UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

**O SISTEMA DE MATRÍCULA ESCOLAR DE SÃO PAULO: UMA ABORDAGEM
À LUZ DA TEORIA DOS JOGOS**

Gustavo Andrey de Almeida Lopes Fernandes

Orientador(a): Profa. Dra. Marilda de Oliveira Sotomayor

SÃO PAULO

2007

Profa. Dra. Suely Vilela
Reitora da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Carlos Roberto Azzoni
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Joaquim José Martins Guilhoto
Chefe do Departamento de Economia

Prof. Dr. Dante Mendes Aldright
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Economia

GUSTAVO ANDREY DE ALMEIDA LOPES FERNANDES

**O SISTEMA DE MATRÍCULA ESCOLAR DE SÃO PAULO: UMA ABORDAGEM
À LUZ DA TEORIA DOS JOGOS**

**Dissertação apresentada ao Departamento de
Economia da Faculdade de Economia, Admi-
nistração e Contabilidade da Universidade de
São Paulo como requisito para a obtenção do
título de Mestre em Teoria Econômica.**

Orientador(a): Profa. Dra. Marilda de Oliveira Sotomayor

SÃO PAULO

2007

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Fernandes, Gustavo Andrey de Almeida Lopes

O sistema de matrícula escolar de São Paulo: uma abordagem à luz da teoria dos jogos / Gustavo Andrey de Almeida Lopes Fernandes. -- São Paulo, 2007.

135 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2007

Bibliografia.

1. Teoria dos jogos 2. Administração da educação I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade II. Título.

CDD – 519.92

À Deus, por tudo.

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos pais, Diogo e Nina, os grandes mestres da minha vida, pelo exemplo, pela dedicação irrestrita, e, sobretudo, por todo o amor, incomensurável.

Aos meus queridos irmãos, Guilherme e Ivan, meus maiores amigos, pelo eterno companheirismo, por todas as discussões e, principalmente, por todo o amor sincero.

À minha amada Miriam, minha Lindinha, companheira e estrela-guia, por fazer a vida ter sentido. Amor sem talvez...

À minha família, tios, primos, berço de carinho e ternura.

À minha orientadora, Marilda Sotomayor, pela sua dedicação e amizade. Para sempre, uma enorme admiração ao seu exemplo de amor ao conhecimento.

Aos professores Maurício Bugarin e Décio Kadota, pelas valiosas contribuições que deram para a elaboração deste trabalho.

Ao professor Denisard Alves, pela sua amizade, seu interesse e seu amor ao ensino. Ao grande mestre, minha eterna gratidão.

À Seu Hélio e Dona Suely, pelo apoio incondicional, sem o qual este trabalho seria impossível.

À Diretoria de Ensino Leste 2, em especial, à Thais e à Renata, que me possibilitaram entender o Sistema de Matrículas de São Paulo.

Aos amigos que fiz durante o curso, que tornaram minha vida muito mais alegre.

Á Dora, Erminda, Adriana, pelo auxílio durante todo o mestrado, seja como monitor, seja como aluno, e também, À Valéria e à Cida, pelo auxílio nas questões administrativas.

À Universidade de São Paulo, pelo apoio institucional.

**“Only the Young have such moments... One closes behind
one the little gate of mere boyishness – and enters an enchanted
garden. Its very shades glow with promise. Every turn of the path has
its seduction. And it isn’t because it is an undiscovered country. One
knows well enough that all mankind had streamed that way. It is the
charm of universal experience from which one expects an uncommon
or personal sensation – a bit of one’s own.**

**One goes on recognizing the landmarks of the predecessors,
excited, amused... Yes. One goes on. And the time, too, goes on –
till one perceives ahead a shadow-line warning one that the region
of early youth, too, must be left behind.”**

Joseph Conrad, *The Shadow Line*

RESUMO

Através da teoria de mercados de matchings de dois lados, este trabalho analisa o Sistema de Matrículas Escolares do Município de São Paulo. Em um primeiro momento, descrevemos detalhadamente o mercado de escolha escolar, um caso particular do “*College Admission Problem*”, demonstrando seus principais resultados. Em seguida, passamos ao estudo dos principais mecanismos de alocação existentes e o atualmente utilizado em São Paulo. Simulações são realizadas para corroborar os resultados teóricos. Finalmente, apresentamos sugestões de melhoria para o atual processo de matrículas, propondo, inclusive, a substituição do mecanismo existente.

ABSTRACT

Through the Theory of Two-Sided Matching Markets, this work is aimed at assessing the São Paulo Municipality Basic School Enrollment System. As a first effort, we describe the school choice problem, a special case of the “*College Admission Problem*”, demonstrating its main results. Next, we follow to the study of the main existing mechanisms of allocation as well as the one currently used in Sao Paulo. Simulations are used to corroborate the theoretical results. Finally, we present suggestions for the improvement of the current enrollment system, including the substitution of the existing mechanism.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	3
2 ESCOLHA ESCOLAR E O “COLLEGE ADMISSION PROBLEM”	7
2.1 A Escolha Escolar	7
2.2 Alunos e Escolas.....	8
2.3 O “College Admission Problem” Associado	12
2.4 Mecanismos de Alocação.....	14
2.4 Resultados Importantes	15
3 - A PROCURA PELO MELHOR MECANISMO	20
3.1 O Exemplo de Boston	20
3.2 Três Conceitos Fundamentais	26
3.3 Mecanismo Estável Ótimo para os Estudantes de Gale e Shapley.....	28
3.4 Top Trading Cycles	32
4 OUTRAS FORMAS DE MANIPULAÇÃO	39
4.1 Manipulação via capacidade.....	39
4.2 Manipulação via par pré-arranjado	43
4.3 Manipulação via Prioridades.....	46
5 O CASO DE SÃO PAULO	50
5.1 O Sistema de Ensino Público de São Paulo	50
5.2 A Evolução do Sistema de Matrículas de São Paulo	52
5.3 O Atual Mecanismo de São Paulo	53
5.4 Considerações sobre o atual mecanismo de São Paulo	57
6 SIMULAÇÃO DOS RESULTADOS	63
5.2 Primeira Simulação	65
5.3 Segunda Simulação.....	70
5.3 Comparação dos Resultados.....	75
7 CONCLUSÃO	77
8 BIBLIOGRAFIA	79
9 APÊNDICE	85

9.2 Descrição da Rede Pública de Ensino de São Paulo	85
9.3 Simulação	89
9.3.1 Simulação I.....	92
9.3.2 Simulação II	108

1 INTRODUÇÃO

O direito de escolha é um dos pilares da sociedade moderna, sendo fundamental para o funcionamento da Democracia. Ao escolher, cada indivíduo revela seus desejos e gostos, permitindo que decisões coletivas sejam realizadas, respeitando a individualidade de cada um.

Na área da educação, a democratização do acesso ao ensino tem sido um processo lento e gradativo. No caso norte-americano, por exemplo, apenas com a proibição da discriminação em função do gênero, cor ou origem, através do Ato dos Direitos Civis, em 1964, registrou-se um avanço substantivo em direção a uma educação pública igualitária. No Brasil, após a Abolição de Escravidão em 1888, o primeiro passo relevante para um ensino democrático foi observado na Constituição Federal de 1934, que definiu, em seu artigo 149, a educação “*como um direito de todos*”, devendo ser ministrada pela família e pelos Poderes Públicos. A Constituição de 1988, por sua vez, elevou educação a um direito social, sendo vedada qualquer forma de discriminação.

Os inúmeros esforços em busca de um ensino universalista derivam da importância da aprendizagem na definição do potencial de cada indivíduo. A educação é, sem dúvida alguma, o principal responsável pela formação do estoque de capital de cada agente econômico, o que, inevitavelmente, tem desdobramentos imediatos sobre sua produtividade e, por conseguinte, sobre sua remuneração. A democratização do ensino possui também um papel primordial ao permitir que a assimetria entre indivíduos seja um reflexo apenas das diferenças entre suas habilidades individuais e não uma consequência do acesso desigual ao ensino de qualidade. Ademais, a democratização da educação minimiza o impacto da herança nas diferenças salariais entre os agentes econômicos.

No entanto, apesar dos contínuos esforços pela democratização do acesso ao ensino, a opção de escolha em mecanismos de matrícula escolar é um fenômeno relativamente novo, tendo sido introduzido pioneiramente na rede pública de ensino de algumas cidades norte-americanas, em meados da década de 90.

A possibilidade da escolha escolar é uma resposta à falta de padronização do ensino público. A falta de homogeneidade cria preferências por parte dos alunos sobre cada uma das escolas da rede. A rigor, a própria localização geográfica de cada instituição levaria

inevitavelmente aos discentes possuírem diferentes preferências sobre as unidades de ensino. Em via de regra, uma escola próxima é preferível à outra instituição mais distante. Entretanto, fatores como qualidade do corpo docente, infra-estrutura, entre outros, também induzem diferenças de atratividade. Nesse sentido, existem barreiras adicionais ao livre acesso ao ensino.

De modo geral, a escolha escolar é uma questão ampla, envolvendo um amplo leque de fatores como, por exemplo, preferências sobre o método de ensino utilizado e o próprio horário de aulas. No entanto, entre todos os determinantes, um ponto fundamental, que circunscreve as possibilidades de escolha escolar, é o local de residência do aluno. Ao optar por viver em uma determinada localidade, nos custos de moradia está implícito o preço pago pela infra-estrutura local e, conseqüentemente, a qualidade das escolas da região. Um sinal deste fenômeno é a forte correlação entre bairros mais abastados e as melhores instituições de ensino, conforme é documentado nos Estados Unidos por Hoxby (2003). Logo, é evidente que o grau de liberdade para decidir onde estudar está intimamente ligado ao nível de renda do estudante, decisivo na decisão sobre moradia.

A introdução de mecanismos de escolha no processo de admissão na rede de ensino público é uma forma de democratização do acesso à escola, pois minora o papel da residência e, em última instância, a importância da renda. Isto permite que famílias menos abastadas também tenham sua individualidade respeitada, através do direito à escolha, antes restrito a indivíduos com maior poder aquisitivo.

A introdução da escolha no processo de matrículas, entretanto, não ocorre sem obstáculos. A enorme dimensão da rede pública de ensino cria a necessidade do desenvolvimento de mecanismos sofisticados, capazes de incorporar simultaneamente as prioridades dos alunos sobre as vagas disponibilizadas pelo Poder Público bem como a preferência dos próprios alunos sobre as escolas. Abdulkadiroglu e Sömmez (2003) foram pioneiros no estudo de tais mecanismos, à luz da teoria dos jogos. Até então, os procedimentos utilizados, como o mecanismo de Boston, eram ineficientes e injustos, abrindo espaço para a manipulação e para o favorecimento. De fato, um caso clássico relatado na literatura econômica é o aparecimento de alunos com comportamento estratégico, hábeis o suficiente para lograr no processo de matrícula um resultado superior ao dos demais alunos (Pathak e Sönmez, 2006).

Diante de tais obstáculos, o uso apropriado de instrumentos de teoria dos jogos permite um maior entendimento do processo alocativo existente na questão das matrículas escolares, levando ao desenvolvimento de procedimentos superiores como o mecanismo de Gale e Shapley e o de Ciclos de Troca Prioritários de Gale. Este aprimoramento desemboca no surgimento de mecanismos a prova de manipulação, com maior eficiência, permitindo o desenho ótimo de mecanismos de alocação de alunos em escolas públicas. Isto já ocorreu com sucesso em importantes cidades dos Estados Unidos como Boston e Nova Iorque.

No Brasil, a introdução da escolha no âmbito da rede pública é relativamente recente. De fato, a opção pelo estabelecimento de ensino é ainda, sobretudo, um subproduto da decisão de habitação, o que acaba cerceando o direito à escolha de uma parcela significativa da população, cuja renda diminuta reduz consideravelmente o leque de alternativas.

No caso específico do município de São Paulo, o processo de escolha é subdividido em duas grandes etapas: a passagem do Ensino Infantil para o Fundamental e deste último para o Ensino Médio. Em ambas as etapas, os procedimentos utilizados são passíveis de manipulação. Além disto, as preferências dos alunos desempenham algum papel apenas no ingresso no Ensino Médio, impossibilitando qualquer forma de expressão do direito de escolha para a grande maioria das famílias paulistanas.

Destarte, o objetivo principal deste trabalho é avaliar o processo de matrículas na Rede Pública de Ensino da Capital Bandeirante, denominado Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo, à luz da Teoria dos Jogos, propondo, inclusive, mecanismos alternativos. Para isto, este trabalho é dividido em cinco partes, além desta introdução. Em um primeiro momento, buscar-se-á modelar o problema da escolha escolar à luz da teoria dos jogos, visando encontrar alguns resultados úteis, a fim de caracterizar o mercado. Em seguida, comparar-se-ão os diversos algoritmos propostos na literatura, avaliando as alocações obtidas sob o ponto de vista do bem estar econômico bem como do comportamento estratégico de alunos e escolas. Na terceira seção, introduziremos algumas estratégias de manipulação recém formalizadas na literatura, bem como formas de manipulação sofisticadas, encontradas em mercados como o de São Paulo. Na quarta, estudaremos o Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo, avaliando a necessidade ou não do

desenho de um novo mecanismo. Finalmente, na quinta seção, avaliaremos os resultados teóricos obtidos através da simulação do processo de matrícula em São Paulo, fornecendo insumos para o aprimoramento do sistema.

2 ESCOLHA ESCOLAR E O “*COLLEGE ADMISSION PROBLEM*”

2.1 A Escolha Escolar

O direito à escolha é um princípio básico da democracia, sem o qual seu funcionamento é impossível, estando inegavelmente associado a um grau maior de bem estar dos agentes econômicos. É nesse contexto que a escolha escolar surge como um ponto fundamental para um ensino público de melhor qualidade, uma vez que, alunos alocados em escolas de maior preferência possuem uma maior motivação para estudar. Tal estímulo é um elemento importante para o cumprimento satisfatório de suas obrigações, gerando um impacto positivo imediato em seu desempenho.

A questão da escolha escolar aproxima-se muito do problema da admissão em faculdades, o “*College Admission Problem*”, introduzido no artigo seminal de 1962 de Gale e Shapley e amplamente estudado na literatura. O problema do ingresso no Ensino Superior é também um exemplo típico de mercados de dois lados, coexistindo dois grupos de participantes disjuntos: de um lado um conjunto de alunos, procurando uma vaga em uma instituição, e de outro, um conjunto de unidades de ensino ofertando um determinado número de vagas.

No entanto, embora as semelhanças sejam muitas, um detalhe particular ao problema da escolha escolar o torna substancialmente diferente. Os estabelecimentos de ensino no “*College Admission Problem*” são agentes possuidores de preferências sobre os alunos. Já no problema escolar, as instituições são meramente bens públicos a serem consumidos. Para ver com maior clareza esta diferença basta observar que o Ensino Superior é ainda visto majoritariamente como uma opção individual do aluno, enquanto que os níveis inferiores são considerados obrigatórios, sendo, inclusive, dever do Poder Público garantir a universalização do seu acesso.

Esta organização do sistema em Ensino Infantil, Fundamental e Médio implica que as escolas, ao contrário do “*College Admission Problem*”, não possuem preferências sobre os

alunos. Tais instituições são, na verdade, dotadas de prioridades sobre o corpo discente, definidas pela legislação local, de acordo com o Princípio da Universalidade do Ensino.

Essa diferença de valoração social, como será visto detalhadamente, acarreta importantes conseqüências. Por exemplo, devido ao fato de apenas os alunos possuírem preferências, depreende-se que são eles os únicos a poderem desempenhar alguma forma de comportamento estratégico¹. Além disto, em decorrência novamente do fato de que educação é um direito social, dever do Poder Público, não há, logicamente, nenhum aluno que seja considerado inadmissível pelas escolas.

Não obstante, a despeito da diferença entre o conceito de preferências e de prioridades, determinando limites rígidos para a ação estratégica, é fundamental realçar que, conforme explicitado por Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003), do ponto de vista matemático, a modelagem dos mercados cooperativos, usada em ambos os casos, é bem similar, possibilitando traçar paralelos com inúmeros resultados interessantes.

2.2 Alunos e Escolas

Formalmente, o problema da alocação de alunos e escolas é composto por dois conjuntos disjuntos e finitos de participantes I e S : $I = \{i_1, \dots, i_n\}$ é o conjunto dos alunos e $S = \{s_1, \dots, s_m\}$ é o conjunto das escolas. Associado às instituições de ensino, há um vetor de capacidade $Q = (q_1, \dots, q_m)$ que descreve quantas vagas existem em cada uma delas. Assume-se que o aluno $i \in I$ possui uma relação de preferência completa e transitiva R_i sobre $S \cup i$, onde i significa não ser alocado em nenhuma escola em S . Seja $\mathfrak{R}_i$ a classe de todas as preferências para o aluno i . Por sua vez, para cada aluno i , seja P_i a relação de preferências estrita associada a R_i . Desta forma, para o conjunto de alunos, $P_I = (P(i_1), \dots, P(i_n))$ é um perfil de preferências.

De modo geral, adota-se nomenclatura similar à qualquer mercado de dois lados, ou seja, para um aluno i , $P(i) = s_1, s_2, s_4, \dots, s_j, i, s_{j+1}, \dots, s_m$ significa que a instituição s_1 é preferida a s_2 e assim sucessivamente até s_m . Contudo, o aluno i prefere ficar sem escola a

aceitar uma vaga na instituição s_{j+1} . Toda instituição em que ele aceita estudar é dita ser aceitável.

Por sua vez, as instituições possuem prioridades completas, transitivas e estritas sobre os alunos, definidas de acordo com a legislação. Naturalmente, as escolas têm prioridades sobre grupos aceitáveis de alunos, isto é, grupos de alunos que não excedam suas capacidades. Assume-se que tais prioridades são *sensíveis às prioridades individuais*, ou seja, as prioridades sobre grupos são correspondentes às prioridades sobre os alunos. Intuitivamente, considera-se que a prioridade sobre os grupos é uma extensão da prioridade sobre os indivíduos. Essa hipótese é natural no contexto do Ensino Público. Por exemplo, dada uma classe de alunos em que há uma vaga ociosa, postula-se que a escola irá preferir para completar a turma, justamente aquele aluno o qual considera mais prioritário, conforme definido pela legislação. No caso simplificado onde apenas a distância entre residência e escola importa para a definição do ordenamento do corpo discente, o conjunto de alunos prioritário será sempre aquele formado pelos que estão mais próximos da instituição. Formalmente, para uma escola $s_j \in S$ com capacidade q_j

Definição 1: A relação de prioridade $P^*(s_j)$ sobre grupos aceitáveis de alunos é sensível (em relação às prioridades $P(s_j)$ sobre os alunos individualmente) se, e somente se, para qualquer $I' \subset I$ com $i, i' \notin I', |I'| < q_j$, tem-se que $i \cup I' P^*_{s_j} i' \cup I' \Leftrightarrow i P_{s_j} i'$.

Logo, o ranking de um aluno é independente de seus colegas e qualquer conjunto de alunos que exceda a capacidade da escola é inaceitável. Do ponto de vista prático, isto significa que todo estabelecimento de ensino possui um limite superior para sua capacidade. Ainda que classes superlotadas sejam uma constante no cotidiano do Ensino Público brasileiro, há naturalmente um ponto de saturação, intransponível para qualquer instituição.

Assume-se que, tanto as preferências dos alunos como as prioridades das escolas, são relações estritas. Consoante discussão colocada por Roth e Sotomayor (1990), a asserção da

¹ Existem, no entanto, algumas situações em que as escolas podem ter comportamento estratégico, através da manipulação de suas capacidades, que será objeto de análise no Capítulo 4.

existência de relações estritas é na verdade o reconhecimento de um grau relativamente alto de informação entre os participantes do mercado. No caso da escolha de ensino tal hipótese não se mostra demasiadamente restritiva, dado que a relação entre instituições de ensino e alunos é próxima. Este canal de comunicação entre estudante e escola é bidirecional.

Primeiramente, em decorrência da Rede de Ensino Público atender justamente à fase da infância e adolescência do aluno, quando as possibilidades de locomoção são menores e a necessidade de socialização dentro da comunidade é maior, a escola mais desejada está, em via de regra, localizada no bairro ou nos arredores da residência do aluno. Desta forma, o custo para o aluno ou mesmo o responsável se informar sobre as condições do estabelecimento são baixos: basta um pequeno deslocamento. Em segundo lugar, a divisão administrativa da Rede Pública paulistana é distrital. A cidade de São Paulo, por exemplo, é dividida em microrregiões, cada uma possuindo uma autarquia responsável pela gestão de suas unidades de ensino. Com isto, o acesso às informações é facilitado, pois tanto a administração quanto os alunos da Rede Pública estão relativamente próximos.

Em função do princípio constitucional do acesso universal à educação, impõe-se adicionalmente que o número das vagas disponibilizadas deve ser maior ou igual ao número de alunos. Ou seja,

$$\sum_{j=1}^m q_j \geq |I| \quad (I)$$

Isto posto, pode-se definir o problema de escolha escolar por (I, S, P_I, P_S, Q) , que especifica os conjuntos de alunos e de escolas, o respectivo perfil de preferências dos discentes, as prioridades das instituições, e, finalmente, o vetor de capacidades das instituições. Desta forma, o mercado pode ser sucintamente descrito pela terna (P_I, P_S, Q) .

Seja $\mathcal{E} \equiv \prod \mathcal{R}_I \times \mathcal{T}_S \times \mathbb{N}^m$ a classe de todos esses problemas escolares.

Um resultado do problema da escolha escolar é um conjunto de alocações entre os alunos e as instituições ou simplesmente um matching. Para um dado problema escolar (P_I, P_S, Q) , seja $\mathcal{M}$ o conjunto de todos os matchings. Formalmente:

Definição 2: Um matching μ é um mapeamento do conjunto $I \cup S$ sobre o conjunto de famílias não ordenadas de elementos de $I \cup S$ tal que²:

1. $|\mu(i)|=1$ para cada aluno i e $\mu(i)=i$ se $\mu(i) \notin S$;
2. $|\mu(s_j)|=q_j$ para cada instituição de ensino s_j , e se o número de alunos em $\mu(s_j)$ é r , tal que $r < q_j$, então $\mu(s_j)$ possui $q_j - r$ cópias de s_j ;
3. $\mu(i) = s_j$ se e somente se i está em $\mu(s_j)$

Seguindo Balinski e Sönmez (1999) e Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003), um conceito central no problema de escolha escolar é a ausência de inveja justificada. Em linhas gerais, um matching possui inveja justificada se há, no mínimo, um par, composto por um aluno e uma escola que o estudante no par prefere àquela em que está alocado e, simultaneamente, esta mesma instituição possui uma vaga não preenchida ou um aluno com menor prioridade do que ele. De certa forma, o nome atribuído a este conceito é caricatural, pois define a situação em que um aluno possui inveja de outro estudante que possui a vaga querida, sentimento esse justificado pela sua maior prioridade que, no entanto, não prevaleceu. Naturalmente, um matching também é injusto se há algum aluno alocado em um estabelecimento considerado pelo discente não aceitável.

É importante notar que o conceito de inveja justificada corresponde à noção de estabilidade por pares, presente no “*College Admission Problem*” e em outros tipos de mercado “*one-to-one*” e “*many-to-one*”, aplicada ao contexto do problema da escolha escolar. Formalmente:

Definição 3: Um matching μ é instável se existe um par $(i, s) \in I \times S$ tal que:

1. $\mu(i) = s$ e $i P_i s$, ou;
2. $s P_i \mu(i)$ e $i P_s \hat{i}$ com $\hat{i} \in \mu(s)$.

² Tal definição segue Roth e Sotomayor (1990).

se existe $(i, s) \in I \times S$ que satisfaz 2, então, (i, s) é dito ser um par bloqueante.

Logicamente, um matching também pode ser bloqueado por um grupo de alunos e escolas. No entanto, para o propósito de se estudar matchings estáveis, basta apenas analisar a estabilidade por pares. Este resultado é garantido por Roth (1985) que demonstrou a equivalência entre a estabilidade por grupos e a estabilidade por pares no modelo do “*College Admission Problem*”. Em consequência disto, não é necessário conhecer as preferências sobre grupos de indivíduos.

Além disto, define-se também o conceito de alocação ótima para os estudantes para o mercado de instituições e alunos.

Definição 4: O matching estável μ^I é o matching estável ótimo para os estudantes se, todo o estudante o prefere fracamente a qualquer matching estável. A alocação estável ótima para as instituições μ^S é definida de forma simétrica.

Imediatamente, μ^I é o matching sem inveja justificada ótimo para os estudantes e μ^S é o matching sem inveja justificada ótimo para as escolas.

Finalmente, temos o critério de Pareto Eficiência para o problema escolar.

Definição 5: Um matching μ é Pareto Eficiente para os estudantes se não existe um matching η tal que todo aluno prefere fracamente η a μ e, pelo menos um estudante, prefere a unidade de ensino em que estuda em η à sua escola em μ .

2.3 O “*College Admission Problem*” Associado

O Problema de Admissão às Faculdades (Gale e Shapley) consiste em um conjunto de alunos $I = \{i_1, \dots, i_n\}$, um conjunto de faculdades $S = \{s_1, \dots, s_m\}$, um vetor de capacidade $Q = (q_1, \dots, q_m)$. Para cada aluno $i \in I$, existe uma relação de preferência completa e transitiva R_i sobre $S \cup \{i\}$. Novamente, seja $P_I = \{P(i_1), \dots, P(i_n)\}$ o perfil de preferências

estritas associado. Além disto, para as faculdades, considere agora o perfil de preferências estritas sobre conjuntos unitários de alunos $\prec_S = \{\prec_{s_1}, \dots, \prec_{s_m}\}$. As preferências sobre conjuntos não unitários são também assumidas serem *sensíveis* às preferências sobre os alunos individualmente. Desta forma, a terna $(P_I, \prec_S, Q)$ define o chamado “*College Admission Problem*”.

Assim, para cada problema escolar (P_I, P_S, Q) , o “*College Admission Problem*” associado $(P_I, \succ_S, Q)$ é construído simplesmente considerando-se um dado perfil de prioridades das escolas como suas preferências. No intuito de facilitar a notação, usaremos doravante P_S para denotar as preferências das instituições $\succ_S$.

Antes de exibir resultados relevantes para o problema de admissão às escolas, é válido avaliar o grau de associação entre ambos os problemas. A rigor, prioridades e preferências podem ser consideradas objetos matematicamente idênticos, donde o modelo cooperativo para o problema da escolha escolar pode ser visto como um mero caso particular do “*College Admission Problem*”. No entanto, essa associação deixa de existir quando esses mercados são olhados como jogos estratégicos induzidos por mecanismos de alocação de estudantes às escolas. No “*College Admission Problem*” as unidades de ensino são agentes possuidores de preferências sobre os alunos, comportando-se estrategicamente. Já no problema da escolha escolar, as instituições são apenas bens públicos a serem consumidos, sendo os únicos agentes com comportamento estratégico.

Um outro modelo de admissão a instituições foi introduzido em Sotomayor (1996). Neste modelo, as preferências de uma instituição sobre os candidatos são determinadas por algum critério que pode ser, por exemplo, as médias ponderadas dos candidatos, de acordo com os pesos atribuídos pela dada instituição. Um aluno é aceitável para uma instituição se sua média ponderada for maior ou igual do que um dado valor. Este modelo foi inspirado num mercado real, decorrente do procedimento de admissão aos centros de pós-graduação em Economia no Brasil.

Dessa forma, do ponto de vista cooperativo, o modelo de Sotomayor é um “*College Admission Model*” e é, portanto, um modelo mais geral do que o modelo de escolha escolar que estamos considerando aqui. De fato, diferentemente do problema escolar, nem todos os candidatos são aceitáveis para uma instituição e o número total de vagas disponíveis pode ser menor do que o número total de candidatos.

Além disto, o tipo de critério que define as preferências (ou prioridades) das instituições não utiliza nenhuma informação oferecida pelos alunos, como é o caso das escolas da rede pública. As notas dos candidatos nos testes são informadas às instituições por uma central. Assim, embora as instituições não tenham comportamento estratégico nesse modelo, as possibilidades estratégicas dos estudantes no modelo de escolha escolar são maiores do que no modelo de Sotomayor.

2.4 Mecanismos de Alocação.

Um mecanismo de alocação $\varphi: \mathcal{E} \rightarrow \mathfrak{M}$ é uma função que seleciona um matching para cada problema de escolha escolar. Este mecanismo é dito ser estável se sempre seleciona uma alocação desprovida de inveja justificada. Analogamente, um mecanismo será Pareto Eficiente se sempre selecionar uma alocação Pareto Eficiente.

Restringir-nos-emos aos problemas escolares em que o conjunto de estudantes, o conjunto de instituições, com suas respectivas quotas e prioridades, são fixos. No entanto, os estudantes podem substituir suas preferências por qualquer perfil $\chi = [\chi(i_1), \dots, \chi(i_n)]$ ³. Desta forma, por uma questão de simplificação, escrevemos $\varphi(\chi)$ para denotar $\varphi(I, S, \chi_I, P_S, Q)$.

É preciso considerar que existem situações em que não é lucrativo para um dado agente revelar suas verdadeiras preferências. Desta forma, cada perfil χ de preferências reveladas constitui um conjunto de estratégias dos jogadores, produzindo um matching $\varphi(\chi)$. Concentrando a análise em um agente qualquer $k \in I \cup S$, seja $\chi(k)$ sua lista de preferências declarada e χ_{-k} as preferências reveladas dos demais. A estratégia de cada jogador consiste em uma lista de preferências reveladas. Com isto, define-se como uma estratégia dominante para o agente k , a estratégia $\chi^*(k)$ que é a melhor resposta para todos os possíveis conjuntos de estratégias χ_{-k} dos demais agentes. Naturalmente, há casos em que não existem estratégias dominantes.

³ A hipótese de que as escolas não agem estrategicamente no problema da escolha escolar pode ser relaxado caso as escolas sejam chamadas a revelar sua capacidade, como será visto adiante.

Definição 6: A estratégia $\chi^*(k)$ é uma estratégia dominante se $\varphi(\chi^*(k), \chi_{-k}) P_k \varphi(\chi(k), \chi_{-k})$, para todas as estratégias χ_{-k} dos demais jogadores, onde $\chi(k)$ é qualquer outra estratégia de k e χ_{-k} se refere a $\chi(i_1, \dots, i_{k-1}, i_{k+1}, \dots, i_n)$.

Um mecanismo φ é dito ser a prova de estratégias se ele torna declarar as verdadeiras preferências uma estratégia dominante para todos os jogadores.

2.4 Resultados Importantes

A grande semelhança entre o “*College Admission Problem*” e o problema da escolha escolar permite estender alguns importantes resultados para este último, bem como adequá-los quando necessário. Para a prova dos seguintes resultados já conhecidos e uma exposição detalhada sobre mercados de dois lados, vide Roth e Sotomayor (1990).

Teorema 1 (Gale e Shapley, 1962) *Um matching estável existe para cada mercado de admissão às faculdades.*

Uma consequência imediata é que em todo o problema de escolha escolar é possível encontrar um matching onde não haja inveja justificada.

Um resultado fundamental do “*College Admission Problem*” é a inexistência de um mecanismo à prova de estratégias para as instituições.

Teorema 2 (Roth, 1985) *No “College Admission Problem” não existe mecanismo estável em que revelar as verdadeiras preferências seja uma estratégia dominante para as instituições.*

Em outras palavras, independentemente do mecanismo estável utilizado, dizer a verdade não é uma estratégia dominante para pelo menos um participante do “*College*

Admission Problem”. Este resultado, ainda que fundamental, tem sua importância minorada pelo fato de haver mecanismos à prova de manipulação para os estudantes.

Teorema 3 (Dubins e Friedman, 1981) *Seja P uma estrutura de preferências e prioridades, respectivamente, de alunos e instituições. Seja P^* obtida de P , pela substituição de $P(i)$ por $P^*(i)$, para todo $i \in I'$, tal que $I' \subset I$. Então não existe nenhum matching estável para P^* , que seja preferido ao matching estável ótimo para todos os estudantes que fazem parte de I' .*

Este resultado reduz as consequências decorrentes da inexistência de um mecanismo à prova de manipulação para o “*College Admission Problem*” ao mostrar que dizer a verdade é uma estratégia dominante para ao menos uma das partes do mercado, justamente, os estudantes. De fato, em decorrência da ausência de comportamento estratégico por parte das escolas segue que:

Teorema 4: (Sotomayor, 1996) *No Problema de Escolha Escolar, o mecanismo que seleciona o matching estável ótimo para os estudantes é à prova de manipulação.*

A importância de um mecanismo à prova de estratégias é fundamental. Dado que revelar as verdadeiras preferências passa a ser a melhor alternativa, o mecanismo elimina a perda de bem-estar causada ao se tentar encontrar a melhor estratégia, simplificando o jogo. Conforme será ilustrado através da análise do problema escolar em Boston, Estados Unidos, um mecanismo manipulável pode prejudicar consideravelmente grande parte da população. Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Sönmez mostram que, no jogo induzido pelo mecanismo de Boston⁴, não só há a complicação da escolha da melhor estratégia pelos alunos, como também há a diferenciação do corpo discente em jogadores sofisticados e não sofisticados. Neste caso, o primeiro grupo logra obter vagas em escolas mais desejadas do que o segundo, que é composto pelos jogadores cuja estratégia é revelar a verdade. Este fato também é evidenciado por Pathak e Sönmez (2006) e Ergin e Sönmez (2006).

⁴ No próximo capítulo, a experiência de Boston será detalhada.

De qualquer forma, dado o caráter especial do problema da escolha escolar, onde as prioridades são definidas de acordo com a legislação, de forma a corroborar os interesses da sociedade, é natural supor que a adoção de um mecanismo que produz o matching ótimo para os alunos seja razoável. Tal mecanismo, se ainda à prova de manipulação, é ainda mais bem-vindo. Entretanto, a adoção de um mecanismo que produza o matching sem inveja justificada, ótimo para os alunos, implica a existência de um dilema. Caso adotado, necessariamente obter-se-á o pior resultado sem inveja justificada para as instituições e, por conseguinte, a alocação menos favorável sob o prisma das prioridades definidas pelo governo entre os estáveis.

Teorema 5 (Gale e Shapley, 1962) *O matching estável ótimo para um lado do mercado $(P_I, \succ_S, Q)$ é a pior alocação estável para o outro lado.*

Felizmente, este dilema não possui maiores conseqüências no problema da escolha escolar. Para ver isto, considere o seguinte exemplo, adaptado de Roth(1985a):

Exemplo 1: Considere o seguinte problema de escolha escolar, com três instituições $S = \{s_1, s_2, s_3\}$, quatro alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4\}$ e as, respectivas, preferências, prioridades e capacidades, sendo dadas por:

$$\begin{array}{ll} P(i_1) = s_3, s_1, s_2 & P(s_1) = i_1, i_2, i_3, i_4 \\ P(i_2) = s_2, s_1, s_3 & P(s_2) = i_1, i_2, i_3, i_4 \\ P(i_3) = s_1, s_3, s_2 & P(s_3) = i_3, i_1, i_2, i_4 \\ P(i_4) = s_1, s_2, s_3 & Q = (q_{i_1} = 2, q_2 = 1, q_3 = 1) \end{array}$$

O único matching sem inveja justificada é:

$$\mu(s_1) = \{i_3, i_4\}, \mu(s_2) = \{i_2\}, \mu(s_3) = \{i_1\}$$

Agora considere o seguinte matching:

$$\nu(s_1) = \{i_2, i_4\}, \nu(s_2) = \{i_1\}, \nu(s_3) = \{i_3\}$$

Repare que i_1 possui inveja justificada em ν uma vez que prefere s_1 a $\nu(i_1) = s_2$ e i_1 possui maior prioridade em s_1 do que i_2 ou i_4 . Porém, ν dá para s_2 e s_3 sua primeira escolha, sendo preferido também a μ por s_1 , supondo que as prioridades sobre grupos são sensíveis às prioridades sobre os alunos individualmente. Desta forma, embora μ seja o matching sem inveja justificada ótimo para as escolas, não é necessariamente o melhor para as instituições entre todos os matchings individualmente racionais. Isto é devido ao fato de que o matching ótimo para as escolas não é fracamente ótimo de Pareto para as instituições. Entretanto, conforme o Teorema 6, o matching ótimo para os estudantes é fracamente ótimo de Pareto para os alunos. Por conseguinte, a pena imposta pela adoção de um mecanismo favorável aos discentes não é demasiada conforme uma primeira análise poderia sugerir.

Teorema 6 (Roth,1985) *Quando as preferências são estritas, o matching estável ótimo para os estudantes é fracamente ótimo de Pareto para os alunos.*

Além disto, a opção por um mecanismo estável ótimo para os alunos também se embasa no simples fato de que alunos mais motivados tendem a obter um melhor desempenho. E logo, estudar em uma escola mais desejada é, sem dúvida alguma, um fator que aumenta a motivação dos estudantes. Em virtude disto, é razoável que em problemas escolares o mecanismo ótimo para os alunos seja sempre a melhor opção.

Outros dois resultados do “*College Admission Problem*” que possuem implicações imediatas sobre o problema escolar e relacionam-se com evasão escolar abordam a questão do preenchimento das vagas em certas unidades da rede pública. Não importa o mecanismo adotado, escolas que não são benquistas pelos estudantes não conseguirão preencher suas vagas. Estes resultados são enunciados nos dois teoremas abaixo:

Teorema 7 (Gale e Sotomayor, 1985b) *O Conjunto de estudantes admitidos e posições preenchidas são iguais em qualquer alocação estável.*

Teorema 8 (Roth, 1986) *Se uma instituição não completa sua cota em algum matching estável, receberá o mesmo conjunto de alunos em qualquer alocação estável.*

Portanto, caso uma instituição não consiga preencher todas as suas vagas em um matching sem inveja justificada, não o conseguirá em qualquer resultado sem inveja justificada. Logo, escolas com baixa aceitação pelos alunos fatalmente incorrerão em alta evasão escolar, levando no resultado de equilíbrio à existência de capacidade ociosa. Ademais, o conjunto de vagas não completadas é igual em qualquer matching justo. Esses dois teoremas implicam uma importante conclusão: para uma instituição completar suas vagas é necessário melhorar sua conceituação entre os alunos, quer investindo na qualidade de ensino, quer facilitando o seu acesso. Não importa o mecanismo de escolha adotado, uma escola que fica vazia ao longo do ano escolar, permanecerá sempre vazia, a não ser que se cometa injustiça com algum aluno.

3 A PROCURA PELO MELHOR MECANISMO

Um dos maiores desafios encontrados por economistas na atualidade está no desenho de mecanismos. Conforme revela o caso de Boston, o funcionamento de um mercado satisfatoriamente está intrinsecamente ligado à sua arquitetura, ao seu *modus operandi*. A opção por um procedimento deve ser calcada na observância de certas propriedades desejáveis, vez que, o mecanismo adotado inevitavelmente terá repercussões sobre o bem estar dos participantes do mercado.

3.1 O Exemplo de Boston

O problema escolar envolve apenas no caso paulistano mais de um milhão de indivíduos, o que torna a questão do desenho de mecanismos extremamente complexa e delicada. Conforme ilustrado por Roth (2002), a arquitetura de mercados torna imperativo um conhecimento detalhado sobre o mercado em questão. É preciso ser cauteloso e perfeccionista. Para isto, não basta apenas uma profunda análise teórica; muitas questões podem ser também solucionadas a partir da experiência histórica de mercados correlacionados.

No caso de problemas de escolha escolar, o mercado mais famoso na literatura é o de Boston, nos Estados Unidos⁵. Em 2005, o governo local implantou profundas mudanças no sistema de matrículas, adotando um mecanismo estável ótimo para os estudantes, inspirado no algoritmo de “Deferred Acceptance” de Gale e Shapley (1962). Este novo modelo suplementou o chamado mecanismo de Boston, cuja utilização determinava severas dificuldades para pais e alunos. A análise de tal procedimento fornece uma descrição pormenorizada de eventuais obstáculos a serem ultrapassados no desenho do problema escolar.

Com efeito, o mecanismo de Boston pertence à classe dos mecanismos prioritários, sendo ainda amplamente utilizado em diversas localidades nos Estados Unidos, como

⁵ Exemplos da vasta literatura sobre o mercado escolar de Boston podem ser encontrados em Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Sönmez (2005), Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Sönmez (2006), Chen e Sönmez (2006), Ergin e Sönmez (2006), Kojima (2006) entre outros.

Minneapolis e Seattle, por exemplo. Com exceção de algumas escolas especiais da rede pública de ensino, o processo de alocação dos alunos é feito de forma centralizada. Respeitando o calendário do hemisfério norte, em meados de setembro, alunos que irão ingressar no jardim de infância, primeira, sexta e nona séries⁶ submetem ao Comitê de Matrículas (“*Boston School Committee*”) um ranking de preferências das escolas. Estudantes nos anos intermediários continuam nas suas respectivas escolas, a não ser em caso de transferência requerida individualmente em decorrência de algum motivo pessoal.

Por sua vez, para metade das vagas de cada escola é organizado um ordenamento dos alunos decorrente dos seguintes critérios, dado que a cidade de Boston é dividida em três grandes zonas: Leste, Norte e Oeste.

- Alunos possuem um irmão na escola e vivem nas cercanias⁷ da instituição;
- Alunos possuem um irmão na escola (mas não estão nas cercanias);
- Alunos vivem nas cercanias e,
- Demais alunos do distrito.

Para a outra metade dos alunos, inicialmente são considerados os alunos com prioridade garantida, ou seja, já estudam na escola ou são oriundos de outra unidade considerada “alimentadora”. O ordenamento das prioridades em cada categoria é definido conforme uma loteria. Com isto, determinadas preferências, prioridades e número de vagas em cada escola, a alocação é determinada de acordo com o seguinte procedimento:

- *Etapas 1:* Na primeira etapa, apenas a primeira escolha dos alunos é considerada. Para cada escola, são considerados apenas os que a listaram como primeira opção, escolhendo-se os mais prioritários dentre estes. A etapa se encerra quando terminam as vagas ou não há mais alunos em consideração.

Em geral,

⁶ Sistema escolar em Boston se estende até o décimo segundo ano.

⁷ A chamada “walking-zone”, livremente traduzida como cercanias, é definida para o raio de 1,6 quilômetros de uma escola infantil, 2,4 quilômetros de uma escola de Ensino Fundamental e 3,2 quilômetros de uma unidade de Ensino Médio.

- *Etapa n*: Na n -ésima etapa, apenas a respectiva n -ésima escolha dos alunos é considerada. Para cada escola, são considerados apenas os que a listaram como n -ésima opção, escolhendo-se os mais prioritários dentre estes. A etapa se encerra quando terminam as vagas ou não há mais alunos em consideração.

O algoritmo termina na etapa n , quando todos os alunos já foram assinalados ou se os estudantes ainda sem vagas não possuem estabelecimento listado após a n -ésima escola de sua preferência. Para ilustrar o seu funcionamento, considere o seguinte exemplo⁸:

Exemplo 2: Considere o problema de escolha escolar, com três alunos $I = \{i_1, i_2, i_3\}$ e três escolas $S = \{s_1, s_2, s_3\}$. O perfil de preferências, de prioridades e o vetor de capacidades são:

$$P(i_1) = s_2, s_1, s_3$$

$$P(s_1) = i_2, i_1, i_3$$

$$P(i_2) = s_2, s_3, s_1$$

$$P(s_2) = i_3, i_2, i_1$$

$$P(i_3) = s_1, s_2, s_3$$

$$P(s_3) = i_2, i_3, i_1$$

$$Q = (q_1 = 1, q_2 = 1, q_3 = 1)$$

Etapa 1: Apenas as primeiras escolhas dos alunos são consideradas e aqueles com maior prioridade são alocados. Alunos i_1 e i_2 são considerados para a escola s_2 , com i_2 recebendo uma vaga. Aluno i_3 é considerado para a escola s_1 , sendo alocado. Estudante i_1 permanece sem vaga.

Etapa 2: Alunos restantes são considerados para as suas respectivas segundas escolhas. Como s_1 já completou sua cota de vagas, i_1 permanece sem vaga.

Etapa 3: Alunos restantes são considerados para as suas respectivas terceiras escolhas. Estudante i_1 é considerado para s_3 , recebendo uma vaga.

⁸ Exemplo adaptado de Pathak e Sönmez (2006).

Portanto, o resultado do mecanismo de Boston é:

$$\lambda(s_1) = \{i_3\}, \lambda(s_2) = \{i_2\}, \lambda(s_3) = \{i_1\}$$

Repare que o matching λ possui inveja justificada. Por exemplo, o aluno i_1 possui inveja justificada de i_3 , pois prefere s_1 a s_3 e é mais prioritário em s_1 do que i_3 . De fato, o único matching sem inveja justificada neste problema escolar é:

$$\mu(s_1) = \{i_1\}, \mu(s_2) = \{i_3\}, \mu(s_3) = \{i_2\}$$

Suponha agora que o estudante i_1 ao invés de revelar suas verdadeiras preferências $P(i_1) = s_2, s_1, s_3$, declare o seguinte perfil $\chi(i_1) = s_1, s_2, s_3$. Com isto, o procedimento será executado sobre $\chi = [\chi(i_1), P(i_2), P(i_3)]$, gerando a seguinte alocação:

$$\lambda'(s_1) = \{i_1\}, \lambda'(s_2) = \{i_2\}, \lambda'(s_3) = \{i_3\}$$

Imediatamente, verifica-se que $\lambda' P_{i_1} \lambda$, pois s_1 é preferível por i_1 a s_3 , gerando a seguinte conclusão.

Teorema 9 *O mecanismo de Boston não é à prova de manipulação.*

No exemplo 2, o aluno i_1 foi capaz de manipular o mecanismo em benefício próprio ao declarar uma lista de preferências diferente da sua verdadeira. Ao abrir mão de sua primeira opção, uma instituição com grande demanda, o estudante foi capaz de melhorar sua posição no resultado final. Uma das principais razões que explicam o fato do mecanismo de Boston ser manipulável reside justamente na baixa importância dada às prioridades. Um aluno que possui alta prioridade para uma escola s pode perdê-la para outro aluno menos prioritário caso a escola não esteja listada como sua escola predileta.

Como mostram Chen e Sönmez (2006), Ergin e Sönmez (2006), Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Sönmez (2006) e Pathak e Sönmez (2006), o problema da manipulação em Boston é substancial, sendo uma preocupação comum aos estudantes. Um dos sintomas deste problema é o aparecimento de regras de bolso para traçar a melhor estratégia, conforme mostra a citação abaixo de um grupo de pais, denominado de West Zone Parental Group, extraído de Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Sönmez⁹:

“One school choice strategy is to find a school you like that is under scribed and put it as a top choice, or, find a school that you like that is popular and put it as a first choice and find a school that is less popular for a safe second choice.”

Um subproduto da manipulação do mecanismo de Boston é a divisão dos alunos em jogadores sofisticados e jogadores sinceros. O primeiro grupo reconhece a existência de aspectos estratégicos no processo de alocação dos alunos e considera todas as possíveis listas de preferências sobre as escolas, inclusive a opção de não ser assinalado, como o espaço de suas possíveis estratégias. Já os alunos sinceros não estão cientes do jogo induzido pelo mecanismo de Boston, revelando sempre suas verdadeiras preferências. No intuito de melhor ilustrar este fenômeno, reconsidere o exemplo acima, supondo serem i_1 e i_2 alunos sofisticados e i_3 um estudante sincero. Para facilitar, associe às verdadeiras preferências dos discentes as seguintes utilidades:

	S1	S2	S3
U _{i1}	1	2	0
U _{i2}	0	2	1
U _{i3}	2	1	0

As estratégias possíveis para i_1 e i_2 são $\{s_1s_2s_3, s_1s_3s_2, s_2s_1s_3, s_2s_3s_1, s_3s_1s_2, s_3s_2s_1\}$ enquanto que i_3 sempre declara $P(i_3) = s_1, s_2, s_3$, resultando em um jogo $6 \times 6 \times 1$, a saber:

⁹ Trecho da minuta introdutória de um encontro de pais do West Zone Parent Group, de 27/10/2003. Para maiores detalhes e outras citações, vide Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Sönmez (2006), página 07.

	$S_1 S_2 S_3$	$S_1 S_3 S_2$	$S_2 S_1 S_3$	$S_2 S_3 S_1$	$S_3 S_1 S_2$	$S_3 S_2 S_1$
$S_1 S_2 S_3$	(0,0,1)	(0,0,1)	(1,2,0)	(1,2,0)	(1,1,1)	(1,1,1)
$S_1 S_3 S_2$	(0,0,1)	(0,0,1)	(1,2,0)	(1,2,0)	(1,1,1)	(1,1,1)
$S_2 S_1 S_3$	(2,0,0)	(2,0,0)	(0,2,2)	(0,2,2)	(2,1,2)	(2,1,2)
$S_2 S_3 S_1$	(2,0,0)	(2,0,0)	(0,2,2)	(0,2,2)	(2,1,2)	(2,1,2)
$S_3 S_1 S_2$	(0,0,1)	(0,0,1)	(0,2,2)	(0,2,2)	(0,2,2)	(0,2,2)
$S_3 S_2 S_1$	(0,0,1)	(0,0,1)	(0,2,2)	(0,2,2)	(0,2,2)	(0,2,2)

onde o jogador na linha é i_1 e o na coluna é i_2

Um perfil de estratégias é um Equilíbrio de Nash quando nenhum jogador pode melhorar seu resultado alterando-a, dado que as estratégias dos demais jogadores permaneçam as mesmas. Formalmente:

Definição 7: Em um problema escolar, um perfil de estratégias $\chi = [\chi(i_1), \dots, \chi(i_n)]$ é um equilíbrio estratégico se, para cada estudante $i \in I$, $\chi(i)$ é sua melhor resposta para as estratégias χ_{-i} dos demais alunos.

No jogo representado pela tabela de ganhos acima, existem quatro equilíbrios, todos em caracteres destacados, com ganhos de equilíbrio de (1,2,0) e um matching de equilíbrio dado por:

$$\lambda'(s_1) = \{i_1\}, \lambda'(s_2) = \{i_2\}, \lambda'(s_3) = \{i_3\}$$

Repare que o matching estável não é um equilíbrio no jogo induzido pelo mecanismo de Boston, o que é intuitivo, visto que ele não possui preocupação com a estabilidade. Além disto, embora o aluno i_1 seja indiferente entre μ e λ' , i_2 prefere estritamente λ' ao passo que i_3 prefere estritamente μ . Ou seja, o jogador sofisticado i_2 obtém um melhor resultado no matching de equilíbrio à custa do jogador sincero i_3 ¹⁰.

Não é difícil antever que uma proposta de mudança no mecanismo de alocação em uma localidade que utilize o procedimento de Boston encontre opositores em uma parcela de

¹⁰ Para uma generalização desse fenômeno no mecanismo de Boston, vide Pathak e Sönmez (2006).

alunos, pois mecanismos manipuláveis abrem espaço para ganhos decorrentes da manipulação pelos jogadores sofisticados.

3.2 Três Conceitos Fundamentais

A experiência do mecanismo de Boston mostra que a adoção de um procedimento centralizado impõe uma série de cuidados. Uma qualidade desejável de um mecanismo de alocação é não ser passível de manipulação. O jogo induzido por um procedimento manipulável abre espaço para diferenciação dos alunos em bons e maus jogadores. Isto do ponto de vista prático pode tornar a declaração de preferências um processo doloroso, com alto custo psicológico.

Além disto, em consonância com o princípio da alocação eficiente dos recursos escassos, espera-se de qualquer mecanismo de alocação a seleção de um matching em que não exista a possibilidade de melhorias unilaterais, sem ônus para terceiros. Em outras palavras, supõe-se que o procedimento produza alocações Pareto Eficientes.

Finalmente, um último critério não menos importante é a eliminação da inveja justificada. Conforme já explicitado, o equivalente a um matching com inveja justificada no “*College Admission Problem*” é um matching instável, ou seja, existe um par (s, i) tal que i prefere s à escola a qual foi assinalado, ao passo que s ainda não preencheu todas suas vagas ou recebeu outro aluno i' menos desejado do que i . Neste tipo de problema, é de se esperar que findo o processo alocativo, s e i entrem em acordo, ignorando o matching indicado pelo mecanismo. De fato, independentemente do tamanho do mercado, em um problema de admissão das faculdades, basta que os dois agentes envolvidos mantenham contato para a formação de um novo par, ignorando o mecanismo.

A importância da estabilidade para a durabilidade de mecanismos centralizados em diversos mercados organizados à semelhança do “*College Admission Problem*” foi investigada por Roth (2002). Dentre estes mercados, destaca-se na literatura o NRMP, “*National Resident Matching Program*”, o Programa Nacional de Matching de Residentes, cuja existência data de meados da década de 50, envolvendo a alocação de mais de 20.000 residentes em unidades hospitalares em diversas localidades do território norte-

americano.¹¹ Outros mercados de admissão importantes existem no Reino Unido, sendo em sua grande maioria ligados à alocação de médicos. A tabela I mostra a evidência empírica em favor da importância da estabilidade para o sucesso do mecanismo¹².

Tabela I: Mecanismos Centralizados Estáveis e Instáveis		
Mercado	Estável	Em uso
Mercados de Médicos nos EUA		
NRMP	sim	sim (nova arquitetura 98)
Medical Specialties	sim	sim
Mercados Médicos Regionais Britânicos		
Edinburgh (1969)	sim	sim
Cardiff	sim	sim
Birmingham	não	não
Edinburgh (1967)	não	não
Newcastle	não	não
Sheffield	não	não
Cambridge	não	sim
London Hospital	não	sim
Outros Mercados Médicos		
Dental Residencies	sim	sim
Osteopaths (antes 1994)	não	não
Osteopaths	sim	sim
Pharmacists	sim	sim
Outros Mercados		
Canadian Lawyears	sim	sim
Sororities	sim	sim

Porém, já no caso do problema escolar, é verdade que as escolas não possuem comportamento estratégico¹³. Pelas regras do mercado, não são, portanto, capazes de

¹¹ Para maiores detalhes vide Roth e Sotomayor (1990) e Roth e Peranson (1999).

¹² Contrariando esta conclusão, o mercado de admissão aos centros brasileiros de pós-graduação em Economia opera há dez anos produzindo matchings instáveis. A discussão desse fenômeno foge ao escopo desta dissertação e pode ser encontrado em Bardela e Sotomayor (2006)

contatar alunos e realizar acordos, contornando o matching. Não obstante, dependendo da legislação vigente, ao se estabelecer prioridades sobre os alunos, são também circunscritos os matchings possíveis. Em muitas situações, ao aluno com inveja justificada é permitido recorrer à justiça a fim de reclamar da violação de seus direitos de prioridade. No caso de um problema de escolha escolar, o bloqueio de um matching instável é feito pelo próprio aluno via trâmite legal. Em virtude disto, como forma de garantia de estabilidade jurídica do mecanismo de alocação é desejável que ele seja um mecanismo estável.

Desta maneira, é possível agora analisar as principais opções existentes na literatura de mecanismos de alocação para o problema escolar.

3.3 Mecanismo Estável Ótimo para os Estudantes de Gale e Shapley

É o mecanismo que usa o algoritmo “*Deferred Acceptance*”, de Gale e Shapley (1962), com os estudantes fazendo as ofertas. As prioridades das escolas são consideradas como preferências. Atualmente, seus dois maiores exemplos de utilização estão em Boston e no problema de alocação de residentes e hospitais, também nos Estados Unidos. Foi usado em 1997 no Brasil, para a alocação de economistas nos centros de pós-graduação em Economia. O mecanismo consiste em n etapas, a saber:

- *Etapa 1*: Cada estudante se candidata para sua primeira escolha. Cada escola tenta assinalar suas vagas para seus proponentes, um por vez, respeitando sua ordem de prioridade. Demais candidatos são rejeitados.

Em geral, na n -ésima etapa:

- *Etapa n* : Cada estudante rejeitado na etapa anterior se candidata para sua n -ésima escolha. Cada escola tenta assinalar suas vagas entre os seus proponentes e os que já estavam previamente assinalados, uma por vez, respeitando sua ordem de prioridade. Demais candidatos são rejeitados.

¹³ No estudo sobre novas formas de manipulação, será relaxada esta suposição ao se considerar que as escolas podem manipular via capacidades.

O algoritmo termina quando nenhuma proposta dos alunos é rejeitada e cada estudante é alocado em sua última tentativa. Para exemplificar o seu funcionamento, considere o exemplo do problema escolar de Boston:

Etapa 1: Alunos se candidatam para suas respectivas primeiras escolhas: alunos i_1 e i_2 propõe à escola s_2 , com i_2 recebendo provisoriamente uma vaga. Aluno i_3 propõe à escola s_1 , sendo temporariamente alocado.

Etapa 2: Aluno i_1 , rejeitado na primeira etapa, propõe à sua próxima opção s_1 , que o considera conjuntamente com i_3 . Devido à maior prioridade, s_1 rejeita i_3 , recebendo provisoriamente i_1 .

Etapa 3: Aluno i_3 , rejeitado na segunda etapa, propõe à sua próxima opção s_2 , que o considera conjuntamente com i_2 . Devido à maior prioridade, s_2 rejeita i_2 , recebendo provisoriamente i_3 .

Etapa 4: Aluno i_2 , rejeitado na terceira etapa, propõe à sua próxima opção s_3 , que ainda não havia recebido propostas, sendo aceito. Como não há mais estudantes se candidatando, o algoritmo termina.

s_1	s_2	s_3
i_1	i_3	i_2

O resultado produzido é justamente o único matching estável do problema:

$$\mu(s_1) = \{i_1\}, \mu(s_2) = \{i_3\}, \mu(s_3) = \{i_2\}$$

Para ver que o mecanismo de Gale e Shapley sempre produz um matching sem inveja justificada, suponha o contrário. Então existe um estudante i com inveja justificada, ou seja, i prefere s ao seu atual estabelecimento, s' . Em contra partida, há outro aluno i' com menor prioridade do que i em s ou s não preencheu todas as suas vagas. Contudo, se isto é verdadeiro, pelo algoritmo de Gale e Shapley, como $sP_i s'$, i se candidatou primeiramente a s e somente depois a s' , tendo sido rejeitado por s . Assim, tem-se que $i'P_s i$ no primeiro caso, ou $sP_{s'} i$, no segundo caso, contradição.

Ademais, a parte da não existência de inveja justificada, o matching obtido pelo mecanismo de Gale e Shapley é também ótimo para os alunos. A fim de verificar esse resultado, defina-se primeiramente como alcançável toda escola em que o aluno i recebe uma vaga em uma alocação sem inveja justificada. Logo, dada a suposição de preferências estritas, existe uma instituição favorita dentre as alcançáveis. Mostraremos que nenhum estudante é rejeitado no decorrer do algoritmo por uma escola alcançável. Assim, o matching produzido pelo algoritmo parecia cada estudante com sua instituição favorita dentre as alcançáveis e é, desta forma, o único matching sem inveja justificada ótimo para os estudantes. A demonstração é feita por indução.

Suponha ¹⁴ que, até uma dada etapa no algoritmo, nenhum aluno foi rejeitado por uma instituição alcançável. Nesta etapa, suponha que a escola s rejeite o aluno i em favor de outro estudante i' , o qual é provisoriamente acolhido. É fato que i' prefere s a qualquer outra escola, com exceção das que já o rejeitaram e logo, por indução, são inalcançáveis

¹⁴ Este resultado foi demonstrado primeiramente por Gale e Shapley (1962). Vide também Roth e Sotomayor (1990)

para ele. Devemos mostrar que s é inalcançável para i . Considere o matching hipotético ξ que pareie s e i , com todos os demais estudantes conseguindo uma vaga em um estabelecimento alcançável. Então, i prefere s à sua escola em ξ , onde há conseqüentemente inveja justificada causada pelo par (i, s) . Por conseguinte, não há matching sem inveja justificada em que i seja alocado em s . Logo, s é inalcançável para i , o que permite enunciar:

Teorema 10 (Gale e Shapley, 1962) *O mecanismo estável ótimo para os estudantes de Gale e Shapley produz o matching estável ótimo para os estudantes.*

Imediatamente, do teorema 3 e do teorema 10, tem-se o seguinte resultado.

Corolário 11 *Quando restrito ao modelo de escolha escolar, o mecanismo estável ótimo para os estudantes é não-manipulável.*

Portanto, o mecanismo de Gale e Shapley atende a duas condições *sine qua non*: ausência de inveja justificada e não manipulabilidade. No entanto, embora seja fracamente eficiente de Pareto, o mecanismo não é eficiente de Pareto. Para ver isto, observe as verdadeiras preferências dos alunos do exemplo 2, onde está destacada a escola em que cada aluno é alocado no matching sem inveja justificada:

$$P(i_1) = s_2, \boxed{s_1}, s_3 \quad P(i_2) = s_2, \boxed{s_3}, s_1 \quad P(i_3) = s_1, \boxed{s_2}, s_3$$

Claramente, i_1 e i_3 poderiam trocar suas vagas lucrativamente, sem causar nenhum ônus para o aluno i_2 , que permaneceria com a mesma vaga em s_3 . Contudo, dada às prioridades de s_2 , $P(s_2) = i_3, i_2, i_1$, no momento em que i_1 recebesse uma vaga nesta escola, i_2 passaria a ter inveja justificada. De fato, o matching sem inveja justificada μ é Pareto dominado pelo matching com inveja justificada ψ , tal que:

$$\psi(s_1) = \{i_3\}, \psi(s_2) = \{i_1\}, \psi(s_3) = \{i_2\}$$

Com esta ilustração, é possível perceber um custo inerente à ausência de inveja justificada, enunciado pelo seguinte teorema:

Teorema 12 *O mecanismo estável ótimo para os estudantes de Gale e Shapley não é um mecanismo Ótimo de Pareto para os alunos.*

3.4 Top Trading Cycles

O mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários ou *Top Trading Cycles* é devido a David Gale e foi apresentado pela primeira vez no artigo de Shapley e Scarf (1974), com o propósito de oferecer uma demonstração construtiva da não vaziez do núcleo de um mercado de casas. Foi primeiramente adaptado para o problema escolar por Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003).

Intuitivamente, o ponto de partida para o emprego do mecanismo no problema escolar é considerar a prioridade de um aluno em uma escola em relação aos demais como o direito de frequentá-la. Por exemplo, a maior prioridade de um aluno i em uma escola, face os outros estudantes é lida como o direito do primeiro conseguir uma vaga antes do que os demais. Desta forma, é possível organizar o problema escolar como um mercado de direitos a vagas à semelhança do mercado de casas.

Numa primeira etapa, são considerados apenas os discentes mais prioritários, que trocam entre si o direito que possuem sobre as vagas nas escolas, de acordo com suas preferências, retirando-se do mercado. Este procedimento é realizado sucessivamente, até que não exista mais nenhum aluno para ser alocado.

Mais precisamente, dada as listas de prioridades, preferências e capacidades das instituições, o mecanismo de *Top Trading Cycles* segue o seguinte procedimento:

- Etapa 1: Cada escola possui um contador de vagas, indicando o número de posições ainda não preenchidas. Na primeira etapa, o contador sinaliza a quantidade total de vagas. Cada aluno aponta para a sua escola predileta, dada a

sua lista de preferências anunciada. Por sua vez, cada unidade de ensino aponta para o estudante mais prioritário em sua lista. Como os conjuntos de alunos e escolas são finitos, há ao menos um ciclo. Cada participante do mercado pode fazer parte de apenas um ciclo. Cada estudante em um ciclo recebe uma vaga na escola para a qual apontou. Já para os estabelecimentos em um ciclo, seus respectivos contadores marcam uma vaga a menos. Se o contador indica zero, a escola é removida do mercado. Demais contadores permanecem inalterados.

Em geral,

- Etapa n : Cada aluno remanescente da etapa anterior aponta para a sua escola predileta ainda no mercado, dada sua lista de preferências anunciada. Por sua vez, cada unidade de ensino aponta para o estudante mais prioritário entre os remanescentes. Há ao menos um ciclo. Cada estudante em um ciclo recebe uma vaga na escola para a qual apontou. Já para as instituições pertencentes a um ciclo, seus respectivos contadores marcam uma vaga a menos. Se o contador indica zero, a escola é removida do mercado. Demais contadores permanecem inalterados.

Um ciclo é definido como um conjunto ordenado de escolas e alunos distintos, começando com uma escola e terminando com um estudante, alternadamente. Por exemplo, se a escola s_1 aponta para o aluno i_1 , que aponta para $s_2, \dots$, que aponta para i_n , que finalmente aponta para s_1 , temos um ciclo $(s_1, i_1, s_2, \dots, s_k, i_k)$.

O algoritmo termina quando todos os estudantes recebem uma vaga. Para ilustrá-lo, observe o exemplo abaixo:

Exemplo 3: Considere o seguinte problema escolar, com sete alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7\}$ e cinco escolas $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. O perfil de preferências, de prioridades e o vetor de capacidades são:

$$P(i_1) = s_2, s_1, s_5, s_3, s_4$$

$$P(i_2) = s_2, s_3, s_4, s_5, s_1$$

$$P(i_3) = s_1, s_3, s_2, s_5, s_3$$

$$P(i_4) = s_1, s_3, s_2, s_4, s_5$$

$$P(i_5) = s_1, s_4, s_5, s_3, s_2$$

$$P(i_6) = s_3, s_2, s_5, s_1, s_4$$

$$P(i_7) = s_5, s_3, s_2, s_1, s_4$$

$$P(s_1) = i_2, i_1, i_3, i_4, i_7, i_5, i_6$$

$$P(s_2) = i_3, i_4, i_7, i_5, i_6, i_2, i_1$$

$$P(s_3) = i_4, i_7, i_3, i_2, i_6, i_5, i_1$$

$$P(s_4) = i_6, i_2, i_4, i_3, i_5, i_7, i_1$$

$$P(s_5) = i_7, i_2, i_4, i_3, i_5, i_6, i_1$$

$$Q = (q_1 = 1, q_2 = 2, q_3 = 1, q_4 = 2, q_5 = 1)$$

Etapa 1: Contadores das escolas marcam suas capacidades. Alunos apontam para suas respectivas primeiras escolhas: estudantes i_1 e i_2 apontam para a escola s_2 , já i_3 , i_4 e i_5 apontam para a instituição s_1 , i_6 para s_3 e finalmente i_7 para s_5 . As escolas, por sua vez, apontam para os seus respectivos alunos mais prioritários: s_1 aponta para i_2 , s_2 para i_3 , s_3 para i_4 , s_4 para i_6 e s_5 para i_7 . Dois ciclos são formados: (s_5, i_7) e (s_1, i_2, s_2, i_3) . Contadores de vagas de s_1 , s_2 , e s_5 registram a redução em uma vaga. As instituições s_5 e s_1 se retiram do mercado enquanto i_2 , i_3 e i_7 recebem, respectivamente, uma vaga na escola apontada.

Etapa 2: Alunos remanescentes da primeira etapa apontam para suas respectivas primeiras escolhas dentre as escolas ainda restantes: estudante i_1 aponta para a escola s_2 , i_4 e i_6 apontam para a instituição s_3 e i_5 para s_4 . Simultaneamente, as escolas com vagas apontam para os seus respectivos alunos mais prioritários: s_2 e s_3 apontam para i_4 , ao passo que s_4 aponta para i_6 . Forma-se apenas um ciclo: (s_3, i_4) . Contador de vagas de s_3 registra a redução em uma vaga, levando a instituição se retirar do mercado. Aluno i_4 recebe uma vaga na escola.

Etapa 3: Alunos remanescentes da segunda etapa apontam para suas respectivas primeiras escolhas dentre as escolas ainda restantes: estudantes i_1 e i_6 apontam para a escola s_2 , i_5 para s_4 . Ao mesmo tempo, as escolas com vagas apontam para os seus

respectivos alunos mais prioritários: s_2 aponta para i_5 e s_4 para i_6 . Forma-se apenas um ciclo: (s_2, i_5, s_4, i_6) . Contadores de vagas de s_2 e s_4 registram respectivamente a redução em uma vaga, levando a instituição s_2 a se retirar do mercado. Alunos i_5 e i_6 recebem uma vaga nas unidades de ensino apontadas.

Etapa 4: Alunos remanescentes da terceira etapa apontam para suas respectivas primeiras escolhas dentre as escolas ainda restantes: estudantes i_1 aponta para a escola s_4 . Ao mesmo tempo, as escolas com vagas apontam para os seus respectivos alunos mais prioritários: s_4 aponta para i_1 . Forma-se apenas um ciclo: (s_4, i_1) . Não há mais alunos a serem alocados; o algoritmo termina.

Desta forma, tem-se a seguinte alocação:

$$\tau(s_1) = \{i_3\}, \tau(s_2) = \{i_2, i_6\}, \tau(s_3) = \{i_4\}, \tau(s_4) = \{i_5, i_1\}, \tau(s_5) = \{i_7\}$$

De imediato, note que a instituição s_1 recebe i_3 , o terceiro estudante na sua lista de prioridades. Entretanto, o seu segundo aluno mais prioritário, i_1 , a prefere em relação à escola em que foi alocado, s_5 , configurando-se uma situação de inveja justificada. Decorre um importante resultado negativo: nem toda alocação selecionada pelo TTC é desprovida de inveja justificada. Formalmente:

Teorema 13 *O mecanismo de Top Trading Cycles não é um mecanismo estável.*

No entanto, o TTC sempre seleciona uma alocação ótima de Pareto para os alunos e as instituições. Vamos mostrar a intuição deste resultado no que toca os alunos. Para as instituições, a idéia da demonstração é análoga. Desta forma, para ver o caso dos discentes, basta observar que qualquer aluno pertencente a um ciclo na primeira etapa recebe uma vaga em sua escola preferida. Não há como melhorar sua posição. Por outro lado, qualquer estudante que participe de um ciclo na segunda etapa, logra obter uma vaga na sua instituição preferida dentre as remanescentes no mercado. Não há, portanto, como melhorar sua posição sem piorar a situação de um aluno de um ciclo na primeira etapa. Por indução, conclui-se que não é possível melhorar a situação de nenhum indivíduo sem piorar a de alguém alocado numa etapa anterior do mecanismo. Por conseguinte:

Teorema 14 Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003) - *O mecanismo de Top Trading Cycles é um mecanismo Ótimo de Pareto.*

Ao contrário do mecanismo sem inveja justificada ótimo para os estudantes, o algoritmo de TTC sempre seleciona alocações ótimas de Pareto, esgotando qualquer possibilidade de melhora social. Entretanto, as alocações obtidas via TTC podem não dominar segundo Pareto os matchings obtidos via o mecanismo de Gale e Shapley. Isto

fica claro comparando as alocações selecionadas no exemplo 3 por ambos os procedimentos. O matching obtido pelo algoritmo de Gale e Shapley é:

$$\mu(s_1) = \{i_1\}, \mu(s_2) = \{i_3, i_6\}, \mu(s_3) = \{i_4\}, \mu(s_4) = \{i_5, i_2\}, \mu(s_5) = \{i_7\}$$

Conforme esperado, o TTC seleciona um matching com maior número de alunos com vagas dentre suas duas primeiras opções. Porém, como pode ser verificado, esta mesma alocação não domina segundo Pareto o resultado obtido via Gale e Shapley.

Teorema 15 *O matching selecionado pelo mecanismo de Top Trading Cycles pode não dominar segundo Pareto o matching obtido pelo mecanismo estável ótimo para os estudantes de Gale e Shapley*

Um outro resultado também fundamental do algoritmo é a impossibilidade de manipulação, cuja intuição é muito simples.

Teorema 16 Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003) *O mecanismo de Top Trading Cycles não é manipulável.*

Para esboçá-la, considere um aluno i que reporte suas verdadeiras preferências e participe de um ciclo apenas na n -ésima etapa. Pela descrição do algoritmo, sabe-se que o estudante apontou para a melhor escola disponível na etapa n . Naturalmente, todas as instituições preferíveis à apontada fatalmente participaram de ciclos em etapas anteriores, em que suas vagas foram alocadas. Como i entra num ciclo apenas na n -ésima etapa, todos os ciclos anteriores foram formados sem sua participação. Desta forma, declarar preferências distintas das verdadeiras não permite ao estudante alterar os ciclos de etapas anteriores, mais precisamente, permite apenas protelar a participação de i em um ciclo, piorando sua situação. Revelar a verdade é, portanto, uma estratégia dominante.

4 OUTRAS FORMAS DE MANIPULAÇÃO

Um mecanismo manipulável induz um jogo não cooperativo sobre o problema escolar, tornando a escolha da melhor estratégia uma decisão muito difícil, o que gera um grande ônus psicológico para os alunos, além de permitir o aparecimento de um grupo de jogadores sofisticados, induzindo desequilíbrios. O exemplo de Boston realça a importância da não manipulabilidade. Desta forma, os resultados dos teoremas 11 e 16, provando a não manipulabilidade dos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Troca Prioritários (TTC) são fundamentais.

No entanto, a investigação empírica de problemas escolares, como mostra Abdulkadiroğlu, Pathak e Roth (2005), Sonmez (1997b,1999) , indicou a existência de outras formas de manipulação originadas de jogos induzidos por mecanismos passíveis de apresentar outras formas de estratégia, que não via preferências. Mais precisamente, instituições podem manipular um mecanismo anunciando um número irreal para a sua quantidade de vagas ou pré-formando suas parcerias.

No primeiro caso, a despeito da impossibilidade de alteração nas prioridades, a escola pode declarar uma quantidade de vagas menor do que sua real capacidade, com o objetivo de obter um grupo de estudantes mais desejado. Já no segundo caso, um mecanismo pode ser passível de manipulação se uma escola e um aluno combinarem uma parceria fora do mercado.

Finalmente, caso as prioridades sejam definidas através de informações disponibilizadas pelos alunos, uma nova forma de manipulação ainda não explorada na literatura pode ser causada pela informação incorreta de um aluno.

4.1 Manipulação via capacidade

Uma diferença fundamental entre o “*College Admission Problem*” e o Problema da Escolha Escolar é o fato de que, neste segundo, as instituições de ensino não podem exprimir preferências, que são substituídas por perfis de prioridades dos alunos, definidas conforme normas colocadas pelo Poder Público. Isto tornaria as escolas meramente bens

públicos a serem consumidos, sem desempenhar algum comportamento estratégico. Contudo, um exame mais detalhado do problema escolar revela a existência de casos em que isto nem sempre será verdadeiro.

Em primeiro lugar, toda escola possui uma administração interna, submetida a alguma agência de controle. Ademais, localização, espaço físico disponível, entre outros fatores, compõe um leque de variáveis cujo conhecimento é comum. No entanto, no que tange ao número de vagas disponíveis, isto não é válido, pois tal montante depende da maneira como os recursos da instituição são utilizados. É bem verdade que existem regras, definidas pela administração pública, que indicam o número adequado de alunos para cada instituição. Porém, rearranjo das salas, diferentes formas de disposição do mobiliário, por exemplo, acabam determinando um intervalo de valores para a capacidade da escola. Com isto, podem surgir situações em que a instituição consegue obter um matching mais desejado, subestimando suas vagas.

Definição 8: Um mecanismo φ é *não-manipulável via capacidades* se, para todo $(P_I, P_S, Q) \in \varepsilon$, para todo $s \in S$ e para todo vetor de capacidades anunciada $Q' = (q'_s, q_{-s})$,
 $\varphi(P_I, P_S, Q)P_s \varphi(P_I, P_S, Q')$

O mecanismo de Gale e Shapley é passível de manipulação via capacidades.

Teorema 17 *Suponha que existem ao menos duas instituições e três alunos. Então, o mecanismo estável ótimo para os alunos de Gale e Shapley é manipulável via capacidades¹⁵.*

Demonstração: Considere um problema escolar com dois alunos $I = \{i_1, i_2, i_3\}$ e duas escolas $S = \{s_1, s_2\}$. Sejam seus perfis de preferências, prioridades e vetor de capacidades os seguintes:

¹⁵ Este Teorema é inspirado em Sönmez (1997b) que estendeu este resultado para todos os mecanismos estáveis.

$$P(i_1) = s_2, s_1$$

$$P(s_1) = \{i_1, i_2\}, \{i_1, i_3\}, \{i_1\}, \{i_2, i_3\}, \{i_2\}, \{i_3\}$$

$$P(i_2) = s_1, s_2$$

$$P(s_2) = \{i_2, i_3\}, \{i_1, i_3\}, \{i_3\}, \{i_1, i_2\}, \{i_2\}, \{i_1\}$$

$$P(i_3) = s_1, s_2$$

$$Q = (q_1 = 2, q_2 = 1)$$

Pelo mecanismo de Gale e Shapley, temos a seguinte alocação:

$$\varphi(P_I, P_S, Q)(s_1) = \{i_2, i_3\} \quad \varphi(P_I, P_S, Q)(s_2) = \{i_1\}$$

Porém, se s_1 declarar apenas uma vaga disponível, ou seja, $Q' = \{q_{s_1} = 1, q_{s_2} = 1\}$, teremos:

$$\varphi(P_I, P_S, Q')(s_1) = \{i_1\} \quad \varphi(P_I, P_S, Q')(s_2) = \{i_3\}$$

Repare que:

$$\varphi(P_I, P_S, Q')(s_1) = \{i_1\} P_{s_1} \varphi(P_I, P_S, Q)(s_1) = \{i_2, i_3\}$$

Portanto, φ é manipulável via capacidades.

●

Por outro lado, conforme demonstrado por Kesten (2006), a suposição da compatibilidade entre as preferências dos alunos e as prioridades das escolas garante a não manipulabilidade do mecanismo de TTC.

Definição 9: Os perfis de preferências e prioridades são compatíveis se, para todo $i \in I$ e para todo $s \in S$, $iP_s s$ se, e somente se, $sP_i i$.

A hipótese da compatibilidade entre as preferências e as prioridades implica que todos os alunos e escolas são aceitáveis entre si. No caso dos estudantes, o Princípio da Universalidade do Ensino garante que todo aluno é aceitável. No entanto, já no que tange às instituições, a compatibilidade é, sem dúvida alguma, uma condição forte. Isto implica, por exemplo, que nenhum estudante rejeita uma escola, independentemente da distância entre sua residência e a escola.

De qualquer maneira, a idéia da não manipulabilidade via capacidades do mecanismo de TTC se alicerça no fato de que, uma escola, ao subestimar sua capacidade, acaba inevitavelmente perdendo alunos. As etapas e as alocações no mecanismo de Ciclo de Trocas Prioritárias são idênticos para os mercados (P_I, P_S, Q) e (P_I, P_S, Q') até quando a última vaga anunciada de s é alocada.

Teorema 19 Kesten (2006) *Supondo preferências e prioridades compatíveis, o mecanismo de Ciclos de Trocas é a prova de estratégia via capacidades.*

É importante realçar que a manipulação via capacidades possui uma natureza de ordem distinta da manipulação das preferências reveladas. Em primeiro lugar, ao contrário das preferências, cujo perfil declarado pode ser completamente diferente do verdadeiro, no caso da capacidade das escolas, as possibilidades de subestimação são restritas, minorando suas conseqüências. Além disto, as quantidades de vagas subestimadas inevitavelmente são refletidas nas salas de aula, tornando este tipo de comportamento estratégico passível de identificação por parte das autoridades públicas, as quais podem censurar este tipo de conduta.

No Brasil, com a constituição em 2006 do Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação – FUNDEB, destinado ao financiamento da Educação Básica e à remuneração dos profissionais da área de educação, o custo da manipulação via capacidades aumentou sensivelmente para as instituições. Os recursos do fundo, consoante a Medida Provisória nº 339, de 28 de dezembro de 2006, são divididos proporcionalmente em função do número de alunos matriculados nas respectivas redes de Educação Básica, a partir de um valor mínimo por aluno, definido nacionalmente.

Conseqüentemente, caso uma escola anuncie um número de vagas subestimado, irá reduzir sua parcela.

Finalmente, resta um ponto de fundamental importância: a manipulação via capacidades não altera a estratégia dominante dos alunos nos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários, que é, justamente, revelar a verdade.¹⁶

4.2 Manipulação via par pré-arranjado

Um mecanismo é manipulável por pares pré-arranjados se existe uma instituição e um aluno que podem se beneficiar mutuamente através de um acordo fora do mecanismo¹⁷. Situações como esta são esperadas em mecanismos com inveja justificada, em que o aluno preterido tem um forte estímulo para contornar o mecanismo de alocação, buscando a admissão à sua instituição desejada via algum tipo de procedimento alternativo, como por exemplo, inscrição tardia. No “*College Admission Problem*”, por exemplo, onde alunos e instituições são agentes, a manipulação via par pré-arranjado é uma consequência natural da existência de pares bloqueantes. No entanto, como mostra a experiência do mercado de advogados canadenses, há também casos documentados de pares previamente combinados em mercados cujo mecanismo é estável¹⁸.

No Canadá, para que um estudante de Direito seja habilitado a exercer sua profissão, é preciso o cumprimento de um ano obrigatório de trabalho, a título de experiência. A fim de evitar o aparecimento de uma corrida pelas posições mais vantajosas e pelos melhores alunos, a Sociedade dos Advogados de Toronto criou, em 1986, um mecanismo de alocação centralizado, similar ao do NRMP, que seleciona um matching estável. Entretanto, a despeito da estabilidade, nos últimos anos, tem se registrado o aparecimento de um número crescente de casos de manipulação via pares pré-combinados. Em geral, muitos escritórios

¹⁶ A manipulação via capacidades é substancialmente mais importante em mercados híbridos, onde algumas escolas são autorizadas a ter preferências, como detalha Konishi e Unver (2006).

¹⁷ A introdução do conceito de manipulação via par pré-arranjado é uma contribuição de Sönmez (1999). Neste artigo, o autor também demonstra que, além dos casos em que há benefício mútuo, este tipo de manipulação pode também ocorrer em situações em que apenas a instituição se beneficia estritamente.

¹⁸ Vide Sönmez (1997b).

oferecem programas de estágio de curto prazo, nas férias de verão, após o segundo ano de graduação. Esses programas converteram-se em um caminho paralelo de entrada, uma vez que, muitos dos alunos acabam sendo contratados para o período de experiência, com base nesse estágio de curta duração, contornando, assim, o mecanismo centralizado da Sociedade dos Advogados.

Basicamente, a manipulação via par pré-combinado consiste na burla do procedimento de alocação. Em situações onde é indesejável ou ilegal não participar do mercado, ainda é possível que um par aluno-escola arranje previamente um matching. No problema de Admissão às Faculdades, basta que ambos se selecionem como primeira opção. Já no problema escolar, basta ao aluno listar uma instituição com baixa procura e assim que alocado, forçar a transferência para a escola arranjada.

Procedimentos de transferência são geralmente estipulados em todos os Problemas de Escolha Escolar, visando à adequação do matching dos alunos nas escolas ao dinamismo da população. Na Legislação Brasileira, eles são regulamentados pelo Inciso art. 24, II, da Lei Nº 9394, de 20 de dezembro de 1996, a chamada Lei de Diretrizes e Bases da Educação, reproduzido a seguir:

“Art. 24. A educação básica, nos níveis fundamental e médio, será organizada de acordo com as seguintes regras comuns:

I - a carga horária mínima anual será de oitocentas horas, distribuídas por um mínimo de duzentos dias de efetivo trabalho escolar, excluído o tempo reservado aos exames finais, quando houver;

II - a classificação em qualquer série ou etapa, exceto a primeira do ensino fundamental, pode ser feita:

a) por promoção, para alunos que cursaram, com aproveitamento, a série ou fase anterior, na própria escola;

b) por transferência, para candidatos procedentes de outras escolas;

c) independentemente de escolarização anterior, mediante avaliação feita pela escola, que defina o grau de desenvolvimento e experiência do candidato e permita sua inscrição na série ou etapa adequada, conforme regulamentação do respectivo sistema de ensino; ”

Desta forma, como cabe à escola de destino o julgamento da aptidão do estudante, é possível manipulação via par pré-arranjado. Formalmente:

Definição 10: Um mecanismo φ é *não-manipulável via par pré-arranjado* se, dado um problema de escolha escolar (P_I, P_S, Q) , não existe um par (i, s) , com $i \in I$, $s \in S$ tal que $sP_i\varphi((P_I, P_S, Q))(i)$ e $(\{i\} \cup \varphi(P_{I-\{i\}}, P_S, q_{-s}, q_s - 1)(s)P_s\varphi(P_I, P_S, Q)(s)$.

Não surpreendentemente, é impossível encontrar um mecanismo estável que não seja manipulável via par pré-arranjado.

Teorema 20 (Sönmez, 1999) *Não existe mecanismo de alocação que seja estável e não-manipulável via par pré-arranjado.*

Infelizmente, esse resultado se estende para todos os mecanismos que produzam alocações sem desperdício, isto é, em que não haja uma escola com vagas disponíveis e um aluno que prefira esta instituição àquela em que foi alocado. Formalmente:

Definição 11: Um mecanismo *sem desperdício* é tal que, dado o problema de escolha escolar (P_I, P_S, Q) não existe um par aluno-escola (i, s) não pareado tal que $|\varphi(P_I, P_S, Q)(s)| < q_s$ e $sP_i\varphi(P_I, P_S, Q)(i)$.

Teorema 21 (Kesten, 2006a) *Suponha que existe $s \in S$ tal que $|I| > q_s$. Então, qualquer mecanismo sem desperdício é vulnerável a manipulações via pares pré-arranjados.*

Observe que o mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários é um mecanismo sem desperdício. Para ver esse fato, suponha o contrário. Existe então, um par aluno-escola (i, s) não pareado tal que $|\varphi(P_i, P_s, Q)(s)| < q_s$ e $sP_i\varphi(P_i, P_s, Q)(i)$. Porém, se isso é verdade, do funcionamento do mecanismo de TTC, sabemos que uma escola somente se retira do mercado quando não possui mais vagas disponíveis. Por outro lado, o estudante i prefere a instituição s à escola em que foi alocado pelo mecanismo. Logo, i nunca formará um ciclo com $\varphi(P_i, P_s, Q)(i)$, o que é uma contradição.

Desta forma, em consequência dos Teoremas 20 e 21:

Corolário 22: *Os mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários são manipuláveis via pares pré-combinados.*

Portanto, as formas possíveis de se evitar a manipulação através de um par pré-arranjado ultrapassam os limites dos mecanismos de Gale e Shapley e TTC. Este tipo de comportamento só pode ser impedido através de instrumentos legais que desencorajem acordos prévios e através do estabelecimento de mecanismos que dificultem esse tipo de ação descentralizada.

4.3 Manipulação via Prioridades

Uma outra forma de manipulação ainda não explorada na literatura está ligada ao processo de formulação das prioridades. No caso de Boston, por exemplo, a distância entre a residência do aluno e a escola bem como a existência de um irmão já matriculado na instituição são os principais quesitos para a elaboração dos perfis de prioridade, as quais corresponderão ao verdadeiro ordenamento dos estudantes caso o conjunto de informações sobre os alunos seja de conhecimento das autoridades. No entanto, em muitos casos isto não é verdadeiro. A existência de registros precários sobre os alunos gera freqüentemente a necessidade de uma requisição periódica de tais informações.

Seja $\mathfrak{T}_s$ a classe de todos os perfis de prioridades possíveis. Vamos definir $\Delta_I = (\Delta(i_1), \dots, \Delta(i_n))$ como o vetor de informações associado ao conjunto dos alunos. Δ é o

conjunto de todos os vetores de informação. Estas informações qualificam os estudantes, sendo necessárias para definir seu ordenamento nas prioridades das escolas. Exemplos de dados utilizados recorrentemente são: local de residência, idade e número de irmãos. Assim, dada uma determinada norma legal e um conjunto finito de alunos, um perfil de prioridades para as escolas é determinado: $P_s = (P(s_1), \dots, P(s_m))$.

Definição 12: Ω é o mapeamento entre o vetor de informações dos alunos e $\mathfrak{S}_s$

$$\Omega: \Delta \rightarrow \mathfrak{S}_s$$

$$\Omega(\Delta_I) = P_s$$

Com isto, surge uma nova possibilidade de manipulação, pois dependendo da informação Δ_i disponibilizada pelo estudante, o processo gerador de prioridades Ω pode fornecer um perfil que beneficie o aluno.

Formalmente:

Definição 13: Um mecanismo φ é *não-manipulável* via prioridades se, para todo $(P_i, (\Delta_i, \Omega), Q) \in \mathcal{E}$, $i \in I$ e $\Delta_i^* \neq \Delta_i$, $\varphi(P_i, (\Delta_i, \Omega), Q)(i) \not\succeq \varphi(P_i, (\Delta_i^*, \Omega), Q)(i)$.

Infelizmente, nenhum dos mecanismos discutidos é a prova de manipulação via prioridades.

Teorema 23: *Os mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários são manipuláveis via prioridades.*

Demonstração: Considere um problema escolar com dois alunos $I = \{i_1, i_2\}$, duas escolas $S = \{s_1, s_2\}$ e o conjunto de informações associado Δ_I . Sejam seus perfis de preferências, prioridades e vetor de capacidades os seguintes:

$$P(i_1) = s_2, s_1$$

$$\Omega(\Delta_I)(s_1) \equiv P(s_1) = i_2, i_1$$

$$P(i_2) = s_2, s_1$$

$$\Omega(\Delta_I)(s_2) \equiv P(s_2) = i_2, i_1$$

$$Q = (q_1 = 1, q_2 = 1)$$

Pelos dois mecanismos, temos a seguinte alocação:

$$\varphi(P_I, (\Delta_I, \Omega), Q)(s_1) = \{i_1\} \quad \varphi(P_I, (\Delta_I, \Omega), Q)(s_2) = \{i_2\}$$

No entanto, se o estudante i_1 informa Δ_i^* e o perfil de prioridades passa a ser:

$$\Omega(\Delta_I^*)(s_1) \equiv P^*(s_1) = i_1, i_2$$

$$\Omega(\Delta_I^*)(s_2) \equiv P_I^*(s_2) = i_1, i_2$$

Então:

$$\varphi(P_I, (\Delta_I^*, \Omega), Q)(s_1) = \{i_2\} \quad \varphi(P_I, (\Delta_I^*, \Omega), Q)(s_2) = \{i_1\}$$

Repare que:

$$\varphi(P_I, (\Delta_I^*, \Omega), Q)(i_1) = \{s_1\} \quad \varphi(P_I, (\Delta_I^*, \Omega), Q)(i_1) = \{s_2\}$$

Logo, são manipuláveis.

●

Uma importante conclusão decorrente da manipulabilidade via prioridades dos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários é que a elaboração dos perfis de preferências deve ser um processo meticuloso. Dependendo do mercado em questão e do grau de informação das autoridades responsáveis pela confecção das listas de preferência, o uso de critérios de difícil verificação deve ser evitado. Além do mais, este

resultado é válido para qualquer tipo de mercado em que as prioridades sejam determinadas por um conjunto de informação solicitado junto à população.

Um exemplo é o mercado de atendimentos médicos na rede pública de saúde. Cada paciente possui preferências sobre as clínicas médicas que, por sua vez, possuem prioridades sobre os indivíduos, formadas a partir das informações prestadas. Geralmente, existe uma central, que a partir das vagas disponíveis e dos perfis de preferência e prioridade, produz um matching, organizando a fila do atendimento. Dependendo das informações prestadas à rede pública de saúde, é possível manipular o mecanismo alocativo, a fim de conseguir um atendimento em uma clínica de maior preferência.

De qualquer forma, em muitos países com um menor grau de desenvolvimento, informações simples, como, por exemplo, a exata residência de um indivíduo é algo cujo controle escapa do Poder Público. Portanto, a criação de procedimentos de verificação da autenticidade das informações prestadas é também uma medida importante, pois reduz o espaço para manipulação. Sem dúvida alguma, o uso de sanções legais que coíbam este tipo de comportamento é um fator imprescindível para o sucesso de qualquer mecanismo utilizado.

5 O CASO DE SÃO PAULO

5.1 O Sistema de Ensino Público de São Paulo

O Sistema de Ensino Público de São Paulo é dividido em três grandes ciclos: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, sendo mantido conjuntamente pelo governo municipal e estadual. Basicamente, a oferta de Ensino Infantil é disponibilizada pelo município enquanto a Educação Média é oferecida pela rede estadual. Já no Ensino Fundamental coexistem as redes estaduais e municipais.

Em linhas gerais, a Educação Infantil corresponde à primeira etapa da educação básica e tem por finalidade o desenvolvimento da criança até os seis anos de idade, idade a partir da qual o aluno ingressa no Ensino Fundamental. O antigo ensino de 1º grau corresponde à segunda etapa da educação básica, com duração mínima de oito anos obrigatórios, sendo organizado em dois ciclos: Ciclo I, da 1ª à 4ª série e o Ciclo II, da 5ª à 8ª série. Finalmente, o Ensino Médio, antes denominado ensino de 2º grau, é a etapa final da educação básica, sendo estruturado com uma duração de no mínimo três anos. Concomitantemente, também é ofertada pela rede pública a educação de jovens e adultos (EJA), antes denominada de ensino supletivo, cujo objetivo é suprir as necessidades de indivíduos que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no Ensino Fundamental e Ensino Médio na idade adequada.

Em termos numéricos, o processo de matrículas da Rede Pública de Ensino de São Paulo é um dos maiores problemas de alocação existentes no mundo. Segundo dados da Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, há, ao todo, 1.150 escolas estaduais e 1.343 municipais, com, respectivamente, 1.270.419, e 1.075.330 alunos matriculados, num total de 2.345.749 estudantes¹⁹. No entanto, dada a organização do sistema, consagrado na Lei de Diretrizes e Bases da Educação, a escolha da instituição de ensino se dá na transição do Ensino Infantil para o Fundamental e deste último para o Ensino Médio. Com isto, o Sistema de Matrículas de São Paulo tem como tarefa parear anualmente cerca de 165.679 alunos ingressantes no Fundamental e 158.992 alunos no Ensino Médio, em um universo de

¹⁹ Estes dados não incluem alunos do Ensino Infantil, que correspondem a aproximadamente 525.476 alunos, dos quais 99.270 em Creches e 426.206 na Pré-Escola.

2.493 escolas. Apenas para realçar a enorme dimensão do Sistema Público de Ensino Paulista, segundo Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth e Tayfun (2005), o problema de escolha escolar em Nova Iorque engloba um total aproximado de 90.000 alunos, número bem inferior ao observado na Capital Paulista.

Tabela II

Dos alunos ingressantes na primeira série do Ensino Fundamental, aproximadamente 58,19% ingressam na rede Estadual. Já a participação do governo municipal na primeira série do Ensino Médio é praticamente insignificante, totalizando apenas 1% dos alunos. Um ponto importante a se destacar da análise dos dados é que a demanda por vagas tanto no Ensino Médio como no Ensino Fundamental mostram sinais de estabilização, possibilitando a plena adequação da oferta à demanda por vagas em São Paulo. Isto já permitiu, por exemplo, que fossem eliminadas as chamadas “Escolas de Latas”, instituições em que, para garantir o atendimento à demanda, utilizavam-se contêineres metálicos como classes de aula improvisadas, como foi noticiado pela Secretaria da Educação do Município de São Paulo, em 28 de fevereiro de 2007.

Tabela III

5.2 A Evolução do Sistema de Matrículas de São Paulo

Até o ano de 1995, com a implementação do Sistema de Cadastro de Alunos do Estado de São Paulo, o processo de matrículas em São Paulo era descentralizado, com cada instituição abrindo seu próprio processo. Com isto, cada aluno se matriculava nas escolas de sua preferência, sendo a vaga definida pela ordem de chegada. Realizada a definição dos matriculados, era de responsabilidade do aluno comunicar às demais escolas que já estava alocado.

A principal característica deste mecanismo descentralizado era a formação de enormes filas de pais e alunos, tentando garantir uma vaga no estabelecimento mais desejado e a duplicidade de matrículas, com muitas vagas em escolas diferentes sendo preenchidas pelo mesmo aluno. Este quadro caótico pode ser inferido do seguinte comunicado da Secretária Estadual de Educação, comemorando a implantação de mudanças no sistema²⁰:

²⁰ Fonte: http://www.educacao.sp.gov.br/noticias/2002_09_09.asp

“A implantação do Sistema de Cadastro de Alunos do Estado de São Paulo ocorreu em 1995 e foi fundamental para que a campanha de matrícula antecipada fosse realizada, acabando com as enormes filas de início de ano letivo. Antes, os alunos se matriculavam em mais de uma escola e, no início do ano letivo, ao optarem por uma delas, não informavam às outras de sua desistência. Estas mantinham, portanto, o registro de sua matrícula. A vaga, assim assegurada, além de limitar o ingresso de outros alunos, distorcia o cálculo da demanda real do ensino público.

A reestruturação do sistema de informações da Secretaria da Educação teve início com a adoção de um amplo programa de informatização de suas atividades administrativas e pedagógicas. O objetivo principal desse sistema foi a criação de uma base de dados com o registro individualizado de todos os alunos da Educação Básica do Estado de São Paulo, contendo as informações que identificam cada um deles (nome, data de nascimento, nome dos pais, endereço e registro de nascimento), bem como a escola, o nível de ensino e a classe que freqüentam a cada ano letivo.

Hoje, este sistema permite que ao chegar em novembro as redes de ensino municipais e estadual consigam definir sua demanda para o ano seguinte e fazer um planejamento estrutural melhor para o atendimento.”

Por sua vez, ao iniciar o processo de informatização da rede municipal de ensino, o poder municipal criou o EOL, Escola *On Line*. Este sistema, no entanto, passou a funcionar simultaneamente ao estadual, com o processo de matrícula correndo em paralelo. Apenas a partir de 2003 houve a integração dos sistemas, com o lançamento do Processo de Matrículas Antecipadas.

5.3 O Atual Mecanismo de São Paulo

O atual mecanismo de matrículas de São Paulo é de organização distrital, sendo o município dividido em treze microrregiões, cuja administração é compartilhada pelo Estado e pela prefeitura. A supervisão da Rede Pública Estadual é de encargo das Diretorias de Ensino, enquanto a Rede Municipal é submetida às Coordenadorias de Ensino.

Curiosamente, as áreas de jurisdição das treze Coordenadorias não coincidem com as respectivas áreas das Diretorias de Ensino.

Tabela IV

Diretorias de Ensino	Coordenadorias de Ensino
<i>Centro</i>	<i>Freguesia</i>
<i>Centro Oeste</i>	<i>Butanta</i>
<i>Centro Sul</i>	<i>Ipiranga</i>
<i>Leste 1</i>	<i>Penha</i>
<i>Leste 2</i>	<i>São Miguel</i>
<i>Leste 3</i>	<i>Guaianazes</i>
<i>Leste 4</i>	<i>São Mateus</i>
<i>Leste 5</i>	<i>Itaquera</i>
<i>Norte 1</i>	<i>Pirituba</i>
<i>Norte 2</i>	<i>Jaçana</i>
<i>Sul 1</i>	<i>Santo Amaro</i>
<i>Sul 2</i>	<i>Campo Limpo</i>
<i>Sul 3</i>	<i>Capela do Socorro</i>

Em decorrência da organização distrital, cada estudante somente pode pleitear uma vaga em uma instituição pertencente à microrregião em que reside. Desta forma, dentro de cada distrito, o mecanismo de São Paulo funciona em quatro etapas principais:

Programação da oferta de vagas;
 Cadastramento dos Alunos;
 Compatibilização demanda e oferta e
 Efetivação da matrícula.

Etapa 1: (Programação da Oferta de Vagas) Cada instituição informa à sua Diretoria de Ensino sobre a quantidade de vagas disponíveis. O vetor de capacidades das escolas é inserido no cadastro informatizado. Desta forma, identifica-se o conjunto $S = \{s_1, \dots, s_m\}$ bem como o vetor de capacidades $Q = q_{s_1}, \dots, q_{s_m}$.

Etapa 2: (Processo de Matrícula Antecipada) Para efetuar o cadastramento dos discentes: alunos inscrevem-se nas instituições ou em postos de inscrição, fornecendo: nome, sexo, data de Nascimento, endereço, raça e o nome dos pais ou responsável. Os alunos do último ano do Ensino Fundamental sugerem três instituições em ordem de preferência. Já estudantes do último ano do Ensino Infantil apenas informam dados cadastrais. Esses dados são repassados para a secretaria de ensino. Identifica-se, portanto, o conjunto dos alunos $I = \{i_1, \dots, i_n\}$.

A matrícula dos alunos no Ensino Médio ocorre geralmente no final da primeira quinzena do mês de novembro. Por sua vez, a matrícula dos alunos do Ensino Fundamental ocorre em três fases, a saber:

Fase 1: cadastramento dos alunos da rede pública de ensino infantil (fim de agosto e setembro)

Fase 2: cadastramento das crianças fora da rede pública de educação infantil, mas com 6 anos no período. (setembro)

Fase 3: cadastramento das demais crianças, a partir de 8 anos, para demais séries.

Etapa 3: (Compatibilização da Demanda)

3.1 (Alunos do Ensino Infantil, candidatos às vagas no Fundamental) Para os alunos do Ensino Infantil, o matching é determinado conforme a proximidade geográfica da residência. A alocação é feita simultaneamente pela Rede Estadual e pela Municipal, através do trabalho conjunto das Diretorias de Ensino e das Coordenadorias de Ensino. O procedimento empregado é o seguinte: os q_{s_j} alunos com residência mais próxima da instituição s_j são alocados. Aqueles que permanecem sem vagas são alocados para a escola na sua microrregião mais próxima e que ainda possua vagas. O mecanismo termina quando todos os alunos estão alocados.²¹

²¹ Para garantir que a condição (I) seja observada, vagas adicionais podem ser criadas. Um caso típico deste fenômeno são as “Escolas de Lata” supracitadas.

3.2 (Alunos do Ensino Fundamental, candidatos às vagas no Ensino Médio). Os alunos do Ensino Fundamental, candidatos a vagas no Ensino Médio, são divididos conforme a primeira opção. Caso o estudante não declare nenhuma instituição é assumida a escola mais próxima de sua residência.

Considere uma escola s . Em uma primeira rodada, a instituição recebe propostas de todos os alunos para os quais s é a primeira opção e, também, de todos aqueles que não revelaram suas preferências, porém, s é a escola mais próxima de sua residência. Os estudantes são ordenados por idade, de forma que os mais velhos tenham maior prioridade. Os q_s primeiros alunos são alocados na escola s .

Inicia-se a segunda rodada. Considere uma escola s' com vagas não preenchidas. A instituição recebe propostas dos estudantes que a declararam como sua segunda opção, que são considerados conjuntamente com os alunos que não indicaram escola, porém, s' é a escola mais próxima de sua residência. As vagas são preenchidas.

O mecanismo procede analogamente, considerando as escolas com vagas, indicadas como terceira opção. Os estudantes que não conseguem vagas são automaticamente alocados na unidade de ensino disponível mais próxima da residência.

O mecanismo termina quando todos os alunos são alocados.

Ressalva-se que, caso seja constatada um demanda muito superior à oferta em uma determinada instituição, sua capacidade pode ser ampliada em caráter emergencial através do uso de instalações provisórias, como contêineres metálicos. Além disto, para garantir a acessibilidade, é oferecido um sistema de transporte dos alunos, denominado Vai e Volta.

Etapa 4: (Efetivação das Matrículas) Após a alocação dos alunos nas escolas, o resultado é inserido no sistema informatizado do governo estadual. O resultado é anunciado. Alunos insatisfeitos buscam alterar seu matching via transferência. Os casos são tratados de forma discricionária e pessoal.

5.4 Considerações sobre o atual mecanismo de São Paulo

Procedimentos que não levam em conta as preferências de uma das partes do mercado tendem a gerar grandes ineficiências. Apesar da eliminação do problema das filas e duplicidade das matrículas, o Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo do Ensino Fundamental, acaba gerando situações onde melhorias de Pareto são possíveis. Para ilustrar, observe o seguinte exemplo:

Exemplo 4: Considere o seguinte problema escolar, com oito alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8\}$ e cinco escolas $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. O perfil de preferências, de prioridades e o vetor de capacidades são:

$$\begin{aligned}
 P(i_1) &= s_1, s_5, s_2, s_3, s_4 & P(s_1) &= i_1, i_2, i_7, i_3, i_4, i_8, i_5, i_6 \\
 P(i_2) &= s_5, s_4, s_3, s_2, s_1 & P(s_2) &= i_8, i_6, i_4, i_3, i_5, i_2, i_7, i_1 \\
 P(i_3) &= s_1, s_4, s_2, s_5, s_3 & P(s_3) &= i_5, i_6, i_4, i_8, i_3, i_2, i_7, i_1 \\
 P(i_4) &= s_3, s_2, s_4, s_1, s_5 & P(s_4) &= i_2, i_4, i_5, i_3, i_7, i_1, i_8, i_6 \\
 P(i_5) &= s_2, s_4, s_5, s_3, s_1 & P(s_5) &= i_7, i_3, i_2, i_1, i_4, i_5, i_8, i_6 \\
 P(i_6) &= s_3, s_2, s_5, s_1, s_4 \\
 P(i_7) &= s_1, s_3, s_4, s_5, s_2 \\
 P(i_8) &= s_2, s_3, s_4, s_1, s_5 \\
 Q &= (q_1 = 2, q_2 = 2, q_3 = 2, q_4 = 2, q_5 = 1)
 \end{aligned}$$

Estas prioridades são derivadas da seguinte ordenação das escolas, em distância crescente da residência do indivíduo i_j :

$$\begin{aligned}
 i_1 &\Rightarrow s_1, s_5, s_4, s_2, s_3 & i_5 &\Rightarrow s_3, s_2, s_4, s_5, s_1 \\
 i_2 &\Rightarrow s_4, s_5, s_1, s_2, s_3 & i_6 &\Rightarrow s_2, s_3, s_4, s_1, s_5
 \end{aligned}$$

$$i_3 \Rightarrow s_2, s_1, s_4, s_3, s_5$$

$$i_7 \Rightarrow s_5, s_1, s_4, s_3, s_2$$

$$i_4 \Rightarrow s_3, s_2, s_4, s_1, s_5$$

$$i_8 \Rightarrow s_2, s_3, s_4, s_1, s_5$$

Cada aluno é alocado na escola mais próxima de sua residência, de acordo com as prioridades das instituições:

s ₁	s ₂	s ₃	s ₄	s ₅
i ₁	i ₈	i ₅	i ₂	i ₇
i ₂	i ₆	i ₆	i ₄	i ₃
i ₇	i ₄	i ₄	i ₅	i ₂
i ₃	i ₃	i ₈	i ₃	i ₁
i ₄	i ₅	i ₃	i ₇	i ₄
i ₈	i ₂	i ₂	i ₁	i ₅
i ₅	i ₇	i ₇	i ₈	i ₈
i ₆	i ₁	i ₁	i ₆	i ₆
Qs ₁ =2	Qs ₂ =2	Qs ₃ =2	Qs ₄ =2	Qs ₅ =1

Desta forma, o matching resultante é o seguinte:

$$\gamma(s_1) = \{i_1, i_3\}, \gamma(s_2) = \{i_8, i_6\}, \gamma(s_3) = \{i_5, i_4\}, \gamma(s_4) = \{i_2, s_4\}, \gamma(s_5) = \{i_7\}$$

Repare que caso i_6 em s_2 e i_5 em s_3 trocassem suas respectivas vagas, eles ficariam melhor, sem piorar a situação de nenhum outro agente. Além disto, s_4 acaba não alocando uma de suas duas vagas, embora i_5 a prefira à escola que recebeu, s_3 , gerando uma situação de inveja justificada.

No caso específico das matrículas do Ensino Médio, é interessante observar que o algoritmo utilizando assemelha-se ao de Gale e Shapley, truncado na terceira opção da lista de preferências dos estudantes, no entanto, a partir deste ponto, os alunos são alocados conforme sua prioridade, valendo o exemplo discutido acima. Por conseguinte:

Teorema 24: *O Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo tanto para o ingresso no Ensino Médio como no Fundamental não é um mecanismo estável. Além disto, o mecanismo também não é Eficiente de Pareto para os alunos.*

A extensão das conseqüências do truncamento das preferências na terceira opção é diretamente ligada à estrutura das preferências dos alunos. Se a avaliação das instituições por parte dos discentes é positivamente correlacionada com os perfis de prioridades, as conseqüências do truncamento no matching resultante do mecanismo de Matrículas Antecipadas no Ensino Médio são reduzidas. Neste caso, a informação contida nas prioridades reflete justamente as preferências dos alunos. No entanto, se não há nenhum grau de relação, o prejuízo causado aos alunos pode ser substancial.

Para ilustrar este fato, seja o seguinte exemplo:

Exemplo 5: Considere o seguinte problema escolar, com dez alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}\}$ e cinco escolas $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$. Para simplificar, vamos considerar que os alunos do Ensino Médio informam apenas as duas escolas mais preferidas e não as três primeiras instituições. O perfil de prioridades e o vetor de capacidades são:

$$P(s_1) = i_1, i_2, i_3, i_4, i_5, i_6, i_7, i_8, i_9, i_{10}$$

$$P(s_2) = i_2, i_4, i_{10}, i_1, i_9, i_3, i_6, i_8, i_7, i_5$$

$$P(s_3) = i_3, i_2, i_{10}, i_4, i_9, i_7, i_8, i_6, i_1, i_5 \quad Q = (q_1 = 1, q_2 = 1, q_3 = 2, q_4 = 3, q_5 = 3)$$

$$P(s_4) = i_{10}, i_9, i_2, i_7, i_4, i_3, i_8, i_1, i_5, i_6$$

$$P(s_5) = i_4, i_3, i_6, i_7, i_2, i_9, i_5, i_8, i_{10}, i_1$$

Considere, primeiramente, que as avaliações de alunos e instituições são convergentes. Ou seja, a escola mais preferida para um determinado estudante é justamente aquela em que possui maior prioridade. A segunda mais benquista, por sua vez, corresponde justamente à

unidade de ensino onde o discente possui a segunda maior prioridade e, assim, sucessivamente. Desta forma, ter-se-á, o seguinte perfil de prioridades:

$$P(i_1) = |s_1|, s_2, s_4, s_3, s_5$$

$$P(i_6) = |s_5|, s_1, s_2, s_3, s_4$$

$$P(i_2) = |s_2|, s_1, s_3, s_4, s_5$$

$$P(i_7) = |s_4|, s_5, s_3, s_1, s_2$$

$$P(i_3) = |s_3|, s_5, s_1, s_2, s_4$$

$$P(i_8) = |s_3|, s_4, s_1, s_2, s_5$$

$$P(i_4) = |s_5|, s_2, s_1, s_3, s_4$$

$$P(i_9) = |s_4|, s_2, s_3, s_5, s_1$$

$$P(i_5) = s_1, |s_5|, s_4, s_2, s_3$$

$$P(i_{10}) = |s_4|, s_2, s_3, s_5, s_1$$

Os matchings obtidos pelos mecanismos de Matrículas Antecipadas no Ensino Médio e de Gale e Shapley estão marcados nas preferências dos alunos. De imediato, a correlação entre preferências e prioridades faz com que a alocação obtida seja a mesma. Entretanto, esse resultado não se generaliza, como é possível concluir a partir do seguinte perfil de preferências:

$$P(i_1) = \boxed{s_1}^{\bullet\bullet}, s_2, s_4, s_3, s_5$$

$$P(i_6) = s_1, s_2, \boxed{s_4}^{\bullet\bullet}, s_5, s_3$$

$$P(i_2) = s_1, \boxed{s_2}^{\bullet\bullet}, s_5, s_4, s_3$$

$$P(i_7) = s_1, s_2, \boxed{s_4}^{\bullet\bullet}, s_5, s_3$$

$$P(i_3) = s_1, s_2, \boxed{s_5}^{\bullet\bullet}, s_3, s_4$$

$$P(i_8) = s_1, s_2, \boxed{s_3}^{\bullet\bullet}, s_4, s_5$$

$$P(i_4) = s_1, s_2, \boxed{s_3}^{\bullet\bullet}, s_5, s_4$$

$$P(i_9) = s_1, s_2, \boxed{s_5}^{\bullet\bullet}, s_3, s_4$$

$$P(i_5) = s_1, s_2, \boxed{s_4}^{\bullet\bullet}, s_5, s_3$$

$$P(i_{10}) = s_1, s_2, \boxed{s_5}^{\bullet\bullet}, s_4, s_3$$

Neste segundo exemplo, há uma unanimidade por parte dos estudantes em torno das instituições s_1 e s_2 . Com isto, as alocações selecionadas diferem, sendo o resultado obtido pelo mecanismo de Matrícula Antecipada sensivelmente pior para os alunos do que o resultado do algoritmo de Gale e Shapley. O primeiro está grafado com dois pontos, enquanto o segundo está assinalado nas preferências com um quadrado.

Ademais, outra característica marcante do processo de matrículas antecipadas de São Paulo é que o algoritmo não produz o melhor resultado possível para as instituições.

Teorema 26: *O mecanismo do Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo tanto para o ingresso no Ensino Médio como no Fundamental não é um mecanismo ótimo de Pareto para as instituições.*

Demonstração: Considere um problema escolar, com quatro alunos $I = \{i_1, i_2, i_3, i_4\}$ e duas escolas $S = \{s_1, s_2\}$. O perfil de preferências, de prioridades e o vetor de capacidades são:

$$\begin{aligned}
 P(i_1) &= s_1, s_2 & P(s_1) &= \{i_1, i_2\}, \{i_1, i_3\}, \{i_2, i_3\}, \{i_1, i_4\}, \{i_2, i_4\}, \{i_3, i_4\}, \{i_1\}, \{i_2\}, \{i_3\}, \{i_4\} \\
 P(i_2) &= s_2, s_1 & P(s_2) &= \{i_1, i_2\}, \{i_1, i_3\}, \{i_1, i_4\}, \{i_2, i_3\}, \{i_2, i_4\}, \{i_3, i_4\}, \{i_1\}, \{i_2\}, \{i_3\}, \{i_4\} \\
 P(i_3) &= s_2, s_1 & Q &= (q_1 = 2, q_2 = 2) \\
 P(i_4) &= s_1, s_2
 \end{aligned}$$

Estas prioridades são derivadas da seguinte localização geográfica das escolas e alunos:

Desta forma, o matching resultante do Sistema de Matrículas Escolares de São Paulo, segundo os dois algoritmos (de Ensino Médio e do Ensino Fundamental), é o seguinte:

$$\gamma(s_1) = \{i_1, i_4\}, \gamma(s_2) = \{i_2, i_3\}$$

Repare, no entanto, que se as duas instituições trocassem seus respectivos alunos, ambas melhorariam.

$$\nu(s_1) = \{i_2, i_3\}, \gamma(s_2) = \{i_1, i_4\}$$

Logo, o matching obtido pelo mecanismo de Matrículas Antecipadas de São Paulo não é Ótimo de Pareto para as instituições.

6 SIMULAÇÃO DOS RESULTADOS

A implementação de um novo mecanismo para o Sistema de Matrículas de São Paulo implica uma grande transformação para alunos e para a própria rede de Ensino. Antes da reformulação do atual procedimento, é desejável a realização de experimentos que permitam avaliar a extensão das mudanças propostas. Isto permite observar em escala menor o impacto do redesenho do Sistema de Matrículas, possibilitando a previsão de possíveis obstáculos para sua implantação. Ademais, uma vantagem inerente ao processo de simulação é o reforço dos resultados teóricos obtidos.

Um método natural para a verificação empírica seria o emprego dos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários com o uso das preferências e prioridades reveladas no atual mercado. Esta estratégia possibilitaria a comparação imediata entre os procedimentos propostos e o Sistema de Matrículas Antecipadas. No entanto, em virtude de que, no Ensino Fundamental, os alunos não são chamados a revelar suas preferências, enquanto que, já para o Ensino Médio, os estudantes são chamados a revelar somente até sua terceira opção, informação esta que é imediatamente descartada após o seu processamento pela respectiva Diretoria de Ensino, o uso das preferências reveladas é impossível.

Por conseguinte, uma alternativa natural é encontrar um mercado de menor dimensão, mas cujas principais características assemelhem-se às da Rede de Ensino Público de São Paulo. Para isso, é necessária a simulação das preferências dos alunos, tal como das prioridades das escolas, buscando, com isso, uma maior proximidade com a realidade, observada no Município de São Paulo.

Tendo isto em mente, adotou-se para a realização da simulação o seguinte procedimento:

- a) Para facilitar a obtenção dos matchings, todas as escolas das Redes Estadual e Municipal foram agrupadas segundo a Diretoria de Ensino de sua jurisdição. Dada a divisão distrital da Rede de Ensino, escolheu-se aleatoriamente a Diretoria de Ensino Leste 2 para a simulação;

- b) Dentro da Diretoria Leste 2, foram listadas todas as escolas de Ensino Fundamental, com suas respectivas capacidades, normalizadas pela quantidade de vagas da maior. A normalização foi empregada para que as proporções dos estabelecimentos de ensino criados replicassem a realidade. Para a maior instituição atribuiu-se um coeficiente unitário;
- c) Para cada uma das unidades de ensino da Diretoria Leste 2 atribuiu-se um número aleatório gerado de uma Distribuição Uniforme no intervalo (0,1). As escolas foram ordenadas de acordo com este número, sendo escolhidas as primeiras 20%. Mais precisamente de um total de noventa e quatro, vinte estabelecimentos foram sorteados. Este procedimento visou reduzir o número de escolas da simulação, garantindo sua operacionalidade;
- d) A capacidade normalizada das escolas foi multiplicada por dez, com o número de vagas definido como o maior inteiro associado, criando um total de noventa e seis posições;
- e) Para a simulação das prioridades dos alunos, gerou-se uma lista de indivíduos ordenada pelo menor índice: $i_1, \dots, i_{96}$. A cada estudante associou-se um número aleatório gerado de uma Distribuição Uniforme em (0,1). O aluno associado ao maior número assumiu a primeira posição na lista de prioridades enquanto o indivíduo com o segundo maior número, a segunda posição e assim sucessivamente. Para cada uma das vinte escolas repetiu-se o procedimento;
- f) Assumiu-se como critério de desempate o menor índice da escola. Ou seja, se o aluno i , pelo perfil de prioridades das instituições s_k e s_l , com $k < l$, puder receber uma vaga em qualquer uma delas, ele será alocado em s_k .

Ao se desenhar o processo de simulação, é fundamental verificar qual o impacto do método utilizado nos resultados obtidos. Em especial, no caso do Sistema de Matrículas Escolares, é evidente que, dependendo do perfil de preferências dos alunos, o desempenho do mecanismo de alocação empregado é influenciado. Para tentar minimizar esse problema, optou-se pela realização de duas simulações distintas.

A primeira foi feita através da geração de preferências para os alunos aleatoriamente. Este procedimento é mais neutro em relação ao desempenho dos mecanismos, gerando alocações que reforçam os resultados teóricos demonstrados. No entanto, tal abordagem é incompleta, ao ignorar qualquer padrão que as preferências reais dos alunos possam seguir. A fim de contornar esse obstáculo, simularam-se adicionalmente preferências, seguindo um viés de concentração geográfica: uma menor distância significa melhor posicionamento na lista de preferências.

As vantagens desse último procedimento são múltiplas. Em primeiro lugar, como já explicitado, replicou-se um padrão nas preferências que é, inegavelmente, fator preponderante na escolha dos alunos: a localização. Em segundo lugar, buscou-se um perfil de preferências para os alunos que favorecesse o atual sistema. Desta forma, foi possível avaliar qual a extensão de melhoria que a adoção dos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritárias pode oferecer.

Desta maneira, foram realizadas duas simulações para o problema escolar de São Paulo, permitindo a comparação direta entre os matchings obtidos pelos diversos mecanismos utilizados. Assim, obteve-se a alocação dos alunos conforme o Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo, tanto para o Ensino Médio como para o Ensino Fundamental, além dos matchings resultantes dos Mecanismos de Ciclos de Trocas Prioritários (TTC) e também do o Mecanismo Estável Ótimo para os Estudantes de Gale e Shapley.

5.2 Primeira Simulação

Nesta simulação, as preferências dos alunos foram geradas de maneira aleatória. Para isso, gerou-se uma lista de escolas ordenadas pelo menor índice: $s_1, \dots, s_{20}$. A cada estabelecimento, associou-se um número aleatório gerado de uma Distribuição Uniforme em $(0,1)$. A escola associada ao maior número assumiu a primeira posição na lista de preferência, enquanto que, a com o segundo maior número, a segunda posição e assim sucessivamente. Para cada um dos noventa e seis alunos repetiu-se o procedimento.

Conforme observado na tabela V, das vinte escolas simuladas, levando em conta a escola de maior preferência dos alunos, doze possuem oferta acima de sua capacidade, uma

atende perfeitamente enquanto as sete unidades de ensino restantes registraram uma demanda por vagas maior que a sua capacidade.

Tabela V

	1º opção	Capacidade			
S1	4	6	S11	5	7
S2	3	6	S12	5	7
S3	10	6	S13	7	5
S4	3	5	S14	3	5
S5	5	5	S15	4	5
S6	2	5	S16	5	5
S7	3	4	S17	7	4
S8	1	3	S18	9	4
S9	9	3	S19	3	4
S10	5	3	S20	3	4

A comparação entre os procedimentos utilizados em São Paulo e os mecanismos de Gale e Shapley estável ótimo para os estudantes e de Ciclos de Troca Prioritários revela grandes disparidades. A maior diferença está entre o matching obtido pelo Sistema de Matrículas Antecipadas para o Ensino Fundamental. Neste caso, aproximadamente de 88% dos alunos acabam recebendo uma vaga em uma instituição fora do grupo das suas quatro mais queridas. Este percentual é drasticamente superior aos obtidos pelos demais mecanismos: 27% dos alunos no algoritmo de Gale e Shapley, 23% no mecanismo utilizado para o Ensino Médio e apenas 19% para o TTC, conforme é possível visualizar nas Figuras I, II, III e IV.

Por sua vez, analisando a taxa de alunos que recebem a primeira escolha, verifica-se que o procedimento utilizado para a alocação no Ensino Fundamental novamente possui o pior desempenho. Apenas 2% dos alunos receberam sua instituição preferida, contra substanciais 40% do algoritmo de Gale e Shapley, 66% do procedimento de alocação no Ensino Médio e 69% no mecanismo de Ciclos de Troca Prioritário. Esse baixo desempenho do Sistema de Matrículas Antecipadas para o Ensino Fundamental já era esperado uma vez que o procedimento ignora as preferências dos estudantes, considerando apenas as prioridades das escolas.

Figura I

Figura II

Figura III

Figura IV

No entanto, já o desempenho do atual mecanismo de alocação para o Ensino Médio é notavelmente superior. Este resultado corrobora os resultados teóricos, dado que o algoritmo utilizado trata de uma combinação do mecanismo de Gale – Shapley e do procedimento alocativo utilizado para o Ensino Fundamental. Isto ocorre, conforme já colocado, devido ao fato do mecanismo utilizar apenas listas de preferências truncadas na terceira escola. Porém, a despeito do tamanho reduzido da simulação, observou-se que alunos, cuja baixa prioridade não permitiu serem alocados até a sua terceira escola mais preferida, acabaram recebendo vagas em instituições pouco desejadas, consoante a tabela abaixo.

Tabela VI

	TTC	GS	E. Fundamental	E. Médio
1°	66	38	2	63
2°	18	26	2	22
3°	5	17	4	7
4°	3	10	4	0
Outros	4	5	84	4
Pior Alocação¹	15	8	20	16

¹**Nota:** Posição da escola na lista de preferência do aluno que recebeu, relativamente a pior escolar

Finalmente, a simulação também permite uma comparação entre os mecanismos de Gale e Shapley estável ótimo para os estudantes e o de Ciclos de Trocas Prioritários. Como demonstrado anteriormente, o TTC é um procedimento ótimo de Pareto para os estudantes. Esta propriedade é observada imediatamente pelo número maior de alunos que receberam uma vaga em instituição que correspondia à sua primeira escolha. Entretanto, o matching obtido por este mecanismo não Pareto domina o matching obtido pelo mecanismo de Gale e Shapley conforme pode ser visto na figura a seguir. Dos noventa e seis alunos, quarenta e seis estudantes recebem uma vaga em uma instituição de maior preferência no mecanismo de TTC, ao passo que onze indivíduos têm sua melhor alocação no matching obtido por Gale e Shapley.

Figura V

Por outro lado, o custo desta maior eficiência do mecanismo de TTC aparece justamente na existência de inveja justificada. Refletindo os resultados teóricos, enquanto nos demais procedimentos a ausência de inveja é observada, este não é o caso do mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários. De fato, existem sessenta e quatro casos de inveja justificada no matching simulado, envolvendo vinte e seis alunos e dezoito escolas.²² Ou seja, aproximadamente, 27% do total dos alunos. Portanto, a maior eficiência alcançada pelo TTC implica grande ônus em termos de justiça, o que pode ter conseqüências jurídicas importantes, reduzindo as possibilidades de sucesso do mecanismo.

5.3 Segunda Simulação

Nesta segunda etapa, as preferências dos alunos foram geradas de maneira a corresponderem com as prioridades das instituições. Para isso, para cada aluno, foi definida como escola predileta aquela em que ele fosse mais prioritário. O segundo lugar na sua lista de preferências, por sua vez, foi designado à instituição em que ele tivesse sua segunda maior prioridade, e assim, sucessivamente. No caso dos alunos que possuíssem ordem de

²² Para a lista completa de caso de inveja justificada, vide apêndice.

prioridade idêntica em duas ou mais escola, considerou-se como favorita aquela cujo índice fosse menor. Para cada um dos noventa e seis alunos repetiu-se o procedimento.

Como no caso de São Paulo, o principal fator para a definição da prioridade de cada indivíduo é a distância entre a residência e a unidade de ensino, esse procedimento equivaleu a considerar que os estudantes possuísem como principal critério para a definição de seus gostos a localização geográfica dos estabelecimentos. Além disto, o perfil de preferências construído favorece intencionalmente o mecanismo atual de São Paulo, o que permite, ao se analisar os resultados, traçar conclusões mais robustas sobre o desempenho comparativo dos mecanismos em tela.

Desta maneira, conforme é verificado na tabela VII, das vinte escolas simuladas, sete possuem oferta acima de sua capacidade, quatro atendem perfeitamente a demanda enquanto as nove unidades de ensino restantes registraram excesso de oferta.

Tabela VII

	1º opção	Capacidade			
S1	10	6	S11	3	7
S2	5	6	S12	4	7
S3	5	6	S13	5	5
S4	5	5	S14	4	5
S5	4	5	S15	1	5
S6	5	5	S16	4	5
S7	4	4	S17	5	4
S8	6	3	S18	7	4
S9	6	3	S19	3	4
S10	5	3	S20	5	4

Como esperado, a diferença entre o desempenho do Sistema de Matrícula Antecipada de São Paulo e os mecanismos de Gale e Shapley Estável Ótimo para os estudantes e de Ciclos de Trocas Prioritários é reduzida. Novamente, a maior dissonância é observada na alocação obtida pelo mecanismo atual no Ensino Fundamental. Embora tenha se registrado uma diminuição de 88% para 11,5% da parcela de alunos que recebem uma vaga em uma instituição fora do grupo de suas quatro mais preferidas, este percentual é superior ao observado nas alocações dos demais mecanismos: 5,2% para o mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritárias e 4,2% para os procedimentos de Gale e Shapley e de Matrículas Antecipadas no Ensino Médio.

Por outro lado, invertendo a perspectiva da análise, é visível que o pior desempenho continua sendo o do mecanismo utilizado no Ensino Fundamental, onde apenas 49% dos alunos recebem sua escola predileta, frente aos substanciais 81,3% registrados pelos demais mecanismos. É importante frisar que, a despeito das preferências dos alunos e das prioridades das escolas terem sido geradas a fim de mostrar convergência de interesses, o Sistema de Matrículas Antecipadas ainda demonstrou um desempenho sensivelmente inferior aos mecanismos de Gale e Shapley e de TTC.

No entanto, o mesmo já não ocorre com o Ensino Médio, uma vez que, em decorrência da sintonia de interesses entre instituições e estudantes, 95,8% dos alunos recebem até a sua terceira opção. Neste caso, a alocação obtida pelo mecanismo atual de São Paulo é idêntica à alocação encontrada pelo procedimento de Gale e Shapley, salvo para os quatro indivíduos que acabaram alocados em escolas outras que suas quatro prediletas. Conforme já explicitado, esse resultado é esperado dada a grande semelhança entre ambos os mecanismos.

Figura VI

Figura VII

Figura VIII

Figura XI

Sob a perspectiva do aluno alocado para a instituição pior classificada na sua lista de preferência, o melhor resultado é verificado no Ensino Médio. Neste caso, do grupo de alunos que não receberam uma posição entre as quatro prediletas, o menos favorecido recebeu uma instituição na décima posição de sua preferência. Já nas alocações produzidas pelos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários, os menos afortunados receberam em ambos os casos a décima quinta escola de sua escolha. Ressalva-se que nenhum dos mecanismos mostrou-se superior para o grupo de alunos em tela. Novamente, a alocação de Ensino Fundamental manteve como a mais desfavorável para os alunos, conforme demonstrado na Tabela VIII.

Tabela VIII

	TTC	GS	E. Fundamental	E. Médio
1°	78	78	47	78
2°	6	7	20	7
3°	7	7	9	7
4°	0	0	9	0
Outros	5	4	11	4
Pior Alocação¹	15°	15°	10°	18°

¹**Nota:** Posição da escola na lista de preferências do aluno que recebeu, relativamente, a pior escola.

Figura X

Por fim, houve uma grande aproximação dos resultados obtidos pelos mecanismos de Gale e Shapley e de Ciclos de Trocas Prioritários. Do total dos noventa e seis alunos, noventa e quatro receberam a mesma instituição, ao passo que, para cada um dos demais, um dos mecanismos se mostrou mais favorável. Por conseguinte, na alocação obtida pelo mecanismo de TTC não se observou aluno com inveja justificada, determinando uma mudança substantiva em relação ao resultado observado na primeira simulação, quando se constatou que 27% do total dos estudantes haviam sido preteridos em alguma instituição em que possuíam maior prioridade.

5.3 Comparação dos Resultados

O resultado primordial das simulações é a confirmação da análise teórica previamente realizada, tanto sob preferências aleatórias como sob preferências propositalmente construídas a fim de favorecer o atual mecanismo de São Paulo.

Ademais, como era esperado, o mecanismo utilizado no Sistema de Matrículas Antecipadas no Ensino Fundamental obteve o pior dos desempenhos na perspectiva dos discentes. Já o procedimento utilizado no Ensino Médio, convergiu para o mecanismo de Gale e Shapley, vez que o primeiro repete o funcionamento do segundo, salvo a trucagem forçada das listas de preferências na terceira posição.

Por sua vez, já as alocações obtidas pelo mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários corroboraram seus predicados em termo de eficiência, incorrendo, contudo, no problema da potencial instabilidade jurídica. Conforme verificado, a existência de uma grande parcela dos alunos com inveja justificada corrobora o temor de que o resultado seja frequentemente contornado, via reclamação legal.

Portanto, embasado nos resultados obtidos, é possível sugerir o mecanismo de Gale e Shapley, ótimo para os estudantes, como candidato natural para substituir o atual procedimento de alocação de estudantes na Rede de Ensino Pública de São Paulo. Ainda que passível de manipulação via prioridades, pares pré-combinados e capacidades, o mecanismo é a prova de estratégias via preferências, um predicado fundamental, pois torna a participação dos alunos no mecanismo menos complicada, eliminando a possibilidade de ganhos decorrentes das diferentes habilidades dos jogadores. Além disto, o algoritmo de Gale e Shapley é estável, impossibilitando a ocorrência de inveja justificada. Conforme já destacado, a existência de alunos em uma escola com menor prioridade do que outro estudante que a desejava coloca toda a arquitetura do sistema em risco, vez que abre espaço para que o matching obtido seja contornado via medidas legais. Finalmente, o preço pago em termos de eficiência é suportável, dado que embora não obtenha o maior número de alunos alocados em sua primeira escolha, a quantidade de estudantes pareados com estabelecimento entre seus quatro prediletos é substancial.

7 CONCLUSÃO

O acesso à escola é um direito constitucional, sendo garantido a todos os alunos. No entanto, o conjunto das escolas não é homogêneo, levando os alunos a possuírem diferentes preferências sobre as instituições. A introdução de mecanismos de alocação que levem em conta os perfis de preferências dos discentes é fundamental para uma maior democratização do acesso ao ensino público.

Um pré-requisito fundamental de qualquer mecanismo de alocação é que ele seja à prova de manipulação. Procedimentos em que revelar suas verdadeiras preferências não é estratégia dominante trazem grande ônus aos alunos, levando à necessidade da elaboração de estratégias geralmente complicadas, aumentando ainda mais as desigualdades de acesso.

Diferentes mecanismos à prova de manipulação estão disponíveis na literatura. No entanto, não há nenhum mecanismo à prova de manipulação, sem inveja justificada e eficiente de Pareto. O mecanismo estável ótimo para os estudantes de Gale Shapley, apesar de não produzir matchings com inveja justificada não é Eficiente de Pareto para as escolas, ocorrendo o oposto com o mecanismo de Ciclos de Troca. Caso a ausência de inveja justificada seja considerada um critério mais importante do que a Eficiência de Pareto, o que pode se justificar pela maior estabilidade jurídica do mecanismo, a melhor opção é o mecanismo de Gale e Shapley. De qualquer maneira, estes três mecanismos apresentados são passíveis de manipulação via pares pré-combinados e prioridades. O mecanismo de Gale e Shapley também é manipulável via capacidades, embora o ônus psicológico decorrente para os alunos seja substancialmente menor do que na manipulação via preferências.

A fim de confirmar estes resultados teóricos, foi simulado um problema escolar similar ao de São Paulo, corroborando as boas propriedades dos mecanismos de Ciclos de Trocas Prioritários e de Gale Shapley ótimo para os estudantes. A simulação realçou alguns pontos importantes como a existência de uma parcela significativa dos alunos com inveja justificada no matching produzido pelo TTC e o não Pareto domínio da alocação obtida via Gale e Shapley, tornando este último um candidato a novo mecanismo alocativo.

Por outro lado, verificou-se que o Sistema de Matrículas Antecipadas de São Paulo foi uma importante inovação, logrando reduzir enormes filas e a duplicidade das matrículas. No entanto, observou-se também que o mecanismo ainda deixa a desejar ao não levar em

conta as preferências dos alunos, produzindo matchings com inveja justificada e ineficiência. Manipulações via pares pré-arranjados e via prioridades são também um problema em potencial. Alunos em escolas mais desejadas são estudantes com maior probabilidade de sucesso, o que sugere a adoção de um novo mecanismo para o caso de São Paulo, no intuito de produzir alocações superiores do ponto de vista dos alunos.

A escolha de um mecanismo apropriado para São Paulo deve ser feita à luz da experiência dos participantes, balizada pelos resultados obtidos via o instrumental de teoria dos jogos. Além disto, conforme realçado por Abdulkadiroğlu e Sönmez (2003), a mudança do mecanismo de alocação de São Paulo deve ser feita cuidadosamente, de maneira clara e transparente, permitindo que pais e alunos possam acompanhar o processo de mudanças. Chez e Sönmez (2004) mostraram que mesmo com o uso de algoritmos não manipuláveis podem ainda ocorrer casos de alunos que não revelam as verdadeiras preferências em função da desinformação sobre o funcionamento do mecanismo. Por conseguinte, o sucesso de um novo mecanismo, permitindo um maior bem-estar a todos os alunos e maior democracia no acesso ao ensino público, só será possível mediante a participação de todos envolvidos, com ampla divulgação.

8 BIBLIOGRAFIA

Abdulkadirođlu, A., P. A. Pathak, A. E. Roth e T. Sönmez. (2005) “The New York City High School Match” *American Economic Review Papers and Proceedings*, 95, 364-367.

_____ (2006): “Strategy-proofness vs. Efficiency: Redesenhoing the New York City High School Match,” mimeo, Harvard University.

Abdulkadirođlu, A., P. A. Pathak, A. E. Roth e T. Sönmez. (2005) “The Boston Public School Match” *American Economic Review Papers and Proceedings*, 95, 368-372.

_____ (2006): “Changing the Boston School Choice Mechanism,” NBER Working Paper, 11965.

Abdulkadirođlu, Atila e Tayfun Sönmez (2003): “School Choice: a mechanism desenho approach” *American Economic Review*, 93, 3 729-47.

Balinsk, M. e T. Sönmez (1999): “A Tale of Two Mechanism: Student Placement,” *Journal of Economic Theory*, 84, 73-94.

Bardela F. e Sotomayor, M (2006): “Alocação de Estudantes aos Centros de Pós-Graduação em Economia no Brasil: Um Experimento Natural em Organização de Mercado.” Artigo para Discussão.

BRASIL, Lei Nº 9394, de 20 de dezembro de 1996, Dispõe sobre as Diretrizes e Bases da Educação, Diário Oficial da União, 23 de dezembro de 1996.

Chen, Y. e T. Sönmez (2006): “School Choice: An Experimental Study,” *Journal of Economic Theory*, 127, 202-231.

Demange, G. D. Gale e M. A. Sotomayor (1987): “A Further Note on the Stable Matching Problem,” *Discrete Applied Mathematics*, 16, 217-222.

Dubins, L. E. e D. A. Freedman (1981): “Machiavelli and the Gale-Shapley Algorithm,” *American Mathematical Monthly*, 88, 485-494.

ESTADOS UNIDOS, Boston Public Schools, Disponível em:

<http://boston.k12.ma.us/register/>

ESTADOS UNIDOS, Columbus Public Schools, Disponível em:

<http://www.columbus.k12.oh.us/website.nsf/webpage/parents?opendocument>

Ergin, H. (2002): “Efficient resource allocation on the basis of priorities,” *Econometrica*, 70, 2489-2497.

Ergin, H. e T. Sönmez (2006): “Games of School Choice under the Boston Mechanism,” *Journal of Public Economics*, 90, 215-237.

Gale, D. e L. S. Shapley (1962): “College Admission and the stability of Marriage,” *American Mathematical Monthly*, 69, 9-15.

Gale, D. e M. A. Sotomayor (1985a): “Ms. Machiavelli and the stable matching problem”, *American Mathematical Monthly*, 92, 261-268.

_____ (1985b): “Some Remarks on the Stable Matching Problem”, *Discrete Applied Mathematics*, 11, 223-232.

Hoxby, C. ed., *The Economics of School Choice*, Chicago: University of Chicago Press, 2003

Kesten, O. (2004): “Student Placement to Public Schools in US: Two New Solutions. Mimeo. Carnegie Mellon University.

_____ (2006a): “On two kinds of manipulation for school choice problem,” Mimeo. Carnegie Mellon University.

_____ (2006a): “On two competing mechanism for priority based allocations problems,” *Journal of Economic Theory*, 127, 155-171.

Knuth, D. E. (1986): *Stable marriage and its relation to other combinatorial problems*. American Mathematical Society, Providence.

Kojima, F. (2006): “When Can Manipulations be Avoided in Two-Sided Matching Markets? Maximal Domain Results,” mimeo. Harvard University.

Kojima, F. e P. A. Pathak (2006): “Incentives and stability in large two-sided markets,” mimeo. Harvard University.

Konishi, H. e Ünver, U. (2006): “Games of Capacity manipulation in hospital-intern markets,” a aparecer em *Social Choice and Welfare*.

Pápai, S. (2000): “Strategy-proof assignment by hierarchical exchange,” *Econometrica*, 68, 1403-1433.

Pathak, P. A. (2006): “Lotteries in Student Assignment,” mimeo. Harvard University.

Pathak, P. A. e T. Sönmez (2006): “Leveling the Playing Field: Sincere and Sophisticated Players in the Boston Mechanism,” mimeo.

McVitie D. e B. Wilson (1970): “Stable marriage assignment for unequal sets,” *BIT*, 10, 295-309.

Roth, A. E. (1982): "The Economics of Matching: Stability and Incentives," *Mathematics of Operations Research*, 7, 617-628.

_____ (1984a): "The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory," *Journal of Political Economy*, 92, 991-1016.

_____ (1984b): "Misrepresentation and stability in the marriage problem," *Journal of Economic Theory*, 34, 383-387.

_____ (1985): "The college admission problem is not equivalent to the marriage problem," *Journal of Economic Theory*, 36, 277-288.

_____ (2002): "The Economist as engineer: Game theory, experimentation, and computation as tools for desenho economics," *Econometrica*, 70, 1341-1378.

Roth, A. E. e E. Peranson (1999): "The Redesenho of the Matching Market for American Physicians: Some Engineering Aspects of Economic Desenho," *American Economic Review*, 89, 748-780.

Roth, A. E. e J. H. Vande Vate (1990): "Random Paths to Stability in Two-Sided Matching," *Econometrica*, 58, 1475-1480.

Roth, A. E. e U. Rothblum (1999): "Truncation Strategies in Matching Markets: In Search of Advice fro Participants," *Econometrica*, 67, 21-43.

Roth, A. E. e M. A. Sotomayor. (1989): "The College Admission Problem Revisited," *Econometrica*, 57, 559-570.

_____, *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação, Resoluções nº 125 de 23/11/1998, nº 63 de 12-08-2005 e nº 86 de 16-11-2005. Disponíveis em: <http://www.educacao.sp.gov.br/>

SÃO PAULO, Tribunal de Justiça de São Paulo, Acórdãos: 00572789, 00455050, 00441818.

SÃO PAULO, Secretaria Municipal da Educação, Disponível em <http://portaleducacao.prefeitura.sp.gov.br/>

SÃO PAULO, Secretaria Municipal da Educação, Anúncio do fim das escolas de lata em São Paulo. Disponível em: http://www.prefeitura.sp.gov.br/portal/a_cidade/noticias/index.php?p=12664

Shapley, L. e H. Scarf (1974): “On cores and indivisibility,” *Journal of Mathematical Economics*, 1, 23-28.

Sönmez, T. (1997a): “Games of Manipulation in Marriage Problems,” *Games and Economic Behavior*, 20, 169-176.

_____ (1997b): “Manipulation via Capacities in Two-Sided Matching Markets,” *Journal of Economic Theory*, 77, 197-204.

_____ (1999): “Can pre-arranged Matches be Avoided in Two-Sided Matching Markets?,” *Journal of Economic Theory*, 86, 148-156.

Sotomayor, Marilda (1996a): “Mecanismos de Admissão de Candidatos às Instituições. Modelagem e Análise à luz da Teoria dos Jogos. *Revista de Econometria*, vol. 16, Nº 1, 25-63.

_____ (1996b): “A Non-constructive Elementary Proof of the Existence of Stable Marriages,” *Games and Economic Behavior*, 13, March, 135-137.

_____ (2004) : “Implementation in the many-to-many matching market,” *Games and Economic Behavior*, 46, 199-212.

9 APÊNDICE
9.2 Descrição da Rede Pública de Ensino de São Paulo

Legenda

Alcreche	Alunos de Creche
Alpre	Alunos de Pré Escola
al1a4	Alunos de 1º a 4º Série
al5a8	Alunos de 5º a 8º Série
alem	Alunos de Ensino Médio
alejaem	Alunos de Supletivo Ensino Médio
alnormal	Alunos de Ensino Normal
alprof	Alunos de Curso Profissionalizante
alee	Alunos de Ensino Especial
Del. Ensino	Diretoria de Ensino

Tabela I – Total de Alunos Rede Estadual em São Paulo - 2006

Del. Ensino	alcreche	alpre	total infantil	al1a4	al5a8	aleja1a4	aleja5a8	Total E. Fund.	alem	alejaem	alnormal	alprof	alee	TOTAL
<i>Centro</i>	0	0	0	20.676	20.141	0	912	41.729	20.373	6.768	0	0	663	69.533
<i>Centro Oeste</i>	0	0	0	18.813	18.675	0	200	37.688	25.795	6.696	0	0	676	70.855
<i>Centro Sul</i>	0	0	0	21.249	21.075	0	995	43.319	21.816	5.951	0	0	550	71.636
<i>Leste 1</i>	0	0	0	36.243	31.660	0	717	68.620	29.804	8.399	0	0	223	107.046
<i>Leste 2</i>	0	0	0	40.101	36.592	0	155	76.848	35.071	9.450	0	0	161	121.530
<i>Leste 3</i>	0	0	0	29.809	24.897	0	144	54.850	26.477	9.155	0	0	50	90.532
<i>Leste 4</i>	0	0	0	26.582	23.720	0	531	50.833	27.199	9.982	0	0	236	88.250
<i>Leste 5</i>	0	0	0	20.878	22.923	0	520	44.321	29.727	5.819	0	0	416	80.283
<i>Norte 1</i>	0	0	0	37.958	35.140	0	0	73.098	36.090	12.493	0	0	453	122.134
<i>Norte 2</i>	0	0	0	28.824	22.596	0	475	51.895	20.797	6.390	0	0	202	79.284
<i>Sul 1</i>	0	0	0	36.301	35.259	0	0	71.560	36.727	8.830	0	0	316	117.433
<i>Sul 2</i>	0	0	0	41.396	40.095	0	1.328	82.819	29.886	11.287	0	0	181	124.173
<i>Sul 3</i>	0	0	0	42.719	43.513	0	526	86.758	32.299	8.472	0	0	201	127.730
São Paulo	0	0	0	401.549	376.286	0	6.503	784.338	372.061	109.692	0	0	4.328	1.270.419

Tabela II – Ensino Fundamental Rede Estadual – Matrículas por série

Ano	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	Total
1985	124.266	176.263	116.657	99.568	134.406	93.555	77.918	60.202	882.835
1990	149.135	187.033	144.460	120.273	143.300	106.365	84.680	65.139	1.000.385
1995	125.060	168.574	136.811	128.052	157.544	141.702	116.682	102.310	1.076.735
1996	101.590	157.113	136.009	122.269	147.457	131.954	115.266	100.393	1.012.051
1997	86.635	128.277	132.969	126.100	139.332	129.642	116.360	106.301	965.616
1998	88.814	98.083	114.961	128.976	136.068	130.815	120.430	111.928	930.075
1999	91.776	91.028	92.150	114.457	136.487	128.818	122.207	117.645	894.568
2000	93.004	91.323	87.922	96.426	116.463	129.605	121.864	118.075	854.682
2001	97.705	89.171	87.797	91.684	94.725	107.391	114.856	120.497	803.826
2002	95.845	95.108	87.672	95.886	89.010	91.941	100.770	118.835	775.067
2003	98.307	92.802	92.683	91.529	95.694	87.329	87.462	105.205	751.011
2004	96.939	93.968	90.936	96.915	92.417	91.818	84.717	94.497	742.207
2005	96.419	93.951	92.308	96.640	97.116	90.330	89.208	91.650	747.622

Tabela III – Ensino Médio Rede Estadual – Matrículas por série

Ano	1ª	2ª	3ª	4ª	Total
1985	91.644	47.063	31.312	4.439	174.458
1990	108.250	59.122	39.290	4.719	211.381
1995	167.723	110.068	80.042	5.504	363.337
1996	168.070	110.022	81.849	4.808	364.749
1997	180.408	120.818	88.677	4.548	394.451
1998	173.841	148.813	106.929	4.643	434.226
1999	185.581	150.661	130.027	4.143	470.412
2000	192.121	156.571	132.487	2.987	484.166
2001	180.936	155.249	131.265	1.918	469.368
2002	187.001	155.693	135.440	1.542	479.676
2003	184.041	158.725	135.664	1.894	480.324
2004	170.932	153.863	134.939	1.759	461.493
2005	157.863	138.578	128.057	1.119	425.617

Tabela IV - Total de Alunos Rede Municipal de São Paulo – 2006

Coordenadoria	alcreche	alpre	Total Infantil	al1a4	al5a8	aleja1a4	aleja5a8	Total E. Fund.	alem	alejaem	alnormal	alee	TOTAL
Butantã	3.753	16.141	19.894	15.199	12.274	1.929	5.306	34.708	0	0	0	414	55.016
Campo Limpo	5.767	36.547	42.314	39.425	31.821	4.797	14.955	90.998	0	0	0	1.525	134.837
Capela do Socorro	5.988	22.693	28.681	21.158	17.899	2.043	8.059	49.159	0	0	0	310	78.150
Freguesia/Brasilândia	4.295	22.405	26.700	19.399	15.714	2.297	8.033	45.443	0	0	0	2.412	74.555
Guaianases	3.459	21.896	25.355	18.963	19.658	1.679	7.283	47.583	533	0	24	1.051	74.546
Ipiranga	6.255	28.970	35.225	15.780	14.599	2.101	7.024	39.504	0	0	0	976	75.705
Itaquera	3.741	24.402	28.143	15.241	15.285	1.370	6.489	38.385	0	0	0	640	67.168
Jaçanã / Tremembé	3.867	25.844	29.711	21.040	18.797	2.487	7.349	49.673	946	257	687	995	82.269
Penha	4.785	27.282	32.067	17.925	16.982	1.268	5.531	41.706	0	0	0	920	74.693
Pirituba	5.445	26.772	32.217	28.432	25.926	2.591	8.651	65.600	779	0	0	941	99.537
Santo Amaro	2.963	19.434	22.397	20.117	18.293	2.577	8.336	49.323	110	0	0	3.467	75.297
São Mateus	5.191	31.031	36.222	27.867	24.376	3.317	9.758	65.318	448	0	0	733	102.721
São Miguel	5.002	28.587	33.589	28.525	29.022	1.734	10.315	69.596	192	0	0	2.930	106.307

Tabela V - Ensino Fundamental Rede Municipal – Matrículas por série

Ano	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	Total
1985	86.962	68.360	63.932	51.838	58.426	43.247	30.749	20.446	423.960
1990	85.467	74.375	66.191	59.209	63.426	48.182	35.107	24.397	456.354
1995	64.777	62.113	82.522	60.990	61.219	74.130	51.241	44.331	501.323
1996	71.514	64.853	83.374	59.937	63.604	73.284	51.285	48.351	516.202
1997	72.075	70.532	85.399	61.597	63.115	75.753	52.899	49.932	531.302
1998	73.376	70.555	86.582	66.155	63.497	70.134	57.497	49.075	536.871
1999	83.527	72.681	83.341	71.588	68.537	68.495	55.147	51.312	554.628
2000	72.936	77.794	70.732	86.528	64.705	64.807	59.502	49.214	546.218
2001	77.740	71.483	75.528	84.674	69.200	61.928	58.482	51.919	550.954
2002	72.691	75.833	70.686	89.911	67.561	64.980	56.582	53.019	551.263
2003	69.457	71.926	75.756	87.311	70.565	64.629	59.911	53.237	552.792
2004	69.160	69.646	72.129	90.942	70.200	68.391	59.900	56.121	556.489
2005	69.260	67.546	68.303	87.296	71.867	66.315	62.729	55.775	549.091

Tabela VI - Ensino Médio Rede Municipal – Matrículas por série

Ano	1ª	2ª	3ª	4ª	Total
1985	802	827	542	90	2.261
1990	877	608	457	64	2.006
1995	1.176	922	594	63	2.755
1996	1.315	806	862	54	3.037
1997	2.400	1.274	735	87	4.496
1998	1.968	2.116	1.162	92	5.338
1999	1.612	1.711	1.901	279	5.503
2000	848	1.343	1.578	247	4.016
2001	1.067	787	1.210	1.216	4.280
2002	1.192	1.013	722	806	3.733
2003	1.225	1.093	991	-	3.309
2004	1.079	1.102	991	41	3.213
2005	1.129	1.044	945	39	3.157

9.3 Simulação

Prioridades das Escolas

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
i1	i49	i39	i50	i78	i32	i68	i90	i95	i20	i79	i46	i51	i85	i85	i39	i52	i48	i68	i34
i2	i75	i56	i93	i61	i8	i37	i21	i3	i88	i26	i5	i20	i17	i15	i86	i58	i82	i16	i27
i3	i93	i52	i83	i38	i75	i81	i94	i24	i93	i94	i64	i15	i39	i2	i21	i95	i25	i32	i28
i4	i51	i63	i46	i43	i54	i79	i56	i59	i83	i27	i40	i58	i87	i57	i84	i42	i11	i58	i94
i5	i60	i17	i53	i60	i91	i5	i25	i11	i80	i2	i68	i89	i11	i32	i64	i33	i69	i21	i67
i6	i63	i82	i73	i93	i73	i15	i76	i6	i11	i11	i21	i23	i2	i94	i93	i15	i84	i56	i26
i7	i11	i73	i5	i4	i52	i44	i64	i27	i96	i56	i94	i86	i37	i8	i67	i90	i40	i25	i8
i8	i85	i27	i95	i17	i61	i32	i75	i37	i32	i45	i59	i5	i55	i43	i55	i64	i10	i31	i56
i9	i19	i93	i63	i58	i26	i77	i65	i21	i4	i9	i32	i32	i51	i53	i90	i60	i85	i96	i70
i10	i56	i18	i37	i52	i62	i85	i91	i19	i71	i59	i15	i46	i78	i81	i19	i22	i86	i22	i80
i11	i77	i28	i1	i59	i76	i62	i71	i69	i31	i5	i7	i72	i69	i10	i11	i91	i18	i80	i55
i12	i86	i36	i62	i54	i10	i67	i43	i35	i63	i67	i87	i53	i24	i55	i5	i38	i57	i30	i5
i13	i66	i30	i25	i26	i82	i43	i51	i49	i39	i36	i20	i18	i43	i86	i29	i19	i8	i64	i16
i14	i37	i59	i85	i96	i67	i36	i45	i13	i43	i33	i53	i52	i91	i93	i79	i73	i92	i11	i31
i15	i24	i84	i84	i88	i11	i72	i32	i70	i28	i76	i13	i9	i66	i28	i1	i23	i71	i57	i49
i16	i14	i58	i75	i19	i38	i48	i72	i47	i2	i24	i58	i2	i59	i70	i62	i93	i83	i51	i87
i17	i15	i51	i51	i13	i56	i54	i2	i15	i48	i43	i6	i82	i82	i33	i94	i3	i38	i46	i13
i18	i95	i87	i68	i3	i20	i19	i49	i76	i23	i22	i9	i6	i1	i37	i15	i45	i55	i72	i73
i19	i78	i53	i30	i48	i46	i28	i6	i61	i29	i90	i70	i33	i30	i13	i17	i71	i51	i94	i33
i20	i42	i29	i23	i47	i88	i9	i35	i90	i75	i15	i35	i44	i65	i17	i28	i6	i93	i77	i43
i21	i44	i20	i80	i14	i47	i91	i5	i87	i5	i19	i38	i66	i73	i22	i9	i54	i33	i55	i63
i22	i91	i45	i96	i55	i95	i89	i22	i57	i59	i32	i4	i43	i61	i19	i66	i24	i28	i28	i59
i23	i96	i77	i32	i64	i18	i26	i3	i5	i51	i39	i39	i55	i86	i25	i74	i16	i54	i19	i22
i24	i18	i76	i24	i45	i90	i16	i70	i36	i90	i47	i37	i96	i93	i88	i32	i84	i89	i49	i76
i25	i50	i10	i81	i85	i6	i40	i33	i64	i76	i3	i91	i21	i34	i54	i16	i40	i19	i93	i11
i26	i40	i22	i15	i2	i29	i95	i73	i45	i47	i52	i57	i24	i26	i38	i57	i87	i1	i18	i12
i27	i36	i42	i43	i49	i84	i63	i82	i75	i60	i92	i80	i90	i53	i73	i58	i80	i15	i85	i69
i28	i27	i24	i76	i23	i71	i35	i74	i8	i44	i13	i77	i12	i3	i9	i10	i12	i5	i60	i3
i29	i70	i13	i72	i66	i59	i65	i18	i93	i36	i63	i16	i49	i47	i51	i20	i81	i32	i7	i48
i30	i90	i57	i42	i28	i89	i4	i63	i96	i12	i96	i90	i60	i20	i83	i30	i53	i35	i29	i17
i31	i87	i31	i45	i83	i81	i55	i16	i65	i45	i61	i78	i57	i32	i34	i70	i17	i30	i81	i20
i32	i58	i94	i57	i39	i53	i14	i24	i17	i57	i18	i14	i76	i4	i26	i24	i51	i63	i74	i81
i33	i64	i5	i82	i35	i36	i22	i69	i92	i16	i44	i1	i34	i80	i78	i65	i62	i42	i23	i65
i34	i73	i7	i64	i90	i24	i27	i88	i81	i77	i55	i36	i3	i70	i61	i2	i35	i34	i44	i82

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
(continuação)																			
i35	i16	i37	i7	i65	i4	i10	i40	i67	i81	i57	i93	i67	i76	i80	i27	i4	i4	i39	i88
i36	i43	i92	i71	i12	i13	i80	i48	i39	i74	i49	i52	i1	i38	i87	i71	i66	i6	i71	i14
i37	i31	i86	i69	i16	i2	i66	i87	i18	i10	i42	i28	i62	i31	i11	i95	i27	i29	i36	i39
i38	i8	i38	i65	i42	i12	i82	i4	i30	i35	i16	i19	i70	i71	i77	i6	i29	i66	i42	i62
i39	i9	i47	i91	i62	i94	i3	i19	i63	i18	i38	i89	i78	i25	i60	i31	i2	i64	i82	i24
i40	i71	i78	i21	i95	i44	i38	i46	i48	i14	i69	i47	i69	i5	i62	i81	i79	i76	i62	i37
i41	i62	i1	i41	i31	i92	i90	i54	i4	i72	i91	i34	i31	i77	i63	i26	i49	i23	i61	i35
i42	i79	i33	i26	i18	i45	i92	i29	i10	i42	i60	i75	i11	i79	i12	i63	i82	i60	i65	i23
i43	i30	i55	i67	i79	i40	i18	i85	i52	i15	i88	i81	i77	i14	i48	i33	i92	i68	i17	i79
i44	i41	i95	i88	i6	i74	i31	i80	i89	i58	i6	i55	i14	i48	i47	i13	i78	i94	i91	i83
i45	i6	i25	i78	i46	i41	i2	i52	i16	i95	i62	i33	i80	i7	i90	i88	i74	i50	i83	i71
i46	i13	i19	i40	i76	i1	i23	i68	i29	i68	i20	i79	i39	i45	i40	i76	i70	i7	i5	i53
i47	i59	i6	i39	i50	i28	i75	i61	i68	i84	i7	i45	i45	i46	i59	i91	i44	i87	i3	i64
i48	i29	i3	i4	i63	i33	i60	i96	i25	i53	i65	i23	i36	i88	i36	i18	i39	i77	i24	i96
i49	i53	i41	i58	i9	i31	i33	i47	i66	i41	i37	i11	i16	i83	i35	i83	i13	i26	i38	i90
i50	i5	i8	i2	i10	i42	i52	i57	i74	i46	i54	i49	i74	i42	i65	i75	i96	i20	i78	i57
i51	i26	i16	i87	i1	i85	i50	i7	i41	i52	i72	i27	i93	i84	i58	i12	i28	i27	i34	i6
i52	i12	i4	i31	i70	i30	i24	i8	i2	i89	i95	i22	i47	i18	i79	i45	i36	i96	i1	i36
i53	i34	i11	i18	i11	i65	i70	i50	i32	i1	i64	i50	i65	i62	i4	i92	i88	i24	i66	i75
i54	i1	i67	i77	i20	i51	i64	i92	i60	i86	i34	i74	i54	i57	i50	i23	i50	i37	i52	i54
i55	i82	i12	i14	i53	i68	i74	i39	i14	i55	i83	i12	i19	i56	i41	i80	i63	i59	i50	i89
i56	i7	i90	i54	i87	i78	i53	i81	i56	i79	i12	i44	i38	i19	i27	i22	i30	i22	i54	i30
i57	i20	i21	i34	i22	i15	i42	i53	i44	i13	i73	i95	i81	i22	i49	i8	i37	i70	i43	i68
i58	i35	i75	i92	i77	i77	i76	i34	i28	i91	i28	i54	i41	i44	i82	i35	i7	i12	i67	i93
i59	i76	i96	i3	i36	i83	i46	i9	i38	i6	i8	i85	i91	i8	i92	i82	i34	i13	i10	i60
i60	i81	i80	i47	i29	i5	i57	i10	i77	i64	i1	i65	i26	i13	i84	i54	i86	i43	i12	i72
i61	i10	i68	i38	i44	i49	i84	i66	i26	i9	i70	i30	i61	i36	i5	i7	i1	i75	i63	i9
i62	i67	i26	i59	i57	i9	i29	i14	i43	i26	i46	i62	i28	i63	i89	i96	i56	i90	i2	i10
i63	i23	i46	i48	i73	i43	i11	i42	i33	i73	i53	i56	i59	i92	i7	i77	i10	i88	i79	i19
i64	i57	i50	i27	i30	i25	i25	i62	i62	i8	i17	i60	i40	i54	i75	i40	i72	i61	i53	i77
i65	i68	i15	i10	i81	i23	i49	i79	i31	i85	i51	i88	i84	i94	i52	i25	i8	i3	i20	i18
i66	i72	i74	i13	i75	i22	i39	i59	i94	i49	i75	i42	i94	i90	i67	i69	i55	i79	i4	i50
i67	i32	i23	i61	i7	i16	i51	i23	i55	i62	i21	i25	i25	i6	i6	i51	i57	i74	i35	i38
i68	i4	i89	i8	i91	i50	i45	i58	i84	i19	i23	i24	i13	i29	i44	i48	i43	i53	i40	i74
i69	i80	i14	i52	i86	i80	i1	i31	i53	i56	i80	i67	i75	i67	i30	i38	i21	i14	i92	i78
i70	i48	i71	i94	i56	i79	i20	i67	i51	i54	i10	i2	i8	i52	i42	i78	i68	i73	i45	i42
i71	i92	i70	i55	i67	i34	i71	i36	i78	i37	i14	i69	i37	i23	i72	i89	i9	i95	i37	i58
i72	i21	i35	i89	i5	i96	i12	i37	i40	i38	i71	i26	i56	i75	i31	i43	i5	i65	i26	i15
i73	i46	i54	i74	i51	i55	i96	i41	i20	i22	i40	i3	i42	i95	i74	i87	i41	i16	i89	i29
i74	i83	i69	i11	i21	i19	i93	i78	i88	i17	i66	i83	i83	i68	i69	i68	i83	i67	i69	i40

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	S17	S18	S19	S20
(continuação)																			
i75	i3	i44	i36	i89	i58	i94	i83	i34	i50	i93	i10	i50	i16	i24	i85	i94	i52	i6	i45
i76	i84	i88	i9	i94	i57	i59	i84	i79	i24	i29	i86	i85	i49	i91	i36	i76	i36	i73	i52
i77	i39	i83	i6	i37	i14	i8	i30	i54	i66	i84	i84	i10	i89	i14	i34	i20	i46	i14	i4
i78	i2	i64	i29	i32	i17	i7	i77	i83	i69	i41	i8	i87	i12	i68	i3	i47	i44	i13	i95
i79	i89	i48	i79	i80	i86	i88	i28	i86	i78	i86	i66	i63	i64	i71	i59	i26	i58	i15	i2
i80	i25	i79	i35	i71	i39	i61	i95	i72	i67	i82	i48	i27	i40	i46	i53	i89	i80	i84	i91
i81	i47	i62	i16	i72	i87	i21	i12	i42	i3	i58	i72	i4	i74	i21	i49	i65	i91	i75	i32
i82	i94	i61	i28	i24	i3	i86	i26	i9	i30	i30	i61	i88	i41	i64	i56	i77	i81	i27	i51
i83	i45	i34	i44	i25	i37	i73	i1	i1	i7	i68	i82	i17	i28	i66	i61	i11	i21	i90	i44
i84	i54	i40	i70	i15	i93	i87	i93	i22	i82	i50	i18	i68	i10	i29	i52	i61	i39	i9	i41
i85	i74	i81	i33	i92	i66	i58	i20	i50	i92	i31	i92	i73	i60	i1	i47	i48	i62	i70	i92
i86	i28	i66	i22	i82	i60	i78	i89	i80	i40	i25	i43	i35	i15	i56	i50	i75	i45	i59	i86
i87	i65	i85	i17	i68	i7	i56	i13	i85	i34	i35	i17	i79	i81	i20	i73	i14	i9	i33	i47
i88	i88	i43	i66	i8	i27	i13	i11	i73	i94	i4	i63	i92	i50	i39	i14	i67	i47	i76	i85
i89	i33	i49	i19	i41	i63	i6	i44	i82	i65	i87	i73	i30	i33	i96	i4	i31	i2	i41	i25
i90	i38	i65	i12	i69	i72	i83	i60	i58	i21	i77	i96	i7	i21	i45	i41	i69	i78	i86	i7
i91	i52	i60	i90	i33	i64	i47	i17	i71	i87	i89	i71	i71	i35	i16	i46	i46	i72	i8	i21
i92	i61	i32	i56	i27	i69	i41	i38	i46	i33	i81	i29	i64	i96	i3	i42	i85	i31	i47	i46
i93	i69	i9	i86	i84	i21	i17	i15	i91	i70	i78	i41	i29	i58	i95	i44	i59	i49	i87	i61
i94	i17	i2	i49	i34	i70	i69	i27	i23	i27	i85	i31	i48	i9	i76	i72	i18	i17	i48	i66
i95	i55	i91	i20	i74	i48	i30	i55	i12	i25	i48	i76	i95	i27	i23	i60	i32	i56	i95	i84
i96	i22	i72	i60	i40	i35	i34	i86	i7	i61	i74	i51	i22	i72	i18	i37	i25	i41	i88	i1

9.3.1 Simulação I

Preferências dos Alunos

i1	S6	S5	S7	S17	S12	S19	S9	S14	S4	S16	S13	S15	S18	S20	S2	S8	S1	S10	S3	S11
i2	S3	S9	S6	S8	S12	S10	S15	S5	S7	S13	S11	S19	S16	S2	S14	S20	S1	S4	S18	S17
i3	S18	S11	S17	S16	S8	S4	S9	S2	S6	S3	S12	S10	S1	S13	S7	S14	S19	S5	S20	S15
i4	S16	S18	S14	S13	S3	S11	S12	S6	S7	S17	S1	S9	S5	S20	S19	S15	S4	S2	S8	S10
i5	S3	S6	S4	S19	S18	S13	S16	S9	S15	S14	S2	S10	S17	S11	S1	S5	S20	S8	S7	S12
i6	S18	S2	S20	S7	S17	S10	S5	S15	S19	S8	S13	S1	S11	S6	S16	S4	S12	S14	S9	S3
i7	S9	S7	S14	S2	S5	S16	S19	S13	S20	S11	S4	S18	S3	S12	S6	S10	S8	S17	S1	S15
i8	S4	S5	S2	S1	S3	S14	S6	S8	S17	S15	S7	S10	S9	S18	S20	S19	S16	S12	S11	S13
i9	S7	S12	S11	S6	S14	S5	S10	S9	S2	S17	S20	S4	S16	S19	S15	S13	S8	S1	S3	S18
i10	S14	S4	S18	S1	S3	S19	S17	S9	S8	S20	S2	S15	S5	S13	S7	S12	S16	S10	S11	S6
i11	S5	S17	S3	S13	S20	S6	S1	S7	S12	S2	S16	S9	S8	S11	S10	S4	S15	S19	S14	S18
i12	S2	S19	S10	S1	S12	S5	S3	S8	S7	S20	S9	S11	S6	S18	S4	S16	S14	S17	S13	S15
i13	S2	S8	S14	S1	S3	S10	S17	S20	S9	S7	S6	S5	S18	S19	S12	S4	S13	S16	S15	S11
i14	S17	S10	S2	S13	S14	S15	S4	S1	S5	S16	S9	S18	S19	S7	S11	S20	S6	S8	S12	S3
i15	S10	S20	S17	S18	S3	S14	S4	S8	S1	S7	S16	S11	S15	S6	S9	S2	S19	S5	S12	S13
i16	S18	S17	S1	S13	S3	S16	S10	S8	S7	S2	S6	S9	S20	S15	S14	S5	S19	S11	S12	S4
i17	S17	S19	S7	S18	S3	S13	S8	S9	S6	S10	S14	S4	S12	S1	S16	S15	S2	S11	S5	S20
i18	S18	S15	S10	S9	S20	S11	S19	S4	S17	S12	S7	S8	S16	S13	S1	S14	S2	S5	S6	S3
i19	S3	S2	S15	S19	S7	S4	S5	S17	S9	S1	S10	S8	S13	S11	S12	S14	S16	S18	S20	S6
i20	S9	S19	S18	S3	S6	S2	S15	S7	S5	S10	S8	S17	S11	S14	S1	S12	S4	S16	S20	S13
i21	S9	S6	S19	S3	S1	S20	S15	S7	S18	S4	S14	S2	S5	S11	S13	S12	S16	S10	S8	S17
i22	S5	S4	S17	S11	S13	S8	S10	S3	S7	S1	S19	S12	S14	S15	S20	S16	S2	S6	S18	S9
i23	S13	S15	S11	S18	S19	S7	S17	S8	S1	S12	S14	S4	S20	S3	S10	S16	S9	S2	S6	S5
i24	S18	S4	S19	S17	S5	S11	S3	S13	S20	S7	S12	S2	S14	S1	S16	S8	S9	S6	S10	S15
i25	S11	S4	S5	S2	S20	S10	S3	S17	S19	S9	S16	S14	S6	S18	S15	S13	S7	S12	S1	S8
i26	S11	S4	S15	S8	S1	S2	S16	S10	S12	S3	S7	S9	S20	S18	S5	S19	S14	S6	S17	S13
i27	S9	S13	S7	S1	S15	S5	S14	S17	S8	S2	S18	S11	S4	S19	S10	S12	S20	S3	S6	S16
i28	S9	S4	S1	S14	S11	S3	S2	S5	S13	S20	S7	S16	S8	S15	S10	S12	S6	S19	S17	S18
i29	S5	S11	S13	S1	S6	S9	S8	S2	S4	S20	S12	S15	S17	S16	S18	S7	S3	S14	S19	S10
i30	S4	S12	S13	S1	S16	S7	S14	S20	S15	S2	S6	S8	S11	S10	S18	S9	S19	S5	S17	S3
i31	S16	S17	S2	S8	S1	S9	S20	S7	S10	S14	S18	S6	S12	S3	S11	S15	S4	S13	S5	S19
i32	S11	S2	S6	S19	S13	S10	S7	S17	S14	S12	S15	S18	S5	S3	S9	S8	S20	S4	S1	S16
i33	S19	S5	S14	S16	S6	S3	S10	S4	S7	S8	S2	S17	S1	S9	S15	S18	S11	S13	S12	S20
i34	S12	S13	S14	S1	S11	S17	S19	S16	S9	S20	S8	S15	S10	S7	S2	S3	S18	S6	S5	S4
i35	S2	S11	S19	S7	S5	S8	S12	S1	S9	S20	S16	S18	S10	S6	S14	S13	S3	S17	S15	S4
i36	S11	S17	S5	S15	S16	S13	S3	S6	S19	S4	S14	S8	S9	S7	S1	S18	S12	S2	S10	S20
i37	S10	S20	S6	S8	S14	S19	S7	S11	S3	S12	S9	S16	S18	S1	S17	S15	S2	S13	S5	S4
i38	S7	S3	S2	S9	S13	S5	S4	S10	S12	S19	S16	S6	S20	S17	S15	S14	S18	S8	S11	S1
i39	S8	S2	S18	S15	S7	S1	S13	S12	S14	S3	S11	S16	S10	S19	S20	S5	S6	S17	S4	S9
i40	S17	S3	S1	S20	S11	S9	S14	S6	S5	S15	S12	S7	S10	S16	S4	S2	S18	S13	S8	S19

i41	S13	S5	S16	S19	S7	S9	S14	S8	S17	S11	S15	S3	S4	S18	S1	S12	S20	S2	S6	S10
i42	S15	S2	S9	S7	S5	S14	S12	S17	S4	S20	S10	S8	S19	S18	S11	S6	S16	S13	S3	S1
i43	S9	S1	S14	S11	S18	S3	S6	S17	S4	S10	S8	S7	S16	S19	S12	S5	S20	S2	S13	S15
i44	S9	S2	S18	S12	S13	S19	S10	S20	S17	S3	S15	S11	S1	S14	S8	S6	S5	S16	S4	S7
i45	S18	S9	S20	S4	S15	S6	S17	S8	S2	S13	S16	S1	S5	S10	S3	S11	S14	S19	S12	S7
i46	S15	S7	S18	S11	S14	S3	S1	S19	S20	S2	S13	S16	S8	S4	S6	S17	S10	S12	S5	S9
i47	S3	S12	S9	S5	S11	S1	S16	S6	S2	S18	S13	S7	S10	S20	S17	S15	S14	S8	S4	S19
i48	S5	S13	S3	S18	S10	S8	S2	S4	S6	S9	S7	S1	S11	S14	S20	S12	S15	S17	S16	S19
i49	S7	S20	S18	S1	S19	S11	S10	S3	S14	S13	S16	S17	S9	S6	S8	S12	S5	S4	S2	S15
i50	S17	S1	S10	S4	S8	S5	S9	S2	S7	S6	S15	S20	S18	S12	S3	S11	S19	S13	S14	S16
i51	S9	S10	S17	S6	S2	S1	S20	S3	S5	S7	S19	S4	S12	S14	S11	S8	S18	S13	S16	S15
i52	S14	S11	S17	S16	S8	S1	S18	S19	S2	S6	S10	S7	S5	S4	S3	S15	S20	S12	S9	S13
i53	S17	S9	S18	S4	S5	S12	S11	S13	S3	S7	S15	S20	S2	S14	S1	S6	S19	S16	S8	S10
i54	S1	S4	S19	S14	S20	S15	S3	S17	S12	S7	S8	S18	S9	S6	S11	S5	S16	S13	S10	S2
i55	S12	S17	S19	S18	S16	S11	S13	S1	S3	S20	S2	S7	S9	S14	S15	S5	S6	S8	S4	S10
i56	S16	S3	S18	S17	S7	S5	S12	S13	S2	S9	S1	S11	S15	S14	S6	S10	S4	S8	S20	S19
i57	S3	S11	S20	S4	S10	S14	S1	S7	S6	S12	S19	S15	S16	S13	S8	S2	S17	S18	S9	S5
i58	S6	S2	S4	S3	S16	S9	S5	S12	S7	S13	S10	S18	S15	S11	S17	S14	S1	S20	S8	S19
i59	S17	S6	S18	S4	S1	S15	S16	S19	S8	S3	S7	S5	S12	S20	S14	S11	S2	S9	S10	S13
i60	S13	S18	S16	S19	S8	S11	S9	S5	S7	S15	S20	S2	S4	S12	S3	S6	S17	S1	S10	S14
i61	S10	S1	S7	S19	S15	S13	S12	S3	S9	S14	S20	S6	S8	S18	S11	S2	S17	S4	S5	S16
i62	S12	S14	S8	S1	S7	S17	S18	S10	S19	S13	S15	S16	S5	S2	S4	S9	S20	S11	S3	S6
i63	S19	S7	S2	S12	S1	S11	S10	S8	S9	S5	S14	S3	S20	S18	S15	S17	S4	S16	S6	S13
i64	S5	S15	S3	S16	S19	S18	S14	S2	S17	S12	S20	S9	S6	S11	S4	S10	S7	S8	S13	S1
i65	S12	S15	S13	S6	S20	S3	S2	S19	S7	S17	S16	S8	S1	S11	S14	S5	S10	S18	S4	S9
i66	S3	S14	S1	S8	S4	S13	S11	S10	S17	S9	S16	S20	S12	S6	S19	S5	S2	S15	S18	S7
i67	S16	S13	S9	S12	S20	S4	S3	S1	S17	S7	S6	S2	S19	S10	S11	S5	S18	S14	S15	S8
i68	S14	S17	S1	S10	S12	S18	S3	S13	S19	S8	S16	S11	S7	S4	S20	S5	S15	S2	S6	S9
i69	S3	S10	S2	S13	S12	S15	S16	S20	S4	S14	S18	S17	S9	S1	S11	S8	S5	S6	S7	S19
i70	S18	S2	S13	S10	S19	S17	S4	S12	S15	S8	S16	S6	S3	S7	S20	S9	S1	S5	S11	S14
i71	S10	S19	S1	S9	S5	S6	S3	S14	S2	S7	S8	S11	S13	S4	S16	S18	S17	S20	S15	S12
i72	S20	S2	S1	S7	S18	S13	S8	S17	S19	S3	S14	S15	S5	S16	S10	S11	S12	S9	S6	S4
i73	S13	S10	S2	S17	S4	S19	S12	S20	S18	S5	S1	S16	S7	S6	S14	S8	S9	S15	S11	S3
i74	S19	S10	S9	S13	S15	S5	S11	S14	S4	S20	S8	S6	S16	S1	S2	S17	S18	S3	S7	S12
i75	S15	S3	S18	S8	S16	S10	S1	S9	S12	S20	S14	S5	S13	S2	S11	S7	S6	S19	S4	S17
i76	S18	S13	S10	S16	S15	S7	S6	S3	S19	S17	S9	S5	S20	S12	S4	S11	S2	S8	S14	S1
i77	S15	S10	S7	S12	S5	S9	S17	S16	S2	S6	S4	S3	S1	S8	S20	S11	S19	S14	S18	S13
i78	S18	S19	S12	S15	S1	S6	S9	S16	S14	S17	S20	S2	S8	S10	S5	S7	S4	S3	S13	S11
i79	S13	S10	S15	S5	S18	S17	S2	S19	S6	S20	S12	S16	S11	S8	S1	S7	S4	S14	S3	S9

i81	S20	S15	S16	S5	S12	S3	S8	S10	S9	S19	S14	S2	S13	S1	S6	S7	S4	S11	S17	S18
i82	S20	S12	S18	S1	S17	S2	S4	S8	S14	S9	S3	S15	S16	S7	S5	S13	S6	S19	S10	S11
i83	S1	S19	S15	S11	S6	S2	S8	S9	S3	S4	S16	S18	S20	S7	S17	S5	S14	S13	S12	S10
i84	S4	S6	S17	S2	S12	S20	S16	S13	S15	S3	S14	S11	S19	S7	S5	S1	S18	S9	S10	S8
i85	S11	S2	S15	S8	S20	S10	S6	S12	S16	S13	S19	S7	S18	S3	S4	S9	S14	S5	S17	S1
i86	S10	S3	S9	S7	S5	S2	S14	S13	S11	S12	S1	S17	S8	S19	S18	S15	S6	S4	S20	S16
i87	S13	S5	S11	S20	S8	S12	S3	S7	S16	S2	S10	S15	S9	S18	S17	S4	S6	S19	S14	S1
i88	S12	S9	S2	S4	S18	S7	S10	S17	S11	S8	S13	S19	S15	S14	S1	S20	S6	S16	S5	S3
i89	S3	S1	S16	S17	S12	S14	S13	S9	S10	S4	S15	S11	S20	S6	S8	S2	S19	S7	S18	S5
i90	S17	S15	S3	S6	S8	S11	S1	S13	S20	S19	S4	S5	S9	S18	S7	S10	S12	S16	S2	S14
i91	S16	S13	S11	S12	S14	S18	S4	S8	S1	S17	S5	S3	S2	S9	S7	S19	S20	S6	S15	S10
i92	S3	S1	S4	S5	S18	S17	S8	S20	S6	S10	S14	S9	S2	S7	S11	S16	S13	S15	S19	S12
i93	S13	S11	S14	S15	S5	S4	S1	S7	S19	S8	S12	S20	S9	S16	S18	S10	S17	S3	S2	S6
i94	S9	S7	S13	S20	S8	S2	S16	S17	S6	S10	S15	S19	S18	S4	S3	S14	S1	S5	S11	S12
i95	S3	S20	S11	S4	S18	S10	S1	S16	S13	S6	S19	S17	S15	S5	S14	S8	S12	S7	S9	S2
i96	S1	S15	S12	S3	S4	S5	S13	S17	S14	S16	S18	S10	S11	S6	S8	S7	S20	S19	S2	S9

Resultados da Simulação I

Matching – Ensino Fundamental

S1	1	2	3	4	5	6	
S2	49	75	93	51	60	63	
S3	39	56	52	17	82	73	
S4	50	83	46	53	95		
S5	78	61	38	43	58		
S6	32	8	54	91	26		
S7	68	37	81	79			
S8	90	21	94				
S9	24	59	11				
S10	20	88	80				
S11	27	45	9	67	36	33	76
S12	64	40	15	7	87	13	70
S13	89	23	86	72	18		
S14	85	55	69	66	30		
S15	57	10	28	22	19		
S16	84	29	62	74	16		
S17	42	71	12	35			
S18	48	25	92	34			
S19	31	96	77	44			
S20	65	14	41	47			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Matching – Ensino Médio

S1	54	80	83	50	61	43	
S2	12	13	19	70	73	44	
S3	92	5	86	47	57	95	
S4	8	30	84	28	24		
S5	11	22	29	48	64		
S6	1	58	59	2	20		
S7	9	38	49	94			
S8	39	69	33				
S9	27	45	21				
S10	71	51	14				
S11	25	26	32	36	85	3	35
S12	34	55	62	65	88	96	53
S13	23	41	60	87	93		
S14	10	52	68	66	7		
S15	42	46	75	77	79		
S16	89	31	56	67	91		
S17	90	16	40	15			
S18	18	6	76	4			
S19	78	63	74	17			
S20	72	81	82	37			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Matching – Mecanismo estável de Gale e Shapley

S1	16	8	28	50	40	43
S2	85	14	19	70	73	44
S3	92	5	86	56	57	20
S4	96	30	84	53	24	
S5	11	38	87	48	64	
S6	1	58	59	2	37	
S7	9	72	63	35		
S8	39	13	41			
S9	27	45	21			
S10	71	51	12			
S11	25	26	32	36	29	3
S12	34	55	62	65	88	78
S13	23	76	60	69	93	
S14	7	52	68	66	54	
S15	42	46	75	77	79	
S16	89	31	33	67	91	
S17	90	6	22	15		
S18	18	82	10	4		
S19	61	83	74	17		
S20	49	81	80	94		

Obs: Números referem-se aos estudantes

Matching – Mecanismo de Ciclos de Troca Prioritários

S1	83	43	80	40	54	96	
S2	70	6	44	69	14	12	
S3	95	5	2	89	57	19	
S4	28	8	84	22	30		
S5	48	64	11	87	29		
S6	58	1	21	59	74		
S7	38	49	7	9			
S8	39	13	31				
S9	51	20	94				
S10	86	61	15				
S11	85	26	25	32	36	35	92
S12	88	55	34	62	47	67	65
S13	79	93	27	73	23		
S14	52	68	10	66	41		
S15	42	18	75	46	77		
S16	56	4	60	91	76		
S17	90	17	50	53			
S18	78	3	24	16			
S19	63	33	71	72			
S20	82	37	45	81			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Mecanismo de Ciclos de Troca Prioritários – Pares com Inveja Justificada

$$(i_6, s_{18}) \rightarrow i_3, i_{16}, i_{24}, i_{78}$$

$$(i_{13}, s_2) \rightarrow i_{12}, i_{69}$$

$$(i_{14}, s_{10}) \rightarrow i_{15}, i_{61}, i_{86}$$

$$(i_{18}, s_{18}) \rightarrow i_3, i_{16}, i_{24}, i_{78}$$

$$(i_{21}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{22}, s_5) \rightarrow i_{29}$$

$$(i_{27}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{28}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{31}, s_2) \rightarrow i_6, i_{12}, i_{69}$$

$$(i_{31}, s_{16}) \rightarrow i_4, i_{56}, i_{60}, i_{76}, i_{91}$$

$$(i_{35}, s_2) \rightarrow i_{69}$$

$$(i_{37}, s_2) \rightarrow i_{69}$$

$$(i_{40}, s_3) \rightarrow i_2$$

$$(i_{40}, s_{17}) \rightarrow i_{17}, i_{50}, i_{53}$$

$$(i_{41}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{41}, s_{13}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}$$

$$(i_{41}, s_{60}) \rightarrow i_{60}$$

$$(i_{43}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{44}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{45}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{45}, s_{18}) \rightarrow i_{78}$$

$$(i_{47}, s_3) \rightarrow i_2, i_{19}, i_{89}, i_{95}$$

$$(i_{60}, s_{18}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}, i_{93}$$

$$(i_{60}, s_{18}) \rightarrow i_3, i_{16}, i_{24}, i_{78}$$

$$(i_{66}, s_3) \rightarrow i_2, i_5, i_{19}, i_{57}, i_{89}, i_{95}$$

$$(i_{67}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{67}, s_{13}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}, i_{93}$$

$$(i_{67}, s_{16}) \rightarrow i_4, i_{56}, i_{60}, i_{76}, i_{91}$$

$$(i_{69}, s_3) \rightarrow i_2$$

$$(i_{69}, s_{10}) \rightarrow i_{61}$$

$$(i_{70}, s_{18}) \rightarrow i_3, i_{16}, i_{78}$$

$$(i_{71}, s_{10}) \rightarrow i_{15}, i_{61}, i_{86}$$

$$(i_{72}, s_1) \rightarrow i_{80}, i_{83}, i_{96}$$

$$(i_{72}, s_2) \rightarrow i_{69}$$

$$(i_{72}, s_7) \rightarrow i_7, i_9, i_{38}, i_{49}$$

$$(i_{72}, s_8) \rightarrow i_{13}, i_{31}, i_{39}$$

$$(i_{72}, s_{13}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}, i_{93}$$

$$(i_{72}, s_{20}) \rightarrow i_{45}$$

$$(i_{74}, s_4) \rightarrow i_{22}, i_{28}$$

$$(i_{74}, s_8) \rightarrow i_{13}, i_{31}, i_{39}$$

$$(i_{74}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{74}, s_{10}) \rightarrow i_{15}, i_{61}, i_{86}$$

$$(i_{74}, s_{13}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}, i_{93}$$

$$(i_{74}, s_{14}) \rightarrow i_{10}, i_{41}$$

$$(i_{74}, s_{15}) \rightarrow i_{18}, i_{46}$$

$$(i_{74}, s_{19}) \rightarrow i_{33}, i_{63}, i_{71}$$

$$(i_{74}, s_{20}) \rightarrow i_{45}$$

$$(i_{76}, s_{10}) \rightarrow i_{15}, i_{61}, i_{86}$$

$$(i_{76}, s_{13}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}, i_{93}$$

$$(i_{76}, s_{18}) \rightarrow i_3, i_{16}, i_{24}, i_{78}$$

$$(i_{87}, s_{13}) \rightarrow i_{27}, i_{73}, i_{79}$$

$$(i_{92}, s_1) \rightarrow i_{96}$$

$$(i_{92}, s_2) \rightarrow i_{69}$$

$$(i_{92}, s_3) \rightarrow i_2, i_{19}, i_{89}, i_{95}$$

$$(i_{94}, s_4) \rightarrow i_8, i_{22}, i_{28}$$

$$(i_{94}, s_6) \rightarrow i_1, i_{21}, i_{24}, i_{58}$$

$$(i_{94}, s_7) \rightarrow i_7, i_{49}$$

$$(i_{94}, s_8) \rightarrow i_{13}, i_{31}, i_{39}$$

$$(i_{94}, s_9) \rightarrow i_{20}, i_{51}, i_{94}$$

$$(i_{94}, s_{10}) \rightarrow i_{61}$$

$$(i_{94}, s_{14}) \rightarrow i_{10}, i_{41}, i_{52}, i_{68}$$

$$(i_{94}, s_{17}) \rightarrow i_{50}$$

$$(i_{92}, s_{18}) \rightarrow i_3, i_{16}, i_{24}, i_{78}$$

Comparação dos Mecanismos – Simulação I

Mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários versus Mecanismo de Gale e Shapley

i1	S8	S5	S7	S17	S12	S19	S9	S14	S4	S16	S13	S15	S18	S20	S2	S8	S1	S10	S3	S11
i2	S3	S9	S6	S8	S12	S10	S15	S5	S7	S13	S11	S19	S16	S2	S14	S20	S1	S4	S18	S17
i3	S18	S11	S17	S16	S8	S4	S9	S2	S6	S3	S12	S10	S13	S7	S14	S19	S5	S20	S15	S10
i4	S16	S18	S14	S13	S3	S11	S12	S6	S7	S17	S1	S9	S5	S20	S19	S15	S4	S2	S8	S10
i5	S3	S6	S4	S19	S18	S13	S16	S9	S15	S14	S2	S10	S17	S11	S1	S5	S20	S8	S7	S12
i6	S18	S2	S20	S7	S17	S10	S5	S15	S19	S8	S13	S1	S11	S6	S16	S4	S12	S14	S9	S3
i7	S9	S7	S14	S2	S6	S16	S19	S13	S20	S11	S4	S18	S3	S12	S6	S10	S8	S17	S1	S15
i8	S4	S5	S2	S1	S3	S14	S6	S8	S17	S15	S7	S10	S9	S18	S20	S19	S16	S12	S11	S13
i9	S7	S12	S11	S6	S14	S5	S10	S9	S2	S17	S20	S4	S16	S19	S15	S13	S8	S1	S3	S18
i10	S14	S4	S18	S1	S3	S19	S17	S9	S8	S20	S2	S15	S5	S13	S7	S12	S16	S10	S11	S6
i11	S5	S17	S3	S13	S20	S6	S1	S7	S12	S2	S16	S9	S8	S11	S10	S4	S15	S19	S14	S18
i12	S2	S19	S10	S1	S12	S5	S3	S8	S7	S20	S9	S11	S6	S18	S4	S16	S14	S17	S13	S15
i13	S2	S6	S14	S1	S3	S10	S17	S20	S9	S7	S6	S5	S18	S19	S12	S4	S13	S16	S15	S11
i14	S17	S10	S2	S13	S14	S15	S4	S1	S5	S16	S9	S18	S19	S7	S11	S20	S6	S8	S12	S3
i15	S10	S20	S17	S18	S3	S14	S4	S8	S1	S7	S16	S11	S15	S6	S9	S2	S19	S5	S12	S13
i16	S18	S17	S1	S13	S3	S16	S10	S8	S7	S2	S6	S9	S20	S15	S14	S5	S19	S11	S12	S4
i17	S17	S19	S7	S18	S3	S13	S8	S9	S6	S10	S14	S4	S12	S1	S16	S15	S2	S11	S5	S20
i18	S16	S15	S10	S9	S20	S11	S19	S4	S17	S12	S7	S8	S16	S13	S1	S14	S2	S5	S6	S3
i19	S3	S2	S15	S10	S19	S7	S4	S5	S17	S9	S1	S10	S8	S13	S11	S12	S14	S16	S18	S20
i20	S9	S19	S18	S3	S6	S2	S15	S7	S5	S10	S8	S17	S11	S14	S1	S12	S4	S16	S20	S13
i21	S9	S6	S17	S3	S1	S20	S15	S7	S18	S4	S14	S2	S5	S11	S13	S12	S16	S10	S8	S17
i22	S5	S4	S17	S11	S13	S8	S10	S3	S7	S1	S19	S12	S14	S15	S20	S16	S2	S6	S18	S9
i23	S13	S15	S11	S18	S19	S7	S17	S8	S1	S12	S14	S4	S20	S3	S10	S16	S9	S2	S6	S5
i24	S18	S4	S19	S17	S5	S11	S3	S13	S20	S7	S12	S2	S14	S1	S16	S8	S9	S6	S10	S15
i25	S11	S4	S5	S2	S20	S10	S3	S17	S19	S9	S16	S14	S6	S18	S15	S13	S7	S12	S1	S8
i26	S11	S4	S15	S8	S1	S2	S16	S10	S12	S3	S7	S9	S20	S18	S5	S19	S14	S6	S17	S13
i27	S9	S13	S7	S1	S15	S5	S14	S17	S8	S2	S18	S11	S4	S19	S10	S12	S20	S3	S6	S16
i28	S9	S4	S1	S14	S11	S3	S2	S5	S13	S20	S7	S16	S8	S15	S10	S12	S6	S19	S17	S18
i29	S5	S11	S13	S1	S6	S9	S8	S2	S4	S20	S12	S15	S17	S16	S18	S7	S3	S14	S19	S10
i30	S4	S12	S13	S1	S16	S7	S14	S20	S15	S2	S6	S8	S11	S10	S18	S9	S19	S5	S17	S3
i31	S16	S17	S2	S8	S1	S9	S20	S7	S10	S14	S18	S6	S12	S3	S11	S15	S4	S13	S5	S19
i32	S11	S2	S6	S19	S13	S10	S7	S17	S14	S12	S15	S18	S5	S3	S9	S8	S20	S4	S1	S16
i33	S19	S5	S14	S16	S6	S3	S10	S4	S7	S8	S2	S17	S1	S9	S15	S18	S11	S13	S12	S20
i34	S12	S13	S14	S1	S11	S17	S19	S16	S9	S20	S8	S15	S10	S7	S2	S3	S18	S6	S5	S4
i35	S2	S11	S19	S7	S6	S8	S12	S1	S9	S20	S16	S18	S10	S6	S14	S13	S3	S17	S15	S4
i36	S11	S17	S5	S15	S16	S13	S3	S6	S19	S4	S14	S8	S9	S7	S1	S18	S12	S2	S10	S20
i37	S10	S20	S6	S8	S14	S19	S7	S11	S3	S12	S9	S16	S18	S1	S17	S15	S2	S13	S5	S4
i38	S7	S3	S2	S9	S13	S5	S4	S10	S12	S19	S16	S6	S20	S17	S15	S14	S18	S8	S11	S1
i39	S8	S2	S18	S15	S7	S1	S13	S12	S14	S3	S11	S16	S10	S19	S20	S5	S6	S17	S4	S9
i40	S17	S3	S1	S20	S11	S9	S14	S6	S5	S15	S12	S7	S10	S16	S4	S2	S18	S13	S8	S19
i41	S13	S5	S16	S19	S7	S9	S14	S8	S17	S11	S15	S3	S4	S18	S1	S12	S20	S2	S6	S10
i42	S15	S2	S9	S7	S5	S14	S12	S17	S4	S20	S10	S8	S19	S18	S11	S6	S16	S13	S3	S1
i43	S9	S1	S14	S11	S18	S3	S6	S17	S4	S10	S8	S7	S16	S19	S12	S5	S20	S2	S13	S15
i44	S9	S2	S18	S12	S13	S19	S10	S20	S17	S3	S15	S11	S1	S14	S8	S6	S5	S16	S4	S7
i45	S18	S9	S20	S4	S15	S6	S17	S8	S2	S13	S16	S1	S5	S10	S3	S11	S14	S19	S12	S7
i46	S15	S7	S18	S11	S14	S3	S1	S19	S20	S2	S13	S16	S8	S4	S6	S17	S10	S12	S5	S9
i47	S3	S12	S9	S5	S11	S1	S16	S6	S2	S18	S13	S7	S10	S20	S17	S15	S14	S8	S4	S19
i48	S5	S13	S3	S18	S10	S8	S2	S4	S6	S9	S7	S1	S11	S14	S20	S12	S15	S17	S16	S19
i49	S7	S20	S18	S1	S19	S11	S10	S3	S14	S13	S16	S17	S9	S6	S8	S12	S5	S4	S2	S15
i50	S17	S1	S10	S4	S8	S5	S9	S2	S7	S6	S15	S20	S18	S12	S3	S11	S19	S13	S14	S16
i51	S9	S10	S17	S6	S2	S1	S20	S3	S5	S7	S19	S4	S12	S14	S11	S8	S18	S13	S16	S15
i52	S14	S11	S17	S16	S8	S1	S18	S19	S2	S6	S10	S7	S5	S4	S3	S15	S20	S12	S9	S13
i53	S17	S9	S18	S4	S5	S12	S11	S13	S3	S7	S15	S20	S2	S14	S1	S6	S19	S16	S8	S10
i54	S1	S4	S19	S20	S15	S3	S17	S12	S7	S8	S18	S9	S6	S11	S5	S16	S13	S10	S2	S6
i55	S12	S17	S18	S16	S11	S13	S1	S3	S20	S2	S7	S9	S14	S15	S5	S6	S8	S4	S10	S10
i56	S16	S3	S18	S17	S7	S5	S12	S13	S2	S9	S1	S11	S15	S14	S6	S10	S4	S8	S20	S19
i57	S3	S11	S20	S4	S10	S14	S1	S7	S6	S12	S19	S15	S16	S13	S8	S2	S17	S18	S9	S5
i58	S6	S2	S4	S3	S16	S9	S5	S12	S7	S13	S10	S18	S15	S11	S17	S14	S1	S20	S8	S19
i59	S17	S6	S18	S4	S1	S15	S16	S19	S8	S3	S7	S5	S12	S20	S14	S11	S2	S9	S10	S13
i60	S13	S18	S16	S19	S8	S11	S9	S5	S7	S15	S20	S2	S4	S12	S3	S6	S17	S1	S10	S14
i61	S10	S1	S7	S19	S15	S13	S12	S3	S9	S14	S20	S6	S8	S18	S11	S2	S17	S4	S5	S16
i62	S12	S14	S8	S1	S7	S17	S18	S10	S19	S13	S15	S16	S5	S2	S4	S9	S20	S11	S3	S6
i63	S19	S7	S2	S12	S1	S11	S10	S8	S9	S5	S14	S3	S20	S18	S15	S17	S4	S16	S6	S13
i64	S5	S15	S3	S16	S19	S18	S14	S2	S17	S12	S20	S9	S6	S11	S4	S10	S7	S8	S13	S1

i65	S12	S15	S13	S6	S20	S3	S2	S19	S7	S17	S16	S8	S1	S11	S14	S5	S10	S18	S4	S9
i66	S3	S14	S1	S8	S4	S13	S11	S10	S17	S9	S16	S20	S12	S6	S19	S5	S2	S15	S18	S7
i67	S16	S13	S9	S12	S20	S4	S3	S1	S17	S7	S6	S2	S19	S10	S11	S5	S18	S14	S15	S8
i68	S14	S17	S1	S10	S12	S18	S3	S13	S19	S8	S16	S11	S7	S4	S20	S5	S15	S2	S6	S9
i69	S3	S10	S2	S13	S12	S15	S16	S20	S4	S14	S18	S17	S9	S1	S11	S8	S5	S6	S7	S19
i70	S18	S2	S13	S10	S19	S17	S4	S12	S15	S8	S16	S6	S3	S7	S20	S9	S1	S5	S11	S14
i71	S10	S19	S1	S9	S5	S6	S3	S14	S2	S7	S8	S11	S13	S4	S16	S18	S17	S20	S15	S12
i72	S20	S2	S1	S7	S18	S13	S8	S17	S19	S3	S14	S15	S5	S16	S10	S11	S12	S9	S6	S4
i73	S13	S10	S2	S17	S4	S19	S12	S20	S18	S5	S1	S16	S7	S6	S14	S8	S9	S15	S11	S3
i74	S19	S10	S9	S13	S15	S5	S11	S14	S4	S20	S8	S6	S16	S1	S2	S17	S18	S3	S7	S12
i75	S15	S3	S18	S8	S16	S10	S1	S9	S12	S20	S14	S5	S13	S2	S11	S7	S6	S19	S4	S17
i76	S18	S13	S10	S16	S15	S7	S6	S3	S19	S17	S9	S5	S20	S12	S4	S11	S2	S8	S14	S1
i77	S15	S10	S7	S12	S5	S9	S17	S16	S2	S6	S4	S3	S1	S8	S20	S11	S19	S14	S18	S13
i78	S18	S19	S12	S15	S1	S6	S9	S16	S14	S17	S20	S2	S8	S10	S5	S7	S4	S3	S13	S11
i79	S13	S10	S15	S5	S18	S17	S2	S19	S6	S20	S12	S16	S11	S8	S1	S7	S4	S14	S3	S9
i80	S1	S20	S13	S4	S3	S7	S6	S8	S19	S11	S10	S16	S17	S18	S12	S9	S14	S15	S2	S5
i81	S20	S15	S16	S5	S12	S3	S8	S10	S9	S19	S14	S2	S13	S1	S6	S7	S4	S11	S17	S18
i82	S20	S12	S18	S1	S17	S2	S4	S8	S14	S9	S3	S15	S16	S7	S5	S13	S6	S19	S10	S11
i83	S1	S19	S15	S11	S6	S2	S8	S9	S3	S4	S16	S18	S20	S7	S17	S5	S14	S13	S12	S10
i84	S4	S6	S17	S2	S12	S20	S16	S13	S15	S3	S14	S11	S19	S7	S5	S1	S18	S9	S10	S8
i85	S11	S2	S15	S8	S20	S10	S6	S12	S16	S13	S19	S7	S18	S3	S4	S9	S14	S5	S17	S1
i86	S10	S3	S9	S7	S5	S2	S14	S13	S11	S12	S1	S17	S8	S19	S18	S15	S6	S4	S20	S16
i87	S13	S5	S11	S20	S6	S12	S3	S7	S16	S2	S10	S15	S9	S18	S17	S4	S6	S19	S14	S1
i88	S12	S9	S2	S4	S18	S7	S10	S17	S11	S8	S13	S19	S15	S14	S1	S20	S6	S16	S5	S3
i89	S3	S1	S16	S17	S12	S14	S13	S9	S10	S4	S15	S11	S20	S6	S8	S2	S19	S7	S18	S5
i90	S17	S15	S3	S6	S8	S11	S1	S13	S20	S19	S4	S5	S9	S18	S7	S10	S12	S16	S2	S14
i91	S16	S13	S11	S12	S14	S18	S4	S8	S1	S17	S5	S3	S2	S9	S7	S19	S20	S6	S15	S10
i92	S3	S1	S4	S5	S18	S17	S8	S20	S6	S10	S14	S9	S2	S7	S11	S16	S13	S15	S19	S12
i93	S13	S11	S14	S15	S5	S4	S1	S7	S19	S8	S12	S20	S9	S16	S18	S10	S17	S3	S2	S6
i94	S9	S7	S13	S20	S8	S2	S16	S17	S6	S10	S15	S19	S18	S4	S3	S14	S1	S5	S11	S12
i95	S3	S20	S11	S4	S18	S10	S1	S16	S13	S6	S19	S17	S15	S5	S14	S8	S12	S7	S9	S2
i96	S1	S15	S12	S3	S4	S5	S13	S17	S14	S16	S18	S10	S11	S6	S8	S7	S20	S19	S2	S9
GS																				
TTC																				

Mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários e Gale e Shapley versus Mecanismo de Matrículas Antecipadas de São Paulo – Ensino Fundamental

i1	S6	S5	S7	S17	S12	S19	S9	S14	S4	S16	S13	S15	S18	S20	S2	S8	S1	S10	S3	S11
i2	S3	S9	S6	S8	S12	S10	S15	S5	S7	S13	S11	S19	S16	S2	S14	S20	S1	S4	S18	S17
i3	S18	S11	S17	S16	S9	S4	S9	S2	S6	S3	S12	S10	S1	S13	S7	S14	S19	S5	S20	S15
i4	S16	S18	S14	S13	S3	S11	S12	S6	S7	S17	S1	S9	S5	S20	S19	S15	S4	S2	S8	S10
i5	S3	S6	S4	S19	S18	S13	S16	S9	S15	S14	S2	S10	S17	S11	S6	S1	S5	S20	S8	S7
i6	S18	S2	S20	S7	S17	S10	S5	S15	S19	S8	S13	S1	S11	S6	S16	S4	S12	S14	S9	S3
i7	S9	S7	S14	S2	S5	S16	S19	S13	S20	S11	S4	S18	S3	S12	S6	S10	S8	S17	S1	S15
i8	S4	S5	S2	S1	S3	S14	S8	S17	S15	S7	S10	S9	S18	S20	S19	S16	S12	S11	S13	
i9	S7	S12	S11	S6	S14	S5	S10	S9	S2	S17	S20	S4	S16	S19	S15	S13	S8	S1	S3	S18
i10	S14	S4	S18	S1	S3	S19	S17	S9	S8	S20	S2	S15	S6	S13	S7	S12	S16	S10	S11	S6
i11	S5	S17	S3	S13	S20	S6	S1	S7	S12	S2	S16	S8	S11	S10	S4	S15	S19	S14	S18	
i12	S2	S19	S10	S1	S12	S5	S3	S8	S7	S20	S9	S11	S6	S18	S4	S16	S14	S17	S13	S15
i13	S2	S8	S14	S1	S3	S10	S17	S20	S9	S7	S6	S5	S18	S19	S12	S4	S13	S16	S15	S11
i14	S17	S10	S2	S13	S14	S15	S4	S1	S5	S16	S9	S18	S19	S7	S11	S20	S6	S8	S12	S3
i15	S10	S20	S17	S18	S3	S14	S4	S8	S1	S7	S16	S11	S15	S6	S9	S2	S19	S5	S12	S13
i16	S18	S17	S1	S13	S3	S16	S10	S8	S7	S2	S6	S9	S20	S15	S14	S5	S19	S11	S12	S4
i17	S17	S19	S7	S18	S3	S13	S8	S9	S6	S10	S14	S4	S12	S1	S16	S15	S2	S11	S5	S20
i18	S18	S15	S10	S9	S20	S11	S19	S4	S17	S12	S7	S8	S16	S13	S1	S14	S2	S5	S6	S3
i19	S3	S2	S15	S19	S7	S4	S5	S17	S9	S1	S10	S8	S13	S11	S12	S14	S16	S18	S20	S6
i20	S9	S19	S18	S3	S6	S2	S15	S7	S5	S10	S8	S17	S11	S14	S1	S12	S4	S16	S20	S13
i21	S9	S6	S19	S3	S1	S20	S15	S7	S18	S4	S14	S2	S6	S11	S13	S12	S16	S10	S8	S17
i22	S5	S4	S17	S11	S13	S8	S10	S3	S7	S1	S19	S12	S14	S15	S20	S16	S2	S6	S18	S9
i23	S13	S15	S11	S18	S19	S7	S17	S8	S1	S12	S14	S4	S20	S3	S10	S16	S9	S2	S6	S5
i24	S18	S4	S19	S17	S5	S11	S3	S13	S20	S7	S12	S2	S14	S1	S16	S8	S2	S6	S10	S15
i25	S11	S4	S5	S2	S20	S10	S3	S17	S19	S9	S16	S14	S6	S18	S15	S13	S7	S12	S1	S8
i26	S11	S4	S15	S8	S1	S2	S16	S10	S12	S3	S7	S9	S20	S18	S5	S19	S14	S6	S17	S13
i27	S9	S13	S7	S1	S15	S5	S14	S17	S8	S2	S18	S11	S4	S19	S10	S12	S20	S3	S6	S16
i28	S9	S4	S1	S14	S11	S3	S2	S5	S13	S20	S7	S16	S8	S15	S10	S12	S6	S19	S17	S18
i29	S5	S11	S13	S1	S6	S9	S8	S2	S4	S20	S12	S15	S17	S16	S18	S7	S3	S14	S19	S10
i30	S4	S12	S13	S1	S16	S7	S14	S20	S15	S2	S6	S8	S11	S10	S18	S9	S19	S5	S17	S3
i31	S16	S17	S2	S8	S1	S9	S20	S7	S10	S14	S18	S6	S12	S3	S11	S15	S4	S13	S5	S19
i32	S11	S2	S6	S19	S13	S10	S7	S17	S14	S12	S15	S18	S5	S3	S9	S8	S20	S4	S1	S16
i33	S19	S5	S14	S16	S6	S3	S10	S4	S7	S8	S2	S17	S1	S9	S15	S18	S11	S13	S12	S20
i34	S12	S13	S14	S1	S11	S17	S19	S16	S9	S20	S8	S15	S10	S7	S2	S3	S18	S6	S5	S4
i35	S2	S11	S19	S7	S5	S8	S12	S1	S9	S20	S16	S18	S10	S6	S14	S13	S3	S17	S15	S4
i36	S11	S17	S5	S15	S16	S13	S3	S6	S19	S4	S14	S8	S9	S7	S1	S18	S12	S2	S10	S20
i37	S10	S20	S6	S8	S14	S19	S7	S11	S3	S12	S9	S16	S18	S1	S17	S15	S2	S13	S5	S4
i38	S7	S3	S2	S9	S13	S3	S4	S10	S12	S19	S16	S6	S20	S17	S15	S14	S18	S8	S11	S1
i39	S8	S2	S18	S15	S7	S1	S13	S12	S14	S15	S3	S11	S16	S10	S19	S20	S5	S6	S17	S4
i40	S17	S3	S1	S20	S11	S9	S14	S6	S5	S15	S12	S7	S10	S16	S4	S2	S18	S13	S8	S19
i41	S13	S5	S16	S19	S7	S9	S14	S8	S17	S11	S15	S3	S4	S18	S1	S12	S20	S2	S6	S10
i42	S15	S2	S9	S7	S5	S14	S12	S17	S4	S20	S10	S8	S19	S18	S11	S6	S16	S13	S3	S1
i43	S9	S1	S14	S11	S18	S3	S6	S17	S4	S10	S8	S7	S16	S19	S12	S5	S20	S2	S13	S15
i44	S9	S2	S18	S12	S13	S19	S10	S20	S17	S3	S15	S11	S1	S14	S8	S6	S5	S16	S4	S7
i45	S18	S9	S20	S4	S15	S6	S17	S8	S2	S13	S16	S1	S5	S10	S3	S11	S14	S19	S12	S7
i46	S15	S7	S18	S11	S14	S3	S1	S19	S20	S2	S13	S16	S8	S4	S6	S17	S10	S12	S5	S9
i47	S3	S12	S9	S5	S11	S1	S16	S6	S2	S18	S13	S7	S10	S20	S17	S15	S14	S8	S4	S19
i48	S5	S13	S3	S18	S10	S8	S2	S4	S6	S9	S7	S1	S11	S14	S20	S12	S15	S17	S16	S19
i49	S7	S20	S18	S1	S19	S11	S10	S3	S14	S13	S16	S17	S9	S6	S8	S12	S5	S4	S2	S15
i50	S17	S1	S10	S4	S5	S9	S2	S7	S6	S15	S20	S18	S12	S3	S11	S19	S13	S14	S16	
i51	S9	S10	S17	S6	S1	S20	S3	S5	S7	S19	S4	S12	S14	S11	S8	S18	S13	S16	S15	
i52	S14	S11	S17	S16	S8	S1	S18	S19	S2	S6	S10	S7	S5	S4	S3	S15	S20	S12	S9	S13
i53	S17	S9	S18	S4	S5	S12	S11	S13	S3	S7	S15	S20	S2	S14	S1	S6	S19	S16	S8	S10
i54	S1	S4	S19	S14	S20	S15	S3	S17	S12	S7	S8	S18	S9	S6	S11	S5	S16	S13	S10	S2
i55	S12	S17	S18	S16	S11	S13	S1	S3	S20	S2	S7	S9	S14	S15	S5	S6	S8	S4	S10	
i56	S16	S3	S18	S17	S7	S5	S12	S13	S2	S9	S1	S11	S15	S14	S6	S10	S4	S8	S20	S19
i57	S3	S11	S20	S4	S10	S14	S1	S7	S6	S12	S19	S15	S16	S13	S8	S2	S17	S18	S9	S5
i58	S6	S2	S4	S3	S16	S9	S5	S12	S7	S13	S10	S18	S15	S11	S17	S14	S1	S20	S8	S19
i59	S17	S6	S18	S4	S1	S15	S16	S19	S8	S3	S7	S5	S12	S20	S14	S12	S11	S2	S10	S13
i60	S13	S18	S16	S19	S8	S11	S9	S5	S7	S15	S20	S2	S4	S12	S3	S6	S17	S1	S10	S14
i61	S10	S1	S7	S19	S15	S13	S12	S3	S9	S14	S20	S6	S8	S18	S11	S2	S17	S4	S5	S16
i62	S12	S14	S8	S1	S7	S17	S18	S10	S19	S13	S15	S16	S5	S2	S4	S9	S20	S11	S3	S6
i63	S19	S7	S2	S12	S1	S11	S10	S8	S9	S5	S14	S3	S20	S18	S15	S17	S4	S16	S6	S13
i64	S5	S15	S3	S16	S19	S18	S14	S2	S17	S12	S20	S9	S6	S11	S4	S10	S7	S8	S13	S1

i65	S12	S15	S13	S6	S20	S3	S2	S19	S7	S17	S16	S8	S1	S11	S14	S5	S10	S18	S4	S9
i66	S3	S14	S1	S8	S4	S13	S11	S10	S17	S9	S16	S20	S12	S6	S19	S5	S2	S15	S18	S7
i67	S16	S13	S9	S12	S20	S4	S3	S1	S17	S7	S6	S2	S19	S10	S11	S5	S18	S14	S15	S8
i68	S14	S17	S1	S10	S12	S18	S3	S13	S19	S8	S16	S11	S7	S4	S20	S5	S15	S2	S6	S9
i69	S3	S10	S2	S13	S12	S15	S16	S20	S4	S14	S18	S17	S9	S1	S11	S8	S5	S6	S7	S19
i70	S18	S2	S13	S10	S19	S17	S4	S12	S15	S8	S16	S6	S3	S7	S20	S9	S1	S5	S11	S14
i71	S10	S19	S1	S9	S5	S6	S3	S14	S2	S7	S8	S11	S13	S4	S16	S18	S17	S20	S15	S12
i72	S20	S2	S1	S7	S18	S13	S8	S17	S19	S3	S14	S15	S5	S16	S10	S11	S12	S9	S6	S4
i73	S13	S10	S2	S17	S4	S19	S12	S20	S18	S5	S1	S16	S7	S6	S14	S8	S9	S15	S11	S3
i74	S19	S10	S9	S13	S15	S5	S11	S14	S4	S20	S8	S5	S16	S7	S1	S2	S17	S18	S3	S7
i75	S15	S3	S18	S8	S16	S10	S1	S9	S12	S20	S14	S5	S13	S2	S11	S7	S6	S19	S4	S17
i76	S18	S13	S10	S16	S15	S7	S6	S3	S19	S17	S9	S5	S20	S12	S4	S11	S2	S8	S14	S1
i77	S15	S10	S7	S12	S5	S9	S17	S16	S2	S6	S4	S3	S1	S8	S20	S11	S19	S14	S18	S13
i78	S18	S19	S12	S15	S1	S6	S9	S16	S14	S17	S20	S2	S8	S10	S2	S7	S4	S3	S13	S11
i79	S13	S10	S15	S5	S18	S17	S2	S19	S6	S20	S12	S16	S11	S8	S1	S7	S4	S14	S3	S9
i80	S1	S20	S13	S4	S3	S7	S6	S8	S19	S11	S10	S16	S17	S18	S12	S9	S14	S15	S2	S5
i81	S20	S15	S16	S5	S12	S3	S8	S10	S9	S19	S14	S2	S13	S1	S6	S7	S4	S11	S17	S18
i82	S20	S12	S18	S1	S17	S2	S4	S8	S14	S9	S2	S15	S16	S7	S5	S13	S6	S19	S10	S11
i83	S1	S19	S15	S11	S6	S2	S8	S9	S3	S4	S16	S18	S20	S7	S17	S5	S14	S13	S12	S10
i84	S4	S6	S17	S2	S12	S20	S13	S15	S3	S14	S11	S19	S7	S5	S1	S18	S9	S10	S8	
i85	S11	S2	S15	S8	S20	S10	S6	S12	S16	S13	S19	S7	S18	S3	S4	S9	S14	S5	S17	S1
i86	S10	S3	S9	S7	S5	S2	S14	S13	S11	S12	S1	S17	S8	S19	S18	S15	S6	S4	S20	S16
i87	S13	S5	S11	S20	S8	S12	S3	S7	S16	S2	S10	S15	S9	S18	S17	S4	S6	S19	S14	S1
i88	S12	S9	S2	S4	S18	S7	S10	S17	S11	S8	S13	S19	S15	S14	S1	S20	S6	S16	S5	S3
i89	S3	S1	S16	S17	S12	S14	S13	S9	S10	S4	S15	S11	S20	S6	S8	S2	S19	S7	S18	S5
i90	S17	S15	S3	S6	S5	S11	S1	S13	S20	S19	S4	S5	S9	S18	S7	S10	S12	S16	S2	S14
i91	S16	S13	S11	S12	S14	S18	S4	S8	S1	S17	S5	S3	S2	S9	S7	S19	S20	S5	S15	S10
i92	S3	S1	S4	S5	S18	S17	S8	S20	S6	S10	S14	S9	S2	S7	S11	S16	S13	S15	S19	S12
i93	S13	S11	S14	S15	S5	S4	S1	S7	S19	S8	S12	S20	S9	S16	S18	S10	S17	S3	S2	S6
i94	S9	S7	S13	S20	S5	S2	S16	S17	S6	S10	S15	S19	S18	S4	S3	S14	S1	S5	S11	S12
i95	S3	S20	S11	S4	S18	S10	S1	S16	S13	S6	S19	S17	S15	S5	S14	S8	S12	S7	S9	S2
i96	S1	S15	S12	S3	S4	S5	S13	S17	S14	S16	S18	S10	S11	S6	S8	S7	S20	S19	S2	S9

GS
TTC

Ensino Fundamental

Mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritários e Gale e Shapley versus Mecanismo de Matrículas Antecipadas de São Paulo – Ensino Médio

i1	S ₅	S ₅	S ₇	S ₁₇	S ₁₂	S ₁₉	S ₉	S ₁₄	S ₄	S ₁₆	S ₁₃	S ₁₅	S ₁₈	S ₂₀	S ₂	S ₈	S ₁	S ₁₀	S ₃	S ₁₁
i2	S ₃	S ₉	S ₈	S ₁₇	S ₁₂	S ₁₀	S ₁₅	S ₅	S ₇	S ₁₃	S ₁₁	S ₁₉	S ₁₆	S ₂	S ₁₄	S ₂₀	S ₁	S ₄	S ₁₈	S ₁₇
i3	S ₁₈	S ₁₁	S ₁₇	S ₁₆	S ₈	S ₄	S ₉	S ₂	S ₆	S ₃	S ₁₂	S ₁₀	S ₁	S ₁₃	S ₇	S ₁₄	S ₁₉	S ₅	S ₂₀	S ₁₅
i4	S ₁₆	S ₁₈	S ₁₄	S ₁₃	S ₃	S ₁₁	S ₁₂	S ₆	S ₇	S ₁₇	S ₁	S ₉	S ₅	S ₂₀	S ₁₉	S ₁₅	S ₄	S ₂	S ₈	S ₁₀
i5	S ₂	S ₆	S ₄	S ₁₉	S ₁₈	S ₁₃	S ₁₆	S ₉	S ₁₅	S ₁₄	S ₂	S ₁₀	S ₁₇	S ₁₁	S ₁	S ₅	S ₂₀	S ₈	S ₇	S ₁₂
i6	S ₁₈	S ₂	S ₂₀	S ₇	S ₁₇	S ₁₀	S ₅	S ₁₅	S ₁₉	S ₈	S ₁₃	S ₁	S ₁₁	S ₆	S ₁₆	S ₄	S ₁₂	S ₁₄	S ₉	S ₃
i7	S ₉	S ₇	S ₁₄	S ₂	S ₅	S ₁₆	S ₁₉	S ₁₃	S ₂₀	S ₁₁	S ₄	S ₁₈	S ₃	S ₁₂	S ₆	S ₁₀	S ₈	S ₁₇	S ₁	S ₁₅
i8	S ₄	S ₅	S ₂	S ₁	S ₃	S ₁₄	S ₆	S ₈	S ₁₇	S ₁₅	S ₇	S ₁₀	S ₉	S ₁₈	S ₂₀	S ₁₉	S ₁₆	S ₁₂	S ₁₁	S ₁₃
i9	S ₇	S ₁₂	S ₁₁	S ₆	S ₁₄	S ₅	S ₁₀	S ₉	S ₂	S ₁₇	S ₂₀	S ₄	S ₁₆	S ₁₉	S ₁₅	S ₁₃	S ₈	S ₁	S ₃	S ₁₈
i10	S ₁₄	S ₄	S ₁₈	S ₁	S ₃	S ₁₉	S ₁₇	S ₉	S ₈	S ₂₀	S ₂	S ₁₅	S ₅	S ₁₃	S ₇	S ₁₂	S ₁₆	S ₁₀	S ₁₁	S ₆
i11	S ₃	S ₁₇	S ₃	S ₁₃	S ₂₀	S ₆	S ₁	S ₇	S ₁₂	S ₂	S ₁₆	S ₉	S ₈	S ₁₁	S ₁₀	S ₄	S ₁₅	S ₁₉	S ₁₄	S ₁₈
i12	S ₂	S ₁₉	S ₁₀	S ₁	S ₁₂	S ₅	S ₃	S ₈	S ₇	S ₂₀	S ₉	S ₁₁	S ₆	S ₁₈	S ₄	S ₁₆	S ₁₄	S ₁₇	S ₁₃	S ₁₅
i13	S ₂	S ₈	S ₁₄	S ₁	S ₃	S ₁₀	S ₁₇	S ₂₀	S ₉	S ₇	S ₆	S ₅	S ₁₈	S ₁₉	S ₁₂	S ₄	S ₁₃	S ₁₆	S ₁₅	S ₁₁
i14	S ₁₇	S ₁₀	S ₂	S ₁₃	S ₁₄	S ₁₅	S ₄	S ₁	S ₆	S ₁₆	S ₉	S ₁₈	S ₁₉	S ₇	S ₁₁	S ₂₀	S ₆	S ₈	S ₁₂	S ₃
i15	S ₁₀	S ₂₀	S ₁₇	S ₁₈	S ₃	S ₁₄	S ₄	S ₈	S ₁	S ₇	S ₁₆	S ₁₁	S ₁₅	S ₆	S ₉	S ₂	S ₁₉	S ₅	S ₁₂	S ₁₃
i16	S ₁₈	S ₁₇	S ₁	S ₁₃	S ₃	S ₁₆	S ₁₀	S ₈	S ₇	S ₂	S ₆	S ₉	S ₂₀	S ₁₅	S ₁₄	S ₅	S ₁₉	S ₁₁	S ₁₂	S ₄
i17	S ₁₇	S ₁₉	S ₇	S ₁₈	S ₃	S ₁₃	S ₈	S ₉	S ₆	S ₁₀	S ₁₄	S ₂	S ₁	S ₁₆	S ₁₅	S ₂	S ₁₁	S ₅	S ₂₀	S ₁₅
i18	S ₁₈	S ₁₅	S ₁₀	S ₉	S ₂₀	S ₁₁	S ₁₉	S ₄	S ₁₇	S ₁₂	S ₇	S ₈	S ₁₆	S ₁₃	S ₁	S ₁₄	S ₂	S ₅	S ₆	S ₃
i19	S ₃	S ₂	S ₁₅	S ₁₉	S ₇	S ₄	S ₅	S ₁₇	S ₉	S ₁	S ₁₀	S ₈	S ₁₃	S ₁₁	S ₁₂	S ₁₄	S ₁₆	S ₁₈	S ₂₀	S ₆
i20	S ₉	S ₁₉	S ₁₈	S ₃	S ₈	S ₂	S ₁₅	S ₇	S ₅	S ₁₀	S ₈	S ₁₇	S ₁₁	S ₁₄	S ₁	S ₁₂	S ₄	S ₁₆	S ₂₀	S ₁₃
i21	S ₃	S ₆	S ₁₉	S ₃	S ₁	S ₂₀	S ₁₆	S ₇	S ₁₈	S ₄	S ₁₄	S ₂	S ₅	S ₁₁	S ₁₃	S ₁₂	S ₁₆	S ₁₀	S ₈	S ₁₇
i22	S ₃	S ₄	S ₁₇	S ₁₁	S ₁₃	S ₈	S ₁₀	S ₃	S ₇	S ₁	S ₁₉	S ₁₂	S ₁₄	S ₁₅	S ₂₀	S ₁₆	S ₂	S ₆	S ₁₈	S ₉
i23	S ₁₂	S ₁₅	S ₁₁	S ₁₈	S ₁₉	S ₇	S ₁₇	S ₈	S ₁	S ₁₂	S ₁₄	S ₄	S ₂₀	S ₃	S ₁₀	S ₁₆	S ₉	S ₂	S ₆	S ₅
i24	S ₁₈	S ₄	S ₇	S ₁₇	S ₅	S ₁₁	S ₃	S ₁₃	S ₂₀	S ₇	S ₁₂	S ₂	S ₁₄	S ₁	S ₁₆	S ₈	S ₉	S ₆	S ₁₀	S ₁₅
i25	S ₁₁	S ₄	S ₅	S ₂	S ₂₀	S ₁₀	S ₃	S ₁₇	S ₁₉	S ₉	S ₁₆	S ₁₄	S ₆	S ₁₈	S ₁₅	S ₁₃	S ₇	S ₁₂	S ₁	S ₈
i26	S ₁₁	S ₄	S ₁₅	S ₈	S ₁	S ₂	S ₁₆	S ₁₀	S ₁₂	S ₃	S ₇	S ₉	S ₂₀	S ₁₈	S ₅	S ₁₉	S ₁₄	S ₆	S ₁₇	S ₁₃
i27	S ₂	S ₁₃	S ₇	S ₁	S ₁₅	S ₅	S ₁₄	S ₁₇	S ₈	S ₂	S ₁₈	S ₁₁	S ₄	S ₁₉	S ₁₀	S ₁₂	S ₂₀	S ₃	S ₆	S ₁₆
i28	S ₉	S ₄	S ₁	S ₁₄	S ₁₁	S ₃	S ₂	S ₅	S ₁₃	S ₂₀	S ₇	S ₁₆	S ₈	S ₁₅	S ₁₀	S ₁₂	S ₆	S ₁₉	S ₁₇	S ₁₈
i29	S ₃	S ₁₁	S ₁₃	S ₁	S ₆	S ₉	S ₈	S ₂	S ₄	S ₂₀	S ₁₂	S ₁₅	S ₁₇	S ₁₆	S ₁₈	S ₇	S ₃	S ₁₄	S ₁₉	S ₁₀
i30	S ₂	S ₁₂	S ₁₃	S ₁	S ₁₆	S ₇	S ₁₄	S ₂₀	S ₁₅	S ₂	S ₆	S ₈	S ₁₁	S ₁₀	S ₁₈	S ₉	S ₁₉	S ₅	S ₁₇	S ₃
i31	S ₁₆	S ₁₇	S ₂	S ₈	S ₁	S ₉	S ₂₀	S ₇	S ₁₀	S ₁₄	S ₁₈	S ₆	S ₁₂	S ₃	S ₁₁	S ₁₅	S ₄	S ₁₃	S ₅	S ₁₉
i32	S ₁₁	S ₂	S ₆	S ₁₉	S ₁₃	S ₁₀	S ₇	S ₁₇	S ₁₄	S ₁₂	S ₁₅	S ₁₈	S ₅	S ₃	S ₉	S ₈	S ₂₀	S ₄	S ₁	S ₁₆
i33	S ₁₉	S ₅	S ₁₆	S ₆	S ₃	S ₁₀	S ₄	S ₇	S ₂	S ₁₇	S ₁	S ₉	S ₁₅	S ₁₈	S ₁₁	S ₁₃	S ₁₂	S ₅	S ₂₀	S ₆
i34	S ₁₂	S ₁₃	S ₁₄	S ₁	S ₁₁	S ₁₇	S ₁₉	S ₁₆	S ₉	S ₂₀	S ₈	S ₁₅	S ₁₀	S ₇	S ₂	S ₃	S ₁₈	S ₆	S ₅	S ₄
i35	S ₂	S ₁₁	S ₁₉	S ₇	S ₅	S ₈	S ₁₂	S ₁	S ₉	S ₂₀	S ₁₆	S ₁₈	S ₁₀	S ₆	S ₁₄	S ₁₃	S ₃	S ₁₇	S ₁₅	S ₄
i36	S ₁₁	S ₁₇	S ₁₅	S ₁₆	S ₁₃	S ₃	S ₆	S ₁₉	S ₄	S ₁₄	S ₈	S ₉	S ₇	S ₁	S ₁₈	S ₁₂	S ₂	S ₁₀	S ₂₀	S ₆
i37	S ₁₀	S ₂₀	S ₆	S ₈	S ₁₄	S ₁₉	S ₇	S ₁₁	S ₃	S ₁₂	S ₉	S ₁₆	S ₁₈	S ₁	S ₁₇	S ₁₅	S ₂	S ₁₃	S ₅	S ₄
i38	S ₇	S ₃	S ₂	S ₉	S ₁₃	S ₅	S ₄	S ₁₀	S ₁₂	S ₁₉	S ₁₆	S ₆	S ₂₀	S ₁₇	S ₁₅	S ₁₄	S ₁₈	S ₈	S ₁₁	S ₁
i39	S ₂	S ₁₈	S ₁₅	S ₇	S ₁	S ₁₃	S ₁₂	S ₁₄	S ₃	S ₁₁	S ₁₆	S ₁₀	S ₁₉	S ₂₀	S ₅	S ₆	S ₁₇	S ₄	S ₉	S ₁₅
i40	S ₁₇	S ₃	S ₁	S ₂₀	S ₁₁	S ₉	S ₁₄	S ₆	S ₅	S ₁₅	S ₁₂	S ₇	S ₁₀	S ₁₆	S ₄	S ₂	S ₁₈	S ₁₃	S ₈	S ₁₉
i41	S ₁₃	S ₅	S ₁₆	S ₁₉	S ₇	S ₉	S ₁₄	S ₁₂	S ₁₇	S ₄	S ₂₀	S ₁₀	S ₈	S ₁₉	S ₁₈	S ₁₁	S ₆	S ₁₆	S ₁₃	S ₁₅
i42	S ₁₅	S ₂	S ₉	S ₇	S ₅	S ₁₄	S ₁₂	S ₁₇	S ₄	S ₂₀	S ₁₀	S ₈	S ₁₉	S ₁₈	S ₁₁	S ₆	S ₁₆	S ₁₃	S ₁₅	S ₁
i43	S ₉	S ₁	S ₁₄	S ₁₁	S ₁₈	S ₃	S ₆	S ₁₇	S ₄	S ₁₀	S ₈	S ₇	S ₁₆	S ₁₉	S ₁₂	S ₅	S ₂₀	S ₂	S ₁₃	S ₁₅
i44	S ₉	S ₂	S ₁₈	S ₁₂	S ₁₃	S ₁₉	S ₁₀	S ₂₀	S ₁₇	S ₃	S ₁₅	S ₁₁	S ₁	S ₁₄	S ₈	S ₆	S ₅	S ₁₆	S ₄	S ₇
i45	S ₁₈	S ₈	S ₂₀	S ₄	S ₁₅	S ₆	S ₁₇	S ₈	S ₂	S ₁₃	S ₁₆	S ₁	S ₅	S ₁₀	S ₃	S ₁₁	S ₁₄	S ₁₉	S ₁₂	S ₇
i46	S ₁₂	S ₇	S ₁₈	S ₁₁	S ₁₄	S ₃	S ₁	S ₁₉	S ₂₀	S ₂	S ₁₃	S ₁₆	S ₈	S ₄	S ₆	S ₁₇	S ₁₀	S ₁₂	S ₅	S ₉
i47	S ₃	S ₁₂	S ₉	S ₅	S ₁₁	S ₁	S ₁₆	S ₆	S ₂	S ₁₈	S ₁₃	S ₇	S ₁₀	S ₂₀	S ₁₇	S ₁₅	S ₁₄	S ₈	S ₄	S ₁₉
i48	S ₃	S ₁₃	S ₃	S ₁₈	S ₁₀	S ₈	S ₂	S ₄	S ₆	S ₉	S ₇	S ₁	S ₁₁	S ₁₄	S ₂₀	S ₁₂	S ₁₅	S ₁₇	S ₁₆	S ₁₉
i49	S ₇	S ₂₀	S ₁₈	S ₁	S ₁₉	S ₁₁	S ₁₀	S ₃	S ₁₄	S ₁₃	S ₁₆	S ₁₇	S ₉	S ₆	S ₈	S ₁₂	S ₅	S ₄	S ₂	S ₁₅
i50	S ₁₇	S ₁	S ₁₀	S ₄	S ₈	S ₅	S ₉	S ₂	S ₇	S ₆	S ₁₅	S ₂₀	S ₁₈	S ₁₂	S ₃	S ₁₁	S ₁₉	S ₁₃	S ₁₄	S ₁₆
i51	S ₉	S ₁₀	S ₁₇	S ₆	S ₂	S ₁	S ₂₀	S ₃	S ₅	S ₇	S ₁₉	S								

i65	S12	S15	S13	S6	S20	S3	S2	S19	S7	S17	S16	S8	S1	S11	S14	S5	S10	S18	S4	S9
i66	S3	S14	S1	S8	S4	S13	S11	S10	S17	S9	S16	S20	S12	S6	S19	S5	S2	S15	S18	S7
i67	S16	S13	S9	S12	S20	S4	S3	S1	S17	S7	S6	S2	S19	S10	S11	S5	S18	S14	S15	S8
i68	S14	S17	S1	S10	S12	S18	S3	S13	S19	S8	S16	S11	S7	S4	S20	S5	S15	S2	S6	S9
i69	S3	S10	S2	S13	S12	S15	S16	S20	S4	S14	S18	S17	S9	S1	S11	S8	S5	S6	S7	S19
i70	S18	S2	S13	S10	S19	S17	S4	S12	S15	S8	S16	S6	S3	S7	S20	S9	S1	S5	S11	S14
i71	S10	S19	S1	S9	S5	S6	S3	S14	S2	S7	S8	S11	S13	S4	S16	S18	S17	S20	S15	S12
i72	S20	S2	S1	S7	S18	S13	S8	S17	S19	S3	S14	S15	S5	S16	S10	S11	S12	S9	S6	S4
i73	S10	S2	S17	S4	S19	S12	S20	S16	S5	S1	S16	S7	S6	S14	S8	S9	S15	S11	S3	
i74	S19	S10	S9	S13	S15	S5	S11	S14	S4	S20	S8	S6	S16	S1	S2	S17	S18	S3	S7	S12
i75	S15	S3	S18	S8	S16	S10	S1	S9	S12	S20	S14	S5	S13	S2	S11	S7	S6	S19	S4	S17
i76	S18	S13	S10	S16	S15	S7	S6	S3	S19	S17	S9	S5	S20	S12	S4	S11	S2	S8	S14	S1
i77	S15	S10	S7	S12	S5	S9	S17	S16	S2	S6	S4	S3	S1	S8	S20	S11	S19	S14	S18	S13
i78	S18	S19	S12	S15	S1	S6	S9	S16	S14	S17	S20	S2	S8	S10	S5	S7	S4	S3	S13	S11
i79	S13	S10	S15	S5	S18	S17	S2	S19	S6	S20	S12	S16	S11	S8	S1	S7	S4	S14	S3	S9
i80	S1	S20	S13	S4	S3	S7	S6	S8	S19	S11	S10	S16	S17	S18	S12	S9	S14	S15	S2	S5
i81	S20	S15	S16	S5	S12	S3	S8	S10	S9	S19	S14	S2	S13	S1	S6	S7	S4	S11	S17	S18
i82	S20	S12	S18	S1	S17	S2	S4	S8	S14	S9	S3	S15	S16	S7	S5	S13	S6	S19	S10	S11
i83	S1	S19	S15	S11	S6	S2	S8	S9	S3	S4	S16	S18	S20	S7	S17	S5	S14	S13	S12	S10
i84	S4	S6	S17	S2	S12	S20	S16	S13	S15	S3	S14	S11	S19	S7	S5	S1	S18	S9	S10	S8
i85	S11	S2	S15	S8	S20	S10	S6	S12	S16	S13	S19	S7	S18	S3	S4	S9	S14	S5	S17	S1
i86	S10	S3	S9	S7	S5	S2	S14	S13	S11	S12	S1	S17	S8	S19	S18	S15	S6	S4	S20	S16
i87	S12	S5	S11	S20	S8	S12	S3	S7	S16	S2	S10	S15	S9	S18	S17	S4	S6	S19	S14	S1
i88	S12	S9	S2	S4	S18	S7	S10	S17	S11	S8	S13	S19	S15	S14	S1	S20	S6	S16	S5	S3
i89	S3	S1	S16	S17	S12	S14	S13	S9	S10	S4	S15	S11	S20	S6	S8	S2	S19	S7	S18	S5
i90	S17	S15	S3	S6	S8	S11	S1	S13	S20	S19	S4	S5	S9	S18	S7	S10	S12	S16	S2	S14
i91	S16	S13	S11	S12	S14	S18	S4	S8	S1	S17	S5	S3	S2	S9	S7	S19	S20	S6	S15	S10
i92	S3	S1	S4	S5	S18	S17	S8	S20	S6	S10	S14	S9	S2	S7	S11	S16	S13	S15	S19	S12
i93	S13	S11	S14	S15	S5	S4	S1	S7	S19	S8	S12	S20	S9	S16	S18	S10	S17	S3	S2	S6
i94	S9	S7	S13	S20	S8	S2	S16	S17	S6	S10	S15	S19	S18	S4	S3	S14	S1	S5	S11	S12
i95	S3	S20	S11	S4	S18	S10	S1	S16	S13	S6	S19	S17	S15	S5	S14	S8	S12	S7	S9	S2
i96	S1	S15	S12	S3	S4	S5	S13	S17	S14	S16	S18	S10	S11	S6	S8	S7	S20	S19	S2	S9

GS

TTC

Ensino Médio

9.3.2 Simulação II

Preferências dos Alunos

i1	S1	S4	S16	S14	S18	S12	S13	S3	S6	S5	S19	S10	S2	S11	S8	S9	S7	S17	S15	S20
i2	S1	S15	S11	S14	S10	S13	S8	S5	S16	S6	S17	S7	S4	S9	S19	S12	S2	S20	S18	S3
i3	S9	S1	S17	S5	S8	S11	S14	S20	S13	S7	S19	S3	S4	S18	S12	S2	S16	S10	S6	S15
i4	S1	S5	S10	S12	S7	S14	S17	S18	S8	S9	S4	S3	S15	S19	S2	S20	S13	S6	S11	S16
i5	S12	S1	S7	S4	S13	S11	S16	S20	S8	S10	S9	S18	S3	S14	S19	S2	S6	S15	S5	S17
i6	S1	S9	S12	S13	S8	S17	S6	S18	S16	S5	S11	S2	S3	S20	S10	S14	S15	S19	S4	S7
i7	S1	S12	S19	S3	S4	S14	S18	S11	S8	S2	S17	S16	S15	S5	S7	S10	S6	S13	S20	S9
i8	S6	S15	S20	S1	S18	S9	S2	S3	S8	S16	S11	S14	S10	S17	S4	S13	S7	S12	S5	S19
i9	S1	S11	S13	S12	S7	S16	S15	S2	S5	S8	S10	S20	S6	S17	S4	S9	S19	S18	S3	S14
i10	S18	S1	S15	S6	S3	S16	S7	S10	S9	S5	S19	S8	S2	S20	S17	S4	S11	S12	S13	S14
i11	S18	S9	S14	S10	S11	S2	S16	S1	S19	S6	S20	S15	S13	S12	S3	S5	S7	S4	S17	S8
i12	S1	S20	S13	S17	S10	S5	S6	S15	S16	S2	S3	S12	S11	S18	S19	S7	S14	S8	S4	S9
i13	S1	S9	S12	S2	S20	S15	S11	S3	S6	S16	S2	S17	S10	S18	S14	S4	S13	S19	S8	S7
i14	S1	S2	S5	S7	S12	S20	S10	S14	S13	S4	S9	S8	S3	S18	S11	S6	S15	S19	S17	S16
i15	S13	S15	S7	S17	S12	S1	S2	S9	S16	S11	S4	S18	S10	S6	S3	S20	S19	S5	S14	S8
i16	S19	S20	S1	S17	S7	S16	S12	S8	S10	S2	S5	S11	S9	S13	S3	S6	S18	S14	S4	S15
i17	S14	S3	S5	S1	S16	S15	S20	S17	S9	S19	S11	S10	S6	S13	S4	S12	S8	S7	S2	S18
i18	S3	S18	S13	S1	S6	S2	S19	S8	S11	S9	S10	S5	S7	S16	S14	S4	S20	S12	S17	S15
i19	S2	S9	S16	S17	S5	S7	S1	S11	S15	S19	S18	S12	S8	S3	S13	S14	S20	S10	S6	S4
i20	S10	S13	S12	S6	S1	S3	S16	S14	S20	S11	S18	S5	S2	S19	S7	S9	S17	S8	S15	S4
i21	S8	S16	S19	S12	S9	S1	S13	S4	S3	S11	S17	S2	S5	S7	S15	S18	S10	S14	S20	S6
i22	S17	S19	S11	S15	S1	S8	S20	S3	S7	S12	S16	S18	S5	S14	S6	S10	S9	S4	S2	S13
i23	S13	S17	S10	S4	S1	S5	S19	S18	S20	S7	S12	S16	S2	S6	S3	S8	S11	S14	S9	S15
i24	S9	S14	S2	S11	S17	S1	S4	S13	S3	S8	S16	S6	S20	S19	S7	S18	S12	S15	S10	S5
i25	S18	S8	S19	S4	S15	S1	S14	S3	S9	S6	S7	S16	S12	S13	S2	S5	S11	S20	S10	S17
i26	S11	S20	S6	S5	S7	S1	S14	S15	S16	S4	S18	S2	S13	S9	S3	S10	S12	S19	S17	S8
i27	S20	S11	S9	S3	S1	S2	S7	S16	S17	S12	S18	S15	S4	S13	S19	S6	S5	S8	S10	S14
i28	S20	S3	S10	S15	S7	S16	S18	S19	S1	S5	S12	S6	S17	S9	S11	S13	S8	S4	S14	S2
i29	S16	S10	S3	S6	S1	S19	S18	S17	S8	S9	S2	S5	S7	S14	S20	S11	S4	S15	S12	S13
i30	S19	S3	S4	S14	S1	S16	S18	S9	S2	S6	S17	S20	S12	S5	S15	S8	S10	S11	S13	S7
i31	S19	S10	S20	S1	S3	S2	S14	S16	S5	S13	S7	S6	S4	S9	S8	S15	S11	S17	S18	S12
i32	S6	S19	S15	S7	S10	S12	S13	S8	S11	S4	S16	S18	S14	S1	S9	S2	S5	S20	S3	S17
i33	S17	S11	S15	S13	S20	S18	S8	S1	S3	S16	S12	S6	S7	S9	S4	S19	S2	S14	S5	S10
i34	S20	S14	S15	S13	S1	S18	S12	S19	S2	S11	S4	S8	S17	S6	S9	S16	S3	S10	S5	S7
i35	S9	S8	S12	S7	S18	S5	S17	S1	S10	S20	S15	S2	S16	S19	S3	S4	S13	S11	S14	S6
i36	S3	S11	S7	S9	S2	S10	S6	S12	S1	S19	S13	S15	S17	S20	S5	S14	S8	S4	S16	S18
i37	S7	S14	S9	S4	S2	S15	S12	S3	S1	S20	S11	S18	S17	S10	S13	S19	S8	S5	S6	S16
i38	S5	S17	S6	S18	S12	S15	S14	S1	S3	S11	S7	S19	S13	S9	S4	S20	S16	S10	S2	S8
i39	S3	S16	S14	S10	S11	S12	S5	S19	S9	S20	S1	S13	S4	S17	S8	S7	S2	S6	S18	S15
i40	S12	S18	S7	S17	S2	S8	S1	S6	S4	S15	S13	S16	S19	S9	S11	S20	S14	S3	S10	S5

i41	S1	S4	S2	S6	S3	S10	S9	S15	S13	S8	S17	S11	S14	S20	S5	S19	S16	S7	S12	S18
i42	S17	S2	S3	S4	S18	S11	S5	S19	S1	S10	S6	S14	S7	S8	S12	S15	S20	S13	S9	S16
i43	S5	S15	S8	S7	S14	S10	S11	S20	S13	S4	S2	S1	S19	S18	S9	S6	S17	S16	S12	S3
i44	S7	S13	S2	S10	S11	S19	S6	S1	S17	S12	S9	S14	S5	S15	S3	S18	S4	S20	S8	S16
i45	S11	S8	S17	S3	S5	S9	S4	S10	S6	S1	S14	S12	S13	S16	S7	S19	S20	S2	S18	S15
i46	S12	S4	S13	S19	S6	S8	S5	S1	S14	S10	S7	S11	S3	S2	S18	S15	S16	S17	S9	S20
i47	S9	S5	S6	S11	S10	S14	S3	S12	S15	S1	S8	S13	S4	S17	S2	S16	S20	S18	S7	S19
i48	S18	S7	S10	S5	S20	S8	S9	S15	S14	S1	S4	S16	S2	S3	S12	S17	S13	S19	S6	S11
i49	S2	S9	S20	S8	S19	S5	S13	S11	S17	S1	S12	S15	S6	S7	S10	S14	S16	S3	S18	S4
i50	S4	S2	S18	S5	S1	S7	S8	S12	S15	S17	S19	S3	S20	S6	S10	S13	S11	S9	S16	S14
i51	S13	S2	S14	S8	S19	S3	S4	S18	S10	S15	S17	S1	S6	S11	S7	S16	S9	S5	S20	S12
i52	S17	S3	S6	S5	S13	S11	S12	S9	S8	S7	S10	S1	S19	S15	S4	S14	S18	S20	S16	S2
i53	S4	S15	S13	S12	S3	S14	S17	S6	S20	S10	S2	S1	S5	S7	S8	S11	S19	S18	S9	S16
i54	S6	S5	S7	S17	S18	S15	S8	S11	S1	S13	S20	S4	S19	S12	S16	S14	S10	S3	S9	S2
i55	S14	S16	S20	S15	S18	S19	S5	S13	S7	S11	S3	S12	S1	S10	S17	S9	S4	S6	S2	S8
i56	S3	S8	S19	S11	S20	S2	S6	S14	S1	S9	S17	S12	S10	S5	S13	S16	S15	S7	S4	S18
i57	S15	S18	S19	S9	S12	S16	S3	S13	S10	S4	S11	S8	S20	S14	S1	S7	S5	S2	S17	S6
i58	S17	S13	S19	S5	S3	S12	S16	S2	S10	S4	S15	S1	S8	S20	S6	S18	S11	S7	S9	S14
i59	S9	S12	S11	S5	S3	S14	S10	S20	S6	S2	S15	S18	S1	S4	S13	S8	S7	S16	S19	S17
i60	S2	S5	S17	S10	S19	S13	S15	S11	S18	S7	S9	S20	S1	S12	S14	S6	S8	S3	S16	S4
i61	S5	S6	S9	S14	S11	S15	S19	S8	S1	S13	S18	S4	S7	S3	S12	S16	S17	S2	S20	S10
i62	S6	S7	S4	S16	S17	S13	S20	S5	S15	S19	S2	S11	S14	S1	S12	S8	S9	S10	S3	S18
i63	S3	S2	S4	S10	S20	S7	S11	S8	S18	S9	S15	S16	S5	S17	S19	S14	S1	S13	S12	S6
i64	S12	S16	S8	S17	S19	S5	S9	S2	S4	S18	S20	S11	S7	S10	S1	S3	S14	S15	S6	S13
i65	S8	S14	S7	S9	S16	S20	S5	S4	S19	S11	S6	S13	S19	S12	S1	S18	S17	S2	S10	S3
i66	S2	S14	S13	S16	S5	S17	S7	S18	S9	S19	S8	S1	S11	S10	S12	S15	S6	S3	S4	S20
i67	S20	S16	S7	S11	S6	S9	S13	S4	S3	S19	S2	S15	S1	S12	S14	S8	S5	S18	S10	S17
i68	S7	S19	S12	S4	S18	S8	S10	S9	S6	S20	S3	S2	S1	S17	S14	S16	S15	S11	S13	S5
i69	S18	S9	S14	S20	S8	S4	S11	S13	S16	S1	S12	S3	S15	S19	S10	S5	S17	S6	S2	S7
i70	S20	S9	S15	S12	S8	S2	S16	S14	S13	S17	S5	S7	S18	S11	S1	S3	S4	S19	S10	S6
i71	S10	S8	S18	S17	S6	S4	S16	S19	S14	S2	S20	S3	S1	S7	S11	S15	S5	S9	S12	S13
i72	S13	S7	S8	S19	S4	S10	S11	S20	S17	S2	S15	S1	S9	S5	S12	S6	S18	S16	S3	S14
i73	S4	S6	S3	S17	S20	S14	S8	S15	S2	S11	S5	S10	S18	S1	S19	S7	S13	S16	S9	S12
i74	S16	S8	S19	S10	S6	S17	S9	S13	S12	S7	S3	S18	S20	S4	S15	S1	S14	S2	S5	S11
i75	S2	S6	S8	S4	S10	S9	S12	S7	S16	S20	S3	S18	S15	S5	S11	S13	S14	S1	S19	S17
i76	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i77	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i78	S5	S14	S2	S12	S15	S13	S3	S17	S4	S19	S6	S20	S16	S9	S8	S1	S10	S7	S18	S11
i79	S11	S7	S16	S17	S2	S14	S5	S20	S12	S15	S10	S19	S8	S18	S6	S9	S1	S4	S3	S13

i80	S10	S20	S19	S4	S12	S17	S14	S15	S7	S8	S13	S16	S3	S2	S6	S11	S5	S1	S18	S9
i81	S7	S15	S4	S17	S6	S19	S20	S9	S10	S16	S12	S8	S13	S2	S5	S1	S18	S3	S14	S11
i82	S18	S3	S6	S13	S14	S8	S4	S20	S7	S19	S17	S2	S15	S16	S11	S1	S12	S10	S5	S9
i83	S4	S10	S18	S15	S5	S20	S19	S14	S16	S11	S6	S2	S12	S13	S17	S8	S3	S9	S1	S7
i84	S16	S18	S3	S4	S17	S6	S10	S14	S15	S7	S13	S9	S2	S8	S11	S12	S19	S1	S5	S20
i85	S14	S15	S2	S18	S7	S4	S5	S19	S8	S6	S12	S10	S16	S13	S1	S3	S9	S20	S17	S11
i86	S16	S13	S18	S2	S15	S14	S3	S10	S17	S5	S12	S6	S9	S11	S7	S1	S20	S19	S4	S8
i87	S14	S12	S20	S3	S9	S17	S2	S15	S8	S18	S4	S5	S16	S13	S6	S7	S1	S11	S10	S19
i88	S10	S5	S6	S15	S8	S20	S11	S4	S16	S14	S17	S18	S12	S9	S3	S7	S13	S2	S1	S19
i89	S13	S7	S18	S6	S12	S9	S10	S20	S15	S3	S16	S4	S19	S5	S14	S2	S17	S8	S1	S11
i90	S8	S17	S16	S11	S9	S6	S10	S13	S2	S12	S5	S7	S15	S20	S3	S18	S14	S19	S1	S4
i91	S6	S8	S17	S14	S7	S2	S12	S4	S11	S19	S16	S10	S13	S5	S15	S20	S18	S1	S9	S3
i92	S18	S11	S9	S3	S6	S7	S17	S16	S8	S4	S15	S14	S19	S2	S5	S10	S12	S20	S13	S1
i93	S4	S2	S10	S5	S16	S3	S15	S17	S18	S14	S19	S9	S12	S13	S20	S7	S11	S6	S8	S1
i94	S8	S11	S20	S15	S12	S16	S19	S3	S6	S18	S14	S9	S13	S4	S7	S17	S5	S2	S10	S1
i95	S9	S17	S4	S2	S6	S7	S16	S5	S3	S10	S11	S12	S18	S14	S20	S8	S15	S1	S13	S19
i96	S10	S19	S5	S4	S2	S13	S9	S11	S8	S20	S17	S18	S3	S16	S6	S7	S15	S12	S14	S1

Resultados da Simulação II

Matching – Ensino Fundamental

S1	1	2	3	4	5	6	
S2	49	75	93	51	60	63	
S3	39	56	52	17	82	73	
S4	50	83	46	53	95		
S5	78	61	38	43	58		
S6	32	8	54	91	26		
S7	68	37	81	79			
S8	90	21	94				
S9	24	59	11				
S10	20	88	80				
S11	27	45	9	67	36	33	76
S12	64	40	15	7	87	13	70
S13	89	23	86	72	18		
S14	85	55	69	66	30		
S15	57	10	28	22	19		
S16	84	29	62	74	16		
S17	42	71	12	35			
S18	48	25	92	34			
S19	31	96	77	44			
S20	65	14	41	47			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Matching – Ensino Médio

S1	1	2	4	6	7	9	
S2	19	49	60	66	75	14	
S3	18	36	39	56	63	30	
S4	50	53	73	83	93		
S5	38	43	61	78	47		
S6	32	8	54	91	62		
S7	68	37	81	44			
S8	90	21	94				
S9	95	3	24				
S10	20	88	80				
S11	26	45	79	92	76	77	65
S12	5	40	46	64	59	35	13
S13	51	15	89	23	72		
S14	85	17	87	55	69		
S15	57	10	70	12	41		
S16	29	74	84	86	71		
S17	52	58	42	33			
S18	48	82	25	11			
S19	16	31	96	22			
S20	34	27	28	67			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Matching – Mecanismo estável de Gale e Shapley

S1	1	2	4	6	7	9	
S2	19	49	60	66	75	14	
S3	18	36	39	56	63	30	
S4	50	53	73	83	93		
S5	78	61	38	43	47		
S6	32	8	54	91	62		
S7	68	37	81	44			
S8	90	21	94				
S9	95	3	24				
S10	20	88	80				
S11	26	45	79	92	76	77	71
S12	5	40	46	64	59	35	13
S13	51	15	89	23	72		
S14	85	17	87	55	69		
S15	57	10	70	12	41		
S16	29	74	84	86	65		
S17	52	58	42	33			
S18	48	82	25	11			
S19	16	31	96	22			
S20	34	27	28	67			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Matching – Mecanismo de Ciclos de Troca Prioritários

S1	1	2	4	6	7	9	
S2	49	75	60	19	66	71	
S3	39	56	63	18	36	30	
S4	50	93	83	53	73		
S5	78	61	38	43	47		
S6	32	8	54	91	62		
S7	68	37	81	44			
S8	90	21	94				
S9	95	3	24				
S10	20	88	80				
S11	79	26	45	76	92	77	14
S12	46	5	64	40	59	13	35
S13	51	15	89	23	72		
S14	85	17	87	55	69		
S15	57	10	70	12	41		
S16	86	84	29	65	74		
S17	52	58	42	33			
S18	48	82	25	11			
S19	16	31	96	22			
S20	34	27	28	67			

Obs: Números referem-se aos estudantes

Comparação dos Mecanismos – Simulação II

Mecanismo de Ciclos de Trocas Prioritárias versus Mecanismo de Gale e Shapley

i1	S1	S4	S16	S14	S18	S12	S13	S3	S6	S5	S19	S10	S2	S11	S8	S9	S7	S17	S15	S20
i2	S1	S15	S11	S14	S10	S13	S8	S5	S16	S6	S17	S7	S4	S9	S19	S12	S2	S20	S18	S3
i3	S9	S1	S17	S5	S8	S11	S14	S20	S13	S7	S19	S3	S4	S18	S12	S2	S16	S10	S6	S15
i4	S1	S5	S10	S12	S7	S14	S17	S18	S8	S9	S4	S3	S15	S19	S2	S20	S13	S6	S11	S16
i5	S12	S1	S7	S4	S13	S1	S16	S20	S8	S10	S9	S18	S3	S14	S19	S2	S6	S15	S5	S17
i6	S1	S9	S12	S13	S8	S17	S6	S18	S16	S5	S11	S2	S3	S20	S10	S14	S15	S19	S4	S7
i7	S1	S12	S19	S3	S4	S14	S18	S11	S8	S2	S17	S16	S15	S5	S7	S10	S6	S13	S20	S9
i8	S6	S15	S20	S1	S18	S9	S2	S3	S8	S16	S11	S14	S10	S17	S4	S13	S7	S12	S5	S19
i9	S1	S11	S13	S12	S7	S16	S15	S2	S5	S8	S10	S20	S6	S17	S4	S9	S19	S18	S3	S14
i10	S18	S1	S15	S6	S3	S16	S7	S10	S9	S5	S19	S8	S2	S20	S17	S4	S11	S12	S13	S14
i11	S18	S9	S14	S10	S11	S2	S16	S1	S19	S6	S20	S15	S13	S12	S3	S5	S7	S4	S17	S8
i12	S1	S20	S13	S17	S10	S5	S6	S15	S16	S2	S3	S12	S11	S18	S19	S7	S14	S8	S4	S9
i13	S1	S9	S12	S2	S20	S15	S11	S3	S6	S16	S2	S17	S10	S18	S14	S4	S13	S19	S8	S7
i14	S1	S2	S5	S7	S12	S20	S10	S14	S13	S4	S9	S8	S3	S18	S11	S6	S15	S19	S17	S16
i15	S13	S15	S7	S17	S12	S1	S2	S9	S16	S11	S4	S18	S10	S6	S3	S20	S19	S5	S14	S8
i16	S19	S20	S1	S17	S7	S16	S12	S8	S10	S2	S5	S11	S9	S13	S3	S6	S18	S14	S4	S15
i17	S14	S3	S5	S1	S16	S15	S20	S17	S9	S19	S11	S10	S6	S13	S4	S12	S8	S7	S2	S18
i18	S3	S18	S13	S1	S6	S2	S19	S8	S11	S9	S10	S5	S7	S16	S14	S4	S20	S12	S17	S15
i19	S2	S9	S16	S17	S5	S7	S1	S11	S15	S19	S18	S12	S8	S3	S13	S14	S20	S10	S6	S4
i20	S10	S13	S12	S6	S1	S3	S16	S14	S20	S11	S18	S5	S2	S19	S7	S9	S17	S8	S15	S4
i21	S8	S16	S19	S12	S9	S1	S13	S4	S3	S11	S17	S2	S5	S7	S15	S18	S10	S14	S20	S6
i22	S17	S19	S11	S15	S1	S8	S20	S3	S7	S12	S16	S18	S5	S14	S6	S10	S9	S4	S2	S13
i23	S13	S17	S10	S4	S1	S5	S19	S18	S20	S7	S12	S16	S2	S6	S3	S8	S11	S14	S9	S15
i24	S9	S14	S2	S11	S17	S1	S4	S13	S3	S8	S16	S6	S20	S19	S7	S18	S12	S15	S10	S5
i25	S18	S8	S19	S4	S15	S1	S14	S3	S9	S6	S7	S16	S12	S13	S2	S5	S11	S20	S10	S17
i26	S11	S20	S6	S5	S7	S1	S14	S15	S16	S4	S18	S2	S13	S9	S3	S10	S12	S19	S17	S8
i27	S20	S11	S9	S3	S1	S2	S7	S16	S17	S12	S18	S15	S4	S13	S19	S6	S5	S8	S10	S14
i28	S20	S3	S10	S15	S7	S16	S18	S19	S1	S5	S12	S6	S17	S9	S11	S13	S8	S4	S14	S2
i29	S16	S10	S3	S6	S1	S19	S18	S17	S8	S9	S2	S5	S7	S14	S20	S11	S4	S15	S12	S13
i30	S19	S3	S4	S14	S1	S16	S18	S9	S2	S6	S17	S20	S12	S5	S15	S8	S10	S11	S13	S7
i31	S19	S10	S20	S1	S3	S2	S14	S16	S5	S13	S7	S6	S4	S9	S8	S15	S11	S17	S18	S12
i32	S6	S19	S15	S7	S10	S12	S13	S8	S11	S4	S16	S18	S14	S1	S9	S2	S5	S20	S3	S17
i33	S17	S11	S15	S13	S20	S18	S8	S1	S3	S16	S12	S6	S7	S9	S4	S19	S2	S14	S5	S10
i34	S20	S14	S15	S13	S1	S18	S12	S19	S2	S11	S4	S8	S17	S6	S9	S16	S3	S10	S5	S7
i35	S9	S8	S12	S7	S18	S5	S17	S1	S10	S20	S15	S2	S16	S19	S3	S4	S13	S11	S14	S6
i36	S3	S11	S7	S9	S2	S10	S6	S12	S1	S19	S13	S15	S17	S20	S5	S14	S8	S4	S16	S18
i37	S7	S14	S9	S4	S2	S15	S12	S3	S1	S20	S11	S18	S17	S10	S13	S19	S8	S5	S6	S16
i38	S5	S17	S6	S18	S12	S15	S14	S1	S3	S11	S7	S19	S13	S9	S4	S20	S16	S10	S2	S8
i39	S3	S16	S14	S10	S11	S12	S5	S19	S9	S20	S1	S13	S4	S17	S8	S7	S2	S6	S18	S15
i40	S12	S18	S7	S17	S2	S8	S1	S6	S4	S15	S13	S16	S19	S9	S11	S20	S14	S3	S10	S5
i41	S1	S4	S2	S6	S3	S10	S9	S15	S13	S8	S17	S11	S14	S20	S5	S19	S16	S7	S12	S18
i42	S17	S2	S3	S4	S18	S11	S5	S19	S1	S10	S6	S14	S7	S8	S12	S15	S20	S13	S9	S16
i43	S5	S15	S8	S7	S14	S10	S11	S20	S13	S4	S2	S1	S19	S18	S9	S6	S17	S16	S12	S3
i44	S7	S13	S2	S10	S11	S19	S6	S1	S17	S12	S9	S14	S5	S15	S3	S18	S4	S20	S8	S16
i45	S11	S8	S17	S3	S5	S9	S4	S10	S6	S1	S14	S12	S13	S16	S7	S19	S20	S2	S18	S15
i46	S12	S4	S13	S19	S6	S8	S5	S1	S14	S10	S7	S11	S3	S2	S18	S15	S16	S17	S9	S20
i47	S9	S6	S11	S10	S14	S3	S12	S15	S1	S8	S13	S4	S17	S2	S16	S20	S18	S7	S19	
i48	S18	S7	S10	S5	S20	S8	S9	S15	S14	S1	S4	S16	S2	S3	S12	S17	S13	S19	S6	S11
i49	S2	S9	S20	S8	S19	S5	S13	S11	S17	S1	S12	S15	S6	S7	S10	S14	S16	S3	S18	S4
i50	S4	S2	S18	S5	S1	S7	S8	S12	S15	S17	S19	S3	S20	S6	S10	S13	S11	S9	S16	S14

i51	S13	S2	S14	S8	S19	S3	S4	S18	S10	S15	S17	S1	S6	S11	S7	S16	S9	S5	S20	S12
i52	S17	S3	S6	S5	S13	S11	S12	S9	S8	S7	S10	S1	S19	S15	S4	S14	S18	S20	S16	S2
i53	S4	S15	S13	S12	S3	S14	S17	S6	S20	S10	S2	S1	S5	S7	S8	S11	S19	S18	S9	S16
i54	S6	S5	S7	S17	S18	S15	S8	S11	S1	S13	S20	S4	S19	S12	S16	S14	S10	S3	S9	S2
i55	S14	S16	S20	S15	S18	S19	S5	S13	S7	S11	S3	S12	S1	S10	S17	S9	S4	S6	S2	S8
i56	S3	S8	S19	S11	S20	S2	S6	S14	S1	S9	S17	S12	S10	S5	S13	S16	S15	S7	S4	S18
i57	S15	S18	S19	S9	S12	S16	S3	S13	S10	S4	S11	S8	S20	S14	S1	S7	S5	S2	S17	S6
i58	S17	S13	S19	S5	S3	S12	S16	S2	S10	S4	S15	S1	S8	S20	S6	S18	S11	S7	S9	S14
i59	S9	S12	S11	S5	S3	S14	S10	S20	S6	S2	S15	S18	S1	S4	S13	S8	S7	S16	S19	S17
i60	S2	S5	S17	S10	S19	S13	S15	S11	S18	S7	S9	S20	S1	S12	S14	S6	S8	S3	S16	S4
i61	S5	S6	S9	S14	S11	S15	S19	S8	S1	S13	S18	S4	S7	S3	S12	S16	S17	S2	S20	S10
i62	S6	S7	S4	S16	S17	S13	S20	S5	S15	S19	S2	S11	S14	S1	S12	S8	S9	S10	S3	S18
i63	S3	S2	S4	S10	S20	S7	S11	S8	S18	S9	S16	S5	S17	S19	S14	S1	S13	S12	S6	S13
i64	S12	S16	S8	S17	S19	S5	S9	S2	S4	S18	S20	S11	S7	S10	S1	S3	S14	S15	S6	S13
i65	S8	S14	S7	S9	S16	S20	S5	S4	S19	S11	S6	S13	S19	S12	S1	S18	S17	S2	S10	S3
i66	S2	S14	S13	S16	S5	S17	S7	S18	S9	S19	S8	S1	S11	S10	S12	S15	S6	S3	S4	S20
i67	S20	S16	S7	S11	S6	S9	S13	S4	S3	S19	S2	S15	S1	S12	S14	S8	S5	S18	S10	S17
i68	S7	S19	S12	S4	S18	S8	S10	S9	S6	S20	S3	S2	S1	S17	S14	S16	S15	S11	S13	S5
i69	S18	S9	S14	S20	S8	S4	S11	S13	S16	S1	S12	S3	S15	S19	S10	S5	S17	S6	S2	S7
i70	S20	S9	S15	S12	S8	S2	S16	S14	S13	S5	S7	S18	S11	S1	S3	S4	S19	S10	S6	
i71	S10	S8	S18	S17	S6	S4	S16	S19	S14	S2	S20	S3	S1	S7	S11	S15	S5	S9	S12	S13
i72	S13	S7	S8	S19	S4	S10	S11	S20	S17	S2	S15	S1	S9	S5	S12	S6	S18	S16	S3	S14
i73	S4	S6	S3	S17	S20	S14	S8	S15	S2	S11	S5	S10	S18	S1	S19	S7	S13	S16	S9	S12
i74	S16	S8	S19	S10	S6	S17	S9	S13	S12	S7	S3	S18	S20	S4	S15	S1	S14	S2	S5	S11
i75	S2	S6	S8	S4	S10	S9	S12	S7	S16	S20	S3	S18	S15	S5	S11	S13	S14	S1	S19	S17
i76	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i77	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i78	S5	S14	S2	S12	S15	S13	S3	S17	S4	S19	S6	S20	S16	S9	S8	S1	S10	S7	S18	S11
i79	S11	S7	S16	S17	S2	S14	S5	S20	S12	S15	S10	S19	S8	S18	S6	S9	S1	S4	S3	S13
i80	S10	S20	S19	S4	S12	S17	S14	S15	S7	S8	S13	S16	S3	S2	S6	S11	S5	S1	S18	S9
i81	S7	S15	S4	S17	S6	S19	S20	S9	S10	S16	S12	S8	S13	S2	S5	S1	S18	S3	S14	S11
i82	S18	S3	S6	S13	S14	S8	S4	S20	S7	S19	S17	S2	S15	S16	S11	S1	S12	S10	S5	S9
i83	S4	S10	S18	S15	S5	S20	S19	S14	S16	S11	S6	S2	S12	S13	S17	S8	S3	S9	S1	S7
i84	S16	S18	S3	S4	S17	S6	S10	S14	S15	S7	S13	S9	S2	S8	S11	S12	S19	S1	S5	S20
i85	S14	S15	S2	S18	S7	S4	S5	S19	S8	S6	S12	S10	S16	S13	S1	S3	S9	S20	S17	S11
i86	S16	S13	S18	S2	S15	S14	S3	S10	S17	S5	S12	S6	S9	S11	S7	S1	S20	S19	S4	S8
i87	S14	S12	S20	S3	S9	S17	S2	S15	S8	S18	S4	S5	S16	S13	S6	S7	S1	S11	S10	S19
i88	S10	S5	S6	S15	S8	S20	S11	S4	S16	S14	S17	S18	S12	S9	S3	S7	S13	S2	S1	S19
i89	S13	S7	S18	S6	S12	S9	S10	S20	S15	S3	S16	S4	S19	S5	S14	S2	S17	S8	S1	S11
i90	S8	S17	S16	S11	S9	S6	S10	S13	S2	S12	S5	S7	S15	S20	S3	S18	S14	S19	S1	S4
i91	S6	S8	S17	S14	S7	S2	S12	S4	S11	S19	S16	S10	S13	S5	S15	S20	S18	S1	S9	S3
i92	S18	S11	S9	S3	S6	S7	S17	S16	S8	S4	S15	S14	S19	S2	S5	S10	S12	S20	S13	S1
i93	S4	S2	S10	S5	S16	S3	S15	S17	S18	S14	S19	S9	S12	S13	S20	S7	S11	S6	S8	S1
i94	S8	S11	S20	S15	S12	S16	S19	S3	S6	S18	S14	S9	S13	S4	S7	S17	S5	S2	S10	S1
i95	S9	S17	S4	S2	S6	S7	S16	S5	S3	S10	S11	S12	S18	S14	S20	S8	S15	S1	S13	S19
i96	S10	S19	S5	S4	S2	S13	S9	S11	S8	S20	S17	S18	S3	S16	S6	S7	S15	S12	S14	S1

GS

TTC

Mecanismos de Ciclos de Trocas Prioritários e Gale e Shapley versus Mecanismo de Matrículas Antecipadas de São Paulo – Ensino Fundamental

i1	S1	S4	S16	S14	S18	S12	S13	S3	S6	S5	S19	S10	S2	S11	S8	S9	S7	S17	S15	S20
i2	S1	S15	S11	S14	S10	S13	S8	S5	S16	S6	S17	S7	S4	S9	S19	S12	S2	S20	S18	S3
i3	S9	S1	S17	S5	S8	S11	S14	S20	S13	S7	S19	S3	S4	S18	S12	S2	S16	S10	S6	S15
i4	S1	S5	S10	S12	S7	S14	S17	S18	S8	S9	S4	S3	S15	S19	S2	S20	S13	S6	S11	S16
i5	S12	S1	S7	S4	S13	S11	S16	S20	S8	S10	S9	S18	S3	S14	S19	S2	S6	S15	S5	S17
i6	S1	S9	S12	S13	S8	S17	S6	S18	S16	S5	S11	S2	S3	S20	S10	S14	S15	S19	S4	S7
i7	S1	S12	S19	S3	S4	S14	S18	S11	S8	S2	S17	S16	S15	S5	S7	S10	S6	S13	S20	S9
i8	S6	S15	S20	S1	S18	S9	S2	S3	S8	S16	S11	S14	S10	S17	S4	S13	S7	S12	S5	S19
i9	S1	S11	S13	S12	S7	S16	S15	S2	S5	S8	S10	S20	S6	S17	S4	S9	S19	S18	S3	S14
i10	S18	S1	S15	S6	S3	S16	S7	S10	S9	S5	S19	S8	S2	S20	S17	S4	S11	S12	S13	S14
i11	S18	S9	S14	S10	S11	S2	S16	S1	S19	S6	S20	S15	S13	S12	S3	S5	S7	S4	S17	S8
i12	S1	S20	S13	S17	S10	S5	S6	S15	S16	S2	S3	S12	S11	S18	S19	S7	S14	S8	S4	S9
i13	S1	S9	S12	S2	S20	S15	S11	S3	S6	S16	S2	S17	S10	S18	S14	S4	S13	S19	S8	S7
i14	S1	S2	S5	S7	S12	S20	S10	S14	S13	S4	S9	S8	S3	S18	S11	S6	S15	S19	S17	S16
i15	S13	S15	S7	S17	S12	S1	S2	S9	S16	S11	S4	S18	S10	S6	S3	S20	S19	S5	S14	S8
i16	S19	S20	S1	S17	S7	S16	S12	S8	S10	S2	S5	S11	S9	S13	S3	S6	S18	S14	S4	S15
i17	S14	S3	S5	S1	S16	S15	S20	S17	S9	S19	S11	S10	S6	S13	S4	S12	S8	S7	S2	S18
i18	S3	S18	S13	S1	S6	S2	S19	S8	S11	S9	S10	S5	S7	S16	S14	S4	S20	S12	S17	S15
i19	S2	S9	S16	S17	S5	S7	S1	S11	S15	S19	S18	S12	S8	S3	S13	S14	S20	S10	S6	S4
i20	S10	S13	S12	S6	S1	S3	S16	S14	S20	S11	S18	S5	S2	S19	S7	S9	S17	S8	S15	S4
i21	S8	S16	S19	S12	S9	S1	S13	S4	S3	S11	S17	S2	S5	S7	S15	S18	S10	S14	S20	S6
i22	S17	S19	S11	S15	S1	S8	S20	S3	S7	S12	S16	S18	S5	S14	S6	S10	S9	S4	S2	S13
i23	S13	S17	S10	S4	S1	S5	S19	S18	S20	S7	S12	S16	S2	S6	S3	S8	S11	S14	S9	S15
i24	S9	S14	S2	S11	S17	S1	S4	S13	S3	S8	S16	S6	S20	S19	S7	S18	S12	S15	S10	S5
i25	S18	S8	S19	S4	S15	S1	S14	S3	S9	S6	S7	S16	S12	S13	S2	S5	S11	S20	S10	S17
i26	S11	S20	S6	S5	S7	S1	S14	S15	S16	S4	S18	S2	S13	S9	S3	S10	S12	S19	S17	S8
i27	S20	S11	S9	S3	S1	S2	S7	S16	S17	S12	S18	S15	S4	S13	S19	S6	S5	S8	S10	S14
i28	S20	S3	S10	S15	S7	S16	S18	S19	S1	S5	S12	S6	S17	S9	S11	S13	S8	S4	S14	S2
i29	S16	S10	S3	S6	S1	S19	S18	S17	S8	S9	S2	S5	S7	S14	S20	S11	S4	S15	S12	S13
i30	S19	S3	S4	S14	S1	S16	S18	S9	S2	S6	S17	S20	S12	S5	S15	S8	S10	S11	S13	S7
i31	S19	S10	S20	S1	S3	S2	S14	S16	S5	S13	S7	S6	S4	S9	S8	S15	S11	S17	S18	S12
i32	S6	S19	S15	S7	S10	S12	S13	S8	S11	S4	S16	S18	S14	S1	S9	S2	S5	S20	S3	S17
i33	S17	S11	S15	S13	S20	S18	S8	S1	S3	S16	S12	S6	S7	S9	S4	S19	S2	S14	S5	S10
i34	S20	S14	S15	S13	S1	S18	S12	S19	S2	S11	S4	S8	S17	S6	S9	S16	S3	S10	S5	S7
i35	S9	S8	S12	S7	S18	S5	S17	S1	S10	S20	S15	S2	S16	S19	S3	S4	S13	S11	S14	S6
i36	S3	S11	S7	S9	S2	S10	S6	S12	S1	S19	S13	S15	S17	S20	S5	S14	S8	S4	S16	S18
i37	S7	S14	S9	S4	S2	S15	S12	S3	S1	S20	S11	S18	S17	S10	S13	S19	S8	S5	S6	S16
i38	S5	S17	S6	S18	S12	S15	S14	S1	S3	S11	S7	S19	S13	S9	S4	S20	S16	S10	S2	S8
i39	S3	S16	S14	S10	S11	S12	S5	S19	S9	S20	S1	S13	S4	S17	S8	S7	S2	S6	S18	S15
i40	S12	S18	S7	S17	S2	S8	S1	S6	S4	S15	S13	S16	S19	S9	S11	S20	S14	S3	S10	S5
i41	S1	S4	S2	S6	S3	S10	S9	S15	S13	S8	S17	S11	S14	S20	S5	S19	S16	S7	S12	S18
i42	S17	S2	S3	S4	S18	S11	S5	S19	S1	S10	S6	S14	S7	S8	S12	S15	S20	S13	S9	S16
i43	S5	S15	S8	S7	S14	S10	S11	S20	S13	S4	S2	S1	S19	S18	S9	S6	S17	S16	S12	S3
i44	S7	S13	S2	S10	S11	S19	S6	S1	S17	S12	S9	S14	S5	S15	S3	S18	S4	S20	S8	S16
i45	S11	S8	S17	S3	S5	S9	S4	S10	S6	S1	S14	S12	S13	S16	S7	S19	S20	S2	S18	S15
i46	S12	S4	S13	S19	S6	S8	S5	S1	S14	S10	S7	S11	S3	S2	S18	S15	S16	S17	S9	S20
i47	S9	S5	S6	S11	S10	S14	S3	S12	S15	S1	S8	S13	S4	S17	S2	S16	S20	S18	S7	S19
i48	S18	S7	S10	S5	S20	S8	S9	S15	S14	S1	S4	S16	S2	S3	S12	S17	S13	S19	S6	S11
i49	S2	S9	S20	S8	S19	S5	S13	S11	S17	S1	S12	S15	S6	S7	S10	S14	S16	S3	S18	S4
i50	S4	S2	S18	S5	S1	S7	S8	S12	S15	S17	S19	S3	S20	S6	S10	S13	S11	S9	S16	S14

i51	S13	S2	S14	S8	S19	S3	S4	S18	S10	S15	S17	S1	S6	S11	S7	S16	S9	S5	S20	S12
i52	S17	S3	S6	S5	S13	S11	S12	S9	S8	S7	S10	S1	S19	S15	S4	S14	S18	S20	S16	S2
i53	S4	S15	S13	S12	S3	S14	S17	S6	S20	S10	S2	S1	S5	S7	S8	S11	S19	S18	S9	S16
i54	S6	S5	S7	S17	S18	S15	S8	S11	S1	S13	S20	S4	S19	S12	S16	S14	S10	S3	S9	S2
i55	S14	S16	S20	S15	S18	S19	S5	S13	S7	S11	S3	S12	S1	S10	S17	S9	S4	S6	S2	S8
i56	S3	S8	S19	S11	S20	S2	S6	S14	S1	S9	S17	S12	S10	S5	S13	S16	S15	S7	S4	S18
i57	S15	S18	S19	S9	S12	S16	S3	S13	S10	S4	S11	S8	S20	S14	S1	S7	S5	S2	S17	S6
i58	S17	S13	S19	S5	S3	S12	S16	S2	S10	S4	S15	S1	S8	S20	S6	S18	S11	S7	S9	S14
i59	S9	S12	S11	S5	S3	S14	S10	S20	S6	S2	S15	S18	S1	S4	S13	S8	S7	S16	S19	S17
i60	S2	S5	S17	S10	S19	S13	S15	S11	S18	S7	S9	S20	S1	S12	S14	S6	S8	S3	S16	S4
i61	S5	S6	S9	S14	S11	S15	S19	S8	S1	S13	S18	S4	S7	S3	S12	S16	S17	S2	S20	S10
i62	S6	S7	S4	S16	S17	S13	S20	S5	S15	S19	S2	S11	S14	S1	S12	S8	S9	S10	S3	S18
i63	S3	S2	S4	S10	S20	S7	S11	S8	S18	S9	S15	S16	S5	S17	S19	S14	S1	S13	S12	S6
i64	S12	S16	S8	S17	S19	S5	S9	S2	S4	S18	S20	S11	S7	S10	S1	S3	S14	S15	S6	S13
i65	S8	S14	S7	S9	S16	S20	S5	S4	S19	S11	S6	S13	S19	S12	S1	S18	S17	S2	S10	S3
i66	S2	S14	S13	S16	S5	S17	S7	S18	S9	S19	S8	S1	S11	S10	S12	S15	S6	S3	S4	S20
i67	S20	S16	S7	S11	S6	S9	S13	S4	S3	S19	S2	S15	S1	S12	S14	S8	S5	S18	S10	S17
i68	S7	S19	S12	S4	S18	S8	S10	S9	S6	S20	S3	S2	S1	S17	S14	S16	S15	S11	S13	S5
i69	S18	S9	S14	S20	S8	S4	S11	S13	S16	S1	S12	S3	S15	S19	S10	S5	S17	S6	S2	S7
i70	S20	S9	S15	S12	S8	S2	S16	S14	S13	S17	S5	S7	S18	S11	S1	S3	S4	S19	S10	S6
i71	S10	S8	S18	S17	S6	S4	S16	S19	S14	S2	S20	S3	S1	S7	S11	S15	S5	S9	S12	S13
i72	S13	S7	S8	S19	S4	S10	S11	S20	S17	S2	S15	S1	S9	S5	S12	S6	S18	S16	S3	S14
i73	S4	S6	S3	S17	S20	S14	S8	S15	S2	S11	S5	S10	S18	S1	S19	S7	S13	S16	S9	S12
i74	S16	S8	S19	S10	S6	S17	S9	S13	S12	S7	S3	S18	S20	S4	S15	S1	S14	S2	S5	S11
i75	S2	S6	S8	S4	S10	S9	S12	S7	S16	S20	S3	S18	S15	S5	S11	S13	S14	S1	S19	S17
i76	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i77	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i78	S5	S14	S2	S12	S15	S13	S3	S17	S4	S19	S6	S20	S16	S9	S8	S1	S10	S7	S18	S11
i79	S11	S7	S16	S17	S2	S14	S5	S20	S12	S15	S10	S19	S8	S18	S6	S9	S1	S4	S3	S13
i80	S10	S20	S19	S4	S12	S17	S14	S15	S7	S8	S13	S16	S3	S2	S6	S11	S5	S1	S18	S9
i81	S7	S15	S4	S17	S6	S19	S20	S9	S10	S16	S12	S8	S13	S2	S5	S1	S18	S3	S14	S11
i82	S18	S3	S6	S13	S14	S8	S4	S20	S7	S19	S17	S2	S15	S16	S11	S1	S12	S10	S5	S9
i83	S4	S10	S18	S15	S5	S20	S19	S14	S16	S11	S6	S2	S12	S13	S17	S8	S3	S9	S1	S7
i84	S16	S18	S3	S4	S17	S6	S10	S14	S15	S7	S13	S9	S2	S8	S11	S12	S19	S1	S5	S20
i85	S14	S15	S2	S18	S7	S4	S5	S19	S8	S6	S12	S10	S16	S13	S1	S3	S9	S20	S17	S11
i86	S16	S13	S18	S2	S15	S14	S3	S10	S17	S5	S12	S6	S9	S11	S7	S1	S20	S19	S4	S8
i87	S14	S12	S20	S3	S9	S17	S2	S15	S8	S18	S4	S5	S16	S13	S6	S7	S1	S11	S10	S19
i88	S10	S5	S6	S15	S8	S20	S11	S4	S16	S14	S17	S18	S12	S9	S3	S7	S13	S2	S1	S19
i89	S13	S7	S18	S6	S12	S9	S10	S20	S15	S3	S16	S4	S19	S5	S14	S2	S17	S8	S1	S11
i90	S8	S17	S16	S11	S9	S6	S10	S13	S2	S12	S5	S7	S15	S20	S3	S18	S14	S19	S1	S4
i91	S6	S8	S17	S14	S7	S2	S12	S4	S11	S19	S16	S10	S13	S5	S15	S20	S18	S1	S9	S3
i92	S18	S11	S9	S3	S6	S7	S17	S16	S8	S4	S15	S14	S19	S2	S5	S10	S12	S20	S13	S1
i93	S4	S2	S10	S5	S16	S3	S15	S17	S18	S14	S19	S9	S12	S13	S20	S7	S11	S6	S8	S1
i94	S8	S11	S20	S15	S12	S16	S19	S3	S6	S18	S14	S9	S13	S4	S7	S17	S5	S2	S10	S1
i95	S9	S17	S4	S2	S6	S7	S16	S5	S3	S10	S11	S12	S18	S14	S20	S8	S15	S1	S13	S19
i96	S10	S19	S5	S4	S2	S13	S9	S11	S8	S20	S17	S18	S3	S16	S6	S7	S15	S12	S14	S1

GS

HC

Ensino Infantil

Mecanismos de Ciclos de Trocas Prioritários e Gale e Shapley versus Mecanismo de Matrículas Antecipadas de São Paulo – Ensino Médio

i1	S1	S4	S16	S14	S18	S12	S13	S3	S6	S5	S19	S10	S2	S11	S8	S9	S7	S17	S15	S20
i2	S1	S15	S11	S14	S10	S13	S8	S5	S16	S6	S17	S7	S4	S9	S19	S12	S2	S20	S18	S3
i3	S9	S1	S17	S5	S8	S11	S14	S20	S13	S7	S19	S3	S4	S18	S12	S2	S16	S10	S6	S15
i4	S1	S5	S10	S12	S7	S14	S17	S18	S8	S9	S4	S3	S15	S19	S2	S20	S13	S6	S11	S16
i5	S12	S1	S7	S4	S13	S11	S16	S20	S8	S10	S9	S18	S3	S14	S19	S2	S6	S15	S5	S17
i6	S1	S9	S12	S13	S8	S17	S6	S18	S16	S5	S11	S2	S3	S20	S10	S14	S15	S19	S4	S7
i7	S1	S12	S19	S3	S4	S14	S18	S11	S8	S2	S17	S16	S15	S5	S7	S10	S6	S13	S20	S9
i8	S6	S15	S20	S1	S18	S9	S2	S3	S8	S16	S11	S14	S10	S17	S4	S13	S7	S12	S5	S19
i9	S1	S11	S13	S12	S7	S16	S15	S2	S5	S8	S10	S20	S6	S17	S4	S9	S19	S18	S3	S14
i10	S18	S1	S15	S6	S3	S16	S7	S10	S9	S5	S19	S8	S2	S20	S17	S4	S11	S12	S13	S14
i11	S18	S9	S14	S10	S11	S2	S16	S1	S19	S6	S20	S15	S13	S12	S3	S5	S7	S4	S17	S8
i12	S1	S20	S13	S17	S10	S5	S6	S15	S16	S2	S3	S12	S11	S18	S19	S7	S14	S8	S4	S9
i13	S1	S9	S12	S2	S20	S15	S11	S3	S6	S16	S2	S17	S10	S18	S14	S4	S13	S19	S8	S7
i14	S1	S2	S5	S7	S12	S20	S10	S14	S13	S4	S9	S8	S3	S18	S11	S6	S15	S19	S17	S16
i15	S13	S15	S7	S17	S12	S1	S2	S9	S16	S11	S4	S18	S10	S6	S3	S20	S19	S5	S14	S8
i16	S19	S20	S1	S17	S7	S16	S12	S8	S10	S2	S5	S11	S9	S13	S3	S6	S18	S14	S4	S15
i17	S14	S3	S5	S1	S16	S15	S20	S17	S9	S19	S11	S10	S6	S13	S4	S12	S8	S7	S2	S18
i18	S3	S18	S13	S1	S6	S2	S19	S8	S11	S9	S10	S5	S7	S16	S14	S4	S20	S12	S17	S15
i19	S2	S9	S16	S17	S5	S7	S1	S11	S15	S19	S18	S12	S8	S3	S13	S14	S20	S10	S6	S4
i20	S10	S13	S12	S6	S1	S3	S16	S14	S20	S11	S18	S5	S2	S19	S7	S9	S17	S8	S15	S4
i21	S8	S16	S19	S12	S9	S1	S13	S4	S3	S11	S17	S2	S5	S7	S15	S18	S10	S14	S20	S6
i22	S17	S19	S11	S15	S1	S8	S20	S3	S7	S12	S16	S18	S5	S14	S6	S10	S9	S4	S2	S13
i23	S13	S17	S10	S4	S1	S5	S19	S18	S20	S7	S12	S16	S2	S6	S3	S8	S11	S14	S9	S15
i24	S9	S14	S2	S11	S17	S1	S4	S13	S3	S8	S16	S6	S20	S19	S7	S18	S12	S15	S10	S5
i25	S18	S8	S19	S4	S15	S1	S14	S3	S9	S6	S7	S16	S12	S13	S2	S5	S11	S20	S10	S17
i26	S11	S20	S6	S5	S7	S1	S14	S15	S16	S4	S18	S2	S13	S9	S3	S10	S12	S19	S17	S8
i27	S20	S11	S9	S3	S1	S2	S7	S16	S17	S12	S18	S15	S4	S13	S19	S6	S5	S8	S10	S14
i28	S20	S3	S10	S15	S7	S16	S18	S19	S1	S5	S12	S6	S17	S9	S11	S13	S8	S4	S14	S2
i29	S16	S10	S3	S6	S1	S19	S18	S17	S8	S9	S2	S5	S7	S14	S20	S11	S4	S15	S12	S13
i30	S19	S3	S4	S14	S1	S16	S18	S9	S2	S6	S17	S20	S12	S5	S15	S8	S10	S11	S13	S7
i31	S19	S10	S20	S1	S3	S2	S14	S16	S5	S13	S7	S6	S4	S9	S8	S15	S11	S17	S18	S12
i32	S6	S19	S15	S7	S10	S12	S13	S8	S11	S4	S16	S18	S14	S1	S9	S2	S5	S20	S3	S17
i33	S17	S11	S15	S13	S20	S18	S8	S1	S3	S16	S12	S6	S7	S9	S4	S19	S2	S14	S5	S10
i34	S20	S14	S15	S13	S1	S18	S12	S19	S2	S11	S4	S8	S17	S6	S9	S16	S3	S10	S5	S7
i35	S9	S8	S12	S7	S18	S5	S17	S1	S10	S20	S15	S2	S16	S19	S3	S4	S13	S11	S14	S6
i36	S3	S11	S7	S9	S2	S10	S6	S12	S1	S19	S13	S15	S17	S20	S5	S14	S8	S4	S16	S18
i37	S7	S14	S9	S4	S2	S15	S12	S3	S1	S20	S11	S18	S17	S10	S13	S19	S8	S5	S6	S16
i38	S5	S17	S6	S18	S12	S15	S14	S1	S3	S11	S7	S19	S13	S9	S4	S20	S16	S10	S2	S8
i39	S3	S16	S14	S10	S11	S12	S5	S19	S9	S20	S1	S13	S4	S17	S8	S7	S2	S6	S18	S15
i40	S12	S18	S7	S17	S2	S8	S1	S6	S4	S15	S13	S16	S19	S9	S11	S20	S14	S3	S10	S5
i41	S1	S4	S2	S6	S3	S10	S9	S15	S13	S8	S17	S11	S14	S20	S5	S19	S16	S7	S12	S18
i42	S17	S2	S3	S4	S18	S11	S5	S19	S1	S10	S6	S14	S7	S8	S12	S15	S20	S13	S9	S16
i43	S5	S15	S8	S7	S14	S10	S11	S20	S13	S4	S2	S1	S19	S18	S9	S6	S17	S16	S12	S3
i44	S7	S13	S2	S10	S11	S19	S6	S1	S17	S12	S9	S14	S5	S15	S3	S18	S4	S20	S8	S16
i45	S11	S8	S17	S3	S5	S9	S4	S10	S6	S1	S14	S12	S13	S16	S7	S19	S20	S2	S18	S15
i46	S12	S4	S13	S19	S6	S8	S5	S1	S14	S10	S7	S11	S3	S2	S18	S15	S16	S17	S9	S20
i47	S9	S5	S6	S11	S10	S14	S3	S12	S15	S1	S8	S13	S4	S17	S2	S16	S20	S18	S7	S19
i48	S18	S7	S10	S5	S20	S8	S9	S15	S14	S1	S4	S16	S2	S3	S12	S17	S13	S19	S6	S11
i49	S2	S9	S20	S8	S19	S5	S13	S11	S17	S1	S12	S15	S6	S7	S10	S14	S16	S3	S18	S4
i50	S4	S2	S18	S5	S1	S7	S8	S12	S15	S17	S19	S3	S20	S6	S10	S13	S11	S9	S16	S14

i51	S13	S2	S14	S8	S19	S3	S4	S18	S10	S15	S17	S1	S6	S11	S7	S16	S9	S5	S20	S12
i52	S17	S3	S6	S5	S13	S11	S12	S9	S8	S7	S10	S1	S19	S15	S4	S14	S18	S20	S16	S2
i53	S4	S15	S13	S12	S3	S14	S17	S6	S20	S10	S2	S1	S5	S7	S8	S11	S19	S18	S9	S16
i54	S6	S5	S7	S17	S18	S15	S8	S11	S1	S13	S20	S4	S19	S12	S16	S14	S10	S3	S9	S2
i55	S14	S16	S20	S15	S18	S19	S5	S13	S7	S11	S3	S12	S1	S10	S17	S9	S4	S6	S2	S8
i56	S3	S8	S19	S11	S20	S2	S6	S14	S1	S9	S17	S12	S10	S5	S13	S16	S15	S7	S4	S18
i57	S15	S18	S19	S9	S12	S16	S3	S13	S10	S4	S11	S8	S20	S14	S1	S7	S5	S2	S17	S6
i58	S17	S13	S19	S5	S3	S12	S16	S2	S10	S4	S15	S1	S8	S20	S6	S18	S11	S7	S9	S14
i59	S9	S12	S11	S5	S3	S14	S10	S20	S6	S2	S15	S18	S1	S4	S13	S8	S7	S16	S19	S17
i60	S2	S5	S19	S10	S19	S13	S15	S11	S18	S7	S9	S20	S1	S12	S14	S6	S8	S3	S16	S4
i61	S5	S6	S9	S14	S11	S15	S19	S8	S1	S13	S18	S4	S7	S3	S12	S16	S17	S2	S20	S10
i62	S6	S7	S4	S16	S17	S13	S20	S5	S15	S19	S2	S11	S14	S1	S12	S8	S9	S10	S3	S18
i63	S3	S2	S4	S10	S20	S7	S11	S8	S18	S9	S15	S16	S5	S17	S19	S14	S1	S13	S12	S6
i64	S12	S16	S8	S17	S19	S5	S9	S2	S4	S18	S20	S11	S7	S10	S1	S3	S14	S15	S6	S13
i65	S8	S14	S7	S9	S16	S20	S5	S4	S19	S11	S6	S13	S19	S12	S1	S18	S17	S2	S10	S3
i66	S2	S14	S13	S16	S5	S17	S7	S18	S9	S19	S8	S1	S11	S10	S12	S15	S6	S3	S4	S20
i67	S20	S16	S7	S11	S6	S9	S13	S4	S3	S19	S2	S15	S1	S12	S14	S8	S5	S18	S10	S17
i68	S7	S19	S12	S4	S18	S8	S10	S9	S6	S20	S3	S2	S1	S17	S14	S16	S15	S11	S13	S5
i69	S18	S9	S14	S20	S8	S4	S11	S13	S16	S1	S12	S3	S15	S19	S10	S5	S17	S6	S2	S7
i70	S20	S9	S15	S12	S8	S2	S16	S14	S13	S17	S5	S7	S18	S11	S1	S3	S4	S19	S10	S6
i71	S10	S8	S18	S17	S6	S4	S16	S19	S14	S2	S20	S3	S1	S7	S11	S15	S5	S9	S12	S13
i72	S13	S7	S8	S19	S4	S10	S11	S20	S17	S2	S15	S1	S9	S5	S12	S6	S18	S16	S3	S14
i73	S4	S6	S3	S17	S20	S14	S8	S15	S2	S11	S5	S10	S18	S1	S19	S7	S13	S16	S9	S12
i74	S16	S8	S19	S10	S6	S17	S9	S13	S12	S7	S3	S18	S20	S4	S15	S1	S14	S2	S5	S11
i75	S2	S6	S8	S4	S10	S9	S12	S7	S16	S20	S3	S18	S15	S5	S11	S13	S14	S1	S19	S17
i76	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i77	S8	S6	S11	S9	S3	S20	S10	S4	S13	S14	S18	S5	S16	S7	S2	S1	S17	S19	S15	S12
i78	S5	S14	S2	S12	S15	S13	S3	S17	S4	S19	S6	S20	S16	S9	S8	S1	S10	S7	S18	S11
i79	S11	S7	S16	S17	S2	S14	S5	S20	S12	S15	S10	S19	S8	S18	S6	S9	S1	S4	S3	S13
i80	S10	S20	S19	S4	S12	S17	S14	S15	S7	S8	S13	S16	S3	S2	S6	S11	S5	S1	S18	S9
i81	S7	S15	S4	S17	S6	S19	S20	S9	S10	S16	S12	S8	S13	S2	S5	S1	S18	S3	S14	S11
i82	S18	S3	S6	S13	S14	S8	S4	S20	S7	S19	S17	S2	S15	S16	S11	S1	S12	S10	S5	S9
i83	S4	S10	S18	S15	S5	S20	S19	S14	S16	S11	S6	S2	S12	S13	S17	S8	S3	S9	S1	S7
i84	S16	S18	S3	S4	S17	S6	S10	S14	S15	S7	S13	S9	S2	S8	S11	S12	S19	S1	S5	S20
i85	S14	S15	S2	S18	S7	S4	S5	S19	S8	S6	S12	S10	S16	S13	S1	S3	S9	S20	S17	S11
i86	S16	S13	S18	S2	S15	S14	S3	S10	S17	S5	S12	S6	S9	S11	S7	S1	S20	S19	S4	S8
i87	S14	S12	S20	S3	S9	S17	S2	S15	S8	S18	S4	S5	S16	S13	S6	S7	S1	S11	S10	S19
i88	S10	S5	S6	S15	S8	S20	S11	S4	S16	S14	S17	S18	S12	S9	S3	S7	S13	S2	S1	S19
i89	S13	S7	S18	S6	S12	S9	S10	S20	S15	S3	S16	S4	S19	S5	S14	S2	S17	S8	S1	S11
i90	S8	S17	S16	S11	S9	S6	S10	S13	S2	S12	S5	S7	S15	S20	S3	S18	S14	S19	S1	S4
i91	S6	S8	S17	S14	S7	S2	S12	S4	S11	S19	S16	S10	S13	S5	S15	S20	S18	S1	S9	S3
i92	S18	S11	S9	S3	S6	S7	S17	S16	S8	S4	S15	S14	S19	S2	S5	S10	S12	S20	S13	S1
i93	S4	S2	S10	S5	S16	S3	S15	S17	S18	S14	S19	S9	S12	S13	S20	S7	S11	S6	S8	S1
i94	S8	S11	S20	S15	S12	S16	S19	S3	S6	S18	S14	S9	S13	S4	S7	S17	S5	S2	S10	S1
i95	S9	S17	S4	S2	S6	S7	S16	S5	S3	S10	S11	S12	S18	S14	S20	S8	S15	S1	S13	S19
i96	S10	S19	S5	S4	S2	S13	S9	S11	S8	S20	S17	S18	S3	S16	S6	S7	S15	S12	S14	S1
GS																				
TTC																				
ENSINO MEDIO																				