UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

**Ensaio sobre eficiência, cointegração, componentes comuns, não
linearidades na variância nos mercados financeiros:
Um estudo da estrutura a termo das taxas de juros e da volatilidade de
títulos da dívida soberana.**

Emerson Fernandes Marçal
Orientador: Professor Doutor Pedro Luiz Valls Pereira

SÃO PAULO
Março de 2004

Professor Dr. Adolpho José Melfi
Reitor

Professora Dra. Maria Tereza Leme Fleury
Diretora da FEA

Professora Dra. Elizabeth Maria Mercier Querido Farina
Chefe de Departamento de Economia

Professor Dr. Naércio Aquino de Menezes Filho
Coordernador do Programa de Pós-Graduação em Economia

EMERSON FERNANDES MARÇAL

**Ensaaios sobre eficiência, cointegração, componentes comuns, não
linearidades na variância nos mercados financeiros:
Um estudo da estrutura a termo das taxas de juros e da volatilidade de
títulos da dívida soberana.**

Tese apresentada ao Departamento de Economia da
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da
Universidade de São Paulo como requisito para a obtenção do
título de Doutor em Economia

Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Valls Pereira

***SÃO PAULO
MARÇO DE 2004***

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Publicações e Divulgação do SBD/FEA/USP

Marçal, Emerson Fernandes

Ensaio sobre eficiência, cointegração, componentes comuns, não linearidades na variância nos mercados financeiros : um estudo da estrutura a termo das taxas de juros e da volatilidade de títulos da dívida soberana / Emerson Fernandes Marçal . -- São Paulo : FEA/USP, 2004.

xx f.

Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, 2004
Bibliografia.

1. Análise das séries de tempo 2. Taxas de juros 3. Econometria I. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da USP II. Título.

CDD – 519.232

Resumo:

O objetivo desta tese consiste na elaboração de dois estudos empíricos. No primeiro, estuda-se as propriedades da estrutura a termo das taxas de juros e em particular testa-se a validade da hipótese de expectativas a dados brasileiros e americanos. Os melhores resultados foram obtidos para os dados americanos. No segundo estudo pesquisa-se os determinantes da volatilidade dos títulos de dívida soberana de quatro países – Brasil, Argentina, Rússia e México. Os modelos utilizados são multivariados da família GARCH. Avalia-se em que medida as crises financeiras pelas quais passaram os países citados implicaram em algum tipo de contágio aos demais. Há evidência favorável à hipótese de contágio de muitos dos eventos estudados.

Abstract:

The thesis is composed by two empirical studies. In the first it's analyzed the proprieties of the interest rate term structure and, in particular, it's investigated whether or not the expectation hypothesis is a good description of Brazilian and American data. The results are better for American data. In the second study it's investigated the sovereign debt bonds volatility of four countries – Brazil, Mexico, Russia and Argentine. The volatility was analyzed by the estimation of multivariate GARCH models. The existence of financial crises contagion was investigated and tested. There is some evidence in favor of the contagion hypothesis.

À

David e Sofia

Minhas duas contribuições às novas gerações.

“You don’t know how tall you are until you are asked to rise.”
(Émile Dickens)

AGRADECIMENTOS:

A elaboração de uma tese de doutorado exige o envolvimento direto e indireto de uma série de pessoas. Construir uma lista de agradecimentos implica necessariamente em algum tipo de omissão. Tendo isto em mente tento realizar esta tarefa da melhor forma possível.

Agradeço em primeiro lugar ao meu orientador Pedro Valls. Ele é o responsável direto pelo meu interesse em Econometria despertado quando ainda era um aluno do curso de mestrado em Economia na UNICAMP. Lá assisti ao primeiro curso com ele e a partir de então passei a estudar Econometria de forma mais sistemática. A medida em que o tempo passava crescia minha admiração pela sua indiscutível competência técnica, capacidade e disposição para ensinar. Além disto, o Pedro teve paciência e compreensão em alguns momentos críticos deste trabalho em que, por razões que fogem ao nosso controle, não tive como não reduzir o ritmo de trabalho neste projeto.

Devo também agradecer especialmente a Lorena, minha esposa, que me acompanhou durante estes anos. Além dos agradecimentos de praxe por ter agüentado minhas crises de mau humor e ansiedade comuns a todo aluno de doutorado no processo de elaboração de uma tese, ela soube me incentivar e me deu forças para ultrapassar todas as dificuldades que passamos juntos ao longo destes anos. O ano de 2003 foi absolutamente especial para nós pela chegada de nossos dois primeiros filhos (gêmeos!) David e Sofia. Após duras batalhas que duraram cerca de três anos, conseguimos vencer todas e eles estão aí bonitos, cheios de saúde, alegrando ainda mais nossas vidas.

Assim como um novo ciclo de vida se iniciou com o nascimento de nossos filhos, ao longo do doutorado tive de enfrentar a perda de minha querida avó materna que faleceu em julho de 2001 e não terá oportunidade de ver seu neto conseguir vencer mais uma etapa em sua vida. Além dela, meu pai, falecido em setembro de 1993, também não terá esta oportunidade. Todavia, tenho certeza absoluta de que estariam orgulhosos de me ver completando um curso de doutorado. Meu irmão e minha mãe, que me apoiaram, estarão comemorando este momento por vocês. Por fim devo agradecer ao Moshe e a Marly (meus sogros) que me adotaram como um terceiro filho ajudando muito ao longo deste processo.

Além dos familiares que conviveram mais diretamente comigo, devo lembrar de algumas pessoas com as quais convivi mais intensamente nestes últimos anos. Ao Guilherme e ao Cristiano, devo muito dos momentos de lazer – principalmente por nos acompanhar nas jornadas gastronômicas nos domingos à noite pelas inúmeras pizzarias paulistanas. À Sylvia Saes, que soube dar algumas palavras de incentivos em momentos críticos desse projeto me

ajudando a continuar em frente. À Maria Luiza Nogueira, que apesar da diferença de várias gerações que nos separam, nos adotou como seus novos amigos e nos deu o prazer de desfrutar de sua imensa experiência de vida e do seu brilhantismo intelectual. Realmente, ela é uma pessoa à frente de seu tempo dotada de uma coragem e vivacidade invejáveis.

Agradeço também aos professores Luiz Hotta e Marcos Eugênio por terem participado da banca do projeto de qualificação desta tese e terem realizado comentários muito importantes que contribuíram para melhorar a versão final deste trabalho. Agradeço ao Cristian Huse pelos comentários realizados à um artigo contendo resultados preliminares deste trabalho que foram de grande valia. Agradeço também aos membros da Banca por terem gentilmente aceito participar do processo de avaliação deste trabalho.

Por fim, devo agradecer a CAPES pelo auxílio concedido e aos professores do programa de doutorado da FEA, representados pelo coordenador de curso Prof. Naercio de Menezes, pelo ambiente propício ao desenvolvimento e crescimento intelectual.

Índice

AGRADECIMENTOS:	IV
ÍNDICE DE GRÁFICOS:	4
ÍNDICE DE TABELAS:	5
OBJETIVO DA TESE:	7
INTRODUÇÃO: UMA DISCUSSÃO DA HIPÓTESE DE EFICIÊNCIA NOS MERCADOS FINANCEIROS E A EXISTÊNCIA DE PREVISIBILIDADE NA MÉDIA E NA VARIÂNCIA.	10
CAPÍTULO 1: MODELOS DE ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS.....	14
INTRODUÇÃO:.....	14
AS HIPÓTESES DE EXPECTATIVAS (HE), DE EXPECTATIVAS RACIONAIS (ER) E DE EFICIÊNCIA DOS MERCADOS (HEM):	14
<i>Implicações dos Modelos com Prêmio de Risco Constante ao Longo do Tempo:</i>	16
<i>Política Monetária e a estrutura a termo da taxa de juros: Os Spreads são Martingalas?</i>	17
<i>Que tipo de informação está presente nas taxas de Longo Prazo?</i>	20
CONCLUSÃO:	21
CAPÍTULO 2: METODOLOGIA DE TESTES DA HIPÓTESE DE EXPECTATIVAS (HE), DE EFICIÊNCIA DOS MERCADOS (HEM) E DE EXPECTATIVAS RACIONAIS (ER) NA ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS.....	22
INTRODUÇÃO:.....	22
METODOLOGIA TRADICIONAL PARA TESTE DA HIPÓTESE DE EXPECTATIVAS:.....	22
<i>Spreads versus Fundamentos:</i>	22
<i>Causalidade de Granger</i>	23
<i>Vetores Autoregressivos e Testes de Volatilidade:</i>	24
<i>Cointegração e a estrutura a termo:</i>	25
MODELANDO FENÔMENOS ECONÔMICOS: DO GERAL AO ESPECÍFICO.	26
TESTE DE COINTEGRAÇÃO:	27
<i>Metodologia tradicional de cointegração:</i>	27

Testes de hipóteses sobre os vetores de cointegração (β) e sobre os parâmetros de longo prazo (α):.....	29
<i>Testando Restrições ao Modelo Geral</i> :.....	29
Modelos Fatoriais: Decomposição P-T e fatores comuns.....	29
Testando a Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata:	30
Diagonalidade em Bloco de Curto e Longo Prazo:.....	33
CONCLUSÃO:.....	34
CAPÍTULO 3: TESTANDO HIPÓTESES SOBRE A ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS E ESTIMANDO COMPONENTES COMUNS.	35
RESULTADOS DA PESQUISA COM A METODOLOGIA TRADICIONAL:	35
<i>Base de Dados 1: Brasil – 1995-2001</i>	35
RESULTADOS DA PESQUISA UTILIZANDO A METODOLOGIA DE COINTEGRAÇÃO:.....	47
<i>Base de dados 2: McCulloch e Kwon</i>	47
Resultados com a frequência trimestral:	47
Resultados com a frequência anual:	55
<i>Base de Dados 3: Dados Brasileiros atualizados</i>	59
<i>Comparação com a Literatura</i> :.....	63
<i>Balanco dos Resultados</i> :	65
CONCLUSÕES:	68
CAPÍTULO 4: MODELANDO NÃO-LINEARIDADES NA VARIÂNCIA A PARTIR DE MODELOS MULTIVARIADOS.....	69
OS MODELOS DE VOLATILIDADE MULTIVARIADOS DISPONÍVEIS NA LITERATURA:	69
<i>VEC e BEKK</i> :	69
<i>Modelos Fatoriais e Ortogonais</i> :.....	70
<i>Modelo com correlação constante</i> ;.....	71
<i>Modelos de correlação condicional dinâmica (DCC)</i> :.....	72
<i>Modelo de covariância dinâmica geral (GDC)</i>	73
METODOLOGIA ECONOMETRICA.	74
CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS SOBRE ESTIMAÇÃO DE MODELOS MULTIVARIADOS.	75
Estimação do modelo GARCH fatorial:.....	77
Estimação em 2 passos do modelo GARCH DCC-E e DCC-TT:.....	78
CONCLUSÃO:.....	78

CAPÍTULO 5: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DOS MODELOS

MULTIVARIADOS DE VARIÂNCIA.....	80
INTERDEPENDÊNCIA VERSUS CONTÁGIO:	80
DESCRIÇÃO DA BASE DE DADOS:	81
PRÉ-FILTRAGEM DOS DADOS:.....	84
APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS:	84
<i>Modelos Multivariados Gaussianos e Simétricos:</i>	85
HÁ SINAL DE MÁ ESPECIFICAÇÃO NOS MODELOS ESTIMADOS?.....	90
Modelos Multivariados: Modelando Assimetria e Excesso de Curtose:.....	93
TESTANDO A HIPÓTESE DE EXISTÊNCIA DE QUEBRAS ESTRUTURAIS NOS PERÍODOS DE CRISE: 96	
BALANÇO DOS RESULTADOS:	100
COMPARAÇÃO COM OUTROS TRABALHOS NA LITERATURA	104
CONCLUSÃO:	105
CONCLUSÃO FINAL:.....	106
REFERÊNCIAS:	107
APÊNDICE A:	111
APÊNDICE B:	114
ROTINA PARA IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO GARCH FACTORIAL PROPOSTO POR LIN –	
FATORES DESCONHECIDOS.....	114
<i>Rotina factor_ukn_garch:</i>	114
<i>Rotina factor_ukn_garch_like:</i>	115
ÍNDICE DE AUTORES:	118
ÍNDICE DE ASSUNTOS:	120

ÍNDICE DE GRÁFICOS:

Gráfico 1: Taxa de Juros de títulos com rendimento pré-fixado – Diária e de Doze Meses....	37
Gráfico 2: Spread entre a taxa de 30 dias e 1 dia ($S_t^{30,1}$) e valor dos fundamentos ($PFS_t^{30,1}$)..	37
Gráfico 3: Gráfico Cruzado de $PFS_t^{30,1}$ e $S_t^{30,1}$	37
Gráfico 4: Gráfico dos Mecanismos de Correção de Erros.....	46
Gráfico 5: Taxa de Juros de 1 mês – Componente Transitórios e Permanentes.	49
Gráfico 6: Taxa de Juros de 1 Ano – Componentes Transitórios e Permanentes.	49
Gráfico 7: Taxa de Juros de Dez anos – Componentes Transitórios e Permanentes.	49
Gráfico 8: Gráfico das Taxas de Juros de Diversos prazos da base de dados de Lanne (2000).	50
Gráfico 9: Índice e Retorno Diários dos Títulos de Mercados Emergentes do J. P. Morgan – 01/01/1994 a 31/12/2002.....	83
Gráfico 10: Volatilidade Estimadas a partir do modelo T-BEKK-completo (1,2,2).	99
Gráfico 11: Correlação Estimada Argentina e Brasil –T-BEKK-completo (1,2,2).	101
Gráfico 12: Correlação Estimada Brasil e México –T-BEKK-completo (1,2,2).	101
Gráfico 13: Correlação Estimada Brasil e Rússia –T-BEKK-completo (1,2,2).....	102
Gráfico 14: Correlação Estimada Argentina e México –T-BEKK-completo (1,2,2).....	102
Gráfico 15: Correlação Estimada Argentina e Rússia –T-BEKK-completo (1,2,2).	103
Gráfico 16: Correlação Estimada México e Rússia –T-BEKK-completo (1,2,2).	103
Gráfico 17: Correlações condicionais temporais estimadas para Argentina e Brasil.....	111
Gráfico 18: Correlações condicionais temporais estimadas para Argentina e México.....	111
Gráfico 19: Correlações condicionais temporais estimadas para Argentina e Rússia.	112
Gráfico 20: Correlações condicionais temporais estimadas para Brasil e México.	112
Gráfico 21: Correlações condicionais temporais estimadas para Brasil e Rússia.....	113
Gráfico 22: Correlações condicionais temporais estimadas para México e Rússia.	113

ÍNDICE DE TABELAS:

Tabela 1: Regressão do Spread sobre $S^{m,n}$. – $n=1$ dia e $m=(30,60,90,\dots,360)$ dias.	39
Tabela 2: Regressão do Spread sobre $S^{m,n}$ – $n=1$ mês e $m=(2,3,4,\dots,12)$ meses.	39
Tabela 3: Regressão do Spread sobre $S^{m,n}$ – $n=(2,3,4,6)$ e $m=(4,6,8,12)$ meses.	39
Tabela 4: Testes de Especificação para sistema I.	39
Tabela 5: Regressão de $S_t^{m,n}$ em $S_t^{m,n}$	41
Tabela 6: Testes de Causalidade de Granger.	41
Tabela 7: Teste de Razão de Verossimilhança – H_0 : constante restrita; H_a : constante irrestrita.	43
Tabela 8: Testes para avaliar o posto da matriz π	43
Tabela 9: Testes para averiguar se os <i>spreads</i> pertencem ao espaço de cointegração.	43
Tabela 10: Mecanismo de Correção de Erros Estimados.	46
Tabela 11: Testes para avaliar a validade das simplificações propostas.	46
Tabela 12: Modelo Estimado.	46
Tabela 13: Testes de especificação do modelo estimado para os dados de Lanne.	50
Tabela 14: Estatística do Traço e do Máximo AutoValor.	51
Tabela 15: Testando hipóteses sobre $\alpha_{\perp}$	51
Tabela 16: α e β estimados para o modelo restrito e o respectivo teste de razão de verossimilhança.	53
Tabela 17: Teste de Razão de Verossimilhança para diagonalidade em bloco no espaço de cointegração.	53
Tabela 18: Teste de Razão de Verossimilhança para separabilidade do Tipo B:	53
Tabela 19: Resultados do teste do Modelo de Expectativas Racionais de forma Exata.	55
Tabela 20: Testes de especificação para o VAR com dados anuais.	55
Tabela 21: Resultados do teste de cointegração – modelo - dados anuais.	56
Tabela 22: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.	57
Tabela 23: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.	57
Tabela 24: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.	58
Tabela 25: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.	58
Tabela 26: Testes de Especificação do Modelo Brasileiro	60
Tabela 27: Estatística do Traço e de Máximo AutoValor para o Modelo Brasileiro.	60

Tabela 28: Testando hipóteses sobre o espaço de cointegração.....	61
Tabela 29: Resultados dos testes de Expectativas Racionais exatas.....	62
Tabela 30: Resultados dos testes de Expectativas Racionais exatas.....	62
Tabela 31: Resultados dos testes de Expectativas Racionais exatas.....	62
Tabela 32: Testando hipóteses sobre $\alpha_{\perp}$	63
Tabela 33: Modelos GARCH e os respectivos número de parâmetros a serem estimados.	74
Tabela 34: Estatísticas Descritivas de algumas das séries a serem utilizadas nos ensaios 3 e 4.	84
Tabela 35: Teste para detectar estrutura ARCH de ordem p.....	85
Tabela 36: Comparação dos modelos simétricos e erros gaussianos.	86
Tabela 37: Comparação dos modelos simétricos e erros gaussianos.	87
Tabela 38: Parâmetros Estimados do modelos GARCH - BEKK diagonal (1,2,2).	87
Tabela 39: Parâmetros Estimados do modelo DCC-Engle.	87
Tabela 40: Parâmetros Estimados do modelo GARCH - BEKK (1,2,2) completo.	88
Tabela 41: Resultados da estimação do modelo fatorial (fatores dados como conhecidos estimados).....	89
Tabela 42: Estatística dos resíduos padronizado para alguns dos modelos estimados.	91
Tabela 43: Resultados Testes de Especificação dos modelos estimados.	92
Tabela 44: Testes de Razão de Verossimilhança.	94
Tabela 45: Comparação dos modelos com assimetria e erros não gaussianos.....	95
Tabela 46: Resultados Testes de Especificação dos modelos estimados.	95
Tabela 47: Testes de Especificação para as correlações condicionais – Crises Financeiras....	98
Tabela 48: Testes de Especificação para as correlações condicionais – Crises Financeiras..	100
Tabela 49: Rotinas para Matlab utilizadas para estimação dos modelos.	114

OBJETIVO DA TESE:

Em geral uma hipótese amplamente utilizada na literatura de finanças é que os agentes econômicos utilizam o conjunto de informação disponível em determinado instante de tempo da melhor forma possível e operam em mercados competitivos. Desta forma uma nova informação que fosse disponibilizada seria rapidamente processada e incorporada aos preços dos diversos ativos não sendo possível obter retornos que excedam o normal. Se cada nova informação é incorporada rapidamente aos preços, apenas inovações – que não podem ser previstas a partir da informação disponível – explicam as alterações dos preços dos diversos ativos. Logo como inovações não podem ser previstas, as variações nos preços dos diversos ativos também não devem ser passíveis de serem previstas.

Um grande esforço tem sido feito para averiguar em que medida os mercados financeiros são eficientes. Um grande problema encontrado na literatura é como transformar a hipótese de eficiência numa proposição a ser testada. Como regra geral derivar uma proposição testável exige que seja feita alguma outra hipótese além do postulado de eficiência. É necessário formular algum modelo econômico particular. Desta forma uma evidência contrária num teste empírico não implica necessariamente a rejeição da hipótese de eficiência. A rejeição pode estar ocorrendo devido ao modelo utilizado ser inadequado para capturar os fatos empíricos. (Curthberston, 1996a, pág. 114)

Várias estratégias de testes foram elaboradas num grande número de artigos desenvolvidos na literatura. Como regra geral, Curthberston (1996a) agrupa os testes da hipótese de eficiência de mercado em procedimento que avaliam se: i) os retornos além do normal são independentes da informação disponível em cada momento; ii) se existem estratégias lucrativas – além do normal - com base em algum modelo que utilize a informação disponível em t ; iii) se os preços dos ativos diferem dos valores dos fundamentos.

A teoria econômica em geral permite que sejam estabelecidas relações entre determinados conjuntos de variáveis que podem ser testados a partir de determinado modelo estatístico.

No presente trabalho dois fenômenos serão estudados. O primeiro consiste no estudo das propriedades da estrutura a termo das taxas de juros. Em particular, centrar-se-á esforço em averiguar em que medida um modelo particular que postula 3 grandes hipóteses - expectativas racionais, prêmio de risco constante ao longo do tempo e postulado de eficiência – é adequado ou não para descrever os dados brasileiros e americanos. Este modelo será denominado neste trabalho por hipótese de expectativas. A eventual rejeição de tal modelo

não implica necessariamente rejeição da hipótese de que os mercados são eficientes. A rejeição pode ocorrer pelo fato do modelo ser inadequado para descrever os dados.

No estudo das propriedades da estrutura a termo da taxa de juros e dos testes da hipótese de expectativas, utilizar-se-á em grande medida a metodologia de cointegração. O primeiro resultado nesta área e sua aplicabilidade às séries econômicas datam do início dos anos 80 e foi um passo importante na direção de testar e avaliar uma série de teorias e modelos econômicos. A análise de cointegração pressupõe a existência de componentes comuns às séries econômicas e estes poderiam ser eliminados através de alguma combinação linear das séries originais e em geral é possível atribuir algum sentido econômico a partir de um modelo teórico.

O segundo fenômeno a ser estudado consiste na modelagem da volatilidade das séries de títulos soberanos de alguns países (Argentina, Brasil, México e Rússia). Para isto utilizar-se de modelos de volatilidade da família GARCH. O objetivo será demonstrar a existência de alguma relação funcional entre o nível de volatilidade de tais países – que será denominada de interdependência - e tentar averiguar se as crises financeiras pela qual os países passaram geraram algum tipo de contágio nos demais. A definição de contágio está relacionada a existência de uma padrão de volatilidade pré-crise que destoa do verificado durante a crise.

Esta tese é composta da introdução e de cinco capítulos. Na introdução apresenta-se uma discussão do conceito de eficiência nos mercados financeiros e como este pode ser formulado e transformado numa hipótese empírica testável. Também discute como a evidência de não-linearidades na média e na variância pode ou não ser conciliada com o postulado de eficiência.

O primeiro capítulo concentrar-se-á na apresentação da hipótese de expectativas e qual o papel de tal modelo no estudo da estrutura a termo das taxas de juros. O argumento do capítulo é que a hipótese de expectativas deve ser entendida como sendo uma dentro de muitas relações que devem ser postuladas num modelo macroeconômico mais amplo.

O segundo capítulo consiste basicamente na apresentação dos principais testes e procedimentos existentes na literatura para avaliar a validade da hipótese de expectativas. Em particular, salienta-se o papel dos testes de cointegração no teste da hipótese de expectativas e de outras propriedades da estrutura a termo das taxas de juros. A decomposição de um processo em seus componentes permanentes e transitórios a partir de um arcabouço de cointegração como propostos por Gonzalo & Granger (1995) é apresentada e discutida.

No terceiro capítulo apresenta-se os resultados do estudo de duas bases de dados. A base de McCulloch & Kwon (1993) construída para os EUA é estudada nas frequências

trimestral e anual. No caso brasileiro, estuda-se o comportamento dos juros futuros implícitos nos contratos de *swap* de juros negociados na BM&F. Os resultados gerais para os dois países são confrontados. No caso brasileiro, a amostra pequena torna os resultados pouco confiáveis para a tomada de conclusões mais gerais e definitivas.

No quarto capítulo apresentam-se os modelos de volatilidade multivariados a serem utilizados no estudo da volatilidade dos títulos soberanos. Ressalta-se a dificuldade de estimação e a necessidade de se fazer, quase sempre, uma escolha entre generalidade e dificuldade computacional. Os avanços recentes da literatura que trata dos modelos GARCH multivariados são apresentados. Tais esforços e avanços recentes visaram compatibilizar simplicidade e generalidade.

No capítulo cinco apresentam-se os conceitos de interdependência e contágio de crises financeiras. O primeiro está associado a existência de alguma estrutura fixa e estável que pode ser associada a fatores mais gerais como laços comerciais e financeiros mais amplos entre um determinado conjunto de países. Desta forma a ‘exportação’ de volatilidade seria uma consequência natural. O conceito de contágio é mais amplo. Países com pequeno ou nenhum laço econômico passam a sofrer de forma simultânea os efeitos da crise em um deles.

Os modelos tradicionais de volatilidade são estimados e apresentados para em seguida, pesquisar-se sinais de má-especificação nos mesmos e em que medida tais sinais podem ser associados aos momentos de crises financeiras que seria um indicador de contágio.

Por fim, as conclusões gerais são apresentadas num item final.

INTRODUÇÃO: UMA DISCUSSÃO DA HIPÓTESE DE EFICIÊNCIA NOS MERCADOS FINANCEIROS E A EXISTÊNCIA DE PREVISIBILIDADE NA MÉDIA E NA VARIÂNCIA.

“If you are ready to give up everything else – to study the whole history and background of the market and all principal companies whose stocks are on board as carefully as a medical student studies anatomy – if you can do all that, and, in addition, you have the cool nerves of a great gambler, the sixth of kind of clairvoyant, and the courage of a lion, you have a ghost of a chance.” (Bernard Baruch)

A origem da hipótese de eficiência de mercado remonta ao início do século XX. A discussão usando uma metodologia mais moderna foi iniciada por Paul Samuelson (1965) no trabalho clássico. A proposição de que as variações dos preços flutuam de forma aleatória caso os movimentos dos preços tenham sido antecipados é colocada desta forma no trabalho. Fama (1970) define um mercado como sendo eficiente em termos informacionais caso os preços dos ativos ‘reflitam plenamente’ toda a informação disponível aos agentes.

A noção de eficiência de mercado precisa ser transformada em proposição testável na medida em que ‘refletir plenamente’ a informação disponível, embora intuitiva, torna o conceito de pouco utilidade para elaboração de testes e procedimentos estatísticos.

Uma forma alternativa de definir eficiência diz respeito ao uso possível a ser feito com a informação disponível em termos de realização de negócios lucrativos. Caso os mercados sejam eficientes e os preços dos ativos reflitam a informação disponível não deve ser possível realizar operações lucrativas com os diversos ativos.

Como o conceito de eficiência está associado ao conjunto de informação disponível, é possível definir várias noções de eficiência associados à determinado conjunto de informação específico (Campbell, Lo & Mackinlay, 1997):

- a) Eficiência Fraca: o conjunto de informação contém apenas a informação dos preços e retornos passados;
- b) Eficiência Semi-Forte: o conjunto de informação contém também toda a informação disponível a todos os participantes do mercado (informação pública);
- c) Eficiência Forte: o conjunto de informação contém todo o tipo de informação disponível a qualquer participante do mercado (informação privada);

Como os conjuntos de informação são encaixados, a rejeição da hipótese fraca implica na rejeição das demais e; a rejeição da noção de eficiência semi-forte implica na rejeição da noção forte.

Como não é possível observar qual é o conjunto de informação utilizado por determinado grupo de agentes para elaborar suas estratégias de investimento, uma forma alternativa de testar a hipótese de eficiência consiste em avaliar em que medida, a partir de um determinado conjunto de informação é possível ou não elaborar estratégias que gerem lucratividade além da normal.

Para tornar a hipótese de eficiência de mercado algo testável é necessário a construção de algum tipo de modelo para definir o que é lucro normal em determinada conjuntura. Lucratividade acima da média de mercado não significa necessariamente violação da hipótese de eficiência se tal discrepância estiver remunerando risco associado às operações. Além disto é necessário corrigir os retornos obtidos com as estratégias montadas pelos custos de transação. Uma estratégia lucrativa em princípio pode deixar de sê-lo caso os custos de transação sejam proibitivos.

Chega-se então a grande deficiência dos testes da hipótese de eficiência de mercado. Todo tipo de procedimento implica necessariamente no teste conjunto da validade do modelo formulado e da hipótese de eficiência. A rejeição do teste não fornece informação sobre a causa da rejeição. Esta pode se dever à adoção de um modelo impróprio ou do fato do conjunto de informação não estar sendo usado de forma eficiente. Mesmo que todos os testes de eficiência de mercado venham a falhar para qualquer tipo de modelo formulado, sempre haverá a possibilidade de que um novo modelo para descrever os dados seja capaz de evitar a rejeição da hipótese de eficiência no futuro caso esta seja verdadeira.

Mesmo que tal dificuldade na implementação e na interpretação dos resultados obtidos não existisse, há de se questionar a racionalidade por trás de testes da hipótese de eficiência. A noção de eficiência é uma abstração teórica que dificilmente deve ser verificada na prática assim como os físicos, por exemplo, postulam a inexistência de atrito para realizar alguns exercícios teóricos. A questão não se restringe a verificar a validade da hipótese de eficiência de forma precisa e sim em avaliar se o desvio entre o mundo real e o mundo ideal é significativo a ponto de tal abstração ser abandonada como guia prático para as decisões.

Num contexto de ausência de risco ou caso os agentes sejam indiferentes ao risco, é possível associar a hipótese de eficiência de mercado a uma proposição testável que é a existência ou não de previsibilidade nas séries de finanças em termos de retorno acima do

normal. Desta forma uma ampla série de estudos visa averiguar a existência ou não de previsibilidade nas séries financeiras.

O modelo mais geral que pode ser postulado para explicar o comportamento de uma determinada série é dado por:

$$\text{eq. 1 } X_t = f(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-3}, \varepsilon_{t-4}, \dots)$$

na qual $f(\cdot)$ é uma função qualquer (linear ou não) que liga o valor presente da série a uma série de choques aleatórios.

Aproximando a eq. 1 por Taylor em torno de $\varepsilon_t=0$, têm-se.

$$\text{eq. 2 } X_t = f(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) + f_1(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)\varepsilon_t + f_{11}(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)\varepsilon_t^2 + \dots$$

Desprezando os termos de ordem igual ou superior a 2 e fazendo $g(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = f(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$ e $h(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) = f_1(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$, têm-se:

$$\text{eq. 3 } X_t = g(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots) + h(0; \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)\varepsilon_t$$

O primeiro componente $g(\cdot)$ está associado à previsibilidade na média enquanto o segundo, a previsibilidade na variância. Uma ampla gama de modelos não lineares foram desenvolvidos nos últimos anos para dar conta de não linearidades na média e na variância em séries financeiras, bem como testes para detectar a presença de não linearidades no primeiro ou segundo momento das séries.

Num ambiente de indiferença ao risco, a existência de previsibilidade na média dos retornos além do normal não é esperada, todavia a existência de previsibilidade na variância é algo compatível com a hipótese de eficiência. Num ambiente em que os agentes não tenham indiferença ao risco, há a possibilidade de que oportunidade lucrativas não tenham sido aproveitadas pois eram vistas como sendo insuficientemente grande para remunerar o risco envolvido na operação. Desta forma, a previsibilidade na média é algo possível de ser verificado desde que esteja associado à risco. Em linhas gerais, este é o argumento adotado por Attanasio (1991). A existência de algum conjunto de informação que permita prever o comportamento futuro dos retornos não implica necessariamente na violação da hipótese de eficiência desde que estas possam ser tidas como *proxy* para risco e logo tenham influência sobre o nível de volatilidade também. Somente oportunidade de lucro devidamente corrigida pelo nível de risco é que não são consistentes com a hipótese de eficiência de mercado.

Por fim a existência de altos custos de transação bem como o processo de aprendizado dos agentes pode gerar previsibilidade na média.¹ Como a informação não é um bem público

¹ Timmermann (1993) mostra que o processo de aprendizado dos agentes pode gerar previsibilidade e excesso de volatilidade no mercado de ações.

que pode ser obtida sem nenhum custo, o processo de aprendizado pode gerar algum tipo de previsibilidade.

Em geral, a previsibilidade na média obtida como modelos não lineares é relativamente pequena. Com base nestes resultados, muitos autores vêm buscando averiguar em que medida modelos com estrutura não linear para média são capazes de gerar previsibilidade e oportunidades lucrativas.

Neste trabalho os modelos utilizados possuem invariavelmente estrutura linear para média e variância (modelo de cointegração) ou não linearidade apenas na variância.

CAPÍTULO 1: MODELOS DE ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS.

Introdução:

O comportamento da estrutura a termo da taxa de juros é importante por uma série de razões. Em primeiro lugar, um entendimento maior sobre o comportamento da estrutura a termo da taxa de juros facilita a tomada de decisões na compra e venda de títulos correspondentes e logo na tomada de decisões de investimentos. Além disto há uma boa evidência e razões teóricas sólidas que indicam a existência de uma relação entre os movimentos na estrutura a termo das taxas de juros e algumas variáveis macroeconômicas como inflação e emprego. Desta forma, o estudo da estrutura a termo é de particular interesse também aos formuladores de política econômica.

O objetivo deste capítulo consiste em apresentar uma das teorias mais simples sobre a estrutura a termo da taxa de juros que diz que a taxa de juros de prazo maior tem de igualar uma média das taxas futuras esperadas de curto prazo mais um prêmio (hipótese de expectativas). A este arcabouço são adicionadas mais duas hipóteses: a) hipótese sobre o processo de formação de expectativas que são racionais (expectativas racionais - ER) e; b) hipótese de eficiência dos mercados financeiros – HEM – pela qual os agentes procuram aproveitar toda a possibilidade de lucro além do normal. Estas 3 hipóteses serão denominadas genericamente neste trabalho daqui em diante como hipótese de expectativas. As implicações deste modelo simples serão exploradas na discussão que se segue. Além disto, as limitações deste arcabouço mais simples em explicar os movimentos das taxas de juros são discutidas.

As Hipóteses de Expectativas (HE), de Expectativas Racionais (ER) e de Eficiência dos Mercados (HEM):

Existe na literatura uma ampla gama de modelos que podem ser formulados para modelar a estrutura a termo da taxa de juros. Em todos os modelos, em geral, postula-se a validade da hipótese de eficiência de mercado. Também é necessário formular alguma hipótese sobre como os agentes utilizam a informação disponível e como são formadas as expectativas dos agentes para as taxas de juros prevalecentes no futuro.

Definindo-se como R_t^m o logaritmo do retorno pago anualizado por um título de longo prazo de m períodos e por R_t^n , o logaritmo do retorno anualizado pago por um título de prazo curto de n períodos tal que $n < m$, o *spread* (m,n) – $S^{m,n}$ - pode ser definido como:

eq. 4: $S_t^{m,n} = R_t^m - R_t^n$.

A equação básica para modelar a estrutura a termo da taxa de juros é dada por:

$$\text{eq. 5: } R_t^m = (1/k)E_t[R_t^n + R_{t+1n}^n + R_{t+2n}^n + \dots + R_{t+(k-1)n}^n] + T_t^{m,n}$$

na qual E_t representa a expectativa formada em t , $k=(m/n)$ e; $T_t^{m,n}$, o prêmio exigido pelos agentes para optar por uma estratégia de prazo maior.

Em princípio um investidor pode optar por duas estratégias: na primeira, segura o título de prazo m até o vencimento e obtém o retorno R_t^m ; a outra estratégia consiste em comprar títulos de prazo n durante (m/n) períodos consecutivos. Em equilíbrio, a eq. 5 deve ser respeitada.

A diferença entre os diversos modelos de estrutura a termo se dá na maneira como o termo o prêmio é modelado.

Os retornos dos títulos devem variar com seus prazos. Investidores devem, como regra geral, exigir que títulos com prazo mais longo paguem uma remuneração maior. Supondo que o prêmio exigido depende do prazo do título e que seja constante ao longo tempo, tem-se que os *spreads* deverão depender do diferencial dos prêmios.

Um dos pontos de pesquisa sobre a estrutura a termo da taxa de juros consiste em testar se existe evidência que os *spreads* – diferença entre a taxa paga por títulos mais longos em relação a um título mais curto - obedecem às propriedades esperadas quando é postulado racionalidade na formação de expectativas e eficiência de mercado.

Reordenando a eq. 5, pode-se chegar a:

$$\text{eq. 6 } R_t^m - R_t^n = \sum_{i=1}^{k-1} (1 - \frac{i}{k}) E_t(\Delta^n R_{t+in}^n) + T_t^{m,n}$$

Caso os agentes utilizem toda a informação disponível, o valor do retorno em $t+i$ de um título de prazo n será o valor observado mais um erro aleatório com média zero e determinada variância e, logo não pode ser previsto a partir da informação disponível em t :

A eq. 6 é ponto de partida e referência fundamental para a análise que se segue. Um ponto importante consiste em como modelar o prêmio exigido pelos agentes ($T_t^{m,n}$). A forma mais simples é supor que é constante ao longo do tempo. Cuthberston (1996a, páginas 218-223) apresenta seis grandes categorias para classificar os modelos de estrutura a termo:

- I) Hipóteses de Expectativas Puras: Nesta versão o prêmio exigido é constante e igual a zero.
- II) Hipótese de Expectativas com Prêmio Constante: Nesta versão o prêmio exigido é constante, diferente de zero e igual para todas as maturidades;

III) Hipótese de Prêmio Crescente ou de Preferência pela Liquidez: Nesta versão os prêmio são constantes ao longo do tempo e maiores para os *spreads* mais longos;

IV) Hipótese de Risco Variável ao longo do tempo: O prêmio exigido pelos agentes varia ao longo do tempo;

V) Hipótese de Segmentação de Mercado: O valor dos ativos depende de alguma forma do estoque disponível dos mesmos e isto tem influencia nos *spreads*;

VI) Retornos constantes por período de Carregamento: Este tipo de abordagem sugere que não se deve comparar retornos de títulos de diversas maturidades e sim o retorno de cada título de qualquer maturidade pelo carregamento dos mesmos na carteira por um período fixo;

Os modelos I a III são restritos em termos de generalidade, contudo, são os mais fáceis de serem testados e implementados. O modelo IV é um modelo geral, entretanto, é de difícil implementação da forma genérica como é apresentada acima. O modelo V fornece uma pista sobre algum tipo de informação adicional útil a serem incorporadas na análise da estrutura a termo da taxa de juros caso os testes dos modelos simples falhem. O modelo VI, na verdade, implica num certo ceticismo quanto à abordagem da estrutura a termo da taxa de juros e propõe testes que visem avaliar apenas os retornos dos títulos de qualquer prazo em determinado período.

Implicações dos Modelos com Prêmio de Risco Constante ao Longo do Tempo:

Fazendo a hipótese de que o termo que representa o prêmio é constante ao longo do tempo e diferenciando-se a eq. 4, têm-se:

$$\text{eq. 7: } \Delta^n R_t^m = (1/k)E_t[\Delta^n R_t^n + \Delta^n R_{t+n}^n + \Delta^n R_{t+2n}^n + \dots + \Delta^n R_{t+m}^n]$$

Usando a lei das expectativas iteradas e o conjunto de informação disponível em t-n, têm-se:

$$\text{eq. 8: } E_{t-n}(\Delta^n R_t^m) = (1/k)E_{t-1}(\Delta^n R_t^n + \Delta^n R_{t+n}^n + \Delta^n R_{t+2n}^n + \dots + \Delta^n R_{t+m}^n)$$

A eq. 8 mostra que a variação esperada da taxa de longo prazo com base na informação disponível em t-n é igual a uma soma ponderada das variações das taxas de curto prazo.

Uma outra forma de apresentar as eq. 5 e eq. 6 pode ser feita seguindo os argumentos contidos em Cuthberston (1996a, págs.232-233). Utilizando-se para efeitos ilustrativos as taxas de juros de 3, 6 e 9 períodos, a eq. 5 e o conjunto de informação disponível em t, têm-se que:²

² O termo $T^{m,n}$ é omitido na análise por simplicidade, alterando apenas marginalmente o argumento.

$$\text{eq. 9: } E_t[R_{t+3}^6] = (1/2)E_t[R_{t+3}^3 + R_{t+6}^3]$$

$$\text{eq. 10: } R_t^9 = (1/3)E_t[R_t^3 + R_{t+3}^3 + R_{t+6}^3]$$

Substituindo a eq. 9 na eq. 10 e, com a álgebra de praxe,

$$\begin{aligned} R_t^9 &= (1/3)E_t[R_t^3] + (2/3)E_t[R_{t+3}^6] \\ \text{eq. 11: } (3/2)R_t^9 - (1/2)E_t[R_t^3] &= E_t[R_{t+3}^6] \\ E_t[R_{t+3}^6] - R_t^9 &= (1/2)E_t[R_t^9 - R_t^3] \end{aligned}$$

têm-se que:

$$\text{eq. 12: } E_t(R_{t+3}^6) - R_t^9 = (1/2)S_t^{9,3}$$

Ou de forma alternativa:

$$\text{eq. 13: } E_t(\Delta^3 R_{t+3}^6) = (3/2)S_t^{9,3} - S_t^{6,3}$$

Caso a hipótese de expectativas seja verdadeira, a eq. 12 deve ser respeitada. No caso geral tem-se que:

$$\text{eq. 14: } ((m-n)/n)(E_t(R_{t+n}^{m-n}) - R_t^m) = S_t^{m,n}$$

Ou de forma alternativa:

$$\text{eq. 15: } E_t(\Delta^n R_{t+n}^{m-n}) = (n/(m-n))S_t^{m,n} - S_t^{m-n,n}$$

No caso que os *spreads* com taxas muito mais longas, a partir da eq. 14, pode-se utilizar a seguinte aproximação:

$$\text{eq. 16: } \left(\frac{m}{n}\right)(E_t(R_{t+m}^m) - R_t^m) = S_t^{m,n}$$

Ou

$$\text{eq. 17: } E_t(\Delta^m R_{t+m}^n) = (n/m)S_t^{m,n} - S_t^{m-n,n}$$

Política Monetária e a estrutura a termo da taxa de juros: Os *Spreads* são Martingalas?

McCallum (1994) analisa como uma regra de política monetária que vise suavizar os movimentos das taxas de juros ao longo do tempo pode alterar o quadro simples apresentado acima. O autor supõe que os bancos centrais utilizam uma taxa de curto prazo como instrumento para influenciar a economia e o valor do *spread* entre uma taxa de mais longo prazo e uma de curto prazo como sinalizador sobre a evolução futura da atividade econômica e de inflação, na medida em que existe uma literatura que documenta boa evidência em favor desta relação.

Utilizando um modelo simples com apenas duas taxas - uma taxa de curto prazo (1 período) que é utilizada como instrumento de política econômica e outra taxa de longo prazo

(2 períodos) determinada pelo mercado – o autor coloca fortes restrições a análise que parte da equação como apresentada na eq. 6.

O autor parte da hipótese que o termo de risco varie ao longo do tempo a partir de um processo autoregressivo cujos erros não possam ser previstos pela informação contida nas taxas. Dessa forma a eq. 6 teria basicamente duas fontes de erros: I) a primeira adviria de choques inesperados e imprevisíveis sobre o termo de risco e; II) erros de previsão aleatórios.

Partindo das seguintes relações:

$$\text{eq. 18:} \quad R_t^2 = \left(\frac{1}{2}\right) [R_t^1 - E_t(R_{t+1}^1)] + T_t^{2,1}$$

$$\text{eq. 19:} \quad \varepsilon_{t+1} = R_{t+1}^1 - E_t(R_{t+1}^1)$$

Reunindo as equações eq. 18 e eq. 19, chega-se a:

$$\text{eq. 20:} \quad \left(\frac{1}{2}\right) \Delta R_{t+1}^1 = R_t^2 - R_t^1 - T_t^{2,1} + \left(\frac{1}{2}\right) \varepsilon_{t+1}$$

As equações eq. 21 e eq. 22 sintetizam o argumento:

$$\text{eq. 21:} \quad \left(\frac{1}{2}\right) \Delta R_{t+1}^1 = R_t^2 - R_t^1 - T_t^{2,1} + \left(\frac{1}{2}\right) \varepsilon_{t+1}$$

$$\text{eq. 22:} \quad T_t^{2,1} = T + \rho T_{t-1}^{2,1} + u_t$$

O Banco Central segue a seguinte regra de política monetária:

$$\text{eq. 23:} \quad R_t^1 = \delta R_{t-1}^1 + \lambda (R_t^2 - R_t^1) + \xi_t$$

na qual $0 \leq \delta < 1$ e $0 \leq \lambda < 2$.

Se for suposto que os erros das duas equações são independentes dos distúrbios que afetam as demais equações de um modelo macroeconômico mais geral então pode-se utilizar apenas estas duas equações para a finalidade desejada que é avaliar a pertinência da eq. 6 .

Analizando o caso em que o suavizamento é total ($\delta=1$) e o prêmio de equilíbrio é zero ($T=0$), McCallum (1994) mostra que é possível chegar as seguintes relações para as taxa de curto prazo e para o spread:

$$\text{eq. 24:} \quad R_t^1 - R_{t-1}^1 = \xi_t + \left(\frac{\lambda \rho}{1 - \lambda \rho / 2} \right) \xi_{t-1} + \left(\frac{\lambda}{1 - \lambda \rho / 2} \right) u_t$$

$$\text{eq. 25:} \quad R_t^2 - R_t^1 = \left(\frac{1}{2}\right) (E_t(R_{t+1}^1) - R_t^1) + T_t^{2,1} = \left(1 - \lambda \rho / 2\right)^{-1} \xi_t$$

Reunindo as equações eq. 24 e eq. 25 em uma única equação, têm-se que:

$$\text{eq. 26:} \quad \left(\frac{1}{2}\right)\Delta R_t^1 = \left(\frac{\lambda\rho}{2}\right)(R_{t-1}^2 - R_{t-1}^1) + \left(\frac{\lambda/2}{1-\lambda\rho/2}\right)u_t + \left(\frac{1}{2}\right)\xi_t$$

Note que a eq. 26 autoriza a realização de uma regressão tendo como variável explicada a variação da taxa de curto prazo vezes meio e como variável explicativa o spread. Contudo o coeficiente linear da regressão variará entre zero e um conforme os valores dos parâmetros ρ e λ que estão ligados respectivamente à autoregressividade do termo de risco e à regra de política monetária.

É importante notar que o coeficiente da regressão só terá valor 1 somente no caso extremo no qual o termo de risco evolui segundo um passeio aleatório ($\rho=1$) e que a autoridade monetária dê todo o peso possível ao *spread* na tomada de decisão sobre o valor da taxa de curto prazo ($\lambda=2$). Argumento semelhante pode ser construído para taxa de prazo mais longo.

No caso do termo de risco evoluir como um ruído brando ($\rho=0$) tem-se que os *spreads* não terão nenhum poder preditivo sobre as taxas de curto prazo. Como o termo de risco pode ser previsto com facilidade, os agentes antecipam que desalinhamentos nos *spreads* irão causar movimentos nas taxas de juros de curto prazo e tornam tal informação redudante. “*I would suggest, not only that the usual regression test is inappropriate but also that is misleading to think of the expectation theory in terms of ‘predictive content’ of the spread for the future changes of the short rate. Such predictive content is not a necessary implication of that theory*”. (McCallum, 1994, pág.7)

Uma outra forma possibilidade para que os *spreads* não tenham poder preditivo sobre as taxas de curto prazo ocorre quando o parâmetro $\lambda=0$, ou seja, o Banco Central não responde aos *spreads*. No caso do Banco Central agir para suavizar os movimentos nas taxas de juros ($\delta=1$), têm-se o caso analisado por Mankiw & Miron (1986).

Desta forma caso a hipótese de expectativas seja válida não necessariamente a equação na forma dada pela eq. 6 será observada e testes que visam avaliar validade da hipótese de expectativas desta forma implica na imposição de uma restrição exageradamente forte. A hipótese de expectativas segundo o autor deve ser entendida de uma forma flexível. Os *spreads* podem não ter poder preditivo sobre a evolução das taxas futuras. Contudo a hipótese de expectativas ainda implica que **somente** os *spreads* podem ter algum poder preditivo sobre a evolução futura das taxas de curto prazo e que o conjunto de informação disponível não pode prever os erros de previsão feitos.

Que tipo de informação está presente nas taxas de Longo Prazo?³

Partindo da eq. 4 para um m grande e n pequeno, ou seja, para um spread entre uma taxa de longo prazo e de curto prazo:

$$\text{eq. 27: } R_t^m = (1/m)E_t[R_t^1 + R_{t+1}^1 + R_{t+2}^1 + \dots + R_{t+m}^1] + T_t^{m,1}$$

Utilizando a equação acima para o período imediatamente posterior:

$$\text{eq. 28: } R_{t+1}^m = (1/m)E_{t+1}[R_{t+1}^1 + R_{t+2}^1 + R_{t+3}^1 + \dots + R_{t+m+1}^1] + T_{t+1}^{m,1}$$

Fazendo a eq. 26 menos a eq. 25, têm-se:

$$\begin{aligned} \text{eq. 29: } R_{t+1}^m - R_t^m &= (1/m)[(E_{t+1}(R_{t+1}^1) - E_t(R_{t+1}^1)) + \\ &+ (E_{t+1}(R_{t+2}^1) - E_t(R_{t+2}^1)) + (E_{t+1}(R_{t+3}^1) - E_t(R_{t+3}^1)) + \dots + (E_{t+1}(R_{t+m}^1) - E_t(R_{t+m}^1)) + \\ &+ E_{t+1}R_{t+m+1}^1 - R_t^1 + \\ &+ (T_{t+1}^{m,1} - T_t^{m,1})] \end{aligned}$$

Definindo-se:

$$A = (E_{t+1}(R_{t+1}^1) - E_t(R_{t+1}^1))$$

$$B = (E_{t+1}(R_{t+2}^1) - E_t(R_{t+2}^1)) + (E_{t+1}(R_{t+3}^1) - E_t(R_{t+3}^1)) + \dots + (E_{t+1}(R_{t+m}^1) - E_t(R_{t+m}^1))$$

$$C = E_{t+1}R_{t+m+1}^1 - R_t^1$$

$$D = T_{t+1}^{m,1} - T_t^{m,1}$$

Têm-se que:

$$\text{eq. 30: } R_{t+1}^m - R_t^m = (1/m)[A + B + C + D]$$

A eq. 28 mostra que a variação das taxa de juros pode ser decomposta em quatro fatores:

Fator A: Erro de Previsão;

Fator B: Revisão das Previsões sobre a evolução futura das taxas de juros por conta da chegada de uma nova informação;

Fator C: Fator ligado a expectativa sobre o futuro;

Fator D: Variação do Termo associados à risco;

Os fatores A, B e D não são passíveis de serem previstos com base na informação disponível em t. O termo (C/m), em condições bem razoáveis e, para m grande deve ter valor bem próximo de zero. Desta forma é possível concluir que:

$$\text{eq. 31: } E_t[R_{t+1}^m - R_t^m] = 0$$

³

O argumento que se segue baseia-se na Cuthberston (1996a) págs. 250-251.

Ou seja, R_t^m deve ser uma martingala em diferença. Todavia os valores realizados da primeira diferença devem conter informação relevante para explicar a evolução das demais taxas.

Conclusão:

Neste capítulo foi apresentada a hipótese de expectativas e como esta deve ser interpretada dentro de um arcabouço de um modelo macroeconômico geral. Passa-se agora a descrição dos procedimentos existentes na literatura para testá-la e como estes podem ser compatibilizados com a discussão aqui apresentada.

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA DE TESTES DA HIPÓTESE DE EXPECTATIVAS (HE), DE EFICIÊNCIA DOS MERCADOS (HEM) E DE EXPECTATIVAS RACIONAIS (ER) NA ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS.

Introdução:

Neste capítulo procurar-se discutir e apresentar de forma mais detalhada o instrumental disponível na literatura para pesquisar as propriedades e testar hipóteses sobre a estrutura a termo da taxa de juros. O capítulo pode ser dividido em duas grandes partes. Na primeira discute-se a metodologia tradicionalmente utilizada para testar a hipótese de expectativas. Na outra parte, discute-se como a metodologia de cointegração pode ser utilizada para análise das propriedades da estrutura a termo da taxa de juros.

Metodologia Tradicional para teste da hipótese de expectativas:

Nas páginas que se seguem discutem-se sucintamente os principais procedimentos realizados na literatura que visa avaliar a validade ou não dos modelos associados à estrutura a termo da taxa de juros.

Spreads versus Fundamentos:

Suponha que os agentes utilizem o conjunto de informação disponível de tal sorte que a expectativa para as taxas de juros é dada por:

$$\text{eq. 32 : } \Delta R_{t+i}^j = E_t[\Delta R_{t+i}^j] + \varepsilon_{t+i}$$

na qual $E_t[\varepsilon_{t+i}] = 0$.

Utilizando a eq. 31 na eq. 6 têm-se:

$$\text{eq. 33 : } S_t^{m,n} = \sum_{i=1}^{k-1} \left[\left(1 - \frac{i}{k}\right) (\Delta^n R_{t+in}^{(n)} + \varepsilon_{t+i}) \right] + T_t^{m,n}$$

Definindo-se $PFS^{m,n}$ por:

$$\text{eq. 34 : } PFS_t^{m,n} = \sum_{i=1}^{k-1} \left[\left(1 - \frac{i}{k}\right) (\Delta^n R_{t+in}^{(n)}) \right]$$

Desta forma, aplicando-se o operador de expectativas na diferença entre a eq. 34 e a eq. 33 têm-se que:

$$\text{eq. 35 : } E_t[PFS_t^{m,n} - S_t^{m,n}] = 0$$

A partir da eq. 35 pode-se concluir que uma regressão de $PFS^{m,n}$ em $S^{m,n}$ é uma maneira de testar a hipótese que os agentes utilizam expectativas racionais (ER) e que os

mercados são eficientes (HE). Se a hipótese nula for verdadeira na regressão abaixo espera-se que $\alpha=\gamma=0$ e $\beta=1$.⁴

eq. 36:
$$PFS_t^{m,n} = \alpha + \beta S_t^{m,n} + \gamma \Omega_t + \varepsilon_t ;$$
⁵

Da regressão acima alguns pontos devem ser ressaltados. Estimando-se por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) os parâmetros da eq. 36, obtêm-se estimativas consistentes dos mesmos. A razão é que os agentes, por hipótese, utilizam toda a informação disponível em t da forma mais eficiente possível, de modo que $S_t^{m,n}$ deve ser ortogonal a ε_t e logo, o estimador de MQO fornece estimativas consistentes. O problema consiste na realização de inferência. Não há razão, em princípio, para supor que os erros são homocedásticos. Desta forma as estimativas dos desvios padrões dos estimadores obtido por MQO são menores do que os desejados e torna-se necessário a utilização de algum estimador robusto dos desvios padrões. O termo Ω_t indica qualquer conjunto de informação disponível no instante t não deve contribuir para prever a evolução de $PFS_t^{m,n}$ se os mercados forem eficientes.⁶

A rejeição da hipótese nula pode ocorrer ou devido aos mercados não serem eficientes ou devido à violação da hipótese de expectativas racionais ou devido a hipótese de expectativas (HE). Em nenhum dos casos é possível obter estimativas consistentes por MQO a partir de eq. 36. Campbell & Shiller (1991, págs. 512) sugerem a utilização de variáveis instrumentais (IV). Duas condições de ortogonalidade são usadas pelos autores: a) os *spreads* defasados e; b) a diferença entre a taxa de juros de curto prazo e uma média móvel de valores defasados de uma taxa de 1 ano. A utilização de variáveis instrumentais, pelo menos em princípio, permite que sejam obtidas estimativas consistentes dos parâmetros desde que os instrumentos estejam correlacionados com os fatores que estão levando a rejeição da hipótese nula.

Causalidade de Granger

Uma outra implicação da equação eq. 6 é que movimentos nos *spreads* entre duas taxas devem preceder temporalmente os movimentos das taxas de menor prazo, enquanto alterações das taxas de menor prazo no futuro não devem explicar movimentos nos *spreads* atuais. Tal fato está relacionado com o conceito de causalidade de Granger definido abaixo.

Definição 1: Causalidade de Granger (Hendry, 1995, pág. 176)

⁴ Caso $T_{m,n}$ em eq. 6 seja diferente de zero, logo espera-se que $\alpha \neq 0$.

⁵ Também foi feita a hipótese sobre o termo $E_t[T_{m,n}] = 0$ – constante e invariante no tempo.

⁶ Tabak & Andrade (2001) utilizam como parte do conjunto de informação Ω_t a variância de uma taxa de curto prazo por exemplo. Os resultados não são favoráveis à hipótese de expectativas.

Sejam y e x duas variáveis cuja distribuição conjunta é dada por $D_Z(y_t, x_t | Z_{t-1})$ em que $Z=[y, x]$ e Z_{t-1} representada toda a história passada até o instante t .

Considerando a fatoração da distribuição conjunta dada por:

$$D_Z(y_t, x_t | Z_{t-1}) = D_{y|x}(y_t | x_t, Z_{t-1}) D_x(x_t | Z_{t-1}).$$

Se $D_x(x_t | Z_{t-1}) = D_x(x_t | X_{t-1})$ diz-se a variável y_{t-1} não causa no sentido de Granger x_t .

Dessa forma, os *spreads* devem Granger causar as variações nas taxas de curto prazo e variações nas taxas de curto prazo não devem causar no sentido de Granger movimentos futuros dos *spreads*. É possível testar tais hipóteses a partir da estimativa de VAR(p) contendo $(S^{m,n}$ e $\Delta R^n_t)$. Duas hipóteses nulas devem ser formuladas: I) na equação $S^{m,n}$ as variáveis defasadas de ΔR^n_t não devem ser significativas; II) na equação ΔR^n_t as variáveis $S^{m,n}$ devem ser significativa. Evidência favorável à hipótese de expectativas consiste na aceitação da hipótese nula em I e rejeição da hipótese nula em II.

Vetores Autoregressivos e Testes de Volatilidade:

Suponha que um VAR(p) contendo as variáveis $Z_t=[S^{m,n}_t \text{ e } \Delta R^n_t]$ seja uma boa representação do processo que gerou as variáveis acima. A validade da hipótese de expectativas implica numa série de restrições sobre os parâmetros do VAR(p) estimados. Logo uma outra forma de testar a hipótese de expectativas consiste em testar a validade de tais restrições.⁷

Seja um VAR(p) reescrito como um VAR(1) na forma abaixo:

eq. 37:
$$z_t = Az_{t-1} + v_t$$

na qual $z_t=[Z_t; Z_{t-1}; \dots; Z_{t-p+1}]$ e $v_t=[\varepsilon_t; 0; \dots; 0]$.

Supondo que a eq. 37 seja uma boa representação do processo estocástico que gerou Z_t , a validade de hipótese de expectativas implica que uma série de restrições devem ser obedecidas por A na eq. 37. Como exemplo ilustrativo pode-se supor que o processo gerador de Z_t seja bem representado por um VAR(1) e que esteja-se analisando o caso em que $m=3$ e $n=1$, logo:

$$E_t z_{t+1} = A z_t$$

$$E_t z_{t+2} = A^2 z_t$$

Como pela eq. 6 $S^{3,1}_t = \frac{2}{3} E_t[\Delta r_{t+1}] + \frac{1}{3} E_t[\Delta r_{t+2}]$, têm-se que:

⁷ Johansen & Swensen (1999) propõem uma estratégia diferente para testar modelos de expectativas racionais. Partem de um modelo geral com as séries em nível - e portanto I(1) - dado pela eq. 40 e então testam as restrições implicadas pelo modelo de expectativas racionais no espaço de parâmetros.

$$\text{eq. 38 } S_t = e1'Z_t = \left(\frac{2}{3}e2'A + \frac{1}{3}e2'A^2 \right) Z_t$$

na qual $e1'Z_t = S^{m,n}_t$ e $e2'Z_t = \Delta r^n_t$.

Desta forma, denominando-se por a o conjunto de parâmetros do VAR, têm-se que a seguinte restrição deve ser válida:

$$f(a) = e1' - [(2/3)e2'A + (1/3)e2'A^2] = 0$$

Campbell & Shiller (1991) demonstram que para o caso geral em que o processo gerador dos dados é um VAR (p) a seguinte restrição tem de ser válida:

$$\text{eq. 39: } f(a) = e1' - e2'[I - (m/n)(I - A^n)(I - A^m)^{-1}](I - A)^{-1} = 0$$

na qual A é a matriz dada na eq. 37.

Ou ainda:

$$\text{eq. 40: } S^{m,n}_t = e2'[I - (m/n)(I - A^n)(I - A^m)^{-1}](I - A)^{-1} Z_t$$

Duas estratégias de testes da hipótese de expectativas podem ser tentadas: a) estimar um VAR e testar se $f(a)=0$ a partir de um teste de Wald; b) a partir de uma estimativa da matriz A contruir uma estimativa do valor *spread* dado pelos fundamentos e então estimar uma equação similar a eq. 36 substituindo $PFS^{m,n}$ por $S^{m,n}$, testando as restrições propostas e; c) comparar a variância de $S^{m,n}$ com $S^{m,n}$. Campbell & Shiller (1991) sugerem que as estratégias b e c seriam as melhores opções sendo que no primeiro tipo de teste haveria uma tendência de rejeição exagerada da hipótese de expectativas quando esta é verdadeira.

Cointegração e a estrutura a termo:

A literatura de cointegração data do início dos anos oitenta quando os primeiros testes foram derivados e ficou claro que tal metodologia podia ser aplicada à análise de uma série de problemas econômicos. A análise de cointegração também tem sido aplicada ao estudo da estrutura a termo da taxa de juros. A evidência empírica de que as taxas de juros possuem uma raiz unitária embora possa ser questionada do ponto de vista teórico abriu espaço para a utilização de modelos de cointegração aplicados a estrutura a termo das taxas de juros.

Supondo que a taxa de juros – qualquer que seja o prazo – tenha uma raiz unitária. Caso a eq. 34 seja obedecida, têm-se que os *spreads* deverão ser necessariamente estacionários, pois o lado direito consiste numa soma de variáveis estacionárias que logicamente é estacionária. Desta forma, pesquisar se existe cointegração entre as taxas de diversos prazos e se os vetores de cointegração obedecem à restrição sugerida pelos *spreads* é um outro caminho possível de ser trilhado.

Modelando fenômenos econômicos: Do Geral ao Específico.

A análise de cointegração pode ser vista como um dos passos dentro de uma estratégia de modelagem econométrica do geral para o específico. Dentro deste tipo de abordagem, o primeiro passo consiste em construir um modelo geral como ponto de partida que possa ser visto como uma boa aproximação do processo gerador dos dados (PGD) e daí então testar hipóteses que permitam simplificá-lo sem perda de informação relevante para análise em questão.

Este tipo de metodologia pode ser utilizado no estudo da estrutura a termo da taxa de juros. Os modelos de cointegração desenvolvidos na literatura e aplicados neste trabalho são essencialmente lineares. Existem esforços na literatura na direção da construção de modelos não lineares dentro de um arcabouço de cointegração. Existe uma controvérsia sobre qual a melhor forma de modelar dados de juros: modelos lineares ou não lineares. Os modelos não lineares ofereçam em princípio um grau maior de generalidade mas são mais complexos e, em alguns casos sua estimação é mais trabalhosa. Embora tenham ocorrido avanços na literatura, os resultados ainda são bem menos amplos e incipientes do que os existentes para modelos lineares.

Neste trabalho optou-se por modelar o PGD a partir de um modelo linear. Tal opção pode ser justificada apenas na medida em que não haja evidências estatísticas contrárias no que tange aos resultados dos testes de especificação dos modelos empíricos. Tendo isto em mente, num trabalho empírico deve-se ter o cuidado de propor e estimar um modelo com alto grau de generalidade e que seja uma boa aproximação do processo gerador dos dados.

Partindo-se do modelo geral (no caso um VAR irrestrito), pode-se então passar a testar as implicações da hipótese de expectativas. As seguintes restrições podem ser testadas a partir do modelo geral:

- a) Testar se os vetores estimados correspondem ao *spreads*;
- b) Testar hipóteses sobre quais séries geram efeitos permanentes e transitórios nos sistemas;
- c) Testar hipóteses sobre como as taxas de curto e longo prazo se relacionam;
- d) Testar se os agentes fazem o melhor uso possível da informação disponível de modo a fechar as oportunidades de lucro;

Na análise que se segue algumas referências chaves serão utilizadas. No item a), serão usados os trabalhos de Johansen (1988, 1994, 1995a, 1995b,), Juselius (1995) e Johansen & Juselius (1992) sobre cointegração. Para o item b) o trabalho de Gonzalo & Granger (1995)

será utilizado. No item c), os trabalhos de Hecq, Palm & Urbain (2000 e 2002). No item d) a referência principal será o trabalho recente de Johansen & Swensen (1999).

Teste de Cointegração:

Existe uma ampla gama de testes de cointegração disponíveis. A primeira abordagem consiste em utilizar testes univariados de raiz unitária para confirmar que todas as séries de juros são integradas de ordem 1 para em seguida testar, através de procedimentos bivariados se existe cointegração entre as diversas taxas.

Uma outra abordagem possível consiste na análise multivariada.⁸ Nesta linha existe o teste clássico de cointegração desenvolvido por Johansen & Juselius⁹ em diversos trabalhos em que é possível avaliar simultaneamente a existência de cointegração e a ordem de integração das variáveis de um sistema. Neste tipo de abordagem existem ainda os trabalhos de Pesaran, Shin & Smith (2000) e Quintos (1998) e Kleibergen (1999).

Nas páginas que se seguem apresenta-se sucintamente a metodologia de cointegração desenvolvida por Johansen e como esta pode ser utilizada para testar hipótese sobre componentes comuns e se a hipótese eficiência dos mercados, de expectativas racionais e hipótese de expectativas são válidas.

Metodologia tradicional de cointegração:

Johansen¹⁰ supõe que o processo gerador dos dados é dado por:

$$\text{eq. 41 } \Delta \mathbf{X}_t = \Gamma_1 \Delta \mathbf{X}_t + \dots + \Gamma_k \Delta \mathbf{X}_{t-k} + \Phi \mathbf{D}_t + \pi \mathbf{X}_{t-1} + \varepsilon_t, t = 1, \dots, T$$

na qual ε_t tem distribuição normal e os erros são independentes ao longo do tempo e $\pi = \alpha\beta'$.

O posto da matriz π mostra qual é o número de vetores de cointegração no sistema. Johansen & Juselius (1992) e Johansen (1995b) sugerem um procedimento amplamente difundido para estimar a matriz π . Definindo $Z_{2t} = (\Delta \mathbf{X}_{t-1}, \dots, \Delta \mathbf{X}_{t-k+1}, \mathbf{D}_t)$, e realizando a regressão de $\Delta \mathbf{X}_t$ e $\mathbf{X}_{t-1}$ em Z_{2t} . Definindo R_{0t} e R_{1t} como sendo os resíduos da regressão e $S_{ij} = T^{-1} \sum_{t=1}^T R_{it} R_{jt}'$, $i, j = 0, 1$ a matriz de covariância destes resíduos. A matriz π pode ser estimada por:

⁸ Neste trabalho opta-se pela análise multivariada pois os testes ADF são caso particular do procedimento de Johansen.

⁹ As referências principais são: Johansen (1988, 1994, 1995a e 1995b), Juselius (1995) e Johansen & Juselius (1992).

¹⁰ Johansen (1995b) apresenta e coleta os principais resultados dos diversos artigos sobre este tipo de teste de cointegração.

$$\text{eq. 42:} \quad R_{ot} = \alpha\beta' R_{kt} + v_t$$

Para maximizar a seguinte função de máxima verossimilhança é necessário resolver um problema dado por eq. 42:

$$\text{eq. 43:} \quad L = -(T/2) \ln|\Omega| - (1/2) \sum_{t=1}^T (R_{ot} + \alpha\beta' R_{1t})' \Omega^{-1} (R_{ot} + \alpha\beta' R_{1t})$$

Os autores mostram que o estimador de β é obtido calculando-se os autovetores do problema abaixo:

$$\text{eq. 44:} \quad |\lambda S_{11} - S_{10} S_{00}^{-1} S_{01}| = 0$$

O valor da função de verossimilhança é dado por:

$$\text{eq. 45:} \quad L_{\max}^{-2/T} = |S_{00}| \prod_{i=1}^k (1 - \hat{\lambda}_i) = |S_{00.1}| \left[\prod_{i=r+1}^p (1 - \hat{\lambda}_i) \right]^{-1}$$

na qual $\hat{\lambda}_i$ são os autovalores da eq. 43 em ordem decrescente e $S_{00.1} = S_{00} - S_{01} S_{11}^{-1} S_{10}$.

A estatística do traço e do máximo autovalor permite testar hipótese sobre o posto da matriz π .

$$\text{eq. 46:} \quad \eta_p = -T \sum_{i=n+1}^k \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

$$\text{eq. 47:} \quad \xi_p = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_i)$$

As principais restrições levantadas à análise proposta por Johansen consistem nas propriedades de pequenas amostras. Há evidência de distorção de tamanho (*size*) e baixo poder (*power*). Pesaran, Shin & Smith (2000) procuram melhorar o poder da estatística do traço e do auto-valor. Para isto propõe a estimação dos parâmetros de curto prazo e imposição de tal estrutura na construção das estatísticas de testes. Segundo os autores há um ganho de poder neste procedimento e as distorções de tamanho (*size*) continuam sendo um problema. Quintos (1998) generaliza o procedimento de Johansen permitindo que os erros tenham distribuição não normal e relaxando a hipótese de independência dos erros, mas a matriz $\Phi=0$, ou seja, não há constante ou tendência. A autora propõe a construção de uma estatística semelhante ao traço e a estimação da matriz π é feita a partir do Método dos Momentos Generalizados (GMM)¹¹. Segundo a evidência construída pela autora, tal procedimento não

¹¹ Kleibergen (1999) mostra como o procedimento de regressões de posto reduzido propostos por Johansen podem ser realizados usando GMM.

possui as distorções de tamanho (*size*) e maior poder (*power*) em pequenas amostras apresentadas pelos demais procedimentos multivariados.

Kleibergen (1999) também procura generalizar o procedimento de Johansen ao abrir mão da hipótese de erros gaussianos. O autor constrói um procedimento para estimar a matriz π e testar hipóteses sobre o posto da mesma. A técnica de estimação é GMM.

Testes de hipóteses sobre os vetores de cointegração (β) e sobre os parâmetros de longo prazo (α):

Supondo que o posto da matriz π seja conhecido, vários tipos de hipóteses podem ser testadas usando testes de razão de verossimilhança:

$$\text{eq. 48} \quad H_1 : \beta = \mathbf{H}_1 \varphi \quad \mathbf{H}_1(pxs), \varphi(sxr), r \leq s \leq p \quad \sim \chi^2(r(p-s))$$

$$\text{eq. 49:} \quad H_2 : \beta = (\mathbf{H}_2, \psi) \quad \mathbf{H}_2(pxr_1), \psi(pxr_2), r = r_1 + r_2 \quad \sim \chi^2(s(p-r_1))$$

$$\text{eq. 50:} \quad H_3 : \beta = (\mathbf{H}_{31}\varphi_1, \dots, \mathbf{H}_{3i}\varphi_i) \quad \mathbf{H}_{3i}(pxs_i), \varphi_i(s_ixr_i) \quad \sim \chi^2(p-r-\sum_{i=1}^r s_i + 1)$$

na qual φ and ψ são matrizes de parâmetros desconhecidos. No primeiro teste o mesmo tipo de restrição é imposta sobre todos os vetores de cointegração. No segundo caso alguns vetores são tidos como conhecidos e os demais são irrestritos. No terceiro caso diferentes restrições podem ser impostas sobre cada vetor de cointegração. Restrições similares podem ser imposta aos vetores de ajustamento (α). Todos os testes são descritos em detalhe em Johansen (1995b) e Hendry e Doornik (1994, capítulo 11) também descrevem como testar hipóteses conjuntas sobre α e β .

Testando Restrições ao Modelo Geral:

Nas seções que se seguem apresenta-se a metodologia de decomposição das séries em seus componentes permanentes e transitórios (P-T) proposta por Granger e Gonzalo, assim como deve-se proceder para testar hipóteses sobre tais componetes. Além disto, os conceitos de diagonalidade em bloco e o teste de expectativas de forma exata proposto por Johansen & Swensen (1999) é discutida.

Modelos Fatoriais: Decomposição P-T e fatores comuns.

Supondo que o Processo Gerador dos Dados de X_t pode ser bem descrito pelo seguinte modelo VAR:

$$\text{eq. 51} \quad \Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \Gamma_1 \Delta X_{t-1} \dots + \Gamma_k \Delta X_{t-k} + \varepsilon_t$$

Gonzalo e Granger (1995) mostram que o processo X_t pode ser bem descrito por um número $(p-r)$ de variáveis $I(1)$, f_t , denominados fatores comuns mais componentes $I(0)$ ($\tilde{X}_t$). Esta é chamada de decomposição P-T (Componentes Permantentes-Transitórios):

$$\text{eq. 52: } X_t = A_1 f_t + \tilde{X}_t$$

Johansen (1995b) mostra que $\alpha_{\perp} X_t$ contém as tendências comuns do processo da eq. 51¹² e $\beta' X_t$ contém a parte estacionária. Seja A uma matriz p de posto completo e igual a $(\alpha_{\perp} \beta)'$, é possível obter a decomposição P-T:

$$\text{eq. 53: } X_t = A_1 \alpha_{\perp} X_t + A_2 \beta' X_t$$

na qual $A_1 = \beta_{\perp} (\alpha'_{\perp} \beta_{\perp})^{-1}$ and $A_2 = \alpha (\beta' \alpha)^{-1}$

Investigando e testando hipóteses sobre os elementos de $\alpha_{\perp}$ é possível averiguar quais são os componentes responsáveis por causar efeitos permanentes em X_t . Isto pode ser feito usando os testes padrões desenvolvidos por Johansen e Juselius¹³; Granger & Gonzalo (1995) entre outros.

Testando hipótese sobre fatores comuns:

Gonzalo e Granger (1995) descrevem como testar hipóteses sobre os componentes do vetor ortogonal a α :

$$\text{eq. 54: } H_4 : \alpha_{\perp} = G\theta \quad G(p \times m), \theta(m \times r), r \leq n \leq p \quad \sim \chi^2(r(p-s))$$

Os autores mostram como estimar a versão restrita de $\alpha_{\perp}$ resolvendo o seguinte problema de autovalor:

$$\text{eq. 55: } |\lambda G' S_{00} G - G' S_{01} S_{11}^{-1} S_{10} G| = 0$$

O teste restrito pode ser feito usando os (p-r) menores autovalores de eq. 54:

$$\text{eq. 56: } L_{\max}^{-2/T}(H_4) = |S_{00.1}| \left[\prod_{i=r+1}^p (1 - \hat{\lambda}_{4,i+(m-p)}) \right]^{-1}$$

A estatística de verossimilhança pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\text{eq. 57: } LR(H_4) = -T \sum_{i=r+1}^p [\ln(1 - \hat{\lambda}_{4,i+(m-p)}) - \ln(1 - \hat{\lambda}_i)] \sim \chi^2_{(p-r) \times (p-m)}.$$

na qual λ 's são calculados a partir de eq. 44.

Testando a Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata:

Considere um modelo de expectativa racional dado pela equação:

$$\text{eq. 58 } E[c_1' X_{t+1} | \varphi_t] = c_0' X_t + c_{-1}' X_{t-1} + \dots + c_{-k+1}' X_{t-k+1} + c$$

¹² O processo $\alpha_{\perp} X_t$ é claramente integrado de ordem 1. Para visualizar isto deve-se multiplicar a eq. 50 por $\alpha_{\perp}$.

¹³ Ver nota de rodapé número 9.

na qual $E(\cdot)$ denota a expectativa condicional num sentido probabilístico e c_i são matrizes conhecidas, possivelmente igual a zero. Os elementos das matrizes podem ser obtidos a partir da teoria econômica.

O modelo pode ser reparametrizado como

$$\text{eq. 59 } E[c_1' \Delta X_{t+1} | \varphi_t] = d_1' X_t + d_{-1}' \Delta X_t + \dots + d_{-k+1}' \Delta X_{t-k+1} + c$$

na qual c_1 e d_i são matrizes de ordem $p \times q$ e c_1 têm posto completo.

Utilizando a expectativa condicionada na informação passada eq. 51 e pré-multiplicando por c_1 , obtém-se:

$$\text{eq. 60 } c_1' E[\Delta X_{t+1} | \Omega_t] = c_1' \Pi X_t + c_1' \Gamma_1 \Delta X_{t-1} \dots + c_1' \Gamma_k \Delta X_{t-k+1} + c_1' \mu + c_1' \Phi D_{t-1}$$

Inserindo esta expressão na eq. 51 então as seguintes restrições devem valer:

$$\text{eq. 61: } c_1' \pi = d_1' \quad c_1' \Gamma_i = -d_{-i+1}' \quad i=2, \dots, k. \quad c_1' \mu = \omega \text{ e } c_1' \Phi = 0$$

Deve-se notar que é utilizada apenas a informação disponível ao econometrista para criar as expectativas. Não é utilizado nenhum processo estocástico que não seja de conhecimento do econometrista.

Derivação dos estimadores de máxima verossimilhança e do teste de razão de verossimilhança:

Johansen & Swensen (1999) descrevem como implementar as restrições acima usando um teste de razão de verossimilhança. De forma a derivar o teste a seguinte proposição é necessária.

Proposição 1:

Seja a matriz π $p \times p$ com posto reduzido e satisfazendo a:

$$\pi' b = d$$

na qual b e d são matrizes $p \times q$ de posto completo se e somente existir duas matrizes $(p-q) \times (r-q)$ de posto completo η e ξ e uma matriz Θ $(p-q) \times q$ de posto completo tal que:

$$\pi = \bar{b} d' + \bar{b}_\perp \eta \xi \bar{d}'_\perp + \bar{b}_\perp \Theta \bar{d}'$$

Usando o resultado da Proposição 1, é possível obter com $b=c_1$ e $d=d_1$:

$$\text{eq. 62 } \Delta X_t = \bar{b} d' X_{t-1} + \bar{b}_\perp \eta \xi \bar{d}'_\perp X_{t-1} + \bar{b}_\perp \Theta \bar{d}' X_{t-1} + \Gamma_1 \Delta X_{t-1} \dots + \Gamma_k \Delta X_{t-k} + \mu + \Phi D_t + \varepsilon_t$$

Multiplicando a eq. 62 por $a' = b'_\perp = c_1'$ e b' o modelo da eq. 51 pode ser reescrito por dois conjuntos de regressões:

$$\text{eq. 63 } a' \Delta X_t = \eta \xi \bar{d}'_\perp X_{t-1} + \Theta \bar{d}' X_{t-1} + a' \Gamma_1 \Delta X_{t-1} \dots + a' \Gamma_k \Delta X_{t-k} + a' \mu + a' \Phi D_t + a' \varepsilon_t$$

$$\text{eq. 64 } b' \Delta X_t = d' X_{t-1} - d_{-1}' \Delta X_{t-1} - \dots - d_{-k+1}' \Delta X_{t-k+1} - H\omega + b' \varepsilon_t$$

A densidade conjunta pode ser decomposta como o produto das densidades marginais e condicionais. O modelo condicional de $a' \Delta X_t$ dado $b' \Delta X_t$ e a informação passada é:

$$\begin{aligned} \text{eq. 65: } a' \Delta X_t = & \eta \xi \bar{d}'_{\perp} X_{t-1} + \rho(b' \Delta X_t + d' X_{t-1} + d'_{-1} \Delta X_{t-1} + \dots + d'_{-k+1} \Delta X_{t-k+1} \\ & + (\Theta(d' d)^{-1} - \rho) d' X_{t-1} + a' \Gamma_1 \Delta X_{t-1} \dots + a' \Gamma_k \Delta X_{t-k} \\ & + (\rho H \omega + a' \mu) + a' \Phi D_t + u_t \end{aligned}$$

na qual $\rho = a' \Sigma b (b' \Sigma b)^{-1}$ e u_t e $b' \varepsilon_t$ são componentes aleatórios.

O objetivo é encontrar o estimador de máxima verossimilhança levando em conta a informação dos modelos condicional dado pela eq. 63 e marginal eq. 64. É necessário que os parâmetros dos modelos condicional e marginal sejam variação livre. Johansen & Swensen (1999) mostram que este é o caso.

Supondo que o valor de r é conhecido, é possível calcular a estatística de razão de verossilhança pelo seguinte procedimento:

Se $q < r$ realiza-se a regressão de $a' \Delta X_t$ e $\bar{d}'_{\perp} X_{t-1}$ em $b' \Delta X_t + d' X_{t-1} + d'_{-1} \Delta X_{t-1} + \dots + d'_{-k+1} \Delta X_{t-k+1}$, $d' X_{t-1}$, $\Delta X_{t-1}, \dots, \Delta X_{t-k+1}$, D_t . Definindo os resíduos das regressões por R_{2t} e R_{3t} respectivamente e matrizes S_{ij} with $i, j = 2, 3$ $(p-q) \times (p-q)$ de variância e covariância dos mesmos resíduos:

$$\text{eq. 66 } S_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{it} R_{jt}' \quad i, j = 2, 3.$$

Por argumentos similares ao proposto por Johansen (1995b) é possível através da escolha dos q 's maiores autovalores do problema abaixo maximizar a função de verossimilhança do modelo condicional:

$$\text{eq. 67: } \left| \lambda S_{33} - S_{32} S_{22}^{-1} S_{23} \right| = 0$$

O estimator de ξ é dado por $\tilde{\xi} = (v_1 \dots v_q) S_{23}$ e contém os autovetores associados a resolução de eq. 66 e o estimator de η é dado por $\tilde{\eta} = S_{23} \tilde{\xi}$.

Se $q=r$, então $\bar{d}'_{\perp} = 0$ e S_{22} pode ser calculado a partir dos resíduos da regressão de $a' \Delta X_t$ em $b' \Delta X_t + d' X_{t-1} + d'_{-1} \Delta X_{t-1} + \dots + d'_{-k+1} \Delta X_{t-k+1}$, $d' X_{t-1}$, $\Delta X_{t-1}, \dots, \Delta X_{t-k+1}$, D_t . O valor da função de verossimilhança é dado por:

$$\text{eq. 68: } L_{C-\max}^{-2/T} = \begin{cases} |S_{22}| \prod_{i=1}^{r-q} (1 - \tilde{\lambda}_i) / |a' a| & \text{quando } q = 1, \dots, r-1 \\ |S_{22}| / |a' a| & \text{quando } q = r \end{cases}$$

A função de verossimilhança do modelo marginal pode ser calculada por:

eq. 69: $L_{C-\max}^{-2/T} = |\tilde{\Sigma}_{33}|/|b'b|$

na qual $\tilde{\Sigma}_{33} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (b' \Delta X_i - d' X_{i-1} + d'_{-1} \Delta X_{i-1} + \dots + d'_{-k+1} \Delta X_{i-k+1} + H\tilde{\omega})(b' \Delta X_i - d' X_{i-1} + d'_{-1} \Delta X_{i-1} + \dots + d'_{-k+1} \Delta X_{i-k+1} + H\tilde{\omega})$

A função de verossimilhança do modelo restrito pode ser escrita como:

eq. 70: $L_{RESTR-\max}^{-2/T} = |\tilde{\Sigma}_{33}| |S_{22}| \prod_{i=1}^{r-q} (1 - \tilde{\lambda}_i) / |a'a| |b'b|$

O modelo irrestrito, dado pela eq. 50, pode ser estimado pelas técnicas bem conhecidas e descritas em Johansen & Juselius (1992).

Considere as restrições de um modelo de expectativas racionais dado pela eq. 58 com $c_{-k+1}, \dots, c_0, c_1$ sendo conhecidos. Suponha que $b=c_1$, $a=c_{1\perp}$ e $d=-(c_1+c_0+\dots+c_{-k+1})$ tenham posto completo. A estatística de razão de verossimilhança pode ser obtida a partir das restrições da (eq. 57) imposta num modelo VAR satisfazendo a eq. 41 contra um modelo VAR irrestrito é dada por:

$$-2 \ln Q = T[\ln|S_{22}| - \sum_{i=1}^r \ln(1 - \hat{\lambda}_i) + \ln|\tilde{\Sigma}_{33}| - \ln|S_{00}| + \sum_{i=1}^r \ln(1 - \tilde{\lambda}_i) - \ln(|b'b| |a'a|)]$$

na qual cada um dos componentes é calculado das formas descritas acima.

No caso em que todos os vetores de cointegração são conhecidos, Johansen & Swensen (1999) afirmam que as restrições dadas pela eq. 60 pode ser testadas separadamente usando testes de Wald com distribuição padrão.

Deve-se notar que o teste de uma restrição sugerida por um modelo de expectativas racionais implica em vários pontos: a) separação do modelo irrestrito em dois modelos (marginal e condicional); b) imposição de restrição sobre o espaço de parâmetro do modelo marginal, ou seja, a restrição de expectativa implica numa forma particular de marginalização de um determinado conjunto de variáveis.

Diagonalidade em Bloco de Curto e Longo Prazo:

Um tipo de estudo possível da estrutura a termo da taxa de juros diz respeito a como as taxas de juros se comportam no curto e no longo prazo. É possível esperar, por exemplo, que as taxas de curto e longo prazo cointegrem entre si formando dois grupos separados. É possível avaliar também em que medida os *spreads* longos afetam apenas as taxas de longo prazo e os *spreads* com taxas mais curtas afetam apenas as equações com as taxas de juros de prazo mais curto.

No trabalho de Hecq, Palm & Urbain (2000, 2003) e Granger & Haldrup (1997) entre outros discute-se o conceito de diagonalidade e separabilidade em bloco.

Algumas definições são necessárias para apresentar tais conceitos:

Definição 2: (Diagonalidade em Bloco)

Considere um modelo de dimensão n para as séries $x_t = (x_{1t} \ ' \ x_{2t})'$ gerado por VECM, em que x_{1t} e x_{2t} tem dimensões $n_1 \times 1$ e $n_2 \times 1$ respectivamente com $n_1 + n_2 = n$. Se a matriz $\pi = \alpha\beta'$ pode ser fatorada de forma tal que o vetor β' obedeça à restrição abaixo, têm-se diagonalidade em bloco:

$$\beta' = \begin{pmatrix} \beta_{11} & 0 \\ 0 & \beta_{22} \end{pmatrix}'$$

Supondo por simplicidade que VECM seja dado por:

$$\text{eq. 71: } \begin{pmatrix} \Delta x_{1t} \\ \Delta x_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & 0 \\ 0 & \beta_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} x_{1t} \\ x_{2t} \end{pmatrix}_{t-1} + \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x_{1t-1} \\ \Delta x_{2t-1} \end{pmatrix} + \mu + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix} \varepsilon_t$$

Deve-se notar que as dimensões de β_{11} e β_{22} são respectivamente dadas por $n_1 \times r_1$ e $n_2 \times r_2$ tal que $0 < r_i < n_i$. Isto implica que o caso $r=1$ e $r=p-1$ são excluídos como possibilidade numa estrutura bloco diagonal. Três tipos de separação podem ser definidas:

Definição 3: (Separação completa de Longo Prazo)

Se $\alpha_{12}=0$, $\alpha_{22}=0$, $\Gamma_{12}=0$ e $\Gamma_{21}=0$ então o sistema é dito como separável de forma completa no longo prazo.

Definição 4: (Separação Parcial de Tipo A)

Se $\alpha_{12} \neq 0$, $\alpha_{22} \neq 0$, $\Gamma_{12}=0$ e $\Gamma_{21}=0$ então o sistema é dito (parcialmente) separável do tipo A.

Definição 5: (Separação Parcial do Tipo B)

Se $\alpha_{12}=0$, $\alpha_{22}=0$, $\Gamma_{12} \neq 0$ e $\Gamma_{21} \neq 0$ então o sistema é dito (parcialmente) separável do tipo B.

A hipótese de diagonalidade bloco no espaço de cointegração pode ser testada usando os testes propostos por Johansen & Juselius supondo que o posto r é conhecido. A hipótese de separação parcial do tipo B pode ser testada usando os procedimentos descritos em Hendry e Doornik (1994, cap. 11). Supondo que o espaço de cointegração é conhecido, então a separabilidade do tipo A e a separabilidade completa podem ser testadas por um teste de Wald.

Conclusão:

Agora que as técnicas econométricas a serem utilizadas neste trabalho, no que tange o estudo da estrutura a termo da taxa de juros, foram discutidas e apresentadas, parte-se para a análise empírica de fato sobre a estrutura a termo da taxa de juros.

CAPÍTULO 3: TESTANDO HIPÓTESES SOBRE A ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS E ESTIMANDO COMPONENTES COMUNS.

A partir do sucesso do plano Real em meados de 1994, o país passa conviver com maior estabilidade macroeconômica e com taxas de inflação baixas. Tornar-se possível a negociação em maior escala de títulos prefixados em termos nominais para prazos cada vez mais longos. Na medida em que o tempo passa e mais informações vão ficando disponíveis, abre-se a possibilidade da realização de estudos sobre a estrutura a termo da taxa de juros no país.

No plano internacional existe uma série de estudos que visam pesquisar quais as propriedades apresentadas pela estrutura a termo da taxa de juros. Há duas diferenças básicas entre os estudos internacionais e os possíveis de serem realizados para o Brasil. Em países como Estados Unidos e Reino Unido entre outros, existem títulos de prazo superiores a uma década sendo negociados, enquanto que o prazo mais longo dos títulos brasileiros é bem menor. A segunda diferença consiste no tamanho da amostra. No caso brasileiro o tamanho da amostra compreende o período pós-Real basicamente, ou seja, cerca de oito anos aproximadamente (1995 a 2002). Enquanto que no plano internacional é bem mais comum a possibilidade de estudar períodos bem mais longos que o disponível para o Brasil. Desta forma qualquer resultado obtido para o Brasil deve ser tomado com a devida cautela.

O capítulo é dividido em duas grandes partes. Na primeira parte utiliza-se a metodologia tradicional para testar a hipótese de expectativas na estrutura a termo da taxa de juros. A base de dados analisada consiste nos dados do Brasil. A segunda parte concentra-se na análise de cointegração. Duas bases de dados são analisadas. A primeira é uma base de dados para economia americana, enquanto a segunda consiste na base de dados brasileira atualizada até um período mais recente (dezembro de 2002).

Resultados da Pesquisa com a Metodologia Tradicional:

Base de Dados 1: Brasil – 1995-2001

O objetivo desta seção é apresentar alguns dos resultados obtidos. Com objetivo de pesquisar as características da estrutura a termo da taxas de juros no Brasil, foram coletados os retornos pagos por títulos públicos de diversos prazos. A fonte dos dados foi a página na Internet do *RiskTech*¹⁴. Há dados diários sobre as taxas pelas quais os títulos públicos de diversos prazos são negociados desde início de 1995. Os dados coletados são as taxas de um

¹⁴ O endereço é <http://www.risktech.com.br/>.

dia e de um a doze meses. No Gráfico 1 apresenta-se a evolução da taxa diária e da taxa de um ano.

O primeiro grupo de testes reportados consistiu na estimação da eq. 36. Os *spreads* verificados e os valores estimados dos fundamentos ($PFS_t^{m,n}$) foram construídos a partir dos dados diários coletados. Como exemplificação dois gráficos são apresentados abaixo. No Gráfico 2 o *spread* e os fundamentos apresentam uma evolução muito similar. No Gráfico 3 apresenta-se o gráfico cruzado entre *spread* e fundamentos. Caso as hipóteses de expectativa sejam verdadeiras a reta de uma regressão deve ter inclinação unitária. Visualmente existe uma relação positiva entre *spread* e fundamentos e a reta estimada está cruzando pontos próximos à origem.

Nas Tabelas a seguir, os resultados das estimativas da eq. 36 são apresentados para diversos prazos.¹⁵ Realizou-se regressões por MQO que contém como variável dependente o *spread ocorrido* e como variáveis independentes o *spread esperado* ($PFS_t^{m,n}$); as defasagens da primeira diferença da taxa de juros de prazo n no instante t e; as defasagens do *spread* de forma similar a Cuthbertson (1996b). Este último conjunto de variáveis contém a informação disponível em t para os agentes econômicos e que caso a hipótese de expectativas seja verdadeira não deverão contribuir para explicar a variável dependente, ou seja, neste caso, supõe que o conjunto de informação é dado por $\Omega_t = [\text{Spr}^{m,n}_{t-1}, \dots, \text{Spr}^{m,n}_{t-k}, \Delta R^n_{t-1}, \dots, \Delta R^n_{t-k}]$.¹⁶

Os resultados, em geral, não são muito encorajadores. As estimativas do parâmetro β para alguns dos diversos prazos são estatisticamente diferentes de um (menores), indicando a rejeição conjunta da hipótese de expectativas. As estimativas de β estão na coluna OLS nas Tabelas 1, 2 e 3 abaixo e as estatísticas t 's associadas foram calculadas a partir das estimativas robustas dos desvios padrões à heterocedasticidade.

¹⁵ Uma análise semelhante mas para títulos indexados a inflação é feita em Barr & Campbell (1997).

¹⁶ Utilizou-se 7 defasagens.

Gráfico 1: Taxa de Juros de títulos com rendimento pré-fixado – Diária e de Doze Meses.

Gráfico 2: Spread entre a taxa de 30 dias e 1 dia ($S_t^{30,1}$) e valor dos fundamentos ($PFS_t^{30,1}$)

Gráfico 3: Gráfico Cruzado de $PFS_t^{30,1}$ e $S_t^{30,1}$.

Procurou-se investigar o motivo que estaria levando a rejeição da hipótese de expectativas nas demais colunas. Seguindo o argumento de Campell & Shiller (1991), sob a hipótese alternativa não há garantia que a estimativa do parâmetro β obtida por MQO seja consistente. Dessa forma para obter estimativas consistentes é necessário utilizar algum conjunto de instrumentos. Bons instrumentos devem ter a propriedade de serem altamente correlacionados com os regressores e ortogonais aos erros. No caso em análise os autores sugerem como instrumentos os *spreads* defasados e uma combinação ponderada de diversas taxas de juros passadas. Neste trabalho utiliza-se os *spreads* defasados e as diferenças defasadas da taxa de prazo n .

Na Tabela 1 apresenta-se os resultados obtidos para os *spreads* que tem como base a taxa de juros de 1 dia. Os resultados obtidos da estimação da eq. 35 por OLS são favoráveis em geral a hipótese de expectativas. O parâmetro β para os diversos *spreads* estimados não são estatisticamente diferentes de 1. Entretanto este resultado deve ser tomado com a devida cautela dado o alto nível dos desvios padrões estimados. Por exemplo, para o *spread* de 360 dias o desvio padrão do parâmetro β é de cerca de 0,2. Uma banda de dois desvios padrões seria muito larga tendo como limite inferior 0,6 e superior 1,4. Um outro ponto a ser ressaltado diz respeito a relevância das variáveis contidas em Ω_t . O teste apresentado é um teste F tradicional o que pode estar comprometendo os resultados viesando-os na direção da rejeição da hipótese nula. A rigor o indicado seria a construção de uma estatística de Wald com uma estimativa robusta a heterocedasticidade da matriz de variância e covariância dos parâmetros. De qualquer modo os resultados são favoráveis com exceção dos *spreads* curtos de 30 e 60 dias.

Tabela 1: Regressão do Spread sobre $S^{m,n}$. – $n=1$ dia e $m=(30,60,90,...,360)$ dias.

(m,n)	OLS							IV'		Teste de Sargan ***			
	α	D.P.(α) *	$t(\alpha=0)$	β	D.P.(β) *	$t(\beta=-1)$	Ho: $\gamma=0$ **	α	D.P.(α)	β	D.P.(β)	Estadística - $\chi^2(13)$	p-valor
(30,1)	-0,0017	0,0005	-3,82	0,8424	0,1315	-1,20	0,00%	-0,0019	0,0005	0,7052	0,0225	79,86	0,00%
(60,1)	-0,0027	0,0007	-3,79	0,8709	0,1089	-1,19	0,28%	-0,0027	0,0007	0,7712	0,0289	30,41	0,41%
(90,1)	-0,0045	0,0009	-5,15	0,8767	0,1070	-1,15	7,25%	-0,0045	0,0009	0,7858	0,0346	20,89	7,52%
(180,1)	-0,0125	0,0012	-10,62	0,8860	0,1479	-0,77	9,54%	-0,0125	0,0012	0,8179	0,0408	9,96	69,70%
(270,1)	-0,0222	0,0014	-16,31	0,9175	0,1776	-0,46	64,52%	-0,0221	0,0014	0,8309	0,0423	10,94	61,59%
(360,1)	-0,0300	0,0015	-19,86	0,8780	0,1981	-0,62	44,80%	-0,0299	0,0016	0,7457	0,0433	12,90	45,54%

* Desvios Padrões robusto para heterocedasticidade.

** p-valor da estatística F para avaliar a validade das restrição proposta.

*** Teste de Sargan para avaliar a validade dos instrumentos.

Tabela 2: Regressão do Spread sobre $S^{m,n}$ – $n=1$ mês e $m=(2,3,4,...,12)$ meses.

(m,n)	OLS							IV'		Teste de Sargan ***			
	α	D.P.(α) *	$t(\alpha)$	β *	D.P.(β)	$t(\beta)$	Ho: $\gamma=0$ **	α	D.P.(α)	β	D.P.(β)	Estadística - $\chi^2(13)$	p-valor
(2,1)	-0,0005	0,0005	-0,87	0,6959	0,1518	-2,00	3,83%	-0,0004	0,0005	1,0525	0,0528	1,49	91,39%
(3,1)	-0,0020	0,0008	-2,66	0,5392	0,1081	-4,26	3,31%	-0,0020	0,0008	0,9500	0,0636	2,99	70,22%
(6,1)	-0,0099	0,0011	-8,83	0,6026	0,2328	-1,71	25,54%	-0,0099	0,0011	0,9381	0,0565	2,73	74,18%
(9,1)	-0,0195	0,0013	-14,73	0,6878	0,2854	-1,09	43,14%	-0,0195	0,0014	1,0267	0,0554	2,14	82,92%
(12,1)	-0,0276	0,0015	-18,37	0,6561	0,3224	-1,07	78,07%	-0,0275	0,0016	0,8723	0,0546	2,83	72,64%

* Desvios Padrões robusto para heterocedasticidade.

** p-valor da estatística F para avaliar a validade das restrição proposta.

*** Teste de Sargan para avaliar a validade dos instrumentos.

Tabela 3: Regressão do Spread sobre $S^{m,n}$ – $n=(2,3,4,6)$ e $m=(4,6,8,12)$ meses.

(m,n)	OLS							IV'		Teste de Sargan ***			
	α	D.P.(α) *	$t(\alpha)$	β *	D.P.(β)	$t(\beta)$	Ho: $\gamma=0$ **	α	D.P.(α)	β	D.P.(β)	Estadística - $\chi^2(5)$	p-valor
(4,2)	-0,0033	0,0007	-4,52	0,3344	0,1963	1,70	1,43%	-0,0033	0,0007	0,8128	0,0805	5,30	38,04%
(6,2)	-0,0083	0,0010	-8,25	0,3114	0,2386	1,31	5,68%	-0,0083	0,0010	0,7260	0,0680	4,87	43,14%
(8,2)	-0,0146	0,0012	-12,40	0,4038	0,2738	1,48	2,63%	-0,0147	0,0012	0,9386	0,0673	4,16	52,72%
(10,2)	-0,0202	0,0013	-15,42	0,4482	0,3301	1,36	20,93%	-0,0203	0,0014	0,8704	0,0647	3,23	66,46%
(12,2)	-0,0252	0,0014	-17,44	0,4380	0,3730	1,17	52,84%	-0,0252	0,0015	0,7336	0,0624	2,83	72,64%
(6,3)	-0,0061	0,0008	-7,39	0,2607	0,2304	1,13	59,64%	-0,0061	0,0008	0,5080	0,0725	2,11	83,31%
(9,3)	-0,0163	0,0012	-14,05	0,4061	0,3526	1,15	70,64%	-0,0163	0,0012	0,6734	0,0690	1,97	85,33%
(12,3)	-0,0222	0,0014	-15,97	0,4495	0,4360	1,03	73,70%	-0,0222	0,0014	0,6580	0,0657	2,70	74,56%
(8,4)	-0,0087	0,0009	-9,33	0,2495	0,2626	0,95	49,95%	-0,0087	0,0009	0,5108	0,0845	3,00	89,98%
(12,4)	-0,0181	0,0013	-13,91	0,2884	0,4545	0,63	59,36%	-0,0181	0,0013	0,4699	0,0736	3,98	55,17%
(12,6)	-0,0138	0,0010	-13,23	0,2759	0,6708	0,41	68,49%	-0,0138	0,0011	0,6180	0,0923	2,74	73,94%

* Desvios Padrões robusto para heterocedasticidade.

** p-valor da estatística F para avaliar a validade das restrição proposta.

*** Teste de Sargan para avaliar a validade dos instrumentos.

Tabela 4: Testes de Especificação para sistema I.

Equação	Portmanteau	AR 1- 5	Normalidade	ARCH 5
R^1	11,901	0,570 [0,7222]	4,129 [0,1269]	0,302 [0,9090]
R^{30}	10,417	0,517 [0,7622]	0,564 [0,7544]	0,484 [0,7861]
R^{90}	6,471	0,775 [0,5722]	0,004 [0,9981]	0,233 [0,9459]
R^{180}	6,717	1,261 [0,2950]	0,903 [0,6365]	0,600 [0,7000]
R^{360}	5,232	0,896 [0,4912]	2,120 [0,3465]	0,680 [0,6412]
Vetor	227,530	2,190 [0,0000]**	75,407 [0,0000]**	

Na Tabela 2 apresenta-se os resultados obtidos utilizando como base do *spreads* a taxa de 1 mês. Neste caso há rejeição da hipótese $\beta=1$ para o *spread* de noventa dias. No caso do *spread* de 60 dias, a estatística t está na fronteira de rejeição. Já para os *spreads* mais longos a hipótese nula é aceita, contudo novamente os desvios padrões das estimativas do parâmetro β são altos – 0.32 para o *spread* de 360 dias por exemplo – tornando difícil qualquer conclusão. Já os resultados obtidos por variáveis instrumentais (IV) apresentam valores próximo de 1 para o parâmetro β e destoam dos obtidos por OLS. Isto pode estar indicando que os *spreads* não são ortogonais aos erros o que violaria a hipótese de expectativas. O teste de Sargan não rejeita a hipótese de que os instrumentos utilizados sejam adequados.

Na Tabela 3 apresentam-se os resultados para os diversos *spreads* contendo as taxas de 60, 90, 120 e 180 dias como base. Novamente não há rejeição da hipótese nula de expectativas, contudo os desvios padrões associados ao parâmetro β são altos principalmente aqueles obtidos para os *spreads* com taxas de períodos mais longas – por exemplo 0,67 para o *spread* 12 e 6 meses. As estimativas obtidas por variáveis instrumentais são mais próximas do valor teórico desejado e destoam grandemente dos obtidos por OLS. Isto pode ser uma indicação de que os *spreads* não sejam ortogonais aos erros na eq. 35, violando a hipótese de expectativas.

Por fim na Tabela 5 e na Tabela 6 apresenta-se os resultados dos testes de causalidade de Granger e os resultados da regressão dos valores dos fundamentos nos *spreads* observados construídos a partir da eq. 40. No que tange aos testes de causalidade de Granger a evidência mostra que há causalidade nas duas direções. Nas regressões dos fundamentos nos *spreads*, os resultados são variados. A rejeição da hipótese de expectativas, contudo se concentra nos *spreads* que contém as taxas de prazo mais longo.

Tabela 5: Regressão de $S_t^{m,n}$ em $S_t^{m,n}$.

(n,m)	Regressão de $S_t^{m,n}$ em $S_t^{m,n}$					Razão de Variância		
	$\alpha=0$ and $\beta=1$	β	$s(\beta)$	$t(\beta)$	R^2	$\text{Var}(S_t^{m,n} t)$	$\text{Var}(S_t)$	Razão
	Wald ^{1 2} p-valor					(1)	(2)	(2)/(1)
(30,1)	13,4 [0.0012] **	1,13	0,05	2,58	65,91%	0,11%	0,06%	51,64%
(60,1)	1,9 [0.3926]	0,98	0,04	-0,56	67,85%	0,10%	0,07%	71,06%
(90,1)	37,2 [0.0000] **	1,22	0,04	5,83	72,72%	0,16%	0,08%	48,74%
(180,1)	1,6 [0.4561]	0,99	0,03	-0,34	74,53%	0,14%	0,10%	75,90%
(360,1)	8,4 [0.0151] *	1,07	0,03	2,26	73,10%	0,14%	0,09%	64,23%
(60,30)	37,0 [0.0000] **	0,85	0,03	-5,29	87,64%	0,06%	0,07%	122,45%
(90,30)	145,7 [0.0000] **	0,76	0,02	-11,91	72,91%	0,01%	0,02%	125,96%
(180,30)	150,0 [0.0000] **	0,83	0,02	-10,30	82,64%	0,04%	0,05%	120,24%
(360,30)	43,2 [0.0000] **	0,92	0,02	-5,18	84,30%	0,08%	0,08%	99,64%
(180,90)	6,3 [0.0418] *	0,94	0,03	-2,07	74,69%	0,02%	0,02%	85,40%
(360,90)	12,1 [0.0023] **	0,93	0,02	-3,14	75,94%	0,05%	0,04%	87,01%
(360,180)	33,9 [0.0000] **	0,78	0,04	-5,32	36,47%	0,02%	0,01%	59,93%

¹ A estatística tem distribuição assintótica qui-quadrado com 2 graus de liberdade.² A estatística de Wald foi construída utilizando a matriz de covariância de White.

Tabela 6: Testes de Causalidade de Granger.

(n,m)	Defasagem	Nível de significância *		Teste de autocorrelação			
		GC		$S_t^{n,m}$		$\Delta R_t^{n,m}$	
		Distribuição	$S_t \rightarrow \Delta R_t$	AR(1-2)	p-valor	AR(1-2)	p-valor
(30,1)	8	$\chi^2(8)$	0,00%	0,95	[0.3870]	0,25	[0.7797]
(60,1)	8	$\chi^2(8)$	0,00%	1,45	[0.2338]	0,76	[0.4699]
(90,1)	8	$\chi^2(8)$	0,00%	1,59	[0.2053]	0,52	[0.5964]
(180,1)	8	$\chi^2(8)$	0,00%	2,61	[0.0735]	0,13	[0.8788]
(360,1)	8	$\chi^2(8)$	0,00%	0,97	[0.3796]	0,02	[0.9825]
(60,30)	8	$\chi^2(8)$	0,00%	2,44	[0.0875]	2,70	[0.0676]
(90,30)	15	$\chi^2(15)$	0,00%	1,03	[0.3559]	0,48	[0.6181]
(180,30)	15	$\chi^2(15)$	0,00%	0,34	[0.7119]	1,36	[0.2575]
(360,30)	15	$\chi^2(15)$	0,00%	0,30	[0.7389]	0,91	[0.4038]
(180,90)	15	$\chi^2(15)$	0,00%	3,49 [0.0309] *		3,55 [0.0289] *	
(360,90)	15	$\chi^2(15)$	0,00%	6,40 [0.0017] **		1,89	[0.1522]
(360,180)	15	$\chi^2(15)$	0,00%	4,41 [0.0123] *		0,07	[0.9369]

* O VAR foi estimado utilizando MQ em 3 estágios.

Cointegração:¹⁷

Uma outra forma de testar a hipótese de expectativas sugerida na eq. 6 é a análise de cointegração. Como já ressaltado, as taxas de juros para os diversos prazos são integradas de ordem 1. Como os *spreads* podem ser rescritos como uma soma de variáveis estacionárias, logo as taxas de juros de diversos prazos devem ser cointegradas.

Estimou-se um sistema com cinco taxas – 1dia, 1mês, 3 meses, 6 meses e 1 ano (Sistema I) com quatro defasagens e algumas *dummies* pontuais¹⁸. A frequência utilizada é mensal¹⁹. Os resultados do teste de especificação para os resíduos das equações são apresentados na Tabela 4. Dado que os resultados dos testes de especificação são razoáveis optou-se por utilizar este modelo como ponto de partida.

O passo seguinte consiste em estimar o posto da matriz π e determinar o papel que a constante tem no sistema. Espera-se que tenha posto quatro, pois isto implica que todas as variáveis do sistema são I(1) e existem quatro vetores de cointegração. (Ver Johansen, 1995b). Quanto a constante, pode-se estimá-la de forma irrestrita e de forma restrita. Johansen (1995b) apresenta um teste de razão de verossimilhança para avaliar qual especificação é mais adequada. Do ponto de vista teórico, em princípio, a constante deve entrar restrita no sistema devido as séries não terem tendência de crescimento. A estatística de teste foi calculada para o modelo estimado sendo que a opção pela estimação com a constante restrita mostrou-se a mais adequada (Ver Tabela 7). O modelo com constante restrita é inadequado apenas para o caso do posto da matriz π ser 1. Na Tabela 8 apresenta-se os resultados dos testes de cointegração realizados com a constante entrando restrita. Há evidência forte – tanto pela estatística do traço quanto a do autovalor - de que o posto da matriz π é igual a 4 como esperado.

¹⁷ O trabalho apresentado nesta seção é muito semelhante ao realizado por Hall, Anderson & Granger (1992).

¹⁸ Foram introduzidas as seguintes *dummies* pontuais para controlar *outliers*: 1996(5), 1997(10), 1998(8), 1998(9); 1999(1). As *dummies* podem ser associadas aos seguintes fatos: 1997(10)-crise da Ásia; 1998(8) e (9) – Crise da Rússia e; 1999(1) – desvalorização do Real. A única sem razão aparente é 1996(5) mas há claramente um ‘repique’ na trajetória de queda dos juros após a recuperação da crise do México.

¹⁹ A rigor também avaliou-se a existência de cointegração para dados semanais e diários, mas os sistemas estimados não tiveram bons resultados nos testes de especificação, principalmente no que tange a autocorrelação e normalidade dos resíduos.

Tabela 7: Teste de Razão de Verossimilhança – H_0 : constante restrita; H_a : constante irrestrita.

Restrito			Irrestrito			Estatística	GL	p-valor
Auto-Valor	lnQr	r	Auto-Valor	lnQi	r			
	1850,23	0		1868,67	0			
0,8383	1921,28	1	0,7714	1926,23	1	9,90	4	[0.0421] *
0,6210	1959,12	2	0,6006	1962,02	2	5,80	3	[0.1218]
0,5323	1988,75	3	0,5112	1989,94	3	2,38	2	[0.3042]
0,2391	1999,41	4	0,2214	1999,7	4	0,58	1	[0.4463]
0,0811	2002,71	5	0,0741	2002,71	5			

Tabela 8: Testes para avaliar o posto da matriz π .

Ho: posto=p	ln(1- λ_i)	(T-nm)	95%	-Tln(1- λ_i)	(T-nm)	95%
p=0	142,10 **	114,80 **	34,4	305,00 **	246,30 **	76,1
p<=1	75,67 **	61,12 **	28,1	162,90 **	131,50 **	53,1
p<=2	59,27 **	47,88 **	22,0	87,18 **	70,41 **	34,9
p<=3	21,31 **	17,21 *	15,7	27,91 **	22,54 *	20,0
p<=4	6,59	5,33	9,20	6,59	5,33	9,20

* - 5% de significância e; ** - 1% de significância.

Tabela 9: Testes para averiguar se os *spreads* pertencem ao espaço de cointegração

Hipóteses Testadas - Spreads pertencem ao Espaço de cointegração.	1D	30D	90D	180D	360D	Distribuição	Estatística	p-valor
$S^{30,1}$	x	x				$\chi^2(1)$	0,05 [0.8163]	
$S^{90,1}$	x		x			$\chi^2(1)$	0,03 [0.8694]	
$S^{180,1}$	x			x		$\chi^2(1)$	0,26 [0.6099]	
$S^{360,1}$	x				x	$\chi^2(1)$	2,10 [0.1469]	
$S^{90,30}$		x	x			$\chi^2(1)$	0,12 [0.7328]	
$S^{180,30}$		x		x		$\chi^2(1)$	0,41 [0.5243]	
$S^{360,30}$		x			x	$\chi^2(1)$	2,59 [0.1075]	
$S^{180,90}$			x	x		$\chi^2(1)$	0,75 [0.3873]	
$S^{360,90}$			x		x	$\chi^2(1)$	4,48 [0.0342] *	
$S^{360,180}$				x	x	$\chi^2(1)$	9,50 [0.0020] **	
$S^{30,1}, S^{90,30}$	x	x	x			$\chi^2(2)$	0,29 [0.8657]	
$S^{30,1}, S^{180,30}$	x	x		x		$\chi^2(2)$	1,23 [0.5404]	
$S^{30,1}, S^{360,30}$	x	x			x	$\chi^2(2)$	3,72 [0.1558]	
$S^{90,1}, S^{90,180}$	x		x	x		$\chi^2(2)$	2,37 [0.3052]	
$S^{30,1}, S^{360,90}$	x		x		x	$\chi^2(2)$	20,53 [0.0000] **	
$S^{90,30}, S^{180,90}$		x	x	x		$\chi^2(2)$	2,13 [0.3443]	
$S^{90,30}, S^{360,90}$		x	x		x	$\chi^2(2)$	25,99 [0.0000] **	
$S^{180,90}, S^{180,90}$			x	x	x	$\chi^2(2)$	38,08 [0.0000] **	
$S^{30,1}, S^{90,30}, S^{180,90}$	x	x	x	x		$\chi^2(3)$	2,59 [0.4587]	
$S^{30,1}, S^{90,30}, S^{360,180}$	x	x	x		x	$\chi^2(3)$	29,03 [0.0000] **	
$S^{90,1}, S^{180,90}, S^{360,180}$	x		x	x	x	$\chi^2(3)$	45,18 [0.0000] **	
$S^{30,1}, S^{180,30}, S^{360,180}$	x	x		x	x	$\chi^2(3)$	52,81 [0.0000] **	
$S^{90,30}, S^{180,90}, S^{360,180}$		x	x	x	x	$\chi^2(3)$	57,85 [0.0000] **	
$S^{30,1}, S^{90,30}, S^{90,180}, S^{360,180}$	x	x	x	x	x	$\chi^2(4)$	101,73 [0.0000] **	

Na Tabela 9 apresenta-se os resultados para testar em que medida algum dos vetores de cointegração obedecem à restrição sugerida pelos *spreads*. Por exemplo, na primeira linha da Tabela 9 apresenta-se o teste para avaliar se a diferença entre a taxa de 30 dias sobre a de 1 dia é estacionária. Tal hipótese pode ser testada a partir de um teste de razão de verossimilhança cuja distribuição assintótica é qui-quadrada com um grau de liberdade. Neste caso a hipótese nula é aceita com folga. Os resultados para os testes dos *spreads* individuais são favoráveis com exceção da maioria dos *spreads* que contém a taxa de 360 dias. Por exemplo, a hipótese nula de que existe uma combinação linear estacionária entre a taxa de 360 e de 180 dias é rejeitada fortemente. Na Tabela 9 também apresenta-se o resultado de testes conjuntos. Como o posto da matriz π é 4, é possível testar se até quatro *spreads* fazem parte do espaço de cointegração. As hipóteses rejeitadas são aquelas em que estão presentes *spreads* que contém a taxa de 360 dias. Uma possível explicação tentativa reside no fato do período estudado conter nas grandes flutuações nas taxas de juros por conta dos choques externos enfrentados pela economia brasileira e pela resposta dada pelo governo a tais choques. Desta forma talvez a arbitragem entre as diversas taxas tenha se concentrado de forma mais intensa nos *spreads* curtos.

O fato da matriz $\pi = \alpha'\beta$ ter posto 4 permite que se escolha através da reordenação das colunas de β uma matriz β^{14} de ordem 4 e não singular tal que $\beta^* = B\beta$ e $B = (\beta^{14})^{-1}$ de modo que $\beta^* = [B\beta^{14} \ B\beta^5] = [I_4 \ B\beta^5]$. É possível, portanto, impor até 3 restrições de zero em cada vetor sem alterar o valor da função de verossimilhança. A rigor tais restrições não tem de possuir necessariamente a forma sugerida em β^* . Quaisquer restrições de zero podem ser impostas desde que não impliquem em eliminar uma coluna da matriz β . Desta forma optou-se por impor a restrição de que os 3 primeiros vetores são os *spreads* (30,1), (90,30), (180,90). O quarto vetor de cointegração entrou irrestrito e como é possível impor 3 restrições de zero, optou-se por excluir do último vetor as séries de juros de 1, 30 e 90 dias. Os resultados da estimação de β estão na Tabela 9. O quarto vetor poder ser interpretado como um *spread* de prazo mais longo, pois embora a hipótese que $\beta_{43} = -\beta_{44}$ tenha sido rejeitada, o resultado da estimativa irrestrita possui o sinal teórico desejado e uma magnitude razoável. Os vetores estimados são mostrados na Tabela 10.

O modelo geral estimado (M1) possui os 4 ECM's, a primeira diferença das variáveis defasadas e um conjunto de *dummies* pontuais. No modelo 2 (M2) eliminou-se a segunda defasagem da primeira diferença da taxa de 1 dia de todas as equações. O modelo 3 é idêntico ao modelo 2 sendo que o primeiro foi estimado por OLS enquanto o segundo por Mínimos

Quadrados em 3 estágios (3SLS). O modelo 4 contém as simplificações apresentadas e algumas das *dummies* foram excluídas de alguma das equações. Na Tabela 11 apresenta-se os resultados dos testes para avaliar a validade das simplificações propostas. Não há evidência de que o modelo (M4) não seja uma simplificação aceitável.

Algumas considerações podem ser feitas a partir do modelo estimado e reportado na Tabela 12: 1) a evolução dos *spreads* com taxas mais longos (ECM3 e ECM4) são significativos em todas as equações; 2) os *spreads* com taxas de prazo mais curto – notadamente o ECM2 – contribuem para explicar a evolução das taxas de curto prazo e não as de prazo mais longo e; 3) o ECM1 que contém as taxas de mais curto prazo desempenha um papel importante tanto para explicar a evolução das taxas de curto quanto as de longo prazo. Tais fatos sugeririam que os choques que afetam as equações das taxas de juros de prazo mais longos seriam importantes condicionantes da evolução das taxas de prazo menores, enquanto os choques nas equações das taxas de menor prazo não teriam efeitos importantes nas taxas de mais longo prazo. O fato do *spread* que contém a taxa básica da economia (1 dia) ser significativo em todas as equações é intuitivo na medida em que é razoável supor que alterações na taxa básica tenha efeitos sobre as taxas de diversos prazos. Pelo modelo estimado um aumento da taxa básica que retirasse o sistema do equilíbrio provocaria diretamente um aumento das taxas de todos os prazos – pois os coeficientes associados ao ECM1 nas equações de 30, 90, 180 e 360 dias são positivos – deslocando todas as taxas para cima.

Gráfico 4: Gráfico dos Mecanismos de Correção de Erros.

Tabela 10: Mecanismo de Correção de Erros Estimados.

	R^1	R^{30}	R^{90}	R^{180}	R^{360}	Constante
ECM1	1	-1	0	0	0	0,00400
ECM2	0	1	-1	0	0	0,00705
ECM3	0	0	1	-1	0	0,00667
ECM4	0	0	0	1	-1,25283	-0,05486

Tabela 11: Testes para avaliar a validade das simplificações propostas

Progresso							
Modelo	T	p		log-verossimilhança	SC	HQ	AIO
M4	78	74	3SLS	1982,9498	-46,9	-48,2	-49,8
M3	78	90	3SLS	1992,8388	-46,1	-47,7	-49,1
Sistema	T	p		log-verossimilhança	SC	HQ	AIO
M2	78	90	OLS	1992,8388	-46,1	-47,7	-49,1
M1	78	100	OLS	1997,9326	-45,6	-47,5	-49,2
Testes de simplificação de modelos							
M3 --> M4:	$\chi^2(20)$		14	[0,4719]			
Testes de simplificação dos sistemas.							
M1 --> M2:	F(10, 108)		0.7	[0,6947]			

Tabela 12: Modelo Estimado.

Equação	Dli1_1	Dli1_2	Dli30_1	Dli30_2	Dli90_1	Dli90_2	Dli180_1	Dli180_2	Dli360_1	Dli360_2	ECM1	ECM2	ECM3	ECM4	96(5)	97(10)	98(8)	98(9)	99(1)
Varáveis																			
Dli1	-0,15	0,00	-0,29	-0,31	0,83	0,26	0,00	0,84	-0,57	-0,65	-0,42	-0,38	-0,69	0,52	0,03	0,19	0,00	0,14	0,10
	-1,63	0,00	-2,33	-4,20	5,07	2,20	0,00	5,59	-6,14	-5,01	-2,93	-2,44	-2,59	8,14	4,22	17,73	0,00	11,44	8,56
Dli30	-0,45	0,00	0,00	-0,30	0,96	0,45	0,00	0,00	-0,65	0,00	0,46	-0,24	-1,03	0,66	0,02	0,18	0,00	0,12	0,18
	-5,62	0,00	0,00	-4,51	6,76	5,03	0,00	0,00	-7,09	0,00	2,90	-1,58	-5,91	9,59	2,63	14,73	0,00	8,83	13,98
Dli90	-0,53	0,00	0,53	0,00	0,52	0,00	-0,52	-0,60	0,00	0,61	0,19	0,43	-1,36	0,85	0,00	0,15	0,03	0,09	0,16
	-4,55	0,00	3,93	0,00	4,64	0,00	-8,28	-3,89	0,00	3,85	1,17	2,82	-7,98	12,04	0,00	12,11	4,05	6,39	12,62
Dli180	-0,79	0,00	1,21	0,12	-0,30	-0,27	0,00	-0,75	0,00	0,86	0,50	-0,17	-0,30	0,61	0,00	0,13	0,06	0,04	0,13
	-5,29	0,00	6,94	3,22	-3,72	-3,87	0,00	-3,22	0,00	3,71	2,51	-0,99	-1,55	7,28	0,00	8,58	5,90	2,62	8,58
Dli360	-0,78	0,00	0,99	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,10	0,00	1,07	0,55	0,20	-0,52	0,68	0,00	0,09	0,06	0,03	0,11
	-4,88	0,00	6,06	0,00	0,00	0,00	0,00	-4,65	0,00	4,29	2,57	1,15	-2,59	7,84	0,00	5,90	5,05	1,57	7,10

Valores em negrito significativos a pelo 5%.
Coeficiente e estatísticas t's associadas.

Resultados da Pesquisa utilizando a metodologia de cointegração:

Duas bases de dados são analisadas aqui. A primeira base consiste na base de dados de McCulloch e Kwon (1993) e utilizada parcialmente por Lanne (2000) e também em Campbell & Shiller (1991). A base de dados pode ser obtida no seguinte endereço: <http://economics.sbs.ohio-state.edu/jhm/ts/mcckwon/mccull.htm>. Os dados são construídos a partir de dados títulos com coupon zero para os EUA e vão do período de 1949 a 1991.

Base de dados 2: McCulloch e Kwon.

Resultados com a frequência trimestral:

Esta base de dados tem duas grandes vantagens principais. Ela contém taxa de juros de títulos de mais longo prazo (dez anos) e o período amostral é bem grande. A diferença básica da análise que se segue e a feita por Lanne, por exemplo, reside na frequência utilizada. Lanne utiliza frequência mensal enquanto neste trabalho optou-se por utilizar a frequência trimestral.

Teste de cointegração e de avaliação do posto da matriz de longo prazo (π):

O primeiro passo dado consistiu em construir um modelo geral para análise como ponto de partida. Escolheu-se um VAR com 6 defasagens que contém títulos de prazos de 1, 2, 3, 6, 12, 24, 60 e 120 meses. Os testes de especificação são bons em termos de autocorrelação, normalidade e heterocedasticidade. (Ver Tabela 13).

O segundo passo consistiu em investigar em que medida há cointegração entre as variáveis. O número de vetores de cointegração depende do número de *spreads* que pode ser associado ao sistema. Se há um número de *spreads* suficientes para postular que todas as séries – pelo menos teoricamente – podem cointegrar entre si então o sistema terá posto $p-1$.

Dois tipos de testes são analisados aqui para avaliar qual o posto da matriz de longo prazo. O primeiro grupo é composto pelos testes tradicionais desenvolvidos por Johansen. O segundo grupo de testes é desenvolvido e discutido em Saikonnen (1992), Saikonnen & Luukonen (1997) e Saikonnen & Lutkepohl (1999). A grande razão para reportar ambos os grupos de testes reside no baixo poder que o teste de Johansen pode ter em algumas situações práticas. Pela estatística do traço o posto é seis enquanto que pelo autovalor é quatro. Já pelo teste de Saikonnen o posto é sete. (Ver Tabela 14)

Teste de hipóteses de Gonzalo e Granger sobre os componentes comuns:

Johansen (1995b) e Gonzalo e Granger (1995) afirmam que $\alpha_{\perp}X_t$ contém as tendências comuns das séries. Testar se um elemento particular de $\alpha_{\perp}$ é zero implica em testar se estas séries não geram efeitos permanentes no sistema. Testou-se então algumas restrições sobre $\alpha_{\perp}$. Os resultados principais são mostrados na Tabela 15. A hipótese de que apenas os

parâmetros das taxas de juros de longo prazo (24, 60 e 120 meses) são estatisticamente diferentes de zero é aceita com facilidade enquanto os testes que excluem as taxas de juros de longo prazo implicam em rejeição. Logo os componentes comuns são as taxas de longo prazo basicamente.

As taxa de juros são decompostas nos componentes transitórios e permanentes utilizando a metodologia proposta por Gonzalo & Granger (1995). Nos gráfico que se seguem é mostrada a taxa de juros observada e os componentes estimados e observados para a taxa de um mês, um ano e dez anos.

Gráfico 5: Taxa de Juros de 1 mês – Componente Transitórios e Permanentes.

Gráfico 6: Taxa de Juros de 1 Ano – Componentes Transitórios e Permanentes.

Gráfico 7: Taxa de Juros de Dez anos – Componentes Transitórios e Permanentes.

Gráfico 8: Gráfico das Taxas de Juros de Diversos prazos da base de dados de Lanne (2000).

Tabela 13: Testes de especificação do modelo estimado para os dados de Lanne.

Equação	Portmanteau		AR 1- 5		Normalidade		ARCH 5
R^1	14,026	F(5, 96)	1,026 [0,4071]	$\chi^2(2)$	5,924 [0,0517]	F(96, 4)	0,144 [0,9999]
R^2	17,568	F(5, 96)	1,413 [0,2263]	$\chi^2(2)$	5,026 [0,0810]	F(96, 4)	0,138 [1,0000]
R^3	20,703	F(5, 96)	1,439 [0,2172]	$\chi^2(2)$	3,934 [0,1399]	F(96, 4)	0,126 [1,0000]
R^6	22,230	F(5, 96)	1,174 [0,3276]	$\chi^2(2)$	2,164 [0,3390]	F(96, 4)	0,137 [1,0000]
R^{12}	15,308	F(5, 96)	0,818 [0,5399]	$\chi^2(2)$	0,645 [0,7242]	F(96, 4)	0,135 [1,0000]
R^{24}	12,821	F(5, 96)	0,896 [0,4873]	$\chi^2(2)$	0,413 [0,8136]	F(96, 4)	0,136 [1,0000]
R^{60}	12,287	F(5, 96)	1,041 [0,3983]	$\chi^2(2)$	1,019 [0,6009]	F(96, 4)	0,106 [1,0000]
R^{120}	17,003	F(5, 96)	1,707 [0,1402]	$\chi^2(2)$	1,642 [0,4400]	F(96, 4)	0,129 [1,0000]
Vetor		F(320,442)	1,105 [0,1663]	$\chi^2(16)$	119,710 [0,0000]**		

Tabela 14: Estatística do Traço e do Máximo AutoValor.

Ho: rank=r	$-T\sum \ln(1-\lambda_i)$ ^a	Wv ^b	Rv ^c	90%	95%	99%	$-T\ln(1-\lambda_i)$ ^d	95%
r=0	232,7 ***	269,6 ***	1139,3 ***	150,0	155,8	167,0	66,7 ***	51,4
r<=1	165,9 ***	185,5 ***	567,3 ***	117,7	123,0	133,0	43,4 ***	45,3
r<=2	122,6 ***	135,2 ***	366,0 ***	89,4	93,9	103,0	38,3 ***	39,4
r<=3	84,2 ***	91,6 ***	215,1 ***	64,7	68,7	76,4	35,9 ***	33,5
r<=4	48,3 **	51,0 **	121,2 ***	43,8	47,2	53,9	19,5	27,1
r<=5	28,8 *	30,2 **	52,2 ***	26,7	29,4	34,9	16,0	21,0
r<=6	12,9	13,3 *	19,8 ***	13,3	15,3	19,7	11,6	14,1
r<=7	1,3	1,3	0,8	2,7	3,8	6,6	1,3	3,8

* - nível de confiança de 10%; ** - nível de confiança de 5% e; *** - nível de confiança de 1%.

^a Estatística do Traço de Johansen com 9 defasagens.

^b Wv - Estatística de Saikonen com correção de curto prazo.

^c Rv - Estatística de Saikonen sem correção de curto prazo.

^d Máximo autovalor de Johansen com 9 defasagens.

Tabela 15: Testando hipóteses sobre $\alpha_{\perp}$.

Hipóteses: Coeficientes diferentes de zero.	Estatística LR	Distribuição $\chi^2((p-r) \times (p-m))$	p-valor
1,2,3,6,12,24,60	7,41	$\chi^2(1)$	[0.0065] **
1,2,3,6,12,24,120	5,50	$\chi^2(1)$	[0.0189] *
1,2,3,6,12,60,120	0,95	$\chi^2(1)$	[0.3297]
1,2,3,6,24,60,120	0,03	$\chi^2(1)$	[0.8625]
1,2,3,12,24,60,120	0,12	$\chi^2(1)$	[0.7290]
1,2,6,12,24,60,120	0,37	$\chi^2(1)$	[0.5430]
1,3,6,12,24,60,120	1,27	$\chi^2(1)$	[0.2598]
2,3,6,12,24,60,120	1,94	$\chi^2(1)$	[0.1637]
1,2,3,6,12,24	7,79	$\chi^2(2)$	[0.0203] *
1,2,3,6,12	9,57	$\chi^2(3)$	[0.0226] *
1,2,3,6	13,06	$\chi^2(4)$	[0.0110] *
1,2,3	19,27	$\chi^2(5)$	[0.0017] **
1,2.	19,33	$\chi^2(6)$	[0.0036] **
3,6,12,24,60,120	1,94	$\chi^2(2)$	[0.3791]
6,12,24,60,120	2,55	$\chi^2(3)$	[0.4663]
12,24,60,120	2,55	$\chi^2(4)$	[0.6357]
24,60,120	2,87	$\chi^2(5)$	[0.7200]
60,120.	14,23	$\chi^2(6)$	[0.0272] *
120.	20,19	$\chi^2(7)$	[0.0052] **

Teste sobre os vetores de cointegração:

Foi testado se os vetores estimados podem ser bem representados por algum conjunto de *spreads* supondo que o posto da matriz de longo prazo é $p-1=7$. Os resultados principais são mostrados na Tabela 16. A estatística do teste que verifica se os vetores de cointegração são dados pelos *spreads* da Tabela 16 tem p-valor de 3,28% e está na fronteira de rejeição. Dessa forma é possível concluir que existe cointegração entre as diversas taxas de juros e os vetores de cointegração obedecem às restrições sugeridas pela hipótese de expectativas com alguma segurança.

Teste de diagonalidade em bloco:

O terceiro tipo de testes realizados diz respeito à existência ou não de uma estrutura bloco diagonal nos vetores de cointegração. Pelo menos teoricamente é possível levantar a hipótese de que os juros de longo prazo e de curto prazo formam dois grupos separados. Dessa forma a cointegração só se daria entre os membros do mesmo grupo e não entre membro de grupos diferentes. Esta hipótese pode ser testada impondo restrições de zero em alguns coeficientes dos vetores de cointegração, deixando os demais parâmetros irrestritos. Contudo diagonalidade em bloco exige que o posto de π seja menor que $p-1=7$. Como os testes de cointegração não deram resultados coincidentes, optou-se por testar a existência de uma estrutura bloco diagonal. Todas as restrições de diagonalidade em bloco são rejeitadas de forma forte assim como diagonalidade do tipo A e B (Tabela 17 e Tabela 18).

Tabela 16: α e β estimados para o modelo restrito e o respectivo teste de razão de verossimilhança.

	alpha'							beta						
R ¹	1,18	-1,79	0,52	1,89	-2,30	2,53	-5,71	1	0	0	0	0	0	0
R ²	1,24	-1,04	-0,19	1,31	-2,02	2,45	-5,57	-1	1	0	0	0	0	0
R ³	0,93	0,06	-1,42	1,15	-1,88	2,22	-5,16	0	0	1	0	0	0	0
R ⁶	0,87	-0,10	-0,66	1,28	-1,87	1,88	-4,42	0	-1	-1	1	0	0	0
R ¹²	0,86	-0,17	-0,61	2,08	-2,13	1,74	-4,14	0	0	0	-1	1	0	0
R ²⁴	0,36	0,67	-1,42	1,68	-1,22	1,17	-3,16	0	0	0	0	-1	1	0
R ⁶⁰	0,39	0,61	-1,38	1,74	-1,41	1,46	-3,25	0	0	0	0	0	0	1
R ¹²⁰	0,51	0,27	-0,86	1,43	-1,18	1,32	-2,71	0	0	0	0	0	-1	-1
Distribuição:	$\chi^2(7)$ (p-r)s							p=8						
Restrição:	15,26							r=7						
p-valor	[0.0328] *							s=7						

Tabela 17: Teste de Razão de Verossimilhança para diagonalidade em bloco no espaço de cointegração.

Bloco 1	r1	Bloco 2	r2	r1+r2=r	Estatística LR	Distribuição	p-valor
1 to 2	1	3 to 120	5	6	22,13	$\chi^2(6)$	[0.0011] **
1 to 3	2	6 to 120	4	6	22,84	$\chi^2(6)$	[0.0009] **
1 to 6	3	12 to 120	3	6	36,47	$\chi^2(6)$	[0.0000] **
1 to 12	4	24 to 120	2	6	43,33	$\chi^2(6)$	[0.0000] **
1 to 24	5	60 to 120	1	6	21,61	$\chi^2(6)$	[0.0000] **

Tabela 18: Teste de Razão de Verossimilhança para separabilidade do Tipo B:

Bloco 1	r1	Bloco 2	r2	r1+r2=r	Estatística LR	Distribuição	p-valor
1 to 2	1	3 to 120	5	6	58,29	$\chi^2(18)$	[0.0000] **
1 to 3	2	6 to 120	4	6	83,31	$\chi^2(18)$	[0.0000] **
1 to 6	3	12 to 120	3	6	91,49	$\chi^2(30)$	[0.0000] **
1 to 12	4	24 to 120	2	6	94,97	$\chi^2(30)$	[0.0000] **
1 to 24	5	60 to 120	1	6	76,61	$\chi^2(22)$	[0.0000] **

Testes da Hipótese de Expectativas Racionais de Forma Exata.

Finalmente o outro tipo de teste que pode ser aplicado consiste em avaliar em que medida o modelo VAR estimado é consistente com as hipóteses de expectativas. Lembrando que a evidência de que o espaço de cointegração é composto pelos *spreads*, embora seja uma evidência favorável à hipótese de expectativas, consiste apenas numa condição necessária e não suficiente para validar tal hipótese. O primeiro passo neste teste consiste em obter a partir da eq. 6 as matrizes $c_1, c_0, c_{-1}, \dots, c_{-k+1}$ definida na eq. 58. Por exemplo, para o spread de seis e três meses, têm-se:

$$\text{eq. 72 } 2\lambda(R_t^6 - R_t^3) = E_t[\Delta R_{t+1}^3] + c_{6,3}$$

Implicando em

$$\begin{aligned} \text{Restrição 1: } 2\lambda(R_t^6 - R_t^3) &= E_t[\Delta R_{t+1}^3] + c_{6,3} \\ c_1' &= [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ d' &= [0 \quad -2\lambda \quad 2\lambda \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ d_{-1}' &= d_{-2}' = \dots = d_{-k+1}' = 0 \end{aligned}$$

Os resultados dos testes são mostrados na Tabela 19. A hipótese nula de eficiência e expectativas racionais é rejeitada para todos os *spreads* testados, logo os parâmetros do modelo VAR estimado são consistentes apenas com a condição necessária (vetores de cointegração dados pelos *spreads*) e não com as condições de suficiência.

Tabela 19: Resultados do teste do Modelo de Expectativas Racionais de forma Exata.

Spread	Estatística LR *				Distribuição $\chi^2(kpq-s+(m+1)q)$
	r=6	p-value	r=7	p-value	
S ^{6,3}	176,4 [0.0000]	**	184,5 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{2,1}	125,2 [0.0000]	**	125,3 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{3,1}	128 [0.0000]	**	128,4 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{6,1}	124,9 [0.0000]	**	125,9 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{12,1}	120 [0.0000]	**	121,4 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{24,1}	153,8 [0.0000]	**	155,4 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{60,1}	189,2 [0.0000]	**	191,0 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,1}	196,2 [0.0000]	**	197,0 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{6,2}	126,4 [0.0000]	**	127,6 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{12,2}	132,5 [0.0000]	**	134,8 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{24,2}	179,6 [0.0000]	**	182,1 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{60,2}	214 [0.0000]	**	216,8 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,2}	218,1 [0.0000]	**	219,9 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{6,3}	125,3 [0.0000]	**	124,8 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{12,3}	136,9 [0.0000]	**	138,9 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{24,3}	190,8 [0.0000]	**	193,0 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{60,3}	225,2 [0.0000]	**	227,7 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,3}	227,6 [0.0000]	**	229,1 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{12,6}	155,4 [0.0000]	**	156,7 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{24,6}	220,2 [0.0000]	**	221,3 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{60,6}	244,3 [0.0000]	**	245,7 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,6}	239,5 [0.0000]	**	239,8 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{24,12}	240,9 [0.0000]	**	241,4 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{60,12}	246,5 [0.0000]	**	247,2 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,12}	231,4 [0.0000]	**	230,8 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,24}	206,9 [0.0000]	**	206,1 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$
S ^{120,60}	418,5 [0.0000]	**	419,8 [0.0000]	**	$\chi^2(48)$

Resultados com a frequência anual:

Também foi estimado um VAR com dados anuais utilizando as seguintes taxas de juros 1, 2, 3, 4, 5 e 10 anos com 3 defasagens. Os resultados dos testes de especificação são apresentados abaixo e são bem satisfatórios.

Tabela 20: Testes de especificação para o VAR com dados anuais.

Equação	Portmanteau	AR 1- 5		Normalidade		ARCH 5	
R ¹²	2,2568	F(2,21)	0,56504 [0,5767]	$\chi^2(2)$	4,165 [0,1246]	F(1, 21)	0,64377 [0,4313]
R ²⁴	3,3545	F(2,21)	0,84888 [0,4421]	$\chi^2(2)$	5,2002 [0,0743]	F(1, 21)	0,52152 [0,4782]
R ³⁶	4,2217	F(2,21)	1,1976 [0,3217]	$\chi^2(2)$	5,6846 [0,0583]	F(1, 21)	0,37511 [0,5468]
R ⁴⁸	3,9887	F(2,21)	1,4188 [0,2643]	$\chi^2(2)$	5,896 [0,0524]	F(1, 21)	0,41957 [0,5242]
R ⁶⁰	4,2497	F(2,21)	1,4931 [0,2476]	$\chi^2(2)$	5,7727 [0,0558]	F(1, 21)	0,62722 [0,4372]
R ¹²⁰	4,3006	F(2,21)	1,1231 [0,3440]	$\chi^2(2)$	5,8168 [0,0546]	F(1, 21)	2,0209 [0,1698]
Vetor	166,24	F(72,38)	1,1436 [0,3306]	$\chi^2(12)$	13,845 [0,3107]		

Teste de cointegração e de avaliação do posto da matriz de longo prazo (π):

Na Tabela 21 apresenta-se os resultados dos testes realizados para avaliar o posto da matriz π . Dependendo do teste que se avalie o posto varia de 3 a 5. O teste Rv de Saikonon é o único pelo qual o posto da matriz deve ser 5. Nos demais testes a hipótese de que posto é

menor que 3 é claramente rejeitada. Como hipótese de trabalho adota-se que o posto da matriz π é igual 4 ou 5. Todos os *spreads* foram testados individualmente e a hipótese de estacionaridade é aceita para todos os casos. Os resultados não são reportados para poupar espaço.

Tabela 21: Resultados do teste de cointegração – modelo - dados anuais.

Ho: rank=r	$-\text{T}\sum \ln(1-\lambda_i)^a$	Wv^b	Rv^c	90%	95%	99%	$-\text{T}\ln(1-\lambda_i)^d$	95%
$r=0$	185,0 ***	185,0 ***	824,9 ***	89,4	93,9	103,0	87,4 ***	39,4
$r \leq 1$	97,6 ***	99,5 ***	367,6 ***	64,7	68,7	76,4	43,0 ***	33,5
$r \leq 2$	54,5 ***	56,3 ***	136,6 ***	43,8	47,2	53,9	34,9 ***	27,1
$r \leq 3$	11,0	20,3	36,4 ***	26,7	29,4	34,9	11,2	21,0
$r \leq 4$	4,7	9,3	16,3 **	13,3	15,3	19,7	7,2	14,1
$r \leq 5$	0,7	1,8	1,2	2,7	3,8	6,6	1,3	3,8

* - nível de confiança de 10%; ** - nível de confiança de 5% e; *** - nível de confiança de 1%.

^a Estatística do Traço de Johansen com 2 defasagens.

^b Wv - Estatística de Saikonen com correção de curto prazo.

^c Rv - Estatística de Saikonen sem correção de curto prazo.

^d Máximo autovalor de Johansen com 2 defasagens.

Testes da Hipótese de Expectativas Racionais de Forma Exata.

A aceitação da hipótese nula do teste de expectativas racionais de forma exata implica que o *spread* testado é estacionário sendo que inverso não é válido. Desta forma, os resultados dos testes de expectativas racionais podem diferir dos testes de cointegração. Os testes de expectativas racionais foram realizados e reportados a seguir. Estes estão baseados em alguma versão das seguintes restrições:

$$\text{Restrição 2: } 2(R_t^{24} - R_t^{12}) = E_t[\Delta R_{t+12}^{12}]$$

$$\text{Restrição 3: } 2(E_t(R_{t+12}^{24}) - R_t^{36}) = S_t^{36,12}$$

$$\text{Restrição 4: } 3(E_t(R_{t+12}^{36}) - R_t^{48}) = S_t^{48,12}$$

$$\text{Restrição 5: } 4(E_t(R_{t+12}^{48}) - R_t^{60}) = S_t^{60,12}$$

$$\text{Restrição 6: } 10 * (E_t(R_{t+12}^{120}) - R_t^{120}) = S_t^{120,12}$$

Alguns resultados interessantes foram obtidos. A hipótese nula não é rejeitada para muitos dos *spreads* testados para a frequência anual. Os resultados principais são: a) o *spread* 10 e 2 anos não pode ser previsto a partir do conjunto de informação presente no sistema (Tabela 22), o que é consistente com a idéia de que as taxas de longo prazo são martingala; b) Os *spreads* de prazo mais curto satisfazem à hipótese de expectativas (Tabela 23) e; c) apenas para os *spreads* que utilizam as taxas de 1, 4 e 5 anos, a hipótese nula é rejeitada (Tabela 24 e Tabela 25).

Tabela 22: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.

Restrição	Estatística	Distribuição e		Vetor de Cointegração implícito na restrição					
		Graus de Liberdade		R ¹	R ²	R ³	R ⁴	R ⁵	R ¹⁰
E _t (ΔR ¹ _{t+1})=2S ^{2,1} _t	36,02	0,70%	χ ² (18)	-2	2	0	0	0	0
2(E _t (R ² _{t+1})+R ³ _t)=S ^{3,1} _t	35,93	0,72%	χ ² (18)	-1	-2	3	0	0	0
3(E _t (R ³ _{t+1})-R ⁴ _t)=S ^{4,1} _t	37,50	0,45%	χ ² (18)	-1	0	-3	4	0	0
4(E _t (R ⁴ _{t+1})-R ⁵ _t)=S ^{5,1} _t	40,17	0,20%	χ ² (18)	-1	0	0	-4	5	0
E _t (S ^{2,1} _{t+1})=0	58,01	0,00%	χ ² (18)	1	-1	0	0	0	0
E _t (S ^{3,1} _{t+1})=0	47,20	0,02%	χ ² (18)	1	0	-1	0	0	0
E _t (S ^{4,1} _{t+1})=0	46,04	0,03%	χ ² (18)	1	0	0	-1	0	0
E _t (S ^{5,1} _{t+1})=0	44,70	0,05%	χ ² (18)	1	0	0	0	-1	0
E _t (S ^{10,1} _{t+1})=0	36,60	0,59%	χ ² (18)	1	0	0	0	0	-1
E _t (S ^{4,2} _{t+1})=0	36,03	0,70%	χ ² (18)	0	1	0	-1	0	0
E _t (S ^{10,2} _{t+1})=0	28,19	5,92%	χ ² (18)	0	1	0	0	0	-1
Valor Crítico a 5% - 28,87									
r=p-2=4									
E _t (ΔR ¹ _{t+1})=2S ^{2,1} _t	37,26	0,49%	χ ² (18)	-2	2	0	0	0	0
2(E _t (R ² _{t+1})-R ³ _t)=S ^{3,1} _t	34,49	1,09%	χ ² (18)	-1	-2	3	0	0	0
3(E _t (R ³ _{t+1})-R ⁴ _t)=S ^{4,1} _t	38,03	0,38%	χ ² (18)	-1	0	-3	4	0	0
4(E _t (R ⁴ _{t+1})-R ⁵ _t)=S ^{5,1} _t	42,67	0,09%	χ ² (18)	-1	0	0	-4	5	0
E _t (S ^{2,1} _{t+1})=0	60,81	0,00%	χ ² (18)	1	-1	0	0	0	0
E _t (S ^{3,1} _{t+1})=0	48,85	0,01%	χ ² (18)	1	0	-1	0	0	0
E _t (S ^{4,1} _{t+1})=0	46,19	0,03%	χ ² (18)	1	0	0	-1	0	0
E _t (S ^{5,1} _{t+1})=0	44,76	0,04%	χ ² (18)	1	0	0	0	-1	0
E _t (S ^{10,1} _{t+1})=0	38,17	0,37%	χ ² (18)	1	0	0	0	0	-1
E _t (S ^{4,2} _{t+1})=0	37,26	0,49%	χ ² (18)	0	1	0	-1	0	0
E _t (S ^{10,2} _{t+1})=0	30,54	3,25%	χ ² (18)	0	1	0	0	0	-1
Valor Crítico a 5% - 28,87									
Valor Crítico a 1% - 34,81									

Tabela 23: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.

Restrição	Estatística:	p-valor	Distribuição e	Vetor de Cointegração implícito na restrição					
$2(E_t(R^2_{t+1})-R^3_t)=\lambda S^{3,1}_t$	r=p-2=5		Graus de Liberdade	R ¹	R ²	R ³	R ⁴	R ⁵	R ¹⁰
$\lambda=0,9$	35,26	0,88%	$\chi^2(18)$	-0,9	-2	2,9	0	0	0
$\lambda=0,8$	34,60	1,06%	$\chi^2(18)$	-0,8	-2	2,8	0	0	0
$\lambda=0,7$	33,95	1,28%	$\chi^2(18)$	-0,7	-2	2,7	0	0	0
$\lambda=0,6$	33,32	1,53%	$\chi^2(18)$	-0,6	-2	2,6	0	0	0
$\lambda=0,5$	32,69	1,82%	$\chi^2(18)$	-0,5	-2	2,5	0	0	0
$\lambda=0,4$	32,08	2,15%	$\chi^2(18)$	-0,4	-2	2,4	0	0	0
$\lambda=0,3$	31,48	2,53%	$\chi^2(18)$	-0,3	-2	2,3	0	0	0
$\lambda=0,2$	30,88	2,97%	$\chi^2(18)$	-0,2	-2	2,2	0	0	0
$\lambda=0,1$	30,29	3,47%	$\chi^2(18)$	-0,1	-2	2,1	0	0	0
Restrição	r=p-2=4								
$2(E_t(R^2_{t+1})-R^3_t)=\lambda S^{3,1}_t$									
$\lambda=0,9$	33,78	1,34%	$\chi^2(18)$	-0,9	-2	2,9	0	0	0
$\lambda=0,8$	33,07	1,64%	$\chi^2(18)$	-0,8	-2	2,8	0	0	0
$\lambda=0,7$	32,37	1,98%	$\chi^2(18)$	-0,7	-2	2,7	0	0	0
$\lambda=0,6$	31,68	2,40%	$\chi^2(18)$	-0,6	-2	2,6	0	0	0
$\lambda=0,5$	31,00	2,88%	$\chi^2(18)$	-0,5	-2	2,5	0	0	0
$\lambda=0,4$	30,32	3,45%	$\chi^2(18)$	-0,4	-2	2,4	0	0	0
$\lambda=0,3$	29,64	4,11%	$\chi^2(18)$	-0,3	-2	2,3	0	0	0
$\lambda=0,2$	28,97	4,88%	$\chi^2(18)$	-0,2	-2	2,2	0	0	0
$\lambda=0,1$	28,30	5,76%	$\chi^2(18)$	-0,1	-2	2,1	0	0	0

Tabela 24: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.

Restrição	Estatística		Distribuição e	Vetor de Cointegração implícito na restrição					
$3(E_t(R_{t+1}^3) - R_t^4) = \lambda S_t^{4,1}$			Graus de Liberdade	R ¹	R ²	R ³	R ⁴	R ⁵	R ¹⁰
$\lambda=0,9$	36,92	0,54%	$\chi^2(18)$	-0,90	0	-3	3,9	0	0
$\lambda=0,8$	36,36	0,64%	$\chi^2(18)$	-0,80	0	-3	3,8	0	0
$\lambda=0,7$	35,82	0,74%	$\chi^2(18)$	-0,70	0	-3	3,7	0	0
$\lambda=0,6$	35,32	0,86%	$\chi^2(18)$	-0,60	0	-3	3,6	0	0
$\lambda=0,5$	34,84	0,99%	$\chi^2(18)$	-0,50	0	-3	3,5	0	0
$\lambda=0,4$	34,39	1,13%	$\chi^2(18)$	-0,40	0	-3	3,4	0	0
$\lambda=0,3$	33,98	1,27%	$\chi^2(18)$	-0,30	0	-3	3,3	0	0
$\lambda=0,2$	33,60	1,41%	$\chi^2(18)$	-0,20	0	-3	3,2	0	0
$\lambda=0,1$	33,24	1,56%	$\chi^2(18)$	-0,10	0	-3	3,1	0	0
$3(E_t(R_{t+1}^3) - R_t^4) = \lambda S_t^{4,1}$									
r=p-2=4									
$\lambda=0,9$	37,93	0,40%	$\chi^2(18)$	-0,90	0	-3	3,9	0	0
$\lambda=0,8$	37,95	0,39%	$\chi^2(18)$	-0,80	0	-3	3,8	0	0
$\lambda=0,7$	38,07	0,38%	$\chi^2(18)$	-0,70	0	-3	3,7	0	0
$\lambda=0,6$	37,96	0,39%	$\chi^2(18)$	-0,60	0	-3	3,6	0	0
$\lambda=0,5$	37,50	0,45%	$\chi^2(18)$	-0,50	0	-3	3,5	0	0
$\lambda=0,4$	37,00	0,52%	$\chi^2(18)$	-0,40	0	-3	3,4	0	0
$\lambda=0,3$	36,52	0,61%	$\chi^2(18)$	-0,30	0	-3	3,3	0	0
$\lambda=0,2$	36,06	0,69%	$\chi^2(18)$	-0,20	0	-3	3,2	0	0
$\lambda=0,1$	35,62	0,79%	$\chi^2(18)$	-0,10	0	-3	3,1	0	0

Valor Crítico a 5% - 28,87

Valor Crítico a 1% - 34,81

Tabela 25: Teste da Hipótese de Expectativas Racionais de forma exata – dados anuais.

Restrição	Estatística:		Distribuição e	Vetor de Cointegração implícito na restrição					
$4(E_t(R_{t+1}^4) - R_t^5) = \lambda S_t^{5,1}$	r=p-1=5		Graus de Liberdade	R ¹	R ²	R ³	R ⁴	R ⁵	R ¹⁰
$\lambda=0,9$	39,63	0,23%	$\chi^2(18)$	-0,90	0	0	-4	4,9	0
$\lambda=0,8$	39,09	0,28%	$\chi^2(18)$	-0,80	0	0	-4	4,8	0
$\lambda=0,7$	38,57	0,33%	$\chi^2(18)$	-0,70	0	0	-4	4,7	0
$\lambda=0,6$	38,06	0,38%	$\chi^2(18)$	-0,60	0	0	-4	4,6	0
$\lambda=0,5$	37,56	0,44%	$\chi^2(18)$	-0,50	0	0	-4	4,5	0
$\lambda=0,4$	37,08	0,51%	$\chi^2(18)$	-0,40	0	0	-4	4,4	0
$\lambda=0,3$	36,61	0,59%	$\chi^2(18)$	-0,30	0	0	-4	4,3	0
$\lambda=0,2$	36,17	0,67%	$\chi^2(18)$	-0,20	0	0	-4	4,2	0
$\lambda=0,1$	35,74	0,76%	$\chi^2(18)$	-0,10	0	0	-4	4,1	0
$4(E_t(R_{t+1}^4) - R_t^5) = \lambda S_t^{5,1}$									
r=p-2=4									
$\lambda=0,9$	42,08	0,11%	$\chi^2(18)$	-0,90	0	0	-4	4,9	0
$\lambda=0,8$	41,50	0,13%	$\chi^2(18)$	-0,80	0	0	-4	4,8	0
$\lambda=0,7$	40,92	0,16%	$\chi^2(18)$	-0,70	0	0	-4	4,7	0
$\lambda=0,6$	40,36	0,19%	$\chi^2(18)$	-0,60	0	0	-4	4,6	0
$\lambda=0,5$	39,81	0,22%	$\chi^2(18)$	-0,50	0	0	-4	4,5	0
$\lambda=0,4$	39,27	0,26%	$\chi^2(18)$	-0,40	0	0	-4	4,4	0
$\lambda=0,3$	38,74	0,31%	$\chi^2(18)$	-0,30	0	0	-4	4,3	0
$\lambda=0,2$	38,22	0,36%	$\chi^2(18)$	-0,20	0	0	-4	4,2	0
$\lambda=0,1$	37,72	0,42%	$\chi^2(18)$	-0,10	0	0	-4	4,1	0

Base de Dados 3: Dados Brasileiros atualizados.

Agora, passa-se a análise da base de dados brasileiros atualizada. Estimou-se um VAR com cinco defasagens com as taxas de juros de um dia, um mês, dois meses, três meses, seis meses, nove meses e doze meses. A frequência dos dados é mensal e o período amostral foi expandido até dezembro de 2002.

Os resultados dos testes de especificação são razoáveis e teve-se que recorrer ao mesmo conjunto de *dummies* utilizada anteriormente. A diferença entre este sistema e o anteriormente estimado está na inclusão da taxa de juros de 60 e 270 dias.

Note que no sistema algumas taxas, pelo menos do ponto de vista teórico não devem cointegrar entre si pois não é possível atribuir um spread as mesmas – por exemplo, as taxas de 270 e 60 dias. As taxas de 1 dia, 1, 2, 3, 6 meses formam a base para *spreads* mais longos, ou seja, podem cointegrar com as taxas de maior prazo 270 e 360 dias. Estas últimas não devem cointegrar entre si. O primeiro grupo é composto das taxas de juros 1, 30, 60, 90 e 180 dias que podem cointegrar entre si. O segundo grupo é composto pelas taxas de 270 e 360 dias.

Teste de cointegração e de avaliação do posto da matriz de longo prazo (π):

O posto esperado para a matriz de longo prazo (π) é 6 - (p-1) – pois pelo menos em princípio é possível associar um *spread* composto pelas taxas de 1 dia e 1 mês e as demais. O posto da matriz de longo prazo só poderá ser menor que 6 caso os agentes econômicos, por alguma razão qualquer, não tentem arbitrar o diferencial entre as taxas de curto e longo prazo. Isto talvez possa ser razoável para sistemas com taxas de juros bem longas como os dos dados americanos. Já para o sistema com dados brasileiros cujas taxas mais longo prazo são de apenas 1 ano, não é provável que tal fato aconteça e logo o posto deve ser seis.

Os resultados dos testes para averiguar o posto da matriz de longo prazo é dado na Tabela 27. Usando a estatística do traço de Johansen e do máximo autovalor, o posto da matriz de longo prazo é seis. Logo, opta-se por concluir que o posto da matriz é seis.

O próximo passo consistiu em avaliar em que medida os vetores de cointegração satisfazem à restrição imposta pelos *spreads*. De forma, para testar todas as possibilidades de *spreads* elaborou-se uma rotina no Matlab em que o teste de razão de verossimilhança de Johansen é implementado para todas as combinações de *spreads* que têm posto seis. O valor da menor estatística é guardado e comparado com o respectivo valor crítico. A estatística de menor valor entre todas implica em rejeição. Na Tabela 28 é apresentado os resultados dos

testes dos *spreads* individuais. As hipóteses de que os diversos *spreads* são estacionários é aceita quando analisados individualmente. A razão para rejeição da hipótese conjunta dos *spreads* serem estacionários deve-se aos *spreads* de mais longo prazo. Os resultados de tais testes não são reportados para poupar espaço.

Testou-se também em que medida os parâmetros do VAR estimados satisfazem as restrições da hipótese de expectativas. Todas as restrições implicadas pelos *spreads* são rejeitadas fortemente. (Ver Tabelas 29, 30 e 31).

Tabela 26: Testes de Especificação do Modelo Brasileiro

Equação	Portmanteau	AR 1- 6			Normalidade			ARCH 5		
R ¹	14,811	F(6,44)	2,4258	[0,0411]	*	$\chi^2(2)$	4,2438 [0,1198]	F(6, 38)	0,3822	[0,8858]
R ³⁰	11,078	F(6,44)	1,794	[0,1225]		$\chi^2(2)$	4,9532 [0,0840]	F(6, 38)	0,67879	[0,6675]
R ⁶⁰	9,7602	F(6,44)	1,1594	[0,3452]		$\chi^2(2)$	1,2478 [0,5359]	F(6, 38)	0,49047	[0,8113]
R ⁹⁰	10,016	F(6,44)	0,58017	[0,7441]		$\chi^2(2)$	0,90625 [0,6356]	F(6, 38)	0,6225	[0,7111]
R ¹⁸⁰	13,407	F(6,44)	0,1862	[0,9792]		$\chi^2(2)$	4,587 [0,1009]	F(6, 38)	0,87288	[0,5238]
R ²⁷⁰	14,179	F(6,44)	0,1217	[0,9932]		$\chi^2(2)$	8,412 [0,0149]	*	F(6, 38)	0,99405 [0,4433]
R ³⁶⁰	13,622	F(6,44)	0,099811	[0,9960]		$\chi^2(2)$	8,8754 [0,0118]	*	F(6, 38)	1,4182 [0,2331]

* - nível de confiança de 5%; ** - nível de confiança de 1%.

Tabela 27: Estatística do Traço e de Máximo AutoValor para o Modelo Brasileiro.

Ho: rank=r	$-T \sum \ln(1-\lambda_i)^a$	$-(T-kp) \sum \ln(1-\lambda_i)^a$	95%	$-T \ln(1-\lambda_i)^b$	$-T \ln(1-\lambda_i)^b$	95%
r=0	465,1 **	286,2 **	131,7	192,8 **	118,7 **	46,5
r<=1	272,3 **	167,6 **	102,1	123,4 **	75,9 **	40,3
r<=2	149,0 **	91,7 **	76,1	48,5 **	29,8	34,4
r<=3	100,5 **	61,8 *	53,1	46,8 **	28,8 *	28,1
r<=4	53,6 **	33,0	34,9	33,5 **	20,6	22,0
r<=5	20,2 *	12,4	20,0	16,6 *	10,2	15,7
r<=6	3,5	2,2	9,2	3,5	2,2	9,2

* - nível de confiança de 5%; ** - nível de confiança de 1%.

^a Estatística do Traço de Johansen com 5 defasagens.

^b Estatística do máximo autovalor com 9 defasagens.

Tabela 28: Testando hipóteses sobre o espaço de cointegração.

Spread	Teste de Razão de Verossimilhança		
	r=6	p-value	Distribution $\chi^2((p-r)*s)$
S ^{30,1}	0,94 [0.3318]		$\chi^2(1)$
S ^{60,1}	1,46 [0.2276]		$\chi^2(1)$
S ^{90,1}	1,99 [0.1582]		$\chi^2(1)$
S ^{180,1}	3,03 [0.0816]		$\chi^2(1)$
S ^{270,1}	3,67 [0.0553]		$\chi^2(1)$
S ^{360,1}	3,69 [0.0549]		$\chi^2(1)$
S ^{60,30}	1,68 [0.1943]		$\chi^2(1)$
S ^{90,30}	2,27 [0.1323]		$\chi^2(1)$
S ^{180,30}	3,26 [0.0710]		$\chi^2(1)$
S ^{270,30}	3,82 [0.0505]		$\chi^2(1)$
S ^{360,30}	3,80 [0.0511]		$\chi^2(1)$
S ^{180,60}	3,56 [0.0592]		$\chi^2(1)$
S ^{360,60}	3,94 [0.0472] *		$\chi^2(1)$
S ^{180,90}	3,76 [0.0525]		$\chi^2(1)$
S ^{270,90}	4,12 [0.0424] *		$\chi^2(1)$
S ^{360,90}	4,04 [0.0445] *		$\chi^2(1)$
S ^{360,180}	4,15 [0.0417] *		$\chi^2(1)$

Teste de hipóteses de Gonzalo e Granger sobre os componentes comuns:

Finalmente procurou-se averiguar que séries geram efeitos permanentes no sistema. Os resultados são muito similares aos obtidos para os dados americanos. Parece plausível afirmar que as taxas de prazo mais longo prazo tenham efeitos permanentes no sistema. As taxas de 60, 90, 180, 270 e 360 geram efeitos permanentes no sistema. Tal hipótese foi implementada. Esta tem dois graus de liberdade e uma estatística de 2,68 com 26,18%. Na Tabela 32 são apresentados os resultados dos testes de hipóteses sobre os componentes da $\alpha_{\perp}$. As hipóteses que excluem os coeficientes associados as taxas de juros de longo prazo são rejeitadas fortemente enquanto as estatísticas dos testes que excluem as taxas de curto prazo de $\alpha_{\perp}$ são aceitas com facilidade nos níveis de significância tradicionais. Isto leva a seguinte conclusão. As taxas de longo prazo são as responsáveis por gerar efeitos permanentes no sistema.

Teste de hipóteses de expectativas racionais de forma exata:

Por fim testou-se a hipótese de expectativas racionais de forma exata aos dados brasileiros. Tal hipótese é fortemente rejeitada da forma como formulada pela Restrição 7 e Restrição 8.

$$\text{Restrição 7: } \lambda(R_t^{60} - R_t^{30}) = E_t[\Delta R_{t+30}^{30}]$$

$$\text{Restrição 8: } 2(E_t(R_{t+30}^{60}) - R_t^{90}) = \lambda S_t^{90,30}$$

Os resultados são apresentados abaixo (Tabela 29, Tabela 30 e, Tabela 31). Além dos problemas de inferência estatística por conta da amostra pequena, os resultados parecem ser

consistentes com o fato do período estudado ter se caracterizado por grandes alterações de política econômica e choques de grande intensidade.

Tabela 29: Resultados dos testes de Expectativas Racionais exatas.

Hipótese	Vetor Implicado pela restrição							G.L.	Estatística	P-valor
	J1	J30	J60	J90	J180	J270	J360			
$E_t(S^{30,1}_{t+1})=0$	-1	1	0	0	0	0	0	$\chi^2(40)$	291,26	0,0000%
$E_t(S^{60,1}_{t+1})=0$	-1	0	1	0	0	0	0	$\chi^2(40)$	254,00	0,0000%
$E_t(S^{90,1}_{t+1})=0$	-1	0	0	1	0	0	0	$\chi^2(40)$	241,11	0,0000%
$E_t(S^{180,1}_{t+1})=0$	-1	0	0	0	1	0	0	$\chi^2(40)$	216,46	0,0000%
$E_t(S^{270,1}_{t+1})=0$	-1	0	0	0	0	1	0	$\chi^2(40)$	207,20	0,0000%
$E_t(S^{360,1}_{t+1})=0$	-1	0	0	0	0	0	1	$\chi^2(40)$	206,31	0,0000%
$E_t(S^{60,30}_{t+1})=0$	0	-1	1	0	0	0	0	$\chi^2(40)$	192,43	0,0000%
$E_t(S^{90,30}_{t+1})=0$	0	-1	0	1	0	0	0	$\chi^2(40)$	205,30	0,0000%
$E_t(S^{180,30}_{t+1})=0$	0	-1	0	0	1	0	0	$\chi^2(40)$	202,00	0,0000%
$E_t(S^{270,30}_{t+1})=0$	0	-1	0	0	0	1	0	$\chi^2(40)$	193,56	0,0000%
$E_t(S^{360,30}_{t+1})=0$	0	-1	0	0	0	0	1	$\chi^2(40)$	193,08	0,0000%
$E_t(S^{180,60}_{t+1})=0$	0	0	-1	0	1	0	0	$\chi^2(40)$	192,91	0,0000%
$E_t(S^{360,60}_{t+1})=0$	0	0	-1	0	0	0	1	$\chi^2(40)$	179,99	0,0000%
$E_t(S^{180,90}_{t+1})=0$	0	0	0	-1	1	0	0	$\chi^2(40)$	171,32	0,0000%
$E_t(S^{270,90}_{t+1})=0$	0	0	0	-1	0	1	0	$\chi^2(40)$	160,86	0,0000%
$E_t(S^{360,90}_{t+1})=0$	0	0	0	-1	0	0	1	$\chi^2(40)$	163,21	0,0000%
$E_t(S^{360,180}_{t+1})=0$	0	0	0	0	-1	0	1	$\chi^2(40)$	150,65	0,0000%

Tabela 30: Resultados dos testes de Expectativas Racionais exatas.

Restrição $2(E_t(\Delta R^{30}_{t+1}))=\lambda S^{60,30}_t$	Estatística	p-valor	Distribuição e Graus de Liberdade	Vetor de Cointegração implícito na restrição						
				R ¹	R ³⁰	R ⁶⁰	R ⁹⁰	R ¹⁸⁰	R ²⁷⁰	R ³⁶⁰
$\lambda=1$	291,28	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-2	2	0	0	0	0
$\lambda=0,9$	290,88	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-1,8	1,8	0	0	0	0
$\lambda=0,8$	291,05	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-1,6	1,6	0	0	0	0
$\lambda=0,7$	291,77	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-1,4	1,4	0	0	0	0
$\lambda=0,6$	293,05	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-1,2	1,2	0	0	0	0
$\lambda=0,5$	294,85	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-1	1	0	0	0	0
$\lambda=0,4$	297,14	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,8	0,8	0	0	0	0
$\lambda=0,3$	299,89	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,6	0,6	0	0	0	0
$\lambda=0,2$	303,06	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,4	0,4	0	0	0	0
$\lambda=0,1$	306,59	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,2	0,2	0	0	0	0

Tabela 31: Resultados dos testes de Expectativas Racionais exatas.

Restrição $2(E_t(R^{30}_{t+1})+R^{90}_t)=\lambda S^{90,30}_t$	Estatística		Distribuição e Graus de Liberdade	Vetor de Cointegração implícito na restrição						
				R ¹	R ³⁰	R ⁶⁰	R ⁹⁰	R ¹⁸⁰	R ²⁷⁰	R ³⁶⁰
$\lambda=1$	274,69	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-1	-2	3	0	0	0
$\lambda=0,9$	274,25	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,9	-2	2,9	0	0	0
$\lambda=0,8$	273,89	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,8	-2	2,8	0	0	0
$\lambda=0,7$	273,62	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,7	-2	2,7	0	0	0
$\lambda=0,6$	273,42	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,6	-2	2,6	0	0	0
$\lambda=0,5$	273,30	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,5	-2	2,5	0	0	0
$\lambda=0,4$	273,26	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,4	-2	2,4	0	0	0
$\lambda=0,3$	273,31	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,3	-2	2,3	0	0	0
$\lambda=0,2$	273,43	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,2	-2	2,2	0	0	0
$\lambda=0,1$	273,64	0,0000%	$\chi^2(40)$	0	-0,1	-2	2,1	0	0	0

Tabela 32: Testando hipóteses sobre $\alpha_{\perp}$.

Hipótese: Coeficientes diferentes zero.	Estatística LR: $(r=p-1)$	Distribuição $\chi^2((p-r) \times (p-m))$	P-valor
30,60,90,180,270,360	0,56	$\chi^2(1)$	45,39%
60,90,180,270,360	2,68	$\chi^2(2)$	26,18%
90,180,270,360	15,69	$\chi^2(3)$	0,13%
180,270,360	15,74	$\chi^2(4)$	0,34%
270,360.	16,14	$\chi^2(5)$	0,64%
360.	48,67	$\chi^2(6)$	0,00%
1,30,60,90,180,270	10,96	$\chi^2(1)$	0,09%
1,30,60,90,180	10,99	$\chi^2(2)$	0,41%
1,30,60,90	11,23	$\chi^2(3)$	1,05%
1,30,60	25,38	$\chi^2(4)$	0,00%
1,30.	90,91	$\chi^2(5)$	0,00%
1.	113,77	$\chi^2(6)$	0,00%

Comparação com a Literatura:

Tabak & Andrade (2001) testam a hipótese de expectativas a dados brasileiros. Discute-se agora brevemente em que medida os resultados obtidos são consistentes com o dos autores. O período coberto pelos dois estudos é semelhante, entretanto neste trabalho a frequência é mensal e diária enquanto no trabalho citado é diária apenas.

Neste trabalho procurou-se utilizar uma ampla gama de teste existentes na literatura utilizando a metodologia tradicional enquanto o trabalho citado foca apenas na estimação da eq. 35. Tabak & Andrade (2001) mostram que medidas de risco melhoram a performance da eq. 35. Isto seria uma boa explicação para fraca performance das hipóteses de expectativas a dados brasileiros.

Tabak & Andrade (2001) apontam uma razão para explicar a performance pobre das hipóteses de expectativas deve-se a avaliação de que as oportunidades de lucro não suficientemente grande para remunerar o risco existente nas operações mais longas. Eles mostram que medidas de risco melhoram a compreensão dos movimentos da estrutura a termo das taxas de juros brasileiras. Se existir uma *proxy* para o risco percebido pelos agentes que seja pelo menos exógena fraca aos parâmetros de interesse, então este tipo de informação pode ser rapidamente incorporado a um modelo VAR para em seguida se testar se os agentes estão usando esta informação de forma eficiente. Seria uma forma de testar se as hipóteses expectativas corrigidas por consideração de risco têm aderência empírica.

Outro caminho possível e que ainda é incipiente para na literatura aplicada ao Brasil consiste em tentar ampliar o conjunto de informação utilizado nos modelos que testam a

estrutura a termo da taxa de juros para incorporar outras variáveis que não apenas os valores atuais e defasados das diversas taxas. Uma abordagem deste tipo poderia seguir, em linhas gerais, o trabalho de Ang & Piazzesi (2003) que procura incorporar ao VAR estimado informações sobre variáveis macroeconômicas como produto (e taxa desemprego) e inflação, na medida em que há boas razões empíricas e teóricas para afirmar que existem algum tipo de relação entre o comportamento das variáveis econômicas e os diversos *spreads*.

Um outro estudo feito sobre o tema é Tabak (2003). O trabalho tenta avaliar em que medida os agentes antecipam medidas de política monetária na economia brasileira. O teste de Johansen & Swensen (1999) consiste numa possibilidade de teste direto de tal hipótese na medida em que se postula que os agentes antecipam os movimentos futuros das taxas de juros. A equação da taxa de juros de 1 dia (cuja política monetária visa influenciar) é modelada diretamente e faz parte do conjunto de informação do VAR.

Outro trabalho que testa a hipótese de expectativas na estrutura a termo para o Brasil é feito por Lima & Isler (2003). Os autores realizam teste da hipótese de expectativas utilizando muito dos testes da metodologia tradicional. Os resultados não são favoráveis também a hipótese de expectativas.

Realizam também testes de cointegração para sistemas bivaridos. Rejeitam a hipótese nula de não cointegração e aceitam a hipótese de que os diversos *spreads* são estacionários. Todavia não é realizado nenhum esforço para controlar a evidência de não normalidade dos resíduos. Citam a referência de Gonzalo (1994) para afirmar que os testes de cointegração são robustos à não normalidade. Todavia a violação da hipótese de normalidade pode estar ocorrendo por conta da existência quebras estruturais e indicando problemas sérios de má especificação. Se for este o caso, o teste de cointegração de Johansen gera resultados pouco confiáveis. Maddala & Kim (1998) realizam uma ampla revisão da literatura sobre o tema.

Os resultados deste trabalho para a base de dados americana devem ser comparados aos obtidos por Lanne (2000) que investiga a existência de cointegração entre as séries. O autor argumenta que o teste de razão de verossimilhança de Johansen para testar hipótese sobre os vetores de cointegração sofre distorções de *size* e então desenvolve dois procedimentos robustos. No primeiro procedimento testa-se as restrições implicadas pelos *spreads* enquanto no segundo procedimento testa-se conjuntamente se há cointegração e se os vetores são os *spreads*. Os resultados obtidos por Lanne (2000) podem ser resumidos na seguinte citação: “*The rejection in the spread test and joint test occur in higher-dimensional systems involving long term interest rate. The robust test rejects in only three cases at 5% level*”

Neste trabalho optou-se por trocar a frequência da base de dados para trimestral e anual. Os sistemas propostos por Lanne (2000) sofrem de problemas sérios de especificação especialmente em termos de normalidade nos resíduos. Entretanto, ao trabalhar com dados trimestral, os resultados dos testes de especificação têm uma grande melhoria em termos de normalidade. Mudando a frequência para amostras grandes como a do autor pode-se trabalhar com horizontes maiores no conjunto de informação e melhorar a performance dos modelos estimados. O teste de Johansen aplicados a amostra com dados trimestrais apresentam um resultado bem diferente quando comparados com os de Lanne. A hipótese de que os vetores de cointegração é composto por um determinado conjunto de *spreads* é aceita aos níveis tradicionais de significância usando a metodologia de Johansen (Ver Tabela 16). A diferença de resultados mostra a importância de se trabalhar com sistemas bem especificados quando técnicas de cointegração são utilizadas.

Há uma série de trabalhos que testam as hipóteses de expectativas a dados internacionais. Cuthberston (1996a) realiza um resumo das conclusões principais da literatura de cointegração aplicada a testes da hipótese de expectativas: “*For most part, long and short rates are cointegrated, with a cointegration parameter close to or equal to unity*”. Todavia cointegração com parâmetros iguais a unidade não significam necessariamente validade das hipóteses de expectativas. Para obter que os *spreads* são estacionários é necessário apenas impor que as primeiras diferenças das taxas de juros esperadas (e logo realizada) sejam estacionárias (Ver eq. 6). Não é necessário impor nenhuma restrição sobre como os agentes utilizam a informação disponível para obter lucros com arbitragem entre taxas.

Balanço dos Resultados:

Nesta seção realiza-se um balanço das principais conclusões que podem ser extraídas a partir do conjunto de testes realizados e reportados acima. Inicialmente discute-se os resultados obtidos para a base de dados de McCulloch e Kwon (1993) e em seguida passa análise dos resultados brasileiros.

A análise da base de dados de McCulloch e Kwon (1993) são bem mais favoráveis à hipótese de expectativas. Uma explicação direta advém da frequência, do horizonte temporal e da qualidade da base de dados.

Para testar as hipóteses de expectativas de forma estrita e precisa é necessário impor restrições adicionais aos parâmetros do VAR que não apenas a dos parâmetros de longo prazo. Os testes tradicionais deste tipo são discutidos em Cuthberston (1996a). Johansen & Swensen (1999) constrói um procedimento para testar as restrições de um modelo particular

de expectativas racionais. Se o argumento deste trabalho estiver correto, este procedimento pode ser adaptado para testar as hipóteses de expectativas a partir de VAR com cointegração. Seria uma nova maneira de testar a hipótese de expectativas. É apenas necessário saber o posto da matriz de longo para realizar isto. Os resultados de tal teste foram reportados anteriormente neste capítulo. Os resultados obtidos neste trabalho mostram que a hipótese de expectativas é rejeitada fortemente para a frequência trimestral. Como os vetores de cointegração obedecem às restrições implicadas pelos *spreads*, restam duas fontes que podem estar causando tal rejeição: a) não ser possível decompor o modelo irrestrito nos modelos condicional e marginal sem perda de informação relevante e/ou; b) os parâmetros de curto prazo violam as restrições propostas.

Já para a frequência anual os resultados são bem mais animadores. A hipótese de expectativas é aceita para os *spreads* de curto prazo. Também é aceita a hipótese de que os *spreads* de longo prazo não podem ser previstos a partir do conjunto de informação disponível no VAR, sendo consistentes com a idéia que as variações das taxas de longo prazo (e logo os *spreads* por elas compostos) são martingalas. Contudo a rejeição da validade da hipótese de expectativas para *spreads* intermediários é de difícil racionalização, pois não há muito sentido para os agentes arbitrarem taxas de curto e longo prazo e não proceder assim com as intermediárias.

Os resultados para os dados brasileiros não são favoráveis para a maioria dos sistemas e *spreads* analisados. Deve ser lembrado que importantes alterações de política econômica e crises afetaram a economia brasileira no período. Tais eventos têm uma boa chance de não estarem sendo bem modelados por VAR. Mais pesquisa é necessário sobre o tema na medida em que mais informação esteja disponível.

Como balanço geral, pode-se concluir que a hipótese de expectativas não é um bom arcabouço para descrever os dados brasileiros no período analisado. Os testes que visam avaliar se os valores dos fundamentos dos *spreads* ($PFS^{m,n}_t$) explicam o comportamento dos *spreads* têm um desempenho insatisfatório indicando que há a necessidade de um conjunto de informação mais amplo para explicar as flutuações dos *spreads*. De acordo com a hipótese de expectativas tal fato não deveria estar ocorrendo.

Resta saber a razão pela qual razão a hipótese de expectativas não estaria descrevendo bem os dados. Uma hipótese tentativa diz respeito ao risco envolvido nas operações de arbitragem de taxas dada a grande instabilidade macroeconômica no período e a resposta dada pela política econômica às crises externas que se concentrou de forma muito intensa na política monetária.

Um ponto a reforçar esta linha de raciocínio diz respeito ao fato da pior performance nos testes de cointegração ter se dado nos *spreads* com as taxas mais longas. Embora os testes de cointegração representem apenas uma condição necessária - e não suficiente - para a validade das hipóteses de expectativas, a não aceitação da hipótese de coeficientes proporcionais nos *spreads* mais longos poderia indicar que os valores dos *spreads* tenham permanecido distantes do equilíbrio por conta de um componente persistente de risco que estaria refletido no prêmio exigido pelos agentes para assumir posições mais longas. Tal prêmio não deve ter sido constante ao longo do tempo e tal instabilidade não deve ter sido bem modelada pelos modelos utilizados. As *dummies* significativas no VAR estimado estão diretamente associadas às bruscas variações de taxas de juros decorrentes dos choques externos.

A hipótese de expectativas implica também numa condição de ortogonalidade que deve estar sendo violada pelos resultados aqui obtidos. Isto pode ser visto quando compara-se a estimativa de mínimos quadrados com variáveis instrumentais (Ver Tabela 1, Tabela 2 e Tabela 3), ou ainda pelos testes de expectativas racionais de forma exata, pelo qual a condição de ortogonalidade é imposta e rejeitada conjuntamente com as demais hipóteses do teste.

O modelo simples representado pela hipótese de expectativas claramente é insuficiente para descrever os dados brasileiros²⁰. Desta forma, o esforço de pesquisa futuro deveria se concentrar na construção de modelos que melhorem a fraca performance do modelo simplificado do que centrar esforços em novos testes da hipótese de expectativas na versão mais simples, principalmente através da ampliação do conjunto de informação utilizado na análise. A introdução de variáveis macroeconômicas consiste numa boa opção. Como ressaltado em McCallum (1994) a hipótese de expectativas é parte de um modelo macroeconômico mais amplo e logo tal fato deve ser incorporado na análise. Visto deste prisma, a baixa performance dos testes da hipótese de expectativas é de certa forma esperada.

Por fim a evidência de que os as taxas de juros de longo prazo geram efeitos permanentes é obtida tanto para os dados americanos quanto para os brasileiros. Qualificando o fato de que longo prazo no Brasil, por conta da base de dados, é definido como taxas de 3 a 12 meses, enquanto para os dados americanos trabalha-se com taxas de até 10 anos, obtém-se conclusões muito parecidas. As taxas de curto geram efeitos transitórios nos sistemas

²⁰ Por exemplo, Campbell & Shiller (1991) mostram que embora as restrições decorrentes da hipótese de expectativas, tenham sido rejeitadas formalmente, a performance do modelos estimados é razoável, sendo a diferença entre o mundo real e o ideal proposto pela teoria muito pequeno. Sendo assim, a rejeição formal não deve ser levada as últimas consequências pois o poder explicativo do modelo simples representado pelas hipótese de expectativas não é desprezível.

enquanto as taxas de longo prazo geram efeitos permanentes. Uma tentativa de racionalização para este resultado diz respeito aos efeitos da política fiscal e monetária na estrutura a termo da taxa de juros. O instrumento a disposição da autoridade monetária consiste no manejo das taxas de curto prazo, enquanto o manejo da política fiscal tem efeitos nos mercados de dívida de longo prazo na medida em que alterações nos gastos e tributos do governo geram efeitos sobre a dívida pública. Desta forma, se os eventos de política fiscal governam as taxas de longo prazo e os eventos de política monetária governam as taxas de curto prazo, a conclusão obtida é que o manejo da política fiscal pode gerar efeitos permanentes sobre a estrutura a termo da taxa de juros. É lógico que tal proposição da forma como exposto aqui é apenas tentativa sendo apenas uma das possíveis racionalizações para tal resultado. O fato é que a evidência demonstra que as taxas de longo prazo geram efeitos permanentes na estrutura a termo da taxa de juros.

Conclusões:

Neste capítulo testou-se em que medida as hipóteses de expectativas descrevem bem duas bases de dados escolhidas. A conclusão principal é que tais hipóteses são mais adequadas para explicar os dados de americanas. A pobre performance para dados brasileiros tem uma explicação intuitiva na medida em que a economia brasileira foi exposta a choques de grande intensidade e a grandes intervenções de política econômica o que pode ter contribuído para os resultados obtidos. O estudo das propriedades da estrutura a termo da taxa de juros no Brasil está em seu início. O objetivo deste capítulo foi contribuir, mesmo que pontualmente, a pesquisa que se inicia no Brasil sobre o tema.

CAPÍTULO 4: MODELANDO NÃO-LINEARIDADES NA VARIÂNCIA A PARTIR DE MODELOS MULTIVARIADOS.

Neste capítulo realiza-se uma revisão dos modelos de volatilidade disponível na literatura. Os modelos discutidos são os da família GARCH. A principal restrição a utilização deste tipo de modelo na análise multivariada consiste no alto número de parâmetros a serem estimados. Os principais avanços da literatura para tentar conciliar facilidade de estimação com generalidade são apresentados e discutidos. Um avanço recente que receberá particular atenção é o modelo DCC (*Dynamic Conditional Correlation*) desenvolvido por Engle.

Os modelos de volatilidade Multivariados disponíveis na Literatura:

Um grande impulso para a modelagem das séries financeiras²¹ foi dado pelos trabalhos de Bollerslev²², Engle e Harvey entre outros com a formulação dos modelos univariados da família ARCH, GARCH e de volatilidade estocástica. Estes modelos foram generalizados para o caso multivariado.

O grande problema enfrentado na literatura dos modelos da família GARCH multivariados consiste no número de parâmetros a serem estimados. Modelos bem simples em termos de generalidade podem rapidamente se mostrar intratáveis quando alguns ativos são adicionados ou uma estrutura temporal um pouco mais sofisticada é proposta. O grande desafio nesta literatura consistiu (e consiste) em criar modelos que alinhem generalidade e simplicidade na estimação. Na literatura, uma grande variedade de modelos foram propostos, sendo que os principais são expostos abaixo: a) VEC e BEKK; b) Modelos Fatoriais e Ortogonais; c) modelo com correlação constante; d) modelos de correlação condicional dinâmica e; e) Modelo de covariância dinâmica geral.

VEC e BEKK:

O modelo GARCH multivariado pode ser formulado como²³:

$$\text{eq. 73 } \xi_t = \varepsilon_t H_t^{1/2}$$

na qual ε_t representa um processo de dimensão k com média zero e variância dada por uma matriz identidade de ordem k e $E[\varepsilon_t | \Omega_{t-1}] = 0$ e $E[\varepsilon_t \varepsilon_t' | \Omega_{t-1}] = H_t$. Como nos modelos

²¹ Bollerslev (2001) realiza um balanço dos avanços da literatura de Finanças no passado recente e discute quais são as áreas em seu entender mais promissoras num futuro próximo.

²² Ver Bollerslev (1986).

²³ Ver por exemplo Franses & van Dijk (2000), págs. 200.

GARCH univariados H_t deve apresentar alguma forma de dependência dos valores defasados de H_t e de ε_t .

O modelo pode ser reescrito na forma vech dada abaixo:

$$\text{eq. 74 } \text{vech}(H_t) = W + A_1 \text{vech}(\varepsilon_t \varepsilon_t') + B_1 \text{vech}(H_{t-1})$$

Este é o denominado modelo VEC. A grande vantagem deste modelo é sua generalidade, contudo a desvantagem advém do grande número de parâmetros a serem estimados mesmo para estruturas muito simples. O número de parâmetros cresce de forma não proporcional à dimensão dos sistemas. O processo de estimação é particularmente difícil não só por conta do número de parâmetros mas também pela necessidade de impor restrições aos parâmetros de forma a evitar resultados tais como variância negativa e garantir estabilidade.

Um outro modelo proposto é o BEKK²⁴. O modelo BEKK é apresentado abaixo:

$$\text{eq. 75 } H_t = W + \sum_{k=1}^K A_{1k} \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}' A_{1k} + \sum_{k=1}^K B_{1k} H_{t-1} B_{1k}$$

na qual W , A_{1k} e B_{1k} são matrizes $k \times k$ e W é uma matriz simétrica e definida positiva. No caso de dois ativos e $K=1$, têm-se:

$$\begin{pmatrix} h_{11,t} & h_{12,t} \\ h_{21,t} & h_{22,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \varepsilon_{1,t-1}^2 & \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} \\ \varepsilon_{1,t-1} \varepsilon_{2,t-1} & \varepsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{12,t-1} & h_{22,t-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}$$

O número de parâmetros ainda continua sendo um problema apesar de ser menor do que a especificação vec. A vantagem principal desta especificação reside pelo fato de não haver necessidade de imposição de alguma restrição sobre o espaço de parâmetros para garantir que H_t seja positiva definida. Engle & Kroner (1995) mostram que este modelo pode ser reescrito na forma vec e a representação é única. Agora o contrário não é válido necessariamente. A questão discutida pelos autores na referência citada é quão grande tem de ser K de forma a conter o maior número possível de modelos do tipo vec.

Modelos Fatoriais e Ortogonais:

Uma outra opção consiste nos modelos fatoriais nos quais a volatilidade das séries é modelada como sendo a soma de dois componentes. O primeiro consiste em componentes comuns aos ativos, enquanto o segundo, a componentes idiossincráticos a cada um dos ativos.

²⁴

Este nome deve-se ao fato deste tipo de modelos ter sido proposto por Baba, Engle, Kraft e Kroner.

Engle & Kozicki (1994) desenvolveram um teste LM para avaliar se há componentes comuns na volatilidade das séries. Um exemplo de aplicação às séries financeiras é feito por Engle, Ng & Rothschild (1990).

Em Lin (1992) discute-se detalhadamente como deve ser feita a estimação deste tipo modelo apresentado abaixo:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_t | \Psi_t \\ \text{eq. 76 } H_t &= \Omega + \sum_{k=1}^K g_k g_k' \left(\sum_{j=1}^q \alpha_{kj}^2 f_k' \varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-j}' f_k + \sum_{j=1}^q \beta_{kj}^2 f_k' H_{t-j} f_k \right) \\ & f' g = I \\ & f' i = 1 \end{aligned}$$

O modelo representado pela eq. 76 consiste numa simplificação bem parcimoniosa em termos de parâmetros do modelo BEKK. A principal restrição deste modelo na forma como é proposta reside no fato da ‘fonte’ de heterocedasticidade advir dos fatores comuns e não de componentes idiossincráticos. Há várias formas de estimação os parâmetros dos modelos: a) estimador em 2 estágios supondo que os fatores comuns são conhecidos; b) estimador em 2 estágios atualizado supondo que os fatores comuns são conhecidos; c) estimação por máximo verossimilhança supondo que os fatores são conhecidos e; d) estimação por máximo verossimilhança supondo que os fatores não são conhecidos.

Já o modelo ortogonal pode ser visto como sendo caso particular do modelo fatorial. A diferença entre os dois é que a matriz de variância e covariância tem posto reduzido.

Modelo com correlação constante;

Na formulação dada em Bollerslev (1990) têm-se:

$$\begin{aligned} \text{eq. 77 } h_{i,j,t} &= w_{i,j} + \alpha_{i,j} h_{i,j,t-1} + \alpha_{i,j} \varepsilon_{i,t-1} \varepsilon_{j,t-1} \quad i = 1, \dots, k \\ h_{i,j,t} &= \rho_{i,j} \sqrt{h_{ii,t}} \sqrt{h_{jj,t}} \quad i = 1 \neq j \end{aligned}$$

ou alternativamente a matriz $H_t = D_t^{1/2} R D_t^{1/2}$,

No caso de 2 ativos, têm-se:

$$H_t = \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} \\ \rho_{12} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{h_{11,t}} & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{22,t}} \end{pmatrix}$$

Tse (2000), por exemplo, propõe um teste para avaliar se o modelo GARCH em que os coeficientes de correlações das séries são constantes ao longo do tempo é adequado ou não para representar um determinado conjunto de dados. O teste derivado é do tipo LM. Tal teste tem a vantagem de apenas exigir a estimação do modelo sob a hipótese nula evitando à

estimação de estruturas maiores. Segundo os experimentos feitos pelo autor, o teste apresenta baixa distorção de tamanho (*size*) e bom poder (*power*) para o tamanho de amostra geralmente utilizado em finanças (cerca de 500 a 1000 observações).

Modelos de correlação condicional dinâmica (DCC):

A grande restrição do modelo de correlação constante reside no fato da matriz correlação temporal dos ativos serem constantes ao longo do tempo. É muito provável que as correlações temporais dos ativos flutuem ao longo do tempo por conta da variação temporal de suas respectivas variância e covariâncias. Contudo a simplicidade de estimação dos modelos de correlação constante torna-os muito atraentes.

Dois trabalhos recentes na literatura tentam relaxar a hipótese de correlação constante – dando generalidade aos mesmos - mas sem perda de simplicidade na estimação. São eles os modelos de Tse & Tsui (2003) e Engle & Sheppard (2001).

Definição 6: O Modelo de correlação condicional dinâmica (DCC) de Tse e Tsui – DCC-TT – pode ser definido da seguinte forma:

$$\text{eq. 78: } H_t = D_t R_t D_t$$

na qual D_t pode ser definida como sendo uma matriz diagonal com GARCH univariados enquanto R_t é uma matriz de correlação dos resíduos padronizados cuja dinâmica é dada por:

$$\text{eq. 79: } R_t = (1 - \theta_1 - \theta_2)R + \theta_1 \Psi_{t-1} + \theta_2 R_{t-1}$$

na qual θ_1 e θ_2 são parâmetros não-negativos que obedecem à $\theta_1 + \theta_2 < 1$ e Ψ_{t-1} é uma matriz positiva definida dada por:

$$\text{eq. 80: } \Psi_{ijt-1} = \frac{\sum_{m=1}^M u_{it-m} u_{jt-m}}{\sqrt{\left(\sum_{m=1}^M u_{it-m}^2 \right) \left(\sum_{m=1}^M u_{jt-m}^2 \right)}}$$

na qual $u_{it} = \varepsilon_{it} / h_{it}$.

Uma condição necessária para garantir que Ψ_{t-1} seja positiva definida é que M seja maior que o número de séries em análise.

A estimação do modelo de correlação dinâmica da forma como formulada por Tse e Tsui permite testar diretamente a hipótese de correlação constante através de um teste de razão de verossimilhança comparando o valor da função de verossimilhança irrestrita (DCC-TT) com o valor da função de verossimilhança restrita (CC). O modelo de correlação constante é obtido impondo-se $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_{TT} = 0$.

Definição 7: O Modelo de correlação condicional dinâmica (DCC) de Engle – DCC-E – pode ser definido da seguinte forma:

$$\text{eq. 81: } H_t = D_t R_t D_t$$

na qual D_t pode ser definida como sendo uma matriz diagonal com GARCH univariados enquanto R_t é uma matriz de correlação dos resíduos padronizados cuja dinâmica é dada por:

$$\text{eq. 82: } R_t = \text{diag}(Q_t)^{1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{1/2}$$

na qual Q_t pode ser definida como:

$$\text{eq. 83: } Q_t = (1 - \sum_{l=1}^L \alpha_l - \sum_{s=1}^S \beta_s) \bar{Q} + \sum_{l=1}^L \alpha_l u_{t-1} u'_{t-1} + \sum_{s=1}^S \beta_s Q_{t-s}$$

na qual $u_{it} = \varepsilon_{it}/h_{it}$, $\bar{Q}$ é a matriz de variância não condicional u_t e α_l e β_s são parâmetros não

negativos que satisfazem a $\sum_{l=1}^L \alpha_l + \sum_{s=1}^S \beta_s < 1$.

Modelo de covariância dinâmica geral (GDC).

O modelo de covariância dinâmica geral é um modelo mais parcimonioso do que o modelo VEC, mas ainda assim geral o suficiente para ter como caso particular uma série de modelos multivariados propostos na literatura.

Definição 8:

O modelo de covariância dinâmica geral pode se definido como:

$$\text{eq. 84 } H_t = D_t R_t D_t + \Phi \circ \Theta_t$$

na qual

$$D_t = (d_{ijt}) \quad d_{iit} = (\theta_{iit}), \forall i \quad d_{ijt} = 0, \forall i \neq j$$

$$\Phi = (\phi_{ij}) \quad \phi_{ii} = 0, \forall i \quad \phi_{ij} = \phi_{ji}$$

$$\theta_{ijt} = \omega_{ij} + a'_i \varepsilon_{t-1} \varepsilon'_{t-1} a'_j + g'_i H_{t-1} g'_j, \forall i, j$$

$a_i, g_i, i=1, \dots, N$ são vetores de parâmetros $N \times 1$ e $\Omega = (\omega_{ij})$ é positivo e simétrico.

E R_t pode ser definido como no DCC-E e DCC-TT (eq. 78, eq. 79)

O modelo GDC contém vários dos modelos descritos acima como casos particulares. A partir de algum tipo de restrição imposta ao modelo é possível obter DCC-E, DCC-TT, CC, BEKK, Fatorial. (Ver Proposição 4 em Bauwens, Laurent & Rombouts, 2003)

Tabela 33: Modelos GARCH e os respectivos número de parâmetros a serem estimados.

Número de Parâmetro	vech $(p+q)(n^2(n+1)^2)/4+n(n+1)/2$	BEKK $n(n+1)/2+(p+q)*n^2$	BEKK diagonal $n(n+1)/2+(p+q)*n$	Fatorial (k=2) $n(n+1)/2+n*k+(p+q)*k$	Correlação Constante $(2+p+q)*n$
n	2				
p, q	1	21	11	7	11
p, q	2	39	19	11	15
p, q	3	57	27	15	19
p, q	4	75	35	19	23
n	3				
p, q	1	78	24	12	16
p, q	2	150	42	18	20
p, q	3	222	60	24	24
p, q	4	294	78	30	28
n	4				
p, q	1	210	42	18	22
p, q	2	410	74	26	26
p, q	3	610	106	34	30
p, q	4	810	138	42	34
n	5				
p, q	1	465	65	25	29
p, q	2	915	115	35	33
p, q	3	1365	165	45	37
p, q	4	1815	215	55	41

Metodologia Econométrica.

Em termos de metodologia econométrica há basicamente duas abordagens possíveis para estimação de um determinado modelo. Na primeira abordagem parte-se de um modelo geral que tenha bons resultados em termos de especificação e a partir deste modelo uma série de restrições e simplificações são testadas através de estatística de Wald e F padrão até que se chegue a um modelo mais simples possível que descreva de forma quase equivalente os dados. Há algumas restrições que são feitas a esta abordagem. Muitas vezes é necessário ser feito um grande esforço de modelagem de processos que no final das contas serão marginais no sentido estatístico. Além disto modelos excessivamente amplos tendem a consumir um grande número de graus de liberdade e isto tende a ser um problema grande em séries estudadas em economia cuja amostra não é numerosa.

Uma outra abordagem possível consiste em partir de um modelo específico considerado com um razoável primeiro passo e que tenha bons resultados em testes de especificação. O teste contra um modelo geral é feito através do teste de multiplicador de Lagrange. Neste caso é necessário ter uma estimativa dos parâmetros na hipótese nula e o conhecimento da função de verossimilhança do modelo geral. Caso o modelo específico não seja uma boa descrição dos dados a hipótese nula será rejeitada. Se isto ocorrer um modelo mais geral é proposto. Duas grandes críticas podem ser levantadas a este tipo de abordagem. Ao contrário da primeira abordagem a rejeição de um modelo não aponta necessariamente qual direção a ser seguida. O segundo tipo de crítica é mais forte. Se o modelo restrito não for

uma boa descrição dos dados, então há uma boa possibilidade de que os parâmetros estimados sejam inconsistentes e logo os resultados dos testes estariam comprometidos.

No caso dos modelos GARCH multivariados não há grande espaço para escolha na medida que o número de parâmetros cresce de forma assustadora e são bem altos para modelos com estrutura relativamente bem simples em termos de autoregressividade e generalidade. Além disto, a função de verossimilhança em geral é extremamente não linear nos parâmetros e computacionalmente pesada. A combinação destes fatores mostra que estes modelos são de estimação trabalhosa.²⁵

Considerações Práticas sobre estimação de modelos Multivariados.

Em geral, o objetivo da maximização consiste em maximizar uma função de verossimilhança do tipo:

$$\text{eq. 85: } L(\theta) = \sum_{t=1}^T L_t = \left(\frac{n}{2}\right) \ln(2\pi) - \sum_{t=1}^T \left[\left(\frac{1}{2}\right) \ln |H_t| - \left(\frac{1}{2}\right) (\varepsilon_t' H_t^{-1} \varepsilon_t) \right]$$

na qual H_t , a matriz de variância e covariância dos erros em t. Para a matriz H_t postula-se que evolua de acordo com alguma relação funcional com o conjunto de erros passados, ε_{t-j} com $j > 0$ e com os valores passados da própria matriz.

Não há solução fechada e analítica que permita a estimação dos parâmetros sem a utilização de algum método de otimização numérica. Mesmo o cálculo das primeiras derivadas com relação aos parâmetros é bem complicado. Engle & Kroner (1995) derivam analiticamente a função de verossimilhança para os casos BEKK e diagonal. Contudo, as derivadas analíticas possuem uma grande recursividade e são de difícil implementação computacional. Com isto concluem: *“Because of this problem [recursividade] and because the derivatives (...) are so cumbersome, non-linear maximization methods and numerical derivatives seem appropriate.”*

Contudo, dada a complexidade da função de verossimilhança é preciso tomar um grande cuidado na forma como as derivadas numéricas são calculadas. Se estas não forem calculadas com extremo cuidado a aproximação das derivadas será muito ruim e o processo de otimização pode se tornar ainda mais lento ou até ser comprometido. Uma solução intermediária consiste em calcular uma composição entre derivadas analíticas e numéricas:

²⁵ Engle & Sheppard relatam que a estimação de um BEKK com 1 defasagem autoregressiva e 1 componente média móvel na variância com dez séries pode levar cerca de 12 horas para convergir num Pentium III – 700 utilizando uma rotina para Matlab!

$$\text{eq. 86: } \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial L(\theta)}{\partial h_i} \frac{\partial h_i}{\partial \theta} + \frac{\partial L(\theta)}{\partial \varepsilon_i} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial \theta}$$

na qual $h_i = \text{vec}(H_i)$. A primeira parte da derivadas é calculada de forma analítica usando, por exemplo, utilizando os resultados de Engle & Kroner (1995), enquanto a segunda parte pode ser calculada por uma aproximação numérica.

Existe um grande número de métodos de otimização disponíveis na literatura. Em geral podem ser classificados em 3 grandes categorias: a) métodos que utilizam apenas os valores da função original no processo de otimização; b) métodos que utilizam as primeiras derivadas calculadas de forma analítica e ou numérica e; c) métodos que utilizam as derivadas e o hessiano da função original no processo de otimização. Em geral, existe um *tradeoff* entre o esforço computacional e a garantia de convergência. Métodos menos computacionalmente intensivos em geral são mais tranquilos de serem programados, entretanto nem sempre os resultados obtidos são razoáveis.

Um método de otimização que utilize o *score* e o hessiano é obtido da seguinte forma. Aproximando por Taylor em torno de um valor inicial para os parâmetros (θ_0) até segunda ordem é possível chegar a seguinte regra de atualização dos parâmetros:

$$\text{eq. 87: } \theta_{i+1} = \theta_i - \text{Hes}(\theta_i)^{-1} q(\theta_i)$$

Por se tratar de uma aproximação, nem sempre θ_{i+1} permite que se caminhe na direção do máximo ou do mínimo. Desta forma esta regra de atualização é acompanhada de um método de procura (*line search*) para que o passo garanta que a função global mova-se na direção desejada.

$$\text{eq. 88: } \theta_{i+1} = \theta_i - \lambda \text{Hes}(\theta_i)^{-1} q(\theta_i)$$

na qual λ é escolhido de forma a permitir um passo na direção correta na função global.

Um método de otimização muito popular para este tipo de modelo é o denominado BHHH²⁶. A partir de derivadas analíticas ou numéricas, constrói-se uma estimativa do hessiano dado pelo produto cruzado dos *scores*. A vantagem desta abordagem, além da facilidade computacional, reside no fato de que a aproximação do hessiano será definida positiva.

$$\text{eq. 89: } \theta_{i+1} = \theta_i + \lambda [q'(\theta_i)q(\theta_i)]^{-1} q(\theta_i)$$

²⁶ O algoritmo é denominado desta forma por ter sido formulado por Berndt, Hall, Hall & Hausman (1974) num trabalho clássico.

Por fim uma outra vantagem deste método é que em cada passo é obtida uma nova estimativa consistente dos parâmetros se o ponto de partida inicial for um estimador consistente dos valores dos parâmetros. Isto se deve ao fato do produto cruzado dos *scores* consistir numa estimativa da matriz de variância e covariância dos parâmetros. Desta forma, o algoritmo BHHH é utilizado para obter um estimador de dois estágios dos parâmetros de um modelo. Esta é uma opção muito interessante para modelos de difícil estimação com muitos ativos e/ou estrutura mais geral.

Um outro algoritmo com bom resultados é BFGS utilizado em softwares como PcFiml. Embora os resultados em termos de convergência e estimação sejam bons, este algoritmo tem uma desvantagem de utilizar como aproximação do hessiano uma matriz que não é uma boa estimativa das matrizes de variância e covariância dos parâmetros. Hendry (1995) defende que este método obtém bons resultados em uma série muito grande de problemas.

Uma outra ordem de problemas consiste na necessidade de impor algumas restrições aos parâmetros dos modelos para evitar problemas tais como variância negativa. Para alguns dos modelos não é necessário impor restrições aos parâmetros ou é possível reescrever o problema de maximização com restrição em um problema de maximização irrestrita. Entretanto em alguns casos é necessário impor algum tipo de restrição aos parâmetros a serem estimados o que é uma complicação adicional.

Por exemplo, para o modelo BEKK e diagonal a função de verossimilhança pode ser estimada com maximização irrestrita. Nos modelos fatoriais ou de correlação constante é necessário impor algum tipo de restrição sobre os parâmetros para evitar variância negativa.

Por fim a construção da estatística de multiplicadores de Lagrange pode ser obtida a partir dos *scores* calculados na estimação. Desta forma, é dada por:

$$\text{eq. 90: } ML(\hat{\theta}_R) = i' q'(\hat{\theta}_R) [q'(\hat{\theta}_R) q(\hat{\theta}_R)]^{-1} q(\hat{\theta}_R) i = T * R^2$$

na qual a estatística R^2 é obtida a partir de uma regressão não centrada de uma constante nos *scores*.

Estimação do modelo GARCH fatorial:

Lin (1992) propõe quatro maneiras diferentes para se estimar os modelos fatoriais. Na estimação em dois estágios, estima-se em primeiro lugar modelos GARCH univariados para cada um dos fatores comuns. Com isto obtêm-se uma estimativa dos parâmetros que compõe os componentes comuns. No segundo estágio, maximiza-se a função de verossimilhança supondo que os parâmetros dos fatores comuns sejam conhecidos (utiliza-se a estimativa do

primeiro estágio). Os estimadores obtidos são consistentes, contudo a inferência estatística é prejudicada pois a partir do estimador em dois estágios não é possível obter uma estimativa correta da variância e covariância dos parâmetros (Engle, Ng & Rothschild, 1990). O autor desenvolve e propõe um estimador corrigido da matriz de variância e covariância que contorna tal problema. Desta forma com estimadores consistentes e uma matriz de variância que permite inferência sem grandes distorções, o estimador de 2 estágios é uma excelente opção para modelos com muitas séries. A desvantagem deste estimador consiste no fato de que as restrições de ortogonalidade não são imposta na estimação.

Um segundo procedimento consiste em realizar uma rodada de atualização dos parâmetros (consistentes) estimados utilizando o algoritmo BHHH. Desta forma é possível obter uma nova estimativa consistente dos parâmetros (Pagan, 1986). Os outros estimadores podem ser obtidos pela maximização da função de verossimilhança por algum método de otimização.

Estimação em 2 passos do modelo GARCH DCC-E e DCC-TT:

A grande atratividade dos modelos de correlação constante está na facilidade relativa de estimação e no número baixo de parâmetros. Estima-se em primeiro lugar os parâmetros associados às séries individuais e depois a matriz de correlações. Todavia, a hipótese de correlação constante torna-se o modelo muito restrito. Para várias aplicações práticas relevantes tal hipótese é de difícil aceitação. Os modelos da família DCC tentam conciliar a facilidade computacional dos modelos de correlação constante com um alto grau de generalidade.

Os modelos da família DCC podem ser estimados em dois passos, pois é possível separar a função de verossimilhança em duas parcelas. Na primeira estão os parâmetros associados ao GARCH univariados e na segunda parcela os parâmetros associados às correlações temporais. No primeiro passo estimam-se os parâmetros dos modelos univariados para, em seguida, estimar os parâmetros associados às correlações. Tal procedimento é consistente e eficiente. É necessário realizar inferência estatística a partir de algum estimador robusto da matriz de variância e covariância dos parâmetros. (Ver Engle & Sheppard (2001) e Bauwens, Laurent & Roumbouts (2003))

CONCLUSÃO:

Realizada a apresentação e revisão dos modelos de volatilidade disponível na literatura, passa-se a análise de um caso empírico. No capítulo que se segue procurar-se

utilizar os modelos descritos neste capítulo para modelar a volatilidade de títulos de dívida soberana de Brasil, México, Rússia e Argentina.

CAPÍTULO 5: RESULTADOS DA ESTIMAÇÃO DOS MODELOS MULTIVARIADOS DE VARIÂNCIA.

Na análise que se segue utilizar-se-á modelos multivariados de volatilidade para alcançar um objetivo principal. Procura-se avaliar se e em que medida há ligação entre os níveis de volatilidade dos títulos soberanos de países emergentes e em que medida as crises pelas quais os países da amostra passaram implicou em algum tipo de contágio. Uma proposição muito popular é que as percepções de risco que os investidores atribuem a cada país emergente estão profundamente interligadas. Desta forma um aumento da percepção de risco do Brasil que se refletisse nos preços dos títulos soberanos do país seria de alguma forma repassado aos títulos dos demais países. Esta proposição pode ser formulada e testada usando alguns dos modelos multivariados de volatilidade disponíveis na literatura. É este o objetivo deste capítulo.

Interdependência versus Contágio:

Na década de noventa ocorreram uma série de crises financeiras em diversos países que tiveram fortes repercussões sobre outros países muitos dos quais com poucos laços comerciais e ou financeiros fortes. Por exemplo, a crise financeira do México em 1995 teve repercussões sobre mercados dos mais distintos. Tanto países mais próximos como Brasil e Argentina como países asiáticos sem grandes vínculos comerciais ou financeiros foram afetados.

Uma questão então que se seguiu consistiu em tentar medir e testar a existência de ‘contágio’. O passo inicial obrigatório consistiu em definir exatamente o que se entende por ‘contágio’. Naturalmente, os ativos de países com grandes laços comerciais e econômicos tendem a apresentar movimentos conjuntos. Uma crise num país, por algum mecanismo de propagação, deve se propagar com mais facilidade para um país cujos laços econômicos são grandes do que para um outro país cujos laços econômicos são pequenos. Este fato está relacionado com o conceito de ‘interdependência’ e não com ‘contágio’. Uma crise financeira de grandes proporções deve ir além dos mecanismos usuais de transmissão e atingir rapidamente países que em outros contextos estariam ‘isolados’ de tais eventos. A noção de crise financeira em si leva a idéia da existência de algum tipo de ‘ruptura’ com o padrão prevalecente anteriormente tornando mais provável que uma ampla gama de ativos de diversos países sejam afetados por uma crise em determinado país.

Corsetti, Pericoli & Sbracia (2003) fazem uma revisão das diversas formas de definição de contágio existentes na literatura. Segundo os autores em muitos estudos a idéia

de correlação alta ou em crescimento assim como alto nível de volatilidade que atingem simultaneamente vários ativos é associada na literatura à contágio. Tal idéia pode levar avaliações erradas em determinadas circunstâncias. A existência de interdependência é também consistente com correlação em alta ou volatilidade simultânea. Dessa forma, os autores propõem que a noção de contágio seja associada a aumento de correlação além da esperada por algum padrão de interdependência, ou seja, contágio estaria associado à ‘aumento excessivo’ de correlações entre o país gerador da crise e os demais.

Um exemplo ilustrativo deste ponto é feito por Corsetti, Pericoli & Sbracia (2003). Suponha que valha a seguinte relação linear entre os retornos dos ativos de dois países em momentos de ‘tranquilidade’:

$$\text{eq. 91: } r_i = \beta_1 r_j + v_i$$

na qual r representa o retorno, i e j são os países e v é um termo aleatório.

O grau de correlação entre os retornos do país i e j é dado por:

$$\text{eq. 92: } \text{corr}(r_i, r_j) = \left(1 + \frac{\text{var}(v_i)}{\beta_1^2 \text{var}(r_j)} \right)^{0,5}$$

O grau de correlação dos retornos dos ativos i e j está positivamente relacionado com o do ativo j . Note que tal resultado foi obtido postulando uma estrutura fixa para a propagação da volatilidade.

Descrição da Base de Dados:

Neste capítulo procura-se investigar em que medida existe um padrão comum de heterocedasticidade às séries de títulos soberanos de quatro países emergentes: Brasil, Argentina, México e Rússia. As séries foram coletadas na Bloomberg e são construídas pelo J.P. Morgan. O índice denominado EMBI (*Emerging Markets Bond Index*) é calculado a partir de uma carteira de títulos soberanos de determinado país. Uma descrição mais detalhada da metodologia de construção destes índices pode ser encontrada em J. P. Morgan (1995). A evolução do nível do índice e das taxas de retorno podem ser vistos no Gráfico 9.

Numa retrospectiva da história macroeconômica recente, todos os países passaram por fortes crises financeiras no período recente. Isto claramente se refletiu na volatilidade de cada um dos respectivos títulos soberanos. Isto pode ser visualizado pela observação do Gráfico 9. Além de ser possível identificar os períodos de volatilidade também é possível intuir que há uma certa ligação entre os níveis de volatilidade de cada série. Em linhas gerais, a crise do México e sua respectiva volatilidade ‘contaminou’ os demais países. As crises da Rússia e

Brasil parece ter contagiado apenas marginalmente o México e mais fortemente à Argentina. Já a crise da Argentina parece ter tido apenas efeito marginal sobre os demais países. Isto sugere um padrão de transmissão dos choques entre os países que pelo menos em princípio os modelos multivariados de volatilidade podem ajudar a investigar.

Gráfico 9: Índice e Retorno Diários dos Títulos de Mercados Emergentes do J. P. Morgan – 01/01/1994 a 31/12/2002.

Argentina

Brasil

México

Rússia

Pré-filtragem dos Dados:

Tendo em vista que os modelos multivariados a serem estimados são extremamente pesados, optou-se por pré-filtrar os dados de forma a retirar dos retornos toda a estrutura linear existente no primeiro momento das séries. Rodou-se um VAR e número de defasagens foi determinado a partir da observação de critérios de informação e da análise das estatísticas t para cada defasagem calculada a partir de desvios padrões robustos à heterocedasticidade.

Tabela 34: Estatísticas Descritivas de algumas das séries a serem utilizadas nos ensaios 3 e 4.

	Emerging Market Bond Index - EMBI			
	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>México</i>	<i>Rússia</i>
Média	-0,0002	0,0004	0,0004	0,0005
Erro padrão	0,0003	0,0003	0,0002	0,0005
Mediana	0,0003	0,0011	0,0006	0,0012
Desvio padrão	0,0160	0,0145	0,0093	0,0252
Variância da amostra	0,0003	0,0002	0,0001	0,0006
Curtose	17,0208	11,8458	35,7675	21,1076
Assimetria	-1,3827	-0,8467	-0,4656	-1,3731
Intervalo	0,2408	0,2308	0,2426	0,5077
Mínimo	-0,1485	-0,1153	-0,1114	-0,2980
Máximo	0,0923	0,1155	0,1311	0,2097
Número de Observações	2249	2249	2249	2249
Frequência	Diária	Diária	Diária	Diária

Apresentação dos Resultados Obtidos:

Na Tabela 35 reporta-se o teste de Engle (1982) para detectar a presença de estrutura ARCH em determinado conjunto de dados. Para as séries dos índices soberanos rejeita-se a nula de homocedasticidade em favor da alternativa de heterocedasticidade. Contudo este procedimento apresenta grandes distorções na presença de *outlier* tendendo a rejeitar de forma indevida a hipótese nula quando esta é verdadeira. Desta forma Franses & Dijk (2000) apresentam alguns procedimentos para corrigir tal distorção.

Com base nas rotinas construídas por Sheppard & Engle²⁷ para Matlab estimou-se as versões mais simples dos modelos descritos acima. Para os modelos BEKK, BEKK diagonal, Correlação constante, e DCC-Engle utilizou-se as rotinas desenvolvidas pelos autores citados. Estas rotinas exigem que os dados sejam pré-filtrados e uma série de resíduos de média zero

²⁷ As rotinas podem ser encontradas no seguinte endereço eletrônico:
http://www.kevinsheppard.com/research/ucsd_garch/ucsd_garch.htm.

abasteçam tais rotinas. Dessa forma, a partir das rotinas é possível estimar apenas os parâmetros relativos a variância.

No que tange aos modelos fatoriais a referência principal utilizada é Lin (1992). Como não foram encontradas tais rotinas já prontas, optou-se por construí-las. A dificuldade da estimação reside em impor restrições de não negatividade e de estabilidade. Dois tipos de rotinas foram desenvolvidos. No primeiro supõe-se que os fatores comuns são conhecidos. No segundo tipo, os fatores comuns são estimados após a imposição de uma condição de identificação dos mesmos.

Tabela 35: Teste para detectar estrutura ARCH de ordem p.

p	Argentina		Brasil		México		Rússia	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
1	116,18	0,0000	175,60	0,0000	268,34	0,0000	438,95	0,0000
2	207,07	0,0000	280,17	0,0000	458,67	0,0000	467,54	0,0000
3	337,69	0,0000	312,18	0,0000	458,81	0,0000	474,38	0,0000
4	351,40	0,0000	324,17	0,0000	461,99	0,0000	480,29	0,0000
5	351,22	0,0000	335,81	0,0000	471,50	0,0000	483,01	0,0000
6	357,33	0,0000	341,65	0,0000	478,72	0,0000	493,45	0,0000
7	358,19	0,0000	341,73	0,0000	481,32	0,0000	496,14	0,0000
8	360,10	0,0000	350,41	0,0000	488,10	0,0000	528,90	0,0000
9	359,91	0,0000	383,16	0,0000	589,02	0,0000	561,63	0,0000
10	359,71	0,0000	386,10	0,0000	590,95	0,0000	564,96	0,0000

Modelos Multivariados Gaussianos e Simétricos:

A Tabela 36 mostra os resultados obtidos da estimação dos modelos multivariados. Os modelos estimados foram BEKK diagonal e completo, fatorial com fatores conhecidos e desconhecidos, DCC-Engle, IDCC-Engle, DCC-TT e CC. Os melhores resultados em termos de critério de informação são obtidos para os modelos BEKK completo e DCC-Engle. Os modelos com pior desempenho são os modelos fatoriais. A razão básica advém do fato de que a única fonte de volatilidade condicional advém dos fatores comuns, não existindo fatores idiossincráticos para a heterocedasticidade. Além disto, a correlação temporal é constante também, o que é provavelmente uma hipótese muito restritiva. Nas Tabela 38, Tabela 39, Tabela 40, Tabela 41 apresenta-se os parâmetros estimados para alguns dos modelos relatados abaixo.

Tabela 36: Comparação dos modelos simétricos e erros gaussianos.

Modelo	Estimador Utilizado	lnL(θ)/T	lnL(θ)	Número de Parâmetros	Número de Observações	Critérios de Informação		
						SC	HQ	AIC
Modelos simétricos e com normalidade								
BEKK(1,1) - Normal	maximização irrestrita	13,70	30629,87	42	2235	-27,264	-27,333	-27,372
BEKK(2,2) - Normal	maximização irrestrita	13,80	30850,56	74	2235	-27,351	-27,471	-27,541
Fatorial(1,1,1)	maximização irrestrita - fatores desconhecidos	12,37	27637,88	18	2235	-24,670	-24,699	-24,716
Fatorial(2,1,1)	maximização irrestrita - fatores desconhecidos	12,94	28914,66	24	2235	-25,792	-25,831	-25,853
Fatorial(3,1,1)	maximização irrestrita - fatores desconhecidos	13,32	29770,20	28	2235	-26,543	-26,589	-26,615
Fatorial(1,2,2)	maximização irrestrita - fatores desconhecidos	12,37	27646,95	20	2235	-24,671	-24,703	-24,722
Fatorial(2,2,2)	maximização irrestrita - fatores desconhecidos	12,90	28828,74	28	2235	-25,701	-25,746	-25,772
Fatorial(3,2,2)	maximização irrestrita - fatores desconhecidos	13,35	29831,75	34	2235	-26,578	-26,633	-26,665
IDCC(1,1)	2 estágios	13,76	30750,37	13	2235	-27,472	-27,493	-27,505
IDCC(2,2)	2 estágios	13,76	30760,41	21	2235	-27,454	-27,488	-27,507
DCC(1,1)-E	2 estágios	13,79	30810,73	14	2235	-27,523	-27,546	-27,559
DCC(2,2)-E	2 estágios	13,79	30822,55	22	2235	-27,506	-27,541	-27,562
DCC(1,1)-TT	2 estágios	13,72	30656,04	14	2235	-27,384	-27,407	-27,420
DCC(2,2)-TT	2 estágios	13,73	30677,61	22	2235	-27,376	-27,412	-27,432
BEKK diagonal (1,1,1)	maximização irrestrita	13,67	30563,09	18	2235	-27,287	-27,317	-27,333
BEKK diagonal (1,2,2)	maximização irrestrita	13,74	30710,85	26	2235	-27,392	-27,434	-27,458
Correlação Constante (1,1)	maximização irrestrita	13,62	30435,98	12	2235	-27,194	-27,214	-27,225
Correlação Constante (2,2)	maximização irrestrita	13,62	30447,00	20	2235	-27,177	-27,209	-27,228
Valor mínimo obtido entre os modelos						-27,523	-27,546	-27,562

Rejeita-se a hipótese nula de que as versões restritas dos modelos dadas pelos BEKK diagonal e Correlação constante que são encaixados respectivamente aos modelos BEEK completo e DCC-TT são boas simplificações do modelo geral. Duas conclusões podem ser extraídas: a) modelos que implicam em correlações temporais constantes não devem proporcionar uma boa representação dos dados e; b) existe algum tipo de interdependência das volatilidades dos diversos ativos por conta da rejeição da hipótese de diagonalidade no modelo BEKK.

Tabela 37: Comparação dos modelos simétricos e erros gaussianos.

Modelo Irrestrito	Modelo Restrito	Estatística de Teste	Graus de Liberdade	Qui-quadrada	
				p-valor	
BEKK(2,2) - Normal	BEKK(2,2) - Diagonal	279,41	48	0,0000%	
BEKK(1,1) - Normal	BEKK(1,1) - Diagonal	133,57	24	0,0000%	
BEKK(2,2) - Normal	BEKK(1,1) - Diagonal	574,94	56	0,0000%	
DCC-TT(2,2)	CC(2,2)	440,12	2	0,0000%	
DCC-TT(2,2)	CC(2,2)	461,21	2	0,0000%	

Tabela 38: Parâmetros Estimados do modelos GARCH - BEKK diagonal (1,2,2).

BEKK (1,1)													
parâmetro	Variação do Parâmetro	t	parâmetro	Desvio padrão	t	parâmetro	Variação do Parâmetro	t	parâmetro	Variação do Parâmetro	t	parâmetro	Variação do Parâmetro
c ₁₁	4,8E-04	0,00	2,30										
c ₁₂	1,1E-03	0,00	6,40	3,0E-04	0,00	1,16							
c ₁₃	7,4E-04	0,00	1,76	c ₂₃	-2,3E-04	0,00	-1,03	c ₃₃	7,1E-04	0,00	1,21		
c ₁₄	9,6E-04	0,00	4,19	c ₂₄	-1,2E-04	0,00	-0,24	c ₃₄	4,8E-04	0,00	0,69	c ₄₄	-1,4E-06
												0,00	-0,01
a ¹ ₁₁	0,39	0,01	5,05	a ¹ ₂₁			a ¹ ₃₁				a ¹ ₄₁		
a ¹ ₁₂				a ¹ ₂₂	0,15	0,01	1,91	a ¹ ₃₂			a ¹ ₄₂		
a ¹ ₁₃				a ¹ ₂₃				a ¹ ₃₃	0,43	0,02	3,19	a ¹ ₄₃	
a ¹ ₁₄				a ¹ ₂₄				a ¹ ₃₄			a ¹ ₄₄	0,21	0,00
												6,83	
a ² ₁₁	0,26	0,01	3,09	a ² ₂₁			a ² ₃₁				a ² ₄₁		
a ² ₁₂				a ² ₂₂	0,33	0,00	5,71	a ² ₃₂			a ² ₄₂		
a ² ₁₃				a ² ₂₃				a ² ₃₃	-0,06	0,04	-0,33	a ² ₄₃	
a ² ₁₄				a ² ₂₄				a ² ₃₄			a ² ₄₄	0,15	0,01
												2,09	
b ¹ ₁₁	0,65	0,00	39,21	b ¹ ₂₁			b ¹ ₃₁				b ¹ ₄₁		
b ¹ ₁₂				b ¹ ₂₂	0,89	0,00	59,23	b ¹ ₃₂			b ¹ ₄₂		
b ¹ ₁₃				b ¹ ₂₃				b ¹ ₃₃	0,81	0,02	6,59	b ¹ ₄₃	
b ¹ ₁₄				b ¹ ₂₄				b ¹ ₃₄			b ¹ ₄₄	0,87	0,00
												485,47	
b ² ₁₁	0,61	0,00	24,56	b ² ₂₁			b ² ₃₁				b ² ₄₁		
b ² ₁₂				b ² ₂₂	-0,18	0,00	-3,02	b ² ₃₂			b ² ₄₂		
b ² ₁₃				b ² ₂₃				b ² ₃₃	0,39	0,16	0,98	b ² ₄₃	
b ² ₁₄				b ² ₂₄				b ² ₃₄			b ² ₄₄	0,42	0,00
												16,33	

Tabela 39: Parâmetros Estimados do modelo DCC-Engle.

DCC - Engle - r=1; p=1; q=1															
parâmetro	Desvio padrão	t	parâmetro	Desvio padrão	t	parâmetro	Desvio padrão	t	parâmetro	Desvio padrão	t	parâmetro	Desvio padrão	t	parâmetro
w ₁₁	0,00	0,00	0,02	w ₂₁	0,00	0,00	0,04	w ₃₁	0,00	0,00	0,01	w ₄₁	0,00	0,00	0,02
α ₁₁	0,20	0,02	1,32	α ₂₁	0,22	0,03	1,31	α ₃₁	0,18	0,10	0,57	α ₄₁	0,12	0,01	1,61
β ₁₁	0,80	0,02	5,99	β ₂₁	0,78	0,02	5,96	β ₃₁	0,81	0,06	3,39	β ₄₁	0,88	0,01	12,36
ρ ₁	0,03	0,00	4,76												
ρ ₂	0,97	0,00	165,85												

Tabela 40: Parâmetros Estimados do modelo GARCH - BEKK (1,2,2) completo.

BEKK (2,2)													
parâmetro	Variância	t	parâmetro	Desvio	t	parâmetro	Variância	t	parâmetro	Variância	t	parâmetro	Variância
do	do		do	padrão		do	do		do	do		do	do
Parâmetro	Parâmetro		Parâmetro			Parâmetro	Parâmetro		Parâmetro	Parâmetro		Parâmetro	Parâmetro
c_{11}	4,8E-04	0,00	2,30										
c_{12}	1,1E-03	0,00	6,40	3,0E-04	0,00	1,16							
c_{13}	7,4E-04	0,00	1,76 c_{23}	-2,3E-04	0,00	-1,03 c_{33}	7,1E-04	0,00	1,21				
c_{14}	9,6E-04	0,00	4,19 c_{24}	-1,2E-04	0,00	-0,24 c_{34}	4,8E-04	0,00	0,69 c_{44}	-1,4E-06	0,00	-0,01	
a^1_{11}	0,39	0,01	5,05 a^1_{21}	0,00	0,01	-0,03 a^1_{31}	0,06	0,00	0,88 a^1_{41}	-0,02	0,00	-1,18	
a^1_{12}	0,03	0,00	0,64 a^1_{22}	0,15	0,01	1,91 a^1_{32}	0,20	0,01	2,50 a^1_{42}	0,00	0,00	0,02	
a^1_{13}	-0,01	0,00	-0,81 a^1_{23}	-0,02	0,00	-0,65 a^1_{33}	0,43	0,02	3,19 a^1_{43}	0,00	0,00	-0,27	
a^1_{14}	0,00	0,00	-0,18 a^1_{24}	0,00	0,00	0,05 a^1_{34}	0,20	0,02	1,33 a^1_{44}	0,21	0,00	6,83	
a^2_{11}	0,26	0,01	3,09 a^2_{21}	0,00	0,00	-0,06 a^2_{31}	-0,14	0,01	-1,30 a^2_{41}	0,03	0,00	1,38	
a^2_{12}	0,03	0,00	1,33 a^2_{22}	0,33	0,00	5,71 a^2_{32}	-0,13	0,01	-1,12 a^2_{42}	0,00	0,00	-0,03	
a^2_{13}	0,00	0,00	0,65 a^2_{23}	0,04	0,00	1,09 a^2_{33}	-0,06	0,04	-0,33 a^2_{43}	0,02	0,00	0,93	
a^2_{14}	0,02	0,00	1,70 a^2_{24}	0,04	0,00	0,74 a^2_{34}	-0,05	0,03	-0,26 a^2_{44}	0,15	0,01	2,09	
b^1_{11}	0,65	0,00	39,21 b^1_{21}	0,08	0,00	1,67 b^1_{31}	0,07	0,06	0,30 b^1_{41}	-0,02	0,00	-0,97	
b^1_{12}	-0,06	0,00	-0,87 b^1_{22}	0,89	0,00	59,23 b^1_{32}	-0,01	0,08	-0,04 b^1_{42}	-0,03	0,00	-0,85	
b^1_{13}	0,00	0,00	0,00 b^1_{23}	0,01	0,00	0,25 b^1_{33}	0,81	0,02	6,59 b^1_{43}	-0,02	0,00	-0,75	
b^1_{14}	-0,02	0,00	-0,67 b^1_{24}	0,00	0,00	-0,26 b^1_{34}	0,03	0,01	0,26 b^1_{44}	0,87	0,00	485,47	
b^2_{11}	0,61	0,00	24,56 b^2_{21}	-0,18	0,00	-3,02 b^2_{31}	-0,07	0,21	-0,15 b^2_{41}	0,07	0,00	1,19	
b^2_{12}	0,05	0,01	0,60 b^2_{22}	0,24	0,02	1,55 b^2_{32}	0,04	0,18	0,09 b^2_{42}	0,09	0,01	1,00	
b^2_{13}	0,00	0,00	0,18 b^2_{23}	-0,03	0,00	-0,52 b^2_{33}	0,39	0,16	0,98 b^2_{43}	0,04	0,00	0,69	
b^2_{14}	0,02	0,00	0,57 b^2_{24}	-0,04	0,00	-1,43 b^2_{34}	-0,17	0,14	-0,44 b^2_{44}	0,42	0,00	16,33	

Tabela 41: Resultados da estimação do modelo fatorial (fatores dados como conhecidos estimados).

Modelos Fatoriais - Parâmetros Estimados												
	kn_111	ukn_111	kn_122	ukn_122	kn_211	ukn_211	kn_222	ukn_222	kn_311	ukn_311	kn_322	ukn_322
c ₁₁	0,0000	0,0021	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
c ₁₂	-0,0083	-0,0111	-0,0089	0,0008	0,0000	0,0000	0,0024	0,0008	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
c ₁₃	-0,0041	-0,0036	-0,0041	0,0002	0,0023	-0,0006	0,0037	0,0002	0,0005	0,0002	0,0013	-0,0001
c ₁₄	-0,0095	-0,0093	-0,0093	0,0076	-0,0040	-0,0071	0,0015	0,0076	-0,0011	0,0064	0,0009	-0,0063
c ₁₃	0,0046	0,0008	0,0040	0,0085	0,0000	0,0000	0,0089	0,0085	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
c ₂₃	-0,0032	-0,0078	-0,0039	-0,0025	-0,0070	0,0077	0,0030	-0,0025	0,0002	0,0002	0,0012	-0,0003
c ₂₄	-0,0087	-0,0106	-0,0091	0,0087	0,0029	-0,0099	0,0038	0,0087	-0,0022	0,0059	0,0020	-0,0055
c ₃₃	0,0042	0,0016	0,0039	0,0006	0,0017	-0,0012	0,0057	0,0006	0,0028	-0,0003	0,0036	0,0011
c ₃₄	-0,0058	-0,0087	-0,0062	0,0087	0,0050	-0,0087	0,0037	0,0087	0,0044	0,0084	-0,0043	-0,0083
c ₄₄	0,0055	-0,0067	0,0045	0,0055	-0,0046	-0,0080	-0,0094	0,0055	-0,0035	0,0080	0,0041	-0,0068
α ₁₁	0,1518	0,0935	0,1204	0,0943	0,1520	0,0982	0,1201	0,0943	0,1539	0,0967	0,1192	0,0953
α ₁₂			0,1371	0,1000			0,1576	0,1000			0,1546	0,0898
α ₂₁				0,1974	0,8386	0,2231	0,0000	0,1974	0,8399	0,2010	-0,1639	0,2383
α ₂₂				-0,2105			0,7211	-0,2105			0,1554	0,0050
α ₃₁									0,1651	0,2182	-0,2058	0,2102
α ₃₂											0,0992	0,1479
β ₁₁	0,8309	0,9065	0,0000	-0,0022	0,1952	0,9018	0,0743	-0,0022	0,8347	0,9033	0,0000	0,0000
β ₁₂			0,7124	0,8079			0,0000	0,8079			0,7233	0,8149
β ₂₁				0,0000	0,7910	0,7769	0,5696	0,0000	0,1708	0,7989	0,0000	0,4610
β ₂₂				0,5534			0,2644	0,5534			-0,6650	0,2957
β ₃₁									0,8271	0,7818	-0,0032	0,0000
β ₃₂											0,6830	0,6419
g ₁₁	0,5108	0,0102	0,4801	0,0073	0,5864	0,0091	0,5802	0,0224	0,6090	0,0082	0,6090	0,0058
g ₁₂	0,5986	0,0146	0,5767	0,0109	0,6574	0,0160	0,6662	0,0362	0,6371	0,0142	0,6373	0,0098
g ₁₃	0,3503	0,0052	0,3378	0,0041	0,4187	0,0037	0,4184	0,0144	0,3999	0,0023	0,3995	0,0028
g ₁₄	1,5432	0,0871	1,5687	0,0643	1,4686	0,1170	1,4674	0,1835	1,4730	0,1135	1,4730	0,0656
g ₂₁					0,6112	0,1052	0,8822	0,1530	0,5720	0,4847	0,5739	0,5080
g ₂₂					0,3031	0,0341	0,0303	0,0259	0,3614	1,2153	0,3706	1,2147
g ₂₃					0,1800	0,0102	0,0029	-0,0015	0,1733	0,2681	0,1531	0,3096
g ₂₄					-0,4329	0,0048	-0,3805	-0,0293	-0,4408	0,3601	-0,4406	0,2834
g ₃₁									-0,1451	-0,4693	-0,1446	-0,4342
g ₃₂									0,1746	-0,0992	0,1773	-0,0829
g ₃₃									0,0461	-0,0388	0,0401	-0,0326
g ₃₄									-0,0285	-0,0004	-0,0284	-0,0059
f ₁₁	0,1971	1,0000	0,1971	1,0000	0,1971	1,0000	0,1971	1,0000	0,1971	1,0000	0,1971	1,0000
f ₁₂	0,2098	-2,1465	0,2098	-3,2481	0,2098	-2,0874	0,2098	0,1931	0,2098	-0,9040	0,2098	0,0093
f ₁₃	0,1187	-7,7662	0,1187	-8,5041	0,1187	-7,5445	0,1187	-3,4162	0,1187	-9,8715	0,1187	-16,1843
f ₁₄	0,4745	12,1820	0,4745	16,5222	0,4745	8,9928	0,4745	5,5595	0,4745	9,0548	0,4745	15,8474
f ₂₁					0,8356	9,9918	0,8356	6,2135	0,8356	-0,1841	0,8356	-0,1659
f ₂₂					0,5085	1,0000	0,5085	1,0000	0,5085	1,0000	0,5085	1,0000
f ₂₃					0,3038	-8,0005	0,3038	-5,5580	0,3038	-0,3289	0,3038	-0,3102
f ₂₄					-0,6479	-0,6649	-0,6479	-0,5188	-0,6479	-0,1051	-0,6479	-0,1211
f ₃₁									-2,7059	-2,3621	-2,7059	-2,5296
f ₃₂									3,0892	0,7033	3,0892	0,7885
f ₃₃									1,1450	1,0000	1,1450	1,0000
f ₃₄									-0,5283	0,0615	-0,5283	0,0624

Há sinal de má especificação nos modelos estimados?

Em dois artigos, Wooldridge (1990, 1991) desenvolvem procedimentos robustos que podem ser utilizados para detectar uma série de possíveis fontes de má especificação a partir de procedimentos que envolvem a realização de regressões auxiliares. A grande vantagem deste tipo de abordagem é que exige apenas a estimação do modelo sob a hipótese nula pois o procedimento pertence a família dos testes de multiplicadores de Lagrange. Tal procedimento está começando a ser utilizado de forma mais ampla na literatura de modelos multivariados. Engle & Sheppard (2001) e Tse & Tsui (2002) são dois exemplos.

O procedimento consiste em testar em que medida uma determinada variável ou função de uma variável é útil em prever os resíduos estimados de um modelo. O teste pode ser implementado da seguinte forma. Definindo os resíduos generalizados por $\phi_t = \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} - 1$ e; λ_{gt-1} , as variáveis indicadoras, como sendo as variáveis ou funções de variáveis candidatas a ter poder preditivo sobre os resíduos e; $E(\nabla_{\theta} \phi_t) \equiv \frac{\nabla_{\theta} h_t}{h_t}$, como sendo o valor esperado do gradiente dos resíduos generalizados do modelo estimado calculado na hipótese nula.

Os seguintes passos devem ser realizados para obter a estatística de teste:

- (i) A partir de uma estimativa consistente de θ , calcula-se os resíduos da forma sugerida acima, o gradiente e as variáveis indicadores;
- (ii) Realiza-se a regressão das variáveis indicadores (λ_{gt-1}) no gradiente, calculando-se os respectivos resíduos;
- (iii) Realiza-se então a regressão de um vetor de uns no produto do resíduo generalizado pelo resíduo da regressão do item (ii), calculando $T \cdot R_u^2 = T - \text{SQR}$.

Tal estatística possui distribuição assintótica qui-quadrado com graus de liberdade igual ao número de variáveis indicadoras (Q) utilizadas no passo (ii).

Várias fontes de má especificação podem ser testadas a partir deste procedimento. Um primeiro tipo diz respeito a possibilidade de ter permanecido heterocedasticidade residual nos dados. Desta forma, estrutura mais rica em termo de autocorrelação na variância teria de ser implementada. Uma outra fonte de má especificação está relacionada com a presença de algum tipo de assimetria nos modelos estimados.

As seguintes variáveis indicadoras foram utilizadas nos testes de especificação realizados nesta seção:

$$\text{eq. 93: } \lambda_{1t} = [\varepsilon_{1t-\max(p,q)-1}^2, \dots, \varepsilon_{4t-\max(p,q)-1}^2]$$

$$\text{eq. 94: } \lambda_{2t} = [I(\varepsilon_{1t-1} > 0), \dots, I(\varepsilon_{4t-1} > 0)]$$

$$\text{eq. 95: } \lambda_{3t} = [\varepsilon_{1t-1}^2 I[\varepsilon_{1t-1} > 0], \dots, \varepsilon_{4t-1}^2 I[\varepsilon_{4t-1} > 0]]$$

O primeiro conjunto visa averiguar se há heterocedasticidade residual. O segundo e o terceiro conjunto procuram avaliar se há evidência de algum tipo de assimetria. Na Tabela 43 reporta-se o resultado para os modelos BEKK – completo e DCC-E. Em termos gerais, a estrutura dos modelos parece ter sido capaz de evitar heterocedasticidade residual. Já no que tange a existência de assimetria, há evidência de algum tipo de assimetria não modelada, principalmente para o modelo BEKK.

Duas grandes restrições podem ser levantadas aos modelos estimados. Não permitem tratar excesso de curtose e assimetria. Desta forma, estimou-se um modelo BEKK-completo com distribuição t-student²⁸ e DCC com assimetria com modelos univariados do tipo GJR. Os resultados são apresentados na Tabela 43.

Tabela 42: Estatística dos resíduos padronizado para alguns dos modelos estimados.

	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>México</i>	<i>Rússia</i>
Média	0,0390	-0,0167	-0,0145	0,0140
Erro padrão	1,0051	0,9933	1,0125	1,0119
Curtose	7,0741	1,8568	3,1708	3,0109
Assimetria	-0,9699	-0,4402	-0,1000	-0,1088
Frequência	Diária	Diária	Diária	Diária

Resíduos Padronizados - DCC-1				
	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>México</i>	<i>Rússia</i>
Média	0,0376	-0,0161	-0,0147	0,0143
Erro padrão	1,0069	0,9934	1,0120	1,0132
Curtose	6,3065	1,9804	3,0877	2,8266
Assimetria	-0,9315	-0,4455	-0,1063	-0,0865
Frequência	Diária	Diária	Diária	Diária

Resíduos Padronizados - BEKK-111				
	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>México</i>	<i>Rússia</i>
Média	0,0387	-0,0149	-0,0145	0,0089
Erro padrão	1,0141	1,0044	1,0034	0,9790
Curtose	5,6000	4,0948	3,8659	3,0996
Assimetria	-0,7768	-0,6119	-0,0772	-0,3342
Frequência	Diária	Diária	Diária	Diária

Resíduos Padronizados - BEKK-122				
	<i>Argentina</i>	<i>Brasil</i>	<i>México</i>	<i>Rússia</i>
Média	0,0406	-0,0134	-0,0191	0,0112
Erro padrão	1,0121	0,9998	0,9941	0,9946
Curtose	4,0306	4,5709	3,2909	2,9150
Assimetria	-0,6861	-0,7144	-0,0886	-0,2272
Frequência	Diária	Diária	Diária	Diária

²⁸ É possível propor um BEKK com assimetria, contudo o número de parâmetro é excessivamente alto e torna o processo de estimação muito difícil. Desta forma, optou-se por não prosseguir nesta direção na medida em que o modelos DCC são de muito mais fácil implementação e permitem modelar assimetria.

Tabela 43: Resultados Testes de Especificação dos modelos estimados.

País	Modelos Momentos	BEKK completo (1,1,1)			BEKK completo (1,2,2)			DCC-E (1,1,1)			DCC-E (2,2,2)		
		Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.
Argentina	λ_1	6,78	14,81%	4	11,73	1,95%	4 *	3,98	40,90%	4	4,86	30,15%	4
Brasil		16,08	0,29%	4 **	4,93	29,48%	4	1,79	77,41%	4	2,84	58,48%	4
México		13,46	0,92%	4 **	10,11	3,87%	4 *	11,40	2,24%	4 *	4,85	30,29%	4
Rússia		22,17	0,02%	4 **	9,24	5,54%	4	7,65	10,52%	4	5,47	24,23%	4
Argentina	λ_2	4,51	34,13%	4	8,24	8,33%	4	11,68	1,99%	4 *	9,15	5,74%	4
Brasil		19,44	0,06%	4 **	7,89	9,58%	4	9,85	4,30%	4 *	12,63	1,32%	4
México		18,75	0,09%	4 **	18,32	0,11%	4 **	7,68	10,42%	4	5,37	25,14%	4
Rússia		13,27	1,00%	4 *	2,83	58,67%	4	3,25	51,73%	4	4,44	35,01%	4
Argentina	λ_3	4,72	31,69%	4	4,82	30,60%	4	10,77	2,93%	4 *	10,40	3,42%	4
Brasil		6,22	18,32%	4	3,63	45,77%	4	10,19	3,74%	4 *	8,71	6,87%	4
México		6,80	14,69%	4	8,88	6,42%	4	9,90	4,21%	4 *	8,86	6,46%	4
Rússia		16,97	0,20%	4 **	6,53	16,27%	4	7,41	11,58%	4	9,25	5,51%	4
Argentina	λ_2, λ_3	10,47	23,36%	8	11,06	19,84%	8	15,67	4,73%	8 *	12,82	11,81%	8
Brasil		30,28	0,02%	8 **	19,96	1,05%	8 *	13,62	9,22%	8	15,51	5,00%	8
México		31,00	0,01%	8 **	26,66	0,08%	8 **	12,84	11,75%	8	11,34	18,34%	8
Rússia		18,73	1,64%	8 *	12,62	12,58%	8	10,17	25,31%	8	10,79	21,42%	8
Argentina	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	19,17	8,45%	12	24,06	1,99%	12 *	24,50	1,74%	12 *	21,00	5,04%	12
Brasil		43,69	0,00%	12 **	31,10	0,19%	12 **	25,18	1,40%	12 *	21,54	4,30%	12
México		41,10	0,00%	12 **	42,16	0,00%	12 **	34,31	0,06%	12 **	17,57	12,94%	12
Rússia		27,54	0,65%	12 **	16,04	18,95%	12	18,62	9,81%	12	14,71	25,76%	12

* indica p-valor entre 1% e 5%; ** p-valor menor que 1%.

Modelos Multivariados: Modelando Assimetria e Excesso de Curtose:

Os modelos acima multivariados podem ser em princípio generalizados para permitir que algum tipo de assimetria no comportamento das séries. Além disto, modelos com ‘caudas’ mais ‘pesadas’ que o da Normal podem ser estimados a partir da utilização da distribuição t-student. Em geral, para modelos univariados, este tipo de procedimento permite algum ganho na descrição de alguma base de dados em Finanças.

Os modelos BEKK e Fatoriais embora possam incorporar componentes assimétricos, sua estimação para modelos com estruturas relativamente simples torna-se praticamente inviável por conta do número excessivamente grande de parâmetros. Desta forma optou-se por não estimá-los na versão com assimetria.

Uma alternativa extremamente interessante devido a aliar um certo grau de generalidade com certa simplicidade na estimação foi proposta por Engle & Sheppard numa série de trabalhos recentes. O modelo DCC pode ser generalizado de forma a incorporar componentes assimétricos sem perder a facilidade computacional relativa.

Na tentativa de incorporar assimetria nos modelos, conjugou-se a estrutura DCC com uma estrutura TARARCH da forma proposta por Glosten, Jaganathan, e Runkle (1993) – GJR. Este modelo é um caso particular de um modelo geral como discutido em Bollerslev, Engle & Nelson (1994). O modelo geral é dado por:

eq. 96:
$$\sigma_t^\gamma = \sum_{i=1}^{q1} \alpha_i^+ |\varepsilon_{t-i}|^\gamma + \sum_{i=1}^{q1} \alpha_i^- |\varepsilon_{t-i}|^\gamma + \sum_{i=1}^p \beta_i |\sigma_{t-i}|^\gamma$$

O modelo na forma proposta por Glosten, Jaganathan, e Runkle é dada para $\gamma=2$. Em softwares como Eviews, o modelo é estimado com uma restrição adicional dada por $\alpha_i^+ = \alpha_i^-$ para $i > 1$, ou seja, o componente assimétrico é restrito a primeira defasagem. Esta versão também é a utilizada no trabalho.

Os resultados obtidos com os modelos discutidos acima são apresentados na Tabela 44. De modelo geral, os modelos são melhores por critérios de informação do que os modelos reportados na Tabela 36. Os resultados da Tabela 45 confirmam que os modelos T-BEKK e DCC-E-GJR representem melhor os dados. Desta forma, os modelos a serem utilizados na análise que se segue são os modelos T-BEKK e DCC-E-GJR. Os resultados da Tabela 46 mostram que o modelo DCC-E-GJR tem bons resultados em termos de especificação com exceção da equação que modela os títulos mexicanos. O modelo T-BEKK é capaz de remover a heterocedasticidade presente nas séries, contudo, não é capaz de tratar a assimetria existente

o que de certa forma é esperado. Já a grande restrição ao modelo DCC-E-GJR consiste na estrutura temporal imposta para modelar as correlações. Desta forma os dois modelos serão utilizados na análise que se segue.

Tabela 44: Testes de Razão de Verossimilhança.

Modelo Irrestrito	Modelo Restrito	Estatística de Teste	Graus de Liberdade	Qui-quadrada p-valor
BEKK(1,1) - t-student	BEKK(1,1) - Normal	1175,10	33	0,0000%
BEKK(2,2) - t-student	BEKK(2,2) - Normal	937,87	1	0,0000%
BEKK(2,2) - t-student	BEKK(1,1) - Normal	1379,24	33	0,0000%
BEKK(2,2) - t-student	BEKK(1,1) - t-student	204,14	32	0,0000%
DCC-E-GJR(1,1)	DCC-E-(1,1)	196,74	4	0,0000%
DCC-E-GJR(2,2)	DCC-E-(2,2)	173,24	4	0,0000%
DCC-E-GJR(2,2)	DCC-E-GJR(1,1)	0,13	8	99,9999%

Tabela 45: Comparação dos modelos com assimetria e erros não gaussianos.

Modelo	Estimador Utilizado	lnL(θ)/T	lnL(θ)	Número de Parâmetros	Número de Observações	Critérios de Informação		
						SC	HQ	AIC
Modelos com erros não-gaussianos								
BEKK(1,1,1) - t-student	maximização irrestrita	13,97	31217,42	43	2235	-27,787	-27,856	-27,897
BEKK(1,2,2) - t-student	maximização irrestrita	14,01	31319,49	75	2235	-27,768	-27,889	-27,959
DCC-E-ass-(1,1)	dois estágios	13,83	30909,10	18	2235	-27,597	-27,626	-27,643
DCC-E-ass-(2,2)	dois estágios	13,83	30909,17	26	2235	-27,569	-27,612	-27,636
Valor mínimo obtido entre os modelos						-27,787	-27,889	-27,959

Tabela 46: Resultados Testes de Especificação dos modelos estimados.

País	Modelos	DCC-E-GJR (1,1,1)			DCC-E-GJR (1,2,2)			T-BEKK completo (1,1,1)			T-BEKK completo (1,2,2)		
		Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.
Argentina	λ_1 - Heterocedasticidade	9,17	5,69%	4	4,19	38,10%	4	4,18	38,21%	4	4,65	32,57%	4
Brasil		4,08	39,51%	4	4,03	40,24%	4	7,58	10,81%	4	3,47	48,23%	4
México		10,50	3,28%	4 *	15,03	0,46%	4 **	16,88	0,20%	4 **	6,80	14,69%	4
Rússia		5,25	26,27%	4	4,39	35,59%	4	5,90	20,66%	4	3,30	50,86%	4
Argentina	λ_2 - Assimetria na Volatilidade não condicional	8,72	6,85%	4	5,42	24,70%	4	7,54	11,01%	4	4,38	35,73%	4
Brasil		7,33	11,95%	4	6,13	18,99%	4	10,79	2,91%	4 *	16,21	0,28%	4 **
México		4,94	29,37%	4	5,34	25,43%	4	27,73	0,00%	4 **	3,94	41,43%	4
Rússia		4,16	38,54%	4	2,29	68,27%	4	3,80	43,32%	4	4,32	36,43%	4
Argentina	λ_3 - Assimetria na volatilidade condicional	5,64	22,77%	4	3,93	41,61%	4	5,00	28,73%	4	5,06	28,15%	4
Brasil		2,25	69,02%	4	3,50	47,75%	4	3,48	48,04%	4	3,23	52,05%	4
México		13,65	0,85%	4 **	18,85	0,08%	4 **	5,76	21,75%	4	3,28	51,19%	4
Rússia		6,76	14,88%	4	5,27	26,07%	4	17,55	0,15%	4 **	7,81	9,89%	4
Argentina	λ_2, λ_3	15,01	5,90%	8	11,01	20,13%	8	17,16	2,85%	8 *	12,62	12,56%	8
Brasil		11,29	18,60%	8	9,74	28,34%	8	24,82	0,17%	8 **	33,87	0,00%	8 **
México		19,44	1,27%	8 *	24,55	0,19%	8 **	49,69	0,00%	8 **	6,79	55,91%	8
Rússia		14,03	8,09%	8	10,60	22,54%	8	18,30	1,91%	8 *	11,80	16,03%	8
Argentina	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	17,98	11,63%	12	11,67	47,28%	12	21,19	4,77%	12 *	34,80	0,05%	12 **
Brasil		15,84	19,88%	12	17,32	13,79%	12	28,66	0,44%	12 **	43,07	0,00%	12 **
México		23,89	2,10%	12 *	30,53	0,23%	12 **	51,29	0,00%	12 **	30,39	0,24%	12 **
Rússia		14,73	25,68%	12	11,46	49,00%	12	31,49	0,17%	12 **	24,91	1,53%	12 *

* indica p-valor entre 1% e 5%; ** p-valor menor que 1%.

Testando a hipótese de existência de quebras estruturais nos períodos de crise:

Nesta seção o objetivo é investigar se há alguma evidência de quebra na estrutura estimada que podem ser associadas às crises financeiras pelas quais passaram estes países. Por exemplo, no segundo semestre de 2001, alguns analistas financeiros apontaram que estava ocorrendo um ‘descolamento’ entre Brasil e Argentina. De um ponto de vista mais técnico, a volatilidade dos ativos argentinos não estava mais causando volatilidade nos ativos brasileiros. Esta e outras hipóteses similares podem ser testadas a partir do arcabouço aqui exposto.

O procedimento de Wooldridge (1990, 1991) apresentado nas seções anteriores pode ser também utilizada para detectar algum tipo de má especificação na estrutura de correlações das séries. O resíduo generalizado pode ser calculado da seguinte forma: $u_{i,jt} = \varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} - \rho_{ijt}$ e tem valor esperado igual a zero. Feito isto basta seguir os passos descritos anteriormente.

Como discutido acima, a distinção entre contágio e interdependência está associado a análise comparativa do comportamento das correlações temporais antes (período de calmaria) e durante as crises.

As seguintes variáveis indicadoras foram utilizadas nos testes de especificação realizados nesta seção para pesquisar a existência de instabilidade nas estruturas de correlações e que tal instabilidade pode ser associada aos momentos de crises:

$$\text{eq. 97: } \lambda_{4t} = [\varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{2t-1}, \varepsilon_{1t-1}\varepsilon_{3t-1}, \dots, \varepsilon_{3t-1}\varepsilon_{4t-1}]$$

$$\text{eq. 98: } \lambda_{5t} = [I(\varepsilon_{1t-1} < 0, \varepsilon_{2t-1} < 0)I(\varepsilon_{1t-1} < 0, \varepsilon_{3t-1} < 0), \dots, I(\varepsilon_{3t-1} < 0, \varepsilon_{4t-1} < 0)]$$

$$\text{eq. 99: } \lambda_{11t} = [D_{\text{Crise_México}}, D_{\text{Crise_Ásia}}, D_{\text{Crise_Rússia}}, D_{\text{Crise_Brasil_99}}, D_{\text{Crise_Argentina}}, D_{\text{Crise_Brasil_2002_Argentina}}].$$

As variáveis indicadoras da eq. 97 visam avaliar se há alguma estrutura restante nas correlações dos resíduos padronizados. As variáveis das eq. 98 se choques negativos simultâneos geram algum efeito nas correlações. Já as variáveis da eq. 99 testam se as correlações condicionais se alteraram durante os momentos de crises.

As *dummies* de crises foram definidas de forma arbitrária com base numa informação exógena trazida pelo econometrista. A duração da crise foi definida como sendo de cerca de dois meses. Procurou-se fazer a distinção entre a eclosão da crise que pode ser observada associando a informação de história econômica com os picos de volatilidade observado nos modelos estimados na hipótese nula e a gestação da mesma, na medida em que existe um período que antecede a eclosão em que os agentes sabem que existe uma alta probabilidade da eclosão de uma crise e começam a tomar decisões e ajustar-se aos efeitos prováveis da

mesma. Também de forma arbitrária, fixou-se o mês imediatamente anterior à eclosão da crise como sendo o período de gestação da mesma. Nos modelos estimados não há nenhum ativo de nenhum país asiático, desta forma teve-se que também definir o período da mesma. Como uma série de países foram sendo afetados seguidamente, optou-se por utilizar como período de crise o mesmo utilizado por Bain & Goldfajn (1998) que vai de julho de 1997 até maio de 1998.

Na Tabela 47 são apresentados os resultados dos testes para as correlações dinâmicas. A evidência não é a mesma para os dois modelos. Nos modelos DCC-E-GJR, quase todas as *dummies* propostas são significativas indicando os modelos não descrevem bem as correlações nos momentos de crise. Alguns resultados, contudo, não são muito intuitivos. Por exemplo, existe uma percepção geral de que as crises do Brasil em 1999 e particularmente a da Argentina em 2001 tiveram pouco efeitos sobre os demais países que os resultados para o modelo DCC-E-GJR não confirmam.

Na Tabela 47 ainda apresenta-se os mesmos testes para os modelos T-BEKK. Neste caso os resultados parecem ser mais intuitivos, confirmando em certa medida uma impressão obtida pelo senso comum. As crises do México, Ásia e Russa geraram mais ‘contágio’ sobre os demais países, sendo que as crises argentina e brasileira em 1999 e 2002 tiveram pouco ou nenhum efeito nos mercados internacionais.

Tabela 47: Testes de Especificação para as correlações condicionais – Crises Financeiras.

País	Modelos Momentos	DCC-E-GJR (1,1,1)			DCC-E-GJR (1,2,2)			T-BEKK completo (1,1,1)			T-BEKK completo (1,2,2)		
		Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy México	17,41	0,00%	1 **	16,59	0,00%	1 **	12,58	0,04%	1 **	5,12	2,37%	1 *
Argentina-México		15,88	0,01%	1 **	15,54	0,01%	1 **	7,63	0,57%	1 **	5,48	1,93%	1 *
Argentina-Rússia		5,69	1,71%	1 *	6,30	1,21%	1 *	5,47	1,93%	1 *	2,03	15,40%	1
Brasil-México		6,90	0,86%	1 **	7,32	0,68%	1 **	5,64	1,75%	1 *	2,66	10,30%	1
Brasil-Rússia		5,42	1,99%	1 *	6,03	1,41%	1 *	2,55	11,04%	1	1,38	24,05%	1
México-Rússia		8,24	0,41%	1 **	8,29	0,40%	1 **	3,84	4,99%	1 *	1,31	25,31%	1
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy Ásia	60,65	0,00%	1 **	65,14	0,00%	1 **	18,51	0,00%	1 **	15,92	0,01%	1 **
Argentina-México		89,30	0,00%	1 **	86,40	0,00%	1 **	10,70	0,11%	1 **	11,98	0,05%	1 **
Argentina-Rússia		31,56	0,00%	1 **	31,05	0,00%	1 **	9,93	0,16%	1 **	4,92	2,65%	1 *
Brasil-México		62,50	0,00%	1 **	49,14	0,00%	1 **	20,99	0,00%	1 **	7,75	0,54%	1 **
Brasil-Rússia		36,26	0,00%	1 **	33,86	0,00%	1 **	10,83	0,10%	1 **	3,83	5,03%	1
México-Rússia		34,42	0,00%	1 **	27,25	0,00%	1 **	10,60	0,11%	1 **	3,04	8,14%	1
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy Rússia	18,22	0,00%	1 **	18,46	0,00%	1 **	17,34	0,00%	1 **	8,85	0,29%	1 **
Argentina-México		10,41	0,13%	1 **	10,94	0,09%	1 **	14,94	0,01%	1 **	5,12	2,36%	1 *
Argentina-Rússia		8,91	0,28%	1 **	9,24	0,24%	1 **	5,95	1,47%	1 *	3,01	8,28%	1
Brasil-México		11,62	0,07%	1 **	12,07	0,05%	1 **	9,90	0,17%	1 **	4,18	4,09%	1 *
Brasil-Rússia		6,41	1,13%	1 *	6,49	1,08%	1 *	6,45	1,11%	1 *	2,81	9,38%	1
México-Rússia		8,14	0,43%	1 **	7,05	0,79%	1 **	6,70	0,96%	1 **	1,71	19,15%	1
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy Brasil-99	5,23	2,22%	1 *	5,72	1,68%	1 *	7,70	0,55%	1 **	3,97	4,63%	1 *
Argentina-México		9,56	0,20%	1 **	8,65	0,33%	1 **	9,48	0,21%	1 **	5,80	1,60%	1 *
Argentina-Rússia		4,36	3,67%	1 *	4,02	4,50%	1 *	1,06	30,26%	1	1,10	29,36%	1
Brasil-México		6,74	0,94%	1 **	6,34	1,18%	1 *	9,75	0,18%	1 **	5,09	2,41%	1 *
Brasil-Rússia		4,99	2,55%	1 *	5,28	2,15%	1 *	1,20	27,29%	1	1,01	31,42%	1
México-Rússia		5,85	1,56%	1 *	5,20	2,26%	1 *	1,46	22,77%	1	1,00	31,73%	1
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy Argentina	16,59	0,00%	1 **	14,19	0,02%	1 **	13,87	0,02%	1 **	2,01	15,58%	1
Argentina-México		12,85	0,03%	1 **	10,88	0,10%	1 **	1,66	19,80%	1	1,02	31,25%	1
Argentina-Rússia		8,54	0,35%	1 **	7,57	0,59%	1 **	4,65	3,11%	1 *	1,54	21,43%	1
Brasil-México		17,22	0,00%	1 **	16,68	0,00%	1 **	1,07	30,15%	1	1,15	28,44%	1
Brasil-Rússia		12,00	0,05%	1 **	12,34	0,04%	1 **	3,00	8,34%	1	1,61	20,39%	1
México-Rússia		12,39	0,04%	1 **	11,65	0,06%	1 **	1,17	28,02%	1	1,56	21,24%	1
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy Brasil 2002	7,39	0,66%	1 **	6,41	1,13%	1 *	1,25	26,36%	1	1,47	22,60%	1
Argentina-México		9,46	0,21%	1 **	9,79	0,18%	1 **	1,08	29,85%	1	1,44	23,00%	1
Argentina-Rússia		4,30	3,81%	1 *	5,07	2,44%	1 *	1,40	23,63%	1	1,22	26,92%	1
Brasil-México		14,35	0,02%	1 **	14,09	0,02%	1 **	3,71	5,40%	1	3,56	5,91%	1
Brasil-Rússia		7,52	0,61%	1 **	7,48	0,62%	1 **	1,20	27,35%	1	1,08	29,87%	1
México-Rússia		14,11	0,02%	1 **	14,02	0,02%	1 **	2,76	9,69%	1	2,46	11,70%	1
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummy Todas	119,62	0,00%	6 **	135,28	0,00%	6 **	71,72	0,00%	6	34,54	0,00%	6 **
Argentina-México		152,51	0,00%	6 **	147,17	0,00%	6 **	42,80	0,00%	6	28,90	0,01%	6 **
Argentina-Rússia		56,31	0,00%	6 **	62,05	0,00%	6 **	26,31	0,02%	6	9,42	15,12%	6
Brasil-México		114,60	0,00%	6 **	118,32	0,00%	6 **	53,78	0,00%	6	21,14	0,17%	6 **
Brasil-Rússia		68,59	0,00%	6 **	69,21	0,00%	6 **	20,91	0,19%	6	7,55	27,29%	6
México-Rússia		72,43	0,00%	6 **	61,11	0,00%	6 **	24,06	0,05%	6	7,38	28,73%	6

* indica p-valor entre 1% e 5%; ** p-valor menor que 1%.

Gráfico 10: Volatilidade Estimadas a partir do modelo T-BEKK-completo (1,2,2).

No Gráfico 10 apresenta-se as volatilidades condicionais estimadas para cada um dos países. De forma geral, a crise russa parece ter sido a mais intensa dentre todas as crises. O nível de volatilidade é disparado um dos maiores entre as séries. Em termos, de intensidade a crise da Argentina em 2002 também implicou num alto de nível de volatilidade. Ao contrário da crise russa este aumento de volatilidade não foi acompanhado por aumento de volatilidade nos demais países. As crises brasileiras de 1999 e 2002 parecem ter sido, em termos de volatilidade similar à crise mexicana. O Gráfico 10 permite ainda inferir um padrão de propagação para as crises. A crise mexicana gerou efeitos sobre os demais países sem exceção. O mesmo parece ser válido para a crise russa. Já as crises brasileira de 2002 e argentina parecem não ter gerado efeitos significativos nos demais países.

Em termos de nível de correlação condicional, os maiores valores foram encontrados entre os países latino-americanos (Brasil, Argentina e México) fato absolutamente esperado. O nível de correlação entre Rússia e os demais países é bem menor. O padrão de correlação parece ter se alterado ao longo de 2002 para as correlações de Brasil e Argentina com os demais países, indicando que o aumento de volatilidade no primeiro conjunto de títulos não foi acompanhada de aumento nas covariâncias condicionais e logo das correlações condicionais. Desta forma, houve a possibilidade de construção de uma carteira de títulos

soberanos que permitiu a diversificação do risco, fato que não deve ter ocorrido nos demais períodos de crise.

Por fim, na Tabela 48 para testar se há correlação condicional não modelada nos modelos DCC-E-GJR e T-BEKK. Ambos os modelos passam neste teste de especificação com facilidade. Já para os choques negativos simultâneos parece existir algum tipo de assimetria não modelada em ambos os modelos no que tange as correlações.

Tabela 48: Testes de Especificação para as correlações condicionais – Crises Financeiras.

País	Modelos	DCC-E-GJR (1,1,1)			DCC-E-GJR (1,2,2)			T-BEKK completo (1,1,1)			T-BEKK completo (1,2,2)		
		Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.	Estatística	p-valor	G.L.
Argentina-Brasil	λ_1 - Produtos Cruzados dos	7,46	28,08%	6	9,76	13,50%	6	2,57	86,05%	6	2,29	89,15%	6
Argentina-México	Resíduos defasados	10,96	8,95%	6	11,25	8,10%	6	1,95	92,43%	6	2,71	84,47%	6
Argentina-Rússia		4,22	64,74%	6	4,94	55,14%	6	1,90	92,86%	6	1,50	95,94%	6
Brasil-México		9,90	12,91%	6	9,01	17,31%	6	1,61	95,21%	6	2,38	88,16%	6
Brasil-Rússia		2,15	90,54%	6	2,85	82,71%	6	1,65	94,88%	6	1,26	97,37%	6
México-Rússia		6,83	33,65%	6	5,62	46,74%	6	1,56	95,55%	6	1,08	98,24%	6
Argentina-Brasil	λ_1 - Dummies para Choques	216,48	0,00%	6 **	211,12	0,00%	6 **	66,09	0,00%	6 **	36,30	0,00%	6 **
Argentina-México	negativos simultâneos	178,41	0,00%	6 **	163,43	0,00%	6 **	51,03	0,00%	6 **	21,60	0,14%	6 **
Argentina-Rússia		102,00	0,00%	6 **	111,27	0,00%	6 **	16,72	1,04%	6 *	8,94	17,70%	6
Brasil-México		122,74	0,00%	6 **	120,33	0,00%	6 **	43,69	0,00%	6 **	16,99	0,93%	6 **
Brasil-Rússia		83,40	0,00%	6 **	104,75	0,00%	6 **	14,04	2,92%	6 *	5,70	45,71%	6
México-Rússia		77,65	0,00%	6 **	90,89	0,00%	6 **	11,17	8,32%	6	5,93	43,12%	6

* indica p-valor entre 1% e 5%; ** p-valor menor que 1%.

Balanco dos Resultados:

Dos resultados apresentados, algumas conclusões podem ser alinhadas: a) há interdependência na volatilidade dos ativos; b) há evidência de que modelos assimétricos e não-gaussianos podem descrever melhor a base de dados do que os modelos simétricos e gaussianos; c) há evidência de que a estrutura de variância e correlações temporais se alterou ao longo das crises financeiras que eclodiram nos mercados internacionais no período amostral.

Num artigo muito recente Engle & Sheppard (2001) procuram estender o modelo DCC de forma a incorporar também assimetria nas correlações bem como controlar por quebras estruturais nas variâncias e nas correlações. Um esforço de modelagem nesta direção talvez seja capaz de melhorar um pouco mais os resultados obtidos neste trabalho. Além disto a inclusão de mais ativos é uma possibilidade que pode ser explorada na medida em que a literatura que utilize os modelos DCC sejam desenvolvida mais plenamente e que tais modelos sejam disponibilizados em *softwares* padrão de econometria. Uma outra opção interessante que está sendo desenvolvida por Bauwens, Laurent & Roubouts (2003).

Gráfico 11: Correlação Estimada Argentina e Brasil –T-BEKK-completo (1,2,2).

Gráfico 12: Correlação Estimada Brasil e México –T-BEKK-completo (1,2,2).

Gráfico 13: Correlação Estimada Brasil e Rússia –T-BEKK-completo (1,2,2).

Gráfico 14: Correlação Estimada Argentina e México –T-BEKK-completo (1,2,2).

Gráfico 15: Correlação Estimada Argentina e Rússia –T-BEKK-completo (1,2,2).

Gráfico 16: Correlação Estimada México e Rússia –T-BEKK-completo (1,2,2).

Comparação com outros trabalhos na literatura ²⁹

Um dos trabalhos que procura modelar e testar a existência de interdependência é Morais e Portugal (2001). Estimam um modelo de volatilidade estocástica proposto por Harvey, Ruiz & Sheppard (1994). Os autores encontram evidência de que a volatilidade dos retornos dos *PAR bonds* (títulos estudados) estão relacionados. Uma crítica possível de serem feitas ao trabalho consiste no baixo grau de liquidez que alguns dos títulos tem. Uma extensão natural deste trabalho seria modelar a volatilidade dos ativos usando modelos de volatilidade do tipo GARCH multivariados. A razão dada pelos autores para não seguirem esta linha deve-se a facilidade computacional relativa dos modelos de volatilidade estocástica. Uma outra possibilidade explorada por Lopes & Migon (2001) consiste em modelar o retorno dos índices de ações de diversos países emergentes. Em ambos os trabalhos há evidência de componentes comuns nas séries.

Karolyi (1995) estima alguns dos modelos GARCH multivariados descritos na seção anterior para avaliar em que medida os mercados de ações dos Estados Unidos e Canadá estão interligados em termos de retorno e volatilidade.

Por fim Baig & Goldfjan (1998), procuram avaliar a existência de contágio entre os ativos (taxas câmbio e ações) nos países asiáticos. Os países estudados são Indonésia, Tailândia, Coreia, Malásia e Filipinas. A metodologia para averiguar a existência de contágio é semelhante em um sentido ao proposto neste trabalho. A idéia básica dos autores consiste em comparar a correlações dos diversos ativos no período contra as correlações observados no período de calma. Um aumento das correlações é vista como evidência de contágio. Os resultados obtidos pelos autores apontam para a existência de algum grau de contágio principalmente taxas de câmbio e *spreads* soberanos. Por fim procuram, testar se, corrigidas por fundamentos, as correlações ainda assim tendem a subir nos períodos de crise. Tal opção poderia ter sido tentada neste trabalho e exigiria a modelagem também do primeiro momento das séries o que tornaria modelos como BEKK ainda mais pesados e difíceis de serem estimados. Contudo, para os modelos da família DCC-E e DCC-TT oferecem em princípio este tipo de possibilidade ainda pouco explorada.

²⁹ No caso de modelos univariados pode-se citar Issler (1999), Almeida & Pereira (2000) e Pereira, Hotta, Souza & Almeida (1999).

Conclusão:

Neste capítulo utilizou-se uma ampla gama de modelos multivariados para modelar os retornos dos títulos soberanos de uma série de países. Algumas conclusões podem ser salientadas. Parece existir evidência de interdependência entre os ativos dos países estudados. Tal resultado parece ser intuitivo na medida em que dos quatro países estudados, Brasil e Argentina e em segundo plano México têm boas ligações comerciais e são vistos pelos analistas econômicos como pertencendo a uma mesma categoria dentro dos países emergentes.

Além disto parece existir alguma evidência de que as estruturas estimadas de volatilidade não se mantiveram constantes durante as diversas crises financeiras ocorridas no período estudado. Isto seria uma evidência de contágio. Particularmente as crises mexicanas, da Ásia e russas tiveram efeitos importantes. Já as crises brasileiras de 2002 e argentinas não tiveram grandes impactos e ficaram confinadas aos respectivos países de origem.

Existe evidência de algum comportamento assimétrico nas volatilidades. Os choques negativos parecem ter efeitos diferentes sobre o nível de volatilidade e de correlações, o que vai ao encontro dos fatos estilizados em Finanças. Tal resultado pode ser avaliado por alguns dos resultados reportados nos testes de especificação e na superioridade obtida pelos modelos em que algum tipo de assimetria foi permitido. Por fim, existe uma evidência de que notícias ruins que ocorreram simultaneamente nos países também têm um efeito sobre a volatilidade e as correlações.

CONCLUSÃO FINAL:

Nesta teste procurou-se avaliar a validade da hipótese de expectativas a dados brasileiros e americanos e, também modelar conjuntamente a volatilidade de títulos soberanos da Argentina, México, Rússia e Brasil.

No que tange ao primeiro objetivo a evidência difere para Brasil e EUA. No caso brasileiro a hipótese de expectativas é claramente insuficiente para descrever bem a evolução dos dados. Já para os EUA a evidência é bem mais favorável, embora os resultados tenham sido melhores para a frequência anual. Além disto obteve-se evidência favorável a hipótese de que os choques que afetam as taxas de juros de longo prazo geram efeitos permanentes sobre a estrutura a termo da taxa de juros. Tal evidência é obtida tanto para dados brasileiros quanto americanos.

No que tange o estudo da volatilidade dos títulos soberanos algumas conclusões podem ser listadas. Em primeiro lugar, há evidência de interdependência no comportamento dos ativos estudados. Uma segunda conclusão aponta para o papel importante de assimetrias no entendimento do comportamento da volatilidade das séries. Os choques negativos têm efeito diferenciado tanto no que tange as volatilidades quanto às correlações temporais, indo ao encontro do fato estilizado de Finanças de que novidades ruins geram efeitos diferentes do que notícias boas.

Por fim, os resultados obtidos nesta tese apontam para a existência de contágio de muitas das crises financeiras. A evidência de contágio é mais forte para as crises mexicana, asiática, russa e brasileira de 1999. Para as crises brasileiras de 2002 e Argentina, a evidência de contágio é muito tênue, sendo mais seguro concluir pela sua inexistência com base nos resultados obtidos.

Desta forma, tentou-se neste trabalho contribuir de forma positiva ao debate sobre dois assuntos importantes.

REFERÊNCIAS:

- Almeida, N. M. C. G. & Valls Pereira, P. L. (2000); “Mudança de Regime em Volatilidade: Os Modelos SWGARCH”; Em: *Texto para Discussão n° 11*; FEA-USP; São Paulo.
- Ang, A. & Piazzesi, M. (2003); “A non-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables”; Em: *Journal of Monetary Economics*; vol. 50, págs. 745-87.
- Attanasio, O. P. (1991); “Risk, Time-Varying Second Moments and Market Efficiency”; Em: *Review of Economic Studies*; 58, págs 479-494.
- Baig, T. & Goldfajn, I. (1998); “Financial Market Contagion in the Asian Crises”; Em: *IMF Working Paper*; número 155.
- Barr, D. G. & Campbell, J. Y. (1997); “Inflation, Real Interest and bond market: A study of UK nominal and indexed linked government bond prices”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 39; págs. 361-383.
- Bauwens, L.; Laurent, S. & Roumbouts, J. V. K. (2003); Multivariate GARCH Models: A Survey; Core Discussion Paper 31; Université Catholique de Louvain.
- Berndt, E. R., Hall, B. H., Hall, R. E. & Hausman, J. A. (1974); Estimation and inference in nonlinear statistical models; Em: *Annals of Economic and Social Measurement*; 3; págs. 653-65.
- Bollerslev, T. (1986); “Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 31; págs. 307-327.
- Bollerslev, T. (1990); “Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH approach; Em: *Review of Economics and Statistics*; 72; págs. 498-505.
- Bollerslev, T. (2001); “Past Developments and future changes”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 100; págs. 41-52.
- Bollerslev, T.; Engle, R. F. & Nelson, D. B. (1994); “ARCH Models”; Em: *Handbook of Econometrics*; capítulo 49, vol. IV.
- Campbell, J. Y.; Lo, A. W. e Mackinlay, A. C. (1997); *The Econometrics of Financial Markets*; Princeton University Press.
- Campbell, J. Y.; Shiller, R. J. (1991); “Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird’s Eye View”; Em: *Review of Economic Studies*; 58, págs 495-514.
- Corsetti, G.; Pericoli, M & Sbracia, M. (2003); “Some contagions, some interdependence – more pitfalls in Tests of Financial Contagion”; mimeo.
- Cuthberston, K. (1996a); *Quantitative Financial Economics – Stocks, Bonds and Foreign Exchange*; John Wiley & Son Ltd; West Sussex.
- CuthBerston, K. (1996b); “The Expectations Hypothesis of the Term Strucutre: The UK Interbank market”; Em: *The Economic Journal*; 106, Maio, págs. 578-592.
- Engle, R. F. & Kozicki, S. (1993); “Testing for Commom Features”; Em: *Journal of Business & Economics Statistics*; vol. 11; n° 4; págs. 369-395 (com comentários).
- Engle, R. F. & Kroner, K. F. (1995); “Multivariate Simultaneous Generalized ARCH”; Em: *Econometric Theory*; 11; págs. 122-150.
- Engle, R. F. & Sheppard, K. (2001); “Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH”; *NBER Working Paper 8554*.
- Engle, R. F.; Ng, V. K. & Rothschild, M. (1990); “Asset Pricing with a Factor-Arch Covariance Structure: Empirical Estimates for Treasury Bills”; Em: *Journal of Econometrics*; 45; págs. 213-37.

Engle, R. F. (1982); "Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom"; Em: *Econometrica*; 50; págs. 987-1007.

Fama, E. (1970); "Efficient Capital Markets: A review of Theory and Empirical Work"; Em: *Journal of Finance*; 25; págs. 383-417.

Franses, P. H. & van Dijk, D. (2000); *Non-linear time series models in empirical finance*; Cambridge University Press.

Gonzalo, J. (1994); "Five Alternative Methods of Estimating Long-Run Relationships"; Em: *Journal of Econometrics*; 60, pág. 203-233.

Gonzalo, J. & Granger, C. W. J. (1995); "Estimation of Common Long-Memory Components in Cointegrated Systems"; Em: *Journal of Business and Economic Statistics*; vol. 13; n° 1; January.

Granger, C. W. J. & Haldrup, N. (1997); "Separation in Cointegrated Systems and Persistent-Transitory Decompositions"; Em: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*; vol. 59, n° 4, pages 449-465.

Glosten, L.R., R. Jagannathan, & D. Runkle (1993) "On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks,"; Em: *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

Hall, A. D.; Anderson, N. M. & Granger C. W. (1992); "A cointegration analysis of Treasury Bill Yields"; Em: *The Review of Economics and Statistics*; págs. 116-126.

Harvey, A.; Ruiz, E. & Shephard, N. (1994); "Multivariate Stochastic Variance Models"; Em: *Review of Economic Studies*; 61; págs. 247-264.

Hecq, A., Palm, F. C. & Urbain, J. P. (2000); "Permanet-Transitory Decomposition in VAR Models with Cointegration and Common Cycles."; Em: *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*; vol. 62, n° 4, pages 511-532.

Hecq, A., Palm, F. C. & Urbain, J. P. (2002); "Separation, Weak Exogeneity and P-T Decomposition in Cointegrated VAR Systems with Commom Features"; Em: *Econometric Reviews*; vol.21, n° 3, pages 273-307.

Hendry, D. (1995); *Dynamic Econometrics*; Oxford University Press.

Hendry, D. F. & Doornik, J. A. (1994); *PcFiml 8.0 - Interactive Econometric Modelling of Dynamic Systems*; ITP.

Issler, J. V. (1999); "Estimating and Forecasting the Volatility of Brazilian Finance Series using ARCH Models"; Em: *Revista de Econometria*, págs. 5-56; vol. 19 (1).

Johansen, S. & Juselius, K. (1992); "Testing structural hypotheses in a multivariate cointegration analysis of the PPP and UIP for UK"; In: *Journal of Econometrics*; 53, 211-244.

Johansen, S. & Swensen, A. R. (1999); "Testing exact rational expectations in cointegrated vector autoregressive models"; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 93; pages 73-91.

Johansen, S. (1988); "Statistical Analysis of cointegration vectors"; In: *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231-254.

Johansen, S. (1994); "Testing Weak Exogeneity and the Order of Cointegration in UK Money Demand Data"; In: *Journal of Policy Modeling*, 14(3), 313-334.

Johansen, S. (1995a); "A Statistical Analysis of Cointegration for I(2) Variables"; In: *Econometric Theory*; 11, 25-59.

Johansen, S. (1995b); *Likelihood-based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*; Oxford University Press.

Juselius, K. (1995); “Do PPP and UIP hold in LR? Na Example of likelihood inference in a multivariate time-series model”; In: *Journal of Econometrics*, 69, 211-240.

Karolyi, G. A. (1995); “A Multivariate GARCH Model of International Transmissions of Stocks Returns and Volatility: The Case of United States and Canada”; Em: *Journal of Business & Economic Statistics*; vol. 13 n° 1; págs. 11-25.

Kleibergen, F. (1999); “Reduced Rank Regressions using GMM”; Em: Mátyás, L. (1999); *Generalized Methods of Moments Estimation*; Cambridge University Press.

Lanne, M. (2000); “Near Unit roots, cointegration and term structure of interest rate”; Em: *Journal of Applied Econometrics*; vol.15; pages 513-529.

Lin, W. L. (1992); “Alternative Models for factor GARCH models”; Em: *Journal of Applied Econometrics*; 7, págs. 259-279.

Lima, A. M. C & Isler, J. V. (2003); “A hipótese das expectativas na estrutura a termo da taxa de juros no Brasil: Uma aplicação de modelos a valor presente”; Em: *Ensaaios Econômicos do EPGE*; número 480.

Lopes, H. F. & Migon, H S. (2001); “Comovements and Contragion in Emergent Market: Stock Indexes Volatilities.”; *Seminário do FinanceLab*; IBMEC Business School; Novembro; São Paulo.

Maddala, G. S. & Kim, I. (1998); *Unit Roots, cointegration and Structural Change*; Cambridge University Press.

Mankiw, N. & Miron, J. A. (1986); “The Changing Behaviour of Term Structure of Interest rate”; Em: *Quartely Journal of Economics*, maio, 101, págs. 211-228.

McCulloch, J.H. & Kwon (1993), H. C.; US term structure data, 1947-1991; Em: *Working Paper 93-6*; Ohio State University.

McCallum, B. T. (1994); “Monetary Policy and Term Structure Rate”; NBER Working Paper – 4938.

Morais, I. A. C. de & Portugal, M. (2001); “Characteristics of Stochastic Volatility for Latin America’s Par Bonds”; *Seminário do FinanceLab*; IBMEC Business School; Agosto; São Paulo.

Morgan, J. P. (1995); *Introducing the Emerging Markets Bond Index Plus*; New York.

Nelson, D. B. (1991) “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach,”; Em: *Econometrica*, 59, 347–370.

Pagan, A. (1986); Two Stages ands related estimators in a multivariate garch model; *Review of Economic Studies*; 53; págs. 107-127.

Pereira, P. L. V.; Hotta, L. K.; Souza, L. A. R. & Almeida, N. M. C. G. (1999); “Alternative Models to Extract Asset Volatility: A Comparative Study”; Em: *Revista de Econometria*, págs. 57-110; vol. 19 (1).

Pesaran, M. H.; Shin, Y. and Smith (2000), R. J. Structural analysis of vector error corrections models with exogenous I(1) variables; Em: *Journal of Econometrics*; Vol 97, págs. 293-343.

Quintos, C. (1998); “Analysis of cointegration vectors using GMM approach”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 85; págs. 155-188.

Saikkonen, P. & Lutkwopohl, H. (1999); “Local Power of Likelihood Ratio Tests for the Cointegrating Rank of a VAR Process”; Em: *Econometric Theory*; vol. 15; pages 50-78.

Saikkonen, P. & Luukkonen, R. (1997); “Testing cointegration in infinite order vector autoregressive processes”; Em: *Journal of Econometrics*; vol.81; pages 93-126.

Saikkonen, P. (1992); “Estimation and Testing of Cointegrated Systems by an Autoregressive Approximation”; Em: *Econometric Theory*; vol. 8; pages 1-27.

Samuelson, P. (1965); “Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly”; Em: *Industrial Management Review*; 6; 41-49.

Tabak, B. M. & Andrade, S. C. (2001); Testing the Expectations Hypothesis in the Brazilian Term Structure of Interest Rates; Em: *Working Paper Series n° 30*; Banco Central do Brasil, Brasília.

Tabak, B. M. (2003); “Monetary Policy Surprises and the Brazilian Term Structure Interest Rate”; Em: *Working Paper Series – Brazilian Central Bank*; n 70.

Timmermann, A. G. (1993); “How Learning in Financial Markets Generates Excess Volatility and Predictability in Stock Prices”; Em: *Quarterly Journal of Economics*; 1135-1145.

Tse, Y. K. (2000); “A test for constant correlations in a multivariate GARCH model”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 98; págs. 107-127.

Tse, Y. K. & Tsui, A. K. C. (2002); “A Multivariate Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model with Time-Varying Correlations”; Em: *Journal of Business and Economic Statistics*; vol. 2002, número 3.

Wooldridge, J. (1990); “A unified approach to robust, regression based specifications tests”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 47, pp-5-46.

Wooldridge, J. (1991); “On the application of robust, regression based diagnostics to models of conditional means and conditional variances”; Em: *Journal of Econometrics*; vol. 47, pp-5-46.

APÊNDICE A:

Gráfico 17: Correlações condicionais temporais estimadas para Argentina e Brasil.

Gráfico 18: Correlações condicionais temporais estimadas para Argentina e México.

Gráfico 19: Correlações condicionais temporais estimadas para Argentina e Rússia.

Gráfico 20: Correlações condicionais temporais estimadas para Brasil e México.

Gráfico 21: Correlações condicionais temporais estimadas para Brasil e Rússia.

Gráfico 22: Correlações condicionais temporais estimadas para México e Rússia.

APÊNDICE B:

Neste apêndice são apresentadas algumas das rotinas desenvolvidas em Matlab para estimação e testes de alguns dos modelos multivariados estimados neste trabalho.

Tabela 49: Rotinas para Matlab utilizadas para estimação dos modelos.

Modelos simétricos e com normalidade	
BEKK(1,1) - Normal	Engle & Sheppard
BEKK(2,2) - Normal	Engle & Sheppard
Fatorial(1,1,1)-F1	fabricação própria
Fatorial(2,1,1)-F1	fabricação própria
Fatorial(3,1,1)-F1	fabricação própria
Fatorial(1,2,2)-F1	fabricação própria
Fatorial(2,2,2)-F1	fabricação própria
Fatorial(3,2,2)-F1	fabricação própria
Fatorial(1,1,1)	fabricação própria
Fatorial(2,1,1)	fabricação própria
Fatorial(3,1,1)	fabricação própria
Fatorial(1,2,2)	fabricação própria
Fatorial(2,2,2)	fabricação própria
Fatorial(3,2,2)	fabricação própria
IDCC(1,1)	Engle & Sheppard
IDCC(2,2)	Engle & Sheppard
DCC(1,1)-E	Engle & Sheppard
DCC(2,2)-E	Engle & Sheppard
DCC(1,1)-TT	fabricação própria
DCC(2,2)-TT	fabricação própria
BEKK diagonal (1,1)	Engle & Sheppard
BEKK diagonal (2,2)	Engle & Sheppard
Correlação Constante (1,1)	Engle & Sheppard
Correlação Constante (2,2)	Engle & Sheppard
Modelos com assimetria e não normalidade	
BEKK(1,1) - t-student	Engle & Sheppard
BEKK(2,2) - t-student	Engle & Sheppard
DCC-E-ass-(1,1)	fabricação própria
DCC-E-ass-(2,2)	fabricação própria
DCC-TT-ass-(1,1)	fabricação própria
DCC-TT-ass-(2,2)	fabricação própria

Rotina para Implementação do modelo GARCH factorial proposto por Lin – fatores desconhecidos

Rotina factor_ukn_garch:

```
function [PART, LHF, EF, OUTPUT, LAMBDA, GRAD, HESSIAN] = factor_ukn_garch(data, startVEC, p, q, k)
%[g alfa beta VA]
[T n]=size(data);
options = optimset('fmincon');
options = optimset(options, 'TolFun' , 1e-006);
options = optimset(options, 'DerivativeCheck', 'off');
options = optimset(options, 'Display' , 'iter');
```

```

options = optimset(options , 'Diagnostics' , 'on');
options = optimset(options , 'LargeScale' , 'off');
options = optimset(options , 'Hessian' , 'off');
options = optimset(options , 'HessUpdate' , 'bfgs');
options = optimset(options , 'MaxFunEvals' , 10000*((n^2)*k*(p+q)));
options = optimset(options , 'MaxIter' , 5000*((n^2)*k*(p+q)));
LB      = [];
UB      = [];
% Construindo restricoes
A2=zeros(k,(p+q)*k);
for i=1:k
    for j=1:(p+q)
        A2(i,j+(p+q)*(i-1))=1;
    end
end
A=[ zeros(k,(n-k)*k) A2 zeros(k,((n+1)*(n/2)+(n-1)*k))
    zeros((p+q)*k,(n-k)*k) -eye((p+q)*k,(p+q)*k) zeros((p+q)*k,((n+1)*(n/2)+(n-1)*k))];
ra=[ ones(1,k) zeros(1,(p+q)*k)]' ;
warning off
[PART, LHF, EF,OUTPUT,LAMBDA,GRAD,HESSIAN]= fmincon('factor_ukn_garch_like', startVEC, A , ra,
[ ], [ ],[ ],[ ],[ ],options, data, p , q, k);
warning on

```

Rotina factor_ukn_garch_like:

```

function [LH]= factor_ukn1a_garch_like(VEC,erro1,p,q,k);
% Calcula o valor da função de verossimilhança
LH=0;
[T n]=size(erro1);
erro=[zeros(p,n);erro1];
% #####
% Construir Parametros [g alfa beta VAR cte]
fs=reshape(VEC(2*k*q+k*(n-k)+((n+1)*(n/2))+1:2*k*q+k*(n-k)+((n+1)*(n/2))+(n-1)*k,1),(n-1),k);
go=VEC(1:k*(n-k));
g2=reshape(go,n-k,k);
f(:,1)=[1 fs(:,1)]';
if k>1
    for i=2:k
        f(:,i)=[fs(1:i-1,i)' 1 fs(i:n-1,i)]';
    end
end

```

```

end
g1=inv(f(1:k,1:k))'*[eye(k,k)-(f(k+1:n,:)'*g2)];
g=[g1' g2']';
alpbet=VEC(k*(n-k)+1:2*k*q+k*(n-k),1);
part=reshape(alpbet,2*p,k);
alp=reshape(part(1:p,:),p,k);
bet=reshape(part(p+1:2*p,:),p,k);
% Variancia
Da=VEC(2*k*q+k*(n-k)+1:2*k*q+k*(n-k)+((n+1)*(n/2)),1);
v=1;
for i=1:n
    for j=i:n
        VA(j,i)=Da(v,1);
        v=v+1;
    end
end
for j=1:k
    G(:,j)=g(:,j)*g(:,j)';
end
FA=(erro*f).^2;
% Construindo Verossimilhanca
HT=zeros(n,n,p+1);
ER=cov(erro);
for i=1:p
    HT(:,i)=ER;
end
for j=1:k
    for i=1:p
        FA(i,j)=f(:,j)'*ER*f(:,j);
    end
end
for i=p+1:T
    for h=1:p
        for j=1:k;
            HT(:,p+1)=HT(:,p+1)+G(:,j)*(((alp(h,j)))*(FA(i-h,j))+((bet(h,j)))*f(:,j)'*HT(:,p+1-h)*f(:,j)));
        end
    end
    HT(:,p+1)=HT(:,p+1)+VA'*VA ;
    LH=LH+(1/2)*log(det(HT(:,p+1)))+(1/2)*erro(i,:)*inv(HT(:,p+1))*erro(i,:);
    for i=1:p

```

```
    HT(:,i)=HT(:,i+1);  
    end  
    HT(:,p+1)=zeros(n,n,1);  
end  
LH=(LH/T)+((n/2)*log(2*pi));  
if isnan(LH)  
    LH=1e6;  
end
```

ÍNDICE DE AUTORES:

A	
Almeida.....	104
Anderson.....	42
Andrade.....	23, 63
Ang.....	64
Attanasio.....	12

B	
Baig.....	104
Bain.....	97
Barr.....	36
Baruch.....	10
Bauwens.....	73, 78, 100
Berndt.....	76
Bollerslev.....	69, 71, 93

C	
Campbell.....	10, 23, 25, 36, 47, 67
cointegração	
vetores.....	64
Corsetti.....	80, 81
Curthberston.....	7
Cuthberston.....	15, 16, 20, 65
Cuthbertson.....	36

D	
Doornik.....	29, 34

E	
Engle.....	69, 70, 71, 72, 73, 75, 76, 78, 84, 85, 87, 90, 93, 100

F	
Fama.....	10
Franses.....	69, 84

G	
Glosten.....	93
Goldfajn.....	97
Goldfjan.....	104
Gonzalo.....	8, 26, 29, 30, 47, 48, 61, 64

Granger.....	8, 10, 23, 24, 26, 29, 30, 33, 40, 41, 42, 47, 48, 61
--------------	---

H	
Haldrup.....	33
Hall.....	42, 76
Harvey.....	69, 104
Hausman.....	76
Hecq.....	27, 33
Hendry.....	23, 29, 34, 77
Hotta.....	104

I	
Isler.....	64

J	
Jaganathan.....	93
Johansen.....	24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 42, 47, 59, 64, 65
Juselius.....	26, 27, 30, 33, 34

K	
Karolyi.....	104
Kim.....	64
Kleibergen.....	27, 28, 29
Kozicki.....	71
Kraft.....	70
Kroner.....	70, 75, 76
Kwon.....	8, 47, 65

L	
Lanne.....	47, 50, 59, 61, 64, 65
Laurent.....	73, 78, 100
Lima.....	64
Lin.....	71, 77, 85, 114
Lo.....	10
Lopes.....	104
Lutkpohl.....	47
Luukonen.....	47

M	
Mackinlay.....	10

Maddala	64
Mankiw	19
McCallum	17, 18, 19, 67
McCulloch.....	8, 47, 65
Migon.....	104
Miron	19
Morais	104
Morgan.....	81, 83

N

Nelson	93
Ng.....	71, 78

P

Pagan.....	78
Palm	27, 33
Pereira	104
Pericoli	80, 81
Pesaran	27, 28
Piazzesi	64
Portugal.....	104

Q

Quintos.....	27, 28
--------------	--------

R

Rothschild	71, 78
Roumbouts	73, 78, 100

Ruiz.....	104
Runkle.....	93

S

Saikonen	47, 55
Samuelson.....	10
Sbracia	80, 81
Sheppard, K.	72, 75, 78, 84, 90, 93, 100
Sheppard, N.	104
Shiller.....	23, 25, 38, 47, 67
Shin	27, 28
Smith.....	27, 28
Souza.....	104
Swensen	24, 27, 29, 31, 32, 33, 64, 65

T

Tabak	23, 63, 64
Timmermann.....	12
Tse.....	71, 72, 90
Tsui	72, 90

U

Urbain	27, 33
--------------	--------

V

van Dijk	69
----------------	----

W

Wooldridge	90, 96
------------------	--------

ÍNDICE DE ASSUNTOS:

C

cointegração

análise.....	42
diagonalidade	34
estrutura a termo	25
existência.....	42
expectativas racionais.....	33
hipótese	66
metodologia.....	27, 47
metodologia tradicional.....	27
número de vetores	27
teste	27, 43, 47, 53, 55, 56, 61, 65, 67
teste	59
teste de hipóteses sobre os vetores	29
teste de Johansen	26, 27
vetores	42, 44, 52, 59, 65

componentes comuns

cointegração	8, 27
como estimar	35
dados americanos	48
modelo GARCH fatorial	77
teste de componentes comuns na volatilidade ..	71
teste de Gonzalo e Granger	47, 61
volatilidade	70, 104

contágio

como testar?	80
correlação	81, 104
crise argentina	106
crise asiática	104, 106
crise mexicana	106
crises brasileira	106
crises financeiras	8, 9, 80, 97, 106
crises russa	106
definição	80
evidência	106
quebra estrutural	105
versus interdependência	9, 80, 96

D

decomposição P-T

definição	29
diagonalidade	34
cointegração	34, 52
teste	53
diagonalidade em bloco	52
definição	33, 34
Tipo A	52
Tipo B.....	52

E

eficiência

como testar	7, 11
deficiência dos testes.....	11
definição	7, 10
forte	10
fraca.....	10
heterocedasticidade	12
hipótese	14, 15, 27, 54
hipótese adicional.....	7
modelo idealizado	11
prêmio de risco.....	11, 12
previsibilidade na média e variância	12
semi-forte	10
versão moderna	10
EMBI	81

estrutura a termo

cointegração	25, 33
dados brasileiros.....	35, 63
estudo	14, 35
modelo.....	15, 16
modelo básico.....	15
política monetária.....	17
prêmio de risco.....	15
spreads.....	15
teste	22
teste de hipóteses.....	25

expectativas racionais

hipótese	14, 22, 23, 27
modelo.....	33, 66
teste	24, 30, 55
teste empírico	54, 56, 61

G

GARCH

BEKK.....	69, 70, 71, 75, 77, 84, 85, 87, 88
CC	71, 85
DCC-E.....	78, 85
DCC-E-GJR	93, 94, 97, 100
DCC-TT	72, 73, 85, 86, 104
DCC-TT	78
fatorial	77, 89
IDCC-E	85
multivariado	69, 74, 75, 104
univariado.....	69, 70, 73, 77, 78

H

hipótese de expectativas

causalidade de Granger	24
cointegração	27, 42, 52, 54, 65
dados brasileiros.....	63, 67, 106
definição.....	8
equação básica.....	17, 19
literatura brasileira	23, 64
literatura internacional	67
metodologia VAR	24, 25

modelo simplificado	7
ortogonalidade	67
parte de um modelo macroeconômico	21
prêmio de risco	14
regressão linear	36, 40
rejeição	36
resultado do teste	38
resultado do teste	40
resultado do teste	40
resultado do teste	56
resultado do teste	66
resultado do teste	66
resultado do teste	66
significado da rejeição num teste	23

teste	8, 106
teste de Wald	25
teste exato	61, 66
testes tradicionais	22
vetores de cointegração	60

S

separabilidade

longo prazo	34
Parcial Tipo A	34
Parcial Tipo B	34, 53
teste de Wald	34