UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

**MODELOS DE ARBITRAGEM ESTATÍSTICA: UM ESTUDO EMPÍRICO NO
MERCADO BRASILEIRO DE AÇÕES**

Tarik Laiter Migliorini

Orientador: Prof. Dr. Marcos Eugênio da Silva

SÃO PAULO

2013

Prof. Dr. João Grandino Rodas
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Reinaldo Guerreiro
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Joaquim José Martins Guilhoto
Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Marcio Issao Nakane
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

TARIK LAITER MIGLIORINI

**MODELOS DE ARBITRAGEM ESTATÍSTICA: UM ESTUDO EMPÍRICO NO
MERCADO BRASILEIRO DE AÇÕES**

Dissertação apresentada ao Departamento de
Economia da Faculdade de Economia,
Administração e Contabilidade da
Universidade de São Paulo como requisito
para obtenção do título de Mestre em
Economia

Orientador: Prof. Dr. Marcos Eugênio da Silva

Versão Original

SÃO PAULO

2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Migliorini, Tarik Laiter

Modelos de arbitragem estatística: um estudo empírico no mercado brasileiro de ações / Tarik Laiter Migliorini. – São Paulo, 2013.

64 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2013.

Orientador: Marcos Eugênio da Silva.

1. Ações 2. Investimentos 3. Finanças quantitativas 4. Custo de transação I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. II. Título.

CDD – 332.63

No geral, agradeço ao meu pai, João Bosco, o apoio incondicional aos meus sonhos, e a todos os meus amigos. Para esse trabalho são várias as pessoas a quem devo. Primeiramente agradeço ao meu orientador e camarada Marcos Eugênio a disposição em me orientar, os comentários e dicas pertinentes e a liberdade concedida no desenvolvimento desta dissertação. Sou grato aos amigos António Marcos e Thiago Alexandrino pelos comentários e sugestões. Meu obrigado ao DNPM e à minha chefe, Yara, pela flexibilidade de horários necessária para a conclusão deste mestrado. Também agradeço aos professores Bruno Giovannetti e José Carlos Santos as críticas e sugestões apresentadas no exame de qualificação. Por último, quero dizer obrigado ao Gustavinho, Rogério, João Improta e aos professores Alan de Genaro e Bruno Giovannetti pela ajuda com a base de dados.

**“In theory there is no difference between
theory and practice. In practice there is.”**

Yogi Berra

RESUMO

Este trabalho tem como intuito aplicar quatro estratégias de arbitragem estatística ao mercado acionário brasileiro no período compreendido entre 2004 e 2012. A primeira delas explora o fenômeno de momentum e tem como referência Jegadeesh e Titman (1993). A segunda trata de replicação de benchmarks utilizando técnicas de cointegração e foi baseada parcialmente em Alexander e Dimitriu (2002). A terceira é uma estratégia do tipo pair trade e tem referência em Gatev et al (2006). A última é uma estratégia de reversão de preços relativos de uma cesta de ações utilizando a abordagem de componentes principais e tem como referência Avellaneda e Lee (2010). Foram implementadas algumas modificações nas estratégias de forma que estas se adaptassem a certas características do mercado brasileiro e possuísem maior grau de realismo: 1) o nível de alavancagem foi controlado de forma mais rigorosa; 2) os principais parâmetros foram determinados endogenamente, com dados fora da amostra. 3) só foram consideradas ações com grau razoável de liquidez; e 4) os custos de transação foram obtidos de séries cotadas, ao invés de fixados arbitrariamente. Os resultados mostraram que, após a contabilização dos custos de transação, nenhuma estratégia foi capaz de gerar excessos de retorno positivos com alta significância estatística. O trabalho também contribui ao fornecer alguma referência de custos médios de bid ask spread e taxas de empréstimo de ações para estratégias de arbitragem estatística no mercado acionário brasileiro.

ABSTRACT

This work tests four statistical arbitrage strategies in the Brazilian stock market from 2004 to 2012. The first one explores momentum and the reference is Jegadeesh and Titman (1993). The second replicates a positive benchmark using cointegration techniques and was based, partially, on Alexander and Dimitriu (2002). The third is a pair trade strategy and is connected to Gatev et al (2006). The last one is a portfolio price reversal strategy that uses principal component analysis and is based on Avellaneda and Lee (2010). Some modifications were made in the strategies in order to adapt them to the local market characteristics and to make them more realistic: 1) the leverage was controlled more strictly; 2) the main parameters were determined endogenously; 3) Only liquid stocks were considered; 4) the transaction costs were obtained from quoted data, instead of determined arbitrarily. The results indicated that, after the transaction costs being taken in to account, no strategy was capable of generate excess returns with high statistical significance. Other contribution of this work is to give some reference of transaction costs involved in statistical arbitrage strategies in the Brazilian stock market.

SUMÁRIO

LISTA DE GRÁFICOS	2
1.INTRODUÇÃO	3
2.METODOLOGIA	7
2.1 Base de Dados	7
2.2 Filtro de Liquidez.....	7
2.3 Portfólios Imbricados	8
2.4 Controle de Alavancagem	10
2.5 Custos de Transação.....	12
2.5.1 Taxas e Comissões	12
2.5.2 Empréstimo de Ações.....	13
2.5.3 Bid Ask Spread.....	14
2.5.4 Cálculo dos Custos de Transação	16
2.6 Critério de Calibração dos Parâmetros.....	17
3.DESCRICÃO DAS ESTRATÉGIAS	21
3.1. Estratégia de <i>Momentum</i>	21
3.2. Estratégia de Cointegração.....	23
3.3. Estratégia de <i>Pair Trade</i>	26
3.4. Estratégia de Componentes Principais	29
3.4.1 Estimação dos Parâmetros	34
3.4.2 Passo a Passo da Estratégia: Um Resumo	36
4.RESULTADOS	39
4.1. Custos de Transação.....	39
4.2. Rentabilidade das Estratégias e Sensibilidade aos Custos de Transação	40
5.CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
REFERÊNCIAS	51
APÊNDICE 1	53
APÊNDICE 2	54

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01 - Estratégia de Momentum para vários dias de início.....	9
Gráfico 02 - Bid ask spread e volatilidade.....	15
Gráfico 03 - Exemplo de suavização de superfície de Sharpe ratios.....	19
Gráfico 04 - Exemplo de autovalores ordenados.....	31
Gráfico 05 - Desempenho da estratégia de momentum.....	41
Gráfico 06 - Desempenho da estratégia de cointegração.....	42
Gráfico 07 - Desempenho da estratégia de pair trade.....	43
Gráfico 08 - Desempenho da estratégia de componentes principais.....	44
Gráfico 09 - Desempenho de todas as estratégias.....	45
Gráfico 10 - Volatilidade condicional das estratégias.....	53

1. INTRODUÇÃO

O termo “arbitragem estatística” engloba uma variedade de estratégias de investimentos. Estas possuem as seguintes características em comum: (i) o processo decisório de alocação é sistemático; (ii) as posições líquidas são neutras aos movimentos gerais de mercado; e (iii) o modelo que a estratégia usa para auferir ganhos financeiros é estatístico, ou seja, a rentabilidade não é certa. No presente trabalho, aplicaremos ao mercado acionário brasileiro quatro estratégias distintas de arbitragem estatística: “momentum”, “cointegração”, “*pair trade*” e “componentes principais”.

A estratégia de *momentum* explora o fenômeno de que ações que ganharam (perderam) valor no passado tendem a ganhar (perder) valor no futuro. Ou seja, a estratégia consiste em comprar (vender) ações que tiveram substancial valorização (desvalorização) no passado recente, esperando que estas continuem a se valorizar (desvalorizar) no futuro próximo. O trabalho de referência, nesse caso, será Jegadeesh e Titman (1993). Para a estratégia de “cointegração”, construímos um portfólio de poucas ações cujo preço seja capaz de cointegrar (manter uma relação de longo prazo) com um *benchmark* que gere valor ao longo do tempo. A referência básica será Alexander e Dimitriu (2002). No caso da estratégia de *pair trade*, tentamos identificar duplas de ações cujos preços comovam ao longo do tempo. Caso os preços se distanciem da relação de longo prazo, compramos a ação relativamente subvalorizada e vendemos a ação relativamente sobrevalorizada, esperando que os preços converjam. Neste caso, a referência básica será Gatev *et al* (2006). Por último, testaremos a estratégia de “componentes principais”, onde, usando a abordagem estatística de mesmo nome, tentaremos encontrar uma cesta de ações cujo preço replique o comportamento de uma determinada ação. Similarmente a estratégia de “*pair trade*”, monitoraremos a diferença de preços (*spread*) entre a cesta e a ação em particular, e montaremos uma posição financeira toda vez que os preços divergirem suficientemente, esperando que estes converjam no futuro. O trabalho de referência será Avellaneda e Lee (2010).

Em relação aos trabalhos de referência, as estratégias sofreram algumas adaptações de forma a estarem em maior sintonia com algumas características do mercado brasileiro. A primeira dessas características é o tamanho relativamente reduzido e a iliquidez do mercado local se

comparado ao mercado americano, no qual todos os trabalhos mencionados implementaram suas estratégias. Um universo reduzido de ações diminui as chances de identificarmos boas oportunidades de investimento. Além disso, a liquidez reduzida de muitas ações nos impõe incertezas quanto aos custos de transação envolvidos na negociação destas. Diante deste quadro, a simulação de processos sistematizados de investimento nos impõe um *trade-off* entre expandir o universo de ações elegíveis a alocação e manter os custos de transação em um limite aceitável em termos de valor e nível de incerteza. Neste trabalho buscaremos a opção mais parcimoniosa de apenas considerar ações com grau razoável de liquidez, mesmo que isso reduza nossas oportunidades de investimento. Para tanto, em um dado instante de tempo, consideraremos apenas os ativos que foram negociados em todos os últimos 252 dias úteis imediatamente anteriores.

A segunda característica brasileira são as idiosincrasias do setor nacional de fundos multimercado, ou multiestratégia. Tais fundos são a versão local do que é conhecido no exterior como *hedge funds*, fundos com instrumentos flexíveis de investimento, capazes de montar posições tanto compradas (*long positions*) quanto vendidas (*short positions*) em diversos mercados. É comum nesses fundos estrangeiros a montagem de posições altamente alavancadas, ficando a cargo do gestor decidir o nível de risco ao longo do tempo. Outra característica marcante dos *hedge funds* quanto a valoração das posições financeiras é a pouca transparência e baixa periodicidade de divulgação. Normalmente são em tais fundos que as estratégias de arbitragem estatística são alocadas. No Brasil, no entanto, os fundos multimercado têm um *modus operandi* distinto devido tanto à legislação local quanto às preferências dos investidores. A primeira peculiaridade do mercado nacional é a divulgação diária da rentabilidade das cotas do fundo, imposta por regulação da CVM (Comissão de Valores Mobiliários). Outra característica é a de que no Brasil, com algumas exceções, os fundos possuem volatilidade média anualizada dos retornos menor do que 10%. Para que isso ocorra, os gestores controlam rigorosamente a alavancagem de suas posições, mantendo-a em níveis baixos e restritos se comparados com o que é praticado no mercado americano. Se analisarmos um relatório de performance de um fundo multimercado típico, veremos que a maioria da rentabilidade vem do livro “caixa”, ou seja, vem de juros sob o capital investido em títulos do governo. Os fundos, inclusive, usam o rendimento do CDI (Certificado de depósito Interbancário) como *benchmark*. Portanto, ao adaptar as estratégias ao mercado brasileiro, limitaremos a alavancagem a níveis relativamente baixos (entre 50% e 100%,

dependendo da estratégia) e controlados e remuneraremos nosso capital (caixa e margens de garantia) pela taxa Selic.

Outra modificação em relação aos trabalhos de referência trata do critério de seleção dos parâmetros. Cada estratégia possui uma série de parâmetros. Por exemplo, na estratégia de *pair trade* (pares de ações) um parâmetro importante é a definição de quanto os preços de cada ação devem se distanciar entre si para que a posição seja aberta (Em que valor devemos fixar tal parâmetro? Como obtê-lo?). Em todos os trabalhos de referência os parâmetros foram escolhidos arbitrariamente. Tal abordagem pode, eventualmente, dar margem a *data snooping*, ou seja, a escolha de parâmetros de maneira exaustiva até que os resultados desejados (no caso, uma alta rentabilidade da estratégia) sejam obtidos, porém, espúrios. Para contornar esse problema e dar mais realismo às nossas estratégias, implantaremos um processo no qual os parâmetros são escolhidos dinamicamente e endogenamente, ou seja, são escolhidos por um critério automatizado, com dados fora da amostra e revistos periodicamente.

Como dito anteriormente, estratégias de investimentos envolvem custos de transação. Os custos abordados neste trabalho serão três: taxas/comissões, custo de *bid ask spread* e custos de empréstimo de ações (*short selling costs*). Este autor não conhece nenhum trabalho na literatura brasileira que se dedique a fornecer alguma referência sobre a magnitude dos custos de *bid ask spread* e empréstimo envolvidos em estratégias de investimento no mercado acionário local. Esta dissertação tenta preencher tal lacuna ao utilizar séries históricas do *bid ask spread* cotado e das taxas de empréstimo realizadas a fim de estimar os custos médios que cada uma das estratégias se deparou no período testado.

Quanto ao potencial de rentabilidade das estratégias, veremos que com a incorporação das adaptações citadas e dos custos de transação, de forma a termos maior realismo no processo de investimento, nenhuma das estratégias é capaz de gerar retornos em excesso com elevada significância estatística. Veremos que o impacto da incorporação dos custos de transação é distinto entre as estratégias, dependendo tanto da liquidez das ações transacionadas quanto da rotatividade (*turnover*) das posições montadas.

Na seção “Metodologia” a base de dados utilizada é apresentada e são discutidas as adaptações comuns às estratégias: o uso de portfólios imbricados, o filtro de liquidez, o

critério de controle de alavancagem, os custos de transação e o critério de calibração dos parâmetros. O capítulo “Descrição das Estratégias” se dedica a apresentar as quatro estratégias testadas em detalhes. Os capítulos “Resultados” e “Conclusões e Considerações Finais” são autoexplicativos. O apêndice 1 mostra a evolução ao longo do tempo dos parâmetros sujeitos a recalibração periódica. O apêndice 2 mostra a evolução da volatilidade condicional das estratégias. Todos os algoritmos utilizados no presente trabalho foram desenvolvidos em MATLAB 2011a.

2. METODOLOGIA

2.1 Base de Dados

O banco de dados compreende as séries de preços de todas as ações que, em pelo menos algum momento, compuseram a carteira teórica do Índice Ibovespa ou do Índice Ibrx-100 entre Janeiro de 2000 e Dezembro de 2012, totalizando cerca de 300 séries.

Os preços de fechamento diário destas ações, ajustados por eventos (dividendos, *splits*, etc), foram obtidos através da plataforma Economática. As estimativas de *bid ask spread* para as mesmas foram calculadas utilizando as séries diárias da última melhor oferta de compra (*bid price*) e última melhor oferta de venda (*ask price*) advindas da plataforma *Bloomberg*. Para as estimativas de custos de empréstimo das ações foi utilizada uma base mensal, proveniente da CBLC (Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia), contendo as taxas médias de empréstimo de todos os ativos para os quais houve contrato dentro do mês, compreendendo o período de Janeiro de 2009 até Julho de 2011. A taxa Selic diária, para a remuneração do capital em margem e caixa, foi obtida a partir do site do Banco Central do Brasil.

2.2 Filtro de Liquidez

Como foi ressaltado anteriormente, o mercado acionário brasileiro é consideravelmente menos líquido do que o mercado americano, onde todos os trabalhos aqui citados aplicaram suas estratégias. Por exemplo, segundo dados da *World Federation of Exchanges*¹, no final de 2012, as duas principais bolsas americanas de ações (NASDAQ e NYSE Euronext), juntas, possuíam uma capitalização de mercado de 18,7 trilhões de dólares enquanto a BM&FBOVESPA possuía cerca de 1,2 trilhões de dólares. Na mesma data, as duas bolsas americanas possuíam 4916 empresas listadas e a bolsa brasileira apenas 364. No que tange ao volume transacionado, NASDAQ e NYSE Euronext, somadas, negociaram cerca de 23,2 trilhões de dólares em ações em 2012, enquanto que a BM&FBOVESPA transacionou

¹ Os dados podem ser obtidos no site da instituição, na seção referente a estatísticas, em <http://www.world-exchanges.org/statistics/annual>

aproximadamente 830 bilhões de dólares. Vale ressaltar que a discrepância entre tais mercados era ainda maior na década de 2000, período onde as estratégias testadas neste trabalho se iniciam.

Transacionar ações com baixo grau de liquidez nos impõe custos de transação mais elevados e incertos. Para contornar esse problema, nos ateremos a ações com negociabilidade razoavelmente alta. Em todas as estratégias implementadas neste trabalho excluiremos do nosso universo de ações elegíveis à alocação aquelas que não foram negociadas em todos os últimos 252 dias úteis imediatamente anteriores ao instante onde estamos analisando a possibilidade de montar uma nova posição². Por exemplo, se em 01/02/2004 estamos efetuando alguma análise nos dados para decidir se abriremos uma nova posição em nossa carteira, não iremos considerar a ação ABCD em nossas análises se esta não tiver sido negociada em todos os 252 dias anteriores. Contudo, se em 15/05/2005 essa ação tiver sido negociada nos últimos 252 dias anteriores, ela será considerada na análise. Outros filtros serão considerados, dependendo da estratégia. Por exemplo, como veremos adiante, nas estratégias de componentes principais e cointegração só são consideradas as ações que no instante de tempo em questão fazem parte da carteira teórica do Ibovpa.

2.3 Portfólios Imbricados

Um sério problema para a avaliação da rentabilidade de uma estratégia é a de pouca robustez dos resultados em relação ao espaço amostral utilizado. Por exemplo, uma estratégia que de H em H meses liquida totalmente suas posições e monta um novo portfólio usando a janela de J meses imediatamente anteriores como espaço amostral para as devidas estimações tem sua rentabilidade bastante sujeita ao dia em que a estratégia começou. Se adiarmos em D dias o início da estratégia, todas as janelas de estimação e os pontos no tempo em que as posições são montadas serão deslocados e, portanto, nossos resultados podem mudar consideravelmente. Podemos chegar a resultados de rentabilidade nos testes de desempenho histórico (*backtesting*) muito bons ou ruins simplesmente porque tivemos muita sorte ou azar, ou mesmo oportunismo por parte do pesquisador, em escolher a data de início da estratégia.

² Em janeiro de 2001 cerca de 80 ações da nossa base de dados satisfazem esse critério. Essa quantidade sobe ao longo do tempo, atingindo cerca de 150 ações no início de 2008 e se mantém aproximadamente constante dali em diante.

Para ilustrar, o gráfico 1, abaixo, mostra o valor ao longo do tempo de R\$ 1 investido na estratégia de *momentum* (descrita adiante) para 80 dias de início diferentes. Na primeira série a estratégia é mantida do dia 2/01/2001 até 28/12/2012, na segunda, de 3/01/2001 até 28/12/2012, e assim por diante. Ou seja, apenas atrasamos um dia útil o início de cada uma das 80 séries, mantendo a data final fixa. Podemos ver a extrema falta de robustez dos resultados.

Um artifício comumente utilizado na literatura para dar robustez aos resultados de *backtesting* de estratégias de investimento é o de portfólios imbricados. Nele, ao invés de termos apenas um portfólio, temos K sub-portfólios mantidos paralelamente, cada um deles deslocados no tempo. Investindo $1/K$ do nosso capital inicial em cada um dos sub-portfólios geramos certa diversificação e, portanto, diminuímos o componente aleatório dos resultados.

Ilustração 1 - Portfólios imbricados

As Janelas J_{10}, J_{11}, J_{12} , são diferentes de J_{20}, J_{21}, J_{22} , bem como os períodos em que as posições são mantidas.

Utilizaremos adaptações deste artifício em três de nossas estratégias: *momentum*, *pair trade* e cointegração. Desta forma, além de robustez para os resultados de rentabilidade, nosso portfólio total será renovado paulatinamente ao longo do tempo, evitando que impactemos adversamente os preços dos ativos a serem negociados³.

2.4 Controle de Alavancagem

Uma adaptação comum a todas as estratégias foi a de um controle mais estrito da alavancagem. Em uma determinada estratégia, ao recebermos um sinal de abertura de posição, devemos estipular o tamanho nominal desta posição de forma a não excedermos nosso limite pré-estabelecido de alavancagem. Para isso, sempre usaremos o seguinte critério:

Seja a alavancagem, para todos os fins neste trabalho, definida como:

³ Na prática existe certo limite para a montagem ou liquidação paulatina das posições, uma vez que a BMF&BOVESPA impõe lotes mínimos para a negociação.

$$L = \frac{\sum_{i=1}^N |q_i|}{PL}$$

Onde L é o nível de alavancagem, PL é o patrimônio líquido de toda a carteira (posições compradas – posições vendidas + dinheiro em caixa e margem) e cada $q_i, i = 1, \dots, N$, é uma das coordenadas do vetor Q , representando o valor que estamos posicionados em cada uma das N ações do universo total de ações disponíveis. Por exemplo, se estamos R\$ 1 comprados em VALE5 e R\$ 1 vendidos em PETR3 e nosso PL é de R\$ 1, então, a alavancagem é de $\frac{|1|+|-1|}{1} = 200\%$.

Seja Q_M o vetor contendo os pesos relativos (podendo ser tanto negativos quanto positivos) em ações para a montagem de uma nova posição, K o escalar que o multiplica para obtermos os valores nominais (ou seja, K define o tamanho da posição a ser montada), Q_C o vetor com os valores nominais de cada ação que já estão em carteira⁴ (devido a posições montadas anteriormente e ainda não liquidadas), L^* o nível máximo de alavancagem desejado e PL o patrimônio líquido.

Logo, temos a seguinte inequação, a ser respeitada:

$$L^* \geq \frac{\sum_{i=1}^N |Kq_{M_i} + q_{C_i}|}{PL}, K > 0$$

Onde q_{M_i} e q_{C_i} , $i = 1, \dots, N$, são cada uma das coordenadas dos vetores Q_M e Q_C , respectivamente.

Em todas as estratégias aqui descritas, escolheremos o maior K possível (ie, a maior posição possível), K^* , que satisfaça essas condições. Então, nosso vetor de posições a serem abertas será $(K^* \cdot Q_M)$. Se não houver nenhum valor de K que satisfaça tais condições, ou seja, não pudermos montar novas posições sem exceder o limite de alavancagem, então não abriremos

⁴ Note que, no caso de usarmos portfólios imbricados, as posições dos outros sub-portfólios também estarão contidas neste vetor Q_C .

nenhuma nova posição. Nossas posições finais em renda variável na carteira serão, portanto, dadas pela soma dos dois vetores, ou seja, $(K^* \cdot Q_M) + Q_C$ ⁵.

Para cada uma das estratégias, escolhemos valores *ad hoc* para a meta de alavancagem, de forma que a volatilidade anualizada para todo o período se mantivesse abaixo de 10%, que é o normalmente praticado pelo mercado de fundos *long-short* e multimercado no Brasil.

2.5 Custos de Transação

Em todas as estratégias testadas levaremos em conta os custos de transação envolvidos. Os principais custos são os de taxas e comissões, o de *bid-ask spread* e os custos envolvendo o empréstimos de ações.

2.5.1 Taxas e Comissões

No caso das taxas e comissões, os mais relevantes são a corretagem (comissão paga à corretora de valores pelo serviço de intermediação financeira), os emolumentos pagos à bolsa de valores (no caso, a BM&F BOVESPA) e as taxa de liquidação e custódia (ambas pagas à CBLC). Em relação à taxa de corretagem, o normal na indústria é cobrar 0,5% sobre o valor negociado acrescido de um desconto (popularmente conhecido como *rebate*) que varia dependendo do cliente. Para um fundo de investimento o comum no mercado é o de um desconto de 90%, logo, a taxa de corretagem efetiva fica, neste caso, em torno de 0,05%. Usaremos o valor de 0,05% para as simulações feitas neste trabalho. Para os emolumentos e a taxa de liquidação teremos como referência os valores praticados no final de 2012, que eram, respectivamente, de 0,007% e 0,018% para fundos e clubes de investimentos. A taxa de custódia cobrada na mesma data era de no máximo 0,013% ao ano (para investimentos abaixo de um milhão de reais) sobre o valor total investido e será ignorada por sua insignificância. Logo, somando os custos de corretagem, emolumentos e liquidação, teremos 0,075% sobre o valor negociado ⁶.

⁵ Nossas posições em renda fixa (dinheiro em margem e caixa), por sua vez, serão tudo que falta para completar o valor do patrimônio líquido, ou seja, $Rf = PL - (\sum_{i=1}^N K^* q_{M_i} + q_{C_i})$.

⁶ A lista completa de custos envolvendo transações no mercado acionário pode ser obtida no site da BM&F BOVESPA.

2.5.2 Empréstimo de Ações

Em relação ao empréstimo de ações, no Brasil a maioria das transações é efetuada em um mercado de balcão onde tomadores (aqueles que desejam tomar emprestada a ação) e doadores (aqueles que desejam emprestar a ação que possuem, em troca de uma remuneração) negociam a taxa de empréstimo (aluguel) a ser cobrada. Tal taxa pode variar sensivelmente tanto entre ativos quanto ao longo do tempo. No mercado brasileiro, normalmente, as ações com grande liquidez possuem taxas reduzidas (em geral, menores do que 2% ao ano), já as ações com baixa liquidez podem apresentar taxas muito dispare (algumas vezes bem reduzidas, outras vezes superando 10% ao ano). Uma vez que todas as estratégias descritas nesse trabalho são do tipo *long/short*, estas atuam tanto como doadoras quanto como tomadoras de ações. Se supusermos que, em média, as receitas obtidas como doador são equivalentes às despesas incorridas como tomador, então os custos de aluguel não são relevantes para o desempenho das estratégias. Se, no entanto, tais receitas e custos forem diferentes, então pode haver impacto na rentabilidade destas. Com o intuito de obter alguma estimativa para as taxas de empréstimo que cada uma das estratégias está sujeita, calculamos a média, ponderada pelo tamanho das posições mantidas em carteira, das taxas de empréstimo, tanto das posições vendidas quanto das posições compradas, para o período compreendido entre Janeiro de 2009 e Julho de 2011, no qual os dados de taxas de empréstimos estão disponíveis. Extrapolaremos essas taxas médias para todo o período de análise do trabalho (Janeiro de 2004 até Dezembro de 2012) para fins de simulação da rentabilidade das estratégias.

Como podemos verificar na tabela 2 do capítulo “Resultados”, as taxas médias de empréstimo das posições compradas e vendidas de uma determinada estratégia se mostraram bastante semelhantes. Desta forma, parece razoável supor que, em média, as receitas e despesas com empréstimos se anulam. Por outro lado, podemos partir da hipótese mais conservadora de que, devido à falta de liquidez, nem todas as ações mantidas na parte comprada do portfólio conseguem ser doadas, ou seja, nem todo custo com empréstimos é compensado com receitas de outros empréstimos. Para testar o desempenho das estratégias sob essa hipótese mais parcimoniosa, supomos que apenas 70% do valor das posições compradas consegue ser doado.

2.5.3 Bid Ask Spread

O *bid-ask spread* pode ser entendido, como exposto por Demsetz (1968), como o custo que o investidor incorre pela urgência em uma transação financeira. Todas as estratégias descritas no presente trabalho supõem que a montagem e liquidação das posições são feitas imediatamente após a emissão dos “sinais” de compra e venda, logo, os custos relacionados ao *bid ask spread* devem ser considerados.

Primeiramente, definamos o conceito normalmente utilizado para o *bid ask spread* cotado, em termos relativos ao preço médio:

$$Bid\ Ask\ Spread\ Cotado_{i,t} = \frac{MOV_{i,t} - MOC_{i,t}}{\left(\frac{MOV_{i,t} + MOC_{i,t}}{2}\right)}$$

Onde $MOV_{i,t}$ e $MOC_{i,t}$, representam, respectivamente a melhor oferta de venda (*ask price*) e a melhor oferta de compra (*bid price*) no livro de ofertas para o ativo i no instante de tempo t . A magnitude do *bid ask spread* costuma ser negativamente correlacionada com medidas de liquidez. Um estudo sobre o *bid ask spread* no Brasil pode ser encontrado em Minardi *et al* (2006).

Visto que a base de dados da série de *bid (ask) price* é relativa à última melhor oferta de compra (venda) do dia de negociação, as séries diárias construídas usando expressão acima apresentam muitos *outliers* (ie: *spreads* muito maiores do que o bom senso faria imaginar, mesmo para ações de elevada liquidez), procedemos uma suavização das séries através do cálculo da mediana móvel, com janela de 10 dias, destas⁷. Além disso, se supormos que o preço de fechamento tem igual probabilidade de ser originado de uma agressão⁸ do *bid* ou do *ask price*, então, o preço de fechamento tem probabilidade 1/2 de ser um *bid price* e outro 1/2 de ser um *ask price*. Portanto, em média, incorreremos o custo de *bid ask spread* apenas na metade das vezes em que uma transação é efetuada ao preço de fechamento. Dito de outra forma, o *spread* efetivamente pago é, em média, metade do *spread* cotado, ou seja, a

⁷ Minardi *et al* (2006), de maneira semelhante, também tratam o problema de outliers suavizando os dados via mediana destes.

⁸ Agressão é o termo utilizado para uma ordem de compra ou venda na qual o preço é fixado de tal forma que a ordem possa ser executada imediatamente. Por exemplo: se os preços de bid/ask da ação X são de 155/153 então se emitirmos uma ordem de compra (venda) a 155 (153), estaremos “agredindo” os preços.

estimativa do *bid ask spread* efetivamente pago será de meio *bid ask spread* cotado. No presente trabalho sempre utilizaremos essa hipótese e qualquer valor de *bid ask spread* aqui apresentado será em termos efetivos (*ie*: divididos pela metade). O gráfico 2, abaixo, mostra a evolução dos percentis 25 e 50 do *bid ask spread* (efetivo) calculado com todas as ações disponíveis em nossa base de dados. O mesmo gráfico também ilustra as estimativas de volatilidade do índice Ibovespa no período⁹.

Gráfico 2 - Bid ask spread e volatilidade

Em primeiro lugar, notamos uma tendência geral de queda dos custos de *bid ask spread* ao longo do período analisado. Tal fato pode ser atribuído ao desenvolvimento recente do mercado acionário brasileiro em termos de redução de custos e maior facilidade de negociação aumentado, consequentemente, a liquidez. Em segundo lugar, verificamos que no curto prazo o *bid ask spread* parece ser positivamente correlacionado com a volatilidade de mercado. A intuição para tal resultado é a de que em períodos de maior incerteza quanto à trajetória dos preços os agentes atribuem maior valor à liquidez imediata (lembrando: o *bid ask spread* pode ser entendido como o prêmio pago para se ter liquidez imediata). A lógica

⁹ Para o cálculo da volatilidade, foi utilizado um modelo EWMA (do inglês *Exponential Weighted Moving Average*) simples com coeficiente igual a 0,94.

econômica por traz desta relação entre volatilidade e *bid ask spread* é explorada em Copeland e Galai (1983).

Para cada uma das estratégias apresentadas calculamos o *bid ask spread* médio, ponderado pelo valor negociado, para todo o período de *backtesting* (Janeiro de 2004 até Dezembro de 2012). Os resultados estão na tabela 2 do capítulo “Resultados”. Com o intuito de analisar como os custos de *bid ask spread* evoluíram ao longo do período analisado, a tabela 3 do mesmo capítulo ilustra os valores médios divididos por ano, de 2004 a 2012.

2.5.4 Cálculo dos Custos de Transação

De maneira formal, os custos de transação descritos anteriormente serão contabilizados dia a dia em nossas simulações da seguinte maneira: Suponhamos que todas as operações de compra e venda de ativos são realizadas no fim do dia. Seja Q_t o vetor representando as posições consolidadas para cada um dos N ativos existentes no fim do dia t e Q_{M_t} o vetor representando a movimentação líquida em cada ativo no dia t . Sejam E_t e B_t os vetores ditando, respectivamente, as taxas de empréstimo e os *bid ask spreads* dos ativos em t . A alíquota para as taxas/comissões é representada pelo escalar c . Os custos de transação em valores monetários, ao final do dia, serão:

$$\begin{aligned} \text{Custo de Bid Ask} &= \sum_{i=1}^N |q_{M_{i_t}} \cdot b_{i_t}| \\ \text{Custo de Empréstimo} &= - \sum_{i=1}^N q_{i_{t-1}} \cdot e_{i_t} \\ \text{Custo de taxas/comissões} &= c \cdot \sum_{i=1}^N |q_{M_{i_t}}| \end{aligned}$$

Onde $q_{M_{i_t}}$, $q_{i_{t-1}}$, b_{i_t} e e_{i_t} são respectivamente, as coordenadas dos vetores Q_{M_t} , Q_{t-1} , B_t e E_t .

Os custos são descontados diariamente do livro “caixa”, onde estão as posições em renda fixa.

2.6 Critério de Calibração dos Parâmetros

Cada uma das estratégias analisadas no presente trabalho possui um conjunto de parâmetros a serem definidos. Por exemplo, na estratégia de *momentum* necessitamos fixar: 1) a janela de tempo para o ordenamento dos retornos acumulados; 2) o número de ativos compondo a carteira vendida e a carteira comprada e 3) o período em que mantemos as posições. Se quisermos proceder o *backtesting* de forma realista para uma determinada estratégia, devemos calibrar os parâmetros utilizando dados fora da amostra.

Nesta dissertação seguiremos um critério dinâmico de calibração fora da amostra. Periodicamente (a cada 100 dias) testamos a rentabilidade (medida pelo *Sharpe ratio*) da estratégia, nos três anos imediatamente anteriores, para várias combinações de parâmetros e escolhemos aquela combinação que se mostrou a mais rentável entre todas testadas. Tal combinação “ótima” será utilizada como parâmetros para os próximos 100 dias. Caso não encontremos nenhuma combinação rentável (todas as combinações testadas possuindo *Sharpe ratio* negativo), então, não montamos novas posições nesse período.

Limitamos o número de parâmetros a serem calibrados em dois por estratégia, selecionando aqueles que julgamos os mais relevantes em cada caso. Os parâmetros restantes para cada estratégia foram fixados arbitrariamente. O critério de calibração, descrito em detalhes adiante, também foi selecionado arbitrariamente sem sofrer mudanças posteriores ao *backtesting*. Desta forma, buscamos evitar *datasnooping* de maneira indireta, ou seja, testando exaustivamente vários critérios de calibração até encontrar algum que, provavelmente por razão espúria, obtenha bons resultados.¹⁰ O critério é o seguinte:

Sejam α (dimensão $N \times 1$) e β (dimensão $M \times 1$) dois grids contendo, respectivamente, N e M valores distintos para os dois parâmetros de interesse, α e β , da estratégia, a serem calibrados.

Seja t_0 a data na qual selecionaremos os parâmetros ótimos a serem utilizados pela estratégia para o período seguinte.

¹⁰ Uma forma de possibilitar a “calibração do critério de calibração” seria a de usar a primeira metade da amostra para testar vários critérios e então encontrar um critério ótimo. No entanto, tal procedimento encurtaria por demais nossa amostra final para o *backtesting*.

Seja $Sharpe(\alpha, \beta, t_0, 750, \bar{\theta})$ o *Sharpe ratio*¹¹ realizado da estratégia, para os últimos 750 dias úteis terminados em t_0 , em função dos parâmetros α e β e de um conjunto $\bar{\theta}$ de outros parâmetros mantidos fixos e não sujeitos a calibração.

Calculamos a Matriz S (dimensão $N \times M$), representando a superfície de *Sharpe ratios* realizados, para todas as combinações de α e β , ou seja, cada entrada, $s_{i,j}$, de S é tal que:

$$s_{i,j} = Sharpe(\alpha_i, \beta_j, t_0, 750, \bar{\theta}), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m$$

Procurando dar robustez ao processo de seleção, calculamos a versão suavizada por médias móveis centradas da superfície de *Sharpe ratios* realizados representada pela matriz S . Cada ponto da superfície suavizada será calculado como uma média entre o ponto de localização correspondente na superfície não suavizada e os pontos imediatamente adjacentes naquela superfície (na vertical e horizontal)¹². Ou seja, a matriz $\tilde{S}$ ($N-2 \times M-2$) é tal que cada uma de suas entradas, $\tilde{s}_{k,l}$, é definida da seguinte forma:

$$\tilde{s}_{k,l} = \frac{s_{i,j} + s_{(i-1),j} + s_{(i+1),j} + s_{i,(j-1)} + s_{i,(j+1)}}{5},$$

$$\begin{aligned} k &= 1, \dots, n-2, & l &= 1, \dots, m-2, \\ i &= 2, \dots, n-1, & j &= 2, \dots, m-1, \\ i &= k+1, & j &= l+1 \end{aligned}$$

¹¹ Nesse caso o *Sharpe ratio* foi calculado com dados diários.

¹² O método de suavização aqui utilizado buscou ser o mais simples, intuitivo e direto possível. Existe uma vasta literatura tratando de técnicas não paramétricas de suavização de funções. Uma referência, ilustrada de forma didática, para a suavização de funções multivariadas através de regressões por *kernels* (um dos métodos mais populares na literatura) pode ser encontrada em Wand e Jones (1995).

A Ilustração 2, abaixo, exemplifica o processo de construção da matriz $\tilde{S}$ a partir da matriz S . No exemplo, S tem dimensão 10 X 5.

	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
α_1	$s_{1,1}$	$s_{1,2}$	$s_{1,3}$	$s_{1,4}$	$s_{1,5}$
α_2	$s_{2,1}$	$s_{2,2}$	$s_{2,3}$	$s_{2,4}$	$s_{2,5}$
α_3	$s_{3,1}$	$s_{3,2}$	$s_{3,3}$	$s_{3,4}$	$s_{3,5}$
α_4	$s_{4,1}$	$s_{4,2}$	$s_{4,3}$	$s_{4,4}$	$s_{4,5}$
α_5	$s_{5,1}$	$s_{5,2}$	$s_{5,3}$	$s_{5,4}$	$s_{5,5}$
α_6	$s_{6,1}$	$s_{6,2}$	$s_{6,3}$	$s_{6,4}$	$s_{6,5}$
α_7	$s_{7,1}$	$s_{7,2}$	$s_{7,3}$	$s_{7,4}$	$s_{7,5}$
α_8	$s_{8,1}$	$s_{8,2}$	$s_{8,3}$	$s_{8,4}$	$s_{8,5}$
α_9	$s_{9,1}$	$s_{9,2}$	$s_{9,3}$	$s_{9,4}$	$s_{9,5}$
α_{10}	$s_{10,1}$	$s_{10,2}$	$s_{10,3}$	$s_{10,4}$	$s_{10,5}$

$$\tilde{s}_{1,1} = \frac{s_{2,2} + s_{1,2} + s_{3,2} + s_{2,1} + s_{2,3}}{5}$$

	β_2	β_3	β_4
α_2	$\tilde{s}_{1,1}$		
α_3			
α_4			
α_5			
α_6			
α_7			
α_8			
α_9			

S

$\tilde{S}$

Ilustração 2 - Exemplo de construção da matriz suavizada

A fim de exemplificar visualmente o processo, o gráfico 3, abaixo, mostra a suavização da superfície de Sharpe ratios para a estratégia de *pair trade* em 17/08/2007.

Gráfico 3 - Exemplo de suavização de superfície de Sharpe ratios

Se satisfizermos a condição de que $\max_{\alpha, \beta} \tilde{S} > 0$, ou seja, de que o maior *Sharpe ratio* realizado dentre todas as combinações de α e β testadas é positivo, então, escolheremos como parâmetros ótimos, α^* e β^* , os parâmetros correspondentes a esse *Sharpe ratio* máximo, ou seja:

$$(\alpha^*, \beta^*) = \arg \max_{\alpha, \beta} \tilde{S}$$

Tais parâmetros ótimos serão utilizados nas novas posições a serem montadas pela estratégia nos próximos 100 dias úteis.

Caso contrário, ou seja, $\max_{\alpha, \beta} \tilde{S} \leq 0$, então não montaremos nenhuma nova posição para a estratégia durante o mesmo período.

Ao termino do período, o processo de calibração é repetido, ou seja, t_0 é deslocado em 100 dias e todos os passos descritos anteriormente são replicados.

3. DESCRIÇÃO DAS ESTRATÉGIAS

3.1. Estratégia de *Momentum*

O fenômeno de *momentum* se refere ao fato de que uma ação que ganhou (perdeu) valor consistentemente em certo horizonte de tempo imediatamente anterior tende a ganhar (perder) valor em outro horizonte de tempo imediatamente posterior. O fenômeno oposto ao *momentum*, ou seja, que uma ação que ganhou (perdeu) valor excessivamente tende a perder (ganhar) valor no futuro é conhecido como efeito contrário (*reversal*).

O trabalho clássico no tema é o de Jegadeesh e Titman (1993), onde é testada uma estratégia simples que busca explorar tal fenômeno. Primeiramente, as ações disponíveis são ordenadas conforme suas rentabilidades acumuladas nos J meses imediatamente anteriores. Em seguida, dois portfólios são montados, o primeiro com as ações do primeiro decil (o quantil com pior rentabilidade acumulada) e o segundo com as ações do quinto decil (aquelas com melhor rentabilidade). O primeiro portfólio é mantido em posição vendida (*short*) e o segundo em posição comprada (*long*) por H meses. Ao final do período, o processo é repetido consecutivamente. São testadas estratégias onde J e H variam entre 3, 6, 9 e 12 meses, totalizando 16 combinações. A estratégia é realizada no mercado americano no período compreendido entre 1965 e 1989 para um universo amplo de ações (todas as ações disponíveis na base de dados CRSP). O trabalho conclui que para a maioria das combinações de J e H , inclusive testando para sub-amostras, a estratégia é capaz de gerar retornos em excesso estatisticamente significantes. Em um trabalho mais recente, Asness, Moskowitz e Pedersen (2013) testam a rentabilidade da estratégia de *momentum* para diversos mercados em diferentes países e concluem que esta pode ser rentável na maioria dos casos.

Na literatura brasileira não existem estudos que sugiram a presença de *momentum* de forma contundente e com forte significância estatística. Bonomo e Dall'Agnol (2003) indicam a presença de *reversal* no mercado acionário brasileiro no período entre 1986 e 2000, tanto para horizontes longos quanto para o curto prazo. Em Improta (2012) é testada a estratégia de Jegadeesh e Titman (1993) para diversas combinações de períodos de formação e de manutenção das carteiras (J e H variam entre 1 e 36 meses, totalizando 1296 combinações)

para o período compreendido entre 1999 e 2012. Não são encontrados indícios de *reversal* e apenas no curtíssimo prazo (J e H iguais a 2 meses) existe alguma evidência fraca de *momentum*.

Em nenhum trabalho da literatura citada acima são contabilizados os custos de transação, exceto em Jegadeesh e Titman (1993), onde os autores fazem uma breve menção ao assunto e sugerem que, mesmo incorporando um custo homogêneo de 0,5% por negócio (valor conservadoramente alto, segundo eles), a rentabilidade em excesso permanece elevada. No entanto, Lesmond *et al* (2003) procuram estimar os custos de transação para Jegadeesh e Titman (1993) usando diversas abordagens e chegam a conclusão que o custo de 0,5% por negócio é excessivamente otimista, visto que a maioria das ações transacionadas nesta estratégia tem liquidez muito baixa. Considerando custos realistas e estimados diretamente dos dados, os autores chegam à conclusão que a rentabilidade das estratégias de momentum é meramente ilusória para o mercado americano.

A estratégia aqui descrita foi inspirada em Jegadeesh e Titman (1993), porém, procedendo as adaptações descritas no capítulo “Metodologia”. O algoritmo é o seguinte:

Seja t_0 a data de início da estratégia, J a janela de estimação/formação e H o período de manutenção das posições (*hold period*).

- De todas as ações pertencentes a nossa base de dados, pré-selecionamos aquelas que foram negociadas em todos os últimos 252 dias úteis.
- Avaliamos o retorno acumulado de todas essas ações no período dos últimos J dias úteis.
- Montamos duas carteiras de pesos iguais (*equal weight*): uma com os 20% das ações com maior retorno (*winners*) e a outra com os 20%¹³ das ações com menor retorno (*losers*) dentre todas analisadas.
- Montamos uma posição comprada na carteira *winner* e outra vendida na carteira *loser*. As proporções comprada/vendida entre as duas carteiras serão inversamente proporcionais à razão entre os betas de mercado¹⁴ dessas carteiras, de forma que a

¹³ Jegadeesh e Titman (1993) utilizam os 10% das ações com melhor (pior) retorno acumulado para montar a carteira *winner* (*loser*). Como nosso universo de ações elegíveis a investimento é bem mais reduzido, devido ao filtro de liquidez mais rigoroso, optamos por ampliar o percentual de ações em cada carteira para 20%.

¹⁴ Os betas são calculados por Mínimos Quadrados Ordinários com os 60 retornos diários imediatamente anteriores.

posição total possua beta igual à zero. Por exemplo, se a carteira *winner* possui beta igual a 1,5 e a carteira *loser* possui beta igual a 1, então para cada R\$ 1 comprado na carteira *winner*, ficamos R\$ 1,50 vendidos na carteira *loser*. Dessa forma, nossas posições líquidas não necessariamente são do tipo “custo-zero” (*cash neutral*).

- O tamanho absoluto da posição a ser montada é definido segundo o critério de controle de alavancagem, descrito anteriormente.
- Manteremos nossa posição montada por H dias úteis. Após esse período, liquidá-la-emos e repetiremos todo o processo.
- Mantemos 80 sub-portfólios imbricados, cada um deslocado um dia em relação ao anterior. Ou seja, nos primeiros 80 dias da estratégia, um novo sub-portfólio entra em operação todo dia.¹⁵

J e H são os parâmetros sujeitos à recalibração periódica, exposta na seção “Critério de Calibração dos Parâmetros”. A alavancagem foi fixada em 100%.

3.2. Estratégia de Cointegração

Tal estratégia foi inspirada no trabalho de Alexander e Dimitriu (2002). Naquele artigo, os autores promovem a abordagem de cointegração para criar portfólios que repliquem determinados benchmarks (por exemplo, gerar um portfólio com um número relativamente reduzido de ações que consiga replicar algum índice acionário mais amplo). Segundo eles, tal abordagem é, por essência, capaz de capturar relações de longo prazo entre os ativos, ao contrário da abordagem tradicional que foca em covariâncias entre os retornos dos ativos. Nesse mesmo trabalho os autores sugerem uma estratégia de arbitragem estatística que explora tais relações de cointegração entre os preços das ações. Em linhas gerais, a estratégia consiste em construir duas carteiras distintas. A primeira deve replicar um índice de mercado (*Dow Jones*, no caso) acrescido de $X\%$ a.a de retorno uniformemente distribuído (ou seja acrescentamos um retorno de $X/252\%$ em todos os retornos diários do índice original). A segunda replica o mesmo índice de mercado, porém, subtraindo $Y\%$ a.a de retorno uniformemente. Monta-se uma posição long-short, onde a primeira carteira é mantida em

¹⁵ Para evitar que o primeiro sub-portfólio se apodere de todo o limite de alavancagem disponível, limitaremos na primeira montagem de cada um dos sub-portfólios que estes usem apenas $1/H$ do limite de alavancagem. O mesmo artifício foi usado nas estratégias de cointegração e de pair trade, a seguir.

posição comprada (*long*) e segunda em posição vendida (*short*). Após um determinado *holding period*, as posições *long* e *short* são liquidadas e o processo é repetido consecutivamente. Os autores usam um custo de transação arbitrário e homogêneo de 0,2% por negócio.

No mercado acionário brasileiro, Caldeira e Portugal (2010) aplicam uma versão adaptada da estratégia de Alexander e Dimitriu (2002). Testando para o período entre 2001 e 2008, os autores obtêm bons resultados de rentabilidade, com Sharpe *ratios* anualizados variando entre 0,8 e 1,0. Os autores utilizam custos de transação arbitrários de 0,05% por negócio para taxas/comissões e 2,0% ao ano para a taxa de empréstimo das posições *short*. Custos de *bid ask spread* não são levados em conta.

Neste trabalho seguiremos um processo semelhante, porém, com uma diferença: construiremos uma carteira única (podendo ter pesos positivos e negativos) cujo log-preço cointegre (replique no longo prazo) com uma reta crescente. Ou seja, desejamos que o preço de nossa carteira ao longo do tempo se assemelhe o máximo possível a uma série de crescimento geométrico constante. Expliquemos com mais detalhes:

Primeiramente, lembremos que o log-preço de uma carteira com pesos fixos (*ie*, com rebalanceamentos constantes) pode, aproximadamente, ser representado como função dos preços de suas ações componentes da seguinte forma:

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right) \cong \sum_{i=1}^n w_i \ln\left(\frac{S_{i_t}}{S_{i_0}}\right)$$

Onde P_t e S_{i_t} são, respectivamente, o preços do portfólio e de cada uma das n ações constituintes na data t ; P_0 e S_{i_0} são os preços do portfólio e de cada ação em t_0 ; e w_i são os pesos de cada ação no portfólio.

Se, por hipótese, o log-preço do portfólio cointegra com uma reta crescente no tempo, então, temos um modelo simples de cointegração com intercepto e tendência linear, que pode ser escrito como:

$$t = a + b \ln P_t + \varepsilon_t$$

ε_t sendo um termo de erro estacionário.

Logo, temos:

$$t = A + \sum_{i=1}^n w_i^* \ln S_{i_t} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Onde $w_i^* = bw_i$ e $A = a + b(\ln P_0 - \sum w_i \ln S_{i_0})$

Seguindo Alexander e Dimitriu (2002), estamos utilizando a abordagem de Engle e Granger (1987) de cointegração¹⁶, então, basta aplicarmos uma regressão simples pelo Método dos Mínimos Quadrados Ordinários para obtermos as estimativas de w_i^* , estes sendo nossos pesos no portfólio.¹⁷

O algoritmo da estratégia será:

Seja t_0 a data de início da estratégia e H o *holding period*.

- Em t_0 selecionamos as N ações com maior participação no índice Ibovespa.
- Calculamos a regressão da equação (1) para as N ações usando o espaço amostral dos últimos 252 dias úteis.
- De posse dos coeficientes w_i^* estimados, usamos o critério descrito na seção “Controle de Alavancagem” para determinar o tamanho das posições a serem montadas.
- Manteremos nossa posição montada por H dias úteis. Após esse período, liquidá-la-emos e repetiremos todo o processo consecutivamente.

¹⁶ Alexander e Dimitriu (2002) argumentam que a abordagem de Engle e Granger (1987) é adequada nesse caso, pois sabemos qual variável fará o papel da variável dependente na regressão: o benchmark. Além do mais, só precisamos de um vetor de cointegração. No entanto, na nossa amostra, os testes de cointegração usando ADF aumentado nos resíduos da regressão, na maioria do tempo, não rejeitam a hipótese nula de ausência de cointegração.

¹⁷ Note que se mudássemos a inclinação da tendência linear do modelo (ela está padronizada em 1) apenas multiplicaríamos os pesos estimados por um escalar, ou seja, aumentaríamos a alavancagem do portfólio sem mudar as proporções entre ações. Como, na prática, fixamos a alavancagem em um nível desejado, então não faz diferença a inclinação da reta que queremos cointegrar. Note também que os pesos não precisam somar zero, ie, nossa posição não precisa ser custo zero (*cash neutral*).

- Mantemos 80 sub-portfólios imbricados, cada um deslocado um dia em relação ao anterior .

N e H são os parâmetros sujeitos à recalibração periódica. A alavancagem foi fixada em 100%.

3.3. Estratégia de *Pair Trade*

A estratégia foi baseada em Gatev *et al* (2006). O pressuposto básico das estratégias de *pair trade*, ou de pares de ações, é o de que existem pares de ações que possuem relação de longo prazo entre seus preços. Tal relação estaria presente devido à exposição de ambas a fatores de riscos comuns. Os pares são normalmente, mas não necessariamente, de ações de um mesmo setor de atuação (construção, petróleo e gás, varejo, telecomunicações, etc). Quando a diferença (*spread*) entre os preços é grande o suficiente, montamos uma posição *long-short* no par, esperando que o *spread* diminua. Quando este se reduz suficientemente, liquidamos nossa posição. No trabalho citado acima, o autor propõe usar um critério de seleção de pares e de abertura de posições o mais simples, direto e semelhante ao que é comum entre *traders* e operadores de arbitragem estatística na vida real. A estratégia utilizada neste trabalho será da seguinte forma:

Seja t_0 a data de início da estratégia:

- Em t_0 , calculamos para todas as N ações disponíveis (ou seja, aquelas que foram negociadas em todos os últimos 252 dias úteis, de acordo com o filtro de liquidez) as séries de preços padronizados (*z-scores*) dos 252 dias úteis imediatamente anteriores, ou seja:

$$s_{i,t} = \frac{P_{i,t} - \bar{P}_i}{\sigma_{P,i}}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, 252$$

Onde $P_{i,t}$ é o preço da ação i no instante t , $\bar{P}_i$ e $\sigma_{P,i}$ suas média e desvio padrão amostrais, respectivamente. O subscrito t está ordenado cronologicamente de forma que $t = 252$ se refere ao dia mais recente (dia imediatamente anterior a t_0 ,) da nossa amostra.

- Para todas as $\binom{N}{2}$ combinações de pares possíveis, calculamos o desvio quadrático médio dos preços padronizados, ou seja:

$$DQM_{i,j} = \sum_{t=1}^{252} \frac{(s_{i,t} - s_{j,t})^2}{252},$$

$$i \neq j, \quad i = 1, \dots, N, \quad j = 1, \dots, N$$

Escolhemos os K pares com menor desvio quadrático médio para serem monitorados por 126 dias úteis (6 meses).

- Diariamente, com uma janela móvel, recalculamos os preços padronizados e os *spreads* ($s_{i,252} - s_{j,252}$) de cada par monitorado. Se o *spread* for suficientemente positivo (negativo) nos posicionamos $R\$ X$ comprados (vendidos) na ação j e $R\$ X$ vendidos (comprados) na ação i . Se o spread ficar suficientemente próximo de zero, liquidamos nossa posição montada naquele par. Ou seja:

Se $s_{i,252} - s_{j,252} < -\bar{s}_A$, ficamos *long* em i e *short* em j .

Se $s_{i,252} - s_{j,252} > +\bar{s}_A$, ficamos *short* em i e *long* em j .

Se $s_{i,252} - s_{j,252}$ trocar de sinal, liquidamos a posição.

Onde $\bar{s}_A$ é o limiar para abertura das posições. Como $s_{i,252} - s_{j,252}$ é uma variável padronizada, esperamos que o limiar $\bar{s}_A$ valha para todos os pares.

- O tamanho das posições a serem montadas serão coerentes com o critério de alavancagem descrito na seção “Controle de Alavancagem”.
- Enquanto uma posição em certo par de ações estiver aberta, não serão abertas novas posições neste par.
- Ao término dos 126 dias úteis, qualquer posição eventualmente aberta será liquidada e o processo de seleção e acompanhamento dos pares se repete, e assim por diante.
- Mantemos 126 sub-portfólios imbricados em nossa carteira, ou seja, todo dia haverá liquidação/montagem de uma parcela de nosso portfólio total.

K e $\bar{s}_A$ são os parâmetros sujeitos à recalibração periódica. A alavancagem foi fixada em 50%.

A título de ilustração, temos abaixo uma tabela com os 15 pares com menor desvio quadrático médio dos preços padronizados (da forma definida anteriormente) em 03/01/2012.

Tabela 1- Exemplo de pares de ações

Siderúrgica Gerdau PN (GGBR4)	Metalúrgica Gerdau (GOAU4)
Itaúsa PN (ITSA4)	Itaú Unibanco PN (ITUB4)
Petrobrás ON (PETR3)	Petrobrás PN (PETR4)
Ambev ON (AMBV3)	Ambev PN (AMBV4)
Vale ON (VALE3)	Vale PNA (VALE5)
Siderúrgica Gerdau ON (GGBR3)	Metalúrgica Gerdau (GOAU4)
Bradespar PN (BRAP4)	Vale ON (VALE3)
Fibria ON (FIBR3)	Suzano Papel PNA (SUZB5)
Siderúrgica Gerdau ON (GGBR3)	Siderúrgica Gerdau PN (GGBR4)
Brookfield ON (BISA3)	Rossi ON (RSID3)
CSN ON (CSNA3)	Viver ON (VIVR3)
Cielo ON (CIEL3)	Redecard ON (RDCD3)
Camargo Correia ON (CCIM3)	CSN ON (CSNA3)
Lupatech ON (LUPA3)	Unipar PNB (UNIP6)
Bradespar PN (BRAP4)	Vale PNA (VALE5)

Vemos que, realmente, os pares escolhidos pelo algoritmo fazem, em geral, sentido econômico. A maior parte dos pares é constituída de ações da mesma empresa em classes diferentes, ações de empresas controladoras e controladas ou ações de empresas do mesmo setor. As únicas exceções são os pares CSN ON / Camargo Correia ON e CSN ON / Viver ON. Não parece haver motivo direto para ação de uma mineradora e siderúrgica acompanhar os preços de duas construtoras.

Um ponto que merece ser destacado aqui é a discussão em Gatev *et al* (2006) sobre os custos de *bid ask* presentes na estratégia de *pair trade*. A hipótese tradicional (também utilizada nessa dissertação) de que os preços de fechamento têm igual probabilidade (1/2) de serem um

bid price ou *ask price* pode não ser correta no caso de tal estratégia. Suponhamos que no final do dia anterior um par de ações, X e Y , possuía um *spread* de preços não amplo o suficiente para a abertura de uma posição, porém, arbitrariamente próximo deste caso. A ação X é aquela relativamente subvalorizada do par. A letra M representa o evento em que a posição *long-short* no par é montada no dia seguinte e X_B representa o evento em que o preço de fechamento no dia seguinte da ação X é um *bid price*. Temos que:

$$P(M|X_B) > P(M)$$

Ou seja, a probabilidade de abrirmos a posição aumenta caso o preço de fechamento seja um *bid price*, pois isso ampliaria, em média, o *spread* de preços. Portanto, utilizando a regra de Bayes, temos:

$$P(X_B|M) = \frac{P(M|X_B)P(X_B)}{P(M)} = \frac{P(M|X_B)}{P(M)} \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$$

Analogamente, a mesma lógica vale para o preço de Y ser um *ask price*.

Portanto, se a probabilidade, *condicional à abertura da posição*, de o preço de fechamento da ação que será comprada (vendida) ser um *bid price* (*ask price*) é maior que $1/2$, então, nossas estimativas de *bid ask spread* efetivo estão subestimadas em algum grau. No entanto, fica difícil estimar a magnitude deste viés. A solução encontrada por Gatev *et al* (2006) foi a de adiar a montagem da posição em 1 dia, pois a probabilidade dos preços de qualquer uma das ações do par ser um *bid* ou *ask price* voltaria a ser $1/2$. Por outro lado, tal adiamento implicaria em perdas na rentabilidade potencial da estratégia, pois uma parte do movimento de “fechamento” do *spread* seria desperdiçada. Por isso, optamos por não adiar a montagem das posições.

3.4. Estratégia de Componentes Principais

Tal estratégia foi inspirada em Avellaneda e Lee (2010). Em linhas gerais, esta consiste em usar análise de componentes principais para extrair os fatores de risco sintéticos que explicam

a variação de mercado. Com esses fatores de risco em mãos, estimamos, para cada ação, uma carteira de ativos que a replica. Quando o *spread* entre essa carteira e a ação em questão abrir suficientemente, montamos uma posição *long-short*. Quando o *spread* fechar suficientemente, liquidamos a posição. Explica-se:

Seja nosso mercado composto por N ações e $M + 1$ dias de espaço amostral para o preço dessas ações. Com esses dados, podemos construir uma matriz de correlação empírica dos retornos das ações, ou seja, uma matriz σ , onde cada termo é definido como:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{M-1} \sum_{k=1}^M \left(\frac{R_{ik} - \bar{R}_i}{\bar{\sigma}_i} \right) \left(\frac{R_{jk} - \bar{R}_j}{\bar{\sigma}_j} \right)$$

De σ extraímos e ordenamos de forma decrescente seus N autovalores, ou seja¹⁸:

$$N \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \dots \geq \lambda_N \geq 0$$

Cada autovetor correspondente será denotado por:

$$v^{(j)} = \left(v_1^{(j)}, \dots, v_N^{(j)} \right), \quad j = 1, \dots, N$$

Tais autovetores, se divididos em cada coordenada pelos respectivos desvios padrões das correspondentes ações, nos darão o que chamaremos, daqui em diante, de “autoportfólios”, $Q^{(j)}$. Ou seja, $Q^{(j)}$ é tal que:

$$Q_i^{(j)} = \left(\frac{v_1^{(j)}}{\bar{\sigma}_1}, \dots, \frac{v_N^{(j)}}{\bar{\sigma}_N} \right)$$

As coordenadas do autoportfólio representarão os pesos do portfólio quando normalizarmos o vetor de modo a somar 1.

¹⁸ A matriz de correlação é semi-positiva definida, logo, todos os autovalores são maiores ou iguais a zero.

Os retornos dos autoportfólios são ortogonais entre si, por construção. Cada autoportfólio tem o poder de explicar uma parte da variância empírica total do sistema. A parcela da variância total explicada por um determinado autoportfólio é dada por $\frac{\lambda_j}{N}$.

Ao verificar no gráfico 3, abaixo, um exemplo (calculado com o espaço amostral dos 252 dias úteis imediatamente anteriores a 01/06/2011) onde os autovalores são ordenados decrescentemente, vemos que alguns se destacam da maioria:

Gráfico 4 - Exemplo de autovalores ordenados

Podemos notar que os quatro maiores autovalores conseguem algum destaque em relação ao resto em termos de variância explicada.

Logo, temos alguns poucos autoportfólios (digamos, K autoportfólios) capazes de explicar uma parcela significativa das variações do mercado. Os autoportfólios menos significativos são desconsiderados e tratados como ruído. Neste trabalho, interpretaremos o bloco de autoportfólios mais significativos como fatores de risco sintéticos em um modelo APT simples, como em Ross (1976), ou seja, para cada ação i do nosso universo temos:

$$R_i = \sum_{j=1}^K \beta_{ij} R_{Q_j} + \tilde{R}_i \quad (2)$$

Onde R_i é o retorno da ação i , β_{ij} sua sensibilidade ao retorno R_{Q_j} do respectivo autoportfólio Q_j (ou seja, os retornos dos autoportfólios são tratados como fatores de risco do modelo APT) e $\tilde{R}_i$ é o componente idiossincrático do retorno.

O autoportfólio mais significativo é interpretado como o “portfólio de mercado”, que é, conhecidamente, o fator de risco de maior relevância nos modelos fatoriais de precificação. Daqui em diante, por conveniência, representaremos o modelo APT em (2) na forma de tempo contínuo. Temos, portanto:

$$\frac{dS_i(t)}{S_i(t)} = \sum_{j=1}^K \beta_{ij} \frac{dI_j(t)}{I_j(t)} + dX_i(t) \quad (3)$$

Onde S_i é o preço da ação i e I_j o preço do autoportfólio j . O termo

$$\sum_{j=1}^K \beta_{ij} \frac{dI_j(t)}{I_j(t)}$$

representa o componente sistemático dos retornos (correlacionado com os retornos dos autoportfólios).

O componente idiossincrático do retorno é dado por:

$$dX_i(t)$$

O termo $dX_i(t)$ é o incremento de um processo estocástico $X_i(t)$ estacionário, possuindo reversão à média, e que nos ajuda a representar reações exageradas (*overreactions*) do preço da ação que não são explicados pelos fatores sistemáticos.

O processo $X_i(t)$ será modelado, por sua vez, como um processo de Ornstein-Uhlenbeck sem intercepto, ou seja:

$$dX_i(t) = \kappa_i(m_i - X_i(t))dt + \sigma_i dW_i(t), \kappa_i > 0$$

Onde $dW_i(t)$ é um incremento browniano. κ_i nos fornece a velocidade de reversão à média do processo.

De acordo com (3), note que, se para cada R\$ 1 *long* na ação i ficarmos R\$ β_{ij} *short* (supondo β_{ij} positivo) em cada autoportfólio j , teremos uma posição neutra ao componente sistemático, sobrando apenas o componente idiossincrático, ou seja, $dX_i(t)$. Logo, o retorno esperado de 1 dia de tal posição long-short será de:

$$E\{dX_i(t)|X_i(s), s \leq t\} = \kappa_i(m_i - X_i(t))dt$$

Se supormos que os parâmetros do modelo são constantes ao longo do tempo, podemos escrever:

$$X_i(t_0 + \Delta t) = e^{-\kappa_i \Delta t} X_i(t_0) + m_i(1 - e^{-\kappa_i \Delta t}) + \sigma_i \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} e^{-\kappa_i(t_0 + \Delta t - s)} dW_i(s) \quad (4)$$

A distribuição não condicional de $X_i(t)$ será normal, com média e variância iguais a:

$$E\{X_i(t)\} = m_i \text{ e } Var\{X_i(t)\} = \sigma_{eq,i}^2 = \frac{\sigma_i^2}{2\kappa_i}$$

Visto que κ_i fornece a velocidade de reversão, podemos definir o parâmetro

$$\tau_i = \frac{1}{\kappa_i}$$

como o tempo médio de reversão. Para nossa estratégia, estamos interessados apenas em ativos com reversão do *spread* relativamente rápida, ou seja:

$$\tau_i \leq T_U$$

Seguindo o paper original, fixamos $T_U = 30/252$, ou seja, só consideramos ações cujo tempo de reversão média estimado seja inferior a aproximadamente um mês e meio.

Vamos definir uma forma padronizada do spread $X_i(t)$, de forma a facilitar a comparação entre diferentes ações. Seja o *z-score* de $X_i(t)$, s_i , de tal forma que:

$$s_i = \frac{X_i(t) - m_i}{\sigma_{eq,i}}$$

Ficaremos *long* no *spread* (ou seja, para cada R\$ 1 comprados na ação ficamos R\$ β_{ij} vendidos nos autoportfólios) quando s_i estiver suficientemente baixo, *ie*, $X_i(t)$ estiver suficientemente abaixo de sua média. Por outro lado, ficaremos *short* no *spread* quando s_i estiver suficientemente alto. Em ambos os casos, fecharemos nossas posições quando s_i estiver suficientemente próximos de zero. Ou seja, nossos critérios de abertura e fechamento das posições serão tais que:

Montamos uma posição *long* no spread se $s_i < -\bar{s}_A$

Montamos uma posição *short* no spread se $s_i > +\bar{s}_A$

Fechamos a posição se s_i trocar de sinal.

Como s_i é uma variável padronizada, esperamos que o limiar $\bar{s}_A$ valha para todas as ações.

3.4.1 Estimação dos Parâmetros

Para obter as estimativas, e como universo de investimento nesta estratégia, consideraremos somente as ações que naquele instante perteciam ao índice Ibovespa. Percebemos que um número excessivamente grande de ações prejudicava fortemente o desempenho da estratégia. Estimamos a matriz de correlação dos retornos (e, conseqüentemente, os pesos de cada autoportfólio) no instante t usando a janela dos últimos 252 dias úteis imediatamente anteriores. Com os pesos dos autoportfólios em mãos, calculamos os betas dos retornos de cada ação em relação aos autoportfólios por mínimos quadrados ordinários utilizando a

janela dos últimos 60 dias úteis imediatamente anteriores a t . Desta forma, para cada ação i temos a seguinte regressão estimada:

$$R_n^i = \sum_{j=1}^K \hat{\beta}_j^i R_{Q_j,n} + \hat{\epsilon}_n^i, \quad n = 1, 2, \dots, 60 \quad (5)$$

De forma que os retornos estejam cronologicamente ordenados, ou seja, R_{60}^i se refere ao último retorno disponível. A série $\hat{\epsilon}_n^i$ denota os resíduos da regressão.

Definamos a série dos resíduos acumulados, ou seja:

$$\hat{X}_n = \sum_{\lambda=1}^n \hat{\epsilon}_\lambda, \quad n = 1, 2, \dots, 60 \quad (6)$$

Que pode ser vista como uma versão discreta de $X(t)$ (O processo O-U que estamos interessados em estimar).

A estimação do processo O-U é feita através de um modelo AR(1). Ou seja, ao termos:

$$\hat{X}_{n+1} = a + b\hat{X}_n + \zeta_{n+1}, \quad n = 1, \dots, 59 \quad (7)$$

E compararmos com (4) teremos que:

$$a = m(1 - e^{-\kappa\Delta t})$$

$$b = e^{-\kappa\Delta t}$$

$$Var(\zeta) = \sigma^2 \frac{1 - e^{-2\kappa\Delta t}}{2\kappa}$$

E, portanto:

$$\kappa = -\log(b) * 252$$

$$m = \frac{a}{1-b}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{Var(\zeta) \cdot 2\kappa}{1-b^2}}$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{Var(\zeta)}{1-b^2}}$$

Logo, o *spread* estimado padronizado da ação i será dado por:

$$\hat{s}_i = \frac{\hat{X}_{60}^i - \hat{m}_i}{\hat{\sigma}_{eq,i}}$$

3.4.2 Passo a Passo da Estratégia: Um Resumo

Em resumo, o passo a passo de nossa estratégia pode ser assim descrito:

Seja t_0 a data de início da estratégia, V_S o percentual da variância total do sistema explicada pelos K autoportfólios mais significativos (vindos dos K maiores autovalores) e $\bar{s}_A$ o limiar para abertura das posições, definido anteriormente:

- Estimamos a matriz de correlação σ dos retornos das ações de nosso universo e extraímos seus autovalores.
- Seleccionamos os K maiores autovalores de forma que esses sejam capazes de explicar uma parcela V_S da variância total do sistema. Construímos os respectivos K autoportfólios e seus retornos.
- Para cada ação estimamos a regressão (5), e acumulamos os resíduos como em (6).
- Estimamos o processo AR(1) de (7) e calculamos os parâmetros do processo O-U.
- Todas as ações em que $\tau_i \geq 30/252$ são descartadas para uma possível montagem de posições.
- Para cada ação, calculamos o valor mais recente de seu *spread* padronizado, ou seja, $\hat{s} = \frac{\hat{X}_{60} - \hat{m}}{\hat{\sigma}_{eq}}$. Se $\hat{s}$ for maior (menor) do que $+\bar{s}_A$ ($-\bar{s}_A$) montamos uma posição *short* (*long*) no *spread*.

- Definimos o tamanho da posição a ser montada coerentemente com o critério de alavancagem exposto na seção “Controle de Alavancagem”.
- Reestimamos diariamente todos os parâmetros (desde a matriz de correlação até os parâmetros do processo $O-U$) e recalculamos os *spreads*. Se o *spread* de uma posição aberta *short* (*long*) trocar de sinal, liquidamos a posição.
- Por outro lado, se o *spread* de uma posição aberta continuar maior (menor) do que $+\bar{s}_A$ ($-\bar{s}_A$) estamos aptos a montar posições adicionais naquele *spread* desde que haja espaço para isso de acordo com nosso critério de alavancagem.

V_S e $\bar{s}_A$ são os parâmetros sujeitos à recalibração periódica. A alavancagem foi fixada em 50%.

Vale ressaltar que o mesmo problema de eventual subestimação do *bid ask spread* (condicional a abertura de uma posição), exposto na discussão da estratégia de *pair trade*, também vale no caso da estratégia de componentes principais. No entanto, como aqui a abertura das posições é de uma ação sozinha contra uma cesta de dezenas de ações, o problema de subestimação recai apenas pelo lado da ação sozinha, o que reduz a magnitude da distorção.

4. RESULTADOS

4.1. Custos de Transação

A tabela 2, abaixo, ilustra as médias do *bid ask spread* e das taxas de empréstimo que cada estratégia se deparou no período analisado. No caso do *bid ask spread* a média foi ponderada pelo valor negociado de cada transação, no caso das taxas de empréstimo, a média foi ponderada pelo saldo em carteira em cada ação. A intenção de tais cálculos é obter uma estimativa dos custos médios de transação referentes à ação “representativa” que cada estratégia transaciona. Por último, mostramos o *turnover* diário médio das estratégias. O *turnover* de um determinado dia foi calculado como a razão entre o volume total negociado no dia (volume das compras + volume das vendas) e o patrimônio líquido da estratégia.

Tabela 2 - Custos e turnover médios

	Momentum	Cointegração	Pair Trade	Comp. Princ.
Taxa (% aa) Empréstimos Pos. Short*	4,31%	0,98%	3,58%	3,13%
Taxa (% aa) Empréstimos Pos. Long*	4,49%	0,93%	3,58%	2,89%
Bid Ask Spread**	0,43%	0,10%	0,28%	0,21%
Turnover**	1,84%	1,70%	2,13%	4,26%

* Calculado no período onde os dados de empréstimo estavam disponíveis (Jan-2009 até jul-2011).

** Calculado em todo o período (jan-2004 até dez-2012).

A tabela mostra que as estratégias se depararam com taxas de empréstimo e *bid ask spreads* díspares entre si. Por exemplo, a estratégia de cointegração transacionou, em média, ações com custos sensivelmente menores do que as negociadas pelas outras. Tal constatação está em linha com o que esperaríamos, visto que esta estratégia negociou apenas as ações com maior participação no índice Ibovespa (consequentemente, mais líquidas).

Também notamos que as taxas de empréstimo das posições compradas e vendidas de uma determinada estratégia são semelhantes entre si. Logo, é razoável supor que os custos e receitas decorrentes de empréstimos, na ausência de outras fricções, são aproximadamente equivalentes e se anulam.

Outro fato que chama a atenção é o elevado *turnover* médio da estratégia de componentes principais, 4,26%, ou seja, a cada dia, em média, a estratégia transacionou diariamente um volume de ações equivalente a 4,26% do seu patrimônio líquido. Como veremos mais adiante, tal característica contribui para que esta estratégia possua a rentabilidade mais vulnerável quando os custos de *bid ask spread* e taxas/comissões são contabilizados.

Vemos na tabela 3, abaixo, o custo médio de *bid ask spread* de cada estratégia dividido por ano. Notamos que, em geral, a tendência é de queda nos custos ao longo do tempo.

Tabela 3 - Bid ask spread médio por ano

	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Momentum	0,53%	0,55%	0,47%	0,36%	0,50%	0,33%	0,37%	0,30%	0,26%
Cointegração	0,17%	0,12%	0,12%	0,12%	0,12%	0,08%	0,08%	0,08%	0,07%
Pair Trade	0,26%	0,26%	0,51%	0,27%	0,24%	0,40%	0,27%	0,21%	0,20%
Comp. Princ.*	-	-	0,30%	0,23%	0,31%	0,19%	0,15%	0,16%	0,14%

* A estratégia de componentes principais não transacionou em 2004 e 2005

4.2. Rentabilidade das Estratégias e Sensibilidade aos Custos de Transação

Para cada estratégia foi simulado o desempenho histórico utilizando três situações distintas quanto à contabilização dos custos de transação: 1) nenhum custo de transação é levado em conta; 2) são contabilizados os custos de taxas/comissões e de *bid ask spread*, no entanto, os custos de empréstimo são desconsiderados (ou, analogamente, supomos que as receitas e custos de empréstimo se anulam); e 3) além dos custos de taxas/comissões e de *bid ask spread*, consideramos que apenas 70% do valor das posições compradas recebem receita de empréstimos, ou seja, nem todos os custos de empréstimo são compensados com receitas de empréstimo.

Os gráficos 5, 6, 7 e 8 ilustram a evolução do valor de R\$ 1 investidos em cada uma das estratégias para as situações 1, 2 e 3 de custos de transação, bem como o valor de R\$ 1 tanto investido no índice Ibovespa quanto corrigido pela taxa Selic no período de Janeiro de 2004

até Dezembro de 2012. O gráfico 9 compara o desempenho das estratégias sob a situação 2, acrescido de uma carteira composta pela média aritmética do valor de cada uma das estratégias, ou seja, uma carteira hipotética diversificada.

A tabela 4, seguida aos gráficos, mostra algumas estatísticas a respeito dos excessos de retornos mensais (retornos mensais das estratégias menos os retornos mensais da Selic). Uma vez que os betas de mercado (calculados em relação ao índice Ibovespa), além de reduzidos, se mostraram, em geral, não estatisticamente significantes, o teste de hipóteses para a existência de excessos positivos de retorno se deu sem nenhum ajuste por fator de risco. A estatística *t* utilizada para o mesmo teste não foi ajustada para correlação serial das observações (estimador de *Newey-West*, por exemplo), uma vez que tal correlação, na maioria dos casos, se mostrou muito reduzida e com baixa significância estatística.¹⁹ A penúltima coluna da tabela mostra os retornos totais das estratégias como porcentagem do retorno total da Selic no mesmo período.²⁰ A última coluna ilustra o máximo *drawdown* de cada estratégia²¹. A volatilidade anualizada, o excesso de curtose e a assimetria dos retornos também estão no mesmo quadro.

¹⁹ No caso da estratégia de momentum, os excessos de retorno mensais mostraram beta de mercado negativo e correlação serial positiva estatisticamente significantes. No entanto, tal significância se deveu a um período específico da amostra, compreendido entre julho de 2008 e julho de 2009 (o período mais agudo da crise financeira global). Se excluirmos esse período, tanto o beta quanto a correlação serial perdem a significância estatística.

²⁰ Juntamente com o *Sharpe ratio* anualizado, tal métrica de rentabilidade é uma das mais populares na indústria brasileira de fundos de investimento.

²¹ O máximo *drawdown* é definido como a perda máxima que um investidor estaria sujeito dentre todas as combinações possíveis de instantes para entrada e saída do investimento, ou seja, o máximo *drawdown* (MDD) entre 0 e *T* é dado por: $MDD(T) = \min_{\tau \in (0, T)} [\min_{t \in (0, \tau)} R_{t, \tau}]$, onde $R_{t, \tau}$ é o retorno acumulado entre *t* e τ . Trata-se uma medida heurística de risco comumente utilizada no mercado financeiro.

Gráfico 5 - Desempenho da estratégia de momentum

Gráfico 6 - Desempenho da Estratégia de cointegração

Gráfico 7 - Desempenho da estratégia de pair trade

Gráfico 8 - Desempenho da estratégia de componentes principais

Gráfico 9 - Desempenho de todas as estratégias

Tabela 4 - Principais estatísticas das estratégias

		Sharpe Ratio Anual.	Beta	Excess Ret. Anual.	P-valor	Vol. Anual.	Excess. Curtose	Assimetr.	Estat. JB	P-valor JB	Ret. Tot. (%) Selic	Máx Drawdown
Momentum	<i>S/custos</i>	0,30	-0,09	2,87%	18,7%	9,66%	11,64	-2,25	701,11	0,10%	144,8%	-26,5%
	<i>Corret.+BidAsk</i>	0,07	-0,08	0,64%	42,1%	9,68%	11,58	-2,23	692,65	0,10%	109,0%	-27,2%
	<i>Corret.+BidAsk+Alug.</i>	0,02	-0,08	0,16%	48,1%	9,68%	11,51	-2,22	684,10	0,10%	102,2%	-27,6%
Cointegração	<i>S/custos</i>	-0,13	0,05	-0,88%	34,5%	6,61%	1,38	-0,22	9,48	1,79%	88,5%	-11,2%
	<i>Corret.+BidAsk</i>	-0,26	0,05	-1,74%	21,6%	6,63%	1,41	-0,24	10,02	1,60%	78,0%	-11,3%
	<i>Corret.+BidAsk+Alug.</i>	-0,27	0,05	-1,78%	21,1%	6,63%	1,41	-0,24	10,03	1,60%	77,5%	-11,3%
Pair Trade	<i>S/custos</i>	0,62	-0,01	4,31%	3,2%	6,93%	3,08	0,61	49,51	0,10%	171,9%	-8,7%
	<i>Corret.+BidAsk</i>	0,34	-0,02	2,35%	15,5%	6,92%	2,95	0,65	46,74	0,10%	135,7%	-8,8%
	<i>Corret.+BidAsk+Alug.</i>	0,32	-0,02	2,19%	17,3%	6,93%	2,94	0,64	46,26	0,10%	133,0%	-8,9%
Comp. Princ.	<i>S/custos</i>	0,32	-0,04	1,62%	16,7%	5,00%	1,18	0,38	8,83	2,05%	123,8%	-10,0%
	<i>Corret.+BidAsk</i>	-0,39	-0,03	-1,76%	12,5%	4,56%	0,97	0,05	4,31	7,71%	77,7%	-14,0%
	<i>Corret.+BidAsk+Alug.</i>	-0,41	-0,03	-1,88%	7,0%	4,57%	0,97	0,04	4,24	7,95%	76,4%	-14,2%
Diversificada	<i>Corret.+BidAsk</i>	-0,07	-0,03	-0,25%	41,8%	3,68%	1,21	0,22	7,48	2,83%	96,6%	-4,2%
Ibovespa		-0,03	1,00	-0,74%	46,2%	23,12%	2,39	-0,75	35,83	0,10%	90,2%	-60,0%

Nota: As estatísticas (com exceção das últimas duas colunas da tabela) foram computadas com os excessos de log-retorno mensais (108 observações para cada série).

Devido fraca evidência de correlação serial das séries, a estatística t para a média dos retornos não foi ajustada por Newey-West.

Já na inspeção visual dos gráficos 5 a 8 podemos notar que a incorporação dos custos de transação (em especial, as taxas/comissões e o *bid ask spread*) impacta significativamente o desempenho das estratégias. Depois de contabilizados os custos, apenas a estratégia de *pair trade* consegue obter rentabilidade sensivelmente maior do que a Selic ao final do período analisado.

Tal constatação é reiterada na tabela 4. Sem contabilizar os custos de transação, as estratégias de *momentum*, componentes principais e *pair trade* possuem alguma evidência, pelo menos fraca, de possuírem excessos de retornos estatisticamente positivos (p-valores de 18,7%, 16,7% e 3,2%, respectivamente). Ao incorporar somente os custos de taxas/comissões e *bid ask spread*, apenas a estratégia de *pair trade* mantém o excesso de retorno positivo com alguma significância (p-valor de 15,5%).

Chama a atenção a forte não normalidade dos retornos da estratégia de momentum, tanto em relação à assimetria quanto ao excesso de curtose. Temos uma distribuição empírica dos retornos caracterizada por caudas pesadas e assimetria negativa.

A tabela 5, adiante, mostra a sensibilidade do *Sharpe ratio* realizado em relação a incrementos nos custos de *bid ask spread* e empréstimo. No caso do *bid ask spread* é mostrada a variação média do *Sharpe ratio* para cada 10 *basis points* (ou seja, 0,1 pontos percentuais) de incremento. No caso dos custos de empréstimos, a variação média é em relação a incrementos de 1 ponto percentual na taxa anual de empréstimo, supondo que apenas 70% do valor das posições *long* é doado para empréstimo. A sensibilidade foi calculada em relação ao *Sharpe ratio* (e não em relação à média dos excessos de retornos, por exemplo) para facilitar a comparação entre estratégias, visto que as volatilidades de cada uma se mostraram distintas.

Tabela 5 - Sensibilidade do Sharpe ratio a incrementos nos custos

	Momentum	Cointegração	Pair Trade	Comp. Princ.
+ 10 bps Bid Ask	-0,050	-0,059	-0,069	-0,204
+ 1%aa Taxa Empréstimo	-0,014	-0,017	-0,007	-0,008

A intenção da tabela 5 é ilustrar o quão robustas nossas estimativas de rentabilidade no *backtesting* são em relação a erros nas estimativas dos custos de transação. Por exemplo, como vimos anteriormente, calculamos um *Sharpe ratio* de 0,34 para a estratégia de *pair*

trade considerando um *bid ask spread* de 0,28% e taxas de empréstimo de 3,58% ao ano. Digamos que, por algum motivo, nossas estimativas de *bid ask spread* para essa estratégia estejam subestimadas. Como seria o desempenho da estratégia se *bid ask spread* fosse de 0,50%, e não de 0,28%?

Notamos a grande vulnerabilidade da estratégia de componentes principais em relação aos custos de *bid ask spread*. Assim, temos, relativamente, menor robustez para os resultados de rentabilidade, uma vez que nossas estimativas de custos de transação também estão sujeitas a imprecisões.

5. CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação aplicou quatro estratégias de arbitragem estatística ao mercado acionário brasileiro. A primeira delas explorou o fenômeno de *momentum*; a segunda procurou construir um portfólio cointegrado com um benchmark positivo; a terceira consistiu em uma estratégia do tipo *pair trade*; a última utilizou análise de componentes principais para criar portfólios cujos preços possuam reversão à média. Procurou-se adaptar tais estratégias a certas particularidades locais e fornecer um caráter mais realista as mesmas. O nível de alavancagem foi controlado de forma mais rigorosa se comparado ao comum na literatura. Os principais parâmetros foram determinados endogenamente, com dados fora da amostra. Só foram consideradas ações com grau razoável de liquidez. Os custos de transação foram obtidos de séries cotadas, ao invés de fixados arbitrariamente. Os resultados mostraram que, após considerar os custos de transação, nenhuma estratégia teve excessos de retorno positivos com elevada significância estatística. A única estratégia que mostrou evidência, embora fraca, de rentabilidade no período analisado foi a de *pair trade*. Tais resultados sugerem a dificuldade em se obter excessos de retorno robustos quando os devidos cuidados para manter o realismo das estratégias são tomados. Trabalhos que não levam tais aspectos em conta podem dar a ilusão de que é relativamente fácil auferir ganhos extraordinários no mercado acionário.

Outra contribuição deste trabalho foi o estabelecimento de uma referência de valores para os custos de *bid ask spread* e empréstimo de ações incorridos por estratégias de investimento no mercado acionário brasileiro. Vimos que os custos de empréstimo tem pouco impacto sobre a rentabilidade das estratégias, principalmente, quando supomos que boa parte destes é compensada por receitas de empréstimo das posições compradas. No entanto, lembremos que ignoramos outros aspectos dos custos de *short selling* ligados à dificuldade de se encontrar um tomador ou doador para o empréstimo em um mercado de balcão, onde assimetrias de informação e fricções estão presentes. No que tange às estimativas de *bid ask spread*, utilizamos dados de final do dia suavizados através de medianas móveis, o que não é o ideal. Como foi dito anteriormente, nos casos das estratégias de *pair trade* e componentes principais, estas estimativas podem estar viesadas para menos. Estimativas mais precisas podem ser feitas em trabalhos futuros através do uso de dados de alta frequência.

REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, Carol; DIMITRIU, Anca. *The cointegration alpha: Enhanced index tracking and long-short equity market neutral strategies*. **ISMA Discussion Papers in Finance** 08, 2002.
- ASNESS, Clifford S. *et al.* *Value and Momentum Everywhere*. **The Journal of Finance** (2013).
- AVELLANEDA, Marco; LEE, Jeong-Hyun. *Statistical Arbitrage in the U.S. Equities Market*. **Quantitative Finance**. v. 10, n. 7, 2010.
- BONOMO, Marco; DALL'AGNOL, Ivana. Retornos Anormais e Estratégias Contrárias. **Revista Brasileira de Finanças**. v.1, n. 2, p. 165-215, Dezembro 2003.
- CALDEIRA, João F.; PORTUGAL, Marcelo S. Estratégia Long-Short, Neutra ao Mercado, e Index Tracking Baseadas em Portfólios Cointegrados. **Revista Brasileira de Finanças**. v. 8, n. 4, p. 469-504, 2010.
- COPELAND, Thomas E.; GALAI, Dan. *Information Effects on the Bid-ask Spread*. **The Journal of Finance**. v. 38, n. 5, p. 1457-1469, 1983.
- DEBONDT, Werner F. M.; THALER, Richard H. *Does the Stock Market Overreact?* **Journal of Finance**. v. 40, n. 3, p. 793-805, 1985.
- DEMSETZ, Harold. *The Cost of Transacting*. **Quarterly Journal of Economics**. v. 82, n.1, p. 33-53, 1968.
- ENGLE, Robert. F.; GRANGER, Clive W. *Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing*. **Econometrica**. v.55, p. 251-276, 1987.
- GATEV, Evan G. *et al.* *Pairs trading: Performance of a relative value arbitrage rule*. **Review of Financial Studies**. v.19, n. 3, p. 797-827, 2006.
- IMPROTA, João P. B. *Momentum and Reversal Effects in Brazil*. São Paulo, 2012. Dissertação (Mestrado em Economia) - Programa de Pós-Graduação em Economia, Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.
- JEGADEESH, Narasimham; TITMAN, Sheridan. *Returns to Buy Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency*, **Journal of Finance**. V. 48, n. 1, p. 65-91, 1993.

JOHANSEN, Søren. *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Nova Iorque: Cambridge University Press, 1995.

LESMOND, David A. *et al.* *The Illusory Nature of Momentum Profits*. **Journal of Financial Economics**. v. 71, n. 2, p. 349–380, 2004.

MINARDI, Andreia M. F. *et al.* *Bid-ask spread and liquidity premium in Brazil*. **Inspere Working Paper 53**, Insper Instituto de Ensino e Pesquisa, 2006.

ROSS, Stephen A. *The Arbitrage theory of capital asset pricing*. **Journal of Economic Theory**, v.13, n. 3, p. 341-360, 1976.

SHARPE, William F. *The Sharpe Ratio*. **Journal of Portfolio Management**, v. 21, *Fall*, p. 49-58, 1994.

WAND, Math P.; Jones, M. Chris. *Kernel Smoothing*. Londres: Chapman and Hall, 1995.

APÊNDICE 1 – CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS

A tabela 6, abaixo, mostra a evolução dos parâmetros utilizados nas estratégias ao longo do período.

Tabela 6 - Evolução dos parâmetros utilizados

Data	Momentum		Cointegração		Pair Trade		Comp. Principais	
	<i>J</i>	<i>H</i>	<i>N</i>	<i>H</i>	<i>K</i>	$\bar{s}_A$	V_S	$\bar{s}_A$
02/01/2004	240	80	8	64	-	-	-	-
27/05/2004	240	80	8	82	-	-	-	-
20/10/2004	240	80	8	100	12	0,9	-	-
18/03/2005	220	60	6	82	10	0,9	-	-
10/08/2005	220	56	6	118	11	0,9	-	-
04/01/2006	120	80	14	88	10	0,9	0,55	2,4
01/06/2006	130	108	14	86	11	0,9	0,55	2,4
24/10/2006	70	116	14	94	10	0,9	0,55	2,4
26/03/2007	120	104	14	96	6	1,4	-	-
17/08/2007	140	108	12	112	9	1	0,55	2,4
17/01/2008	130	108	14	102	10	1	0,55	2,4
16/06/2008	130	108	14	104	6	1,4	0,55	2,4
04/11/2008	170	104	13	62	24	1,1	0,55	2,4
02/04/2009	220	52	12	64	23	1,3	0,475	1,9
27/08/2009	100	68	-	-	15	1,1	0,475	2
27/01/2010	80	72	14	42	23	1,3	0,475	2
23/06/2010	90	72	-	-	15	1,1	0,475	2
17/11/2010	100	72	11	78	18	0,6	0,475	2
13/04/2011	-	-	-	-	19	1,1	0,475	1,9
05/09/2011	80	60	7	118	18	0,6	0,45	2
31/01/2012	80	60	8	112	19	1,2	0,375	2
26/06/2012	100	48	8	74	18	0,6	0,325	1,6
21/11/2012	140	108	7	94	22	1,1	0,45	1,9
Grid	<i>J</i>	<i>H</i>	<i>N</i>	<i>H</i>	<i>K</i>	$\bar{s}_A$	V_S	$\bar{s}_A$
Mín	60	40	5	40	5	0,5	0,300	1,5
Máx	250	120	15	120	25	1,5	0,600	2,5
Intervalo	10	4	1	2	1	0,1	0,025	0,1

Nota: “-” representa a ausência de parâmetros pois o Sharpe *ratio* realizado foi menor do que zero. Logo, nenhuma nova posição é montada no período.

APÊNDICE 2 – VOLATILIDADE CONDICIONAL DAS ESTRATÉGIAS

A volatilidade condicional das estratégias foi calculada com um modelo EWMA simples, com janela de 100+20 dias (20 dias para a volatilidade não condicional para início do processo recursivo) com coeficiente igual a 0,94.

Gráfico 10 – Volatilidade condicional das estratégias