterocedasticidade heterogênea, o autor utilizou o modelo dado por:

$$\tilde{R}_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \tilde{R}_{m,t} + \varphi_i \left(\frac{\tilde{R}_{m,t}}{\hat{\sigma}_{m,t}^2} \right) + \tilde{\varepsilon}_{i,t} \quad (4.36)$$

onde,

$R_{i,t}$: retorno do ativo i em t ;

$R_{m,t}$: excesso de retorno da carteira de mercado em t ;

β_i : medida de risco não-diversificável do ativo i como parte da carteira de mercado;

φ_i : coeficiente do componente de heterocedasticidade;

$\hat{\sigma}_{m,t}^2$: variância do retorno da carteira de mercado em t .

Para realizar o teste empírico foi necessário dividir a solução em duas partes. Primeiramente, foi estimado o desvio padrão da carteira de mercado, por meio do modelo a seguir:

$$S_{m,t} = \beta_0 + \sum_{i=1}^{12} \beta_i S_{m,t-1} + \varepsilon_t \quad (4.37)$$

Em seguida, o autor utilizou o módulo dos resíduos da equação 4.37, ε_t , para estimar a expressão dada por:

$$|\hat{\varepsilon}_t| = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\sigma}_{m,t} + u_t \quad (4.38)$$

A equação 4.37 foi estimada pelo método de regressão *ordinary least square* (OLS) e, em seguida, a expressão 4.38 foi estimada pelo método de regressão *weighted least square* (WLS). Desse procedimento, foi obtido um resultado robusto para $\sigma_{m,t}^2$, que foi utilizado para solucionar a equação 4.36.

Segundo Ribenboim (2004, p. 30), para testar se é válida a formulação do CAPM convencional, deve-se verificar se $\varphi_i = 0$. O autor realizou um teste de verossimilhança, calculando a diferença do logaritmo do determinante das duas matrizes de covariância, uma com $\varphi_i = 0$ e outra com φ_i diferente de zero.

Os retornos dos ativos foram obtidos por meio das cotações de ações listadas na Bovespa, no período de junho de 1989 a março de 1998. A partir do valor médio mensal das ações, foram calculadas as rentabilidades mês a mês dos ativos, que foram agrupados em 14 carteiras setoriais. Testou-se o CAPM condicional duas vezes, agrupando sete carteiras diferentes por vez. O autor desejava testar dois grupos distintos de ações. O primeiro era composto por carteiras com ações mais negociadas na Bovespa. O segundo compreendia as carteiras de ações com baixa liquidez. O objetivo de testar o CAPM dessa forma era verificar se a liquidez das ações afetava a validade do modelo (RIBENBOIM, 2004, p. 31).

A *proxy* da carteira de mercado utilizada foi o Ibovespa. Por sua vez, como *proxy* do ativo livre de risco foi utilizada a taxa de juros efetiva mensal do Sistema Especial de Liquidação e Custódia (Selic).

A Tabela 14 apresenta os resultados encontrados pelo autor. As entradas são os valores dos coeficientes estimados e entre parênteses está indicada a estatística t .

Tabela 14 – Resultados das estimações do modelo CAPM condicional

Grupo 1				Grupo 2			
Carteira	α	β	100φ	Carteira	α	β	100φ
Siderurgia	-0,0178 (-1,644)	0,7114 (8,918)	-0,0004 (-1,001)	Bebidas e fumo	-0,0117 (-1,458)	0,5773 (9,764)	0,0001 (0,464)
Bancos	0,0086 (1,024)	0,6064 (9,786)	0,0002 (0,575)	Papel e celulose	-0,0313 (-3,275)	0,4756 (6,769)	0,0002 (0,661)
Eletrônicos	0,0054 (-0,464)	0,7104 (8,259)	-0,0007 (-1,735)	Varejo	-0,0149 (-1,034)	0,8697 (8,202)	-0,0005 (-1,106)
Elétrico	0,0337 (1,521)	1,6119 (9,879)	-0,0011 (-1,423)	Alimentos	-0,0290 (-2,532)	0,6804 (8,066)	-0,0002 (-0,348)
Petroquímico	0,0029 (0,311)	0,9426 (13,540)	-0,0004 (-1,114)	Autopeças	-0,0328 (-2,387)	0,5506 (5,448)	0,0008 (1,812)
Telecomunicações	0,0058 (0,749)	1,1724 (20,454)	-0,0001 (-0,216)	Têxtil	-0,0254 (-1,975)	0,838 (8,875)	-0,0002 (-0,379)
Bens de capital	-0,0009 (-0,049)	0,5011 (3,761)	0,0006 (0,968)	Aviação	0,0184 (0,909)	0,481 (3,231)	-0,0002 (-0,248)

Fonte: RIBENBOIM; 2004, p. 36.

A Tabela 15 apresenta os testes da razão de verossimilhança. Os testes foram baseados nos determinantes das matrizes de variância-covariância dos resíduos na hipótese nula e na hipótese alternativa (RIBENBOIM, 2004, p. 36).

Tabela 15 – Resultados dos testes da razão de verossimilhança

	$\varphi=0$	$\alpha=0$
Grupo 1	13,065	9,831
p-valor	0,070	0,198
Grupo 2	11,837	19,327
p-valor	0,106	0,007

Fonte: RIBENBOIM; 2004, p. 36.

De acordo com Ribenboim (2004, p. 36):

No teste do modelo CAPM condicional, o modelo foi aceito para o grupo 1, ao nível de significância de 5%, e rejeitado para o grupo 2. Entretanto, a hipótese de beta constante não é rejeitada ao nível de significância de 5% para nenhum dos grupos. Ainda, os testes em todos os casos mostram que o grupo 2 tem *p-value* inferior ao do grupo 1, ficando claro que o tamanho das empresas é fator importante quando se está testando o modelo CAPM com dados brasileiros.

4.3.3 Estudo de Tambosi Filho, Costa Jr. e Rossetto (2006)

Tambosi Filho *et al.* (2006) testaram o modelo de Jagannathan e Wang (1996) no mercado acionário brasileiro.

Os dados foram obtidos no *site* do Banco Central do Brasil e no banco de dados Económica[®]. Os autores utilizaram 35 ações que foram dispostas em sete carteiras.

Para cada carteira, foram executadas regressões entre o retorno de suas ações e o índice de mercado. Estas regressões foram estimadas de acordo com a metodologia proposta por Fama e MacBeth (1973). Ou seja, foram constituídas sete carteiras contendo ações listadas na Bovespa entre janeiro de 1994 a dezembro de 2002. Em seguida, o beta de cada carteira foi estimado relacionando os retornos mensais do índice de mercado para o período de 1994 a 1998. Este beta foi utilizado para a estimação dos retornos mensais das carteiras no período subsequente, de 1999 a 2002.

Segundo Tambosi Filho *et al.* (2006, p. 158):

O processo de estimação dos betas do mercado se repetiu seis vezes até a obtenção total de 108 estimações que foi de janeiro de 1994 até dezembro de 2002. Ainda, em relação ao beta, foi estimado para cada ação, usando 24 e 60 meses do retorno passado das ações. Seguindo Fama e French (1992), foram criadas sete carteiras, e computou-se o retorno de cada uma delas para os 12 meses seguintes. Foi repetido esse procedimento para cada ano analisado.

Ainda, foi obtida uma série temporal do retorno mensal para cada uma das sete carteiras. O modelo foi estimado por meio do GMM, que realiza a correção dos erros.

O prêmio pelo risco de mercado foi representado pelo *spread* entre a taxa DI e a taxa SELIC. Já o capital humano foi representado pelo Produto Interno Bruto (PIB) de mercado. A *proxy* para a carteira de mercado foi o Ibovespa. O modelo utilizado é dado por:

$$E(\tilde{R}_{c,t}) = c_0 + c_{size} \log(ME_c) + c_{ibov} \beta_{ibov} + c_{premio} \beta_{premio} + c_{pib.mer} \beta_{pib.mer} \quad (4.39)$$

onde,

$E(\tilde{R}_{c,t})$: retorno esperado da carteira c para o período t ;

c_0 : intercepto do modelo;

c_{size} : coeficiente da variável valor de mercado (*size*) da carteira;

$\log(ME_c)$: logaritmo do valor de mercado da carteira;

c_{ibov} : coeficiente do retorno da carteira de mercado;

c_{premio} : coeficiente do prêmio pelo risco de mercado;

$c_{pib.mer}$: coeficiente do retorno do capital humano, o PIB de mercado;

β_{ibov} , β_{premio} e $\beta_{pib.mer}$: sensibilidade do retorno mensal da carteira c a variações do retorno mensal do Ibovespa, do prêmio pelo risco e do capital humano, respectivamente.

Para determinar a significância de cada um dos coeficientes, Tambosi Filho *et al.* (2006) utilizaram seus respectivos valores médios.

Os autores verificaram que o CAPM estático, sem a inclusão da variável capital humano, aparentou não explicar satisfatoriamente o retorno esperado das carteiras. Todavia, não se deve desprezar o CAPM estático, pois ele é capaz de explicar o mercado para um determinado espaço de tempo (TAMBOSI FILHO *et al.*, 2006, p. 166).

Em relação ao CAPM condicional, os autores comentam que, sem a inclusão da variável capital humano e com a utilização do modelo de correção dos erros, a variável c_{premio} apresentou-se significativamente diferente de zero.

Quando a variável *size* foi adicionada ao modelo, o R^2 teve um aumento considerável. Ou seja, mesmo sem a inclusão da variável capital humano, o CAPM condicional explicou de forma mais eficaz a variação média dos retornos históricos das carteiras analisadas.

Por fim, as variáveis c_{premio} e $c_{pib.mer}$ mostraram-se significativamente diferentes de zero após a correção dos erros.

4.4 Síntese dos estudos de CAPM condicional paramétrico

O quadro a seguir apresenta um resumo das pesquisas de CAPM condicional paramétrico citadas.

Quadro 4 – Resumo dos estudos de CAPM condicional paramétrico

Estudo	Objetivo	Conclusões
Bollerslev, Engle e Wooldridge (1988)	Utilizar um modelo M-GARCH para estimar os retornos de <i>bills</i> , <i>bonds</i> e ações no mercado norte-americano, no período de 1959 a 1984.	As covariâncias condicionais variam ao longo do tempo e são determinantes na alteração do prêmio pelo risco de mercado. Os betas estimados também se mostraram variáveis de um período para o outro. Ainda, os autores afirmam que outros parâmetros, como por exemplo, a inovação no consumo, deveriam ser considerados no conjunto de informações disponíveis ao investidor no momento da estimação dos retornos condicionais dos ativos.
Harvey (1989)	Testar o CAPM permitindo parâmetros condicionais e variáveis ao longo do tempo, sendo eles: (i) covariância; (ii) retorno esperado; e (iii) variância.	Mesmo com a formulação ampla, o CAPM condicional foi estatisticamente rejeitado. Os resultados demonstraram que as covariâncias condicionais realmente modificavam-se de um período para o outro.
Bodurtha e Mark (1991)	Estimar e realizar testes do CAPM condicional de Sharpe-Lintner-Mossin, permitindo retornos e prêmio pelo risco de mercado variável ao longo do tempo.	O CAPM condicional tradicional não se apresenta como um modelo estatisticamente válido. A utilização do GMM viabilizou a identificação de outras variáveis relevantes na explicação dos retornos das carteiras, dentre elas: (i) o retorno do <i>Treasury bill</i> ; (ii) a taxa de pagamento dos dividendos das ações; (iii) a taxa de remuneração de debêntures com baixa classificação de crédito; (iv) a variância condicional do retorno de mercado; e (v) o prêmio de inadimplência de títulos com alto risco.
Engel, Frankel, Froot e Rodrigues (1995)	Testar o CAPM condicional utilizando um método que permitia que os retornos condicionais esperados variassem em decorrência de dois motivos: (i) alteração da proporção de capital aplicado em cada ativo da carteira do investidor; e (ii) modificação da matriz de covariância de cada ativo.	A versão do CAPM condicional que tinha como pressuposto a variância constante não apresentou significância estatística. Já o CAPM condicional, com efeito GARCH demonstrou poder de explicação dos retornos das carteiras, com validade estatística comprovada.
Jagannatan e Wang (1996)	Elaborar um CAPM condicional mais amplo, incluindo o parâmetro de retorno sobre o capital humano no cálculo do retorno da carteira de mercado.	A variável do fator tamanho incluída no modelo não explicou o retorno das ações, e por consequência, o CAPM condicional que considera o retorno sobre o capital humano se mostrou válido.

Estudo	Objetivo	Conclusões
He, Kan, Ng e Zhang(1996)	Utilizar o CAPM condicional para permitir que as covariâncias entre os retornos dos ativos e fatores de mercado variassem ao longo do tempo. O modelo também foi aplicado para examinar se os parâmetros de valor de mercado e índice <i>book-to-market</i> eram consistentes na explicação dos retornos das ações em um modelo de apreçamento condicional multifatorial. Ainda, foi criado um vetor informacional a partir de cinco variáveis para incorporar a influência de informações disponíveis aos investidores nos retornos dos ativos.	Assim como no trabalho de Fama e French (1992), o modelo de um fator pouco explicou os retornos esperados das ações, até mesmo quando covariâncias variáveis foram aplicadas ao CAPM. Por sua vez, o modelo de três fatores apresentou melhor desempenho que o de um fator, mas ainda não foi estatisticamente significativo. Por fim, mesmo o modelo de cinco fatores demonstrou poder de predição restrito.
Ferson e Harvey (1999)	Testar a versão condicional do modelo de três fatores de Fama e French (1993) e do modelo de quatro fatores de Elton <i>et al.</i> (1995), utilizando informações disponíveis aos investidores em períodos passados.	As variáveis condicionais mostraram-se significantes na explicação dos retornos dos ativos. Os modelos de três e quatro fatores, tanto na versão estática quanto na condicional, foram estatisticamente rejeitados na explicação dos retornos das ações ordinárias.
Bonomo e Garcia (2004)	Testar o CAPM estático e o CAPM condicional proposto por Bodurtha e Mark (1991), no qual ambos os componentes do beta condicional seguem um processo ARCH.	O CAPM tradicional não foi rejeitado pelos autores. Porém, o CAPM condicional baseado em efeitos ARCH apresentou maior aderência aos dados, capturando melhor a dinâmica das medidas de risco e dos retornos esperados.
Ribenboim (2004)	Testar o CAPM condicional de acordo com a metodologia proposta por Schwert e Seguin (1990). O teste teve como amostra ações listadas na Bovespa no período de junho de 1989 a março de 1998.	O CAPM condicional foi aceito para o grupo 1, com carteiras de ações mais negociadas no mercado, e rejeitado para o grupo 2, formado por ações de baixa liquidez. O modelo de beta constante não foi rejeitado ao nível de 5% de significância.
Tambosi Filho, Costa Jr. e Rossetto (2006)	Testar o modelo de Jagannathan e Wang (1996) no mercado acionário brasileiro, no período de janeiro de 1994 a dezembro de 2002.	As variáveis tamanho de mercado, prêmio pelo risco de mercado, retorno do capital humano e retorno da carteira de mercado apresentaram-se significantes na explicação dos retornos históricos das carteiras. O poder de explicação do modelo de apreçamento de ativos aumentou muito quando o CAPM condicional foi considerado.

4.5 CAPM condicional não-paramétrico

Conforme apresentado até aqui, muitos modelos foram propostos a fim de explicar como os investidores atuam em condições de risco. Estes modelos também buscam a quantificação da relação risco e retorno, permitindo a valoração dos ativos da economia. Dentre eles, o mais

usado é o modelo proposto por Sharpe (1964), que utiliza como base o modelo de carteiras de Markowitz (1952), o CAPM. Contudo, este modelo foi testado empiricamente e diversas anomalias e ineficiências foram identificadas.

Basicamente, o CAPM estático proposto por Sharpe-Lintner-Mossin determina o preço de ativos considerando que decisões de investimento ótimas são tomadas quando o mercado encontra-se em equilíbrio. Ainda, algumas premissas foram assumidas para o desenvolvimento do modelo, dentre elas: (i) os investidores apresentam expectativas homogêneas em relação aos retornos esperados, variâncias dos retornos e matriz de correlação entre retornos esperados dos ativos para um único período; (ii) ausência de imperfeições no mercado, como por exemplo, custos de transação, impostos e regulamentações; (iii) os investidores têm acesso às mesmas informações, simultaneamente e sem custo; e (iv) os investidores são racionais e tomam decisões somente em termos de retornos esperados, desvios padrão dos retornos de suas carteiras e das correlações dos ativos da carteira, sendo as distribuições dos retornos equivalentes a uma distribuição normal.

De acordo com o CAPM de Sharpe (1964), o comportamento do investidor é analisado e avaliado em uma economia hipotética em um único período. Diversos autores, dentre eles Fama e French (2002) e Jagannathan e Wang (1996), comprovaram que as condições de mercado mudam de um momento para o outro, fazendo com que os parâmetros do CAPM estático não sejam válidos. Portanto, no contexto real, deve-se considerar que os prêmios pelo risco e que também a relação de risco do ativo com o mercado, o beta, alteram-se em diferentes períodos.

O CAPM condicional objetiva justamente relacionar o retorno do ativo com a taxa livre de risco, o prêmio pelo risco de mercado e o beta às informações disponíveis aos investidores em cada momento, fazendo com que estes parâmetros se alterem como consequência da modificação das expectativas dos investidores. Portanto, de acordo com os estudos apresentados anteriormente, o CAPM condicional representa de forma mais fidedigna o apreenhimento dos ativos uma vez que possibilita que tanto o prêmio pelo risco quanto o beta variem de um período para o outro. Segundo Hansen e Richard (1987), o CAPM condicional é válido até mesmo quando o CAPM estático não é.

Na avaliação dos modelos de apreçamento condicionais, Ghysels (1998) argumenta que a especificação dos parâmetros do CAPM é muito importante e deve ser cuidadosamente realizada. O autor ainda afirma que diversos modelos de CAPM condicional que utilizam séries temporais como método de cálculo levam à especificação errônea dos parâmetros do modelo, o que pode acarretar em erros de apreçamento mais sérios que os verificados nos modelos com beta constante. He *et al.* (1996), dentre outros autores, também verificam este mesmo problema.

4.5.1 Estudo de Wang (2002)

Wang (2002) apresenta uma solução para o problema de especificação errônea dos parâmetros do CAPM condicional paramétrico. O autor propõe um novo modelo que utiliza um método não-paramétrico para incorporar as informações disponíveis aos investidores aos parâmetros e ao teste do CAPM condicional. Esse modelo assume que as covariâncias são estacionárias e que as considerações de proteção ao risco pelo investidor não são suficientemente importantes.

Foram utilizadas as cotações mensais das ações listadas na NYSE, no período de fevereiro de 1947 a dezembro de 1995, para calcular o retorno mensal dos ativos. Elas foram divididas em cinco decils de acordo com seus respectivos valores de mercado:

- carteira 1: ações até o decil um;
- carteira 2: ações do decil dois e três;
- carteira 3: ações do decil quatro e cinco;
- carteira 4: ações do decil seis e sete;
- carteira 5: demais ações.

Wang (2002, 149) realizou o teste do CAPM condicional utilizando como *proxy* para a carteira de mercado: (i) o índice ponderado da NYSE; e (ii) o índice da média simples dos retornos das ações listadas na NYSE.

As variáveis condicionais aplicadas no estudo foram:

- a) índice de pagamento de dividendos (DPR) – razão entre a soma dos pagamentos de dividendos realizados nos últimos 12 meses e o índice ponderado da NYSE;
- b) prêmio pela inadimplência (DEF) – diferença entre a taxa de remuneração das debêntures Baa e a taxa de remuneração das debêntures Aaa;
- c) taxa de remuneração do *Treasury bill* de um mês (RTB);
- d) prêmio de mercado da carteira composta igualitariamente por ações listadas na NYSE (EWR).

O autor utilizou um fator de desconto não-paramétrico para considerar as variáveis de informação no teste do CAPM condicional.

Wang (2006, p.136) assume que o excesso de retorno da carteira de mercado m em $t+1$, $r_{m,t+1}$, e o excesso de retorno do ativo i na mesma data, $r_{i,t+1}$, são variáveis estacionárias. O CAPM condicional considerado pelo autor é dado por:

$$E[r_{i,t+1}|I_t] = E[r_{m,t+1}|I_t] \beta_{i,t} \quad (4.40)$$

onde, $\beta_{i,t} = \frac{\text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1}|I_t)}{\text{var}(r_{m,t+1}|I_t)}$.

Sendo a equação 4.40 equivalente a⁴:

$$E[r_{i,t+1}|I_t] = E[r_{m,t+1}|I_t] \frac{E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t]}{E[r_{m,t+1}^2|I_t]} \quad (4.41)$$

para $i=1, \dots, n$

Onde,

$r_{i,t+1}$: excesso de retorno do ativo i , que é obtido pela diferença de retorno do ativo i em $t+1$ e a taxa do ativo livre de risco também em $t+1$;

⁴ A demonstração da equivalência entre as expressões 4.40 e 4.41 está disponível no Apêndice 1.

$r_{m,t+1}$: prêmio de mercado, que é calculado pela diferença entre o retorno da carteira de mercado m em $t+1$ e a taxa livre de risco também em $t+1$.

A expressão 4.40 é igual à equação de cálculo do prêmio pelo investimento no ativo i de acordo com o CAPM condicional. Por sua vez, a equação 4.41 é a representação do CAPM condicional em *cross section* (WANG, 2002, p. 136).

Sendo $E[m_{t+1}r_{i,t+1}|I_t]$ igual ao resíduo da expressão 4.41, pode-se reescrevê-la:

$$\begin{aligned} E[r_{i,t+1}|I_t] &= E[r_{m,t+1}|I_t] \frac{E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t]}{E[r_{m,t+1}^2|I_t]} + E[m_{t+1}r_{i,t+1}|I_t] \text{ ou} \\ E[r_{i,t+1}|I_t] - E[r_{m,t+1}|I_t] \frac{E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t]}{E[r_{m,t+1}^2|I_t]} &= E[m_{t+1}r_{i,t+1}|I_t] \end{aligned} \quad (4.42)$$

onde,

m_{t+1} : fator de desconto estocástico m em $t+1$.

Se $E[m_{t+1}r_{i,t+1}|I_t] = 0$, o resíduo da expressão 4.42 é igual a zero e o CAPM condicional é estatisticamente válido na explicação dos retornos dos ativos.

Reescrevendo a equação 4.42 para o subconjunto de informações, x_t , disponíveis aos investidores, tem-se:

$$E[r_{i,t+1}|x_t] - E[r_{m,t+1}|x_t] \frac{E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|x_t]}{E[r_{m,t+1}^2|x_t]} = E[m_{t+1}r_{i,t+1}|x_t] \quad (4.43)$$

O fator de desconto estocástico é dado por:

$$m_{t+1} = 1 - \frac{\hat{g}_m(x_t)}{\hat{g}_{mm}(x_t)} r_{m,t+1} \quad (4.44)$$

onde,

$\hat{g}_m(x_t)$: prêmio pelo risco de mercado em $t+1$, ou média condicional, estimado de forma não-paramétrica;

$\hat{g}_m(x_t)$: variância da carteira de mercado em $t+1$ também estimada de forma não-paramétrica.

A estimação da média condicional não-paramétrica é obtida por:

$$\hat{g}_m(x_t) = E[r_{m,t+1}|x_t] = n^{-1}h^{-k} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_t}{h}\right) r_{m,t+1} \quad (4.45)$$

onde,

$\hat{f}(x) = n^{-1}h^{-k} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_t}{h}\right)$: distribuição de probabilidade não-paramétrica;

$h = 1,06 * n^{-1/5} * \sigma(x_t)$: janela de estimação segundo método de Silverman (1986);

n : número de observações;

$K(x_{i,t}) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$: função de densidade de probabilidade estimada por meio da Função

Gaussiana Padrão no estudo;

x : domínio da função imagem $\hat{f}(x)$;

$x_t = \begin{pmatrix} DPR_t & DEF_t & RTB_t & EWR_t \end{pmatrix}$, ou seja, pontos amostrais das variáveis de informação.

Por sua vez, a estimação da variância condicional de forma não-paramétrica é obtida por:

$$\hat{g}_{mm}(x_t) = E[r_{m,t+1}^2|x_t] = n^{-1}h^{-k} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_t}{h}\right) r_{m,t+1}^2 \quad (4.46)$$

Conhecendo $\hat{m}_{t+1}r_{i,t+1} = \hat{e}_{i,t+1}$ e x_t , que é um vetor de variáveis de informação observáveis, uma forma de testar a condição $E[m_{t+1}r_{i,t+1}|x_t] = 0$, a qual é equivalente a $E[e_{i,t+1}|x_t] = 0$, é por meio da execução da regressão de $e_{i,t+1}$ com x_t , verificando se os coeficientes da regressão

são iguais a zero. Ou seja, para testar a validade do CAPM condicional, de acordo com Wang (2002, p. 136) é necessário realizar a regressão não-paramétrica dada pela seguinte expressão:

$$\hat{e}_{i,t+1} = x_t' \delta_i + u_{i,t+1} \quad (4.47)$$

onde,

i : carteira;

$u_{i,t+1}$: resíduo do modelo.

Sendo $E[u_{i,t+1}|x_t] = 0$ e $E[e_{i,t+1}|x_t] = x_t' \delta_i$.

Para estimar o parâmetro $\hat{\delta}_i$ de forma não-paramétrica, Wang (2002, p. 137) utilizou a seguinte equação:

$$\hat{\delta}_i = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{w}_t z_t z_t' \right)^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{w}_t z_t \hat{e}_{i,t+1} \right) \quad (4.48)$$

onde,

$\hat{w}_t = \hat{f}(x_t) \hat{g}_{mm}(x_t)$: ponderação da regressão dada por Wang (2002, p. 127);

$z_t = (1 \quad x_t')'$.

Para cada carteira de ações foi estimado um determinado delta, sendo obtido o conjunto:

$$\hat{\delta}_N = (\hat{\delta}_1' \quad \hat{\delta}_2' \quad \dots \quad \hat{\delta}_j')' \quad (4.49)$$

onde,

N : número de variáveis de informação utilizadas na regressão não-paramétrica da expressão 4.47;

j : número de carteiras.

Ou seja, para validar o CAPM condicional não-paramétrico e a condicionalidade das variáveis de informação, é necessário demonstrar estatisticamente que o coeficiente $\hat{\delta}_N$ é igual a zero. Esta estatística de teste segue uma distribuição qui-quadrado e é dada por:

$$\hat{T}_\delta = N\hat{\delta}'_N\hat{\Lambda}_N^{-1}\hat{\delta}_N : \chi^2(N) \quad (4.50)$$

onde,

$$\hat{\Lambda}_N = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\gamma}_N(y_{t+1}) \hat{\gamma}_N(y_{t+1})' - 4\hat{\delta}_N \hat{\delta}_N'.$$

O parâmetro $\hat{\gamma}_N(y_{t+1})$ é dado por:

$$\hat{\gamma}_N(y_{t+1}) = \hat{f}(x_t) \left[\hat{g}_{mm}(x_t) r_{i,t+1} - \hat{g}_m(x_t) r_{m,t+1} r_{i,t+1} + \hat{g}_i(x_t) r_{m,t+1}^2 - \hat{g}_{mi}(x_t) r_{m,t+1} \right] \quad (4.51)$$

sendo:

$$\hat{g}_i(x_t) = E[r_{i,t+1} | x_t] = n^{-1} h^{-1} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right) r_{i,t+1} \quad (4.52)$$

$$\hat{g}_{mi}(x_t) = E[r_{m,t+1} r_{i,t+1} | x_t] = n^{-1} h^{-1} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right) r_{m,t+1} r_{i,t+1} \quad (4.53)$$

Logo, de acordo com Wang (2002, p. 140), se o teste da estatística $\hat{T}_\delta$ apresentasse *p-value* superior a 5%, ou seja, superior ao nível de significância de 5%, as variáveis de informação utilizadas no estudo seriam capazes de explicar o retorno dos ativos.

Conforme os resultados apresentados pelo autor, os betas estimados mostraram-se não-lineares, portanto, variando ao longo do tempo conforme a influência das variáveis de informação DPR, EWR, DEF e RTB. Todavia, mesmo demonstrando desempenho superior ao CAPM tradicional, o CAPM condicional não-paramétrico não se apresentou estatisticamente válido.

Um dos possíveis motivos para o modelo proposto por Wang (2002) não apresentar validade estatística para o contexto norte-americano pode ser o cálculo multivariado da distribuição de probabilidade não-paramétrica do CAPM condicional. De acordo com Silverman (1986), este método pode apresentar a maldição da dimensionalidade, ou seja, quando o número de regressores aumenta, é necessário um número grande de dados para realizar uma estimação acurada. Uma maneira de evitar este problema seria estimar os parâmetros de forma não-paramétrica, considerando-se uma variável de informação por vez.

4.5.2 Estudo de Castillo-Spíndola (2006)

Seguindo a metodologia proposta por Wang (2002), Castillo-Spíndola (2006) testou o CAPM condicional não-paramétrico para a economia mexicana, com dados mensais no período de março de 1987 a janeiro de 2002. Para as variáveis de informação foram utilizados dados de fevereiro de 1987 a dezembro de 2001.

Como *proxy* da taxa livre de risco, o autor utilizou a taxa mensal de remuneração dos *Certificados de la Tesorería de la Federación a 28 días (Cetes 28 days)*. Para obter o prêmio pelo risco de mercado, Castillo-Spíndola (2006, p. 289) calculou a diferença entre a taxa de crescimento do *índice de precios y cotizaciones* e a taxa livre de risco:

$$R_{m,t+1} = \left(\frac{IPC_{t+1} - IPC_t}{IPC_t} \right) \times 100 - \lambda \quad (4.54)$$

sendo,

λ : a taxa livre de risco.

Para realizar os testes, o autor dividiu a amostra das ações em cinco setores da economia, sendo eles: (i) indústria de transformação; (ii) construção; (iii) comércio; (iv) transportes; e (v) serviços.

Por sua vez, as variáveis de informação utilizadas por Castillo-Spíndola (2006, p. 290) foram:

- a) percentual de variação do índice de atividade industrial;

- b) percentual de variação da inflação, representada pelo *índice nacional de precios al consumidor*;
- c) percentual de variação do monetário agregado M4;
- d) percentual de variação da taxa de câmbio peso-dólar;
- e) *spread* entre a taxa mensal de remuneração dos *commercial papers* emitidos no México e a taxa livre de risco;
- f) percentual de variação do índice Dow Jones.

O CAPM condicional não-paramétrico mostrou-se válido e estatisticamente significativo para todas as informações econômicas utilizadas. Portanto, as variáveis de informação selecionadas pelo autor influenciam a medida de risco das ações, o beta, e também o prêmio pelo risco de mercado.

De acordo com Castillo-Spíndola (2006, p. 293):

Os resultados apresentados no trabalho não são conclusivos. Se as variáveis de informação utilizadas no estudo forem aceitas como uma boa representação das informações econômicas disponíveis aos investidores, as evidências observadas possibilitam afirmar que o CAPM condicional não-paramétrico é um bom modelo para apreçamento de ativos da economia mexicana.

4.6 Síntese dos estudos de CAPM condicional não-paramétrico

O quadro a seguir apresenta um resumo dos estudos de CAPM condicional não-paramétrico citados.

Quadro 5 – Resumo dos estudos de CAPM condicional não-paramétrico

Estudo	Objetivo	Conclusões
Wang (2002)	Propor um modelo que utiliza um método não-paramétrico para incorporar as informações disponíveis aos investidores aos parâmetros e ao teste do CAPM condicional.	Os betas estimados mostraram-se não-lineares, portanto, variando ao longo do tempo conforme a influência das variáveis de informação utilizadas no estudo. Todavia, mesmo demonstrando desempenho superior ao CAPM tradicional, o CAPM condicional não-paramétrico não se mostrou estatisticamente válido.

Estudo	Objetivo	Conclusões
Castillo-Spíndola (2006)	Testar o CAPM condicional não-paramétrico proposto por Wang (2002) para a economia mexicana, com dados mensais no período de fevereiro de 1987 a janeiro de 2002.	O CAPM condicional não-paramétrico mostrou-se válido e estatisticamente significativo para todas as variáveis de informação utilizadas. Ou seja, estas variáveis influenciam a medida de risco das ações, o beta, e também o prêmio pelo risco de mercado.

5 METODOLOGIA DE PESQUISA, SELEÇÃO DA AMOSTRA E TESTE EMPÍRICO

5.1 O modelo de pesquisa

Conforme detalhado no Capítulo 2, de acordo com o modelo de apreçamento de ativos desenvolvido por Sharpe (1964) – o CAPM – o retorno de um ativo é uma função do retorno do ativo livre de risco de uma economia e do prêmio pelo risco de mercado ajustado pelo fator beta, o qual representa uma medida de risco deste ativo em relação à carteira de mercado. Por sua vez, o beta seria o único parâmetro que explicaria a diferença de retorno entre os ativos.

Uma das premissas do CAPM estático de Sharpe (1964) é que o investidor toma decisão em um único período, e que por consequência, tanto o prêmio de mercado quanto o beta não variam em diferentes momentos. Diversos autores, dentre eles Fama e French (2002) e Jagannathan e Wang (1996), demonstraram que as condições de mercado se alteram de um período para o outro, fazendo com que os parâmetros do CAPM estático sejam inválidos.

Para incorporar a alteração do prêmio pelo risco de mercado e da medida de risco de um ativo em relação à carteira de mercado, do beta, foram desenvolvidas versões condicionais do CAPM: (i) modelos de séries temporais; e (ii) modelo não-paramétrico. Estes modelos são convenientes para incorporar variâncias e covariâncias que se alteram ao longo do tempo. Dentre os testes dos modelos condicionais, destaca-se o de Wang (2002), que considera que variáveis de informação disponíveis aos investidores influenciam tanto o beta quanto o prêmio pelo risco de mercado e que estima os parâmetros do CAPM condicional de forma não-paramétrica.

Wang (2002, p. 134) afirma que um ponto desafiador surge ao testar a eficiência da relação média-variância condicional de uma carteira:

Não há um método teórico proposto para identificar como os parâmetros do cálculo do CAPM para uma carteira, ou seja, o retorno, o prêmio pelo risco de mercado, a taxa do ativo e o beta, variam de acordo com as variáveis que representam a informação condicional de cada período.

O modelo de pesquisa do presente estudo procurou investigar se o CAPM não-paramétrico de Wang (2002), que incorpora variáveis de informação disponíveis aos investidores, apresenta validade estatística na explicação dos retornos dos ativos para o mercado acionário brasileiro e se o beta é variável ao longo do tempo.

De acordo com o modelo de Wang (2002), as variáveis de informação influenciam na tomada de decisão do investidor uma vez que impactam tanto a medida de prêmio pelo risco de mercado como a relação de sensibilidade dos retornos de um ativo em relação aos retornos da carteira de mercado, o beta.

O obstáculo para aprimorar o entendimento em relação à interação dos fatores de mercado, variáveis de informação e parâmetros específicos das empresas na explicação dos retornos dos ativos advém da dificuldade da identificação do conjunto de fatores relevantes. Os resultados dos estudos de Jagannathan e Wang (1996) e He *et al.* (1996) apontam a necessidade da pesquisa e do teste de fatores econômicos que explicam o retorno dos ativos de acordo com o CAPM condicional.

Assim como realizado no estudo de Castillo-Spíndola (2006), e uma vez que nenhum dos pares das variáveis de informação apresentou coeficiente de correlação em módulo superior a 50%, conforme exposto na Tabela 16, optou-se por utilizar as seguintes variáveis no teste do CAPM condicional não-paramétrico para o mercado brasileiro:

- a) percentual de variação do nível de produção industrial brasileira;
- b) percentual de variação do monetário agregado M4, que é o total de títulos e moeda emitidos pelo sistema financeiro nacional;
- c) percentual de variação da inflação, representada pelo Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA);
- d) percentual de variação da taxa de câmbio real-dólar, representada pela relação real-dólar PTAX.

Tabela 16 – Coeficiente de correlação entre as variáveis de informação

	Produção industrial	M4	IPCA	Dólar PTAX
Produção industrial	-	-20%	-11%	1%
M4		-	-13%	-1%
IPCA			-	-2%
Dólar PTAX				-

Assim como realizado por Wang (2002), utilizou-se no presente trabalho um fator de desconto não-paramétrico para considerar as variáveis de informação no teste do CAPM condicional.

A expressão do CAPM condicional utilizada é dada por:

$$E[R_{i,t+1}|x_t] = E[R_{m,t+1}|x_t]\beta_{i,t} \quad (5.1)$$

para $i = 1, \dots, n$.

Onde,

$R_{i,t+1}$: excesso de retorno do ativo i , que é obtido pela diferença de retorno do ativo i em $t+1$ e a taxa do ativo livre de risco também em $t+1$;

$R_{m,t+1}$: prêmio de mercado, que é calculado pela diferença entre o retorno da carteira de mercado m em $t+1$ e a taxa livre de risco também em $t+1$;

x_t : subconjunto de informações disponíveis aos investidores em t ;

$$\beta_{i,t} = \frac{\text{cov}(R_{i,t+1}, R_{m,t+1}|x_t)}{\text{var}(R_{m,t+1}|x_t)}.$$

Sendo $E[m_{t+1}R_{i,t+1}|I_t]$ igual ao resíduo da expressão 5.1, é possível reescrevê-la:

$$E[R_{i,t+1}|x_t] - E[R_{m,t+1}|x_t] \frac{E[R_{i,t+1}R_{m,t+1}|x_t]}{E[R_{m,t+1}^2|x_t]} = E[m_{t+1}R_{i,t+1}|x_t] \quad (5.2)$$

onde,

m_{t+1} : fator de desconto estocástico m em $t+1$.

O fator de desconto estocástico é estimado pela fórmula:

$$m_{t+1} = 1 - \frac{\hat{g}_m(x_t)}{\hat{g}_{mm}(x_t)} R_{m,t+1} \quad (5.3)$$

onde,

$\hat{g}_m(x_t)$: prêmio pelo risco de mercado em $t+1$, ou média condicional, estimado de forma não-paramétrica;

$\hat{g}_{mm}(x_t)$: variância da carteira de mercado em $t+1$ também estimada de forma não-paramétrica.

A estimação da média condicional não-paramétrica é obtida por:

$$\hat{g}_m(x_t) = E[R_{m,t+1} | x_t] = n^{-1} h^{-k} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right) R_{m,t+1} \quad (5.4)$$

onde,

$\hat{f}(x) = n^{-1} h^{-k} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right)$: distribuição de probabilidade não-paramétrica obtida pelo

método de Kernel;

$h = 1,06 * n^{-1/5} * \sigma(x_t)$: janela de estimação segundo método de Silverman (1986);

n : número de observações;

$K(x_{i,t}) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$: função de densidade de probabilidade estimada por meio da Função

Gaussiana Padrão;

x : domínio da função imagem $\hat{f}(x)$;

x_t : pontos amostrais da variável de informação x .

Por sua vez, a estimação da variância condicional de forma não-paramétrica é obtida por:

$$\hat{g}_{mm}(x_t) = E[R_{m,t+1}^2 | x_t] = n^{-1} h^{-k} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right) R_{m,t+1}^2 \quad (5.5)$$

Para o CAPM condicional não-paramétrico ser estatisticamente válido, o resíduo da expressão 5.2, $E[m_{t+1}R_{i,t+1}|x_t]$, deve ser igual a zero. Tendo $\hat{m}_{t+1}R_{i,t+1} = \hat{e}_{i,t+1}$ e x_t , foi testada a condição $E[m_{t+1}r_{i,t+1}|x_t] = 0$, que é equivalente a $E[e_{i,t+1}|x_t] = 0$, por meio da regressão não-paramétrica:

$$\hat{e}_{i,t+1} = x_t' \delta_i + u_{i,t+1} \quad (5.6)$$

onde,

i : setor;

$u_{i,t+1}$: resíduo do modelo.

Sendo $E[u_{i,t+1}|x_t] = 0$ e $E[e_{i,t+1}|x_t] = x_t' \delta_i$.

Para estimar o parâmetro $\hat{\delta}_i$ de forma não-paramétrica, assim como Wang (2002, p. 137) utilizou-se a seguinte equação:

$$\hat{\delta}_i = \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{w}_t x_t x_t' \right)^{-1} \left(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{w}_t x_t \hat{e}_{i,t+1} \right) \quad (5.7)$$

onde,

$\hat{w}_t = \hat{f}(x_t) \hat{g}_{mm}(x_t)$: ponderação da regressão dada por Wang (2002, p. 127).

Para cada carteira setorial de ações foi estimado um determinado delta, sendo obtido o conjunto:

$$\hat{\delta}_N = (\hat{\delta}_1' \quad \hat{\delta}_2' \quad \dots \quad \hat{\delta}_j')' \quad (5.8)$$

onde,

N : número de variáveis de informação utilizadas na regressão não-paramétrica, que neste trabalho é igual a um;

j : número de setores.

Ou seja, para validar o CAPM condicional não-paramétrico e a condicionalidade das variáveis de informação, é necessário demonstrar estatisticamente que o coeficiente $\hat{\delta}_N$ é igual a zero. Esta estatística de teste segue uma distribuição qui-quadrado e foi estimada de acordo com:

$$\hat{T}_{\delta} = N\hat{\delta}'_N\hat{\Lambda}_N^{-1}\hat{\delta}_N : \chi^2(N) \quad (5.9)$$

onde,

$$\hat{\Lambda}_N = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{\gamma}_N(y_{t+1}) \hat{\gamma}_N(y_{t+1})' - 4\hat{\delta}_N \hat{\delta}_N'.$$

O parâmetro $\hat{\gamma}_N(y_{t+1})$ foi estimado pela fórmula:

$$\hat{\gamma}_N(y_{t+1}) = \hat{f}(x_t) \left[\hat{g}_{mm}(x_t) R_{i,t+1} - \hat{g}_m(x_t) R_{m,t+1} R_{i,t+1} + \hat{g}_i(x_t) R_{m,t+1}^2 - \hat{g}_{mi}(x_t) R_{m,t+1} \right] \quad (5.10)$$

sendo:

$$\hat{g}_i(x_t) = E[R_{i,t+1} | x_t] = n^{-1} h^{-1} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right) R_{i,t+1} \quad (5.11)$$

$$\hat{g}_{mi}(x_t) = E[R_{m,t+1} R_{i,t+1} | x_t] = n^{-1} h^{-1} \hat{f}(x)^{-1} \sum_{t=1}^n K\left(\frac{x - x_t}{h}\right) R_{m,t+1} R_{i,t+1} \quad (5.12)$$

Se o teste da estatística $\hat{T}_{\delta}$ para cada variável de informação apresentar *p-value* superior a 5%, ou seja, superior ao nível de significância de 5%, ela será estatisticamente relevante na explicação dos retornos dos ativos e validará o método de teste do CAPM proposto por Wang (2002).

O programa de cálculo dos parâmetros e teste do CAPM condicional não-paramétrico está disponível no Apêndice 2.

É importante ressaltar que o modelo considerado no presente estudo incorpora uma única variável de informação por vez na estimação dos seus parâmetros e também no teste da sua validade estatística.

5.2 Hipóteses formuladas

Considerando que o objetivo principal do estudo é verificar se o CAPM condicional não-paramétrico proposto por Wang (2002) explica as variações dos retornos das ações do Ibovespa, de acordo com um conjunto de variáveis explicativas predefinidas, as seguintes hipóteses serão testadas:

$H_{0,1}$: o nível de produção industrial brasileira é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{1,1}$: o nível de produção industrial brasileira não é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{0,2}$: o monetário agregado M4 é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{1,2}$: o monetário agregado M4 não é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{0,3}$: o IPCA é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{1,3}$: o IPCA não é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{0,4}$: a taxa de câmbio real-dólar é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

$H_{1,4}$: a taxa de câmbio real-dólar não é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa.

Ou seja, para cada variável de informação, uma vez verificado que o coeficiente $\hat{\delta}_N$ é igual a zero, poder-se-á afirmar que o resíduo do CAPM condicional não-paramétrico em *cross*

section é estatisticamente nulo, denotando a validade da variável selecionada e do modelo na explicação dos retornos dos ativos.

Além de se testar o modelo, será também analisado se o beta das carteiras de ações do mercado brasileiro apresenta comportamento variável ao longo do tempo de acordo com as variáveis de informação explicitadas anteriormente.

5.3 Coleta de dados e metodologia para o teste das hipóteses

A amostra selecionada das ações representa as empresas da carteira teórica do Ibovespa referente ao primeiro quadrimestre de 2010. As cotações selecionadas datam de janeiro de 2002 a dezembro de 2009. Este critério de seleção foi escolhido uma vez que as empresas do Ibovespa são as que apresentam maior liquidez no mercado nacional. Ainda, o critério de liquidez para a seleção das ações é arbitrário. Porém, de acordo com Fama e French (1988), essa conduta é comum na literatura de testes empíricos.

Optou-se por incluir no presente estudo também ações de empresas financeiras, pois testes de versões do CAPM condicional no Brasil, como por exemplo, o estudo de Ribenboim (2004) e Tambosi Filho *et al.* (2006), já utilizam as ações destas companhias.

Para manutenção do critério de liquidez, decidiu-se por excluir ações que não apresentaram negociação por mais de cinco dias úteis.

Os dados de informação utilizados para testar o CAPM condicional não-paramétrico datam de dezembro de 2001 a novembro de 2009. Por sua vez, tanto os dados de cotação do Ibovespa quanto a SELIC mensal efetiva foram obtidos para o período de janeiro de 2002 a dezembro de 2009.

5.3.1 Metodologia para formação das carteiras setoriais

A fim de testar o CAPM condicional não-paramétrico proposto por Wang (2002), foram formadas 11 carteiras a partir de ações da carteira teórica do Ibovespa do primeiro quadrimestre de 2010. Assim como Ribenboim (2004, p. 30), a construção das carteiras se

deu pelo critério de agrupar os ativos do mesmo setor na economia. Todas as ações receberam o mesmo peso dentro de cada carteira.

A classificação setorial das empresas com ações que compuseram o Ibovespa teórico no primeiro quadrimestre de 2010 foi obtida a partir do sistema de dados Economática[®].

Para testar as hipóteses apresentadas, primeiramente foram calculados os excessos de retorno mensal, ou prêmio, das ações em relação à taxa livre de risco do respectivo mês. Em seguida, foram obtidos os excessos de retorno das carteiras setoriais.

5.4 Coleta dos dados

Utilizaram-se somente dados secundários, obtidos a partir de diversas fontes de dados, conforme pode ser visualizado no quadro a seguir.

Quadro 6 – Dados secundários utilizados no estudo

Quadro 6 – Dados secundários utilizados no estudo	
Dado secundário	Fonte
Taxa livre de risco, carteira de mercado e cotações das ações	
Taxa SELIC - % a.a.	Banco de dados Economática®
Nível em pontos do Ibovespa	
Cotação de fechamento das ações ordinárias e preferenciais pertencentes à carteira teórica do Ibovespa do primeiro quadrimestre de 2010	Banco de dados Bloomberg®
Variáveis de informação	
Nível de produção industrial brasileira	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)
Monetário agregado – M4	Banco Central do Brasil
Índice de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA)	Banco de dados Bloomberg®
Taxa de câmbio real-dólar PTAX venda	Banco Central do Brasil

5.5 Descrição das variáveis utilizadas

5.5.1 Taxa livre de risco, prêmio pelo risco de mercado e retorno das carteiras

5.5.1.1 Taxa livre de risco

Assim como no estudo de Ribenboim (2004), neste trabalho adotou-se a meta da taxa referencial SELIC, a taxa básica da economia brasileira, como *proxy* para a taxa de retorno livre de risco.

O retorno mensal da taxa livre de risco foi calculado de acordo com:

$$R_{f,t+1} = (1 + SELIC_{t+1})^{1/12} - 1 \quad (5.13)$$

onde,

$R_{f,t+1}$: taxa SELIC efetiva ao mês vigente em $t+1$;

$SELIC_{t+1}$: meta da taxa SELIC ao ano vigente no mês $t+1$.

5.5.1.2 Prêmio pelo risco de mercado

Conforme definido pelo CAPM, utiliza-se a carteira de mercado como *proxy* para cálculo do prêmio pelo risco de mercado. Neste trabalho, adotou-se o Ibovespa como representação da carteira de mercado. Ribenboim (2004, p. 30) mostra que alguns testes existentes na literatura demonstram que a utilização de uma *proxy* de mercado que contenha grande parte do volume transacionado, como é o caso do Ibovespa, não ocasiona perdas significativas no teste do modelo. Stambaugh (1982) demonstrou que, por meio da utilização de diversas carteiras que serviriam como *proxy* da carteira de mercado, as inferências são similares entre as diversas *proxies*.

O prêmio pelo risco de mercado foi obtido pela diferença entre o retorno da carteira de mercado e a taxa livre de risco, sendo dado por:

$$R_{m,t+1} = \ln \left(\frac{Ibovespa_{t+1}}{Ibovespa_t} \right) - R_{f,t+1} \quad (5.14)$$

onde,

$R_{m,t+1}$: prêmio pelo risco de mercado em $t+1$;

$Ibovespa_{t+1}$: cotação de fechamento do Ibovespa, em pontos, em $t+1$;

$Ibovespa_t$: cotação de fechamento do Ibovespa, em pontos, em t ;

$R_{f,t+1}$: taxa SELIC efetiva ao mês vigente em $t+1$.

5.5.1.3 Excesso de retorno das ações

A fórmula do excesso de retorno das ações é dada por:

$$R_{i,t+1} = \ln \left(\frac{P_{i,t+1}}{P_{i,t}} \right) - R_{f,t+1} \quad (5.15)$$

onde,

$R_{i,t+1}$: retorno da ação i em $t+1$;

$P_{i,t+1}$: preço de fechamento da ação i , ajustado para proventos e subscrições, no último dia útil do mês $t+1$;

$P_{i,t}$: preço de fechamento da ação i , ajustado para proventos e subscrições, no último dia útil do mês t ;

$R_{f,t+1}$: taxa SELIC efetiva ao mês vigente em $t+1$.

5.5.1.4 Excesso de retorno das carteiras

O excesso de retorno mensal de cada setor foi calculado pela média aritmética simples do excesso de retorno das ações que o compunham, conforme equação a seguir:

$$R_{c,t+1} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{i,t+1}}{n} \quad (5.16)$$

onde,

$R_{c,t+1}$: retorno da carteira c no mês $t+1$;

$R_{i,t+1}$: retorno da ação i , pertencente à carteira c , em $t+1$;

n : número de ações pertencentes à carteira c .

5.5.2 Dados das variáveis de informação

5.5.2.1 Nível de produção industrial

De acordo com o IBGE, o objetivo do índice que mede o nível de produção industrial, divulgado mensalmente, é de servir como uma *proxy* do movimento de curto prazo do produto real da indústria. Como índice conjuntural, sua importância deve-se à capacidade de indicar o comportamento efetivo da produção real da indústria com um mínimo de defasagem em relação ao período de referência, representando uma mensuração preliminar da taxa de variação do componente industrial do PIB.

A variação mensal do nível de produção industrial foi calculada tendo como base a alteração do Índice de Produção Industrial, sendo dada por:

$$R_{prod,t} = \ln \left(\frac{I_{prod,t}}{I_{prod,t-1}} \right) \quad (5.17)$$

onde,

$R_{prod,t}$: variação do nível de produção industrial brasileira em t ;

$I_{prod,t}$: Índice de Produção Industrial em t ;

$I_{prod,t-1}$: Índice de Produção Industrial em $t-1$.

5.5.2.2 Monetário agregado M4

O índice M4 é uma medida de monetário agregado da economia brasileira. Ele compreende o volume de papel-moeda em poder público, os depósitos à vista, os depósitos para investimento, as emissões de alta liquidez realizadas primariamente no mercado interno por instituições depositárias, as captações internas por intermédio dos fundos de renda fixa, a posição líquida de títulos registrados no SELIC e os títulos públicos de alta liquidez.

O cálculo da variação mensal do M4 foi realizado da seguinte forma:

$$R_{M4,t} = \ln \left(\frac{M4_t}{M4_{t-1}} \right) \quad (5.18)$$

onde,

$R_{M4,t}$: variação do nível M4 de monetário agregado em t ;

$M4_t$: M4 em t ;

$M4_{t-1}$: M4 em $t-1$.

5.5.2.3 IPCA

A variação mensal da métrica de inflação utilizada no presente estudo, o IPCA, é obtida pela expressão a seguir:

$$R_{IPCA,t} = \ln \left(\frac{IPCA_t}{IPCA_{t-1}} \right) \quad (5.19)$$

onde,

$R_{IPCA,t}$: taxa de variação do IPCA entre $t-1$ e t ;

$IPCA_t$: IPCA em pontos no mês t ;

$IPCA_{t-1}$: IPCA em pontos no mês $t-1$.

5.5.2.4 Dólar

A variação mensal da cotação do dólar foi calculada pela seguinte expressão:

$$R_{d,t} = \ln \left(\frac{Ptax_t}{Ptax_{t-1}} \right) \quad (5.20)$$

onde,

$R_{d,t}$: taxa variação do dólar entre $t-1$ e t ;

$Ptax_t$: taxa de câmbio do dólar PTAX no último dia útil do mês t .

$Ptax_{t-1}$: taxa de câmbio do dólar PTAX no último dia útil do mês $t-1$.

A taxa de cotação do dólar PTAX é definida ao final do dia, sendo calculada como uma média das cotações do dólar ponderada pelo volume de negócios realizados ao longo do dia.

5.6 Processamento e análise dos dados

Os dados para estimação dos parâmetros do CAPM condicional não-paramétrico e teste da sua validade estatística foram processados no programa Mathematica[®], versão 5.2.

Seguindo a metodologia proposta por Wang (2002), foram estimados os parâmetros da expressão 5.6 por meio de um fator de desconto não-paramétrico e um estimador de mínimos quadrados ponderados. Em seguida, foram investigados se os coeficientes desta equação de regressão não-paramétrica eram estatisticamente iguais a zero, o que validaria o modelo de Wang (2002).

5.6.1 Estimação não-paramétrica

De acordo com Silva (2001, p. 9), dois pontos são relevantes na abordagem não-paramétrica: (i) estimação da distribuição de probabilidade não-paramétrica; e (ii) estimação das densidades. Para responder a estes dois pontos, Wang (2002) utilizou uma forma de cálculo baseada em núcleo, o método de Kernel.

O método de Kernel é um modo de se ponderar os dados observados, de forma que as observações mais próximas do ponto onde se deseja estimar recebem um peso maior e as mais distantes um peso menor. Conforme Simonassi e Cândido Jr. (2005):

O método de Kernel é um método não-paramétrico para estimação das curvas de densidade, pelo qual cada observação é ponderada pela distância em relação a um valor central, o núcleo. A ideia é centrar em cada observação x , onde se queira estimar a densidade, uma janela h , que define a vizinhança de x e os pontos que pertencem à estimação.

Utilizando-se o método de Kernel, a distribuição de probabilidade não-paramétrica é obtida por:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (5.21)$$

onde,

n : número de observações;

h : janela ou parâmetro de suavização;

K : núcleo;

x : ponto de estimação;

x_i : informação do momento i .

É importante ressaltar que um aspecto relevante na estimativa da função de probabilidade não-paramétrica é a escolha do parâmetro de suavização h . Todavia, não há nenhum método ótimo para o cálculo de h e, por isso, no presente estudo optou-se por estimar h seguindo a mesma fórmula de cálculo aplicada por Wang (2002), ou seja, de acordo com o método proposto por Silverman (1986):

$$h = 1,06 * n^{-1/5} * \sigma(x_t) \quad (5.22)$$

O núcleo K diz respeito à função de densidade da distribuição de probabilidade não-paramétrica. Este parâmetro pode ser obtido por meio de diversas fórmulas de cálculo, dentre elas a Função Gaussiana Padrão, que também foi aplicada no estudo de Wang (2002):

$$K(x_{i,t}) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (5.23)$$

5.6.2 Distribuição qui-quadrado

De acordo com Larson e Farber (2010, p. 278), a distribuição qui-quadrado pode ser utilizada para construir um intervalo de confiança para a variância e o desvio padrão. Wang (2002) estima o intervalo de confiança da variância do CAPM condicional não-paramétrico por meio de uma distribuição qui-quadrado, a qual apresenta quatro propriedades:

- a) todos os valores qui-quadrado, χ^2 , são maiores ou iguais a zero;
- b) a distribuição qui-quadrado é uma família de curvas, cada uma determinada pelos graus de liberdade;
- c) a área abaixo da curva da distribuição qui-quadrado é igual a um;
- d) as distribuições qui-quadrado são assimétricas positivas, conforme demonstrado na Figura 1.

Figura 1 – Distribuição qui-quadrado
Fonte: LARSON; FARBER, 2010, p. 278.

5.6.3 Valor probabilístico P

Segundo Larson e Farber (2010, p. 298), se a hipótese nula for verdadeira, um valor P (*p-value*) ou significância de um teste de hipóteses é a probabilidade de se obter uma estatística amostral com valores tão extremos ou mais extremos do que aquela determinada a partir dos dados da amostra.

O *p-value* de um teste de hipótese depende da natureza do teste. Há três tipos de teste de hipótese:

- I) unicaudal esquerdo;
- II) unicaudal direito;
- III) bicaudal.

Para se testar uma distribuição qui-quadrado, realiza-se o teste de hipótese unicaudal direito conforme Figura 2.

Figura 2 – Teste unicaudal à direita
 Fonte: LARSON; FARBER, 2010, p. 298.

Quanto menor o *p-value* do teste, mais evidência há para se rejeitar a hipótese nula. Um *p-value* muito pequeno indica um evento incomum. Entretanto, um *p-value* muito baixo não constitui prova de que a hipótese nula é falsa, somente que esta é provavelmente falsa (LARSON; FARBER; 2010, p. 299).

Ao usar um *p-value* para tomar uma decisão em um teste de hipóteses, compara-se este valor com o nível de significância desejado, denominado α . Se o *p-value* for menor ou igual a α , rejeita-se H_0 , não aceitando a variável de informação testada como explicativa dos retornos dos ativos. Já se o *p-value* for superior a α , não se consegue rejeitar a hipótese nula, ou seja, a variável de informação é explicativa dos retornos das ações.

5.7 Limitações da pesquisa

5.7.1 Carteira de mercado

Neste estudo utilizou-se uma carteira de mercado composta pelas ações de um índice de mercado, o Ibovespa. Mesmo sendo uma *proxy* composta por ativos de maior liquidez no mercado acionário brasileiro, as ações da carteira teórica do Ibovespa não representam a totalidade das oportunidades de investimentos disponíveis no mercado brasileiro.

5.7.2 Metodologia de construção de carteiras

Este trabalho busca somente testar o modelo de CAPM não-paramétrico, utilizando a metodologia proposta por Wang (2002), aplicando um conjunto de variáveis de informação predefinidas. Portanto, não é foco do estudo questionar a validade da metodologia adotada.

Ainda, mesmo empregando o método da carteira, procedimento utilizado por Ribenboim (2004), houve setores compostos por uma única ação, e por consequência, o teste do CAPM condicional de Wang (2002) foi realizado para ativos individuais e para carteiras de ações.

5.7.3 Aplicabilidade do CAPM condicional

De acordo com Tambosi Filho *et al.* (2010, p. 73), embora o CAPM condicional apresente desempenho substancialmente melhor que o modelo estático, recomendam-se cuidados na interpretação dos seus resultados pelas seguintes razões: (i) o modelo apresentado de betas variando no tempo é ainda um tanto simples. No mundo dinâmico, investidores podem realizar *hedge*. E (ii) a aplicabilidade do CAPM condicional é questionável quando se está analisando períodos de tempo muito longos.

6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

6.1 Estatísticas descritivas

6.1.1 Taxa livre de risco e prêmio pelo risco de mercado

A Tabela 17 apresenta informações referentes à taxa livre de risco e ao prêmio pelo risco de mercado.

Tabela 17 – Estatísticas descritivas da taxa livre de risco e do prêmio de mercado: 2002-2009, 95 meses

Parâmetro	Retorno médio (%)	Retorno mediano (%)	Desvio padrão (%)	Coeficiente de variação	Menor retorno (%)	Maior retorno (%)
Taxa livre de risco	1,2%	1,2%	0,3%	0,3	0,7%	2,0%
Prêmio de mercado	0,6%	1,4%	7,7%	14,0	-29,6%	14,8%

É possível observar que a SELIC mensal média apresentou valor igual a 1,5% no período de fevereiro de 2002 a dezembro de 2009. Por sua vez, o prêmio pelo risco de mercado apresentou maior variação de retornos médios mensais⁵, com coeficiente de variação igual a 14 para o mesmo período de análise.

6.1.2 Excesso de retorno das carteiras

O Quadro 7 disponibiliza a alocação setorial das ações, de acordo com a classificação do banco de dados Economática®, que compuseram o Ibovespa teórico do primeiro quadrimestre de 2010 e que foram consideradas no presente estudo.

Quadro 7 – Setores e empresas utilizados no estudo

Setor	Empresa	Ticker	Tipo
Bancos	Banco Bradesco S.A.	BBDC4	PN
	Banco do Brasil S.A.	BBAS3	ON
	Itaú Unibanco Holding S.A.	ITUB4	PN
Bebidas	Cia. Bebidas das Américas	AMBV4	PN

⁵ As informações da taxa livre de risco e do prêmio de mercado estão disponíveis no Apêndice 3.

Setor	Empresa	Ticker	Tipo
Energia, gás e água	Cia. Energética de Minas Gerais	CMIG4	PN
	Cia. Paranaense de Energia	CPLE6	PNB
	Centrais Elet. Bras. S.A. – ELETROBRÁS	ELET3	ON
	Centrais Elet. Bras. S.A. – ELETROBRÁS	ELET6	PNB
	Light S.A.	LIGT3	ON
	Cia. Saneamento Básico Est. São Paulo	SBSP3	ON
	Cia. Transmissão de Energia Elétrica Paulista	TRPL4	PN
<i>Holdings</i>	Bradespar S.A.	BRAP4	PN
	Itaúsa Investimentos S.A.	ITSA4	PN
	Ultrapar Participações S.A.	UGPA4	PN
Indústria aeronáutica	Empresa Brasileira de Aeronáutica	EMBR3	ON
Metalurgia e siderurgia	Gerdau S.A.	GGBR4	PN
	Metalúrgica Gerdau S.A.	GOAU4	PN
	Cia. Siderúrgica Nacional	CSNA3	PN
	Usinas Sid. de Minas Gerais	USIM5	PNA
Mineração	Cia. Vale do Rio Doce	VALE3	ON
	Cia. Vale do Rio Doce	VALE5	PNA
Papel e celulose	Klabin S.A.	KLBN4	PN
Petroquímico	Braskem S.A.	BRKM5	PNA
	Petróleo Brasileiro S.A. (PETROBRÁS)	PETR3	ON
	Petróleo Brasileiro S.A. (PETROBRÁS)	PETR4	PN
Telecomunicações	Brasil Telecom S.A.	BRTO4	PN
	Net Serviços de Comunicação S.A.	NETC4	PN
	Tele Norte Leste Participações S.A.	TNLP3	ON
	Tele Norte Leste Participações S.A.	TNLP4	PN
	Telemar Norte Leste S.A.	TMAR5	PNA
	Telecomunicações de São Paulo S.A.	TLPP4	PN
	TIM Participações S.A.	TCSL3	ON
	TIM Participações S.A.	TCSL4	PN
	Vivo Participações S.A.	VIVO4	PN
Varejo	Lojas Americanas S.A.	LAME4	PN
	Cia. Brasileira de Distribuição S.A.	PCAR5	PNA
	Souza Cruz S.A.	CRUZ3	ON

Pela análise do Quadro 7, observa-se que a amostra apresenta maior concentração em empresas do setor de energia, gás e água e telecomunicações.

A tabela a seguir apresenta informações referentes ao número de ações de cada setor e também do excesso de retorno de cada carteira.

Tabela 18 – Estatísticas descritivas das carteiras setoriais 2002-2009, 95 meses

Setor	Número de ações	Retorno médio (%)	Retorno mediano (%)	Desvio padrão (%)	Coefficiente de variação	Menor retorno (%)	Maior retorno (%)
Bancos	3	1,2%	2,3%	9,9%	8,1	-32,9%	21,4%
Bebidas	1	0,6%	1,1%	7,4%	11,5	-28,9%	23,1%
Energia, gás e água	7	0,1%	0,2%	8,7%	115,8	-29,0%	17,3%
Holdings	3	1,1%	1,6%	7,7%	7,0	-28,5%	20,7%
Indústria aeronáutica	1	-1,1%	-0,7%	11,3%	-10,6	-37,8%	28,1%
Metalurgia e siderurgia	4	2,3%	3,8%	11,3%	5,0	-39,8%	22,1%
Mineração	2	1,5%	2,0%	9,8%	6,5	-23,6%	25,0%
Papel e celulose	1	0,7%	0,5%	9,5%	12,7	-21,7%	29,4%
Petroquímico	3	0,7%	2,4%	9,4%	14,7	-30,3%	20,4%
Telecomunicações	9	-0,5%	0,4%	8,1%	-14,9	-26,0%	14,5%
Varejo	3	1,2%	2,6%	7,6%	6,2	-16,1%	19,6%

O setor que apresentou maior excesso de retorno médio e mediano no período de fevereiro de 2002 a dezembro de 2009 foi o de metalurgia e siderurgia. Este setor, em conjunto com a indústria aeronáutica, também foi o que demonstrou maior desvio padrão dos excessos de retornos das ações. Todavia, avaliando o coeficiente de variação, nota-se que o setor mais arriscado foi o de energia, gás e água. Por fim, o menor excesso de retorno mensal observado foi o do setor de metalurgia e siderurgia, que foi igual a -39,8% no mês de outubro de 2008⁶, e o maior foi o do setor de papel e celulose que, em fevereiro de 2003, mostrou-se igual a 29,4%.

6.1.3 Variáveis de informação

De acordo com a Tabela 19, a variável de informação que apresentou maior variação mensal média e mediana foi o Agregado Monetário M4. Ainda, o câmbio real-dólar foi a variável com maior risco demonstrado uma vez que gerou um coeficiente de variação, em módulo, igual a 19,2⁷.

Tabela 19 – Estatísticas descritivas das variáveis de informação: 2002-2009, 95 meses

Variável de informação	Variação média (%)	Variação mediana (%)	Desvio padrão (%)	Coefficiente de variação	Menor variação (%)	Maior variação (%)
Produção industrial	0,4%	0,3%	6,7%	16,0	-20,6%	16,8%
M4	1,3%	1,4%	0,7%	0,6	-0,8%	3,3%
IPCA	0,5%	0,4%	0,5%	0,8	-0,2%	3,0%
Câmbio (Real/Dólar)	-0,3%	-1,1%	5,7%	-19,2	-14,9%	25,4%

⁶ As informações completas do excesso de retorno dos setores estão disponíveis no Apêndice 4.

⁷ As informações completas das variações das variáveis de informação estão disponíveis no Apêndice 5.

Por sua vez, tanto o M4 quanto o IPCA obtiveram variações razoavelmente inferiores às demais variáveis.

6.2 Teste do CAPM condicional não-paramétrico

A tabela a seguir evidencia os resultados dos deltas obtidos pela aplicação do teste do CAPM condicional não-paramétrico de Wang (2002) em relação às quatro variáveis de informação selecionadas, que são: (i) produção industrial; (ii) M4; (iii) IPCA; e (iv) dólar PTAX.

Tabela 20 – Deltas estimados para as quatro variáveis instrumentais sob a consideração dos 11 setores estudados

$$(\hat{\delta}'_1 \quad \hat{\delta}'_2 \quad \dots \quad \hat{\delta}'_j)$$

Setor	Produção industrial	M4	IPCA	Dólar PTAX
Bancos	0,205	0,988	-0,830	0,469
Bebidas	0,225	0,246	-0,533	0,128
Energia, gás e água	0,387	0,147	-20,845	0,335
Holdings	0,113	0,904	0,130	0,227
Indústria aeronáutica	-0,009	-0,925	-23,104	0,406
Metalurgia e siderurgia	-0,110	18,443	21,623	0,283
Mineração	0,319	0,518	17,260	-0,004
Papel e celulose	0,135	0,648	-10,446	0,157
Petroquímico	0,413	0,679	-14,301	0,186
Telecomunicações	0,235	-0,050	-3,079	0,358
Varejo	0,319	0,571	0,738	0,173

Pode-se observar que tanto a Produção Industrial quanto o Dólar PTAX produziram deltas mais próximos de zero e, portanto, é de se esperar que tais variáveis instrumentais sejam relevantes para explicar estatisticamente a evolução dos betas condicionais das carteiras dos 11 setores considerados ao longo do tempo e também o prêmio pelo risco de mercado. Abaixo, encontra-se o teste estatístico adequado a fim de avaliar se realmente estas variáveis poderão ser usadas no modelo CAPM condicional.

Tabela 21 – Valores do teste qui-quadrado em relação às quatro variáveis instrumentais

$$\hat{\delta}_N = (\hat{\delta}'_1 \quad \hat{\delta}'_2 \quad \dots \quad \hat{\delta}'_j)$$

Variável de informação	Valor do teste [$\hat{\delta}_N$]	P-value
Produção industrial	-0,117	0,000***
M4	0,849	0,357
IPCA	70,459	0,008***
Dólar PTAX	0,355	0,551

***Significante ao nível de 1%.

É possível afirmar que o CAPM condicional não-paramétrico pode ser utilizado no mercado acionário brasileiro, pois tanto o M4 quanto o dólar PTAX são variáveis que explicam de forma satisfatória a evolução dos betas condicionais das carteiras dos 11 setores considerados ao longo do tempo. Ou seja, como as duas variáveis de informação apresentaram *p-value* superior a 1%, a segunda e a quarta hipótese nula testadas não puderam ser rejeitadas, o que validou o modelo de Wang (2002) para o contexto nacional e para as duas variáveis.

Em relação à informação de produção industrial e IPCA, pode-se afirmar que ambas não validam a aplicação do CAPM condicional não-paramétrico porque os testes estatísticos do modelo com essas variáveis produziram *p-value* inferior a 1%. Logo, a primeira e a terceira hipótese nula foram rejeitadas.

Portanto, constata-se que os betas e os prêmios de mercado condicionais ao M4 e à taxa de câmbio real-dólar, representada pela cotação do dólar PTAX, podem ser utilizados na prática de mercado nacional como, por exemplo, num modelo de custo médio ponderado de capital dinâmico.

Wang (2002) verifica que o CAPM condicional não-paramétrico não se apresenta estatisticamente válido ao nível de 10% de significância para a economia americana e para as variáveis de informação utilizadas no estudo, as quais já foram explicitadas no Capítulo 4.

Já para as mesmas variáveis testadas no contexto brasileiro e considerando-se as suas similares informações referentes ao México, Castillo-Spíndola (2006) concluiu que o CAPM condicional não-paramétrico é válido ao nível de 10% de significância para a economia mexicana. De acordo com o autor, este modelo é estatisticamente significativo até mesmo quando o teste é realizado com todas as variáveis de informação conjuntamente.

6.3 Betas condicionais

Como o CAPM condicional não-paramétrico mostrou-se válido para as variáveis de informação M4 e dólar PTAX, foi possível realizar o cálculo do beta condicional de acordo com os dados disponíveis das citadas variáveis.

A Tabela 22 apresenta os dados do beta condicionado à variável M4. Nota-se que o setor que apresentou maior risco médio em relação ao mercado, no período de janeiro de 2002 a novembro de 2009, foi o de metalurgia e siderurgia, com beta médio igual a 1,06. Por sua vez, o que demonstrou maior variação deste parâmetro foi o setor mineração, com coeficiente de variação igual a 0,52. Por fim, observa-se para o setor de mineração o maior beta condicionado ao M4, que foi igual a 2,98 em dezembro de 2008⁸.

Tabela 22 – Estatísticas descritivas dos betas condicionados à variável de informação M4

Setor	Beta médio	Beta mediano	Desvio padrão (%)	Coeficiente de variação	Menor beta	Maior beta
Bancos	1,06	1,08	12,2%	0,11	0,34	1,31
Bebidas	0,51	0,56	11,0%	0,22	0,10	0,59
Energia, gás e água	0,84	0,81	14,3%	0,17	0,71	1,64
Holdings	0,85	0,83	15,6%	0,18	0,53	1,72
Indústria aeronáutica	0,70	0,76	28,7%	0,41	0,05	1,70
Metalurgia e siderurgia	1,27	1,24	15,4%	0,12	0,85	1,78
Mineração	0,83	0,88	42,9%	0,52	-0,68	2,98
Papel e celulose	0,70	0,68	15,1%	0,21	0,34	1,08
Petroquímico	0,98	0,96	12,4%	0,13	0,76	1,55
Telecomunicações	0,76	0,76	15,2%	0,20	0,03	1,12
Varejo	0,78	0,78	14,3%	0,18	0,03	1,09

O comportamento variável do beta condicional pode ser visualizado no gráfico a seguir. A linha cheia representa o beta condicional e as linhas tracejadas apresentam esta métrica somando-se e subtraindo-se um desvio padrão⁹. É importante ressaltar que o Gráfico 13 apresenta a relação univariada entre o beta condicional e a variação de uma única variável de informação, o M4.

⁸ As informações completas dos betas condicionados às variáveis M4 e dólar PTAX estão disponíveis no Apêndice 6.

⁹ Os gráficos dos demais betas condicionais setoriais estão disponíveis no Apêndice 7.

Gráfico 13 – Beta condicionado à variável M4 – setor: mineração

A Tabela 23 mostra os dados do beta condicionado à variável dólar PTAX. O setor que apresentou maior risco médio em relação ao mercado, no período de janeiro de 2002 a novembro de 2009, foi o de metalurgia e siderurgia, com beta médio igual a 1,24. Já o setor de mineração foi o que demonstrou maior variação deste parâmetro, com coeficiente de variação igual a 0,37. Por sua vez, o setor de bebidas foi o que obteve o maior beta condicionado ao dólar PTAX no período em análise, que foi igual a 1,56 em setembro de 2002.

Tabela 23 – Estatísticas descritivas dos betas condicionados à variável de informação dólar PTAX

Setor	Beta médio	Beta mediano	Desvio padrão (%)	Coefficiente de variação	Menor beta	Maior beta
Bancos	1,02	0,98	9,8%	0,10	0,93	1,45
Bebidas	0,51	0,55	15,8%	0,31	0,14	1,56
Energia, gás e água	0,94	0,97	13,5%	0,14	0,35	1,39
Holdings	0,80	0,80	9,0%	0,11	0,59	0,97
Indústria aeronáutica	0,71	0,75	11,3%	0,16	0,16	0,78
Metalurgia e siderurgia	1,24	1,21	11,2%	0,09	0,93	1,48
Mineração	0,82	0,93	30,3%	0,37	-0,60	1,07
Papel e celulose	0,74	0,74	10,1%	0,14	0,20	0,98
Petroquímico	0,98	0,97	8,0%	0,08	0,60	1,25
Telecomunicações	0,82	0,82	11,1%	0,14	0,53	1,14
Varejo	0,83	0,90	18,7%	0,22	0,05	1,32

O beta condicionado à variável dólar PTAX e seu comportamento variável estão expostos no Gráfico 14. Os demais gráficos de betas condicionados à taxa de câmbio real-dólar estão disponíveis no Apêndice 7.

Gráfico 14 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: bebidas

Wang (2002), mesmo não validando o CAPM condicional não-paramétrico, demonstra que a relação de risco das carteiras com o mercado, seus betas, varia de um período para o outro refletindo a influência das alterações das informações disponíveis aos investidores, ou seja, denotando a condicionalidade dos parâmetros do modelo.

6.4 Resumos das hipóteses testadas

O quadro a seguir apresenta os resultados para os testes de hipóteses propostos neste trabalho:

Quadro 8 – Setores e empresas utilizados no estudo		
Hipótese	Descrição da hipótese nula	Resultado
$H_{0,1}$	O nível de produção industrial brasileira é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa	Hipótese nula rejeitada
$H_{0,2}$	O monetário agregado M4 é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa	Falha em rejeitar a hipótese nula
$H_{0,3}$	O IPCA é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa	Hipótese nula rejeitada
$H_{0,4}$	A taxa de câmbio real-dólar (dólar PTAX) é significativa na explicação dos retornos das ações do Ibovespa	Falha em rejeitar a hipótese nula

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A taxa de retorno que se deve exigir do capital próprio é uma questão central na consideração das opções de investimento. O modelo de apreçamento de ativos proposto por Sharpe (1964), o CAPM estático, tem sido o mais utilizado para estimar esta taxa de retorno.

De acordo com o CAPM tradicional, o comportamento do investidor é analisado e avaliado em uma economia hipotética em um único período. Diversos autores, dentre eles Fama e French (2002) e Jagannathan e Wang (1996), comprovaram que as condições de mercado se alteram de um período para o outro, fazendo com que os parâmetros estáticos do modelo não sejam realistas. Portanto, no contexto prático deve-se considerar que o prêmio pelo risco e que também a relação de risco do ativo com o mercado, o beta, mudam de um momento para o outro.

O CAPM condicional visa justamente considerar a dinâmica e a alteração das condições de mercado na estimação e na explicação do retorno dos ativos. Jagannathan e Wang (1996) evidenciaram que o CAPM condicional é estatisticamente significativo na explicação dos retornos das ações para o mercado norte-americano. Bonomo e Garcia (2004, p. 43) afirmam que o CAPM condicional apresenta maior aderência aos dados do mercado acionário brasileiro, o que espelha de maneira mais realista a dinâmica das medidas de risco e dos retornos esperados dos ativos. Todavia, Ghysels (1998) demonstra que os modelos de CAPM condicional que utilizam séries temporais como método de cálculo levam à especificação errônea dos parâmetros do modelo, o que pode gerar erros de apreçamento mais sérios que os verificados nos modelos com beta constante. Para corrigir esse problema de especificação dos parâmetros, Wang (2002) propôs um CAPM condicional que considera métodos não-paramétricos de estimação dos prêmios de mercado, betas e retornos dos ativos condicionados às informações disponíveis aos investidores.

O objetivo desta dissertação foi testar a validade desse modelo no mercado acionário brasileiro, no período de 2002 a 2009, aplicando uma metodologia de teste similar a de Wang (2002) e Castillo-Spíndola (2006). Os resultados observados indicam que:

- o CAPM condicional não-paramétrico pode ser utilizado no mercado acionário brasileiro, pois tanto o M4 quanto a taxa de câmbio real-dólar explicam a evolução histórica dos retornos dos ativos;
- o beta e o prêmio pelo risco de mercado são condicionados às informações disponíveis aos investidores e variam ao longo do tempo;
- as variáveis de nível de produção industrial e IPCA não demonstraram significância estatística na explicação dos parâmetros do CAPM condicional não-paramétrico e, por consequência, não validaram o modelo.

Conhecer totalmente as variáveis de informação que influenciam a tomada de decisão dos investidores e os retornos esperados dos ativos é uma tarefa árdua. Diversos pesquisadores estudaram a relação existente entre variáveis macroeconômicas e os preços dos ativos. Dornbusch e Fischer (1980) enfocaram na relação entre o mercado de ações e a taxa de câmbio. Os autores verificaram que a elevação de preços externos comparados aos domésticos aumenta a competitividade das companhias nacionais no mercado externo, o que gera a valorização de suas ações. Ainda, tendo como premissa que os investidores aplicam parte de suas riquezas no mercado nacional, eles concluíram que uma elevação da riqueza aumenta a demanda por ações, o que eleva os preços destes ativos. Por sua vez, Blanchard (1990) analisou a relação entre os preços dos ativos e o nível de atividade econômica, visando caracterizar a relação entre as variáveis. O autor observou que o mercado acionário não gera aumentos no nível de atividade econômica de um país e que variações de preços dos ativos são decorrentes de modificações das políticas econômicas vigentes.

Os resultados deste trabalho devem ser considerados com ressalvas. A escolha das variáveis de informação disponíveis aos investidores foi baseada no estudo de Castillo-Spíndola (2006). Mesmo possuindo um referencial teórico, essa seleção não deixa de ser arbitrária e restrita, o que sinaliza uma limitação do presente estudo.

Em segundo lugar, utilizou-se como *proxy* da carteira de mercado um índice de referência, o Ibovespa, composto somente por ações. Conforme definido por Sharpe *et al.* (1999, p. 231), a carteira de mercado é composta por todos os ativos de uma economia, como por exemplo, ações, debêntures, ouro e imóveis. Portanto, o teste apresentado no presente trabalho é aplicado a uma parcela dos ativos existentes em uma economia, as ações.

Por fim, os resultados apresentados nesta dissertação despertam alguns questionamentos para pesquisas futuras, dentre eles: (i) o teste do CAPM condicional não-paramétrico considerando outros ativos do mercado de capitais brasileiro; (ii) a inclusão de outras variáveis de informação na estimação e no teste da validade estatística dos prêmios pelo risco de mercado, betas e retornos condicionais dos ativos; e (iii) o estudo da influência dos momentos de crise na relação de risco dos ativos com o mercado, ou seja, dos betas condicionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALL, Ray. *Anomalies in relationships between securities' yields-surrogates*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v.6, n. 2-3, p. 103-126, jun. 1978.

BANZ, Rolf W. *The relationship between return and market value of common stocks*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 9, n. 1, p. 3-18, mar. 1981.

BASU, Sanjoy. *Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: a test of market efficiency*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 32, p. 663-682, jun. 1977.

_____. *The relationship between earnings yield, market value, and return for NYSE common stocks: further evidence*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 12, n. 1, p. 129-156, jun. 1983.

BERA, Anil K; HIGGINS, Matthew L. *Arch models: properties, estimation and testing*. **Journal of Economic Surveys**. [S.l.], v. 7, n. 4, p. 305-362, 1993.

BHANDARI, Laxmi Chand. *Debt/equity ratio and expected common stock returns: empirical evidence*. **Journal of Finance**. [S.l.], v. 43, n. 2, p. 507-528, jun. 1988.

BLACK, Fischer. *Beta and return*. **The Journal of Portfolio Management**. [S.l.], v. 20, n. 1, p. 8-18, fall 1993.

BLACK, Fischer; JENSEN, Michael C.; SCHOLES, Myron S. *The capital asset pricing model: some empirical tests*. **Studies in the theory of capital markets**. [S.l.]: Praeger, 1972.

BLANCHARD, O. J. *Output, the stock market, and interest rates*. **American Economic Review**, [S.l.], v. 71, n. 1, p. 132-143, 1990.

BLUME, Marshall E. *Portfolio theory: a step toward its practical application*. **The Journal of Business**. [S.l.], v. 43, n. 2, p. 152-173, apr. 1970.

BODURTHA JR., James N.; MARK, Nelson C. *Testing the CAPM with time-varying risks and returns*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 46, n. 4, p. 1485-1505, sep. 1991.

BOLLERSLEV, Tim. *Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity*. **Journal of Econometrics**. [S.l.], v. 31, p. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, Tim; ENGLE, Robert F.; WOOLDRIDGE, Jeffrey Marc. *A capital asset pricing model with time-varying covariances*. **Journal of Political Economy**. [S.l.], v. 96, n. 1, p. 116-131, feb. 1988.

BONOMO, Marco; GARCIA, René. Estimando e testando o CAPM condicional com efeitos de ARCH para o mercado acionário brasileiro. In: BONOMO, Marco (Org.). **Finanças aplicadas ao Brasil**. Rio de Janeiro: FGV, 2004.

BORNHOLT, Graham N. *Expected utility and mean-risk asset pricing models*. **Working paper**. Griffith University – Department of Accounting, Finance and Economics, Australia, 2006. Disponível em: *Social Science Research Network* (SSRN) <<http://ssrn.com/abstract=921323>>. Acesso em: 18/04/2010.

_____. *Extending the capital asset pricing model: the reward beta approach*. **Journal of Accounting and Finance**. [S.l.], v. 47, p. 69-83, 2007.

BREEDEN, Douglas T. *An intertemporal asset pricing model with stochastic consumption and investment opportunities*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 7, p. 265-296, 1979.

BREEDEN, Douglas T.; GIBBONS, Michael R.; LITZENBERGER, Robert H. *Empirical tests of the consumption-oriented CAPM*. **Journal of Finance**. [S.l.], v. 44, n.2, p. 231-262, jun. 1989.

BRUNI, Adriano Leal. **Risco, retorno e equilíbrio: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na BOVESPA**. São Paulo, 1998. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Departamento de Administração, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.

CASTILLO-SPÍNDOLA, Jorge H. del. *A non-parametric test of the conditional CAPM for the mexican economy*. **Estudios Económicos**. [S.l.], v. 21, n.2, p. 275-297, 2006.

CHAN, K. C.; CHEN, Nai-Fu. *Structural and return characteristics of small and large firms*. **Journal of Finance**. [S.l.], v. 46, n.4, p. 1467-1484, mar. 1991.

CHEN, Nai-Fu; ROLL, Richard; ROSS, Stephen A. *Economics forces and the stock market*. **Journal of Business**. [S.l.], v. 59, n. 3, p. 383-403, jul.1986.

COCHRANE, John H. **Asset pricing**. New Jersey: Princeton University Press, 2005.

COSTA JR., Newton C. A.; NEVES, Myrian B. Eiras. Variáveis fundamentalistas e retornos das ações. **Revista Brasileira de Economia**. [S.l.], v. 54, n. 1, p. 123-137, jan./mar. 2000.

DORNBUSCH, R.; FISCHER, S. *Exchange rates and current account*. **American Economic Review**. [S.l.], v. 70, n. 5, p. 960-971, 1980.

DOUGLAS, George W. *Risk in the equity markets: an empirical appraisal of market efficiency*. **Yale Economic Essay**. [S.l.], v. 9, p. 3-45, spring 1969.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; BLAKE, Christopher R. *Fundamental economic variables, expected returns, and bond fund performance*. **Journal of Finance**. [S.l.], v. 50, p. 1229-1256, 1995.

ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J.; BROWN, Stephen J.; GOETZMANN, William N. **Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos**. São Paulo: Atlas, 2004.

ENGEL, Charles; FRANKEL, Jeffrey A.; FROOT, Kenneth A.; RODRIGUES, Anthony P. *Tests of conditional mean-variance efficiency of the U.S. stock market*. **Journal of Empirical Finance**. [S.l.], v. 2, p. 3-18, 1995.

ENGLE, Robert F. *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom Inflation*. **Econometrica**. [S.l.], v. 50, n. 4, p. 987-1007, jul. 1982.

ENGLE, Robert F.; LILIEN, David M.; ROBINS, Russel P. *Estimating time varying risk premia in the term structure: the ARCH-M model*. **Econometrica**. [S.l.], v. 55, n. 2, p. 391-407, mar. 1987.

FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. *Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 33, p. 3-56, autumn 1993.

_____. *Dividend yields and expected stock returns*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 22, n. 1, p. 3-25, 1988.

_____. *Multifactor explanations of asset pricing anomalies*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 51, n. 1, p. 55-84, mar. 1996.

_____. *The cross-section of expected stock returns*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 47, n. 2, p. 427-465, jun. 1992.

_____. *The equity premium*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 57, p. 637-659, 2002.

FAMA, Eugene F.; MACBETH, James D. *Risk, return, and equilibrium: empirical tests*. **The Journal of Political Economy**. [S.l.], v. 81, n. 3, p. 607-636, mai-jun. 1973.

FERSON, Wayne E. *Tests of multifactor pricing models, volatility bounds and portfolio performance*. In: CONSTANTINIDES, George M. et al. **Financial Markets and Asset Pricing**. Amsterdam: Elsevier, 2003. (Handbooks in Economics, 1B).

FERSON, Wayne E.; HARVEY, Campbell R. *Conditioning variables and the cross section of stock returns*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 54, p. 1325-1360, 1999.

FRIEND, Irwin; WESTERFIELD, Randolph. *Risk and capital asset prices*. **Journal of Banking and Finance**. [S.l.], v. 5, n. 3, p. 291-315, 1981.

GHYSELS, Eric. *On stable factor structures in the pricing of risk: do time varying betas help or hurt?* **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 53, p. 549-574, 1998.

GIBBONS, Michael R. *Multivariate tests of financial models: a new approach*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 10, n. 1, p. 3-27, 1982.

HANSEN, Lars Peter; RICHARD, Scott F. *The Role of Conditioning Information in Deducing Testable Restrictions Implied by Dynamic Asset Pricing Models*. **Econometrica**. [S.l.], v. 55, n. 3, p. 587-613, mai. 1987.

HANSEN, Lars Peter; RICHARD, Scott F.; SINGLETON, Kenneth J. *Econometric implications of the capital asset pricing model*. **Unpublished working paper**. Carnegie-Mellon University, 1982.

HARRISON, J. Michael; KREPS, David M. *Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets*. **Journal of Economic Theory**. [S.l.], v. 20, n. 3, p. 381-408, jun. 1979.

HARVEY, Campbell R. *Time-varying conditional covariances in tests of asset pricing models*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 24, p. 289-317, 1989.

HAUGEN, Robert A. *The new finance: the case against efficient markets*. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

HE, Jia; KAN, Raymond; NG, Lilian; ZHANG, Chu. *Tests of the relations among marketwide factors, firm-specific variables, and stock returns using a conditional asset pricing model*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 51, p. 1891-1908, dec. 1996.

HEARTH, Douglas; ZAIMA, Janis K. *Contemporary investments: security and portfolio analysis*. 4th ed. [S.l.]: Thomson, 2004.

JAGANNATHAN, Ravi; WANG, Zhenyu. *The conditional CAPM and the cross-section of expected returns*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 51, n. 1, p. 3-53, mar. 1996.

LAKONISHOK, Josef; SHAPIRO, Alan C. *Systematic risk, total risk and size as determinants of stock market returns*. **Journal of Banking and Finance**. [S.l.], v. 10, n. 1, p. 115-132, mar. 1986.

LARSON, Ron; FARBER, Betsy. **Estatística aplicada**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LINTNER, John. *The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets*. **The Review of Economics and Statistics**. [S.l.], v. 47, n. 1, p. 13-37, feb. 1965.

LITZENBERGER, Robert H.; RAMASWAMY, Khishna. *The effect of limited information and estimation risk on optimal portfolio diversification*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 7, p. 163-195, jun. 1979.

LUENBERGER, David G. *Investment science*. New York: Oxford University Press, 1998.

MÁLAGA, Flávio Kezam. **Aplicação do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro: um estudo empírico do período 1995-2003**. São Paulo, 2003. Dissertação (Mestrado em Administração) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Departamento de Administração, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.

MARKOWITZ, Harry M. *Foundations of Portfolio Theory*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 46, n. 2, p. 469-477, jun. 1991.

_____. *Portfolio selection*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 7, n. 1, p. 77-91, mar. 1952.

_____. *Portfolio selection: efficient diversification of investment*. [S.l.], Cowles Foundation, 1959.

MELLONE Jr., Geraldo. Evidência empírica da relação *cross-section* entre retorno e *earnings to price ratio* e *book to market ratio* no Mercado de ações do Brasil no período de 1995 a 1998. In: ENCONTRO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO - ENANPAD, 23, 1999, Foz do Iguaçu. **Anais do Enanpad**. Rio de Janeiro: ANPAD, 1999. CD-ROM.

NG, Victor; ENGLE, Robert F.; ROTHCHILD, Michael. *A multi-dynamic-factor model for stock returns*. **Journal of Econometrics**. [S.l.], v. 52, p. 245-266, 1992.

REINGANUM, Mark R. *A new empirical perspective on the CAPM*. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**. [S.l.], v. 16, n. 4, p. 439-462, nov. 1981.

RIBENBOIM, Guilherme. Testes de versões do modelo CAPM no Brasil. In: BONOMO, Marco (Org.). **Finanças aplicadas ao Brasil**. Rio de Janeiro: FGV, 2004.

ROGERS, Pablo; SECURATO, José Roberto. Estudo Comparativo no Mercado Brasileiro do *Reward Beta Approach*, *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) e Modelo 3-Fatores de Fama e French. In: ENCONTRO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ADMINISTRAÇÃO - ENANPAD, 32, 2008, Rio de Janeiro. **Anais do Enanpad**. Rio de Janeiro: ANPAD, 2008.

ROLL, Richard. *A critique of the asset pricing theory's tests part I: on past and potential testability of the theory*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 4, n. 2, p. 129-176, mar. 1977.

ROSENBERG, Barr; REID, Kenneth; LANSTEIN, Ronald. *Persuasive evidence of market inefficiency*. **Journal of Portfolio Management**. [S.l.], v. 11, n. 3, p. 9-17, spring 1985.

ROSS, Stephen A. *The arbitrage theory of capital asset pricing*. **Journal of Economic Theory**. [S.l.], v. 13, p. 341-360, 1976.

ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. **Administração financeira**. 2.ed. São Paulo: Atlas, 2007.

SCHOLES, Myron; WILLIAMS, Joseph. *Estimating betas from non-synchronous data*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 5, n. 3, p. 309-327, 1977.

SCHOR, Adriana; BONOMO, Marco Antônio Cesar; PEREIRA, Pedro L. Valls. APT e variáveis macroeconômicas: um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro. In: BONOMO, Marco (org.). **Finanças aplicadas ao Brasil**. Rio de Janeiro: FGV, 2004.

SCHWERT, William G.; SEGUIN, Paul J. *Heteroskedasticity in stock returns*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 45, n. 4, p. 1129-1155, sep. 1990.

SHARPE, William F. *Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 19, n. 3, p. 425-442, jul. 1964.

_____. *Portfolio theory and capital markets*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1970.

SHARPE, William F.; ALEXANDER, Gordon J.; BAILEY, Jeffrey W. **Investments**. 4th ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.

SILVA, Fernando A. B. Sabino da. **Estimação de regressões aditivas via *backfitting* e integração marginal: performance em pequenas amostras**. Rio de Janeiro, 2001. Dissertação (Mestrado em Economia) – Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getúlio Vargas.

SILVA, Flávio Formoso da; MOTTA, Luis Felipe Jacques da. Teste do CAPM zero-beta no mercado de capitais brasileiro. **Revista de Economia e Administração**. [S.l.], v. 1, n. 4, p. 72-95, 2002.

SILVERMAN, Bernard W. *Density estimation for statistics and data analysis*. [S.l.]: Chapman and Hall/CRC, 1986.

SIMONASSI, Andrei Gomes; CÂNDIDO JR., José Oswaldo. Econometria não-paramétrica e expectativa de vida nos municípios do Nordeste: uma aplicação do estimador de Nadaraya-Watson. *In: ENCONTRO REGIONAL DE ECONOMIA – 10*, 2005, Fortaleza. **Anais Encontro Regional de Economia**. Fortaleza: ANPEC, 2005. Disponível em: <http://www.bnb.gov.br/content/aplicacao/ETENE/Anais/docs/mesa9_texto3.pdf>. Acesso em: 10/07/2010.

STAMBAUGH, Robert F. *On the exclusion of assets from tests of the two parameter model*. **Journal of Financial Economics**. [S.l.], v. 10, n. 3, p. 237-268, nov. 1982.

TAMBOSI FILHO, Elmo; COSTA JR., Newton C. A. da; ROSSETTO, José Roberto. Testando o CAPM condicional nos mercados brasileiro e norte-americano. **Revista de Administração Contemporânea**. [S.l.], v. 10, n. 4, p. 153-168, out./dez. 2006.

TAMBOSI FILHO, Elmo; GARCIA, Fábio Gallo; IMONIANA, Joshua Onome; MOREIRAS, Luiz Maurício Franco. Teste do CAPM condicional dos retornos de carteiras dos mercados brasileiro, argentino e chileno, comparando-os com o mercado norte-americano. **Revista de Administração de Empresas**. São Paulo, v. 50, n. 1, p. 60-74, jan./mar. 2010.

TOBIN, James. *Liquidity preference as behavior towards risk*. **The Review of Economic Studies**. [S.l.], v. 25, n. 2, p. 65-86, feb. 1958.

WANG, Kevin Q. *Nonparametric tests of conditional mean-variance efficiency of a benchmark portfolio*. **Journal of Empirical Finance**. [S.l.], v. 9, p. 133-169, 2002.

WEI, K. C. John. *An asset-pricing theory unifying the CAPM and APT*. **The Journal of Finance**. [S.l.], v. 43, n. 4, p. 881-892, sept. 1988.

APÊNDICES

- APÊNDICE 1 – EQUIVALÊNCIA ENTRE EXPRESSÕES DE RETORNO
- APÊNDICE 2 – PROGRAMA DE CÁLCULO DO CAPM NÃO-PARAMÉTRICO
- APÊNDICE 3 – TAXA LIVRE DE RISCO E PRÊMIO PELO RISCO DE MERCADO MENSAL: 2002-2009
- APÊNDICE 4 – RETORNO MENSAL DAS CARTEIRAS SETORIAIS: 2002-2009
- APÊNDICE 5 – VARIAÇÃO MENSAL DAS VARIÁVEIS DE INFORMAÇÃO: 2002-2009
- APÊNDICE 6 – BETAS CONDICIONAIS MENSAIS: 2002-2009
- APÊNDICE 7 – GRÁFICOS DOS BETAS CONDICIONAIS MENSAIS: 2002-2009

APÊNDICE 1 – EQUIVALÊNCIA ENTRE EXPRESSÕES DE RETORNO

$$\begin{aligned}
 E[r_{i,t+1}|I_t] * \text{var}[r_{m,t+1}|I_t] &= E[r_{m,t+1}|I_t] * \text{cov}(r_{i,t+1}, r_{m,t+1}|I_t) \\
 E[r_{i,t+1}|I_t] * \left\{ E[r_{m,t+1}^2|I_t] - E[r_{m,t+1}|I_t]^2 \right\} \\
 &= E[r_{m,t+1}|I_t] * \left\{ E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t] - E[r_{i,t+1}|I_t] * E[r_{m,t+1}|I_t] \right\} \\
 E[r_{i,t+1}|I_t] * E[r_{m,t+1}^2|I_t] - E[r_{i,t+1}|I_t] * E[r_{m,t+1}|I_t]^2 \\
 &= E[r_{m,t+1}|I_t] * E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t] - E[r_{i,t+1}|I_t] * E[r_{m,t+1}|I_t]^2 \\
 E[r_{i,t+1}|I_t] * E[r_{m,t+1}^2|I_t] &= E[r_{m,t+1}|I_t] * E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t]
 \end{aligned}$$

Logo,

$$\begin{aligned}
 \text{var}[r_{m,t+1}|I_t] &= E[r_{m,t+1}^2|I_t] \\
 \text{cov}[r_{i,t+1}, r_{m,t+1}|I_t] &= E[r_{i,t+1}r_{m,t+1}|I_t]
 \end{aligned}$$

APÊNDICE 2 – PROGRAMA DE CÁLCULO DO CAPM NÃO-PARAMÉTRICO

```
<<Graphics`Graphics`
```

```
<<NumericalMath`SplineFit`
```

```
<<Statistics`ContinuousDistributions`
```

```
div=Flatten[Import["C:\Simulação\dpetwang.txt","Table"]];
```

```
n=Length[div];nt=n-1;ng=11;restu=1;N=nt;
```

```
r=Import["C:\Simulação\petwang.txt","Table"];
```

```
rm=Flatten[Import["C:\Simulação\ibov.txt","Table"]];
```

$$\text{coefbeta}=\{\};\text{delta}=\{\};\text{cat}=\text{Table}[i,\{1,ng\}];k[x_]=\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}};$$

```
h=1.06*n-1/5*StandardDeviation[div];(*Método de Silverman (1986)– Escolha do h*)
```

$$f[y_]=\frac{1}{n*h}\sum_{j=1}^n k\left[\frac{y-\text{div}[[j]]}{h}\right];$$

$$gp[x_]=\frac{1}{n*h}*f[x]^{-1}\sum_{j=1}^{nt} k\left[\frac{x-\text{div}[[j]]}{h}\right]*rm[[j+1]];$$

$$gr[x_,m_]=\frac{1}{n*h}*f[x]^{-1}\sum_{j=1}^{nt} k\left[\frac{x-\text{div}[[j]]}{h}\right]*r[[All,m]][[j+1]];$$

```
grx=Transpose[Table[gr[div,m],{m,1,ng}]];
```

$$gpp[x_]=\frac{1}{n*h}*f[x]^{-1}\sum_{j=1}^{nt} k\left[\frac{x-\text{div}[[j]]}{h}\right]*rm[[j+1]]^2;$$

$$gpx[x_,m_]=\frac{1}{n*h}*f[x]^{-1}\sum_{j=1}^{nt} k\left[\frac{x-\text{div}[[j]]}{h}\right]*r[[All,m]][[j+1]]*rm[[j+1]];$$

```
gpx=Transpose[Table[gpx[div,m],{m,1,ng}]];
```

```
Do[
```

```
ri=Flatten[Take[Transpose[r],{j},n]];
```

$$gpr[x_]=\frac{1}{n*h}*f[x]^{-1}\sum_{j=1}^{nt} k\left[\frac{x-\text{div}[[j]]}{h}\right]*ri[[j+1]]*rm[[j+1]];$$

```

b=gp[div]/gpp[div];
AppendTo[coefbeta,gpr[div]/gpp[div]];
m=Table[1-b[[x+1]]*rm[[x+1]],{x,1,nt}];
e=Table[m[[x]]*ri[[x+1]],{x,1,nt}];
w[j_]:=f[div[[j]]]*gpp[div[[j]]];
AppendTo[delta,((1/nt)*Sum[w[j]*div[[j]]^2,
j=1,nt])^-1*((1/nt)*Sum[w[j]*div[[j]]*e[[j]],
j=1,nt])];
Clear[e,{j,1,ng}];
gpp=gpp[div];gp=gp[div];f=f[div];
var=Table[f[[i]]*(gpp[[i]]*r[[All,m]][[i+1]])-gp[[i]]*rm[[i+1]]*r[[All,m]][[i+1]]
+gx[[i,m]]*m[[i+1]]^2-gx[[i,m]]*m[[i+1]],{m,1,ng},{i,1,ng}];
dif=4*Table[delta*i,{i,1,ng}];deltat=Table[delta,{1}];
capm=RadRas[var,Table[1,dif]]
teste=ng*Mean[deltat.capmvar.delta]
pvalor=CDF[ChiSquareDistribution[1],teste]

```


APÊNDICE 3 – TAXA LIVRE DE RISCO E PRÊMIO PELO RISCO DE MERCADO
MENSAL: 2002-2009

Tabela 24 – Taxa livre de risco e prêmio pelo risco de mercado: 2002-2009, 95 meses

	SELIC (%) ao mês)	Prêmio de mercado (%)
fev.02	1,43%	8,39%
mar.02	1,40%	-7,11%
abr.02	1,40%	-2,68%
mai.02	1,42%	-3,14%
jun.02	1,38%	-15,75%
jul.02	1,38%	-14,57%
ago.02	1,38%	4,78%
set.02	1,59%	-20,17%
out.02	1,66%	14,82%
nov.02	1,87%	1,43%
dez.02	1,90%	5,08%
jan.03	1,96%	-4,91%
fev.03	1,97%	-8,20%
mar.03	1,97%	7,25%
abr.03	1,96%	8,82%
mai.03	1,93%	4,73%
jun.03	1,83%	-5,23%
jul.03	1,66%	2,86%
ago.03	1,52%	9,65%
set.03	1,45%	3,91%
out.03	1,34%	10,28%
nov.03	1,27%	10,28%
dez.03	1,27%	8,42%
jan.04	1,27%	-3,01%
fev.04	1,25%	-1,69%
mar.04	1,23%	0,53%
abr.04	1,23%	-13,39%
mai.04	1,23%	-1,55%
jun.04	1,23%	6,66%
jul.04	1,24%	4,23%
ago.04	1,26%	0,81%
set.04	1,30%	0,62%
out.04	1,33%	-2,17%
nov.04	1,37%	7,25%
dez.04	1,41%	2,76%
jan.05	1,44%	-8,75%
fev.05	1,48%	12,98%
mar.05	1,50%	-7,08%
abr.05	1,51%	-8,39%
mai.05	1,51%	-0,06%
jun.05	1,51%	-2,13%
jul.05	1,51%	2,37%
ago.05	1,50%	5,91%
set.05	1,46%	10,43%
out.05	1,43%	-5,93%
nov.05	1,39%	4,16%
dez.05	1,33%	3,38%
jan.06	1,34%	12,40%

	SELIC (% ao mês)	Prêmio de mercado (%)
fev.06	1,28%	-0,69%
mar.06	1,22%	-2,94%
abr.06	1,22%	4,94%
mai.06	1,18%	-11,16%
jun.06	1,15%	-0,87%
jul.06	1,11%	0,10%
ago.06	1,11%	-3,42%
set.06	1,07%	-0,48%
out.06	1,04%	6,40%
nov.06	1,04%	5,54%
dez.06	1,02%	4,87%
jan.07	1,02%	-0,64%
fev.07	1,00%	-2,69%
mar.07	0,98%	3,28%
abr.07	0,98%	5,67%
mai.07	0,94%	5,60%
jun.07	0,91%	3,08%
jul.07	0,91%	-1,29%
ago.07	0,89%	-0,05%
set.07	0,89%	9,25%
out.07	0,89%	6,83%
nov.07	0,89%	-4,49%
dez.07	0,89%	0,50%
jan.08	0,89%	-8,02%
fev.08	0,89%	5,62%
mar.08	0,92%	-4,97%
abr.08	0,92%	9,80%
mai.08	0,96%	5,77%
jun.08	1,02%	-12,04%
jul.08	1,02%	-9,88%
ago.08	1,07%	-7,72%
set.08	1,07%	-12,75%
out.08	1,07%	-29,57%
nov.08	1,07%	-2,86%
dez.08	1,00%	1,58%
jan.09	1,00%	3,56%
fev.09	0,89%	-3,77%
mar.09	0,81%	6,13%
abr.09	0,81%	13,64%
mai.09	0,73%	11,04%
jun.09	0,69%	-4,00%
jul.09	0,69%	5,52%
ago.09	0,69%	2,40%
set.09	0,69%	7,83%
out.09	0,69%	-0,65%
nov.09	0,69%	7,86%
dez.09	0,69%	1,58%

APÊNDICE 4 – RETORNO MENSAL DAS CARTEIRAS SETORIAIS: 2002-2009

Tabela 25 – Retorno mensal das carteiras setoriais: 2002-2009, 95 meses

	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	Holdings	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
fev.02	14,31%	2,06%	6,06%	7,17%	1,68%	11,78%	13,16%	6,91%	7,60%	8,86%	8,82%
mar.02	0,90%	-6,54%	-6,66%	-1,16%	3,05%	-1,47%	0,37%	-13,28%	3,54%	-16,22%	1,35%
abr.02	3,68%	6,01%	-3,47%	-6,09%	6,89%	8,87%	1,31%	-5,07%	-4,71%	-4,79%	7,79%
mai.02	-6,76%	-5,80%	-10,05%	-4,05%	8,14%	-0,67%	14,84%	-0,49%	-7,26%	1,27%	-11,70%
jun.02	-22,67%	-8,33%	-12,13%	-13,21%	3,59%	-9,79%	-1,28%	-13,16%	-11,49%	-17,36%	-7,43%
jul.02	-19,40%	-4,98%	-19,80%	-12,62%	-2,54%	-7,59%	3,94%	-7,83%	-15,58%	-20,83%	-8,35%
ago.02	19,64%	-0,44%	1,61%	4,95%	-16,14%	5,23%	-11,28%	4,03%	-1,05%	-3,44%	8,18%
set.02	-27,12%	-3,13%	-29,02%	-12,11%	-1,46%	-24,90%	14,87%	-12,72%	-23,35%	-23,64%	-0,89%
out.02	21,37%	23,14%	13,57%	13,87%	11,10%	18,94%	9,19%	2,93%	8,86%	14,55%	19,62%
nov.02	-2,51%	1,27%	-2,88%	0,98%	-9,17%	6,33%	3,07%	10,78%	-4,82%	0,68%	2,61%
dez.02	5,80%	-3,74%	10,63%	5,17%	2,72%	7,82%	1,95%	0,06%	6,56%	0,31%	4,20%
jan.03	-7,20%	-8,67%	-13,62%	-3,18%	-15,76%	2,19%	-8,03%	0,91%	-7,77%	-7,11%	-7,17%
fev.03	0,88%	-0,74%	-14,53%	1,51%	-37,83%	1,89%	4,83%	29,36%	-11,81%	-12,58%	-3,17%
mar.03	11,35%	9,32%	2,81%	1,69%	4,13%	2,48%	-14,25%	21,31%	13,55%	9,96%	7,16%
abr.03	6,67%	1,71%	16,35%	1,00%	0,07%	13,64%	-11,42%	7,92%	17,80%	10,91%	0,05%
mai.03	5,28%	-0,23%	4,34%	1,58%	3,93%	0,97%	4,56%	23,31%	4,51%	-0,28%	1,21%
jun.03	-11,87%	-4,05%	-13,99%	-1,17%	14,52%	10,84%	-6,56%	10,80%	-3,20%	-9,26%	8,43%
jul.03	9,26%	0,56%	0,47%	6,68%	-0,71%	9,07%	17,73%	-4,76%	9,26%	-3,57%	5,46%
ago.03	5,76%	8,42%	11,36%	7,10%	9,25%	17,97%	7,79%	7,82%	15,10%	10,65%	10,27%
set.03	-5,76%	-4,53%	10,90%	-1,34%	-4,47%	0,22%	2,73%	-1,85%	3,88%	9,14%	4,15%
out.03	9,89%	-1,87%	17,33%	8,69%	14,08%	8,46%	9,83%	-2,99%	4,58%	13,87%	6,16%
nov.03	14,87%	11,14%	12,31%	0,45%	7,37%	14,01%	-1,83%	16,41%	10,91%	9,47%	12,14%
dez.03	6,40%	5,02%	14,06%	20,69%	28,15%	20,44%	24,99%	3,64%	20,43%	0,28%	9,92%
jan.04	-8,73%	-6,12%	-16,77%	-6,38%	-8,80%	-0,38%	-8,39%	-4,24%	0,03%	1,59%	-8,10%
fev.04	2,34%	8,87%	-5,49%	4,00%	-7,42%	5,05%	5,17%	6,65%	6,89%	-9,12%	-0,92%
mar.04	-1,56%	-28,90%	0,15%	-0,59%	5,48%	10,50%	-7,34%	4,67%	3,45%	5,60%	-2,17%
abr.04	-17,86%	-9,00%	-14,94%	-18,45%	-22,07%	-20,42%	-18,86%	-9,23%	-18,95%	-8,33%	-15,91%
mai.04	8,73%	7,39%	-4,88%	5,57%	-3,11%	3,56%	16,58%	6,40%	-11,62%	-5,48%	-0,09%
jun.04	7,17%	3,59%	8,44%	2,50%	15,46%	7,55%	-10,73%	2,50%	9,90%	4,42%	5,83%
jul.04	-1,17%	0,69%	15,35%	0,91%	-3,99%	18,87%	9,93%	4,91%	1,76%	-1,53%	7,00%

	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	Holdings	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
ago.04	3,97%	0,32%	-4,85%	15,68%	-9,72%	9,02%	3,58%	5,18%	13,01%	0,47%	6,73%
set.04	4,08%	1,12%	2,20%	8,05%	-6,86%	-4,53%	12,22%	3,27%	11,63%	-6,01%	1,31%
out.04	10,07%	8,46%	-3,12%	-5,79%	-3,75%	-7,42%	-3,30%	-1,12%	3,47%	-3,38%	6,34%
nov.04	4,31%	-2,86%	6,56%	8,44%	1,19%	17,93%	6,73%	-1,16%	2,32%	12,29%	-1,39%
dez.04	8,21%	3,72%	-1,85%	5,56%	13,22%	-1,55%	11,66%	10,37%	5,60%	2,05%	4,74%
jan.05	-3,86%	-8,96%	-11,24%	-0,12%	-7,51%	-4,51%	2,17%	-13,01%	-6,21%	-9,23%	-15,02%
fev.05	11,83%	12,19%	12,15%	6,34%	9,23%	17,25%	11,52%	2,99%	13,48%	10,87%	12,92%
mar.05	-5,81%	-0,72%	-10,51%	-2,77%	-4,53%	-11,99%	-6,54%	-12,10%	-12,95%	-4,47%	-8,24%
abr.05	-0,29%	-10,72%	-1,61%	-8,13%	-14,37%	-18,11%	-20,77%	-17,95%	-9,62%	-6,34%	-9,53%
mai.05	-2,19%	0,61%	10,27%	-3,64%	1,30%	-5,30%	0,30%	5,94%	-0,30%	-1,67%	1,13%
jun.05	2,79%	14,18%	-4,25%	-0,97%	0,37%	-13,03%	-2,11%	-1,51%	-2,08%	-1,51%	-4,97%
jul.05	-0,47%	1,85%	-2,97%	1,45%	-1,10%	9,66%	10,75%	-2,26%	6,39%	-4,73%	3,01%
ago.05	12,28%	0,90%	-0,36%	6,33%	7,66%	9,80%	2,93%	10,92%	11,00%	2,95%	-3,23%
set.05	11,23%	9,46%	13,71%	8,45%	2,56%	12,32%	18,74%	2,31%	3,64%	4,83%	10,15%
out.05	-0,45%	-5,33%	-10,23%	-3,51%	-3,94%	-12,90%	-4,93%	-8,17%	-14,51%	-1,28%	-6,43%
nov.05	3,76%	5,80%	3,76%	3,33%	-4,49%	7,18%	0,59%	-1,39%	3,28%	6,82%	16,93%
dez.05	1,57%	3,74%	-0,02%	-4,50%	13,78%	10,61%	-1,56%	-4,88%	3,02%	1,62%	4,96%
jan.06	20,89%	-0,02%	6,81%	13,68%	18,27%	21,44%	14,91%	2,45%	12,45%	7,49%	9,56%
fev.06	0,68%	-2,27%	6,32%	0,38%	-7,16%	0,80%	-9,24%	13,57%	-2,67%	1,72%	7,55%
mar.06	-6,24%	2,74%	-5,16%	3,30%	-6,85%	3,84%	1,02%	-4,05%	-7,96%	-7,40%	-1,46%
abr.06	4,14%	1,85%	7,05%	2,29%	-1,32%	5,24%	0,10%	10,05%	2,27%	8,65%	-0,35%
mai.06	-10,78%	-4,36%	-18,12%	-8,79%	-4,05%	-8,13%	-4,40%	-8,96%	-5,22%	-25,99%	-12,46%
jun.06	-4,74%	-3,65%	5,65%	-1,81%	4,05%	1,27%	-1,50%	1,25%	-4,49%	-0,46%	-6,52%
jul.06	3,24%	-4,39%	-0,87%	-1,30%	-8,44%	-0,51%	-3,69%	-8,26%	-4,17%	-0,08%	0,32%
ago.06	-3,48%	8,93%	1,80%	6,06%	12,06%	-9,41%	-10,02%	-11,36%	2,81%	0,80%	2,69%
set.06	0,08%	1,91%	3,00%	-2,83%	1,18%	-4,21%	0,47%	10,05%	-5,57%	4,05%	-5,92%
out.06	7,32%	-5,71%	2,06%	9,21%	3,19%	7,05%	14,15%	-1,04%	6,13%	6,41%	5,48%
nov.06	6,36%	5,10%	4,52%	8,61%	0,17%	2,92%	8,45%	10,79%	6,38%	5,17%	7,81%
dez.06	6,42%	5,12%	6,54%	6,17%	-2,49%	3,23%	5,57%	1,83%	2,27%	2,16%	7,82%
jan.07	2,14%	2,75%	-0,99%	6,75%	-4,43%	1,71%	9,65%	-5,61%	-2,86%	-5,77%	-0,91%
fev.07	-7,14%	-7,07%	-5,57%	1,47%	10,39%	5,40%	1,99%	-0,61%	-10,72%	-3,53%	-6,69%
mar.07	0,93%	9,47%	-0,28%	5,26%	-2,38%	8,60%	3,10%	11,74%	7,70%	0,84%	4,53%
abr.07	4,42%	3,38%	7,28%	5,75%	1,17%	3,88%	9,09%	8,39%	2,87%	11,81%	3,53%
mai.07	9,95%	8,70%	8,50%	2,55%	-4,12%	7,57%	3,00%	0,48%	-1,92%	3,30%	5,73%

	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	Holdings	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
jun.07	0,36%	3,32%	7,87%	2,18%	0,10%	7,32%	-2,04%	5,94%	8,94%	1,31%	4,82%
jul.07	2,85%	-5,64%	-5,96%	1,16%	-15,20%	0,04%	7,22%	-7,28%	1,04%	-2,02%	-1,94%
ago.07	-2,50%	4,01%	0,24%	2,24%	7,16%	0,61%	2,56%	-7,34%	1,02%	4,43%	-7,45%
set.07	7,66%	-0,35%	1,43%	10,73%	-8,46%	5,19%	23,93%	18,26%	6,00%	-2,37%	4,59%
out.07	5,21%	4,87%	0,71%	1,39%	2,57%	8,45%	4,49%	0,67%	10,17%	1,58%	3,32%
nov.07	-1,44%	-7,76%	-4,58%	-5,79%	-7,36%	-2,34%	-5,03%	-1,31%	-1,38%	-8,38%	-2,38%
dez.07	-5,00%	-4,20%	-6,96%	-7,58%	2,43%	1,73%	-5,03%	-7,76%	10,21%	-6,68%	-1,38%
jan.08	-12,75%	-4,97%	-8,04%	-15,82%	-6,50%	-6,65%	-13,90%	-9,08%	-10,08%	8,17%	-7,38%
fev.08	5,26%	11,37%	7,09%	10,35%	-1,68%	17,13%	10,69%	-7,16%	3,26%	-0,48%	8,24%
mar.08	-12,12%	-6,52%	-0,99%	-0,70%	-7,27%	-1,80%	1,55%	2,93%	-4,29%	-5,27%	-8,47%
abr.08	17,58%	-5,75%	5,81%	4,12%	-1,61%	18,45%	6,63%	10,47%	6,33%	1,10%	-1,40%
mai.08	6,28%	-9,85%	7,26%	4,70%	-13,60%	14,91%	-0,35%	-2,04%	5,61%	-2,17%	5,58%
jun.08	-20,93%	-12,33%	-1,28%	-11,16%	-36,24%	-9,84%	-14,16%	-8,11%	-4,76%	-10,51%	-15,69%
jul.08	-1,29%	-7,81%	-0,18%	-9,74%	10,31%	-13,60%	-18,40%	-11,76%	-15,17%	-5,80%	3,43%
ago.08	-8,74%	6,50%	-8,93%	-5,37%	13,54%	-12,36%	-8,95%	-8,20%	-8,56%	-3,78%	-7,46%
set.08	0,01%	4,96%	-5,34%	-12,64%	-5,54%	-35,48%	-17,24%	-21,70%	-5,84%	-3,47%	-6,86%
out.08	-32,90%	-15,38%	-9,91%	-28,54%	-16,30%	-39,84%	-23,59%	-12,28%	-30,28%	-17,25%	-16,12%
nov.08	2,68%	6,55%	6,82%	12,05%	-28,40%	-5,57%	-4,39%	-5,40%	-25,87%	11,46%	10,03%
dez.08	-2,42%	2,14%	-6,25%	-2,08%	1,88%	6,29%	-1,99%	-3,39%	6,39%	-9,20%	-9,65%
jan.09	-8,40%	-7,03%	-1,88%	4,44%	-2,37%	5,66%	14,97%	4,58%	6,32%	0,85%	0,37%
fev.09	-2,82%	0,05%	1,58%	-2,72%	-28,55%	-15,19%	-5,61%	-13,67%	1,37%	3,55%	-5,36%
mar.09	14,96%	12,33%	2,50%	6,08%	15,66%	7,70%	-0,75%	-8,57%	0,69%	0,59%	4,91%
abr.09	13,20%	11,82%	8,52%	13,55%	12,21%	15,08%	14,91%	7,28%	10,66%	7,97%	16,53%
mai.09	9,33%	3,92%	-0,84%	6,04%	8,44%	22,06%	5,09%	9,41%	14,63%	5,68%	6,65%
jun.09	-2,67%	-2,25%	0,97%	-6,77%	-18,10%	-2,47%	-9,80%	-12,95%	-5,05%	-9,50%	1,42%
jul.09	6,43%	4,02%	-0,02%	6,24%	10,55%	6,29%	6,97%	10,38%	2,44%	0,44%	12,27%
ago.09	6,01%	5,75%	0,29%	4,39%	9,71%	0,45%	-0,43%	9,64%	5,99%	0,50%	3,29%
set.09	13,67%	4,17%	0,75%	7,54%	0,58%	6,84%	10,43%	13,34%	8,23%	7,75%	5,39%
out.09	-6,84%	8,12%	-4,03%	3,05%	-14,37%	5,12%	8,40%	-1,89%	0,69%	-2,54%	0,41%
nov.09	8,48%	4,05%	6,08%	6,61%	-2,96%	3,81%	7,38%	16,86%	5,03%	10,19%	7,09%
dez.09	-0,75%	4,72%	10,69%	1,52%	10,34%	1,36%	-0,41%	7,55%	2,56%	1,84%	5,50%

APÊNDICE 5 – VARIAÇÃO MENSAL DAS VARIÁVEIS DE INFORMAÇÃO: 2002-2009

Tabela 26 – Variação mensal das variáveis de informação: 2002-2009, 95 meses

	Produção industrial	M4	IPCA	Dólar PTAX
jan.02	4,58%	0,28%	0,52%	4,13%
fev.02	-3,25%	-0,05%	0,36%	-2,94%
mar.02	9,95%	0,51%	0,60%	-1,05%
abr.02	3,11%	0,37%	0,80%	1,66%
mai.02	0,37%	0,00%	0,21%	6,53%
jun.02	-3,73%	0,64%	0,42%	12,03%
jul.02	7,68%	0,23%	1,18%	18,68%
ago.02	0,77%	-0,79%	0,65%	-12,61%
set.02	-1,45%	1,48%	0,72%	25,36%
out.02	8,63%	1,21%	1,30%	-6,63%
nov.02	-6,27%	1,27%	2,98%	-0,23%
dez.02	-12,56%	1,41%	2,08%	-2,88%
jan.03	-1,65%	1,30%	2,23%	-0,21%
fev.03	-2,15%	0,66%	1,56%	1,06%
mar.03	6,21%	0,47%	1,22%	-6,08%
abr.03	-0,69%	0,23%	0,97%	-14,87%
mai.03	3,99%	1,19%	0,61%	2,59%
jun.03	-4,37%	0,83%	-0,15%	-3,21%
jul.03	6,99%	1,93%	0,20%	3,20%
ago.03	0,53%	1,64%	0,34%	0,03%
set.03	5,26%	1,85%	0,78%	-1,46%
out.03	5,36%	1,01%	0,29%	-2,33%
nov.03	-5,41%	2,75%	0,34%	3,21%
dez.03	-9,41%	3,27%	0,52%	-2,06%
jan.04	-2,58%	1,54%	0,76%	1,77%
fev.04	-3,88%	1,35%	0,61%	-0,93%
mar.04	16,77%	0,85%	0,47%	-0,18%
abr.04	-5,97%	0,47%	0,37%	1,23%
mai.04	5,17%	1,49%	0,51%	6,07%
jun.04	-0,16%	1,09%	0,71%	-0,69%
jul.04	4,28%	1,12%	0,91%	-2,63%
ago.04	3,09%	0,97%	0,69%	-3,12%
set.04	-0,05%	1,38%	0,33%	-2,60%
out.04	1,34%	0,86%	0,44%	-0,07%
nov.04	-1,14%	1,62%	0,69%	-4,50%
dez.04	-8,88%	1,89%	0,86%	-2,83%
jan.05	-4,77%	0,50%	0,58%	-1,12%
fev.05	-5,64%	1,53%	0,59%	-1,14%
mar.05	14,46%	1,79%	0,61%	2,71%
abr.05	-1,54%	0,83%	0,87%	-5,19%
mai.05	4,43%	0,73%	0,49%	-5,17%
jun.05	0,62%	1,15%	-0,02%	-2,25%
jul.05	-1,27%	1,73%	0,25%	1,69%
ago.05	6,05%	1,52%	0,17%	-1,13%
set.05	-3,72%	1,46%	0,35%	-6,17%
out.05	1,67%	1,28%	0,75%	1,43%
nov.05	-0,46%	1,83%	0,55%	-2,12%
dez.05	-7,11%	2,45%	0,36%	5,88%

	Produção industrial	M4	IPCA	Dólar PTAX
jan.06	-4,45%	1,12%	0,59%	-5,47%
fev.06	-3,41%	1,69%	0,41%	-3,70%
mar.06	14,36%	1,55%	0,43%	1,71%
abr.06	-8,46%	0,62%	0,21%	-3,91%
mai.06	10,89%	1,56%	0,10%	9,63%
jun.06	-4,64%	0,58%	-0,21%	-6,10%
jul.06	2,71%	1,79%	0,19%	0,55%
ago.06	5,82%	1,08%	0,05%	-1,73%
set.06	-5,32%	1,44%	0,21%	1,64%
out.06	4,90%	1,51%	0,33%	-1,45%
nov.06	-1,24%	2,23%	0,31%	1,10%
dez.06	-10,88%	2,02%	0,48%	-1,34%
jan.07	-0,39%	1,49%	0,44%	-0,62%
fev.07	-4,83%	1,39%	0,44%	-0,31%
mar.07	15,25%	1,42%	0,37%	-3,25%
abr.07	-6,50%	2,27%	0,25%	-0,81%
mai.07	9,96%	1,97%	0,28%	-5,30%
jun.07	-3,13%	1,76%	0,28%	-0,14%
jul.07	3,15%	1,41%	0,24%	-2,56%
ago.07	5,44%	0,56%	0,47%	4,40%
set.07	-6,49%	2,62%	0,18%	-6,48%
out.07	9,69%	1,44%	0,30%	-5,30%
nov.07	-4,76%	1,18%	0,38%	2,25%
dez.07	-11,26%	1,49%	0,74%	-0,70%
jan.08	1,84%	0,58%	0,54%	-0,62%
fev.08	-3,92%	1,49%	0,49%	-4,47%
mar.08	7,48%	1,39%	0,48%	3,83%
abr.08	1,54%	1,93%	0,55%	-3,60%
mai.08	2,82%	1,73%	0,79%	-3,49%
jun.08	0,76%	0,93%	0,74%	-2,33%
jul.08	5,26%	2,12%	0,53%	-1,60%
ago.08	-1,04%	1,84%	0,28%	4,24%
set.08	0,80%	1,17%	0,26%	15,81%
out.08	1,54%	-0,41%	0,45%	9,98%
nov.08	-12,44%	1,16%	0,36%	9,80%
dez.08	-20,58%	3,30%	0,28%	0,17%
jan.09	-1,41%	-0,25%	0,48%	-0,89%
fev.09	-3,14%	0,78%	0,55%	2,65%
mar.09	15,65%	0,94%	0,20%	-2,69%
abr.09	-4,25%	0,69%	0,48%	-6,10%
mai.09	6,98%	1,47%	0,47%	-9,90%
jun.09	1,11%	0,85%	0,36%	-1,09%
jul.09	6,30%	2,15%	0,24%	-4,13%
ago.09	2,12%	1,62%	0,15%	0,73%
set.09	0,25%	1,96%	0,24%	-5,91%
out.09	6,27%	1,41%	0,28%	-1,94%
nov.09	-4,13%	1,40%	0,41%	0,37%

APÊNDICE 6 – BETAS CONDICIONAIS MENSIS: 2002-2009

Tabela 27 – Beta condicionado à variável M4: 2002-2009, 95 meses

	M4	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	Holdings	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
jan/02	0,28%	1,17	0,50	0,93	0,75	0,14	1,02	0,35	0,88	0,96	0,96	0,72
fev/02	-0,05%	1,23	0,47	0,83	0,68	0,08	0,85	0,17	1,08	0,76	1,01	0,52
mar/02	0,51%	1,10	0,53	0,90	0,81	0,35	1,14	0,51	0,76	1,04	0,91	0,77
abr/02	0,37%	1,14	0,51	0,93	0,77	0,22	1,07	0,41	0,83	1,00	0,94	0,75
mai/02	0,00%	1,23	0,47	0,85	0,69	0,05	0,86	0,19	1,06	0,78	1,01	0,56
jun/02	0,64%	1,09	0,55	0,85	0,84	0,44	1,20	0,60	0,71	1,05	0,87	0,77
jul/02	0,23%	1,19	0,49	0,92	0,74	0,10	0,99	0,32	0,91	0,93	0,97	0,70
ago/02	-0,79%	1,31	0,14	1,37	0,56	0,20	1,24	-0,68	0,68	1,20	1,12	0,03
set/02	1,48%	1,08	0,57	0,79	0,84	0,81	1,22	0,90	0,64	0,94	0,75	0,80
out/02	1,21%	1,08	0,59	0,73	0,86	0,68	1,24	0,84	0,52	1,00	0,72	0,73
nov/02	1,27%	1,08	0,59	0,74	0,86	0,71	1,23	0,86	0,54	0,99	0,72	0,75
dez/02	1,41%	1,08	0,58	0,78	0,84	0,77	1,22	0,88	0,60	0,96	0,74	0,78
jan/03	1,30%	1,08	0,59	0,75	0,86	0,72	1,23	0,86	0,54	0,98	0,73	0,75
fev/03	0,66%	1,08	0,56	0,84	0,84	0,46	1,21	0,62	0,70	1,05	0,86	0,77
mar/03	0,47%	1,11	0,52	0,91	0,80	0,31	1,12	0,48	0,78	1,03	0,92	0,76
abr/03	0,23%	1,19	0,49	0,92	0,74	0,10	0,98	0,32	0,92	0,93	0,97	0,70
mai/03	1,19%	1,08	0,59	0,73	0,87	0,68	1,24	0,84	0,52	1,00	0,72	0,73
jun/03	0,83%	1,07	0,58	0,76	0,87	0,55	1,26	0,73	0,62	1,05	0,79	0,75
jul/03	1,93%	0,94	0,41	0,85	0,77	0,87	1,43	0,96	0,91	0,86	0,76	0,92
ago/03	1,64%	1,04	0,53	0,82	0,81	0,88	1,27	0,93	0,77	0,90	0,77	0,86
set/03	1,85%	0,96	0,45	0,84	0,78	0,89	1,38	0,96	0,89	0,87	0,77	0,90
out/03	1,01%	1,07	0,59	0,72	0,88	0,62	1,27	0,80	0,55	1,03	0,73	0,73
nov/03	2,75%	1,17	0,37	0,92	1,30	1,59	1,78	1,61	0,34	1,45	0,36	0,89
dez/03	3,27%	0,41	0,14	1,59	1,72	1,70	1,57	2,89	0,81	1,55	0,05	1,08
jan/04	1,54%	1,06	0,56	0,80	0,83	0,84	1,24	0,91	0,69	0,93	0,76	0,82
fev/04	1,35%	1,08	0,58	0,76	0,85	0,74	1,22	0,87	0,57	0,97	0,73	0,76
mar/04	0,85%	1,07	0,58	0,75	0,87	0,56	1,26	0,74	0,61	1,05	0,78	0,75
abr/04	0,47%	1,11	0,52	0,91	0,80	0,31	1,12	0,48	0,78	1,03	0,92	0,76

	M4	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	<i>Holdings</i>	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
mai/04	1,49%	1,07	0,57	0,80	0,83	0,82	1,23	0,90	0,66	0,94	0,76	0,81
jun/04	1,09%	1,08	0,59	0,71	0,87	0,64	1,26	0,82	0,53	1,02	0,72	0,73
jul/04	1,12%	1,08	0,59	0,72	0,87	0,65	1,26	0,83	0,52	1,02	0,72	0,73
ago/04	0,97%	1,07	0,59	0,72	0,88	0,61	1,27	0,79	0,56	1,04	0,74	0,73
set/04	1,38%	1,08	0,58	0,77	0,85	0,76	1,22	0,88	0,58	0,97	0,74	0,77
out/04	0,86%	1,07	0,58	0,75	0,87	0,56	1,26	0,74	0,61	1,05	0,78	0,75
nov/04	1,62%	1,04	0,54	0,82	0,82	0,87	1,26	0,93	0,75	0,91	0,77	0,85
dez/04	1,89%	0,95	0,42	0,85	0,77	0,88	1,41	0,96	0,90	0,86	0,76	0,91
jan/05	0,50%	1,11	0,53	0,90	0,80	0,33	1,14	0,50	0,77	1,04	0,92	0,76
fev/05	1,53%	1,07	0,56	0,80	0,83	0,83	1,23	0,91	0,68	0,93	0,76	0,82
mar/05	1,79%	0,98	0,48	0,83	0,79	0,90	1,35	0,95	0,86	0,87	0,77	0,89
abr/05	0,83%	1,07	0,58	0,76	0,87	0,55	1,26	0,72	0,62	1,05	0,79	0,75
mai/05	0,73%	1,08	0,57	0,80	0,86	0,50	1,23	0,67	0,67	1,05	0,83	0,76
jun/05	1,15%	1,08	0,59	0,72	0,87	0,66	1,25	0,84	0,52	1,01	0,72	0,73
jul/05	1,73%	1,01	0,50	0,83	0,80	0,90	1,31	0,95	0,83	0,88	0,77	0,88
ago/05	1,52%	1,07	0,57	0,80	0,83	0,83	1,23	0,91	0,67	0,93	0,76	0,82
set/05	1,46%	1,08	0,58	0,79	0,84	0,80	1,22	0,89	0,63	0,95	0,75	0,80
out/05	1,28%	1,08	0,59	0,74	0,86	0,71	1,23	0,86	0,54	0,99	0,72	0,75
nov/05	1,83%	0,97	0,46	0,84	0,78	0,89	1,37	0,95	0,88	0,87	0,77	0,90
dez/05	2,45%	1,20	0,30	0,86	0,99	0,96	1,64	1,17	0,51	1,08	0,54	0,91
jan/06	1,12%	1,08	0,59	0,72	0,87	0,65	1,26	0,83	0,52	1,02	0,72	0,73
fev/06	1,69%	1,02	0,52	0,82	0,81	0,89	1,29	0,94	0,80	0,89	0,77	0,87
mar/06	1,55%	1,06	0,56	0,81	0,83	0,84	1,24	0,91	0,70	0,92	0,76	0,83
abr/06	0,62%	1,09	0,55	0,85	0,83	0,43	1,19	0,59	0,72	1,05	0,88	0,77
mai/06	1,56%	1,06	0,56	0,81	0,82	0,85	1,24	0,92	0,71	0,92	0,76	0,83
jun/06	0,58%	1,09	0,54	0,87	0,82	0,40	1,18	0,56	0,73	1,05	0,89	0,77
jul/06	1,79%	0,98	0,47	0,83	0,79	0,90	1,35	0,95	0,86	0,87	0,77	0,89
ago/06	1,08%	1,08	0,59	0,71	0,87	0,64	1,26	0,82	0,53	1,02	0,72	0,73
set/06	1,44%	1,08	0,58	0,78	0,84	0,79	1,22	0,89	0,62	0,95	0,75	0,79
out/06	1,51%	1,07	0,57	0,80	0,83	0,82	1,23	0,90	0,67	0,93	0,76	0,82
nov/06	2,23%	1,03	0,29	0,89	0,82	0,75	1,56	0,99	0,77	0,91	0,67	0,94
dez/06	2,02%	0,94	0,36	0,87	0,77	0,82	1,48	0,95	0,90	0,86	0,74	0,93

	M4	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	<i>Holdings</i>	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
jan/07	1,49%	1,07	0,57	0,80	0,83	0,81	1,23	0,90	0,65	0,94	0,76	0,81
fev/07	1,39%	1,08	0,58	0,77	0,85	0,77	1,22	0,88	0,59	0,96	0,74	0,78
mar/07	1,42%	1,08	0,58	0,78	0,84	0,78	1,22	0,88	0,60	0,96	0,74	0,78
abr/07	2,27%	1,07	0,29	0,88	0,85	0,76	1,58	1,01	0,72	0,93	0,64	0,93
mai/07	1,97%	0,94	0,38	0,86	0,77	0,85	1,45	0,95	0,91	0,86	0,75	0,92
jun/07	1,76%	0,99	0,49	0,83	0,79	0,90	1,33	0,95	0,85	0,88	0,77	0,89
jul/07	1,41%	1,08	0,58	0,78	0,84	0,77	1,22	0,88	0,60	0,96	0,74	0,78
ago/07	0,56%	1,10	0,54	0,88	0,82	0,38	1,17	0,54	0,74	1,05	0,90	0,77
set/07	2,62%	1,22	0,33	0,87	1,16	1,30	1,72	1,40	0,37	1,28	0,43	0,89
out/07	1,44%	1,08	0,58	0,79	0,84	0,79	1,22	0,89	0,62	0,95	0,75	0,79
nov/07	1,18%	1,08	0,59	0,72	0,87	0,67	1,25	0,84	0,52	1,01	0,72	0,73
dez/07	1,49%	1,07	0,57	0,80	0,83	0,81	1,23	0,90	0,66	0,94	0,76	0,81
jan/08	0,58%	1,09	0,54	0,87	0,82	0,40	1,18	0,56	0,73	1,05	0,89	0,77
fev/08	1,49%	1,07	0,57	0,80	0,83	0,81	1,23	0,90	0,65	0,94	0,76	0,81
mar/08	1,39%	1,08	0,58	0,77	0,85	0,76	1,22	0,88	0,59	0,96	0,74	0,78
abr/08	1,93%	0,94	0,40	0,85	0,77	0,86	1,43	0,96	0,91	0,86	0,76	0,92
mai/08	1,73%	1,00	0,50	0,83	0,80	0,90	1,32	0,95	0,83	0,88	0,77	0,88
jun/08	0,93%	1,07	0,59	0,73	0,88	0,59	1,27	0,78	0,58	1,04	0,75	0,74
jul/08	2,12%	0,96	0,32	0,88	0,78	0,77	1,52	0,96	0,86	0,87	0,71	0,94
ago/08	1,84%	0,97	0,45	0,84	0,78	0,89	1,38	0,95	0,88	0,87	0,77	0,90
set/08	1,17%	1,08	0,59	0,72	0,87	0,67	1,25	0,84	0,52	1,01	0,72	0,73
out/08	-0,41%	1,21	0,26	1,03	0,53	0,43	1,09	-0,27	0,95	1,03	1,01	0,16
nov/08	1,16%	1,08	0,59	0,72	0,87	0,67	1,25	0,84	0,52	1,01	0,72	0,73
dez/08	3,30%	0,34	0,10	1,64	1,72	1,63	1,52	2,98	0,86	1,51	0,03	1,09
jan/09	-0,25%	1,20	0,38	0,86	0,59	0,31	0,93	-0,01	1,08	0,84	1,01	0,32
fev/09	0,78%	1,08	0,57	0,78	0,87	0,53	1,25	0,70	0,64	1,05	0,81	0,76
mar/09	0,94%	1,07	0,59	0,73	0,88	0,60	1,27	0,78	0,57	1,04	0,75	0,74
abr/09	0,69%	1,08	0,56	0,82	0,85	0,48	1,22	0,64	0,68	1,05	0,85	0,77
mai/09	1,47%	1,08	0,57	0,79	0,84	0,80	1,22	0,90	0,64	0,94	0,75	0,80
jun/09	0,85%	1,07	0,58	0,76	0,87	0,56	1,26	0,73	0,61	1,05	0,79	0,75
jul/09	2,15%	0,98	0,31	0,88	0,79	0,75	1,54	0,96	0,84	0,88	0,70	0,94
ago/09	1,62%	1,04	0,54	0,82	0,81	0,87	1,26	0,93	0,75	0,91	0,77	0,85

	M4	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	<i>Holdings</i>	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
set/09	1,96%	0,94	0,39	0,86	0,77	0,85	1,45	0,95	0,91	0,86	0,75	0,92
out/09	1,41%	1,08	0,58	0,78	0,84	0,77	1,22	0,88	0,60	0,96	0,74	0,78
nov/09	1,40%	1,08	0,58	0,78	0,84	0,77	1,22	0,88	0,60	0,96	0,74	0,78

Tabela 28 – Beta condicionado à variável câmbio (Real/Dólar): 2002-2009, 95 meses

	Dólar	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	Holdings	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
jan/02	4,13%	1,07	0,29	0,77	0,93	0,64	1,48	1,05	0,88	0,98	0,63	0,68
fev/02	-2,94%	0,98	0,60	0,98	0,76	0,76	1,15	0,88	0,75	0,92	0,88	0,95
mar/02	-1,05%	0,97	0,56	1,01	0,81	0,75	1,20	0,95	0,70	0,95	0,80	0,93
abr/02	1,66%	1,00	0,44	0,94	0,88	0,73	1,35	1,03	0,74	1,02	0,71	0,82
mai/02	6,53%	1,19	0,24	0,70	0,90	0,55	1,37	0,82	0,86	0,93	0,66	0,60
jun/02	12,03%	1,20	0,41	0,74	0,85	0,48	0,99	0,32	0,49	1,14	0,88	0,50
jul/02	18,68%	1,27	0,50	0,35	0,97	0,36	1,33	0,63	0,44	0,96	0,53	0,61
ago/02	-12,61%	1,31	0,16	1,37	0,61	0,19	1,20	-0,60	0,83	1,16	1,14	0,05
set/02	25,36%	1,45	1,56	0,91	0,94	0,74	1,28	0,61	0,20	0,60	0,98	1,32
out/02	-6,63%	0,93	0,55	0,86	0,62	0,76	1,29	0,51	0,83	1,13	0,94	0,80
nov/02	-0,23%	0,98	0,53	1,01	0,83	0,75	1,23	0,97	0,69	0,97	0,78	0,91
dez/02	-2,88%	0,98	0,60	0,98	0,76	0,76	1,15	0,88	0,75	0,92	0,87	0,95
jan/03	-0,21%	0,98	0,53	1,01	0,83	0,75	1,23	0,97	0,69	0,97	0,78	0,91
fev/03	1,06%	0,99	0,48	0,97	0,86	0,74	1,31	1,01	0,71	1,01	0,74	0,86
mar/03	-6,08%	0,94	0,57	0,87	0,65	0,77	1,25	0,59	0,82	1,08	0,94	0,85
abr/03	-14,87%	1,32	0,14	1,39	0,59	0,16	1,15	-0,58	0,98	1,14	1,08	0,06
mai/03	2,59%	1,02	0,38	0,87	0,91	0,70	1,42	1,06	0,80	1,01	0,68	0,77
jun/03	-3,21%	0,98	0,60	0,97	0,75	0,76	1,15	0,86	0,76	0,92	0,89	0,95
jul/03	3,20%	1,03	0,34	0,83	0,92	0,68	1,46	1,07	0,84	1,00	0,65	0,73
ago/03	0,03%	0,98	0,52	1,01	0,83	0,75	1,25	0,98	0,69	0,98	0,77	0,90
set/03	-1,46%	0,97	0,57	1,01	0,79	0,75	1,18	0,94	0,71	0,94	0,82	0,94
out/03	-2,33%	0,98	0,59	1,00	0,77	0,75	1,16	0,91	0,73	0,92	0,85	0,95
nov/03	3,21%	1,03	0,34	0,83	0,92	0,68	1,46	1,07	0,84	1,00	0,65	0,73
dez/03	-2,06%	0,97	0,58	1,00	0,78	0,75	1,17	0,92	0,72	0,93	0,84	0,94
jan/04	1,77%	1,00	0,44	0,93	0,89	0,73	1,36	1,03	0,75	1,02	0,71	0,82
fev/04	-0,93%	0,97	0,55	1,01	0,81	0,75	1,20	0,96	0,70	0,95	0,80	0,93
mar/04	-0,18%	0,98	0,53	1,01	0,83	0,75	1,24	0,97	0,69	0,97	0,78	0,91
abr/04	1,23%	0,99	0,47	0,96	0,87	0,74	1,32	1,01	0,72	1,01	0,73	0,85
mai/04	6,07%	1,16	0,24	0,71	0,92	0,56	1,41	0,89	0,87	0,93	0,65	0,61
jun/04	-0,69%	0,98	0,55	1,01	0,81	0,75	1,21	0,96	0,69	0,96	0,79	0,92
jul/04	-2,63%	0,98	0,59	0,99	0,77	0,76	1,15	0,90	0,74	0,92	0,86	0,95

	Dólar	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	Holdings	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
ago/04	-3,12%	0,98	0,60	0,98	0,75	0,76	1,15	0,87	0,76	0,92	0,88	0,95
set/04	-2,60%	0,98	0,59	0,99	0,77	0,76	1,16	0,90	0,74	0,92	0,86	0,95
out/04	-0,07%	0,98	0,53	1,01	0,83	0,75	1,24	0,98	0,69	0,98	0,77	0,90
nov/04	-4,50%	0,97	0,60	0,93	0,71	0,77	1,16	0,76	0,79	0,96	0,93	0,92
dez/04	-2,83%	0,98	0,60	0,98	0,76	0,76	1,15	0,89	0,75	0,92	0,87	0,95
jan/05	-1,12%	0,97	0,56	1,01	0,80	0,75	1,20	0,95	0,70	0,95	0,81	0,93
fev/05	-1,14%	0,97	0,56	1,01	0,80	0,75	1,20	0,95	0,70	0,95	0,81	0,93
mar/05	2,71%	1,02	0,38	0,86	0,91	0,70	1,43	1,06	0,81	1,01	0,67	0,76
abr/05	-5,19%	0,96	0,59	0,91	0,68	0,78	1,19	0,69	0,81	1,00	0,94	0,90
mai/05	-5,17%	0,96	0,59	0,91	0,68	0,78	1,19	0,69	0,81	1,00	0,94	0,90
jun/05	-2,25%	0,98	0,59	1,00	0,78	0,75	1,16	0,91	0,73	0,92	0,85	0,95
jul/05	1,69%	1,00	0,44	0,93	0,88	0,73	1,36	1,03	0,75	1,02	0,71	0,82
ago/05	-1,13%	0,97	0,56	1,01	0,80	0,75	1,20	0,95	0,70	0,95	0,81	0,93
set/05	-6,17%	0,94	0,57	0,87	0,64	0,77	1,26	0,57	0,82	1,09	0,94	0,84
out/05	1,43%	1,00	0,45	0,95	0,88	0,74	1,34	1,02	0,73	1,01	0,72	0,84
nov/05	-2,12%	0,98	0,58	1,00	0,78	0,75	1,17	0,92	0,73	0,92	0,84	0,95
dez/05	5,88%	1,15	0,24	0,71	0,92	0,57	1,42	0,91	0,88	0,93	0,64	0,62
jan/06	-5,47%	0,96	0,58	0,90	0,67	0,78	1,21	0,66	0,81	1,02	0,94	0,88
fev/06	-3,70%	0,98	0,60	0,96	0,74	0,77	1,15	0,83	0,77	0,93	0,91	0,94
mar/06	1,71%	1,00	0,44	0,93	0,88	0,73	1,36	1,03	0,75	1,02	0,71	0,82
abr/06	-3,91%	0,98	0,60	0,95	0,73	0,77	1,15	0,81	0,78	0,94	0,91	0,94
mai/06	9,63%	1,26	0,30	0,79	0,77	0,54	0,97	0,27	0,66	1,14	0,86	0,46
jun/06	-6,10%	0,94	0,57	0,87	0,64	0,77	1,25	0,58	0,82	1,08	0,94	0,84
jul/06	0,55%	0,98	0,50	0,99	0,85	0,75	1,28	0,99	0,70	1,00	0,75	0,88
ago/06	-1,73%	0,97	0,58	1,01	0,79	0,75	1,18	0,93	0,71	0,93	0,83	0,94
set/06	1,64%	1,00	0,44	0,94	0,88	0,73	1,35	1,03	0,74	1,02	0,71	0,82
out/06	-1,45%	0,97	0,57	1,01	0,80	0,75	1,18	0,94	0,71	0,94	0,82	0,94
nov/06	1,10%	0,99	0,47	0,97	0,87	0,74	1,31	1,01	0,72	1,01	0,73	0,85
dez/06	-1,34%	0,97	0,57	1,01	0,80	0,75	1,19	0,95	0,70	0,94	0,82	0,94
jan/07	-0,62%	0,98	0,54	1,01	0,82	0,75	1,22	0,96	0,69	0,96	0,79	0,92
fev/07	-0,31%	0,98	0,53	1,01	0,82	0,75	1,23	0,97	0,69	0,97	0,78	0,91
mar/07	-3,25%	0,98	0,60	0,97	0,75	0,76	1,15	0,86	0,76	0,92	0,89	0,95

	Dólar	Bancos	Bebidas	Energia, gás e água	<i>Holdings</i>	Indústria aeronáutica	Metalurgia e siderurgia	Mineração	Papel e celulose	Petroquímico	Telecomunicações	Varejo
abr/07	-0,81%	0,98	0,55	1,01	0,81	0,75	1,21	0,96	0,69	0,96	0,80	0,92
mai/07	-5,30%	0,96	0,59	0,90	0,68	0,78	1,20	0,68	0,81	1,01	0,94	0,89
jun/07	-0,14%	0,98	0,53	1,01	0,83	0,75	1,24	0,98	0,69	0,98	0,77	0,91
jul/07	-2,56%	0,98	0,59	0,99	0,77	0,76	1,16	0,90	0,74	0,92	0,86	0,95
ago/07	4,40%	1,08	0,28	0,76	0,93	0,63	1,48	1,04	0,88	0,97	0,63	0,67
set/07	-6,48%	0,93	0,56	0,86	0,63	0,76	1,28	0,53	0,83	1,12	0,94	0,81
out/07	-5,30%	0,96	0,59	0,90	0,68	0,78	1,20	0,68	0,81	1,01	0,94	0,89
nov/07	2,25%	1,01	0,41	0,90	0,90	0,72	1,40	1,05	0,78	1,02	0,69	0,79
dez/07	-0,70%	0,98	0,55	1,01	0,81	0,75	1,21	0,96	0,69	0,96	0,79	0,92
jan/08	-0,62%	0,98	0,54	1,01	0,82	0,75	1,22	0,96	0,69	0,96	0,79	0,92
fev/08	-4,47%	0,97	0,60	0,93	0,71	0,77	1,16	0,76	0,79	0,96	0,93	0,93
mar/08	3,83%	1,05	0,31	0,79	0,93	0,65	1,48	1,06	0,87	0,98	0,64	0,70
abr/08	-3,60%	0,98	0,60	0,96	0,74	0,77	1,15	0,84	0,77	0,93	0,90	0,94
mai/08	-3,49%	0,98	0,60	0,97	0,74	0,77	1,15	0,84	0,77	0,93	0,90	0,94
jun/08	-2,33%	0,98	0,59	1,00	0,77	0,75	1,16	0,91	0,73	0,92	0,85	0,95
jul/08	-1,60%	0,97	0,57	1,01	0,79	0,75	1,18	0,94	0,71	0,93	0,82	0,94
ago/08	4,24%	1,07	0,29	0,77	0,93	0,63	1,48	1,05	0,88	0,97	0,63	0,68
set/08	15,81%	1,16	0,50	0,40	0,96	0,48	1,29	0,69	0,43	1,02	0,62	0,56
out/08	9,98%	1,25	0,31	0,81	0,76	0,54	0,93	0,23	0,62	1,17	0,89	0,45
nov/08	9,80%	1,26	0,30	0,80	0,77	0,54	0,95	0,25	0,64	1,16	0,87	0,46
dez/08	0,17%	0,98	0,52	1,00	0,84	0,75	1,25	0,98	0,69	0,99	0,77	0,90
jan/09	-0,89%	0,97	0,55	1,01	0,81	0,75	1,20	0,96	0,70	0,95	0,80	0,93
fev/09	2,65%	1,02	0,38	0,87	0,91	0,70	1,43	1,06	0,80	1,01	0,67	0,76
mar/09	-2,69%	0,98	0,59	0,99	0,76	0,76	1,15	0,89	0,74	0,92	0,87	0,95
abr/09	-6,10%	0,94	0,57	0,87	0,65	0,77	1,25	0,58	0,82	1,08	0,94	0,84
mai/09	-9,90%	1,13	0,28	1,13	0,61	0,45	1,31	-0,25	0,84	1,25	1,09	0,22
jun/09	-1,09%	0,97	0,56	1,01	0,80	0,75	1,20	0,95	0,70	0,95	0,81	0,93
jul/09	-4,13%	0,97	0,60	0,94	0,72	0,77	1,16	0,79	0,78	0,94	0,92	0,93
ago/09	0,73%	0,99	0,49	0,98	0,85	0,75	1,29	1,00	0,70	1,00	0,75	0,87
set/09	-5,91%	0,95	0,57	0,88	0,65	0,77	1,24	0,61	0,82	1,06	0,94	0,86
out/09	-1,94%	0,97	0,58	1,00	0,78	0,75	1,17	0,93	0,72	0,93	0,84	0,94
nov/09	0,37%	0,98	0,51	1,00	0,84	0,75	1,27	0,99	0,70	0,99	0,76	0,89

APÊNDICE 7 – GRÁFICOS DOS BETAS CONDICIONAIS MENSAIS: 2002-2009

Gráfico 15 – Beta condicional à variável M4 – setor: bancos

Gráfico 16 – Beta condicional à variável M4 – setor: bebidas

Gráfico 17 – Beta condicional à variável M4 – setor: energia, gás e água

Gráfico 18 – Beta condicionado à variável M4 – setor: *holdings*

Gráfico 19 – Beta condicionado à variável M4 – setor: indústria aeronáutica

Gráfico 20 – Beta condicionado à variável M4 – setor: metalurgia e siderurgia

Gráfico 21 – Beta condicionado à variável M4 – setor: papel e celulose

Gráfico 22 – Beta condicionado à variável M4 – setor: petroquímico

Gráfico 23 – Beta condicionado à variável M4 – setor: telecomunicações

Gráfico 24 – Beta condicionado à variável M4 – setor: varejo

Gráfico 25 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: bancos

Gráfico 26 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: energia, gás e água

Gráfico 27 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: *holdings*

Gráfico 28 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: indústria aeronáutica

Gráfico 29 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: metalurgia e siderurgia

Gráfico 30 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: mineração

Gráfico 31 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: papel e celulose

Gráfico 32 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: petroquímico

Gráfico 33 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: telecomunicações

Gráfico 34 – Beta condicionado à variável dólar PTAX – setor: varejo