UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO - USP
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

**UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS AO MERCADO DO
VESTIBULAR BRASILEIRO**

Marina Fontes Gontijo

Orientadora: Profa. Dr. Marilda Antonia de Oliveira Sotomayor

SÃO PAULO
2008

Profa. Dra. Suely Vilela
Reitora da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Carlos Roberto Azzoni
Diretor da Faculdade de Economia Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Joaquim José Martins Guilhoto
Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Dante Mendes Aldrigly
Coordenador do Programa de Pós Graduação de Economia

MARINA FONTES GONTIJO

**UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS AO MERCADO DO
VESTIBULAR BRASILEIRO**

Texto apresentado ao departamento de Economia da Faculdade de Economia Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo como requisito para prova de qualificação para a obtenção do título de Mestre em Economia

Orientadora: Profa. Dr. Marilda Antonia de Oliveira Sotomayor

SÃO PAULO
2008

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Gontijo, Marina Fontes

Uma aplicação da teoria dos jogos ao mercado de vestibular brasileiro
/ Marina Fontes Gontijo. -- São Paulo, 2008.
96 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2008
Bibliografia.

1. Teoria dos jogos 2. Vestibular 3. Equilíbrio econômico I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade II. Título.

CDD – 519.92

Para minha mãe e meu pai

AGRADECIMENTOS

A minha mãe e ao meu pai, meus maiores alicerces, por todo apoio, incentivo, carinho e colo. As minhas queridas irmãs: Paula e Lucia por estarem sempre do meu lado, e a amiga Luiza pelas horas no telefone e grande amizade. Nas pessoas das minhas avós Nana e Lúcia, agradeço a toda minha família.

Toda minha gratidão àquela que me concedeu o privilégio do aprendizado sob suas sábias orientações. De poder estar por perto de quem admiro de longe. De ter me dedicado tempos preciosos que fizeram, e ainda fazem, de mim uma pessoa melhor, Marilda Sotomayor muito obrigada. Agradeço também toda sua família que me acolheu na finalização do trabalho.

A turma do Mestrado que fizeram das horas de estudo muito mais divertidas. Um especial obrigada ao Everton, Sergio, Jaque, Pedro Paloma. A Isabel, maior companheira no desbravamento de São Paulo e das tardes de domingo, além de cúmplice das agonias diárias. À Paula Pereda por todos os galhos quebrados e pela convivência. Às amigas de Bom Despacho e Viçosa por estarem sempre presentes. Ao Raphael Corbi por sempre me acalmar e mostrar onde estão os problemas do mundo, obrigada pela companhia.

Ao Prof.Dr. Gabriel Madeira que me ajudou muito em uma parte significativa do trabalho, pela paciência e disponibilidade. Ao professor Dr.Denisard grande incentivador e amigo. À pesquisadora Maria Helena pela oportunidade no projeto de pesquisa.

Aos membros da banca Prof. Maurício Bugarin e Prof. Décio Kadota, pelos comentários.

Ao suporte financeiro recebido do CNPq e da FAPESP durante a elaboração deste trabalho

Ao departamento de Economia da USP e a Universidade de São Paulo pelo apoio institucional e facilidades oferecidas.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma breve revisão sobre a origem e evolução do vestibular no Brasil, apontando as principais questões e as grandes mudanças ocorridas no decorrer do século XX.

Aborda o mercado de alocação de alunos às universidades brasileiras sob dois pontos de vista distintos: (i) estuda a eficiência do mecanismo utilizado e (ii) analisa, os incentivos dos candidatos ao se decidirem por quais instituições de ensino se candidatar. No primeiro enfoque modela o vestibular, mercado ainda não explorado na literatura, procurando adaptar a teoria às especificidades do mercado em questão. Para a utilização de todo o arcabouço da teoria dos jogos modela o mercado relacionado ao vestibular como um mercado de matching de dois lados. Identifica possíveis ineficiências do processo atual, e estende alguns resultados ao novo mercado.

Ao relaxar a hipótese de informação completa, apresenta um modelo de equilíbrio que determina a alocação de candidatos ao ensino superior. Por meio da teoria microeconômica clássica, busca-se entender como o esforço e a opção de escola do indivíduo devem mudar em função de suas habilidades, da faculdade e do nível de seus concorrentes. O equilíbrio determina um vetor de esforços dos agentes e as notas de corte das faculdades. Por fim, são realizadas simulações computacionais do modelo teórico para algumas formas funcionais e paramétricas. A possibilidade de distintas preferências pelas faculdades por partes dos candidatos contempla situações novas na teoria, mas recorrentes no mundo real. Dessa forma, bons candidatos que não avaliam bem as melhores faculdades, acabam se esforçando menos e perdendo as vagas para candidatos não tão bem conceituados. Espera-se que o modelo possa ser estendido e usado para avaliar algumas questões relevantes de políticas educacionais, tal como políticas de ação afirmativas; efeitos de complementaridade entre características de alunos na alocação final, dentre outros.

ABSTRACT

The present work briefly describes the origin and evolution of the *vestibular* in Brazil, pointing out the main issues and changes that occurred throughout the 20th century.

The student-university assignment market in Brazil is analyzed under two different approaches: (i) the efficiency of the allocation mechanism, and (ii) the incentives faced by candidates when choosing which institution to apply. The first approach defines *vestibular*, a new market in the literature, and an attempt to adapt the theory to the specificities of the relevant market is done. Defines the market *related to vestibular* as a two-sided matching market which can be modeled under a game theory framework. Some possible inefficiencies on the current process are identified, and some extensions of results to the new market are done.

Relaxing the complete information hypothesis, it presents an equilibrium model which determines the allocation of candidates to higher education institutions. A classical microeconomics theory framework sheds light on how *effort* and individual *school choice* change as a function of abilities, type of school and quality of the competing candidates. The equilibrium determines a vector of effort levels of the candidates and minimum score requirements of the institutions. Finally, some computational simulations are performed with different functional and parametric forms. The possibility of different preference magnitudes for institutions among candidates contemplates new situations in theory, but recurrent in the real world. *Very-good* type candidates who do not value the best schools end up making little effort and losing places to *average* type candidates. This model can help to evaluate some relevant issues of education policy such as affirmative action policies, complementarily effects between candidates characteristics in the final allocation and others.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE GRÁFICOS.....	3
ÍNDICE DE FIGURAS.....	4
INTRODUÇÃO	5
Capítulo 1	9
1 O VESTIBULAR.....	9
1.1 Surgimento e Evolução do Vestibular no Brasil.....	9
1.2 Questões Relevantes:	14
1.3 As novas características do vestibular no Brasil	16
1.3.1 Algumas Estatísticas do Vestibular Brasileiro	18
1.4 O vestibular no Estado de São Paulo: Usp e Fuvest	20
Capítulo 2	24
2 O modelo: <i>Graduate Center Admission Model</i>	24
2.1 A Teoria e suas aplicações	24
2.2 O Modelo de Admissão às Instituições:	27
2.3 Mecanismo de Alocação de Estudantes as Universidades com Preferências Fixas	32
2.4 Resultados Importantes	35
2.5 O modelo “School Choice”	37
Capítulo 3	39
3 O MERCADO EM QUESTÃO	39
3.1 Descrição do Mercado.....	39
3.2 Modelagem do Vestibular	42
3.2.1 O Mercado Relacionado ao Vestibular.....	44
3.3 Resultados principais.....	51
Capítulo 4	55
Capítulo 4	55
4 O MERCADO SOB INFORMAÇÃO INCOMPLETA.	55
4.1. A presença da incerteza no mercado:.....	56
4.2 Revisão da Literatura	58
4.3 O modelo Proposto para o mercado em questão:	60
Capítulo 5.....	63

SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....	63
5.1. Metodologia.....	63
5.2 Simulações e Resultados	64
5.2.2 Exercícios Realizados	67
5.2..3 Alocação dos Candidatos	71
 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	 74
 BIBLIOGRAFIA	 78
 APENDICE 1	 82
 APÊNDICE 2	 84
 APÊNDICE 3	 86

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Evolução do Vestibular no Brasil (1962-2006) Em mil.....	18
Gráfico-2 - Evolução do Número de Vagas Oferecidas no Vestibular, por Dependência Administrativa - Brasil 1980-2006.....	19
Gráfico-3 - Evolução do Número de Vagas Oferecidas no Vestibular, por Dependência Administrativa Pública - Brasil 1980-2006.....	19
Gráfico-4 – Resposta à pergunta: Quantos vestibulares você já prestou na FUVEST? (Como treineiro não conta) – Inscritos vestibular 2008	22
Gráfico-5 – Resposta à pergunta: Além do vestibular da FUVEST, você pretende se inscrever também no vestibular – Inscritos vestibular 2008.....	23
Gráfico-6 Utilidade Esperada do Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para $F1= 0.9556$ e $F2= 0.3$	66
Gráfico-7 Esforço do Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para $F1= 0.9556$ e $F2= 0.3$	67
Gráfico-8 Esforço do Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para $F1= 1.5$ e $F2=0.8$	68
Gráfico-9 Utilidade do Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para $F1= 1.5$ e $F2=0.8$	69
Gráfico-10 Alocação Final segundo a preferência e o tipo do candidato.....	70

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura- 1- Esquema do Teorema 3.....	36.
Figura 2 – fdp de u onde u é a soma de duas distribuições uniformes no intervalo $[0,1]$	63
Figura 3 – Área correspondente a $\frac{3}{4}$ da área total da Figura.....	64
Figura 4 – Área correspondente a $\frac{2}{3}$ da área total da Figura.....	65

INTRODUÇÃO

A literatura econômica tem varias evidencias sobre a importância da educação nas variáveis econômicas de um individuo. A necessidade de um diploma acadêmico respeitável para que o individuo consiga alcançar, e até mesmo manter, uma posição sócio-econômica desejável é consenso na sociedade atual. Como consequência desse fato estilizado, é notório o aumento da demanda por cursos superiores no Brasil. E isso de fato se verifica ao longo dos últimos anos: apesar do crescimento “desenfreado” de escolas de ensino superior, ainda assim, as vagas existentes não são suficientes para equilibrar demanda e oferta neste mercado, havendo excesso de demanda.

Tendo isto em vista, e sabendo que a oferta no curto prazo não é elástica o suficiente para suprir este excesso, surge um problema de articulação, que consiste em como alocar os alunos demandantes nos cursos de nível superior de maneira ótima. Afinal, é fato que o Brasil e suas instituições de ensino estão muito aquém de proporcionar o ensino universal na esfera do terceiro grau.

No Brasil existe uma particularidade no ensino superior: a seleção é feita através de um procedimento chamado vestibular. Esse procedimento tem-se ajustado ao longo das décadas à evolução da sociedade brasileira, mas está sempre alicerçado em fatores meritocráticos, com exceção de recentes ações afirmativas que vêm sendo incorporadas ao processo.

Assim, tem-se que o mercado abordado nesse trabalho figura-se entre os mais importantes, dado que o ingresso ao ensino superior é quase determinístico no sucesso profissional e pessoal do individuo, seja através do relaxamento da restrição orçamentária permitida através do aumento salarial seja pela satisfação pessoal resultante do acesso ao desenvolvimento intelectual. SPENCE(1973) atribui também à educação o fator de sinalização para o mercado de trabalho, no sentido que aquele individuo que tem mais anos de estudo, sinaliza ao mercado que ele é um “tipo” bom, mais produtivo. De fato, a correlação entre anos de estudo e a renda no emprego é altíssima e confirmada em diversos estudos feitos por Becker (1962, 1975) e Mincer (1958, 1974), entre outros.

O Vestibular é caracterizado por um conjunto de candidatos e um conjunto de faculdades. As faculdades estão inseridas em instituições de ensino. A regra define que cada candidato pode se candidatar a no máximo uma faculdade por instituição. Os candidatos têm preferências sobre o conjunto das faculdades. Por sua vez, é estabelecido que as instituições de ensino têm um papel democrático na sociedade, e devem ter regras fixas e claras na elaboração de suas preferências sobre alunos que se candidatam e grupos deles.

O presente trabalho busca explorar vários ângulos desse processo de alocação: desde os incentivos com que candidatos e faculdades se deparam até a análise da eficiência dos resultados produzidos. Para tanto utiliza a teoria dos jogos tanto no desenho do mercado como na análise de possíveis ações estratégicas por parte dos candidatos. A teoria microeconômica clássica assim como um tipo específico de leilão, o *all pay auction*, são os instrumentos na análise dos incentivos dos candidatos quando estes se deparam com a situação de escolher quanto esforço investir. O equilíbrio econômico é usado para ajustar o número de alunos aceitos ao número de vagas existentes.

No desenho de mercado foi percebido que o mercado do vestibular, até então não explorado na literatura, possui especificidades que o distingue do mercado do *College Admission* e do *School Choice*. Ao modelá-lo, constatou-se que o mecanismo de alocação utilizado produz o *matching* ótimo para as instituições de acordo com as preferências restritas declaradas, embora o *matching* produzido não ser necessariamente estável segundo as verdadeiras preferências. Apesar de alguns resultados do *College Admission* se estenderem a esse modelo, a imposição de um candidato se candidatar a apenas uma faculdade por instituição, tem como consequência a inexistência de um mecanismo direto a prova de manipulação de pelo menos um agente.

A análise de alguns aspectos que envolvem o atual processo aponta para ineficiências presentes. A restrição ao número de faculdades que um candidato pode se aplicar, por exemplo, certamente trás resultados instáveis ao mecanismo. De fato, se um aluno diante da situação de escolher apenas uma faculdade por instituição opte por aquela de mais fácil acesso, mas que não é preferida, e se ao fim do processo, esse mesmo aluno obtém nota suficiente para ingressar na sua faculdade preferida, fica clara sua insatisfação com o mecanismo utilizado.¹

¹ Esse argumento já havia sido observado em MEDINA(1998) no estudo do mercado espanhol – Apesar do mercado estudado pelo autor diferir do mercado tratado no presente trabalho.

Há ainda questões referentes a ações afirmativas que estão sendo incorporadas em diversas instituições de ensino superior públicas no país. Como os critérios que envolvem a classificação dos grupos passíveis de benefícios são de fácil manipulação, existem fortes incentivos a ações estratégicas por parte dos candidatos. Assim, os candidatos passam a adotar estratégias que lhes garantam uma vaga em uma faculdade desejada. Essa estratégia engloba não só a declaração da raça ou a origem socioeconômica mas também a decisão para quais cursos prestar o vestibular e em quais instituições.

Existe também uma discussão sobre o que realmente se mede com uma única prova, no entanto o presente trabalho não tem como pretensão entrar nesse mérito, apesar de estudar os incentivos que levam os estudantes a se esforçarem ou não, ao se candidatarem a uma vaga em uma instituição, de acordo com sua probabilidade de sucesso.

Uma vez que a realidade dos processos de vestibular traz em si um grande nível de incerteza em relação ao resultado, uma abordagem considerando a informação incompleta faz-se necessária. O candidato, conhecendo sua habilidade cognitiva (seu tipo), tem como variáveis de escolha as faculdades a que deve se candidatar e o nível de esforço que deve realizar. Seu desempenho ainda depende de um componente aleatório que pode ser pensado como seu “estado de espírito” ou “sorte” na realização dos exames. Seu sucesso depende do desempenho relativo, no entanto arca com seu custo de esforço independentemente do resultado final², o que torna viável a aplicação da teoria referente à leilões *all pay*.

Uma análise de estática comparativa é realizada afim de entender quão importantes são: os tipos dos concorrentes, a qualidade da instituição de ensino pretendida, além do próprio nível do estudante na decisão do esforço. E ainda, é de se esperar que aqueles candidatos que desejam mais uma vaga³, *ceteris paribus*, devam se esforçar mais para conseguí-la. No entanto, candidatos com pouca habilidade cognitiva, e que desejam muito uma vaga, devem se esforçar mais do que aqueles candidatos melhores dotados para serem bem sucedidos. Contudo, até onde essa ação é racional, dado o tipo do candidato? E ainda, qual a melhor maneira de se incentivar um candidato a se esforçar, dadas suas habilidades e as habilidades de seus concorrentes?

² Uma vez que o aluno opte em se esforçar independente do seu sucesso ou não no processo, o custo pelo esforço já foi “pago”.

³ Que a conquista da vaga trás um aumento relativo maior em sua utilidade.

A análise da estática comparativa revela que de fato aqueles candidatos de pior tipo não devem despende esforço algum no vestibular. E ainda, se dentre duas faculdades, uma é tida como muito superior à outra por todos os candidatos, então os tipos medianos se esforçam mais para a pior faculdade. A maior utilidade é sempre alcançada pelos melhores tipos que avaliam muito bem uma das faculdades. Foi percebido também que o aumento da nota mínima necessária para conseguir uma faculdade estimula todos os candidatos a se esforçarem mais.

Assim, o presente trabalho está dividido em cinco capítulos além dessa introdução e da conclusão. O primeiro capítulo trás um breve resumo da história do vestibular no Brasil e especificamente da Universidade de São Paulo. O segundo capítulo descreve o modelo do *College Admission* e aquele em que as universidades tem preferências fixas. Em seguida, o terceiro capítulo descreve o mercado do vestibular brasileiro e faz um paralelo com os resultados apresentados no 2º Capítulo. O quarto capítulo inclui a incerteza no mercado e apresenta a base teórica para o modelo proposto. Por fim, o quinto capítulo apresenta a metodologia e o resultado das simulações realizadas baseadas no modelo exposto.

Capítulo 1

1 O VESTIBULAR

O vestibular, porta principal para o ensino superior, tem sido o mecanismo encontrado para alocar os alunos às faculdades. Esse método, apesar de apresentar diversos problemas, foi o responsável pela alocação de 91% dos ingressos nas instituições de ensino superior do país no ano de 2004⁴. Todos os outros processos seletivos⁵ contribuíram com apenas 180.489 vagas das 2.320.421. Percebe-se, portanto, que o vestibular, não obstante a crescente participação de outros processos, mantém-se como a principal forma de seleção e acesso à educação superior.

Uma vez constatada a importância desse processo, muitas pesquisas e estudos foram realizados com o foco nesse “filtro” escolar. A seguir são apresentadas informações sobre o surgimento e evolução do vestibular, sua situação atual, os novos mecanismos incorporados ao processo e as principais críticas encontradas na literatura. A última seção do capítulo trata do maior vestibular brasileiro, o da Universidade de São Paulo-USP.

1.1 Surgimento e Evolução do Vestibular no Brasil

O vestibular surgiu no Brasil como um exame para os concluintes do ensino secundário (hoje ensino médio) e não como uma avaliação para a entrada em um possível curso superior. “O sistema de ensino caminhou na direção de cursos seriados, com exigência de frequência obrigatória e com a realização de exames para a ascensão”(Motoyama 2007, 46). Ele foi oficialmente regularizado em 1911, através da Lei Orgânica do Ensino Superior e Fundamental⁶ que ficou conhecida como Reforma Rivadávila⁷, e já nessa época era denominado Vestibular⁸.

⁴ Fonte: Censo Superior , <http://www.inep.gov.br/superior/censosuperior/default.asp>

⁵ Avaliação seriada no Ensino Médio, Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM e outros tipos mais específicos de seleção.

⁶ Antes desse ano, todos os alunos concluintes do curso secundário no Colégio Dom Pedro II estavam aptos ao ensino superior, e eram dispensados de qualquer exame.

⁷ Essa Reforma ficou conhecida por Reforma Rivadávila por ter sido implementada pelo ministro da Educação cujo sobrenome era Rivadávila Correia.

⁸ A palavra Vestibular no dicionário indica: relativo ao vestíbulo (pátio de entrada; espaço entre a porta de um edifício e a principal escadaria interior); referente ao vestíbulo do ouvido; Brasil, exame de admissão à universidade.

A autonomia universitária, em relação ao governo federal, era restrita, apenas garantia que inibia a ingerência do Estado no ensino. Na esfera didática a escola era a responsável. No entanto a nomeação dos altos cargos administrativos, tais como reitor, eram realizados pelo governo.

Apenas em 1915 houve uma reforma no ensino onde o vestibular passou a assumir a função de padronizar as provas realizadas na conclusão do ensino secundário, com o objetivo de “dar uma medida comum aos estabelecimentos de ensino superior, que recebiam candidatos das mais variadas procedências, vindos dos então chamados exames preparatórios ou parcelados, realizados muito dispersamente” (CUNHA, 1967, p. 57). Em 1925 com a Reforma Rocha Vaz passou a ser pré-fixado o número de vagas.

Em 1931, houve nova mudança, dessa vez ocorrendo uma reestruturação do ensino secundário: instituiu-se um curso preparatório de dois anos que sucederia o curso fundamental, comum a todos os alunos. É importante ressaltar que os cursos superiores não eram abertos indistintamente a todos os candidatos. No ano de 1942, o então ministro da Educação Gustavo Capanema, introduziu a lei orgânica do Ensino Secundário, dividindo o colegial⁹ em dois grupos: o científico e o clássico. Enquanto o primeiro preparava os alunos para o ingresso em cursos tecnológicos, o segundo era focado nas áreas de humanidades. Dessa forma, aquele aluno que cursava o curso tecnológico não estava apto a continuar seus estudos nos cursos superiores.

Em 1953 ampliaram-se as possibilidades, ainda que limitadamente: além dos habilitados em curso colegial, poderiam prestar exames vestibulares os técnicos em áreas próximas àquelas desejadas. Por exemplo, para o curso de Ciências Econômicas, admitiam-se técnicos de ensino comercial, já para Agronomia era necessário ter concluído o curso técnico de ensino agrícola.¹⁰ Além disso, “era possível realizar outro curso diverso do indicado, desde que o candidato realizasse os famosos exames complementares” (SANTOS, 1988, pág 14)¹¹. Portanto o leque de possíveis candidatos é ampliado significativamente.

Assim, percebe-se que de sua criação no Brasil até 1960 o exame do vestibular não se desviou muito de sua configuração original, uma vez que as reformas estavam mais preocupadas com

⁹ Hoje o equivalente a ensino médio

¹⁰ Lei 1821 de 12 de março de 1953 e decreto 34 330 de 21 de outubro de 1953

¹¹ Ao longo do período descrito, o Departamento Nacional de Educação, vinculado ao Ministério da Justiça, era o responsável pelo exame. Em 1930, esse departamento foi incorporado ao Ministério da Educação então recém fundado.

rearranjos no ensino fundamental. Contudo, o país passava por um processo de crescimento econômico, que atrelado à entrada de capital estrangeiro e às transformações no parque industrial do país, culminou em um aumento na demanda de mão de obra especializada, o que incentivaria mais indivíduos a buscar o ensino superior como forma de ascensão social.

Concomitantemente ocorria uma reestruturação em todo o processo de admissão a esse ensino superior no Brasil, que se dava através da Lei de Diretrizes e Bases da Educação de 1961 (LDB). A partir dessa data, o ensino técnico passou a ser considerado equivalente ao secundário, aumentando o leque dos possíveis candidatos, e ainda: o vestibular passava a ser de competência da instituição de ensino que oferecia as vagas, e não mais ministerial, isto “em observância ao princípio de sua autonomia didática, devendo ter ele o sentido de um concurso de *habilitação* para obtenção de *classificação*”(CUNHA 1967 , pág 62)

Como consequência, o que se observou foi o número de candidatos crescer em disparidade com o número de vagas. Por exemplo, para os anos de 1964 a 1968 o crescimento de vagas foi de apenas 50% enquanto a demanda cresceu 120%. Esse descompasso causava grande descontentamento, uma vez que o indivíduo era aprovado, dado os critérios mínimos, porém não era classificado, aumentando assim o grupo dos chamados “excedentes”. Em meio à agitação política dos anos precedentes, o governo militar, a fim de acalmar os ânimos, ampliou o número de vagas e permitiu o funcionamento de faculdades particulares, ao mesmo tempo em que, em 1968, implementava uma reforma no ensino universitário. (MORAIS, 1992).

“Naquela reforma o concurso vestibular foi definido como devendo envolver conhecimentos comuns às diversas formas de educação do segundo grau para avaliar a formação dos candidatos e sua aptidão intelectual aos estudos superiores. Nela foi estabelecido o vestibular unificado com a possibilidade de o candidato concorrer a várias universidades ou cursos, segundo um sistema de opções previamente definido” (MORAIS, 1992 citando BESSA, 1976)

Essa reforma ainda estabeleceu que a delegação do vestibular pudesse ser realizada tanto por instituição pública ou privada, e definiu como nível de dificuldade das provas o ensino secundário: “abrangerá os conhecimentos comuns às diversas formas de educação de segundo grau, sem ultrapassar esse nível de complexidade”(SANTOS, 1988 pág. 32)¹².

¹² Artigo 21 da lei 5540/68

Na década dos anos 60 somente um por cento dos alunos matriculados no ensino básico alcançava o ensino superior. Os movimentos sociais em prol da inclusão escolar e universitária ganhavam força.¹³

No governo Costa e Silva (1967-1969) foi criado o Grupo de Trabalho da Reforma Universitária (GTRU) composto por intelectuais de reconhecido valor, nomeados diretamente pelo presidente da República. A função desse grupo era pensar na realidade educacional brasileira e propor soluções.

O GTRU defendia mudanças no vestibular além de criticar o dualismo do ensino médio e sua especialização precoce. Propunha a realização do vestibular cada vez mais unificado no âmbito da universidade. Nos relatórios finais do grupo fixava-se o prazo de três anos para que os vestibulares se unificassem, tanto do ponto de vista de uma universidade quanto de uma região. Além disso, formalizava o caráter classificatório do vestibular, acabando com o argumento de protesto dos excedentes. (MOTOYAMA, 2007)

Analisando as transformações do vestibular sobre um ponto de vista técnico observa-se que nos primeiros anos o exame constituía-se de várias etapas: tanto orais como dissertativas, exigiam “bancas examinadoras constituídas por professores catedráticos e figuras de notório saber”(MORAIS, 1992 p.6). Em 1965 foram introduzidas as questões de múltipla escolha com a justificativa de eliminar a subjetividade dos avaliadores. Já em meados da década dos oitenta as questões dissertativas são novamente introduzidas ao exame com a justificativa de melhor selecionar os candidatos.

Em relação ao conteúdo das provas, quando ainda eram de competência ministerial, as disciplinas cobradas nos exames eram diferenciadas para cada curso prestado, e o conteúdo era baseado no curso secundário. Uma vez passado o vestibular para o domínio das instituições, essas alteraram tanto as disciplinas quanto o seu próprio conteúdo, de forma que este se adequasse melhor aos seus objetivos. Na reforma Universitária de 1968 foi instituído o vestibular unificado para todos os cursos da mesma instituição seguindo o sugerido pela GTRU.

¹³ Nessa época apareceram os Centros Populares de Cultura(CPC), Movimentos de Cultura Popular (MCP), o Movimento de Educação de Base (MEB), nesses movimentos as formas de pedagogia de Paulo Freire ganharam bastante força. (Motoyama,2007)

Após as mudanças ocorridas com as LDB de 1961, e a reforma de 1968, as mudanças no processo do vestibular passaram a ocorrer espaçadas, temporal e geograficamente, nas diversas instituições superiores de ensino do país.

A partir dos anos oitenta observa-se uma convergência pelo padrão de duas etapas no processo seletivo. A primeira etapa consistindo em questões objetivas, das oito matérias básicas do ensino médio¹⁴, e sendo eliminatória. A segunda etapa, composta por questões dissertativas, abrangendo matérias específicas da área profissional escolhida. Nessa segunda etapa os candidatos são classificados por ordem decrescente, e as vagas assim são preenchidas.¹⁵ O INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, divulga anualmente o CENSO do ensino superior. A partir desses dados, é possível traçar uma síntese da evolução da “disputa no vestibular” ao longo dos anos oitenta e noventa. Percebemos que em 1988 as universidades eram responsáveis por 52% do número de ingressos pelo vestibular, e já em 1998 esse número passava para 69%, apesar das universidades representarem menos de 10% do número de instituições de ensino superior.

Em 2004, dos 5.053.922 candidatos apenas 1.303.110 ingressaram nas instituições de ensino superior, o que representa pouco mais de 25%. Apesar de assistirmos a um aumento do número de matrículas(42%), ingressantes(65%) e vagas (80%) o número de concluintes (17%) permaneceu estável ao longo dos anos 1985 a 1997. As universidades privadas foram responsáveis por 67% do aumento do número de ingressantes.

Atualmente existem 2.013 instituições superiores no Brasil, dentre as quais 224 são públicas¹⁶. Estas são responsáveis por mais de 23% dos ingressos, e são os maiores centros de excelência em ensino e pesquisa do país.¹⁷ A idéia de que existe superioridade da qualidade do ensino nessas instituições, quando comparadas com instituições privadas próximas geograficamente, é quase unânime. Somando-se a isso a característica fundamental de oferecer ensino gratuito, verifica-se que o vestibular nessas instituições é extremamente concorrido, chegando-se a observar em cursos mais procurados, tais como Medicina, Comunicação Social, e Direito, uma relação candidato por vaga superando a ordem de 100. A

¹⁴ Português, Matemática, Geografia, História, Física, Química, Biologia e Língua Estrangeira

¹⁵ Esse modelo não é usado em todas as instituições, a autonomia continua ainda hoje. Este processo é o mais usado principalmente nas universidades públicas do país.

¹⁶ Em relação às universidades: existem 169 no país e destas 89 são públicas.

¹⁷ As instituições públicas são responsáveis por mais de 90% da pesquisa básica do país. Fonte: Ministério da Educação

média da relação candidato por vaga, para o ano de 2004, das instituições públicas foi de 8.0¹⁸ enquanto que para as privadas foi de apenas 1.3.

Observando o exposto acima, chegamos à questão central do papel do vestibular nas instituições públicas: selecionar indivíduos, dentre todos os candidatos, e contemplá-los com uma vaga no ensino superior do país.

1.2 Questões Relevantes:

Ao longo dos quase cem anos da história do vestibular nas universidades públicas no Brasil, muitas questões foram levantadas sobre o tema, concentradas basicamente em duas óticas de análise: a primeira referente ao potencial técnico do exame, isto é, uma vez que seu resultado é usado como uma *proxy* da capacitação do aluno, estaria ele exercendo esse papel? E a segunda, a respeito de seu papel político no intuito da democratização da educação no país, e ainda, contextualizando a universidade como um órgão público, que em tese deve priorizar a sociedade como um todo.

Referentes à primeira questão apresentada existem três principais focos de inquietação. O primeiro diz respeito à decisão de se optar por provas de questões objetivas, dissertativas ou até mesmo prova oral. O segundo se refere ao conteúdo, isto é, às disciplinas, muitos autores defendem que estas deveriam estar em consonância com a profissão escolhida. Essa última crítica é bastante comum no atual mecanismo em que, na maior parte das instituições públicas, candidatos são eliminados de acordo com o seu desempenho nas questões objetivas, que normalmente abrangem todas as disciplinas do ensino médio, não tendo oportunidade de demonstrar suas “habilidades” nas questões dissertativas específicas de sua futura área de atuação.

E por fim, uma questão bastante complexa levantada por FREITAS, em estudo realizado pelo autor na Faculdade de Medicina de Pernambuco, enxergando o vestibular como um “(...) julgamento retrospectivo, que na realidade julga apenas os métodos de ensino e, através destes, a estrutura econômica social vigente, e não o aluno como possibilidade de desenvolvimento”.(FREITAS , 1957 p. 49).

¹⁸ Essa relação abrange tanto instituições federais, como também estaduais e municipais. Se analisarmos apenas instituições federais esse relação vai pra 10.4 no Brasil e 12.1 no sudeste.

Essa última questão já nos conecta às problemáticas referentes à missão universalista da universidade como um “bem público”. De fato, seguindo a lógica de Freitas, uma vez que o “importante” para o sucesso no exame vestibular é o preparo realizado para ele, e sabendo que escolas particulares de ensino médio são notoriamente melhor conceituadas que as públicas, estaríamos em um ciclo vicioso de exclusão social.

Esse debate, que coloca a universidade pública no Brasil como “elitista”, e portanto, como um instrumento da propagação das diferenças sociais existentes, é extenso e corroborado pelas estatísticas divulgadas pelas próprias instituições. A concentração de alunos “mais ricos” em cursos mais concorridos, e considerados economicamente mais promissores, é notória. Em consequência, como o único meio de decisão na seleção dos ocupantes às vagas é o vestibular, esse mecanismo é o alvo de todas essas críticas.

O Estado brasileiro, na tentativa de amenizar essa situação, isto é, oferecer ensino superior a alunos de baixa renda que não conseguem ingressar nas universidades públicas do país, criou o Pró-Uni.(Programa Universidade para todos).¹⁹ Apesar desse programa favorecer muitos alunos ele não resolve a questão da inserção dessa classe de indivíduos nas instituições públicas.

Um outro ponto é que as instituições de ensino superior, ao adotarem o vestibular como forma de ingresso, partem do pressuposto de que estão avaliando apenas a capacidade do indivíduo, sendo assim um processo democrático. Porém, os alunos não partem de condições iguais, como sugere MORAIS:

“Em uma sociedade como a nossa, onde as desigualdades sociais e educacionais são um fenômeno estrutural, a seletividade do sistema de ensino pode ser observada em todos os seus níveis. Todavia, a dissimulação ideológica desse fato tem feito com que o ingresso à universidade seja propagado como um processo democrático”(MORAIS,1992 pág 3)

¹⁹ O ProUni - Programa Universidade para Todos foi criado pela MP nº 213/2004 e institucionalizado pela Lei nº 11.096, de 13 de janeiro de 2005. Tem como finalidade a concessão de bolsas de estudos integrais e parciais a estudantes de baixa renda, em cursos de graduação e sequenciais de formação específica, em instituições privadas de educação superior, oferecendo, em contrapartida, isenção de alguns tributos àquelas que aderirem ao Programa. No seu primeiro processo seletivo, O ProUni ofereceu 112 mil bolsas em 1.142 instituições de ensino superior de todo o país. Fonte : Ministério da Educação, http://prouni-inscricao.mec.gov.br/prouni/inf_est.shtm#5 acessado em 12/09/2006

Ainda podemos destacar a expansão desenfreada de instituições superiores privadas, que na ganância de atender a esse excesso de demanda, pecam na qualidade. E ainda, o surgimento do cursinho pré-vestibular, que contribui ainda mais na disparidade de oportunidades entre “ricos e pobres”. Uma vez que o “rico” tem os recursos necessários para arcar com as despesas e tem mais tempo (anos) disponível, já que o mesmo candidato pode prestar o vestibular durante vários anos seguidos.²⁰

Uma última questão que se mostra pertinente é a influência do vestibular nas disciplinas ensinadas no ensino médio, fundamental e até mesmo no primário. Isso é, passa a existir um encadeamento entre esses níveis sempre buscando como objetivo final a aprovação no vestibular. É consenso que esse formato prejudica a formação dos alunos.²¹

1.3 As novas características do vestibular no Brasil

Atualmente o processo de ingresso no ensino superior é de responsabilidade da própria instituição e essa deve apenas seguir alguns critérios em relação ao conteúdo e admissão. Essa autonomia, garantida pela constituição brasileira, dando liberdades de adotar regras próprias nas áreas administrativas e acadêmicas, causou inúmeras diferenciações nos vestibulares assistidos em todo país. Na maior parte das vezes essas mudanças surgem como tentativa de amenizar alguns dos problemas expostos acima, tanto sob a ótica técnica como também sob o ponto de vista de uma instituição pública. Dentre essas diferenciações destacam-se o uso da nota do ENEM²² para o compute da nota final do vestibular, o vestibular seriado²³ e as ações afirmativas.

²⁰ Esse último ponto corrobora com o argumento de FREITAS, o qual sugere que aquilo que de fato está sendo medido no vestibular é a preparação realizada para a prova. DAULINS, em trabalho empírico recente, sobre os determinantes do acesso a Universidade de São Paulo confirma esta questão, através de um modelo probit, conclui que o aluno que frequentou mais de três semestres de “cursinho preparatório” tem maior probabilidade de sucesso no vestibular.

²¹ O grupo GTRU já sinalizava esse problema. CUNHA e FREITAS também tratam o assunto de forma negativa.

²² Exame Nacional do Ensino Médio, realizado pelo INEP, ao qual os alunos concluintes ou egressos do ensino médio podem submeter-se voluntariamente. Cobre o conteúdo estudado em todo o ensino médio, através de questões objetivas que procuram integrar as várias disciplinas do currículo escolar e de uma redação. Mais de 300 IES do País estão utilizando os resultados do ENEM como parte do processo seletivo de acesso ao ensino superior.

²³ É uma modalidade de acesso ao ensino superior que abre para o estudante do ensino médio o acesso à universidade de forma gradual e progressiva, compreendendo avaliações realizadas ao término de cada uma das três séries. O participante do programa não está impedido de concorrer também ao vestibular tradicional, ao concluir a terceira etapa do processo. A primeira escola a implantar esse método foi a UNB em 1966.

As ações afirmativas constituem-se em medidas especiais e temporárias tomadas pelo Estado, com o objetivo de eliminar desigualdades raciais, étnicas, religiosas, de gênero e outras, buscando garantir a igualdade de oportunidade e tratamento.

No mercado do vestibular essas ações ocorrem em três categorias: Referentes a três conjuntos de alunos, não necessariamente disjuntos: Alunos que cursaram o ensino médio em escola pública, alunos negros e alunos indígenas. Essas ações apresentam-se nas universidades públicas do país em basicamente duas formas: reserva de vagas e ganho de pontos extras.

O sistema de “ganho de pontos” foi instituído na Unicamp após um estudo realizado baseado nos questionários sócio-econômicos respondidos pelos candidatos às vagas da instituição. Assim, foi calculada qual a desvantagem do aluno de escola pública frente ao da escola particular e chegou-se a 30 pontos. Dessa forma alunos de escolas públicas recebem 30 pontos “extras” no vestibular da Unicamp, enquanto os indígenas recebem 40 pontos. A USP adotou esse sistema: no vestibular FUVEST 2007 pela primeira vez alunos de escolas públicas receberam 3% a mais de seus pontos nas duas etapas do vestibular dessa instituição.

Já a reserva de vagas é uma porcentagem do total das vagas oferecidas por curso, reservada a cada conjunto. Essa reserva varia de acordo com a política de cada instituição (o APÊNDICE 1 trás uma tabela de todas as instituições públicas que aderiram às ações afirmativas).

Uma possível justificativa para a prática de reservas de cotas para negros é o fato de que estes representam 45% dos brasileiros, porém correspondem a apenas 2% do contingente de universitários²⁴.

Estudo recente divulgado pela Universidade Federal da Bahia(UFBA)²⁵ conclui que alunos ingressantes pelo sistema de cotas obtiveram resultados ao final do primeiro ano iguais ou superiores aqueles que ingressaram pelo método tradicional, e a adoção do sistema não excluiu nenhum aluno que obteve rendimento superior a 60% no exame do vestibular. A Universidade de Brasília também afirmou que os alunos provenientes das cotas não são menos qualificados que os demais.

A secretaria de Educação Superior (Sesu/MEC) tem expectativa que em 2007 o número de cotistas negros nas instituições superiores de ensino públicas no país chegue a 25.000. Em

²⁴ Fonte : Universidade de Brasília : < www.unb.br > visitado em 10/09/2006

²⁵ Fonte : Universidade Federal da Bahia : < <http://www.vestibular.ufba.br/>> visitado em 10/09/2006

2006 houve um aumento de 100% no número de instituições que adotaram a ação afirmativa se comparado ao ano anterior.

Observada essas mudanças que estão sendo incorporadas ao processo do vestibular, introduzidas em sua maioria pelas instituições de ensino, podemos inferir que esse mercado ainda não está em equilíbrio. Daí a necessidade de aprofundar o estudo sobre o mecanismo de alocação de candidatos nas Instituições de Ensino superior do país.

1.3.1 Algumas Estatísticas do Vestibular Brasileiro

O INEP através do Censo do Ensino Superior, realizado anualmente pode traçar um perfil da evolução do vestibular brasileiro. O Gráfico-1 apresenta estatísticas referentes ao número de candidatos inscritos, o número de vagas, e o número de concluintes no decorrer dos anos.

Fonte: Elaboração Própria a partir de Dados do Censo Superior do INEP

Gráfico 1- Evolução do Vestibular no Brasil (1962-2006) Em mil

Sua análise confirma o aumento significativo na demanda por faculdades no Brasil. É perceptível também como o aumento de vagas é insuficiente para suprir essa demanda. O aumento do número de vagas ociosas é significativo dado que o crescimento do número de ingressos não é proporcional ao crescimento do número de vagas. Por fim, das quatro séries contempladas pelo Gráfico-1, a série de Concluintes é a que apresenta menor oscilação no período em questão.

O Gráfico-2 discrimina as vagas oferecidas no período de 1980 à 2006 entre instituições públicas e privadas.

Fonte: Elaboração Própria a partir de Dados do Censo Superior do INEP

Gráfico-2 - Evolução do Número de Vagas Oferecidas no Vestibular, por Dependência Administrativa - Brasil 1980-2006

É possível observar que o aumento do número de vagas ao longo dos anos é, em sua maioria, um aumento da oferta de instituições particulares. O aumento da oferta nas instituições públicas não foi muito significativo, se comparado ao observado nas instituições particulares. Esse fato explica em parte o aumento do número de vagas ociosas, pois as instituições particulares nem sempre conseguem preencher todas as suas vagas – seja pelo preço abusivo das mensalidades ou pela baixa qualidade do ensino. O gráfico-3 apresenta a evolução apenas para as instituições públicas, afim de entender como se deu a dinâmica do aumento de vagas nas três esferas.

Fonte: Elaboração Própria a partir de Dados do Censo Superior do INEP

Gráfico-3 - Evolução do Número de Vagas Oferecidas no Vestibular, por Dependência Administrativa Pública - Brasil 1980-2006

Através do gráfico pode-se perceber que o aumento das vagas em instituições públicas foi maior na esfera estadual, apesar de a partir de 1996 ser verificado um aumento no crescimento médio anual da oferta de vagas nas instituições federais.

1.4 O vestibular no Estado de São Paulo: Usp e Fuvest

A USP – Universidade de São Paulo- foi fundada em 1934, e surgiu como a união de escolas superiores que já existiam e eram consagradas no estado. Assim foram incorporadas a Faculdade de Medicina que foi criada em 1913, de Engenharia que existia desde 1893 e a de Agronomia fundada em 1901. Nos anos seguintes à criação da instituição USP foram incorporadas as faculdades de Filosofia Ciência e Letras.

Em relação à forma de ingresso na instituição, verifica-se que entre as décadas de 1930 e 1960 existia enorme heterogeneidade nos exames Vestibulares da USP. Cada unidade determinava o processo seletivo para seus candidatos. Na maior parte existiam exames orais, aplicados pelos professores do próprio departamento, o que propiciava grande proximidade entre alunos e aplicadores.

Já na década dos anos 60, junto com a Reforma universitária, veio a pressão pela unificação dos exames. No estado de São Paulo a influencia dessa onda se fez sentir de maneiras distintas ao proposto. De fato, a princípio “a unificação mencionada ocorreu mais na direção de associar instituições diferentes do estado paulista na seleção de candidatos da mesma área” (FUVEST , pág 65). Nesta época, surgem no estado de São Paulo três instituições incumbidas da tarefa de realizar o vestibular, quais seriam: O Cescem, a Mapofei e Cescea.

O Cescem- Centro de seleção a candidatos às escolas médicas- nasceu em 1964, surgiu por iniciativa de professores da área, e em pouco tempo já era responsável pela admissão nos cursos de biológicas das instituições mais respeitadas do estado. Essa agregação permitiu que o sistema de opção fosse implantado, o candidato podia ter uma segunda opção caso não alcançasse vaga no primeiro curso pretendido uma vez que a prova para as diversas

instituições era a mesma. Uma grande questão envolvendo o Cescem era a excessiva pessoalidade envolvida no exame²⁶.

O Cescea surgiu em 1967. Com a mesma finalidade do Cescem unificou vários vestibulares de diversas instituições da área de humanas. Por fim, a Mopofei surgiu em 1969 e constituía-se, como sugere seu próprio nome, das faculdades de engenharia da Mauá, Poli-Usp e FEI. “A unificação desses vestibulares criaria, automaticamente, o sistema de opções, e os candidatos, se tivessem uma boa classificação, poderiam se encaixar em uma das três escolas” (Motoyama, 2007 p.41).

À medida que esses centros foram crescendo, tanto em número de candidatos como de instituições que se uniam a elas, verificou-se aumento da impessoalidade nos exames.

Em 1966 o reitor da USP criou uma comissão para reestruturar o vestibular, na qual propunha o vestibular unificado para todos os cursos daquela instituição. E em 1973 foi decidido a unificação das três áreas do vestibular da USP, culminando em 1976 na criação da FUVEST cuja finalidade seria elaborar, aplicar, apurar e divulgar os resultados dos vestibulares. “Entre tantas razões de se criar a Fuvest, a mais importante era impormos um padrão de exigência bastante claro para o ingresso na USP” (Setembrino Petri)²⁷. Ainda atrelado a Fuvest estava prevista a adesão da Unesp e da Unicamp. De fato essas instituições participaram do vestibular por alguns anos, mas já no ano de 1996 ambas haviam se desvinculando, alegando a necessidade de um vestibular mais condizente com o perfil dos candidatos almejados por elas.

Desde a sua criação, a estrutura do vestibular proposto pela Fuvest esteve em consonância com os demais do país: duas fases, a primeira eliminatória, de conhecimentos gerais comum a todos os candidatos, e a segunda, classificatória. Em relação ao perfil dos candidatos este mudou muito ao longo das décadas.

Espelhando o modo como se deu a evolução da sociedade brasileira, e a estratificação social, é notória a queda ano a ano da participação de candidatos oriundos de escolas públicas. Em parte devido à taxa paga para o vestibular, mas principalmente pela falta de expectativa. O

²⁶ No livro publicado sobre os 30 anos de FUVEST existem relatos de pessoas dizendo que o processo seletivo para a escola de medicina era de certa forma duvidoso. Os filhos de médico em sua maioria eram aprovados nas entrevistas.

²⁷ Situação encontrada em FUVEST(2007,b)

primeiro problema foi, em parte, solucionado, uma vez que a partir do ano 2000 passaram a ser concedidas isenções para candidatos que se demonstrassem carentes.

Assim, de forma concisa, pode-se verificar que o processo do vestibular no estado de São Paulo partiu de um ponto em que era completamente descentralizado e pessoal, a centralização foi acontecendo de forma natural entre as áreas de concentração (Biológicas, Humanas e Exatas) a impessoalidade foi aumentando na medida em que os processos passaram a tomar dimensões maiores. Em seguida houve uma centralização institucional, imposta pela instituição, a qual não foi compatível com a centralização por núcleo, que acabou se desfazendo.

Em relação ao sistema de opções que era possível e bastante viável enquanto o vestibular era separado por áreas não foi mais implementado quando as três instituições foram extintas e substituídas pelos diversos processos realizados pelas instituições, sendo um deles o vestibular da FUVEST.

A análise de alguns dados do questionário socioeconômico, respondido por candidatos, referentes ao vestibular da FUVEST 2008, alicerçam algumas questões expostas na seção anterior. O Gráfico-4 apresenta as respostas dos alunos a pergunta: Quantos vestibulares você já prestou na FUVEST?

Fonte: Elaboração Própria a partir de Dados da Fuvest

**Gráfico-4 – Resposta à pergunta: Quantos vestibulares você já prestou na FUVEST?
(Como treineiro não conta) – Inscritos no vestibular de 2008**

Através de sua análise é possível perceber o aumento na porcentagem dos convocados para a segunda fase daqueles candidatos que se prepararam por mais de um ano para o vestibular. Dessa forma, os dados corroboram com o argumento de FREITAS(1957) que a preparação para o vestibular muitas vezes é determinístico no sucesso do candidato.

O Gráfico-5 relata o percentual de candidatos que além de se inscreverem para o vestibular da FUVEST prestam outra prova.

Fonte: Elaboração Própria a partir de Dados da Fuvest

Gráfico-5 – Resposta à pergunta: Além do vestibular da FUVEST, você pretende se inscrever também no vestibular ?– Inscritos no vestibular de 2008

O percentual de candidatos que só se inscrevem para o vestibular da FUVEST é de aproximadamente 25%, e esse valor fica menor na análise daqueles que foram convocados para a segunda fase. Candidatos que se inscreveram para as três grandes universidades estaduais (os vestibulares mais concorridos do estado, USP, UNICAMP e UNESP), são 22% dos inscritos porém 27% dos convocados para a segunda fase. Essa informação indica que o candidato que se considera um bom aluno acredita que tem condições de conseguir uma vaga em uma das três universidades citadas, não se inscrevendo para nenhuma outra. E de fato, o resultado desses candidatos na primeira etapa é melhor.

Capítulo 2

2 O modelo: *Graduate Center Admission Model*

Ao contrário de um mercado de *comodities*, em que os indivíduos estão sempre analisando, através de um processo de arbitragem, se devem ser compradores ou vendedores, o mercado de dois lados abrange mercados em que essa “troca” de lado não é possível. Isto é: são dois conjuntos finitos e disjuntos. Uma segunda característica bastante importante, e que insere esse mercado à luz da teoria dos jogos, é a possibilidade dos agentes de lados opostos formarem parcerias, combinarem-se, e através dessas parcerias aumentarem sua satisfação. Os exemplos clássicos são trabalhadores e empresas, compradores e vendedores, alunos e instituições e médicos e hospitais.

De fato, essa literatura surgiu em 1962, com o artigo de Gale e Shapley “*College admissions and the stability of marriage*” publicado na *American Mathematical Monthly*. Nesse artigo os autores descrevem um mercado de casamentos, e um mercado de alocação de alunos a escolas. O problema formulado por eles foi: Dados dois conjunto de agentes com suas respectivas preferências e cotas existe sempre um “*matching*” estável? A demonstração é através de um algoritmo simples que em um número finito de etapas produz um *matching* estável.²⁸

2.1 A Teoria e suas aplicações

O avanço da teoria de jogos cooperativos referente a mercado de dois lados aconteceu de forma rápida, e diversos artigos foram publicados incrementando essa teoria. Duas correntes de pesquisa nessa área podem ser observadas: a primeira propondo e investigando novos modelos e encontrando novos resultados que culminam em novos teoremas. Já a segunda corrente aplica a teoria consolidada em mercados reais, prática essa conhecida como desenho de mercado. De fato, esses artigos conseguem apontar diversas falhas nos mecanismos utilizados e ao proporem algoritmos já consagrados conseguem aumentar a eficiência dos mercados. “Ao longo dos anos, os modelos de *matching* de dois lados deixaram de constituir

²⁸ A combinação desses grupos pode ser feita basicamente de três formas: “one-to-one” em que um elemento de um conjunto combina com um elemento do outro conjunto, “many-to-one” que seria um único elemento de um conjunto que se combina com vários elementos do outro conjunto, e ainda existe o “many-to-many” que são vários elementos de um conjunto combinando com vários do outro.

apenas um conjunto interessante de modelos matemáticos para se tornarem uma importante parte do campo de pesquisa emergente de Desenho de Mercado” (Sotomayor, 2005)

Um mercado real que foi e continua sendo muito estudado é o mercado de alocações de médicos recém-formados à hospitais nos EUA. Durante meio século esse mercado foi descentralizado, no sentido em que cada hospital procurava por seus internos de forma separada, e esse procedimento apresentava diversas complicações. Os hospitais, em busca dos melhores alunos, faziam propostas cada vez mais cedo aos estudantes, que para participar dos processos seletivos acabavam prejudicando as atividades do curso.

A evolução das propostas de emprego, que vinham sendo feitas desde o início do século XX, culminou em 1945, com a imposição de certas normas pela *Association of American Medical Colleges* (AAMC). A partir daí não era permitido que nenhuma informação sobre os alunos dos cursos de medicina fosse enviada aos hospitais antes de uma data pré-estabelecida. Resolvida a questão de quando fazer a proposta, surgiu o problema de quanto tempo os recém formados teriam para dar a resposta. Médicos que recebiam proposta de um hospital que não fosse o seu primeiro mais preferido, atrasavam ao máximo a resposta com a esperança de receber uma proposta melhor. Ao mesmo tempo o hospital queria a resposta rápida, para, em caso negativo, propor para o seguinte de sua preferência antes que esse aceitasse uma outra proposta.

No entanto como as propostas eram realizadas em um pequeno intervalo de tempo, os hospitais passaram a exigir resposta imediata dos candidatos, acreditando que assim conseguiriam melhores residentes. A situação já estava caótica quando em 1951 um mecanismo centralizado foi implementado²⁹. O mecanismo que foi utilizado e permaneceu sem alterações por quase meio século, é matematicamente equivalente ao algoritmo proposto por Gale-Shapley alguns anos depois. Portanto:

“Podemos considerar que este mercado nos ofereceu uma das maiores aplicações de Teoria dos Jogos à Economia. A constatação da teoria na prática. De fato, através de um experimento realizado por cerca de cinquenta anos, os jogadores desse mercado aprenderam a jogar em “equilíbrio”.” (Bardella e Sotomayor 2007)

²⁹ No primeiro ano de uso do algoritmo os médicos e hospitais podiam optar por participar do processo centralizado ou continuar na forma descentralizada.

No Brasil uma aplicação da teoria de *matching* de dois lados foi usada no mercado de admissão de pós-graduação dos alunos de Economia organizado pela ANPEC –Associação Nacional de Pós Graduação . O mercado é composto por 24 centros de pós-graduação e aproximadamente mil alunos. Nesse mercado, até o ano de 2006, o aluno ao fazer sua inscrição deveria apresentar uma lista com o nome de seis centros, sem estabelecer ordem de preferências entre eles.

O processo continuava através de um exame em cada uma de cinco disciplinas. Cada centro colocava um peso em cada um dos testes. O desempenho obtido nesses exames era usado na classificação dos alunos por cada centro através de sua média ponderada nos testes. De acordo com a posição alcançada nessa classificação e os centros listados, os candidatos recebiam ofertas de vagas que aceitavam ou recusavam através de um processo descentralizado.

Através de um estudo realizado por Bardella e Sotomayor(2007) foi verificado que o grande problema acontecia com os centros menores. Usando a média aritmética dos exames fornecida pela coordenação da Anpec, os autores identificaram três tipos de alunos: *Tipo um*, formado pelos cinquenta melhores alunos segundo o *ranking*; *tipo dois* formado pelos 120 seguintes e *tipo três* formado pelos alunos restantes. Em relação à procura pelos centros, os autores os dividiram também em três grupos: O primeiro formado por três centros mais procurados que preenchiam suas vagas com os alunos *tipo um*; o segundo formado por cinco centros que em geral preenchiam suas vagas com os alunos *tipo dois*, e o último formado pelos dezesseis centros restantes.

Como a limitação das listas permitia que o candidato listasse até seis centros, aqueles alunos do *tipo um* listavam os três centros do grupo um. Os alunos do *tipo dois* poderiam listar os cinco centros do grupo dois, e ainda sobrava um lugar em suas listas. Já os alunos do *tipo três*, tinham que decidir dentre os dezesseis centros e listar apenas seis. Essa restrição, juntamente com os problemas causados pela descentralização do mecanismo, causava instabilidade no *matching* final. Via de regra existiam centros que ficavam com vagas ociosas e estudantes que poderiam estar ocupando essas vagas, mas que não tinham recebido nenhuma oferta desses centros por não os terem listado.

Uma reorganização deste mercado foi obtida em 2007 através da teoria desenvolvida no artigo Bardella e Sotomayor(2007). Os alunos, ao receberem uma proposta devem ou aceitá-la temporariamente, aceitá-la em definitivo ou recusá-la. A cada aluno só é permitida uma

proposta com aceite temporário, e isso só é possível se não houver nenhuma proposta com aceite definitivo. Assim, se ao fim do processo a escola à qual pretendia dar o aceite definitivo não se manifestar, o aluno fica com a escola que estava aceitando temporariamente. Apesar dessa adaptação a limitação das listas a apenas seis centros continua causando problemas no mecanismo restrito aos alunos e centros do *tipo três*.

A teoria de *matching* em mercado de dois lados também foi usada para tratar de problemas como alocação de alunos em dormitórios nas universidades, distribuição de órgãos a pacientes, trabalhadores em empresas, professores em instituições de ensino, e mostra-se capaz de atender a um vasto número de mercados que ainda não foram explorados.

2.2 O Modelo de Admissão às Instituições:

Existem dois conjuntos disjuntos e finitos de agentes: S , com n candidatos e M com k faculdades. Cada candidato s_i , $i=1, \dots, n$, tem preferência estrita³⁰, completa e transitiva³¹ sobre as faculdades. Esta preferência portanto, pode ser representada por uma lista ordenada sobre o conjunto $M \cup \{s_i\}$; denota-se a lista de preferência do estudante i por $P(s_i)$. Assim, por exemplo, $P(s_i) = m_1, m_2, m_3, m_4, s_i, m_5$. A notação $m_1 \succ_{P(s_i)} m_2$ indica que o candidato s_i prefere estritamente estudar na faculdade m_1 a estudar em m_2 . E $s_i \succ_{P(s_i)} m_5$ indica que o candidato s_i prefere ficar sem vaga à ser alocado em uma vaga de m_5 . Uma faculdade m é uma parceira aceitável, ou simplesmente aceitável para um estudante s se e somente se $m \succ_{P(s)} s$. Da mesma forma cada agente m_j em M , para $j=1, \dots, k$ têm preferência estrita, completa e transitiva sobre o conjunto $S \cup \{m_j\}$ que pode ser representada por uma lista ordenada de preferências, denotada por $P(m_j)$. Dizemos que s é aceitável para m se e somente se $s \succ_{P(m)} m$, ou seja, m prefere ocupar uma de suas vagas com o candidato s a ficar com essa vaga ociosa, sem alunos. Denotamos $P_s = \{P(s_1), \dots, P(s_n)\}$ e $P_M = \{P(m_1), \dots, P(m_k)\}$. Portanto, $P = (P_s, P_M)$ representa as listas de preferências de todos os agentes desse mercado.

Tem-se ainda que cada candidato do conjunto S pode ser designado a no máximo uma faculdade do conjunto M . Cada faculdade m_j pode admitir até $q(m_j)$ estudantes. Isto é $q(m_j)$

³⁰ Toda a teoria exposta supõe preferências estritas para todos os agentes do mercado. Alguns dos resultados também são válidos quando essa hipótese é relaxada. O mercado tem preferências estritas pois a classificação é feita através das notas das provas. Em caso de notas idênticas existem critérios pré-estabelecidos de desempate.

³¹ A garantia de que as preferências são completas e transitivas permite que essas preferências sejam ordenadas segundo uma lista ordenada de preferências.

representa o número de vagas da faculdade m_j . Denotaremos por q o conjunto $\{q(m_1), q(m_2), \dots, q(m_k)\}$. As vagas dentro de uma mesma faculdade são indistinguíveis do ponto de vista dos agentes. O mercado pode ser denotado simplesmente por $H = (S, M, P, q)$, e a função de H é encontrar a melhor forma de fazer parcerias entre candidatos e instituições. A um conjunto de tais parcerias chamamos de *matching*. Formalmente:

Definição 1. Um *matching* μ é um mapeamento do conjunto $M \cup S$ sobre o conjunto das famílias não ordenada de elementos de $M \cup S$ tal que :

- 1 $|\mu(s)| = 1$ para todo candidato s tal que se $\mu(s) \notin M$ então $\mu(s) = s$
- 2 $|\mu(m)| = q(m)$ para toda instituição, e se o número de alunos em $\mu(m)$, digamos r , é tal que $r < q(m)$, então $\mu(m)$ contem $q(m) - r$ cópias de m ;
- 3 $\mu(s) = m$ se e somente se $s \in \mu(m)$.

Definição 2. Um *matching* μ é *individualmente racional* se para todo par (m, s) tal que $\mu(s) = m$, m é aceitável para s , e s é aceitável para m .

Definição 3. Um *matching* μ é *estável por pares* se é individualmente racional e não existem um candidato s e uma faculdade m , não associadas por esse *matching*, tal que $m \succ_{P(s)} \mu(s)$ e $s \succ_{P(m)} s'$ para algum $s' \in \mu(m)$.

Se um tal par (s, m) existir então dizemos que este desestabiliza o *matching* μ , pois s e m podem melhorar se formarem uma parceira entre si. Nesse caso a faculdade m ou substituiria seu parceiro corrente menos preferido por s , permanecendo com os demais; ou manteria todos os seus parceiros correntes e admitiria s em uma de suas vagas não preenchidas.

Um *matching* μ é dito ser *instável por conjuntos*, se existe um outro *matching* μ' e uma coalizão $A \subset M \cup S$, que pode ser composta por estudantes e faculdades, tal que para todo estudante s em A e para toda faculdade m em A temos:

- 1- $\mu'(s) \in A$ (Se um estudante em A é alocado a alguma vaga em uma faculdade m_j no *matching* μ' então m_j também está em A)
- 2- $\mu'(s) \succ_s \mu(s)$ (todo estudante em A prefere sua alocação em μ' à sua alocação em μ .)
- 3- $\sigma \in \mu'(M)$ implica $\sigma \in A \cup \mu(M)$ (Para toda faculdade m_j pertencente a A , tem-se que todas as novas parcerias (novos alunos) em μ' também pertencem a A , embora as

faculdades possam continuar alocadas a outros alunos de $\mu(M)$ que não pertençam a A).

- 4- $\mu^*(M) \succ_m \mu(M)$ (Toda faculdade em A prefere o conjunto de seus novos alunos em μ^* ao conjunto de seus antigos alunos.)

Dizemos que a coalizão A desestabiliza o *matching* μ .

Definição 4. Um *matching estável por conjuntos* se não é instável por conjuntos. Isto é, se não é desestabilizado por nenhuma coalizão.

Como um *matching* aloca cada candidato a no máximo uma faculdade, as preferências de um candidato sobre *matchings* correspondem às suas preferências sobre faculdades. Já para uma faculdade m , que pode admitir mais de um candidato, suas preferências pelos *matchings* são preferências sobre grupos de candidatos. Dessa forma faz-se necessária a introdução do conceito de preferências das faculdades sobre grupos de candidatos:

Definição 5. A relação de *preferências* $P^*(m_j)$ sobre grupos de candidatos é dita ser *compatível com as preferências* $P(m_j)$ sobre os candidatos individualmente se dado um conjunto de candidatos A , com cardinalidade menor que $q(m_j)$ e, dois candidatos s e s' que não pertençam a esse conjunto A , tem-se que $A \cup \{s\} \succ_{P(m_j)} A \cup \{s'\}$ se e somente se $s \succ_{m_j} s'$.

Roth(1985) demonstrou a equivalência entre a estabilidade por grupos e estabilidade por pares quando as preferências das faculdades são compatíveis com suas preferências sobre candidatos individualmente. Para os próximos resultados serão assumidas que as preferências das faculdades sobre grupos de candidatos satisfazem essa relação de compatibilidade.

Dessa forma as instabilidades podem ser identificadas ao se examinar apenas os pares de agentes. Roth e Sotomayor(1989) provaram que a propriedade de preferência compatível garante preferências estritas das faculdades sobre os diferentes *matchings* estáveis. Além disso, para cada par de *matchings* estáveis, μ e μ' , cada faculdade irá preferir cada estudante designado a ela no *matching* μ a qualquer estudante designado a ela no *matching* μ' que não esteja em μ .

A existência de *matchings* estáveis foi provada por Gale e Shapley através de um algoritmo que partindo das preferências e cotas dos agentes produz um *matching* estável num número

finito de etapas. Em seu artigo de 1962 os autores demonstram inicialmente a existência de *matchings* estáveis para o caso em que cada instituição tem apenas uma vaga. O algoritmo para o caso geral é estendido naturalmente. Apresentamos a seguir a descrição do algoritmo com as instituições fazendo as ofertas.

O Algoritmo de Gale e Shapley com as instituições fazendo as ofertas.

Cada instituição faz uma oferta de vaga a seus candidatos preferidos, ou seja, para aqueles candidatos que estão nos primeiros lugares de sua lista de preferência, respeitando o número de vagas. Cada candidato que recebe mais de uma proposta recusa as não aceitáveis, e aceita temporariamente a mais preferida. Em qualquer etapa do processo, a instituição que foi recusada por algum candidato na etapa anterior, faz uma oferta ao candidato aceitável mais preferido de sua lista de preferência, que ainda não recusou sua oferta.

O algoritmo termina logo após a etapa em que nenhuma instituição é recusada. O número de etapas é finito dado que o número de instituições e candidatos é finito e nenhuma instituição faz mais de uma oferta ao mesmo candidato. O resultado final é claramente um *matching*, pois cada candidato só está formando parceria com uma única instituição, dado que não pode aceitar temporariamente mais de uma vaga. É individualmente racional, pois o candidato só aceita temporariamente instituições aceitáveis e estas só fazem propostas a candidatos aceitáveis.

A não existência de pares bloqueantes pode ser vista da seguinte maneira: Suponha que m prefere s a algum de seus parceiros correntes. Isso significa que m se candidatou a s em alguma etapa do algoritmo e foi recusada. Dessa forma ou m não é aceitável para s , ou s recebeu uma oferta alguma outra faculdade em que prefere à faculdade m . Como as preferências são transitivas temos que s prefere a faculdade a qual foi alocada a m . Em qualquer caso s e m não formam um par bloqueante para o *matching* produzido.

Logo, o *matching* produzido por esse algoritmo é estável.³²

³² O processo sendo realizado com os alunos fazendo as ofertas acontece de forma análoga à descrita, com a inversão dos papéis no algoritmo descrito. Isto é: O algoritmo de Gale-Shapley quando são os candidatos fazem a oferta segue da seguinte maneira: Cada candidato faz uma oferta à sua faculdade preferida. Dessa forma as faculdades recebem ofertas no primeiro estágio e, dentre as ofertas recebidas, aceitam temporariamente as ofertas dos seus candidatos preferidos (segundo ordem de preferências) tal que o número de ofertas aceitas seja no máximo igual ao número de vagas da faculdade, para toda faculdade. Aceitando apenas as ofertas de candidatos aceitáveis. Em qualquer etapa do processo, o candidato que foi recusado por alguma instituição na

O novo mecanismo utilizado na alocação de estudantes de pós-graduação em Economia no Brasil, já descrito, quando restrito ao conjunto formado pelos centros de *tipo um e dois* e alunos de *tipo um e dois*, pode ser considerada uma simulação na prática do algoritmo de Gale-Shapley com as instituições fazendo as ofertas.

Definição 6. O *matching* estável μ_s é dito ser o *matching* estável ótimo para os estudantes se todo estudante prefere fracamente μ_s a qualquer outro *matching* estável; isto é se para qualquer outro *matching* estável μ , $\mu_s(s) \geq_{p(s)} \mu(s)$ para todo estudante s . Analogamente o *matching* estável μ_M é o *matching* estável ótimo para as instituições se toda faculdade m prefere fracamente esse *matching* a qualquer outro *matching* estável.

O *matching* estável ótimo para os estudantes é exatamente o *matching* produzido pelo algoritmo de Gale-Shapley com os estudantes propondo. Da mesma forma, o *matching* estável ótimo para as instituições é o *matching* produzido pelo algoritmo de Gale-Shapley com as faculdades propondo. Esses resultados foram provados por Gale Shapley (1962).

Usaremos a notação $\mu >_{P(M)} \mu'$ para significar que todas as faculdades preferem fracamente μ a μ' e alguma faculdade prefere estritamente μ a μ' . Dessa forma, essa relação $>_{P(M)}$ representa as *preferências comuns* das faculdades. Da mesma forma, usaremos a notação $\mu >_{p(s)} \mu'$ para significar que todos os candidatos preferem fracamente μ a μ' e algum candidato prefere estritamente μ a μ' .

Foi também provado, no artigo de Gale Shapley (1962), que o *matching* estável ótimo para as instituições é fracamente o pior *matching* estável para os candidatos e o *matching* estável ótimo para os candidatos é fracamente o pior *matching* estável para as faculdades. Essa polarização de interesses observadas entre μ_s e μ_M é observada ao longo do conjunto de todos os *matchings* estáveis. De fato:

Teorema 1*. (Knuth) *Quando todos os agentes tem preferências estritas, as preferências comuns dos dois lados do mercado são opostas no conjunto dos matchings estáveis: se μ e μ' são matchings estáveis, então todas as faculdades preferem fracamente μ a μ' se e somente*

etapa anterior, faz uma oferta à instituição aceitável mais preferida de sua lista de preferência, que ainda não recusou sua oferta. O algoritmo termina logo após a etapa em que nenhum candidato é recusado.

se, todos os candidatos preferirem fracamente μ' a μ . Isto é: $\mu >_{P(M)} \mu'$ se e somente se $\mu' >_{P(S)} \mu$.

2.3 Mecanismo de Alocação de Estudantes as Universidades com Preferências Fixas

Esse mercado foi introduzido por Sotomayor (1996), e a diferença com o modelo exposto do *College Admission* é a imposição de que as preferências das faculdades são determinadas por alguma regra e conhecidas por todos os participantes.

Dessa forma, dado o mercado $H = (S, M, P, q)$, denotamos por Q_s o conjunto formado por todas as possíveis ordenações da lista de preferência de um candidato s . Assim $P_s \in Q_s$. Denotemos $Q_s = (Q_1, Q_2, \dots, Q_n)$.

Considere uma central, que peça a cada candidato s que declare uma lista de preferências $Q(s) \in Q_s$ e que receba as listas de preferências verdadeiras das faculdades P_M , e então utilize algum algoritmo para determinar um *matching* estável μ para o mercado, $(\mu = h(S, M, P_M, Q_s, q))$, onde $Q_s = (Q(s_1), Q(s_2), \dots, Q(s_n))$. A função que para cada mercado associa o *matching* estável produzido pelo algoritmo chamamos de mecanismo de *matching* estável. Vamos denotar esse mecanismo por h .

Como S , M , P_M e q são, por definição, invariantes, pode-se denotar o produto apenas como função de Q , isto é: $\mu = h(Q)$. O mecanismo h induz um jogo não cooperativo na forma estratégica.

Assim, denota-se a forma estratégica do jogo induzido pelo mecanismo h como $J \equiv (S, E_s h, P_s)$ onde o conjunto S é o conjunto de jogadores; E denota o conjunto $\{E_s\}_{s \in S}$, onde E_s é o conjunto de todas as estratégias do candidato s . Uma estratégia $Q(s)$ para s é dada por qualquer de suas listas de preferência. A função resultado h associa então o perfil de estratégias $Q = (Q(s_1), \dots, Q(s_n))$ ao *matching* estável ótimo para as faculdades para o mercado (M, S, P_M, Q, q) . Os jogadores comparam os resultados através de suas preferências verdadeiras dadas por P_s .

onde as preferências verdadeiras são dadas por P_s , e h é a função consequência definida pelo mecanismo.

Seja Λ o conjunto de todos os *matchings* definidos em $M \cup S$. Então:

$$h: \prod_{s \in S} E_s \rightarrow \Lambda$$

$$Q_s = Q(s_1), Q(s_2), \dots, Q(s_n) \rightarrow h(Q_s) = \mu$$

A opção em declarar determinada ordem de preferência é analisada estrategicamente por cada jogador ao se deparar com os possíveis resultados do jogo. A estratégia selecionada por um jogador é o único meio através do qual um agente pode influenciar o resultado final do jogo. Como as preferências das faculdades são fixas, assumimos que o domínio estratégico das faculdades fica restrito às suas verdadeiras preferências.

Um mecanismo que gere incentivos a todos os jogadores em sempre declarar suas verdadeiras preferências (*i.e.*, selecionar suas estratégias sinceras) é chamado de não manipulável, ou individualmente a prova de estratégias.

Definição 7. Diz-se que μ_s é um *matching Pareto ótimo para os estudantes*, se não existe nenhum outro *matching* individualmente racional (estável ou não) tal que $\mu >_{P(s)} \mu_s$ para todo estudante pertencente a S .

Definição 8. Estratégia Dominante: Uma estratégia dominante para um candidato s é uma estratégia $Q^*(s)$ que é a resposta ótima para todos os possíveis conjuntos de escolha estratégica Q_{-s} ³³ dos outros agentes.

Definição 9. Melhor Resposta: Diz-se que uma estratégia E_s é a resposta ótima para o jogador s se, dado às estratégias adotadas por todos os outros jogadores; o *payoff* de s com sua estratégia é o maior possível.

Isto é, qualquer estratégia distinta de s dado Q_{-s} , deixaria o jogador s com uma parceria menos preferida segundo suas preferências verdadeiras. E ainda, se Q^* é o perfil de estratégias onde todos os jogadores estão jogando suas melhores respostas, então Q^* é um equilíbrio no jogo induzido por essas preferências.

³³ Denota-se por Q_{-s} as estratégias de todos os jogadores, excluindo a estratégia de s .

Em outras palavras, se existe um conjunto de estratégias, uma para cada candidato, tal que nenhum candidato isoladamente se beneficie escolhendo uma estratégia diferente, essa combinação de estratégias culmina no Equilíbrio de Nash para o jogo. Formalmente:

Definição 10. *Equilíbrio de Nash:* $Q^* = \{Q_{(1)}^*, Q_{(2)}^*, \dots, Q_{(n)}^*\}$ é um conjunto de estratégias de equilíbrio de Nash se, para cada jogador $s \in S$, $Q^*(s)$, $Q_{(s)}^*$ é a melhor resposta para o jogador s dada as estratégias Q_{-s}^* dos outros jogadores.

Assim, para que o jogador escolha uma estratégia de equilíbrio ele deve ter a expectativa correta em relação às estratégias dos outros jogadores, caso contrário, será uma loteria.

Uma grande questão em relação aos participantes do jogo alcançarem um equilíbrio, é a possível existência de mais de um equilíbrio; a não ser que se trate de um jogo de soma zero³⁴, nada garante que a melhor estratégia de todos os jogadores leve ao equilíbrio, pois podem estar almejando equilíbrios diferentes. Naturalmente esse problema não existe quando cada jogador tem uma estratégia dominante e é consenso que nenhum jogador racional joga uma estratégia dominada.

Um exemplo clássico é a Guerra dos Sexos: Um homem e uma mulher querem se encontrar e precisam decidir se se encontram em um shopping ou em um estádio de futebol. A mulher prefere o shopping ao estádio, mas prefere o estádio com o homem a ficar no shopping sozinha. Da mesma forma, o homem prefere o estádio ao shopping, mas também prefere o shopping com a mulher a ficar sozinho. Portanto existem dois equilíbrios de Nash nesse jogo: os dois jogadores escolherem shopping ou os dois jogadores escolherem estádio. Dado que eles se encontram em um desses lugares, nenhum tem incentivo a mudar de estratégia. No entanto, se esses jogadores não se comunicam, a mulher pode usar uma estratégia almejando o equilíbrio (Estádio Estádio) e o homem o equilíbrio (*Shopping Shopping*). O resultado do jogo é o pior possível para ambos jogadores.

O conceito de estratégia dominante é mais forte que o de equilíbrio de Nash, no sentido de que $Q(s)$ é a resposta ótima para o jogador s para qualquer perfil de estratégias selecionadas pelos demais jogadores. Assim, a informação sobre os outros jogadores é irrelevante quando o agente tem uma estratégia dominante.

³⁴ Ver John Von Neumann e Morgenstern pág 95

2.4 Resultados Importantes

Suponha que o algoritmo de Gale-Shapley com as instituições propondo é usado como um mecanismo h de alocação dos candidatos às faculdades. Suponha que existam três matchings estáveis: μ_1, μ_2, μ_3 . O Teorema 2* implica que para cada um desses *matchings*, existe pelo menos um perfil de estratégias que é um equilíbrio de Nash do jogo induzido por esse mecanismo. O teorema 3* é uma espécie de recíproca desse resultado. Ele implica que qualquer perfil de estratégias de equilíbrio de Nash produz um desses três matchings estáveis. Veja esses resultados abaixo:

Teorema 2*. (Sotomayor 2008) *Quando todas as preferências são estritas, seja μ um matching estável segundo as verdadeiras preferências. Suponha que cada candidato s que é alocado a alguma faculdade em μ_M escolha como estratégia listar apenas $\mu(s)$ como aceitável em sua lista de preferência declarada. E aqueles estudantes s que não foram alocados em nenhuma faculdade em μ_M declarem $Q(s)=s$. Esse perfil de estratégias é um equilíbrio para o jogo induzido pelo mecanismo de matching estável ótimo para as instituições em que as instituições declarem suas verdadeiras listas de preferência. E μ é o matching produzido.*

Teorema 3*. (Sotomayor 2008) *Suponha que os candidatos escolham qualquer conjunto de estratégias que forme um equilíbrio de Nash para o jogo induzido pelo algoritmo de Gale-Shapley pelo mecanismo que produz o matching estável ótimo para as instituições.. Então, o matching de equilíbrio produzido por este mecanismo também é estável sob as verdadeiras preferências.*³⁵

A Figura 1 ilustra esses dois teoremas:

³⁵ Para demonstração ver (Roth e Sotomayor 1990)

Fonte: Elaboração Própria

Figura 1- Esquema do Teorema 2* e Teorema-3*

Para entendermos alguns dos problemas que podem surgir com a utilização de um mecanismo h que produz o matching ótimo para as faculdades considere o exemplo esquematizado na Figura 1.

É natural a seguinte pergunta: Qual dos *matchings* em $\{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}$ os candidatos quererão alcançar? Já foi dito que o *matching* estável ótimo para os estudantes é o *matching* estável preferido por todos os candidatos e ele é alcançável quando os candidatos selecionarem a estratégia definida no Teorema 2*, fazendo $\mu_s = \mu_3$. Porém, se por exemplo $\mu_s = \mu_3$, ainda será necessário uma coordenação para que todos os candidatos escolham Q_4^* ou Q_5^* .

Em seguida estão enunciados outros resultados importantes dessa teoria e que serão úteis para a compreensão do mercado aqui estudado.

Teorema 4*. Sotomayor(1996). *Seja h um mecanismo de matching estável para o mercado $H = (S, M, P, q)$, em que $h(P_s) = \mu$, Então:*

- a) (Dubins and Freedman- 1981) Se $\mu = \mu_s$ então h é coletivamente não-manipulável pelos estudantes
- b) (Sotomayor 1996) Se $\mu \neq \mu_s$ então h é manipulável por pelo menos um estudante (Esse estudante é qualquer s tal que $\mu(s) \neq \mu_s(s)$).

Dessa maneira qualquer mecanismo estável é manipulável quando existem mais de um *matching* estável no mercado.

Teorema 5*. (Gale e Sotomayor) Quando todas as preferências são estritas, o número de vagas preenchidas e os estudantes que a preenchem são sempre os mesmos em qualquer *matching* estável

b)(ROTH) Além disso, os estudantes que preenchem as vagas das faculdades que ficam com vagas ociosas são sempre os mesmos em qualquer *matching* estável.

2.5 O modelo “School Choice”

Um outro tipo de modelo de *matching* de dois lados que vem sendo explorado cada vez mais na literatura é o *School Choice*, um modelo de escolha de escolas, mas que no entanto difere em algumas características do modelo do *College Admission*.

Uma divergência significativa é que no modelo de escolha de escolas estas não apresentam listas de preferência, e sim possuem prioridades declaradas em relação aos estudantes “(...) the priorities do not represent school preferences but they are imposed by state or local laws”. (Abdulkadiroglu,2003). Sotomayor(1996), Sotomayor(2008) Ergin(2002), entre outros, incorporam essa característica ao *College Admission* considerando as preferências para as instituições fixadas e determinadas por alguma regra. O conseqüência é a ausência de ação estratégica por parte das escolas. Este é o modelo discutido em 2.4. que possuem preferências fixas. Porém, no mercado do *School Choice* no final do processo não existem alunos sem escolas, e portanto todos os alunos são aceitáveis à todas as escolas.

De fato existe uma pequena divergência na literatura sobre a relação entre o *College Admission* e o *School Choice Problem*. No entanto para a maior parte dos autores o mercado do *School Choice* é um caso especial do *College Admission*, e os resultados devem apenas sofrer algumas adaptações. Balinski(1999), contudo é mais restritivo e afirma que o

“*placement problem*” não chega a ser uma restrição do *college admission*, e é de fato um mercado diferente, dada a ausência de estratégias por parte das instituições³⁶.

³⁶ “it is tempting to treat the class of placement problems as a special case (or a sub-class) of college admissions problems. But this is emphatically not valid(...)” (BALINSK, 1998, p.78)

Capítulo 3

3 O MERCADO EM QUESTÃO

O foco do trabalho é modelar o processo de admissão de candidatos aos cursos superiores nas diversas universidades públicas do Brasil.

O presente capítulo se propõe a especificar esse mercado através de uma exposição detalhada do mecanismo do vestibular como ocorre nos dias de hoje. Em seguida inicia a modelagem do mercado a luz da teoria exposta, apontando para as possíveis ineficiências e formalizando alguns resultados encontrados.

3.1 Descrição do Mercado

No país, assim como na maior parte do mundo, os grandes centros de ensino e pesquisa concentram uma variedade enorme de cursos que contemplam as mais diversas áreas do conhecimento. O mercado brasileiro é formado por noventa e duas universidades públicas e oitenta e seis privadas³⁷, que oferecem um leque enorme de cursos. E, um mesmo curso é ofertado por diversas instituições espalhadas por todo território nacional.

Considerando apenas as universidades públicas, dada a complexidade do mercado chamaremos de “*uma faculdade*” um curso em uma determinada instituição. Por exemplo: suponha que a Universidade X ofereça os cursos A, B, C e D, enquanto a universidade X’ oferece os cursos A, C e D, então o mercado é composto por sete faculdades, quatro em X, e três em X’, e apenas quatro cursos. Tratar-se-á as faculdades como os agentes do conjunto M, e os candidatos como os agentes do conjunto S. O vestibular é o mecanismo de admissão dos estudantes às faculdades. O processo de admissão nesse mercado ocorre em quatro etapas:

- 1) Publicação do Edital do vestibular de cada universidade: No edital cada faculdade declara a regra utilizada para elaborar suas preferências sobre os candidatos individualmente: Se essas preferências são funções exclusivas das notas obtidas nos testes ou se existem prioridades pré definidas sobre alunos, e nesse caso quais são essas prioridades e como elas influenciam a lista de preferência da faculdade. (Normalmente essa etapa ocorre entre os meses de junho e agosto de cada ano). Essas

³⁷ Dados para 2006. Censo do Ensino Superior - INEP

preferências são estritas, visto que são elaboradas de acordo com as notas dos alunos que são cardinais. No caso de dois ou mais alunos obterem a mesma nota, o critério passa a ser a dispersão das notas entre as matérias ou até mesmo a nota de uma matéria específica.³⁸ Nesse edital é declarado que um candidato pode candidatar-se a apenas uma faculdade naquela instituição. É também declarado o número de vagas de cada faculdade, representando o número máximo de candidatos que a faculdade pode admitir.

- 2) Cada aluno se candidata a um conjunto de faculdades, não necessariamente o mesmo para todo candidato, respeitando a restrição institucional. Vale lembrar que, como para cada instituição existe um vestibular, isto é, uma prova de acesso, cada candidato escolhe o número de vestibulares ao qual vai se submeter³⁹.

Pode acontecer de alguns vestibulares coincidirem em datas⁴⁰, ou serem longe geograficamente da residência do aluno, o que certamente restringirá o número de candidaturas. Assim, passa a existir um conjunto de faculdades acessíveis a cada candidato formada por todas aquelas faculdades que o aluno tem condições de se candidatar. Dessa forma, a definição de faculdade aceitável deve ser refinada: Diz-se que uma faculdade m é aceitável a um candidato s , se s prefere ser alocada a m a ficar sem faculdade, e m é acessível a s .

A segunda etapa do processo ocorre em média entre agosto e setembro de cada ano.

- 3) As provas (o vestibular) são realizadas (Etapa que ocorre entre os meses de novembro e janeiro).
- 4) As listas de classificação dos candidatos, elaboradas por cada faculdade, tornam-se públicas⁴¹, e portanto torna-se conhecimento de todos a lista de aprovados. Essa lista é formada pelos alunos no topo da lista de preferências de cada uma das instituições. Observe que se um aluno não se candidata a uma faculdade então ele não será listado por ela. Os alunos listados por uma dada faculdade são convocados por ela para oficializar sua matrícula no curso. Aqueles alunos que foram convocados por mais de

³⁸ A nota na prova de Português é um critério de desempate bastante utilizado

³⁹ Observe que o custo marginal de uma aplicação é bastante alto, pois para cada vestibular existem livros de literatura diferentes, stress para a prova, custo de deslocamento geográfico além do custo da inscrição.

⁴⁰ Como é o caso da USP – Universidade de São Paulo e a UFMG – Universidade Federal de Minas Gerais que coincidem as datas das provas da segunda etapa há alguns anos.)

⁴¹ A classificação dos alunos é divulgada nos principais jornais da região além da publicação em página oficial da instituição na internet.

uma instituição optam pela preferida e deixam em aberto suas vagas naquelas instituições que dispensaram. As vagas de uma faculdade não preenchidas pelos primeiros convocados são re-allocadas para os estudantes seguintes da lista de preferência dessa instituição. O processo em cada faculdade continua até que:

- a) não existam mais vagas remanescentes; ou
- b) só existam alunos não aceitáveis. (Nesse caso a instituição opta por ficar com vagas não preenchidas.); ou
- c) a data limite do processo é atingida.

Essa data limite ocorre em média em meados de março, quando não é mais viável que um novo aluno ocupe uma vaga. (Portanto também podem existir alunos aceitáveis que não são alocados a essas vagas).

Essa etapa do processo se inicia em dezembro em algumas instituições e chega a durar cerca de quatro meses, quando é divulgada a lista das últimas vagas remanescentes.⁴².

Da observação desse procedimento podemos observar quatro características importantes:

1. O atual processo ocorre de forma descentralizada entre as instituições, mas numa mesma instituição ocorre de forma centralizada entre as faculdades. As faculdades pertencentes a uma mesma área em uma mesma universidade oferecem as mesmas provas. A descentralização do processo entre instituições, no mínimo é responsável por um aumento significativo de custo, tanto para os alunos como para as faculdades.
2. Após a limitação de aplicações que ocorre na primeira etapa do processo, diminuindo o número de candidatos, o mecanismo utilizado simula o algoritmo de Gale-Shapley com as instituições propondo. Entretanto, diferente do resultado produzido pelo algoritmo de Gale-Shapley, há a possibilidade de existirem vagas remanescentes não apenas por só restarem candidatos não aceitáveis mas também pelo fato da data limite institucional ser atingida.
3. Diferentemente do mecanismo gerado pelo *Graduate Center Admission Model* e pelo *School Choice Model*, as preferências das faculdades não são fixadas à priori. Elas dependem das listas selecionadas pelos candidatos e das notas desses nos exames realizados após essa seleção. Mais especificamente, se o candidato *s* não selecionar a

⁴² As datas das etapas também diferem entre instituições. Mas dentro de uma universidade as datas são as mesmas para todas as faculdades.

faculdade m então ele não prestará vestibular para a faculdade m , e por conseguinte ele não existirá na lista de preferências de m .

4. Contrariamente ao que ocorre com o mecanismo gerado pelo *School Choice Model*, o número de alunos é significativamente maior que o de vagas. Em 2005 dos 5.060.956 candidatos apenas 1.397.281 ingressaram nas instituições, o que representa pouco mais de 27%. Logo existirão alunos sem escola no final de qualquer processo de alocação, caso não contemplado pelo *School Choice*.

Outra diferença entre esses dois mecanismos é a existência de alunos não aceitáveis no modelo do vestibular aqui descrito, isto é: se o aluno se candidata para uma instituição e não consegue nota mínima em pelo menos uma das disciplinas no vestibular daquela instituição, ele é automaticamente eliminado do processo.

5. Somente depois da realização das provas para todas as faculdades é que essas publicam a classificação dos alunos e se iniciam as ofertas. Assim, é razoável assumir que, quando se iniciam as ofertas, todos os participantes estão presentes no mercado ao mesmo tempo e a lista de preferência de cada faculdade sobre os candidatos estão disponíveis. Dessa forma este mercado, *ex-post*, pode ser modelado como um mercado de *matching* de dois lados.

O exposto acima evidencia que estamos diante de um modelo de mercado ainda não estudado embora apresentando algumas características comuns com o *Graduate Center Admission Model* e o *School Choice Model*.

3.2 Modelagem do Vestibular

Neste mercado existe uma restrição institucional que determina que cada candidato só pode se candidatar a uma faculdade por instituição. Portanto na descrição do mercado, os conjuntos de faculdades de cada instituição representam um papel considerável na seleção das faculdades por parte dos candidatos. Assim, o mercado do vestibular *ex-ante* pode ser representado por (M, S, P_S, R, q) , onde M é o conjunto das faculdades, S é o conjunto dos candidatos, P_S é o perfil das listas de preferências verdadeiras dos candidatos, $P_S = (P(s_1), \dots, P(s_n))$, q é o vetor de cotas das faculdades e R é a partição de M definida da seguinte forma: m_i e m_j estão no mesmo conjunto da partição se e somente se m_i e m_j pertencem à mesma Universidade. Este

mercado não é um mercado de *matching* de dois lados bem definido visto que as preferências verdadeiras das faculdades sobre todos os candidatos não existem em geral.

Definição 11. Considere o mercado do vestibular *ex-ante* (M, S, P_S, R, q) . Seja $Q(s)$ uma lista de preferências do candidato $s \in S$. Chamamos de *lista restrita segundo R gerada por $Q(s)$* , a lista de preferências de s que contém, para cada Instituição, somente a faculdade favorita do candidato segundo $Q(s)$, mantendo a mesma ordenação dessa lista. Ou seja, de cada conjunto da partição R é selecionado o elemento mais preferido por s segundo $Q(s)$. A lista restrita segundo R gerada por $Q(s)$ será denotada por $Q^R(s)$.

Quando não houver confusão nos referiremos a $Q^R(s)$ apenas como uma lista restrita segundo R . A lista restrita gerada pelas preferências verdadeiras de s , $P^R(s)$, será chamada *lista restrita de preferências verdadeiras de s* .

De acordo com o descrito em 3.1, cada candidato escolhe um conjunto de faculdades aceitáveis na etapa (2) do processo de admissão e tem, após a divulgação das listas de preferências das faculdades, a oportunidade de reavaliar suas escolhas e definir sobre estas as preferências que usará na etapa (4). Para simplificação de nossa análise consideraremos que na etapa (2) um candidato escolhe uma lista de preferências, respeitando a restrição institucional, de acordo com a qual faz as suas aplicações nesta etapa e *também* as suas aceitações e rejeições na etapa (4). Modelaremos as escolhas de um candidato s por $Q^R(s)$, onde $Q^R(s)$ é uma lista restrita segundo R .

Denotamos $Q \equiv (Q(s_1), \dots, Q(s_k))$. Dado o perfil de listas de preferências restritas dos candidatos, $Q^R = (Q^R(s_1), \dots, Q^R(s_n))$, denotamos por $P_m(Q^R)$ a lista ordenada de preferência da faculdade m gerada por Q^R . Isto é, a lista de preferências da faculdade m sobre os candidatos s que a listaram como aceitável em $Q^R(s)$, obtida na etapa (4). Denotamos $P_M(Q^R) \equiv (P_{m_1}(Q^R), \dots, P_{m_k}(Q^R))$ o perfil de listas ordenadas de preferências das faculdades gerado por Q^R . O perfil de listas ordenadas de preferências das faculdades gerado por $(P^R(s_1), \dots, P^R(s_n))$ será denotado por $P_M^R = (P^R(m_1), \dots, P^R(m_k))$.

Considere o mercado *ex-ante* dado por (M, S, R, P_S, q) . Se os estudantes escolhem Q^R na etapa 2, o mercado do vestibular definido após a elaboração das listas de preferências de cada faculdade será chamado de *mercado ex-post* e será então descrito por $(M, S, R, (P_S, Q^R), P_M(Q^R), q)$. O par (P_S, Q^R) indica que os matchings estáveis para o mercado

$(M, S, R, (P_S, Q^R), P_M(Q^R), q)$ são os matchings estáveis para o mercado College Admission $(M, S, Q^R, P_M(Q^R), q)$. Os candidatos comparam dois matchings estáveis usando suas preferências P_S .

Definição 12. Um *mecanismo de matching estável para o modelo do vestibular* é uma aplicação cujo domínio é o conjunto de todos os mercados *ex-post* $(M, S, R, (P'_S, Q^R), P_M(Q^R), q)$ e que associa a cada um desses mercados um matching estável para ele. Se o matching produzido é o estável ótimo para os candidatos (respectivamente, faculdades) o mecanismo é chamado *mecanismo estável ótimo para os candidatos* (respectivamente, *faculdades*).

Definição 13. O *mecanismo estável de revelação para o mercado* $(M, S, R, q, (P_S, P^R), P_M(P^R))$ é uma aplicação, que para todo perfil de listas restritas de preferências Q^R segundo R , associa um matching estável para o mercado $(M, S, R, (P_S, Q^R), P_M(Q^R), q)$. Isto é, é a restrição de um mecanismo de matching estável aos mercados *ex-post* que mantém fixos M, S, R, P_S e q .

O mecanismo é dito ser de revelação porque ele pede aos candidatos que revelem suas preferências. Um mecanismo h^R estável de revelação para o mercado $(M, S, R, q, (P_S, P^R), P_M(P^R))$ induz um jogo estratégico onde o conjunto de jogadores é o conjunto de candidatos S . Numa jogada desse jogo, cada jogador s seleciona uma estratégia $Q^R(s)$, que é uma lista restrita segundo R . Denotamos por E^R_s o conjunto de todas as estratégias do candidato s . A função resultado dada por h^R associa então o perfil de estratégias Q^R a um matching estável para o mercado College Admission $(M, S, Q^R, P_M(Q^R), q)$. Os jogadores comparam os resultados através de suas preferências verdadeiras dadas por P_S . Este jogo será então denotado por $J^R \equiv (S, \{E^R_s\}_{s \in S}, h^R, P_S)$.

Definição 14. Considere um mecanismo direto de matching estável h^R . Dizemos que h^R é *manipulável* se existem um candidato s e dois mercados, $(M, S, R, q, (P_S, P^R), P_M(P^R))$ e $(M, S, R, (P_S, Q^R), P_M(Q^R), q)$, com $Q^R_{-s} = P^R_{-s}$, tais que

$$h^R(M, S, R, (P_S, Q^R), P_M(Q^R), q)(s) >_{P(s)} h(M, S, R, q, (P_S, P^R), P_M(P^R)).$$

Isto é, h^R é não-manipulável se é uma estratégia fracamente dominante para todo candidato s declarar $P^R(s)$ no jogo $J^R = (S, \{E^R_s\}_{s \in S}, h^R, P_S)$, com verdadeiras preferências dadas por P_S , induzido pela restrição de h^R aos mercados que mantém fixos M, S, R, P_S e q .

3.2.1 O Mercado Relacionado ao Vestibular

Como já observado, a forma na qual o vestibular opera simula com boa aproximação o algoritmo de Gale e Shapley com as faculdades fazendo as ofertas. Desta forma é razoável assumir que a alocação resultante é o *matching* estável ótimo para as faculdades segundo as listas Q^R de preferências restritas dos candidatos escolhidas na etapa (2) e as listas $P_M(Q^R)$ de preferências das faculdades geradas por Q^R e definidas na etapa (4).

Nesta seção definimos $P(m)$ como a lista de preferências de m obtida pela união de todas as listas de preferências de m geradas por algum perfil de preferências Q^R para os candidatos. Seja P_M o perfil de tais preferências. Assim, para cada faculdade m , $P(Q^R)(m)$ é a restrição de $P(m)$ ao conjunto de candidatos s que consideram m aceitável em $Q^R(s)$. (Naturalmente, pode acontecer de alguns desses estudantes serem considerados inaceitáveis para m após a realização dos exames). Isto é, $P(Q^R)(m)$ ordena os candidatos de acordo com sua ordenação em $P(m)$ e se um estudante é aceitável por m em $P(Q^R)(m)$ então ele é também aceitável por m em $P(m)$.

Referir-nos-emos a P_M como o conjunto das listas de preferências verdadeiras de todas as faculdades. É como se todos os estudantes prestassem vestibular a todas as faculdades podendo assim entrar na classificação de todas elas. O mercado relacionado ao vestibular é o mercado obtido quando se considera as preferências verdadeiras de todos os agentes. Ele será denotado por (M, S, P_M, P_S, R, q) .

Uma interpretação para as listas verdadeiras das faculdades seria pensar que, para todo candidato s , as faculdades aceitáveis segundo $P(s)$ que pertencem a uma mesma instituição são todas da mesma grande área. (Biológica, Humanas, Exatas, etc). Esta hipótese não é irreal. É muito comum que candidatos que gostem de matemática tenham preferências somente sobre as faculdades da área tecnico-científicas; que aqueles que gostem de ciências naturais tenham preferências somente sobre as faculdades da área biomédica; que aqueles que gostem de Economia tenham preferências somente sobre as faculdades da área de ciências sociais, etc. Dessa forma, a imposição da restrição nas listas P^R declaradas não impede que as demais faculdades não listadas possam ordenar aquele aluno em suas listas de preferências na etapa (4). Isso é devido ao fato de as provas, em uma determinada área, serem as mesmas para cada instituição. Sendo assim, as notas dos alunos são conhecidas não só para aquela faculdade em $P^R(s)$ mas também para todas as faculdades em $P(s)$.

No conjunto de tais mercados temos definido um mecanismo que para cada mercado relacionado ao vestibular associa o matching estável ótimo para as faculdades para o dado mercado. Esse mecanismo, quando restrito aos mercados que mantêm fixos M, S, P_M e q , será chamando aqui de *mecanismo de revelação para o mercado relacionado ao vestibular* (M, S, P_M, P_S, q). Tal mecanismo induz um jogo na forma estratégica $J \equiv (S, E, P_S, h)$, e deve ser analisado como o mecanismo de alocação de estudantes as universidades com preferências fixas, definido em 2.3. Dessa forma, todos os resultados enunciados valem para esse mercado.

A forma como são realizadas as candidaturas e todo o processo seguinte, trás problemas à eficiência do mercado. De fato, veja o seguinte exemplo.

EXEMPLO 1. Considere o mercado relacionado ao vestibular com seis candidatos, $s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$; três faculdades, m_1, m_2, m_3 , com $q(m_j) = 1$ para todo $j = \{1, 3\}$ e $q(m_2) = 2$; com as listas de preferências verdadeiras para os participantes como descritas abaixo.

$$\begin{array}{ll}
 P(m_1) = s_1, s_3, s_5, s_2, m_1, s_4 & P(s_1) = m_3, m_2, m_1, s_1 \\
 P(m_2) = s_2, s_4, s_3, s_1, s_5, s_6, m_2 & P(s_2) = m_3, m_1, m_2, s_2 \\
 P(m_3) = s_3, s_1, s_2, s_4, s_6, m_3, & P(s_3) = m_1, m_3, m_2, s_3 \\
 & P(s_4) = m_1, m_3, m_2, s_4 \\
 & P(s_5) = m_2, m_1, s_5 \\
 & P(s_6) = m_3, m_2, s_6
 \end{array}$$

Suponha que m_2 e m_3 pertençam à mesma instituição. Dessa forma, todos os estudantes devem optar por apenas uma dessas faculdades (m_2 ou m_3). Considere que os estudantes optem por declarar a suas listas restritas de preferências verdadeiras. Assim, cada candidato deixa de fora de sua lista revelada a faculdade menos preferida, dentre as duas em questão.

A lista restrita de preferências verdadeiras dos estudantes, para o exemplo, será:⁴³

⁴³ Apenas foi excluído de cada lista a opção menos preferida pelo estudante segundo suas verdadeiras preferências sobre m_2 e m_3 .

$$P^R(s_1) = m_3, m_1, s_1$$

$$P^R(s_2) = m_3, m_1, s_2$$

$$P^R(s_3) = m_1, m_3, s_3$$

$$P^R(s_4) = m_1, m_3, s_4$$

$$P^R(s_5) = m_2, m_1, s_5$$

$$P^R(s_6) = m_3, s_6$$

As listas de preferências das faculdades geradas por P^R serão:

$$P^R(m_1) = s_1, s_3, s_2, m_1, s_4, s_5$$

$$P^R(m_2) = s_5, m_2$$

$$P^R(m_3) = s_3, s_1, s_2, s_4, s_6, m_3$$

Perceba que m_2 recebe a inscrição de apenas um estudante, s_5 , enquanto m_3 recebe inscrição dos outros cinco estudantes, indicando uma maior demanda por m_3 . Segundo essas listas de preferências o *matching* estável ótimo para as faculdades será:

$$\mu_M \quad \begin{array}{ccccccc} m_1 & m_2 & m_2 & m_3 & s_2 & s_4 & s_6 \\ s_1 & s_5 & m_2 & s_3 & s_2 & s_4 & s_6 \end{array}$$

Observe que adicionando-se a parceria (m_2, s_4) ao *matching* μ_M obtém-se uma melhoria fraca de Pareto em relação às preferências verdadeiras dos agentes. Este novo *matching* é o ótimo estável para as faculdades quando s_4 altera sua lista restrita para $Q(s_4) = m_1, m_2, s_4$. O fato de s_4 se beneficiar com a alteração ilustra que não é uma estratégia dominante para s_4 revelar sua lista restrita de preferências verdadeiras. ■

Uma distorção preocupante que a falsa declaração pode acarretar é a alocação incorreta de recursos. Suponha no exemplo anterior que a instituição à qual m_2 e m_3 pertençam deseje aumentar o número de vagas em alguma dessas faculdades para atender a demanda dos alunos. Considere o seguinte perfil de preferências onde s_2, s_3 e s_4 declaram uma lista de preferências diferente da restrita verdadeira:

$$\begin{aligned}
Q^*(s_1) &= m_3, m_1, s_1 \\
Q^*(s_2) &= m_2, m_1, s_2 \\
Q^*(s_3) &= m_1, s_3 \\
Q^*(s_4) &= m_1, m_2, s_4 \\
Q^*(s_5) &= m_2, m_1, s_5 \\
Q^*(s_6) &= m_3, s_6
\end{aligned}$$

As preferências das faculdades geradas por Q^* serão:

$$\begin{aligned}
P(Q^*)(m_1) &= s_1, s_3, s_2, m_1, s_4, s_5 \\
P(Q^*)(m_2) &= s_2, s_4, s_5, m_2 \\
P(Q^*)(m_3) &= s_1, s_6, m_3
\end{aligned}$$

Agora, a faculdade m_2 é mais demandada do que m_3 . Temos que existe um único matching estável dado por:

$$\mu_M^* = \mu_S^* = \begin{array}{cccccc} m_1 & m_2 & m_2 & m_3 & s_5 & s_6 \\ s_3 & s_2 & s_4 & s_1 & s_5 & s_6 \end{array}$$

Os candidatos s_2 , s_3 e s_4 preferem o matching resultante μ_M^* a μ_M . Poderia acontecer então que estes candidatos, conhecendo as preferências dos demais, decidissem agir estrategicamente e optassem por declarar as listas de preferências acima.

Neste caso, poderia haver uma falsa sinalização de que a faculdade m_2 é mais demandada do que m_3 , levando a instituição a elevar o número de vagas de m_2 em vez de m_3 .

Uma outra questão relevante é o estudo da introdução de prioridades que afetam a nota do aluno e, por conseguinte as preferências das instituições sobre os candidatos, como já descrito no Capítulo 1. Exemplos muito simples mostram como essas atitudes podem alterar o *matching* produzido, alterando até mesmo o conjunto dos candidatos que não têm vaga. A seguir apresentamos um exemplo da introdução de cotas para negros, e de pontos extras para alunos de escola pública.

Exemplo 1(continuação) Considere novamente o Exemplo 1. Suponha que m_2 e m_3 não pertencem à mesma instituição. Nesse caso o *matching* estável ótimo para as faculdades seria:

$$\mu_M^* \quad \begin{array}{cccccc} m_1 & m_2 & m_2 & m_3 & s_4 & s_6 \\ s_1 & s_2 & s_4 & s_3 & s_4 & s_6 \end{array}$$

Suponha que m_2 tenha cota para negros de 50% de suas vagas, e que os estudantes s_5 e s_6 se declarem negros no questionário socioeconômico. Para realizar a análise do *matching* resultante quando o algoritmo ótimo para as faculdades é usado vamos quebrar a faculdade m_2 em duas faculdades, cada uma com cota igual a um . No entanto a faculdade $m_2(2)$ só considera alunos negros como aceitáveis. Dessa forma as preferências das cópias de m_2 seriam:

$$\begin{aligned} P(m_2(1)) &= s_2, s_4, s_3, s_1, s_5, s_6, m_2(1) \\ P(m_2(2)) &= s_5, s_6, m_2(2), s_2, s_4, s_3, s_1 \end{aligned}$$

E o *matching* ótimo para as instituições seria:

$$\mu_M^C \quad \begin{array}{cccccc} m_1 & m_2(1) & m_2(2) & m_3 & s_4 & s_6 \\ s_1 & s_2 & s_5 & s_3 & s_4 & s_6 \end{array}$$

Deve-se considerar duas possibilidades: (i) se os estudantes s_5 e s_6 de fato forem negros e através da ação conseguirem uma vaga em uma instituição pública de qualidade ampliando a diversidade na faculdade, o objetivo da ação afirmativa é alcançado; (ii) ao menos um dos estudantes (s_5 e s_6) estarem falsificando a declaração de raça para disputarem vagas menos concorridas. Nesse último caso não só o aluno s_4 é prejudicado por perder sua vaga, mas também a faculdade m_2 , pois ocupou uma de suas vagas com um aluno pior e não alcançou o objetivo da ação afirmativa. ■

Exemplo 1 (continuação). Considere novamente o Exemplo 1 para a análise dos pontos extras para alunos advindos de escolas públicas, em que todas as faculdades são de distintas instituições. Novamente μ_M^* é alcançado quando o algoritmo ótimo para as instituições é usado. Observando-se a lista de preferências de m_1 concluímos que as notas dos estudantes s_1 e s_3 eram maiores que as do estudante s_5 . Suponha agora que a faculdade m_1 tenha uma ação afirmativa, que multiplica por um fator maior que um a nota dos alunos oriundos de escola

pública. Neste caso, com os pontos extras obtidos por apresentar um diploma de escola pública, o estudante s_5 obtém uma nota superior as notas de s_1 e s_3 , alterando a preferência da faculdade m_1 a seu favor: $P'(m_1) = s_5, s_1, s_3, s_2, m_1, s_4$.

Dessa forma, o novo *matching* μ_1 produzido será:

$$\mu_1 \quad \begin{array}{cccccc} m_1 & m_2 & m_2 & m_3 & s_1 & s_6 \\ s_5 & s_2 & s_4 & s_3 & s_1 & s_6 \end{array}$$

O candidato s_1 , que antes seria alocado para m_1 , não é alocado para nenhuma faculdade pelo novo *matching*. ■

A regra como tem sido aplicada permite que candidatos forneçam um diploma de escola pública, tendo estudado em escola privada durante todos os anos do ensino médio. Isso é possível dado que existe uma prova de supletivo, concedida para alunos acima de 18 anos, que fornece um diploma de ensino médio para todos os alunos aprovados pelo exame⁴⁴. Se no exemplo acima s_5 usou dessa estratégia, o que se observa é um desvirtuamento da regra que tenciona dar oportunidades aos candidatos menos favorecidos socialmente e economicamente.

Mas, se existe a possibilidade de manobra por parte dos candidatos, era de se imaginar que com a repetição desse jogo todos os anos, que os alunos aprendessem a jogar e todos passassem a oferecer um diploma do curso supletivo no momento da inscrição ao vestibular. No limite estaríamos de volta ao resultado do jogo inicial, sem prioridades influenciando a lista de preferências das instituições. No entanto, não é esse o cenário que se assiste, isto é, existem estudantes que declaram a verdadeira raça e origem, e como punição chegam a ficar sem vagas. O que levaria esses estudantes a esse tipo de comportamento?

Vemos, pelo menos, duas possíveis explicações para esse tipo de atitude. A primeira é que o candidato teme por ficar marginalizado pelos colegas se com uma falsa declaração se beneficiar em detrimento de algum outro candidato. Uma segunda explicação seria o aluno acreditar não ser necessário o uso de uma manobra para garantir uma vaga na instituição.

A introdução de prioridades às listas de preferências das faculdades dá margem para análises sob vários outros enfoques. Por exemplo, as preferências dos alunos podem levar em

⁴⁴ Esse exame tem um nível de dificuldade muito inferior ao do vestibular.

consideração seus colegas, e a diversidade tanto racial como socioeconômica. Dessa forma, a ordenação das preferências dos candidatos será diferente, pois estes levarão em consideração a presença ou ausência de ações afirmativas em uma instituição.

Do mesmo modo as instituições podem preferir alunos mais diversificados em todos os sentidos fazendo com que a introdução das prioridades, mesmo prejudicando diretamente alguns alunos e tornando possível a manipulação por outros, aumente o bem estar social. No entanto, essa discussão foge do escopo do trabalho. Ainda assim, vale ressaltar, que esse enfoque ainda não é abordado pela teoria.

3.3 Resultados principais.

O Teorema da Não-manipulabilidade de Dubins e Freedman implica que é uma estratégia fracamente dominante para os estudantes declarar a sua verdadeira preferência no jogo induzido pelo mecanismo de revelação para o mercado relacionado ao vestibular que produz o matching estável ótimo para os candidatos. Este resultado entretanto não se estende para o modelo do vestibular. Isso se deve ao fato de que a lista restrita de preferência verdadeira é, em geral, uma alteração da lista de preferência verdadeira do candidato, a qual nem sempre pode ser declarada devido às restrições institucionais impostas. De fato, veja o seguinte exemplo.

EXEMPLO 2. Considere o mercado ex-post $(M, S, R, q, (P_S, P^R), P_M(P^R))$. Suponha que as faculdades m_1 e m_2 pertencem à mesma Universidade, que tenham apenas uma vaga e que a lista verdadeira do estudante s_1 é $P(s_1)=m_1, m_2, m_3, s_1$. Suponha que s_1 sabe que s_2 prefere m_1 em primeira opção e que s_2 está melhor preparado que ele para as provas de m_1 . Assim, se ele listar m_1 em vez de m_2 em sua lista restrita de preferências verdadeiras, ele obterá, no máximo, m_3 .

Entretanto suponha que s_1 sabe que se ele se aplicar a m_2 certamente terá uma melhor classificação do que o grupo de candidatos que demandam m_2 e será então alocado para m_2 .

Desta forma, em qualquer que seja o mecanismo de revelação estável que for usado, s_1 preferirá se aplicar a m_2 em vez de m_1 embora prefira m_1 a m_2 . Isto é, de acordo com a nossa modelagem, s_1 escolherá $Q^R(s_1)=m_2, m_3, s_1$. Então, não é uma estratégia fracamente

dominante para s_I declarar sua lista restrita de preferências verdadeiras no jogo induzido por qualquer mecanismo de revelação estável para o mercado $(M, S, R, q, (P_S, P^R), P_M(P^R))$. ■

Desde que um mecanismo direto de matching estável é uma função que produz um matching estável para qualquer mercado de vestibular *ex-post*, temos então provado o seguinte teorema:

Teorema 1. *Todo mecanismo direto de matching estável para o modelo do vestibular é manipulável.*

O Teorema 2* fornece a existência de equilíbrios de Nash para o mercado relacionado ao vestibular. A existência de equilíbrios de Nash para o mercado do vestibular é mostrada no seguinte teorema.

Teorema 2 *Quando todas as preferências são estritas, seja μ qualquer matching estável para o mercado (M, S, P_M, P_S, q) . Seja $J^R = (M \cup S, E^R, h, P_S)$ o jogo induzido pelo mecanismo de revelação para o mercado do vestibular *ex-post* $(M, S, (P_S, P^R), P_M(P^R), q)$. Para todo $s \in S$ defina $Q(s) = \mu(s)$, se s é alocado a alguma faculdade em μ , e $Q(s) = s$ caso contrário. Então Q^R é um equilíbrio de Nash de J^R e μ é o matching de equilíbrio.*

Demonstração: Temos que Q^R é um equilíbrio de Nash de $J = (M \cup S, E, h, P_S)$ pelo Teorema 2*, logo Q^R é também um equilíbrio de Nash de J^R , dado que todo desvio de Q^R em J^R é um desvio de Q^R em J . ■

O seguinte resultado relaciona os equilíbrios de Nash dos jogos J^R e J .

Proposição 1: *Se Q é um equilíbrio de Nash no jogo $J^R = (M \cup S, E^R, h^R, P_S)$ então é um equilíbrio de Nash do jogo $J = (M \cup S, E, h, P_S)$.*

Demonstração: Suponha por absurdo que exista um perfil de estratégias Q de equilíbrio de Nash para o jogo J^R tal que Q não é um equilíbrio para o jogo J . Então, existe $s \in S$ e $Q^* \equiv (Q^*(s), Q_{-s})$ tal que:

$$h(Q^*)(s) >_{P(s)} h(Q)(s) \geq_s s \quad (1).$$

Denote $h(Q^*) \equiv \mu$. Então existe $m \in M$ tal que $\mu(s) = m$.

Agora defina $Q^{**} \equiv (Q^{**}(s), Q_{-s})$ onde $Q^{**}(s) = m, s$. É claro que $Q^{**}(s) \in E_s^R$. Portanto Q^{**} é um perfil de estratégias para o jogo J^R . É claro também que μ é estável segundo as preferências Q^{**} dos candidatos e $P_M(Q^{**})$ das faculdades, pois se um par (m', s') desestabilizasse μ segundo $(Q^{**}, P_M(Q^{**}))$ então também desestabilizaria μ segundo (Q^*, P_M) , absurdo. Então, pelo Teorema 5*(a), s será sempre designado a alguma faculdade, por qualquer *matching* estável segundo Q^{**} . Por construção de $Q^{**}(s)$, s será designado a m por todo *matching* estável segundo $(Q^{**}, P_M(Q^{**}))$. Em particular $h^R(Q^{**})(s) = m$. Mas $h(Q) = h^R(Q)$ devido ao fato de que para cada m' , $P(Q)(m')$ é a restrição de $P(m')$ ao conjunto de candidatos s que consideram m' aceitável em $Q(s)$. Então $m = h^R(Q^{**})(s) >_s h^R(Q)(s)$ por (1), o que contradiz a hipótese de que Q é um equilíbrio de Nash para o jogo J^R . ■

O teorema a seguir prova que um perfil de estratégias de equilíbrio de Nash, mesmo que formado por listas de preferências falsificadas, resultam em um *matching* que é estável segundo as verdadeiras preferências no mercado do vestibular. O Teorema 3* garante que esse resultado é válido para o mercado relacionado ao vestibular.

Teorema 3: *Seja Q um equilíbrio de Nash de $J^R = (M \cup S, E^R, h^R, P_S)$. Então $h^R(Q)$ é um *matching* estável para o mercado relacionado ao vestibular (M, S, P_M, P_S, q) .*

Demonstração: Pela Proposição 1, Q é um equilíbrio de Nash de $J = (M \cup S, E, h, P_S)$, e portanto $h(Q)$ é estável para o mercado relacionado ao vestibular (M, S, P_M, P_S, q) pelo Teorema 2*. Agora use que $h(Q) = h^R(Q)$. ■

Teorema 4. *Seja h um mecanismo de *matching* estável para o mercado do vestibular em que $h(P_S^R, P_M(P_S^R)) = \mu$. Se $\mu \neq \mu_s$ então h é manipulável por pelo menos um estudante (Esse estudante é qualquer s tal que $\mu(s) \neq \mu_s(s)$).*

Demonstração: Se existem dois *matchings* estáveis segundo $P_S^R, P_M(P_S^R)$, sabemos pelo Teorema 1* que o $\mu_s(P_S^R, P_M(P_S^R))$ é *matching* estável preferível pelos estudantes, e pelo Teorema 4* que pelo menos um estudante tem incentivo em falsificar sua lista, declarando $Q^R(s) \neq P^R(s)$. Mas sabemos, que a lista $P^R(s)$ é um subconjunto de $P(s)$, e que a ordenação dos candidatos não muda entre essas listas. Dessa forma, se μ' é preferível a μ sob $P^R(s)$, também é sob $P(s)$. Sendo assim, os candidatos ao avaliarem os *matchings* segundo P_S , e o

matching estável produzido através de $P_S^R, P_M(P_S^R)$ for diferente de $\mu_S(P_S^R, P_M(P_S^R))$ então, ao menos um candidato tem incentivo em falsificar sua preferência. ■

Capítulo 4

4 O MERCADO SOB INFORMAÇÃO INCOMPLETA.

O objetivo desse capítulo é relaxar a hipótese de informação completa e realizar uma nova modelagem do mercado sob o arcabouço teórico de Jogos de Torneio e leilões do tipo *all pay*, além de ferramentas da microeconomia de maximização de utilidade.

Afinal, até agora toda a análise realizada está baseada na hipótese de informação completa relativa ao desempenho nas provas das faculdades. Ao relaxar essa hipótese temos que o candidato deixa de saber ao certo sua nota final na prova e a nota de seus concorrentes portanto, o resultado do jogo.

Essa falta da informação torna inviável que agentes do mesmo lado do mercado se organizem no intuito de conseguir o melhor resultado possível para o conjunto. Uma vez que é bastante improvável que exista algum tipo de coordenação entre candidatos, a ponto de truncarem suas listas estrategicamente. Basta ressaltar que para o vestibular na Universidade de São Paulo (USP) foram inscritos mais de cento e quarenta mil candidatos. Portanto, seria uma estratégia bastante arriscada truncar as aplicações, mesmo porque o μ_s não é conhecido na primeira etapa do processo. Isto é, os estudantes não estão aptos a computar o μ_s no momento em que tomam suas decisões. Sob esse aspecto, a questão referente à manipulação conjunta dos estudantes para alcançar o ótimo deixa de ser pertinente.

No entanto, a restrição das listas continua dando margem à manipulação por parte dos candidatos. Pois esses se apóiam em estatísticas dos anos anteriores e conseguem fazer uma previsão, em função de seus tipos, de modo que continuam restringindo as listas estrategicamente.

Em termos práticos: considere alunos que queiram o curso de Medicina em uma dada instituição, e por acreditarem que não terão notas altas suficientes optam pelo curso de

Fisioterapia, por exemplo, que historicamente tem uma nota de corte⁴⁵ menor. Como vimos, esse tipo de comportamento estratégico traz duas distorções: i) a possível existência de pares bloqueantes caso, *ex post*, esses alunos alcancem média suficiente para o curso de medicina. Logo, ficam insatisfeitos com o mecanismo de alocação. ii) Se essa distorção ocorrer ao longo dos anos, e for verificado um aumento na demanda por outros cursos que não medicina, e esse excesso de demanda gerar um aumento de oferta nas vagas dos outros cursos, uma alocação de recursos ineficiente seria observada.

A manipulação das listas das faculdades por parte dos alunos, através de manobras sobre as prioridades, também não é inibida sob informação incompleta. Pelo contrário: apresenta-se a princípio como estratégia dominante⁴⁶.

Dessa forma as próximas seções tratam de modelar o mercado estudado incorporando a incerteza gerada pela informação incompleta. Procura-se em um primeiro momento introduzir o problema, em seguida é apresentado um pequeno resumo da teoria proposta e uma breve revisão da vasta literatura disponível na área.⁴⁷ Por fim, o modelo proposto é apresentado.

4.1. A presença da incerteza no mercado:

A informação incompleta ocorre devido a uma especificidade desse mercado: os alunos se candidatam antes de saber suas notas e as notas de seus concorrentes no vestibular, gerando um grande grau de incerteza na hora da escolha para quais faculdades se candidatarem. Portanto, mesmo aquele aluno que conhece sua capacidade, ao tomar sua decisão na segunda fase do processo, leva em consideração uma variável não observada que reflete essa incerteza, ou insegurança.⁴⁸

⁴⁵ Nota de corte, é a nota mínima necessária para o aluno conseguir uma vaga naquela instituição. Essa nota só é divulgada após o vestibular e a correção das provas. Sofre pequenas variações ao longo dos anos.

⁴⁶ Deixaria de ser dominante se existisse algum tipo de punição caso o aluno seja pego realizando alguma manobra.

⁴⁷ Dada a quantidade de artigos foi realizada uma seleção deles, no sentido de priorizar aqueles que propõem de alguma forma, modelos semelhantes ao aqui estudado.

⁴⁸ Afinal a instituição ao declarar suas preferências muitas vezes limita inferiormente a nota do aluno, isto é classifica a nota mínima para um aluno ser aceitável, notas muito altas dificilmente não terão vaga, dado o histórico dos anos anteriores, porém existe uma faixa, na qual está grande parte dos alunos, de muita incerteza. Existe ainda o caso de a instituição estar em uma fase de mudança do processo, e nesse caso o aluno não tem referência nenhuma de anos anteriores. (é o que tem ocorrido com a FUVEST nos últimos três anos)

Deve-se ainda destacar que o intervalo entre a segunda etapa do processo e a terceira chega a ser de cinco meses em algumas instituições. Tempo esse suficiente para candidatos se esforçarem a ponto de mudar o desempenho, ampliando a importância do fator de incerteza. Araujo(2004), Heckman(2001) e Bowles(2001) concordam com a insuficiência de prever resultados baseando-se apenas no parâmetro unidimensional *habilidade cognitiva*, e acreditam que se deve ampliar os modelos da teoria econômica levando em consideração as *habilidades não-cognitivas*, uma vez que essas estão se mostrando cada vez mais determinísticas no sucesso/fracasso do indivíduo.

Dessa forma, o jogo se inicia com a natureza escolhendo as habilidades cognitivas dos jogadores, que chamaremos de tipo. Supõe-se que os tipos dos candidatos seguem uma distribuição contínua de probabilidade sob um conjunto compacto Θ que é comum a todos os jogadores. Denotaremos $\bar{\theta} \in \Theta$ o supremo desse conjunto, o qual indica o melhor tipo; da mesma forma, o ínfimo será indicado por $\underline{\theta}$. Sem perda de generalidade, temos que $0 \leq \theta \leq 1$ ⁴⁹.

Cada jogador toma duas decisões: (i) em um primeiro estágio, escolhendo o quanto de risco está disposto a tomar; e (ii) uma vez escolhido o risco, define-se o quanto de esforço realizar. O risco pode levar um candidato a escolher um curso menos concorrido, mesmo sendo menos preferido, ou a optar por instituições que, historicamente, são menos concorridas. Em relação ao esforço, pode-se argumentar que o nível de esforço escolhido seja função do esforço anterior ao momento da decisão de se candidatar. Sem perda de generalidade, pode-se considerar que a escolha do nível do esforço é apenas função do risco assumido e do tipo do candidato, pois se pode incorporar o esforço anterior ao tipo do candidato, cuja decisão cabe à natureza. Vamos chamar de e_i o esforço exercido pelo candidato i , tal que $0 \leq e_i \leq 1$.

É natural supor que o tipo θ_i que o candidato acredita ser influencia na decisão da quantidade de esforço ótimo, no sentido em que como os agentes são diferentes, têm custos e retornos marginais por esforço distintos. Outra diferença relevante entre os candidatos se refere à ordenação de preferências pelos prêmios, no caso vagas em faculdades diferentes.

Os jogadores tomam suas decisões simultaneamente escolhendo o nível de esforço e o risco, seguidos de um movimento da natureza, que influencia o desempenho de cada jogador

⁴⁹ Um jogador i acerta com probabilidade k seu tipo, com $0 \leq k \leq 1$. Ao considerar θ como o tipo que o candidato acredita ser, suas variáveis de escolha não mudam acertando ou não seu verdadeiro tipo (dado que o agente só percebe se acertou ou errou depois de tomada as decisões.) Quando o candidato erra seu tipo, ele pode não fazer as escolhas ótimas, o que acaba afetando o resultado final.

somando um termo de erro ε na nota do aluno. Essa influencia é aleatória. Só então é possível observar o desempenho final dos candidatos e através das regras, definir o(s) vencedor(es) .

Assim, uma vez que o jogador toma sua primeira decisão, ele se depara com um jogo na forma estratégica, em que seu *payoff* dependerá basicamente da decisão dos outros jogadores, e da natureza. É esperado que a decisão no primeiro estágio influencie a decisão do segundo, de forma que elas não são independentes.

4.2 Revisão da Literatura

Dois tipos específicos de jogos bastante estudados na literatura apresentam-se pertinentes na modelagem do mercado do vestibular com informação incompleta como proposto. Quais seriam os leilões do tipo *all pay* e os jogos de torneios.

O leilão do tipo *all pay*, segundo Noussair(2006) é um tipo de leilão em que todos os apostadores pagam a quantia de suas apostas, e existe apenas um vencedor, aquele com o maior lance, que ganha o prêmio. Ainda segundo esse autor, todos os estudos realizados sobre esse tipo específico de leilão encontraram que os participantes com maior probabilidade de vitória tendem a dar lances mais agressivos daqueles realizados em Equilíbrio de Nash. Já os jogadores que têm baixa avaliação do objeto tendem a dar lances perto, mas normalmente abaixo do equilíbrio. Sob informação simétrica, apenas o jogador com maior avaliação sobre o bem participa, os demais dão lance igual a zero. (No máximo aquele com a segunda maior avaliação participa).

O paralelo aqui com o vestibular é possível dado que o esforço tem um custo e pode ser comparado ao lance de um jogador, enquanto a conquista da vaga, é o prêmio para o vencedor. A diferença é que, por existirem muitas vagas, haverá mais vencedores.

Já os jogos de torneio são um tipo específico de jogo que valoriza a atuação relativa do jogador em relação a seus oponentes, isto é: têm como principal característica a importância não mais do desempenho, ou produto absoluto, mas sim do relativo. Através da análise da posição alcançada em um ranking de performance relativa encontram-se os vencedores. O vestibular pode ser modelado como um jogo de torneio, no sentido em que os resultados possíveis são sucesso ou fracasso, e esses resultados estão atrelados a um desempenho relativo, e não absoluto, de um candidato. Isto é: o quanto é necessário se esforçar é uma variável aleatória, dado que a nota necessária de um jogador i é tal que seja alta suficiente

para que no máximo “ $n-1$ ” indivíduos alcancem uma nota maior que a desse jogador i , em que “ n ” é o número de vagas da instituição disputada por i .

A literatura sobre os jogos de torneio e os leilões *all pay* é muito vasta e é comum a interface dessas questões com o modelo do Agente/Principal. Foi realizada uma breve revisão de alguns artigos nas duas áreas que de alguma forma apresentam um problema próximo ao do vestibular brasileiro.

O artigo de Dubey(2000) trata de um torneio realizado em T períodos em que um principal de uma firma deve dar um prêmio, uma promoção, a um de seus funcionários que possuem habilidades heterogêneas. No entanto, o primeiro não observa as habilidades dos trabalhadores, apenas o produto produzido por cada um, enquanto que esses últimos sabem em cada período o que foi produzido no período passado e competem entre si, próximos suficientes para obterem informações uns dos outros. Existe um custo de monitoramento para o principal e de esforço para os agentes. A grande questão introduzida pelo artigo foi condicionar o comportamento do agente com os produtos passados observados. O jogo é modelado como um jogo extensivo de T - períodos com informação perfeita. É promovido aquele trabalhador que produza a maior quantidade de produto nos momentos do tempo em que o principal monitora que é uma variável desconhecida pelos trabalhadores.

Os autores iniciam a exposição do modelo com apenas dois agentes que optam por se esforçar ou não em cada período. Em seguida estendem o modelo para um número maior de agentes e uma escolha continua de esforço. Fazem uso de um modelo probabilístico para chegar ao resultado final do jogo e provam que sempre existe um equilíbrio perfeito para o problema do principal. Concluem que é dominante para o principal escolher o menor número de amostras de resultados.

Kräkel(2007) analisou a escolha do risco ótimo em um torneio em dois estágios. Em um primeiro momento ambos agentes decidem o risco, e após observarem os riscos decidem pelo nível de esforço ou de investimento. Os agentes são heterogêneos e os equilíbrios interiores no nível de esforço são assimétricos. A escolha do risco, portanto, influencia tanto no nível o esforço como a probabilidade de vitória. Seus resultados apontam duas grandes questões como decisivas na escolha do risco *i)* Se o aumento do risco fortalece ou não o incremento marginal do esforço, e *ii)* Se mais risco aumenta ou diminui a probabilidade de vitória. A dependência entre as variáveis de escolha, dado que os agentes são diferentes, que ainda não haviam sido exploradas na literatura, altera alguns resultados.

Chade&Lewis&Smith (2006) apresentam um modelo que mais se aproxima do aqui proposto. Os autores em seu artigo “*The College Admission Problem with uncertainty*” tratam do problema introduzido por Gale-Shapley incorporando fatores mais realistas, como o mercado descentralizado na candidatura às instituições, além do custo monetário em se candidatar. Dessa forma o estudante observaria possíveis instituições, e baseado em seu tipo e no custo da aplicação, restringiria suas aplicações. Introduce também fricções, atritos no mercado, que traz como consequência a instituição observar um sinal imperfeito do tipo do aluno. Difere do modelo que será apresentado na próxima seção em alguns pontos: as preferências dos alunos sobre os colégios são idênticas. A única variável de escolha do candidato é em qual instituição se aplicar, já no modelo aqui proposto o quanto o candidato se esforça é uma variável de escolha.

Os autores percebem que os melhores tipos se aplicam para a melhor faculdade, enquanto os piores para a faculdade relativamente pior, os alunos intermediários acabam se aplicando às duas faculdades. Esse resultado é muito próximo ao encontrado por Bardella e Sotomayor(2007) quando analisaram empiricamente o mercado de pós graduação em economia. Por fim, através de uma análise de estática comparativa verificaram que ao aumentar o número de vagas em uma escola a outra sofria queda no número de candidatos.

4.3 O modelo Proposto para o mercado em questão:

É informação comum a todos os candidatos: (i) o número de participantes (dada as estatísticas anteriores), (ii) a distribuição dos tipos, (iii) sua preferência pelas faculdades, (iv) todos os candidatos decidem o quanto se esforçar ao maximizar a função de utilidade individual, cuja forma é a mesma para todos os candidatos.

Define-se Bm_j o conjunto formado pelos candidatos que se aplicam à faculdade m_j . E ainda Vs_i o conjunto formado pelas faculdades que s_i se candidatou.

A função utilidade não transferível de um jogador i é dada por:

$$U_i = \max\{t_{ij} * S_{ij},\} - c(e_{ij}) \quad \forall j \in Vs_i \quad (1)$$

Sendo S uma variável Dummy tal que $S_i = \begin{matrix} 1 & \text{se } i & \text{tem} & \text{sucesso} \\ 0 & \text{se } i & \text{tem} & \text{fracasso} \end{matrix}$.

Em que sucesso implica que o candidato i conseguiu uma vaga na faculdade j . t_{ij} é um escalar que difere por faculdade, e por individuo, e é maior, quanto mais preferida for a faculdade

para aquele individuo. Dessa forma o máximo de $t_{ij}S_{ij}$ é alcançado com a faculdade mais preferida pelo candidato i em que este conseguiu uma vaga. Note que: dadas duas faculdades m e m' , tal que $m \succ_i m'$ temos que $t_{im}(S=1) > t_{im'}(S=1) > t_{im}(S=0) = t_{im'}(S=0)$

O custo ou a utilidade negativa do candidato i se esforçar é captado por $c_i(e_i)$. O número de faculdades n a qual i se aplica aumenta seu custo. Sabe-se que S_{ij} é função do risco, do esforço e do tipo do individuo, além do desempenho dos outros candidatos que denotaremos por x_k , para todo $k \in Bm_j$;

$$S_{ij} = f(\text{esforço}, \text{tipo}, \text{risco}, x_k) = f(e, \theta, r, x_k) \quad \forall k \neq i, k \in Bm_j \quad (2)$$

O desempenho x_{ij} do individuo i na faculdade j é observado, pois é a nota obtida no vestibular. Segundo as hipóteses consideradas, pode-se sugerir a seguinte função para esse desempenho:

$$x_{ij} = \lambda_j [z_j(\theta_i) + h(e_i) + \gamma_j + \varepsilon_{ij}] \quad (3)$$

Os escalares (λ_j, γ_j) são referentes às possíveis ações afirmativas que multiplicam a nota do aluno que pertença a alguma conjunto prioritário tal que $\lambda_j > 1$, ou que receba pontos extras no exame $\gamma > 0$. θ esta relacionando o candidato a seu tipo, através da função z que é monótona crescente no argumento, isto é, quanto maior θ , maior o $z(\theta)$, e ε é um termo aleatório ou o componente de sorte. Dessa forma ε segue uma distribuição Ψ com variância diferente de zero. Caso a instituição não tenha nenhuma ação afirmativa, a nota do aluno é dada por:

$$x_{ij} = z_j(\theta_i) + h(e_i) + \varepsilon_{ij} \quad (4)$$

Pode-se modelar a função sucesso S como uma função de distribuição de probabilidade da seguinte forma:

$$p_{ij} = \Pr(S_{ij} = 1 / e, \theta, r) = 1 - \Pr(S_{ij} = 0 / e, \theta, r) \quad (5)$$

Em que p_{ij} indica a probabilidade do aluno i passar na faculdade j . Assumindo neutralidade ao risco conforme proposto por *Von-Neumann e Morgenstern* tem-se que a utilidade esperada do candidato i que se candidata apenas á uma faculdade j será:

$$E(U_i) = p_{ij}(t_{ij}(S)) - c_i(e_i) + (1 - p)(-c_i(e_i)) \quad (6)$$

$$\forall j \in Bs_j$$

Dessa forma o e^* (nível de esforço ótimo) será tal que:

$$\frac{\partial E(U_i)}{\partial e_i} = 0 \quad (7)$$

Essa maximização de fato traz a melhor resposta do candidato i , para uma dada faculdade j , em função de sua preferência, seu tipo e às notas de seus concorrentes. Como existem várias faculdades no mercado, o problema do candidato ao se candidatar a mais de uma faculdade, é da seguinte forma: deve-se comparar sua utilidade em todas as combinações possíveis dessas faculdades, considerando o custo do esforço e o benefício da vaga.

Para uma análise da estática comparativa da mudança de incentivos dos agentes de acordo com a mudança nas probabilidades de se conseguir uma vaga nas instituições, faz-se necessário ajuda de um software. A metodologia utilizada e os resultados encontrados estão no próximo capítulo.

Capítulo 5

SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Esse capítulo pretende realizar alguns exercícios referentes ao modelo apresentado no capítulo anterior. Encontrar um equilíbrio de mercado (notas mínimas e esforços ótimos) e entender a sensibilidade do esforço ótimo do candidato, dada as variáveis escolhidas pela natureza.

5.1. Metodologia

Considera-se um número infinito de candidatos e duas faculdades. O objetivo nessa etapa é encontrar o equilíbrio do mercado.

- 1) Como passo inicial, supõe-se um valor da nota de corte inicial para cada uma das faculdades e um número de vagas para cada uma delas, distinto ou não.
- 2) Cria-se um contínuo de tipos de massa um.
- 3) Dentre esse contínuo de tipos estipula-se um grau de preferência entre as duas faculdades.
- 4) A nota de cada candidato em cada uma das faculdades segue a seguinte função:

$$\text{Nota}_{1i} = \theta_i + h_1(e_1, e_2) + \varepsilon_1 \quad (12)$$

$$\text{Nota}_{2i} = \theta_i + h_2(e_2, e_1) + \varepsilon_2 \quad (13)$$

- 5) Assumi-se a seguinte forma funcional para h , e para a função de utilidade U . Dada as restrições já impostas em e_i , h tem seu domínio restrito ao intervalo (0,1):

$$h_1 = \frac{3e_1 + e_2}{4} \quad (14)$$

$$h_2 = \frac{3e_2 + e_1}{4} \quad (15)$$

$$U_i = \max\{t_{i1} * S_{i1}, t_{i2} * S_{i2}\} - \left(\frac{e_{i1}}{\theta}\right)^2 - (e_{i2})^2 \quad (16)$$

- 6) Dada a distribuição do termo de erro e dos tipos, é possível definir a distribuição da função de utilidade esperada. Dessa forma, encontra-se o nível de esforço ótimo, em função do tipo, das

notas de corte e da preferência do candidato. Assim, define-se o nível ótimo de esforço para aquela nota de corte inicial.

7) Calcula-se o número de candidatos que alcançaram a nota de corte mínima e optaram por cada uma das faculdades. Se o número de aceitos supera o número de vagas daquela instituição a nota de corte inicial deve ser elevada e o processo deve ser refeito. Procura-se encontrar um ponto que equilibre o esforço ótimo, o número de vagas e a nota mínima para cada uma das faculdades.

8) O equilíbrio é encontrado quando o número de candidatos aceitos é condizente com o número de vagas daquela instituição.

O software utilizado para realizar as simulações foi o Matlab, devido às facilidades e recursos disponíveis.

5.2 Simulações e Resultados

Como o sucesso do candidato é diretamente relacionado à nota obtida no vestibular, e essa depende de um termo de erro aleatório, o primeiro passo é definir a função de distribuição dessa variável. Dessa forma define-se que o termo de erro segue uma distribuição uniforme entre zero e um. A probabilidade de um candidato i passar na faculdade um , é dada por:

$$\begin{aligned} \Pr(S_{i1} = 1 / e, \theta, x_{m1}) &= \Pr(x_{i1} > x_{m1}) = \Pr(\theta_i + h_{i1}(e_1, e_2) + \varepsilon_j > x_{m1}) \\ &= \Pr(\varepsilon_j > x_{m1} - (\theta_i + h_{i1}(e_1, e_2))) \\ &= 1 - (x_{m1} - (\theta_i + h_{i1}(e_1, e_2))) \end{aligned} \quad (17)$$

Onde x_{m1} é a nota mínima para passar na faculdade um . Da mesma forma, calcula-se a probabilidade do indivíduo i obter sucesso na faculdade $dois$. Se for considerado que todos os indivíduos preferem a faculdade um à faculdade $dois$ ⁵⁰, a função de utilidade esperada do indivíduo i pode ser expressa por:

$$EU_i = \Pr1 * t_{i1} + t_{i2} (1 - \Pr1) * \Pr2 - \frac{e_{i1}^2}{\theta_i} - (e_{i2})^2 \quad (18)$$

Conhecida a função de utilidade esperada deve-se encontrar o ponto ótimo da função, ou seja, o ponto de máximo. Para tanto deriva-se a função de utilidade esperada pelas variáveis de escolha

⁵⁰ A hipótese de que uma faculdade é preferível a outra por todos os candidatos é forte, no entanto se aplica a muitos casos. Basta supor que a faculdade um é está em uma instituição de ensino pública de excelência, enquanto a faculdade $dois$ é uma faculdade privada e que tenha conceitos no MEC piores que os da faculdade um . Estando ambas faculdades próximas espacialmente.

$$\frac{\partial E(U_i)}{\partial e_i} = 0, i = 1, 2 \quad (19)$$

Dessa forma, o vetor de esforço ótimo condicionado ao tipo, ao grau de preferência pelas faculdades e às notas mínimas das duas faculdades é dado pelas equações abaixo:

$$e_1^* = -\frac{1}{2} \frac{(t_1 t_2 + 12t_1 - (t_2 - 12)t_2 + (t_2 + 12)t_2 x \min_2 + 2t_2^2 \theta - 16t_2 \theta - (3t_2 + 4)t_2 x \min_1)}{(t_2^2 \theta - 3t_2 \theta - 3t_2 - 16)\theta} \quad (20)$$

$$e_2^* = \frac{1}{5} \frac{((t_1 - t_2)6\theta + 6t_2 \theta x \min_2 - 3t_2 \theta e_1^* - 8t_2 \theta^2 + 2t_2 \theta x \min_1 - 16e_1)}{\theta/t_2} \quad (21)$$

5.2.1 Equilíbrio do Mercado

Suponha uma alocação final tal que vinte e cinco por cento (25%) dos candidatos são alocados à faculdade *um*, 25% à faculdade *dois* e metade dos candidatos não consigam vaga em nenhuma instituição. Supondo que os tipos dos candidatos também sigam uma distribuição uniforme entre zero e um, e sabendo que a distribuição conjunta da soma de uniformes $[0,1]$ segue uma distribuição com fdp⁵¹ descrita em (25) e expressa na Figura-2. Em que $u = \theta + \varepsilon$.

$$f(u) = \begin{cases} u & \text{se } 0 \leq u \leq 1 \\ -u + 2 & \text{se } 1 \leq u \leq 2 \end{cases} \quad (22)$$

Elaboração Própria

Figura 2– fdp de u

⁵¹ A distribuição da soma de variáveis aleatórias uniformes no intervalo zero um tende à distribuição normal. E pode ser encontrada

$$P_{X_1 + \dots + X_n}(u) = \int \int \dots \int \delta(x_1 + x_2 + \dots + x_n - u) dx_1 dx_2 \dots dx_n,$$

diretamente através da função delta, $\delta(x)$ é a função delta

Dada a distribuição tem-se que a nota da prova varia entre zero e três, dependendo do esforço, do tipo e do termo de erro. Daí seguem as condições de equilíbrio:

-*Condição de Equilíbrio 1(CE1)*: Massa de indivíduos com notas entre a nota mínima da faculdade um e a nota máxima deve ser igual a um quarto:

$$\begin{aligned} \Pr(x_{i1} \geq x_{m1}) &= \Pr(\theta_i + h_{i1}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2})) + \varepsilon_{i1} \geq x_{m1}) = \frac{1}{4} \\ 1 - \Pr(\theta_i + \varepsilon_{i1} \geq x_{m1} - h_{i1}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2}))) &= \frac{1}{4} \\ \Pr(\theta_i + \varepsilon_{i1} \geq x_{m1} - h_{i1}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2}))) &= \frac{3}{4} \\ x_{m1} - h_{i1}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2})) &= 1.25 \end{aligned} \quad (1^a \text{ CE})$$

Elaboração Própria

Figura 3 – Área correspondente a $\frac{3}{4}$ da área total da Figura

- *Condição de Equilíbrio 2 (CE2)*: Massa de indivíduos com notas entre a nota mínima da faculdade dois e a nota mínima da faculdade um deve ser igual a um quarto:

$$\begin{aligned} \Pr(x_{i1} \leq x_{m1}) * \Pr(x_{i2} \geq x_{m2}) &= \frac{3}{4} * \Pr(\theta_1 + h_{i2}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2})) + \varepsilon_{i2} \geq x_{m2}) = \frac{1}{4} \\ 1 - \Pr(\theta_1 + \varepsilon_{i2} \geq x_{m2} - h_{i2}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2}))) &= \frac{1}{3} \\ \Pr(\theta_1 + \varepsilon_{i2} \geq x_{m2} - h_{i2}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2}))) &= \frac{2}{3} \\ x_{m2} - h_{i2}(e_1^*(x_{m1}, x_{m2}), e_2^*(x_{m1}, x_{m2})) &= \frac{2 * \sqrt{3}}{3} = 1.1574 \end{aligned} \quad (2^a \text{ CE})$$

As variáveis as quais determinam que candidatos façam esforços distintos são o grau da preferência pelas faculdades e o tipo do candidato. Com a ajuda do software Matlab⁵²

⁵² O programa usado para essa seção está disponível, basta entrar em contato com o autor.

encontra-se o ponto fixo do problema, isto é: as notas mínimas de cada faculdade, que façam com que as vagas sejam ocupadas e os candidatos todos escolham o esforço ótimo que maximize sua função utilidade. Para encontrar esse ponto, fixa-se a preferência da faculdade *um*, em relação à preferência da faculdade *dois* igual para todos os indivíduos, e como o tipo é distribuído uniformemente, considera-se a Esperança do tipo.

Elaboração Própria

Figura 4 – Área correspondente a 2/3 da área total da Figura

Considerando a preferência pela faculdade *um* igual a três e da faculdade *dois* igual a um, encontra-se as notas de corte de equilíbrio para a faculdade *um* igual a 1.8122 e para a faculdade *dois*, igual a 1.7. Esses valores asseguram que um quarto dos candidatos estará na faculdade *um*, um quarto na faculdade *dois*, e metade dos candidatos não alcançaram vaga alguma. Para essas notas mínimas, o tipo médio tem esforços ótimos para a faculdade *um* e *dois* respectivamente iguais a: 0.5431 , 0.6134. Se a preferência pela faculdade *um* passa a ser de apenas 1.5 em relação à faculdade *dois* então, os esforços *um* e *dois* do tipo médio e as notas de corte seriam respectivamente = (0.2639, 0.4259 , 1.5544, 1.528). Perceba que o indivíduo mediano passa a se esforçar mais para a faculdade *dois*.

5.2.2 Exercícios Realizados

Além de encontrar um equilíbrio no mercado para uma relação de preferência específica, é interessante analisar a resposta dos esforços dada às notas mínimas e o tipo do candidato. Essa seção pretende fazer diversos exercícios nessa direção.

Os gráficos a seguir, mostram como a utilidade esperada e os esforços do candidato variam de acordo com seu tipo e a magnitude da preferência pela faculdade *um* em relação à faculdade *dois*. Para todos os gráficos dessa seção a magnitude da preferência⁵³ varia de 1.2 à 3.0 em cem partições simétricas, assim como o tipo do candidato que assume valores entre 0.0001 a 1 (*um*) também em cem partições simétricas.

Os dados plotados no Gráfico-6 são referentes à utilidade esperada de cada candidato, dado que este tem informação sobre as distribuições do erro e dos tipos de candidatos na sociedade, além das notas de corte das faculdades. Na maximização de sua função utilidade o candidato considera o tipo que ele acredita ser, não necessariamente sendo o seu tipo verdadeiro.

Fonte: Elaboração Própria

Gráfico-6 E(U) Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para F1= 1.2 e F2 0.6

O primeiro resultado extraído do gráfico é que a utilidade esperada de todos os candidatos é maior ou igual a zero. O que faz todo sentido, dado que todo agente tem a opção de não se candidatar a nenhuma faculdade. Os candidatos do pior tipo são os que exibem menor utilidade, no entanto é semelhante à utilidade de tipos bons que não gostam muito da faculdade *um*. Essa baixa utilidade dos tipos muito bons pode ser explicada pela falta de

⁵³ A magnitude da preferência indica o quanto aquela faculdade é preferida em relação à faculdade *dois*. (Normaliza a preferência da faculdade 2 para 1 (*um*)).

incentivo a se esforçar para a faculdade um atrelado ao fato do ganho de utilidade em passar em uma faculdade ser baixo.

É bastante intuitivo que os melhores tipos que queiram estudar na melhor faculdade sejam os agentes que alcancem maior utilidade esperada, dado que a probabilidade de sucesso é alta assim como o ganho com o sucesso, além disso o custo é mais baixo. De fato, esse é o cenário observado.

O interessante é analisar os tipos médios, e como a preferência pela faculdade *um* é determinística na utilidade esperada. Indivíduos médios que almejam muito uma vaga na faculdade *um*, têm utilidade esperada maior que tipos muito bons. Isso é explicado pela probabilidade de sucesso ser maior para esses indivíduos, dado o esforço ótimo.⁵⁴

Considerando essas duas variáveis (tipo e preferência) como dadas para o indivíduo, pode-se analisar como os esforços que os indivíduos realizam variam. O Gráfico-6 apresenta a resposta dos indivíduos (e_1 e e_2) dado o tipo e as preferências pelas faculdades. O gráfico da direita descreve o esforço *um* no eixo Z, e o da esquerda o esforço *dois*.

Fonte: Elaboração Própria

Gráfico-7 Esforço do Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para F1= 1.2 e F2 0.6

É fácil perceber semelhanças entre os Gráficos seis e sete devido à relação direta entre esforço e utilidade já descrita. Os esforços para as faculdades *um* e *dois* seguem comportamentos

⁵⁴ Se for considerada essa preferência pela faculdade um como a vontade de sucesso então observa-se que indivíduos medianos conseguem superar indivíduos bons desde que se esforcem mais. E como a análise é na realidade, baseada na utilidade tem-se que mesmo com o custo do esforço sendo maior para os indivíduos medianos, a recompensa positiva na utilidade mais que supera a parte negativa.

antagônicos, como resposta à mudança de preferência, o que é bastante intuitivo. Em ambos, o maior esforço é realizado pelo tipo bom, em extremos opostos (o esforço máximo de e_1 é realizado pelo melhor tipo quando a preferência pela faculdade *um* é máxima, enquanto o esforço máximo e_2 ocorre também para o melhor tipo, no entanto quando a diferença da preferência entre a faculdade *um* e *dois* é mínima.)

O candidato que se considera de tipo ruim tem e_1 igual a zero em todo o *grid* observado. Isto é, mesmo quando o indivíduo goste muito mais de uma faculdade, se sua probabilidade em conseguir uma vaga é baixa, o estudante opta por não se esforçar nada⁵⁵. Os tipos que se consideram bons só passam a se esforçar para a faculdade *um* quando a magnitude da preferência aumenta. Os tipos médios exigem uma diferença entre as preferências menor do que os tipos bons para começarem a se esforçar para a faculdade *um*.

Um outro exercício possível é verificar como varia o esforço, dado o tipo e a preferência pela faculdade *um* ao mudar a nota mínima necessária para passar no vestibular das faculdades. Se, por exemplo, essa faculdade passasse a ser mais rigorosa em sua classificação e só permitisse alunos com uma nota mínima de 1.5. Isto é, a faculdade prefere vagas ociosas a alunos com nota inferior a 1.5. O Gráfico-8 descreve o comportamento do esforço nesse cenário.

Gráfico-8 Esforço do Candidato em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para F1= 1.5 e F2=0.8

Ao aumentar a nota mínima de aceite das faculdades, é verificado que o tipo ruim realiza um esforço *dois* maior dada a preferência pela faculdade *um*. Afinal é necessária uma nota maior para obter sucesso, e o peso esperado do efeito aleatório já não é suficiente.

⁵⁵ Esse resultado vai de encontro ao estudo relatado no capítulo 1, aonde aponta que muitos alunos de escolas públicas, por se considerarem ruins, optam por não prestar vestibulares concorridos.

No entanto esses candidatos continuam não se esforçando para a faculdade *um*. O esforço *um* também é maior para os tipos bons, e atinge um pico maior que o anterior para o melhor tipo. Isto é, os candidatos se esforçam mais para ambas as provas.

5.2..3 Alocação dos Candidatos

Toda análise gráfica realizada até o momento considera a utilidade esperada do indivíduo baseando-se nas distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias. De fato, o esforço que o candidato realiza é baseado nessa medida. No entanto, o real *payoff* do indivíduo só é conhecido no final do jogo; assim como a alocação final nas faculdades. Dessa forma, é interessante simular um resultado. Isto é: supõe-se uma massa de indivíduos igual a um, com uma distribuição uniforme de tipos. Para cada tipo existente, existem candidatos com todas as magnitudes de preferências possíveis sobre as faculdades (respeitando sempre que a faculdade *um* é a mais preferida). Os candidatos maximizam a função de utilidade esperada e decidem pelo esforço ótimo, dada as notas de corte da faculdade. Após realizarem o esforço, fazem a prova, e sofrem o efeito da variável aleatória sorte, para então conhecerem o resultado do jogo: sua utilidade e sua alocação. O Gráfico -9 ilustra o resultado obtido com a simulação.

Fonte: Elaboração Própria

Gráfico-9 E(U) em função de seu tipo e da preferência pela Faculdade 1 dada as notas de corte para F1= 1.8 e F2=1.7

Percebe-se grande mudança na utilidade esperada e aquela realizada, e isso se deve ao fato da variável aleatória ter um papel decisivo no processo. Através das curvas de nível no plano X Y, verifica-se que os tipos muito bons, que a preferência pela faculdade *um* é pequena em relação à faculdade *dois*, são os que obtêm menor utilidade no processo, utilidade negativa.

Como foi visto, candidatos com esse perfil não se esforçam para F1, e se esforçam muito para F2. Os tipos ruins, que não se esforçam, têm em sua maioria utilidade igual a zero.

Mais uma vez, os tipos bons que valorizam a boa faculdade foram os que obtiveram o melhor resultado em relação à utilidade. A utilidade observada dos tipos medianos é bastante heterogênea, no entanto é maior quanto mais preferida é a faculdade *um*.

Por fim, o Gráfico-10 apresenta a alocação final da simulação realizada.

O eixo Y, vertical, indica o tipo do candidato e o eixo X sua preferência pela faculdade *um* em relação à faculdade *dois*.

Gráfico-10 Alocação Final segundo a preferência e o tipo do candidato

A alocação final é bastante correlacionada com a utilidade observada, o que é intuitivo. O resultado encontrado é próximo ao de Bardella e Sotomayor(2007) e Chade&Lewis&Smith (2006), no sentido que os melhores tipos ficaram na melhor faculdade e os piores tipos ficaram sem vaga. No entanto, como foram acrescentadas várias magnitudes na preferência pela faculdade *um*, esse incentivo extra para tipos medianos fez com que esses conseguissem

vagas na melhor faculdade, deixando tipos melhores na faculdade dois, e até sem faculdade. O fator aleatório deve ser o responsável por tipos muito ruins conseguirem vagas, apesar de ser sempre na pior faculdade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou observar o processo do vestibular sob diferentes ângulos, desde a eficiência do processo em alocar estudantes às faculdades, considerando as preferências dos agentes envolvidos, até entender os incentivos dos candidatos ao decidirem em quais instituições se candidatar e o quanto se esforçar.

A pesquisa bibliográfica realizada foi suficiente para perceber a complexidade e o tamanho do mercado estudado. Fica claro que ainda existem muitos pontos a serem explorados. A análise da evolução do processo permitiu perceber que a imposição de leis pelo governo federal impediu o processo de caminhar naturalmente para um equilíbrio. Por exemplo, a lei que impôs a unificação dos vestibulares dentro de uma instituição fadou ao fracasso os organismos responsáveis pelo processo entre as diferentes áreas do conhecimento.

A análise teórica do capítulo-3 aponta como algumas especificidades do mercado fazem com que alguns resultados básicos do *College-Admission* e do *School Choice* não se apliquem mais. No entanto o mercado do vestibular foi modelado incorporando um novo mercado à literatura. Foram necessárias adaptações para a utilização de todo o arcabouço teórico disponível.

O trabalho mostrou que a imposição da restrição das listas de candidatura dos estudantes pode gerar sérias ineficiências, e não apresenta ganho aparente. Essa restrição não existia no antigo sistema (vestibular agrupado por áreas) eliminado pela lei. O trabalho expõe como o processo de alocação vigente tem falhas. Além de poder trazer ineficiência na alocação de recursos, a restrição nas listas dos estudantes permite a manipulação por parte dos candidatos, independente do mecanismo direto utilizado.

Dessa forma, é sugerido que esta restrição seja eliminada dos processos seletivos das universidades públicas do Brasil. No entanto, não é viável que esta eliminação seja completa dentro de uma instituição de ensino, pois existem diversas grandes áreas em uma universidade e as habilidades dos candidatos requeridas para cada uma delas são distintas. No entanto, ao restringirmos a uma grande área específica o custo em se implementar um sistema de opções é irrisório, e seria suficiente para eliminar grande parte da ineficiência gerada. Assim, o aluno ao se candidatar em uma instituição, deverá classificar por ordem de preferência as faculdades

em que deseja uma vaga dentro de uma área. Um ranking geral da área deverá ser formado, e o algoritmo de Gale-Shapley com os estudantes propondo deverá ser utilizado. Nesse caso nenhum estudante terá incentivos em declarar preferências falsas.

A alocação final será formada pelos melhores alunos que se candidatam a uma área do conhecimento. O aluno que não fica com sua primeira opção decide se prefere a vaga em uma faculdade menos preferida ou se prefere se preparar mais um ano para o próximo vestibular.

O trabalho não analisou em profundidade a questão das ações afirmativas. Apenas sabe-se que, segundo estudos realizados, elas não diminuíram a qualidade dos estudantes, mesmo selecionando pessoas menos preparadas.⁵⁶ Ao analisar as possíveis estratégias dos estudantes em um mercado em que existem as ações afirmativas, acredita-se que declarar como apto a estar em um dos grupos privilegiados pela ação apresenta-se em um primeiro momento, como estratégia dominante para todos os candidatos. Isso se confirma por não existir punição para aqueles que se incluem indevidamente em um dos conjuntos prioritários, e o resultado no vestibular é no mínimo tão bom quanto seria caso o candidato não estivesse em nenhum desses grupos.

Dessa forma, para explicar o comportamento da grande maioria declarar a verdade e se excluir do benefício, partindo da hipótese que os agentes são racionais, passa-se a incorporar na utilidade do indivíduo a satisfação por declarar a verdade. Uma alternativa seria acreditar que o candidato não “calculou” sua nota final de maneira correta devido a uma falta de informação do mercado.

A falta de informação do mercado migra a análise para um mundo com incertezas, o modelo apresentado no capítulo quarto tenta captar como seria o comportamento do indivíduo nesse cenário. Os resultados do modelo proposto, apresentados no capítulo quinto, conseguem explicar comportamentos observados no mercado real.

A revisão da literatura realizada no trabalho corrobora os resultados do modelo apresentado quando se constata que os tipos que se consideram ruins não se esforçam para a faculdade *um*, avaliada como preferida por todos os candidatos. Neste contexto é possível fazer um paralelo

⁵⁶ Pessoas menos preparadas no sentido da preparação para o vestibular, pois boa parte dos privilegiados por essas ações não teriam tido sucesso no vestibular tradicional. No entanto, apesar de menos preparados apresentaram desempenho satisfatório já na universidade.

com os estudantes de escolas públicas que não têm incentivos de nem mesmo se inscreverem em vestibulares concorridos.

Um resultado interessante, é que o aumento das notas de corte estimula os indivíduos a estudarem mais. Portanto, uma política a ser estudada é aumentar os pontos mínimos necessários nos processos seletivos, dado que até os candidatos que se consideram do tipo ruim estudam mais quando a nota de corte é mais alta.

Os resultados encontrados com o modelo são próximos aos resultados de um leilão do tipo *all pay*, como previsto. De fato, os tipos ruins não se esforçam, e aqueles que avaliam mal as faculdades também despedem pouco ou nenhum esforço. Os tipos bons com alta avaliação da melhor faculdade se esforçam mais que o necessário.

O modelo apresentado ainda foi pouco explorado e pode ajudar a responder várias outras perguntas através de exercícios simples. Por exemplo: (i) exercícios que considerem o mercado em equilíbrio para todos os tipos, quando se determina o esforço ótimo; (ii) Incorporar nas preferências dos candidatos pelas faculdades o tipo dos aceitos de forma mais direta, isto é, a preferência pela faculdade deixa de ser exógena no modelo, essa extensão é razoável, dado que o *peer effect* já foi constatado em diversos estudos.

Um outro exercício interessante é entender como variam as respostas dos diferentes tipos quando o peso dado ao componente de erro na nota varia. É intuitivo pensar que no extremo, quando o componente de erro determina a nota, nenhum candidato tem incentivo a se esforçar. No outro extremo, com a nota completamente determinada antes da escolha do esforço, nenhum tipo ruim se esforçaria. Apenas aqueles candidatos que têm condições de alcançar as notas mínimas das faculdades avaliariam se o custo do esforço, para conseguir essa nota mínima, seria compensado pelo ganho de utilidade em conseguir uma vaga. Em caso positivo, estes se esforçariam naquele montante mínimo, caso contrário observar-se-ia esforço nulo.

Incorporar ao custo do candidato um custo independente do esforço que capte o custo financeiro da matrícula fazendo a loteria ser onerosa, pode ajudar a explicar ainda mais as inscrições nos diversos vestibulares. Outras distribuições para o termo de erro e para os tipos na sociedade devem ser testadas assim como incorporar na nota as ações afirmativas.

Finalmente, o modelo apresentado no capítulo 4 é muito mais geral que o desenvolvido no capítulo 5 deixando para um futuro trabalho uma exploração mais ampla desse modelo além de possíveis extensões do mesmo.

A principal contribuição dessa dissertação foi modelar o processo de admissão às instituições de ensino superior do Brasil, coletando diversas informações sobre o processo como um todo, mostrando sua complexidade e as diversas possíveis escolhas dos agentes envolvidos.

BIBLIOGRAFIA

ABDULKADIROGLU, A. and T. SONMEZ (2003) *School choice: A mechanism design approach*, *American Economic Review*, 93, 729-747.

ARAUJO, Aloisio ; Daniel Gottlieb and Humberto, Moreira. *Mixed Signals and the Economics of the GED* Unpublished manuscript, Rio de Janeiro, Brasil, Abril 2004.

BEKER, G. S. (1962). **Investments in human capital: A theoretical analysis.** *Journal of Political Economy*, 70:9-49.

BALINSKI, M. and T. SONMEZ (1999) *A tale of two mechanisms: Student placement*, *Journal of Economic Theory*, 84, 73-94.

BARDELLA, Felipe Palmeira. **Alocação de estudantes aos centros de pós-graduação em economia no Brasil**; Dissertação apresentada à Faculdade de Administração, Economia e Contabilidade. Universidade de São Paulo, 2005

BARDELLA, Felipe Palmeira; Marilda Sotomayor. Trabalho em andamento ;2007

BOWLES, Samuel , Herbert Gintis and Melissa Osborne ; *Incentive-Enhance Preferences: Personality, Behaviors and Earnings* . *The American Economic Review*, Vol. 91, No 2, Papers and Proceedings of the hundred thirteenth Annual Meeting of the American Economic Association, (May, 2001), pp.155-158

BRASIL — **Ministério da Educação e Cultura**. Disponível em www.mec.gov.br , acessado em 10/09/2006

CLARK, D.J., and Riis,C.(1998). *Competition over more than one Prize*. *American Economic Review* 88: 276-289

CUNHA, Nadia Franco da. **Vestibular na Guanabara**. Rio de Janeiro: Sem Editor, 1968.

DUBEY, P., Haimanko, O.: *Optimal scrutiny in multi-period promotion tournaments*. Games and Economic Behavior, 42, 1, 1-24 (2000)

DAULINS, Emilio Rêni. **Os determinantes do acesso à Universidade de São Paulo**; Dissertação apresentada à Faculdade de Administração, Economia e Contabilidade. Universidade de São Paulo, 2002

ERGIN, H. I. (2002) *Efficient resource allocation on the bases of priorities*, *Econometrica*, 70, 2489-2497.

FREITAS JÚNIOR, José Otávio —• **Seleção de Estudantes ao Curso Superior; Pesquisa Psicométrica e Estatística Realizada com o Exame Vestibular da Faculdade de Medicina do Recife em 1955**. Recife, Secretaria de Educação e Cultura, 1957, C . B . P . E.

MOTOYAMA, Shozo ; Marilda Nagamini : **FUVEST 30 Anos da Fundação Universitária para o Vestibular** / S. Motoyama, M.Nagamini. – São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2007.

GALE, D., L.S. Shapley. 1962. *College admissions and the stability of marriage*. Amer. Math. Monthly 69 9–15.

GREEN, J.R., Stokey, N.L., 1983. *A comparison of tournaments and contracts*. J. Polit. Econ. 91, 349–364.

HECKMAN, James J and Yona Rubinstein; *The Importance of Noncognitive skills: Lessons from the GED testing Program*. The American Economic Review, Vol. 91, No 2, Papers and Proceedings of the hundred thirteenth Annual Meeting of the American Economic Association, (May, 2001), pp.145-149

CHADE, Hector e Greg Lewis & Lones Smith. *The College Admissions Problem Under Uncertainty*, 2006 Meeting Papers 125, Society for Economic Dynamics.

INEP, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anízio Teixeira disponível em < www.inep.gov.br > acessado em 12/09/2006

KRÄKEL, Matthias. *Optimal Risk Taking in an Uneven Tournament Game with Risk Averse Players* , Discussion Paper No. 200, Universidade de Bonn, abril de 2007

LAZEAR E. dward P., and Rosen. Shervin". *Rank-Order Tournaments as Optirnurn Labor C:ontracts.*" J.P.E. 89 (October 1981): 841-64.

MAS-COLELL, A., M. D. Whinston e JR, Green. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, 1995.

MINCER, J. (1974). *Schooling, experience and earnings*. National Bureau of Economic Research.

MORAIS, Zélia Heringer. **O Vestibular em Discussão**; Dissertação apresentada à faculdade de educação da Universidade de São Paulo. Universidade de São Paulo, 1992. pág 1-15

NOUSSAIR, Charles Jonathon Silver: *Behavior in all-pay auction with incomplete information* Games and Economic Behavior: Volume 55, Issue 1, April 2006 pages 189-206.

ROMERO-MEDINA, A (1998), *Implementation of stable solutions in a restricted matching market*, *Review of Economic Design* 3(2): 137-147.

ROTH, A 1985. *The college admission problem is not equivalent to the marriage problem* ,Jornaul of Economic Theory 36: 277-288

_____ 1986 *On the allocation of residents to rural hospitals: a general property of two-sided marriage matching markets* Econometrica 54: 425-427

ROTH, Alvin E. and Marilda Sotomayor. 1989. *The college admission problem revisited*. Econometrica 57: 85-101

_____ [1990], *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*, Cambridge, Cambridge University Press.

_____ [2008]. *The stability of the equilibrium outcomes in the admission games induced by stable matching rules*, *International Journal of Game Theory*, Springer, vol. 36(3), pages 621-640, March.

SANTOS, Wladimir Dos. **A Verdade Sobre O Vestibular**. Wladimir dos Santos. São Paulo : Ática, 1988. 94p. (Série Educação em ação).:

SOTOMAYOR, Marilda. (1996) **Mecanismos de Admissão de candidatos às instituições. Modelagem e análise a luz da teoria dos jogos.** Revista de Econometria, 16, No. 1, 25-63

_____[2003] *Reaching the core of the marriage market through a non-revelation matching mechanism.* International Journal of Game Theory, Springer, vol. 32(2), pages 241-251.

_____[2008]. *The stability of the equilibrium outcomes in the admission games induced by stable matching rules,* International Journal of Game Theory, Springer, vol. 36(3), pages 621-640, March.

Simpósio sobre Exames Vestibulares (1970 : Salvador)

SPENCE; Michael; Richard Zeckhauser: **Insurance, Information, and Individual Action** The American Economic Review, Vol 61, No. 2, Papers and Proceedings of the Eighty-Third Annual Meeting of the American Economic Association. (May, 1971), pp. 380-387.

SPENCE, M. (1973). *Job market signaling.* Quarterly Journal of Economics, LXXXVII:355-74

VON Neumann, Jonh and Oskar Morgenstern. 1944. *Theory of Games and Economic Behavior.* Princeton: Princeton University Press.

APENDICE 1

Ações Afirmativas nos vestibulares das Instituições de Ensino Superior Públicas no Brasil – 2006		
	Instituição de Ensino Superior	Especificação da Ação por Instituição
1	UNEB . Universidade do Estado da Bahia	40% afrodescendentes e oriundos da rede pública; 5% p/ deficientes 20% p/ negros e 10% para indígenas.
2	UEMS . Univ. Estadual do Mato Grosso do Sul	20% p/ negros e 10% para indígenas.
3	UENF . Univ. Estadual do Norte Fluminense.	20% afrodescendentes, 20% oriundos da rede pública; 5% p/ deficientes.
4	UERJ . Univ. do Estado do Rio de Janeiro.	20% afrodescendentes, 20% oriundos da rede pública; 5% p/ deficientes.
5	FAMERP - Faculdade Medicina S.J. do Rio Preto.	Adição de pontos para alunos oriundos da rede pública (30pts para alunos oriundos e +10 para afrodescendentes).
6	FATEC . Faculdade de Tecnologia . São Paulo. 7	Adotou, pontuação adicional como forma de ação afirmativa.
7	UEMG . Universidade do Estado de Minas Gerais	Adota 20% de cotas para afrodescendentes, 20% para alunos oriundos de escola pública e 5% indígenas e portadores de deficiência física.
8	UNIMONTES . Universidade Estadual de MontesClaros/MG.	Adota cota de 20% para afrodescendentes e 20% egressos de escolas públicas que comprovarem carência, além de 5% para indígenas e portadores de deficiência física
9	UEL . Universidade Estadual de Londrina.	Adota cota de 20% para negros oriundos da rede pública e mais 20 % para alunos da rede pública em geral, para cada curso.
10	UERGS . Universidade Estadual do Rio G. do Sul.	Adota cotas de 50% para candidatos pobres, e 10% para portadores de deficiência física.
11	UEG - Universidade Estadual de Goiás escola pública.	45% das vagas p/ estudantes negros, indígenas e que tenham estudado em escola pública
12	UEZO- Universitário da Zona Oeste - Rio de Janeiro	20%: afrodescendentes, 20% oriundos da rede pública; 5% p/ deficientes).
13	UNEMAT- Universidade do Mato Grosso	25% para negros
14	FAETEC - Fundação de apoio à Escola Técnica do RJ	20%: afrodescendentes, 20% oriundos da rede pública; 5% p/ deficientes).
15	UEA . Universidade do Estado do Amazonas	20% das vagas para alunos oriundos da rede pública de qualquer Estado da Federação ou Distrito Federal
16	UNICAMP . Universidade Estadual de Campinas	Adota a pontuação adicional de 30 pontos para alunos da rede pública e 40 pontos para afrodescendentes carentes.
17	ESCS - Escola Superior de Ciências da Saúde DF	Adota 40% de cotas para alunos da rede pública do distrito federal
18	UPE- Universidade Federal de Pernambuco	Adota 20% de cotas p/ alunos da à rede pública do Estado de Pernambuco, mediante o curso
19	UEPG . Universidade Estadual de Ponta Grossa	Reservado 10% para os candidatos da rede pública e 5% para os negros. A intenção da universidade é aumentar ao ano em 1% as vagas para os negros e ntenção da universidade é aumentar ao ano em 1% as vagas para os negros e 5% para os alunos da rede pública, até 2015.
20	USP . UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO	Adota pontuação adicional de 3% sobre a nota do candidato/a da rede pública,nas 2 fases do vestibular

		(Inclusp).
21	UFPA - Universidade Federal do Pará	50% das vagas para alunos oriundos da rede pública sendo: 40% destas destinadas a declarantes negros ou pardos. (sub judice)
22	UFT - Universidade Federal de Tocantins	5% destinados à etnia indígena
23	UFBA - Universidade Federal da Bahia	Dividido em 6 categ.: A= (36,55%) candidatos das escolas públicas que se declararem negros ou pardos; B= (6,45%) candidatos escolas públicas qualquer etnia; D= (2%) candidatos de escola pública que se declararem indígenes; E= (55%) todos os outros candidatos.
24	UFRN - Univ. Federal do Rio Grande do Norte	Adição de pontos fixos sob a nota do aluno (AI) da rede pública que tiver nota igual ou superior à média dos candidatos inscritos (AP).Pontos estes calculados com base no desempenho dos alunos da rede pública e que variam de acordo com o curso.
25	UnB - Universidade de Brasília	20% p/ afrodescendentes
26	UNIFESP - Un. Federal de São Paulo (Escola Paulista de Medicina)	Adota cotas de 10% para afrodescendentes carentes em cada curso oferecido
27	UFPR Universidade Federal do Paraná	Adota cota de 20% para afrodescendentes e indígenas.
28	UFAL- Universidade Federal de Alagoas	Adotam 20%para negros dessas 40% para homens e 60%para mulheres
29	CEFET - RN - Rio Grande do Norte	50% de reserva de vagas para a rede pública.
30	UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora MG	Adotam 25%afrodescendentes e 25%rede pública
31	UFES - Universidade Federal do Espírito Santo	Já adotou cotas para alunos a rede publica e afrodescendentes o percentual está em negociação
32	UFABC - Universidade Federal do ABC	Adota 50% de cotas para alunos a rede publica e afrodescendentes
33	UFRB - Universidade Federal do Recôncavo da Bahia	Adota 50% de cotas para alunos a rede publica e afrodescendentes
34	CEFET . Sergipe	Ação afirmativa de 5% das vagas para portadores de necessidades especiais
35	UFPE . Universidade Federal de Pernambuco	Adota pontuação adicional de 10% na nota final para os estudantes da rede pública

APÊNDICE 2

O modelo Agente/Principal

O agente é o indivíduo que exerce uma atividade a qual o produto deve favorecer ao outro, o principal. O agente possui informações privilegiadas (sobre suas ações ou seu tipo). Considere a utilidade do principal como $U_p = f(Y - w)$, onde Y é o produto ou consequência da ação do agente e w é o “pagamento” realizado ao agente, podendo este ser monetário ou não.

Considere dois tipos de agente $a_i = \{a_1, a_2\}$. Cada agente a_i escolhe uma ação e_i que afeta a produção Y . Isto é $Y = Y(e_i)$. Sendo e não observada pelo principal, apenas Y é observável. E

ainda, a utilidade do agente é $U_{a_i} = g(w_i, e_i)$, sendo $\frac{\partial U_{a_i}}{\partial w_i} > 0$ e $\frac{\partial U_{a_i}}{\partial e_i} < 0$. Sendo que

o custo em se esforçar para um agente do tipo 2 (a_2) é maior que de um agente do tipo 1 (a_1).

Para entender o problema: O principal oferece um salário w' tal que $w' = h(Y', e')$ ao agente a_i , e este último ao maximizar sua utilidade opta por uma ação e'' . Suponha que $e'' < e'$ e que o nível menor de esforço do agente faça com que o produto final seja menor que o esperado.

O principal, ao observar $Y'' < Y'$ não saberá se a queda em Y foi causada pelo agente ou por um estado da natureza desfavorável. Uma vez que também existem n estados da natureza $\{S_1, S_2, S_3, \dots, S_n\}$ não observáveis e estes influenciam diretamente no produto. Caso o principal descubra de alguma forma que esse queda é de responsabilidade do agente, este perde sofre uma punição (pode ser demissão, queda de posto no emprego, etc.)

Dessa forma, a utilidade esperada do principal depende do esforço do agente, e o agente se esforçar depende de w , do custo do esforço e da possibilidade de ser pego caso não se esforce.

Assim, o agente maximiza sua utilidade levando em consideração o custo do esforço e a possibilidade de ser pego.

O problema de moral Hazard está associado a agentes iguais que escolhem níveis de esforço distintos daquele esperado pelo principal, enquanto a seleção adversa está na contratação de uma agente a_2 (que produz um esforço e_{2j} , com $e_{2j} < e_{1j}$) acreditando estar contratando um agente do tipo a_1 .

A solução clássica para o problema do moral hazard é, o principal, ao maximizar sua função de utilidade incorporar a maximização do agente, e então encontrar w^* , e^* ótimos para as partes. Em relação à seleção adversa, opta-se por um equilíbrio separador, em que o próprio agente, encontre como melhor opção se alto declarar, isso é sinalizar seu tipo. Essa solução é a típica do modelo proposto por Spence.

APÊNDICE 3

Programa do Mat-Lab para encontrar esforços ótimos e notas mínimas. Todos os cálculos aqui realizados são facilmente manipulados, e poderiam ter sido feito sem a ajuda do programa.

Programa 1: encontra esforços ótimos em função da nota de corte, e das preferências pelas faculdades

```
function[e1 ,e2]=fh5

% defini-se e1 e e2 como os esforços ótimos para cada individuo i
e1 = sym('e1');
e2 = sym('e2');

%xmin1 e xmin2 como as notas de corte de cada faculdade 1 e 2
xmin1 = sym('xmin1');
xmin2 = sym('xmin2');

% t e t2 são escalares que indicam a preferência pelas faculdades um e dois respectivamente.
t = sym('t');
t2=sym('t2');

%theta é o tipo do candidato
theta=sym('theta');

h1=(3*e1+e2)/4
h2=(3*e2+e1)/4

pr1=1-xmin1+h1+theta;
pr2=(xmin1-h1-theta)*(1-xmin2+h2+theta);
u1=t*pr1+t2*pr2-(e1^2)/theta-e2^2;

a=diff(u1,e1);
b=diff(u1,e2);
c=solve(a,e2);
d=solve(b,e2);
m=c-d
e1=solve(m,e1);
e2=c;
```

Programa 2:

Encontra as notas mínimas da faculdade, levando em consideração as condições de equilíbrio. As notas são dadas em função de theta, das preferências e dos esforços ótimos. Isto é

$$x_{\min} = f(t, t_2, \theta, e_1^*(x_{\min}), e_2^*(x_{\min}))$$

```
function[xmin1,xmin2]=xmincon(t, t2, theta)
```

```
xmin1 = sym('xmin1');
xmin2 = sym('xmin2');
t = sym('t');
t2=sym('t2');
lamb2=sym('lamb2');
theta=sym('theta');
```

```
%Condições de Equilibrio
```

```
e1=4*xmin2-12*xmin1-4*1.1574 +15;
e2=5-3*e1-4*xmin1
```

```
a1= e1 - (-1/2*(t*t2+12*t-t2^2-12*t2+t2^2*xmin2+12*t2*xmin2+2*t2^2*theta-16*t2*theta-3*t2^2*xmin1+4*t2*xmin1)/(t2^2*theta-3*t2*theta-3*t2-16)*theta)
```

```
a2= e2 - (1/5*(6*t*theta-6*t2*theta+6*t2*theta*xmin2-3*t2*theta*e1-8*t2*theta^2+2*t2*theta*xmin1-16*e1)/theta/t2)
```

```
c=solve(a1,xmin1);
d=solve(a2,xmin1);
m=c-d
xmin2=solve(m,xmin2);
xmin1=c;
```

Programa 3: Gera gráficos 3D em função da variação do tipo e da preferência pela faculdade 1

```
function[e1,e2,uti, es1, es2,t,theta]=fhresult( xmin1 , xmin2 , theta ,t2)
```

```
e1=zeros(100);
e2=zeros(100);
h1=zeros(100);
h2=zeros(100);
pr1=zeros(100);
pr2=zeros(100);
```

```

u1=zeros(100);
f=ones(100,1);
t=linspace(1.2,3,100);
theta=linspace(0.001,1,100);
t=f*t;
theta=(f*theta)';

for j=1:100 % linha
    for i=1:100 % coluna

        e1(j,i) = -1/2*(t(j,i)*t2+12*t(j,i)-t2^2-12*t2+t2^2*xmin2+12*t2*xmin2+2*t2^2*theta(j,i)-
        16*t2*theta(j,i)-3*t2^2*xmin1+4*t2*xmin1)/(t2^2*theta(j,i)-3*t2*theta(j,i)-3*t2-
        16)*theta(j,i);
        e2(j,i) = 1/5*(6*t(i,j)*theta(j,i)-6*t2*theta(j,i)+6*t2*theta(j,i)*xmin2-
        3*t2*theta(j,i)*e1(j,i)-8*t2*theta(j,i)^2+2*t2*theta(j,i)*xmin1-16*e1(j,i))/theta(j,i)/t2;

        h1(j,i)=(3*e1(j,i)+e2(j,i))/4 ;
        h2(j,i)=(3*e2(j,i)+e1(j,i))/4;

        pr1(j,i)=1-xmin1+h1(j,i)+theta(j,i);
        pr2(j,i)=(xmin1-h1(j,i)-theta(j,i))*(1-xmin2+h2(j,i)+theta(j,i));

        u1(j,i)=t(i,j)*pr1(j,i)+t2*pr2(j,i)-(e1(j,i)^2)/theta(j,i)-e2(j,i)^2 ;

    end

end

uti=u1;
es1=e1;
es2=e2;

figure(2)
figure; surfc (theta, t,uti); figure(gcf)
xlabel('tipo do candidato')
ylabel('Preferencia por F1')
zlabel('Utilidade do Candidato')

figure; surfc (theta, t,e1); figure(gcf)
xlabel('tipo do candidato')
ylabel('Preferencia por F1')
zlabel('Esforço para F1')

figure; surfc (theta, t,e2); figure(gcf)
xlabel('tipo do candidato')
ylabel('Preferencia por F1')
zlabel('Esforço para F2')
end

```

Os demais programas estão disponíveis, basta entrar em contato com a autora.