UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

INTEGRAÇÃO COMERCIAL E SUBSTITUIÇÃO DE MOEDA:
AS CONSEQUÊNCIAS MONETÁRIAS DA
ÁREA DE LIVRE COMÉRCIO DAS AMÉRICAS

Maximiliano Barbosa da Silva

Orientador: Prof. Dr. Siegfried Bender

SÃO PAULO

2006

Profa. Dra. Suely Vilela
Reitora da Universidade de São Paulo

Profa. Dra. Maria Tereza Leme Fleury
Diretora da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Joaquim José Martins Guilhoto
Chefe do Departamento de Economia

Profa. Dra. Vera Lúcia Fava
Coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Teoria Econômica

MAXIMILIANO BARBOSA DA SILVA

**INTEGRAÇÃO COMERCIAL E SUBSTITUIÇÃO DE MOEDA:
AS CONSEQÜÊNCIAS MONETÁRIAS DA
ÁREA DE LIVRE COMÉRCIO DAS AMÉRICAS**

Dissertação apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo como requisito para obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. Siegfried Bender

SÃO PAULO

2006

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Silva, Maximiliano Barbosa da

Integração comercial e substituição de moeda : as conseqüências monetárias da Área de Livre Comércio das Américas / Maximiliano Barbosa da Silva. – São Paulo, 2006.

130 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2006

Bibliografia

1. Liberalização comercial 2. Integração econômica 3. Moeda (Economia) I. Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. II. Título.

CDD – 382.5

**Aos meus pais,
José Mario e Maria Aparecida, pelos
exemplos de determinação e perseverança.
À minha irmã, Juliana, que sempre torceu
pelo meu sucesso.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, José Mario e Maria Aparecida, por sempre acreditarem em minha capacidade e pelo apoio incondicional;

Agradeço a minha irmã, Juliana, pela paciência, sobretudo nos últimos tempos;

Agradeço ao meu orientador, Dr. Siegfried Bender, cujos conselhos e incentivo foram muito além daqueles referentes à valiosa ajuda na elaboração desta dissertação;

Agradeço ao Dr. Carlos Eduardo Soares Gonçalves e ao Dr. Joe Akira Yoshino pelas importantes críticas e sugestões no exame de qualificação;

Agradeço pelos suportes financeiros oferecidos pela Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE), pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e pelo Fundo Sasakawa de Bolsas para Jovens Líderes (SYLFF) durante estes anos de mestrado.

“So much of barbarism, however, still remains in the transactions of most civilized nations that almost all independent countries choose to assert their nationality by having, to their own inconvenience and that of their neighbors, a peculiar currency of their own.”

John Stuart Mill, 1848

RESUMO

A maior parte dos trabalhos sobre substituição de moeda encontra como fonte geradora deste fenômeno a diferença de capacidade entre as diferentes moedas em manterem os seus valores ao longo do tempo. Existe, entretanto, um aspecto pouco explorado nesta literatura. É necessário estudar a relação entre o grau de integração comercial e o processo de substituição de moeda. Em concordância com esta necessidade, o objetivo desta dissertação consiste em analisar os impactos sobre a demanda pelas moedas nacionais decorrentes de um processo de integração comercial, focalizando sobre o motivo transacional da demanda por moeda. Para isto, desenvolvem-se dois modelos de equilíbrio geral dinâmico com trocas descentralizadas (*search*) em economia aberta. De acordo com os resultados obtidos, elevados níveis de integração comercial podem deflagrar um processo de substituição de moeda em que o meio de pagamento estrangeiro passa a ser utilizado também em trocas envolvendo apenas indivíduos domésticos. Daí se seguem importantes mudanças de preços relativos e novas condições sobre a condução da política monetária.

ABSTRACT

Most works on currency substitution finds the origin of this phenomenon at the difference of money prices inflation between two currencies. However, there is a remaining issue. It is necessary to study the relation between the degree of commercial integration and the currency substitution process. In accordance to this need, the purpose of this dissertation consists in analyzing the impacts upon national currency demand due to a process of commercial integration, focusing on the transactional demand for money. To accomplish that, two open economy dynamic general equilibrium with decentralized exchanges (*search*) models are developed. According to the results, high levels of commercial integration may start a process where the foreign currency is used as a medium-of-exchange for trades between domestic agents. Moreover, there are important relative prices changes and relevant consequences upon monetary policy making.

SUMÁRIO

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	2
LISTA DE TABELAS.....	3
LISTA DE GRÁFICOS.....	4
INTRODUÇÃO.....	5
1. DOLARIZAÇÃO: DEFINIÇÕES, CAUSAS E CONSEQUÊNCIAS.....	9
1.1. Definições de Dolarização.....	9
1.2. Causas para Dolarização.....	11
1.3. Consequências da Dolarização.....	13
2. FATOS ESTILIZADOS.....	19
2.1. Análise dos Dados.....	19
2.2. Estudos Econométricos.....	30
3. MODELOS COM MOEDAS NA FUNÇÃO UTILIDADE.....	35
3.1. Modelo de <i>Shopping Time</i> em Economia Aberta.....	35
3.2. Modelo <i>à la</i> Sidrauski em Economia Aberta.....	41
4. BREVE DISCUSSÃO METODOLÓGICA.....	45
4.1. Microfundamentando a Existência de Moeda.....	45
5. MODELO DE <i>SEARCH</i> COM MOEDAS INDIVISÍVEIS E BENS DIVISÍVEIS.....	49
5.1. Modelo.....	49
5.2. Resolvendo o Modelo – Determinação das Quantidades.....	64
5.3. Simulação.....	67
5.4. Extensões.....	75
6. ESBOÇO DE MODELO DE <i>SEARCH</i> COM MOEDAS E BENS DIVISÍVEIS.....	79
6.1. Hipóteses.....	79
6.2. Problema da Unidade Familiar.....	83
6.3. Soluções de Barganha.....	86
6.3.1. Problema de Barganha em Trocas Diretas.....	87
6.3.2. Problema de Barganha em Trocas Cambiais.....	87
6.3.3. Problema de Barganha em Trocas Monetárias.....	89
6.4. Problema das Medidas.....	90
6.5. Discussão.....	92
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	99
FONTES DE DADOS.....	106
ANEXO: TABELAS.....	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ALCA: Área de Livre Comércio das Américas.

PUF: Problema da Unidade Familiar.

PBD: Problema de Barganha em Trocas Diretas.

PBC: Problema de Barganha em Trocas Cambiais.

PBM: Problema de Barganha em Trocas Monetárias.

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Encaixes Per Capita de Dólares e Moeda Local na América Latina.....	25
Tabela 2.2: Índices de Dolarização (Percentual).....	27
Tabela 2.3: Projeção Linear de CSI em ASI.....	28
Tabela 2.4: Abertura Comercial e Substituição de Moeda.....	29
Tabela 2.5: Projeção Linear de CSI em Abertura Comercial.....	30
Tabela 5.1: $q_d^{d,e}$	70
Tabela 5.2: $q_d^{e,e}$	71
Tabela 5.3: $q_e^{d,e}$	72
Tabela 5.4: $q_e^{e,e}$	73
Tabela 5.5: $q_d^{d,d}$	74
Tabela 5.6: Taxa de Câmbio Real.....	75
Tabela 5.7: Termos de Troca.....	75
Tabela A.1: Dólares em Circulação (Saldo Nominal).....	108
Tabela A.2: Índice de Preços em Dólar.....	109
Tabela A.3: Dólares em Circulação (Saldo Real).....	110

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1: Dólares em Circulação (US\$ Bilhões).....	21
Gráfico 2.2: Dólares em Circulação (Percentual).....	21
Gráfico 2.3: Dólares em Circulação (Saldo Real).....	24
Gráfico 2.4: Correlação entre CSI e ASI.....	28
Gráfico 2.5: Abertura Comercial e Substituição de Moeda.....	29

INTRODUÇÃO

Diferentemente das moedas nacionais, cujas circulações domésticas podem ser forçadas (embora nem sempre com sucesso) pelos governos nacionais através de restrições legais, a emergência de moedas nacionais como meios de troca em nível internacional é sobretudo explicada pela operação da “Mão Invisível”. Em outras palavras, a utilização de uma determinada moeda como meio de troca em transações entre países apóia-se no comportamento otimizador dos agentes econômicos, que identificam nesta moeda vantagens em relação a todas as demais. Em suma, existem forças de mercado subjacentes à emergência de determinadas moedas nacionais como meios de liquidação de transações com aceitação generalizada em nível internacional.

Lopez (1951, p. 209) cita um monge grego que orgulhosamente afirmava que a moeda de ouro do Império Bizantino “é aceita por todos de um canto ao outro da Terra. Ela é admirada por todos os homens em todos os reinos, porque nenhum reino possui uma moeda que pode ser comparada a ela.” A dominância da moeda bizantina prosseguiu até o século VII, quando foi parcialmente substituída pelo *dinar* dos árabes. No século XII, o *florino* de Florença tornou-se eminente, que posteriormente foi substituído pelo *ducato* de Veneza. Mais recentemente, a libra esterlina desempenhou o papel principal no comércio internacional e, depois da segunda guerra mundial, o dólar americano tornou-se a moeda veículo¹.

Nestas condições, caberia indagar como poderiam moedas locais, de aceitação limitada, sobreviver e coexistir com meios de pagamento universalmente aceitos na ausência de restrições legais. De maneira mais dramática, caberia indagar com relação à capacidade de tais restrições legais em cumprir o seu objetivo, garantir a aceitação das moedas locais e impedir o curso das moedas estrangeiras como meio de troca dentro dos limites territoriais domésticos. Note que isto é equivalente a questionar com relação à sobrevivência das moedas nacionais quando as mesmas são submetidas a um ambiente de competição com o meio de pagamento internacional, apesar das restrições legais.

¹ Este parágrafo foi retirado de Matsuyama, Kiyotaki & Matsui (1993).

Estudos mostram que o fenômeno da dolarização na América Latina e no antigo bloco soviético é um fenômeno generalizado. A amplitude desta dolarização varia entre as economias. Em alguns casos, o dólar é o único meio de troca, em outros o dólar coexiste com a moeda local desempenhando aquela mesma função. Há ainda casos em que o dólar é utilizado apenas para empréstimos e como um ativo, desempenhando função de reserva de valor. Finalmente, existem países em que não há qualquer nível de dolarização, logo não existindo qualquer papel para a moeda americana.

O objetivo desta dissertação consiste em analisar os impactos sobre a demanda pelas moedas domésticas decorrentes de um processo de integração comercial em blocos regionais nos quais há uma moeda dominante. Esse é justamente o caso que se aplica ao processo de integração comercial da Área de Livre Comércio das Américas (ALCA), no qual o Brasil e outros países latino-americanos defrontam-se com a moeda dominante, dos Estados Unidos. Mais do que isto, diferentemente da maioria dos trabalhos que abordam o tema da dolarização, aqui o foco de análise encontra-se sobre a função da moeda como meio de troca e não como reserva de valor.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira. No Capítulo 1, são apresentadas as diversas definições para dolarização e substituição de moeda, bem como as suas causas e consequências em termos de condução da política monetária e de bem-estar. Uma vez definido o conceito de substituição de moeda e justificada a importância do assunto, parte-se, no Capítulo 2, para uma análise empírica do fenômeno em questão. Neste ponto, mostra-se a evolução temporal do uso de dólares americanos por residentes de outros países que não os Estados Unidos e se calcula a correlação entre substituição de moeda e abertura comercial para alguns países latino-americanos. Além disso, faz-se uma extensa revisão dos estudos econométricos encontrados na literatura. Já no Capítulo 3, inicia-se o estudo de modelos teóricos que procuram analisar a substituição de moeda. Primeiramente, apresentam-se dois modelos com moeda na função utilidade que, embora modelem as moedas como fornecedoras de serviços de transação, encontram no diferencial de inflação a fonte do fenômeno econômico estudado. Com base nesta observação, argumenta-se que estes modelos não são adequados para os propósitos deste trabalho. Em seguida, no Capítulo 4, faz-se uma breve discussão metodológica em que se justifica a abordagem a ser seguida nos capítulos seguintes, qual seja: a de equilíbrio geral dinâmico com trocas descentralizadas (*search*) em economia aberta. No Capítulo 5, desenvolve-se o primeiro modelo de *search* para demanda de moeda

desta dissertação. Trata-se de um modelo em que os bens são divisíveis, mas as moedas não o são. Os resultados obtidos são intuitivos, porém a restrição de indivisibilidade das moedas limita a capacidade de análise deste modelo sobretudo no que refere à condução da política monetária. No Capítulo 6, desenvolve-se um esboço de um modelo de *search* em que os bens e as moedas são perfeitamente divisíveis. Com isto pretende-se apontar um possível caminho a ser seguido em desenvolvimentos futuros de tal forma a superar algumas deficiências do modelo anterior. Por fim, o Capítulo 7 é dedicado às considerações finais, em que é feito um resumo dos ensinamentos obtidos desta dissertação.

1. DOLARIZAÇÃO: DEFINIÇÕES, CAUSAS E CONSEQUÊNCIAS

Este capítulo está dividido em três seções. Na primeira (1.1), define-se o conceito de dolarização. Na segunda (1.2), discutem-se as causas do referido fenômeno. Por fim, a terceira seção (1.3) trata das consequências do mesmo.

1.1. Definições de Dolarização

O conceito de substituição de moeda é elástico, sendo apresentado de diferentes maneiras na teoria monetária. As definições são diversas e variam desde visões bastante restritas até visões bastante amplas quanto aos papéis desempenhados pela moeda dentro do sistema econômico. Nesta seção algumas das definições encontradas na literatura são apresentadas. O objetivo aqui é deixar explícito que é possível analisar os efeitos sobre as demandas pelas diferentes moedas como respostas a mudanças na avaliação relativa de seus serviços monetários, sobretudo, serviços de transação (meio de troca) e reserva de valor.

Cuddington (1989) e Calvo & Végh (1992) entendem substituição de moeda como o uso de diferentes moedas como meio de troca. McKinnon (1985) distingue entre substituição de moeda direta e indireta. De acordo com este autor, “substituição direta de moeda significa que duas (ou mais) moedas competem como meio de pagamento sobre um mesmo espaço de bens. Substituição indireta de moeda refere-se aos investidores oscilando entre ativos financeiros não-monetários.” Esta definição, entretanto, não parece adequada, pois se confunde com a idéia de mobilidade de capital. Gros & Thygesen (1992), Clements & Schwartz (1992), Agénor & Khan (1992), El-Erian (1988) e Fasano-Filho (1986) definem substituição de moeda como uma situação em que a moeda doméstica é substituída por uma moeda estrangeira em seus três papéis tradicionais, i.e. unidade de medida, meio de troca e reserva de valor. Kim (1985), Handa (1988) e Elkhafif & Kubursi (1991) limitam a definição ao papel de reserva de valor da moeda. Outros autores definem substituição de moeda como uma situação em que a demanda por moeda doméstica é influenciada por variáveis econômicas estrangeiras (principalmente o custo de oportunidade relativo entre as moedas doméstica e estrangeira). Miles (1978) ressalta a importância da sensibilidade da demanda por ambas as moedas em relação a outras variáveis econômicas, alertando que “a simples posse de moeda estrangeira

por residentes domésticos não é condição suficiente para caracterizar substituição de moeda”. Ramirez-Rojas (1985) define substituição de moeda como a demanda por moeda fiduciária estrangeira por residentes domésticos. Khan & Ramirez-Rojas (1986) definem substituição de moeda como “a habilidade de residentes domésticos oscilarem entre moeda fiduciária doméstica e estrangeira.”

No contexto da América Latina, o conceito de dolarização é freqüentemente utilizado para referir-se a substituição de moeda. Lamdany & Dorlhac (1989) definem dolarização como a substituição, pelas autoridades monetárias, de moeda nacional pelo dólar. Melvin (1988) define dolarização como a utilização, por parte dos latino-americanos, de dólares em substituição às moedas nacionais. Ortiz (1983b) entende dolarização como “o grau ao qual transações reais e financeiras são realizadas em dólar em relação à moeda doméstica”. Calvo & Végh (1992) excluem dolarização da definição de substituição de moeda uma vez que, para eles, dolarização relaciona-se aos papéis da moeda como unidade de medida e reserva de valor. Craig & Waller (2004) definem o grau de dolarização de uma economia como a percentagem de trocas realizadas em dólar.

De acordo com Feige *et al* (2002), dolarização é o processo de substituir a moeda doméstica por uma moeda estrangeira para desempenhar as funções essenciais da moeda como meio de troca (substituição de moeda) e/ou como reserva de valor (substituição de ativo). É importante notar que para haver dolarização, de acordo com este autor, não é necessário que o dólar ocupe o espaço de uma moeda doméstica; basta que uma moeda estrangeira qualquer o faça.

Ainda de acordo com Feige *et al*. (2002), a dolarização é dita oficial quando a autoridade monetária da nação substitui a moeda local pelo dólar¹. Com isto, o dólar legalmente desempenha os três papéis tradicionais da moeda. Quando, na ausência de tais sanções, as firmas e os indivíduos voluntariamente substituem a moeda doméstica pelo dólar como meio de pagamento (substituição de moeda) e/ou escolhem manter ativos monetários denominados em dólar ao invés de ativos monetários denominados em moeda local, como forma de manter o valor de suas riquezas (substituição de ativos), diz que a dolarização não é oficial, mas sim espontânea ou “de facto”.

¹ Ou uma outra moeda estrangeira qualquer.

Algumas propriedades desta definição destacam-na das demais. Em primeiro lugar, ela é bastante clara e objetiva. Em segundo lugar, a distinção entre substituição de moeda (quando o dólar realiza a função de meio de troca) e substituição de ativos (quando os ativos denominados em dólar são preferidos) é conveniente para os propósitos deste trabalho, cujo foco está sobre a moeda como meio de troca. Ao fazer esta separação conceitual logo de início, as análises teórica e empírica têm seus contornos mais bem definidos, o que permite isolar melhor o objeto de análise, garantindo assim mais rigor e precisão. Por estes motivos, a definição proposta por Feige *et al.* (2002) será a adotada deste ponto em diante.

1.2. Causas para Dolarização

Feige *et al.* (2002) destaca que dolarização “de facto” é tipicamente uma resposta dos agentes econômicos a uma perda de confiança na moeda doméstica, freqüentemente resultante de episódios de inflação, desvalorização cambial e/ou confisco da oferta monetária. Segundo o autor, este fenômeno pode também estar relacionado ao crescimento de atividades econômicas ilegais, uma vez que, freqüentemente, moedas estrangeiras são preferidas como meio de troca em tais transações.

Suponha, como um primeiro exemplo, que os agentes esperem uma depreciação cambial; neste caso o serviço de reserva de valor de uma moeda aumenta em relação à outra. Os agentes procurarão trocar de moeda, levando a moeda que se torna menos valiosa à autoridade monetária em busca da moeda que se apreciará. Nestas condições, quando diferentes moedas coexistem em uma economia integrada, expectativas de desvalorização cambial podem suscitar um processo de dolarização motivado pela diferença de capacidade entre a moeda doméstica e a estrangeira (tipicamente o dólar) em desempenhar a função de reserva de valor.

Em outra vertente, porém ainda analisando a função de reserva de valor da moeda, encontram-se modelos em que as moedas distinguem-se pela diferença de imposto inflacionário sobre elas incidente. Nestes modelos, os habitantes do país com maior inflação procuram substituir a moeda doméstica pela moeda estrangeira. Mais adiante será discutido em detalhes um modelo desta natureza.

Craig & Waller (2004) desenvolvem um modelo de *search* com duas moedas (doméstica e o dólar) para estudar dolarização. No modelo proposto pelos autores a moeda doméstica é mais arriscada que o dólar, no sentido em que os seus detentores estão sujeitos a perdas inesperadas de poder de compra. Como razões para tais perdas de poder de compra, os autores destacam incertezas políticas, inflação e desvalorizações cambiais. Dentre outros resultados relevantes, os autores encontram que, conforme o risco da moeda doméstica aumenta, o grau de dolarização (medido como a percentagem das trocas realizadas em dólar) também se eleva². O aumento da dolarização é devido à elevação dos preços em moeda doméstica e à queda dos preços em dólar. Como o dólar é mais seguro, os vendedores domésticos cobram um preço menor quando pagos em moeda americana do que quando pagos em moeda doméstica.

Imagine agora uma mudança na avaliação do público referente aos serviços de transação desempenhados pelas moedas. Suponha que uma moeda torna-se crescentemente utilizada para liquidar transações privadas em razão, por exemplo, de maior integração comercial. Nestas condições, é de se esperar que esta moeda torne-se mais aceitável para todos agentes. Trata-se, nesta situação, de externalidades dos serviços de transação da moeda; fenômeno segundo o qual uma moeda é mais aceitável quanto mais os indivíduos a utilizam como instrumento de liquidação de transações.

Uma forma de fundamentar em bases microeconômicas o uso crescente da moeda estrangeira como meio de troca doméstico, é recorrendo a modelos de externalidade de rede, em que os benefícios em aceitar a moeda estrangeira dependem do número de pessoas que a aceitam. De acordo com estes modelos, o uso crescente da moeda estrangeira reduz os custos de transação associados ao uso desta moeda. Uma vez que os custos de transação tornam-se inferiores aos custos de retornar à moeda doméstica, atinge-se a condição para que a economia doméstica encontre-se aprisionada à moeda estrangeira. Contudo, este é um aspecto ainda pouco explorado pela teoria monetária internacional.

Alesina & Barro (2001) procuram entender as forças que favorecem e que se opõem às uniões monetárias. Em específico, eles desejam analisar os incentivos econômicos para que um país, de forma oficial, decida abdicar da emissão de sua própria moeda e adote a moeda de outra nacionalidade. De acordo com os autores, alguns são os fatores que favorecem as uniões

² Exceto por uma pequena queda inicial devida à lei de Gresham, em que as pessoas procuram livrar-se da moeda doméstica, menos valiosa.

monetárias. Em primeiro lugar, eles destacam o maior grau de integração comercial e financeira. Na medida em que, mudar de moeda significa um custo de transação relevante para as trocas internacionais, o paradigma um país uma moeda pode implicar custos elevados quando a escala de comércio aumenta. A segunda força destacada por eles diz respeito ao valor atribuído à condução independente da política monetária. Dado o consenso de que se deve valorizar a estabilidade de preços sobre uma política monetária contra-cíclica, o argumento tradicional em favor da condução independente desta política reduziu-se bastante nas últimas décadas. Assim, se um determinado país é incapaz de comprometer-se com uma política de baixa inflação, então pode ser vantajoso para ele adotar a moeda de outro país.

Resumindo, conforme esta breve revisão da literatura sugere, a maior parte dos trabalhos sobre dolarização está focada sobre a moeda como reserva de valor. Existe uma lacuna a ser preenchida nesta literatura. É necessário estudar em maiores detalhes a relação entre o grau de integração comercial e o processo de substituição de moeda. Isto justifica a dissertação a ser desenvolvida, posto que, conforme ressaltado na introdução, o objetivo da mesma consiste em analisar os impactos sobre a demanda pelas moedas domésticas decorrentes de um processo de integração comercial em blocos regionais nos quais há uma moeda dominante. Esse é justamente o caso que se aplica ao processo de integração comercial da ALCA, no qual o Brasil e outros países latino-americanos defrontam-se com uma moeda dominante, a dos Estados Unidos.

1.3. Conseqüências da Dolarização

Nesta seção, são apresentadas algumas conseqüências da dolarização e outras questões que, embora relevantes, não constituem o foco principal do trabalho, mas que ainda assim se pretende abordá-las ao longo do desenvolvimento desta dissertação e aprofundadas em estudos subseqüentes.

Os estudos existentes indicam que a substituição de moeda torna a taxa de câmbio nominal mais volátil. Se, de fato, isto ocorre, então, como a taxa de câmbio real, pela Paridade do Poder de Compra³, é dada por diferenças internacionais de produtividade, esta volatilidade

³ A validade da Paridade do Poder de Compra é contestada empiricamente por muitos autores. Mais adiante este ponto será abordado de forma mais detalhada.

será transferida para a taxa de inflação. Daí decorrem implicações para a condução da política monetária, que tem sua independência afetada, mesmo em um regime de câmbio flutuante.

Suponha que haja dois países: os Estados Unidos e o país doméstico. Admita, conforme Berstrand & Bundt (1990) que a moeda destes países entrem como insumos em uma função de produção de serviços de transação em que quanto maior a quantidade de cada uma destas moedas, maior é a quantidade produzida desses serviços. Admita também que a moeda americana e a moeda doméstica são substitutos no país doméstico, mas que nos Estados Unidos somente o dólar pode ser utilizado. A taxa de juros doméstica e a taxa de juros americana são o custo de oportunidade das respectivas moedas e representam o produto marginal das mesmas. Nestas condições, a demanda por dólares no país doméstico varia negativamente com a taxa de juros americana e positivamente com a taxa de juros doméstica. Quanto à demanda pela moeda doméstica os sinais são opostos. Assim, uma elevação da taxa de juros doméstica, *ceteris paribus*, faz com que os indivíduos domésticos reduzam a demanda pela moeda de seu país e aumentem a demanda pela moeda americana. Como a moeda doméstica não entra na função de produção de serviços de transação dos Estados Unidos, a demanda de seus residentes não muda. O conseqüente excesso de demanda de dólares faz com que este se aprecie e o nível de preços americano caia. Como os americanos agora estão com excesso de saldos reais, os dólares devem migrar para o país doméstico. Este fenômeno, iniciado por uma variação na taxa de juros doméstica, caracteriza, segundo os referidos autores, um fenômeno de substituição de moeda. Assim, as autoridades monetárias perdem parcialmente o controle sobre o saldo monetário em circulação, significando perda de independência na condução desta política.

Além disso, a nova dinâmica da taxa de câmbio deve refletir sobre o comportamento das contas externas. É relevante o estudo dos efeitos decorrentes da substituição de moeda sobre a balança comercial, sobre as transações correntes e sobre os fluxos de capitais. Por exemplo, suponha que há rigidezes de preços. Neste caso, a maior volatilidade da taxa de câmbio nominal implica que a taxa de câmbio real também se torna mais volátil. Se os exportadores e importadores são avessos ao risco, então a teoria microeconômica diz que eles revêem os seus comportamentos no sentido de reduzir as quantidades negociadas de produto em cada período de tempo. Além disso, a maior procura desses agentes por *hedge* significa maiores custos para o setor externo.

Ainda neste contexto, admita um país que segue um regime de metas de inflação. Caso, a autoridade monetária seja estrita com relação ao cumprimento das metas inflacionárias, então o nível de produto será necessariamente mais volátil. De acordo com Clarida, Gali & Gertler (1999), uma política monetária desta natureza seria ótima em apenas duas circunstâncias: (1) se não há custos em promover a convergência da inflação para a sua meta; ou (2) se não há qualquer preocupação com respeito a desvios do produto em relação ao seu nível natural.

Do ponto de vista da condução da política fiscal, também há repercussões importantes. Como as pessoas migram para a moeda em que a inflação é mais baixa, a capacidade de extrair receita inflacionária por parte do governo fica prejudicada, o que deve induzir a maior disciplina fiscal por parte dos países menores, cujas moedas são substituídas pelo dólar americano a partir da demanda.

Devem ser também destacados os efeitos em termos de bem-estar decorrentes de um processo de dolarização. Craig & Waller (2004) apontam para o fato de que, em um ambiente em que uma moeda é arriscada, embora ambas as moedas sejam aceitas como meio de troca, o risco da moeda doméstica reduz o bem-estar. Isto sugere que se o governo doméstico é incapaz de eliminar o risco de sua moeda, então promover a dolarização oficial de sua economia pode ser uma política adequada para promover o bem-estar. Isto pode ser feito de duas maneiras: abandonando-se por completo a moeda doméstica ou adotando o regime de *currency board*⁴.

Outros economistas sugerem a mesma política destacando que a dolarização oficial, ao eliminar o financiamento inflacionário, reduz os riscos de crises monetárias e de balanço de pagamentos e encoraja os investimentos externos. Estes efeitos reduzem o nível e a volatilidade da taxa de juros, o que estimula o crescimento. Estudos revelam que a dolarização oficial possui efeitos significativos sobre o nível de comércio internacional. Rose (2000) mostra que manter uma moeda comum, *ceteris paribus*, aumenta o volume de comércio de duas a três vezes. Outra consequência da dolarização refere-se aos seus desdobramentos com relação aos co-movimentos de preços e de produto. Alesina & Barro (2002) concluem que, na presença de dolarização, os ciclos econômicos entre os países tornam-se mais sincronizados. Este resultado é importante também porque aumenta os

⁴ Note que ambas as estratégias foram adotadas recentemente por países latino-americanos, como Panamá, Equador, El Salvador, Guatemala e Argentina. No Caribe, o regime de câmbio fixo estável permite aos turistas e residentes utilizarem tanto o dólar quanto a moeda local sem temerem desvalorizações cambiais repentinas.

benefícios da dolarização, uma vez que a política econômica adotada pelo país emissor da moeda torna-se mais adequada para os países clientes.

Se por um lado podem existir ganhos de bem-estar em promover a dolarização completa de uma economia, por outro a maioria dos governos relutam em adotar tal política. Algumas são as razões freqüentemente apontadas para tal relutância. A primeira razão de natureza geopolítica refere-se ao fato de que as pessoas identificam na moeda nacional um símbolo patriótico, conforme destacado por Mill (1848). Em nível econômico, destaca-se o fato de que dolarizar a economia nacional significa abdicar por completo da política monetária e da senhoriagem. Assim, os governos preferem impor perdas de bem-estar à sociedade em troca de maior autonomia na condução da política econômica.

Kareken & Wallace (1981) desenvolvem um modelo de gerações sobrepostas com economia aberta. Com base nesta construção teórica, os autores analisam um particular regime internacional (*laissez-faire*) caracterizado por livre comércio de bens, ausência de restrições na composição de portfólio e taxa de câmbio flutuante. O resultado mais importante deste artigo é que, embora este regime seja defendido por grande parte dos economistas, ele não é “economicamente viável. Ele não possui um equilíbrio determinado”. Mais especificamente, a taxa de câmbio é indeterminada.

Para determinar o equilíbrio, os autores indicam um regime de autarquia em que os indivíduos residentes em um país não podem obter a moeda do outro país, o que significa que não há comércio internacional. Destacam, porém, que a autarquia não é a única maneira de obter o equilíbrio. Este pode ser obtido sob regimes cooperativos de câmbio fixo, que, embora talvez não sejam politicamente viáveis, garantem ofertas adequadas das moedas nacionais. Em resumo, a lição deste artigo é que, em um ambiente em que as moedas são substitutas, as políticas monetárias nacionais tornam-se mutuamente dependentes.

Outra questão de fundamental importância e que vem recebendo atenção crescente por parte dos economistas diz respeito aos custos de bem-estar da inflação⁵. Os estudos realizados mostram que os custos da inflação em termos de bem-estar, medidos a partir da regra ótima de

⁵ Vide Yoshino (1993) e Lucas (2000).

Friedman⁶, são baixos, da ordem de 1% do consumo agregado. Entretanto, estes valores parecem estar subestimados visto que a sociedade demonstra sempre bastante aversão à taxa crescimento dos preços. Uma hipótese freqüentemente levantada é que estes estudos não consideram que as pessoas gostam de viver em um ambiente de estabilidade. Logo, mudanças freqüentes dos preços são indesejadas por gerar um ambiente de volatilidade. Se a substituição de moeda intensifica a instabilidade dos agregados monetários e/ou do produto, então é de se esperar que, para qualquer taxa de inflação, aumentem as perdas de bem-estar. Por outro lado, como as pessoas devem, ainda que não completamente, substituir moeda com alta inflação por moeda com baixa inflação, os custos advindos do aumento generalizado dos preços domésticos devem reduzir.

Outra observação diz respeito a bolhas inflacionárias. Em um ambiente de dolarização, a moeda doméstica torna-se não-essencial, expandindo o espaço para espirais de preços domésticos autovalidados. Em suma, se fracas restrições legais e um ambiente inflacionário conduzem a dolarização, então como resultado pode emergir instabilidade de preços e de taxas de câmbio. Girton & Roper (1981) e Kareken & Wallace (1981) encontram que substituição de moeda (dolarização) pode projetar pequenas variações no diferencial esperado de crescimento da oferta monetária em grandes mudanças na taxa de câmbio.

⁶ A regra ótima de Friedman impõe que a taxa de juros nominal deve ser igual a zero, de forma a maximizar o bem-estar do agente representativo que possui moeda na função utilidade.

2. FATOS ESTILIZADOS

Este capítulo está dividido em duas seções. A primeira delas (2.1) discute os problemas de medição existentes. Em seguida, apresenta os dados referentes ao uso do dólar internacionalmente e à relação entre o saldo de dólares em circulação com o grau de abertura comercial em alguns países da América Latina. Na segunda seção (2.2) são discutidos alguns trabalhos econométricos encontrados nesta literatura.

2.1. Análise dos Dados

Em termos empíricos, problemas quanto aos dados dificultam uma medição adequada da dolarização. Para que isso seja possível, é necessária a disponibilidade de dados referentes a depósitos em moeda estrangeira mantidos por residentes domésticos no sistema bancário nacional, depósitos em moeda estrangeira mantidos no exterior por residentes domésticos e ao saldo de moeda estrangeira em circulação¹ dentro dos limites territoriais domésticos. Dados quanto a depósitos em moeda estrangeira no sistema bancário doméstico são freqüentemente disponíveis, enquanto que depósitos mantidos por residentes domésticos no exterior são mais difíceis de medir. Além disso, o montante de moeda estrangeira em circulação é tipicamente desconhecido. Em geral, pela indisponibilidade de dados, o conceito de circulação de moeda estrangeira dentro dos limites territoriais de um país é excluído das análises. Na passagem a seguir, Calvo & Végh (1992) apontam para a dificuldade em avaliar a abrangência do processo de dolarização:

In the final analysis, the relevance of currency substitution is an empirical issue...At the empirical level, the study of currency substitution faces a fundamental problem: there is usually no data available on foreign currency circulating in an economy. Therefore the importance of currency substitution is basically unobservable.

Em razão destas dificuldades, a maioria dos trabalhos empíricos utiliza apenas dados referentes aos depósitos em moeda estrangeira no sistema bancário doméstico, ignorando por

¹ O saldo de papel-moeda em circulação é a diferença entre o saldo de papel-moeda emitido e o caixa do Banco Central. Pode-se, equivalentemente, obter o saldo de papel-moeda em circulação pela soma do saldo de papel-moeda em poder do público e o caixa em moeda corrente dos bancos comerciais.

completo os dados relativos à circulação de moeda estrangeira dentro das fronteiras nacionais e aos depósitos em moeda estrangeira mantidos por residentes domésticos no exterior. Portanto, os estudos empíricos referentes ao uso de moeda estrangeira por residentes domésticos devem ser analisados com cautela, pois estabelecem apenas um limite inferior para o fenômeno em questão.

Os estudos existentes revelam que a dolarização medida a partir da proporção de depósitos em moeda estrangeira (particularmente o dólar americano) em países como Bolívia, México, Peru e Uruguai intensificou-se a partir da década de 1970. Nestes quatro países, o processo de dolarização parece bastante relacionado com instabilidade macroeconômica. Os depósitos em moeda estrangeira elevam-se quando de depreciação da moeda doméstica, embora os mesmos continuem altos no fim da década de 1980, apesar dos planos de estabilização.

A hiperinflação experimentada pela Alemanha na década de 1920 mostra que a economia naturalmente substitui a moeda em depreciação e que esta substituição não é completa, possivelmente em razão restrições legais e do uso forçado desta moeda para algumas transações, como, por exemplo, para o pagamento de impostos.

É importante enfatizar que substituição de moeda não é um assunto de interesse exclusivo de países caracterizados por instabilidades macroeconômicas. Mesmo em países com baixas taxas de inflação, a abertura dos mercados financeiros e o grau de integração com o resto do mundo desempenham influência significativa sobre a demanda pelas diferentes moedas. Neste ponto, a experiência européia é bastante ilustrativa. Na segunda metade da década de 1980, muitos países europeus abriram seus mercados financeiros; como consequência, a proporção de depósitos em moeda estrangeira européia aumentou significativamente dentro da Comunidade Européia.

O objeto de análise deste trabalho é a substituição de moeda, ou seja, o uso da moeda americana como meio de troca por residentes de países outros que não os Estados Unidos. Nestas condições, a informação relevante é o saldo de dólares em circulação dentro destas economias. Utilizando-se de dados recentes fornecidos² pelo *Federal Reserve Bank of St. Louis* é possível obter a série histórica do saldo de dólares em circulação dentro e fora dos

² Estes dados são bastante recentes e ainda muito pouco explorados.

Estados Unidos. O Gráfico 2.1 e o Gráfico 2.2 mostram a evolução destes agregados monetários para o período compreendido entre os anos de 1965 e 2002³. Como é possível notar, a parcela do saldo de dólares em circulação fora dos Estados Unidos vem crescendo consistentemente, representando quase metade do total de dólares em circulação em 2002.

Gráfico 2.1: Dólares em Circulação (US\$ Bilhões)

Gráfico 2.2: Dólares em Circulação (Percentual)

³ A Tabela A.1, em Anexo, apresenta os valores das séries geradoras do Gráfico 2.1 e do Gráfico 2.2.

Estes dados são interessantes em diferentes aspectos. Em primeiro lugar, é nítido que a participação do “Resto do Mundo” na circulação nominal de dólares é crescente. Em segundo lugar, percebe-se que esta ascensão acelera-se a partir da década de 1970 e aumenta ainda mais sua velocidade na década de 1990, estabilizando por volta de 1998.

Por outro lado, estes dados trazem apenas informação quanto ao saldo nominal de dólares em circulação nos Estados Unidos e no “Resto do Mundo”. Para avaliar de maneira mais correta a evolução desta dolarização, deve-se comparar a trajetória dos saldos reais de dólares em circulação nas duas regiões. Afinal, poder-se-ia ter uma situação hipotética em que o nível de preços em dólares do “Resto do Mundo” vem crescendo à mesma velocidade que o seu saldo nominal de dólares em circulação. Em uma situação como esta seria um equívoco concluir que o “Resto do Mundo” vem-se dolarizando, visto que, na realidade, o saldo real de dólares em circulação estaria constante.

De acordo com a Paridade do Poder de Compra, a inflação do “Resto do Mundo” em dólares deve ser igual à inflação nos Estados Unidos, o que implica que, em sendo a Paridade do Poder de Compra válida, a dolarização nominal verificada equivale à dolarização real. Entretanto, assumir a validade da Paridade do Poder de Compra pode ser um equívoco. Rogoff (1996) faz uma extensa revisão dos trabalhos empíricos que pretendem testar a validade da Paridade do Poder de Compra. De acordo com o autor, a taxa de câmbio real é bastante volátil sendo que a maior parte desta volatilidade é devida a variações da taxa de câmbio nominal. A princípio este comportamento poderia ser atribuído a rigidezes de preços, conforme apontado por Dornbusch (1976). Se esta fosse a explicação, então seria de se esperar que houvesse uma convergência significativa da taxa de câmbio para níveis compatíveis com a Paridade do Poder de Compra dentro de um período de um ou dois anos. A questão é que os estudos empíricos mostram que esta convergência é muito lenta, demorando de seis a dez anos. Assim, o referido autor levanta o enigma da Paridade do Poder de Compra, o qual pode ser colocado da seguinte maneira. Como conciliar a elevada volatilidade da taxa de câmbio real (que não pode ser explicada por choques reais) com a lentidão com que desvios em relação à Paridade do Poder de Compra se dissipam?

Como a validade da Paridade do Poder de Compra é contestada, principalmente no curto prazo, não se deve concluir que a dolarização nominal verificada equivale a uma dolarização

real. Por esta razão, a série de dólares em circulação entre os anos de 1965 e 2000 foi dividida pelo deflator implícito do PNB em dólares.

Para isso, primeiramente, foi gerado o índice de Laspeyres para os preços em dólar para o “Resto do Mundo” de acordo com a seguinte fórmula:

$$L_{US\$}_t = \frac{\sum_j \sum_i p_t^{i,j} q_0^{i,j} \varepsilon_t^j}{\sum_j \sum_i p_0^{i,j} q_0^{i,j} \varepsilon_0^j} \quad (2.1)$$

em que ε é a taxa de câmbio nominal definida como dólares por moeda local e o ano base é 1992. É possível mostrar que este índice pode ser rescrito da seguinte maneira:

$$L_{US\$}_t = \frac{\sum_j L_{ML}^j \varepsilon_t^j \sum_i p_0^{i,j} q_0^{i,j}}{\sum_j \varepsilon_0^j \sum_i p_0^{i,j} q_0^{i,j}} \quad (2.2)$$

Assim, com base nos dados contidos em (2002) World Development Indicators CD ROM, foi possível obter a série de índice de preços em dólares para o “Resto do Mundo”, a qual foi utilizada para encontrar o saldo real de dólares em circulação⁴. As séries utilizadas foram: deflator do PNB em moeda local, taxa de câmbio nominal, PNB em moeda local e PNB em dólares. O Gráfico 2.3, abaixo, apresenta a trajetória do saldo real de dólares em circulação nos Estados Unidos e no “Resto do Mundo”. Como fica evidente, há um processo de dolarização real em nível mundial que se intensifica a partir do final da década de 1970.

⁴ As séries de índice de preços em dólares e a série de saldo real de dólares em circulação são apresentadas, respectivamente, na Tabela A.2 e na Tabela A.3, em Anexo.

Gráfico 2.3: Dólares em Circulação (Saldo Real)

Embora estes dados apontem para um processo de dolarização em nível mundial, eles não trazem nenhuma informação referente à localização destes dólares fora dos Estados Unidos. Para saber a quantidade da moeda americana em circulação em cada país, são utilizados dados disponibilizados por Feige *et al.* (2002) a partir de *Currency and Monetary Instrument Reports (CMIR)* desde 1977 e de pesquisas conduzidas pelo *Federal Reserve* e pelo *U.S. Treasury Department*.

Na Tabela 2.1 são apresentadas as estimativas referentes aos encaixes nominais per capita de moeda americana e de moeda local para diferentes países latino-americanos⁵. Em alguns casos a dolarização é oficial, em outros ela é “de facto”. Medir a primeira é bastante simples, basta checar os dados oficiais das autoridades monetárias dos países dolarizados por decreto. Difícil é avaliar o grau de dolarização não-oficial, o que implica estimar em que extensão os agentes econômicos voluntariamente, apesar de restrições legais, decidem utilizar a moeda americana em substituição à moeda doméstica.

⁵ Foi retirado da amostra o Paraguai pelo fato de este país apresentar níveis de circulação de dólares muito mais baixos do que os esperados. Além disso, as estimativas referentes a dólares em circulação são particularmente imprecisas neste país em razão da grande movimentação entre fronteiras desta moeda.

Tabela 2.1: Encaixes Per Capita de Dólares e Moeda Local na América Latina

País	Dólares Americanos		Moeda Local
	CMIR (1997/1998)	Tesouro Americano	
Argentina	1478	698	374
Bolivia	144	-	49
Brasil	15	6	108
Colômbia	-	52	81
Costa Rica	209	-	130
México	-	51	124
Nicarágua	135	-	25
Panamá	-	648	0
Peru	67	185	50
República Dominicana	-	188	98
Uruguai	762	-	199
Venezuela	104	-	93
Média	364	261	111
Desvio Padrão	507	290	98

Fonte: Feige et al (2002)

O próximo passo consiste em calcular o *índice de substituição de moeda* (CSI)⁶ para os países americanos. Este índice é definido, de acordo com Feige et al. (2002), como a razão entre o saldo de dólares em circulação no país (FCC)⁷ e a soma deste com o saldo de moeda doméstica em circulação (LCC)⁸, ajustados pela taxa de câmbio nominal Θ corrente (em moeda local por dólar), de acordo com a seguinte fórmula:

$$CSI = \frac{\Theta FCC}{\Theta FCC + LCC} \quad (2.3)$$

Outro índice sugerido pelo autor, menos importante para os propósitos deste trabalho⁹, é o *índice de substituição de ativos* (ASI)¹⁰. Feige et al. (2002) define este como a razão entre os ativos monetários denominados em moeda estrangeira (FCD)¹¹ e os ativos monetários denominados em moeda doméstica (LCD)¹² excluindo moeda fora dos bancos, após feitos os ajustes pela taxa de câmbio nominal corrente, de acordo com a seguinte fórmula:

⁶ Do inglês, *Currency Substitution Index*.

⁷ Do inglês, *Foreign Currency in Circulation*.

⁸ Do inglês, *Local Currency in Circulation*.

⁹ Este índice será apresentado apenas para efeito de completude.

¹⁰ Do inglês, *Asset Substitution Index*.

¹¹ Do inglês, *Foreign Currency Deposits*.

¹² Do inglês, *Local Currency Deposits*.

$$ASI = \frac{\Theta FCD}{LCD + QM}^{13} \quad (2.4)$$

Finalmente, resume-se o uso do dólar em sua capacidade de prover serviços monetários em um índice de dolarização (DI)¹⁴, definido como:

$$DI = \frac{\Theta(FCD + FCC)}{LCC + LCD + \Theta FCC + QM} \quad (2.5)$$

Note que, este índice pode ser decomposto em termos de uma média ponderada dos outros dois da seguinte maneira:

$$DI = \frac{1}{\Theta FCC + LCC + LCD + QM} [(\Theta FCC + LCC)CSI + (LCD + QM)ASI] \quad (2.6)$$

Na Tabela 2.2 são apresentados os índices de substituição de moeda e de substituição de ativos para a mesma lista de países latino-americanos. Pelo fato de as informações referentes aos depósitos em moeda estrangeira não serem disponibilizados, o índice de dolarização não pôde ser calculado. Entretanto, é possível ter uma idéia de seu valor, intermediário aos dois outros índices.

¹³ *QM*, do inglês *Quasi Money* ou Quase Moeda. Este agregado monetário é definido como a soma entre os depósitos em moeda estrangeira e os depósitos a prazo e popança em moeda doméstica. $QM = \Theta FDC + LTD$, onde *LTD* vem do inglês *Local Currency Time and Saving Deposits*.

¹⁴ Do inglês, *Dollarization Index*.

Tabela 2.2: Índices de Dolarização (Percentual)

País	CSI	ASI
Argentina	80	59
Bolívia	75	90
Brasil	12	-
Colômbia	39	-
Costa Rica	62	66
México	29	24
Nicarágua	84	71
Panamá	100	-
Peru	57	65
República Dominicana	66	-
Uruguai	79	92
Venezuela	53	7
Média	61	59
Desvio Padrão	25	30
Correlação	73	
Estatística t	302	
P-valor (%)	0	

Fonte: Feige et al (2002)

Estes dados mostram em primeiro lugar que os níveis de substituição de moeda e de substituição de ativos são bastante elevados nos países selecionados. Em segundo lugar, é possível perceber que, embora a maioria dos países apresente índices de dolarização superiores a cinquenta por cento, existem países pouco dolarizados, como o Brasil e o México. Uma terceira observação que merece destaque é a existência de uma correlação positiva acentuada e estatisticamente significativa entre os dois índices utilizados, significando que países com elevada substituição de moeda tendem a apresentar elevada substituição de ativos.

O Gráfico 2.4 mostra o diagrama de dispersão entre o índice de substituição de moeda e o índice de substituição de ativos.

Gráfico 2.4: Correlação entre CSI e ASI

Na Tabela 2.3 são apresentados os resultados da projeção linear do índice de substituição de moeda no índice de substituição de ativos. Aqui o importante é perceber a existência de uma associação positiva e estatisticamente significativa entre estes dois índices.

Tabela 2.3: Projeção Linear de CSI em ASI

Variável	Coeficiente	Desvio Padrão	Estatística t	P-valor
Constante	37,93	11,32	3,35	0,02
ASI	0,45	0,17	2,63	0,04
R ²	0,54		Estatística F	6,91
R ² Ajustado	0,46		P-valor	0,04

Para medir o nível de integração comercial, calculou-se a razão entre a soma das exportações com as importações e o PNB de cada país. Em seguida calculou-se o índice de correlação entre o nível de integração comercial e o índice de substituição de moeda. Os resultados são reportados na Tabela 2.4.

Tabela 2.4: Abertura Comercial e Substituição de Moeda

País	CSI (%)	Abertura Comercial (%)
Argentina	80	19
Bolívia	75	35
Brasil	12	14
Colômbia	39	26
Costa Rica	62	84
México	29	60
Nicarágua	84	109
Panamá	100	159
Peru	57	25
República Dominicana	66	84
Uruguai	79	29
Venezuela	53	35
Correlação (%)	55,59	
Estatística t	2,11	
P-valor	6,06	

Fontes: Feige et al (2002) e (2002) World Development Indicators CD ROM

Os resultados sugerem uma associação positiva entre estas variáveis, apontando para uma possível relação causal da integração comercial para a circulação de dólares nos países. Evidentemente, esta correlação de 55,59% pode ser espúria; isto não é negado. O fato é que este resultado não é conflitante com a hipótese central deste trabalho. No Gráfico 2.5, apresenta-se o diagrama de dispersão entre estas variáveis.

Gráfico 2.5: Abertura Comercial e Substituição de Moeda

Na Tabela 2.5 são apresentados os resultados da projeção linear do índice de substituição de moeda no grau de abertura comercial.

Tabela 2.5: Projeção Linear de CSI em Abertura Comercial

Variável	Coefficiente	Desvio Padrão	Estatística t	P-valor
Constante	43,5	1,05	4,13	0,00
Abertura	0,31	0,15	2,11	0,06
R^2	0,31		Estatística F	4,47
R^2 Ajustado	0,24		P-valor	0,06

Note que quanto maior o grau de abertura comercial, maior é o índice de substituição de moeda. Além disso, o coeficiente obtido é significativo a 6%. O R^2 obtido é baixo, da ordem de 31%, indicando um fraco ajustamento aos dados. Finalmente, o teste de White indica que o nível de significância mínimo ao qual a hipótese nula de homocedasticidade pode ser rejeitada é de 26%, logo os estimadores são eficientes e os testes de hipóteses realizados são válidos.

Se por um lado o modelo estimado não parece explicar satisfatoriamente o comportamento do grau de substituição de moeda, por outro é necessário ressaltar o tamanho pequeno da amostra e principalmente a imprecisão da mesma. Ao se levar em consideração estas fragilidades, chega-se à conclusão de que os dados sugerem uma causalidade direta da abertura comercial para substituição de moeda.

2.2. Estudos Econométricos

Os trabalhos empíricos definem e estimam a substituição de moeda de maneiras diferentes. Todavia, três categorias gerais podem ser identificadas. Na primeira¹⁵, as funções de demanda pelas moedas doméstica e estrangeira são parte de um modelo estático de formação de portfólio, sendo que as participações ótimas de ativos domésticos e estrangeiros são determinadas conjuntamente às das moedas em um sistema de equilíbrio financeiro em que as taxas de juros doméstica e estrangeira, bem como as variações nas taxas de câmbio, são as variáveis explicativas.

¹⁵ Vide Branson & Henderson (1985).

De acordo com a primeira categoria, Bergstrand & Bundt (1990)¹⁶ estimam um modelo em que o custo de oportunidade do dólar e da moeda de um outro país influenciam a demanda dos residentes deste pela moeda americana. De acordo com este modelo, ambas as moedas entram como insumos em uma função de produção de serviços de transação. Nestas condições, a teoria aplicada para encontrar a demanda ótima por cada uma das moedas é a teoria da firma. O objetivo do agente é minimizar o custo necessário para obter uma dada quantidade destes serviços. Assim, a demanda pelo dólar por não-residentes nos Estados Unidos varia positivamente com a taxa de remuneração da outra moeda (a taxa de juros fora dos Estados Unidos) e negativamente com a taxa de juros dos títulos americanos.

Conforme destacado na seção anterior, em virtude da indisponibilidade de dados referentes a dólares em circulação em diferentes países¹⁷, os autores restringem a análise empírica à demanda por depósitos em dólares por parte do setor não-bancário dos diferentes países analisados¹⁸. A metodologia de estimação adotada é a proposta por Engle & Granger (1989) para sistemas de variáveis cointegradas. Mais especificamente, os autores estimam um modelo de correção de erros entre o saldo real de dólares demandado por não-americanos, a taxa de juros americana, a taxa de juros do outro país e a renda do mesmo. Os resultados obtidos revelam a existência de substituição de moeda no longo prazo, porém este fenômeno não parece significativo na dinâmica de curto prazo. Com base nisso, concluem os autores que os impactos da substituição de moeda sobre a condução da política monetária são de pouca importância no curto prazo, porém este fenômeno pode ter consequências relevantes em termos de independência desta política no longo prazo.

Já na segunda categoria¹⁹, os agentes escolhem a quantidade de moeda estrangeira em duas etapas. Na primeira, eles determinam a participação dos ativos monetários e não-monetários em seus respectivos portfólios. Na segunda etapa, os agentes escolhem quanto manterão de moeda doméstica e de moeda estrangeira. Esta última decisão é baseada somente na capacidade de as moedas desempenharem os papéis a elas tradicionalmente atribuídos e no custo de oportunidade relativo das mesmas.

¹⁶ Outros trabalhos freqüentemente citados na literatura empírica sobre substituição de moeda e que se enquadram nesta primeira categoria são: De Vries (1988) e Ratti & Jeong (1994).

¹⁷ Quando da publicação do referido artigo, os dados apresentados na seção anterior não existiam.

¹⁸ Os países analisados foram: Canadá, Itália, Japão, Reino Unido, Suíça e a extinta Alemanha Ocidental. A escolha dos países foi fundamentada na disponibilidade de dados e na ausência de controles no mercado de câmbio e de restrições ao fluxo de capitais.

¹⁹ Vide Miles (1978).

De acordo com esta segunda categoria, Milner, Mizen & Pentecost (1996) estimam um modelo de correção de erros²⁰ para avaliar o impacto do comércio intra-europeu sobre os depósitos em libra esterlina mantidos em bancos do Reino Unido por não-residentes desta região. Os autores obtêm uma relação de longo prazo em que quanto maior o saldo comercial de um país com o Reino Unido, maior a demanda doméstica pela sua moeda em relação à moeda inglesa. Além disso, a dinâmica de curto prazo mostra que o modelo é estável. Com base nestes resultados os autores concluem que o comércio internacional impacta positivamente sobre a substituição de moeda entre países europeus.

Esta conclusão, contudo, pode estar sujeita a críticas e deve ser qualificada. Não se segue do fato de que o comércio internacional possui impactos sobre a demanda relativa entre a moeda doméstica e a moeda estrangeira que há um processo de substituição de moeda. De fato, este resultado não está em conflito com esta hipótese, porém ele não a corrobora. É possível que as variações da demanda pela moeda sejam devidas exclusivamente a atender as necessidades do comércio internacional, não havendo qualquer efeito sobre a circulação interna de moeda. Muito provavelmente é este o caso dos países analisados pelos autores: Bélgica, Dinamarca, França, Alemanha, Irlanda, Itália e Holanda, em que as pessoas não usavam libras esterlinas para realizar transações domésticas.

Em outro artigo, Milner, Mizen & Pentecost (1998) aplicam a metodologia de cointegração em painel²¹ para uma amostra de dezessete países desenvolvidos para o período compreendido entre 1976 e 1995 para avaliar os impactos do comércio internacional sobre a demanda por libras esterlinas de não-residentes no Reino Unido. A vantagem desta metodologia é que permite aos autores investigar cuidadosamente os efeitos do tempo isolando os efeitos individuais de cada país.

Os autores encontram evidências de que, no curto prazo, a demanda por libras esterlinas é influenciada pela escala de comércio internacional. Concluem então que o comércio internacional impacta sobre a substituição de moeda. Mais uma vez, esta conclusão pode ser contestada por não separar a variação na demanda pela moeda estrangeira em seu uso como meio de troca em transações domésticas e internacionais.

²⁰ Vide Johansen, S. & K. Juselius (1990).

²¹ Vide Pedroni (2001).

A terceira categoria, mais recente, parte das condições de primeira ordem de um exercício de otimização dinâmica de um agente representativo e, com a imposição de algumas hipóteses auxiliares, recuperam-se os parâmetros de interesse, o que permite a estimação da substitutabilidade entre duas moedas distintas.

Imrohoroglu (1994) encontra-se nesta última categoria. Em seu trabalho, o autor explora a significância estatística da substituição de moeda entre Canadá e Estados Unidos a partir de um modelo de equilíbrio geral dinâmico. Mais especificamente, utiliza um modelo de moeda na função utilidade *à la* Sidrauski (1967) para uma economia aberta pequena. Após resolver o problema de maximização intertemporal do agente representativo, estima pelo Método Generalizado dos Momentos (GMM)²² os parâmetros das equações de Euler encontradas. O foco do artigo consiste em estimar a elasticidade de substituição entre o dólar canadense e o dólar americano como meios alternativos de obterem-se serviços de transação assim como a participação relativa destas moedas na função de serviços de transação. Ao contrário do esperado, o autor encontra baixa elasticidade de substituição entre as duas moedas (da ordem de 0,3), embora significativa estatisticamente, quando o motivo para manter moeda é reduzir custos de transação na implementação de planos de consumo doméstico. Além disso, o autor encontra que a participação da moeda americana na função de serviços de transação dos canadenses é pequena, mas significativa. Ressalta, entretanto, que não se segue da ausência de substituição de moeda em uma economia com baixa inflação, como a canadense, que este fenômeno não esteja presente em países com alta inflação, em que os agentes recorrem a formas alternativas de liquidar transações. Considera então interessante em estudos subsequentes estender a análise para países com elevada inflação como o México e a Turquia.

²² Vide Hansen (1982).

3. MODELOS COM MOEDAS NA FUNÇÃO UTILIDADE

Este capítulo inicia o estudo de modelos teóricos de substituição de moeda. Nele são discutidos dois modelos com moeda na função utilidade em economia aberta. Na primeira seção (3.1), desenvolve-se um modelo de *shopping time*, na linha proposta por McCallum & Goodfriend (1988). Em seguida, na seção (3.2) apresenta-se um modelo *à la* Sidrauski (1967), em que as moedas entram diretamente na função utilidade.

3.1. Modelo de *Shopping-Time* em Economia Aberta

Abaixo é apresentado um modelo de *shopping time*, na linha desenvolvida por McCallum & Goodfriend (1988), em economia aberta com duas moedas, baseado em Hueng (1998).

Admite-se que existe um agente representativo que vive infinitamente e que escolhe a parcela do seu tempo destinada ao lazer e as quantidades consumidas do bem doméstico e do bem estrangeiro de tal forma a maximizar utilidade intertemporalmente. A função utilidade intertemporal do agente é dada por:

$$U = \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j E_t \left[u(c_{t+j}^d, c_{t+j}^e, L_{t+j}) \right] \quad (3.1)$$

onde c^d , c^e e L denotam o nível de consumo do produto doméstico, o nível de consumo do produto estrangeiro e o número de horas de lazer, respectivamente. A taxa de desconto intertemporal subjetiva é $\beta \in (0,1)$ e E_t indica a esperança dado o conjunto de informação disponível no período t . Impõe-se que a função utilidade é duas vezes continuamente diferenciável, estritamente côncava e satisfaz às condições de Inada. Admite-se também que o agente conhece os valores correntes de todas as variáveis. Além dos dois bens, existem duas moedas (uma doméstica e outra estrangeira) e dois títulos (um doméstico e outro estrangeiro), denotados respectivamente por m^d , m^e , b^d e b^e . A restrição orçamentária do agente é dada pela equação abaixo:

$$c_t^d + m_t^d + b_t^d + q_t(c_t^e + m_t^e + b_t^e) = \frac{p_{t-1}^d}{p_t^d} [m_{t-1}^d + (1 + r_{t-1}^d)b_{t-1}^d] + \frac{p_{t-1}^e}{p_t^e} q_t [m_{t-1}^e + (1 + r_{t-1}^e)b_{t-1}^e] + y_t \quad (3.2)$$

onde: p^d , p^e , q , r^d e r^e denotam, respectivamente, o preço do bem doméstico, o preço do bem estrangeiro, a taxa real de câmbio, a taxa de juros paga pelo título doméstico e a taxa de juros paga pelo título estrangeiro.

O lado direito da restrição orçamentária fornece os recursos disponíveis para o agente no período t , que foram acumulados até o período $t-1$. Já o lado esquerdo diz como estes recursos devem ser utilizados.

Assume-se que os bens doméstico e estrangeiro devem ser adquiridos utilizando moedas doméstica e estrangeira, respectivamente. Conseqüentemente, o tempo gasto para adquirir os bens doméstico e estrangeiro depende da quantidade de moeda doméstica e estrangeira, respectivamente, que o agente mantém. Esta tecnologia de transação é representada pela seguinte função.

$$S_t = S(c_t^d, c_t^e, m_t^d, m_t^e) = S^d(c_t^d, m_t^d) + S^e(c_t^e, m_t^e) \quad (3.3)$$

As características desta tecnologia são tais que o tempo despendido em realizar transações cresce com o nível de consumo, tanto de bem doméstico quanto de bem estrangeiro, e diminui com a quantidade de moeda, tanto doméstica quanto estrangeira, mantida pelo agente, conforme abaixo:

$$S_{c_t^i}^i(c_t^d, c_t^e, m_t^d, m_t^e) > 0, \quad i = d, e \quad (3.4)$$

$$S_{m_t^i}^i(c_t^d, c_t^e, m_t^d, m_t^e) < 0, \quad i = d, e \quad (3.5)$$

É possível argumentar que na realidade, embora a maioria dos consumidores mantenha apenas moeda doméstica para adquirir bens (domésticos ou estrangeiros) dentro do território nacional, a economia como um todo utiliza moeda estrangeira e gasta tempo para adquiri-los através dos importadores.

Para resolver o problema de otimização proposto utilizam-se técnicas de programação dinâmica. Primeiramente definem-se as variáveis de estado e de controle. A variável de estado será definida como os recursos disponíveis para o agente no período t e denotada por w_t , dada pela equação abaixo:

$$w_t = \frac{p_{t-1}^d}{p_t^d} [m_{t-1}^d + (1 + r_{t-1}^d) b_{t-1}^d] + \frac{p_{t-1}^e}{p_t^e} q_t [m_{t-1}^e + (1 + r_{t-1}^e) b_{t-1}^e] + y_t \quad (3.6)$$

Pela restrição orçamentária, tem-se que:

$$w_t = c_t^d + m_t^d + b_t^d + q_t (c_t^e + m_t^e + b_t^e) \quad (3.7)$$

Repare que as variáveis do lado direito são as variáveis de controle do agente. Note também que é possível eliminar uma dessas variáveis, definindo-a como função do estado e das demais variáveis de controle, conforme abaixo:

$$b_t^d = w_t - [c_t^d + m_t^d + q_t (c_t^e + m_t^e + b_t^e)] \quad (3.8)$$

Normalizando para a unidade o tempo disponível em cada período e, como o agente divide seu tempo entre lazer e compras, tem-se que:

$$L_t = 1 - S^d(c_t^d, m_t^d) - S^e(c_t^e, m_t^e) \quad (3.9)$$

Define-se então a equação de Bellman:

$$V(w_t) = \max_{c_t^d, m_t^d, c_t^e, m_t^e, b_t^e} \{u[c_t^d, c_t^e, 1 - S^d(c_t^d, m_t^d) - S^e(c_t^e, m_t^e)] + \beta E_t[V(w_{t+1})]\} \quad (3.10)$$

As condições de primeira ordem são as seguintes:

- Em relação ao consumo do bem doméstico

$$u_{c^d_t}(c^d_t, c^e_t, L_t) - u_{c^d_t}(c^d_t, c^e_t, L_t) S^d_{c^d_t}(c^d_t, m^d_t) = \beta E_t \left[V_w(w_{t+1}) \frac{p^d_t}{p^d_{t+1}} (1 + r^d_t) \right] \quad (3.11)$$

- Em relação ao consumo do bem estrangeiro

$$u_{c^e_t}(c^d_t, c^e_t, L_t) - u_{c^e_t}(c^d_t, c^e_t, L_t) S^e_{c^e_t}(c^e_t, m^e_t) = \beta E_t \left[V_w(w_{t+1}) \frac{p^d_t}{p^d_{t+1}} (1 + r^d_t) q_t \right] \quad (3.12)$$

- Em relação à moeda doméstica

$$u_{L_t}(c^d_t, c^e_t, L_t) S^d_{m^d_t}(c^d_t, m^d_t) = -\beta E_t \left[V_w(w_{t+1}) \frac{p^d_t}{p^d_{t+1}} r^d_t \right] \quad (3.13)$$

- Em relação à moeda estrangeira

$$u_{L_t}(c^d_t, c^e_t, L_t) S^e_{m^e_t}(c^e_t, m^e_t) = \beta E_t \left\{ V_w(w_{t+1}) \left[-\frac{p^d_t}{p^d_{t+1}} (1 + r^d_t) q_t + q_{t+1} \frac{p^e_t}{p^e_{t+1}} \right] \right\} \quad (3.14)$$

- Em relação ao título estrangeiro

$$E_t \left[V_w(w_{t+1}) \frac{p^d_t}{p^d_{t+1}} (1 + r^d_t) q_t \right] = E_t \left[V_w(w_{t+1}) \frac{p^e_t}{p^e_{t+1}} (1 + r^e_t) q_{t+1} \right] \quad (3.15)$$

Aplicando-se o teorema do envelope de Benveniste-Scheinkman (1979):

$$V_w(w_t) = \beta E_t \left[V_w(w_{t+1}) \frac{p^d_t}{p^d_{t+1}} (1 + r^d_t) \right] \quad (3.16)$$

Resolvendo o sistema acima tem-se que:

De (3.11) e (3.16):

$$u_{c^d}(c_t^d, c_t^e, L_t) - u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{c^d}^d(c_t^d, m_t^d) = V_w(w_t) \quad (3.17)$$

De (3.12) e (3.16):

$$u_{c^e}(c_t^d, c_t^e, L_t) - u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{c^e}^e(c_t^e, m_t^e) = V_w(w_t) q_t \quad (3.18)$$

Combinando as equações (3.11) e (3.17) e as equações (3.12) e (3.18) encontram-se as condições de suavização de consumo.

De (3.17) e (3.18):

$$\frac{u_{c^d}(c_t^d, c_t^e, L_t) - u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{c^d}^d(c_t^d, m_t^d)}{u_{c^e}(c_t^d, c_t^e, L_t) - u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{c^e}^e(c_t^e, m_t^e)} = \frac{1}{q_t} \quad (3.19)$$

Esta equação afirma simplesmente que a taxa marginal de substituição entre os bens doméstico e estrangeiro deve ser igual ao preço relativo destes bens.

De (3.11), (3.13) e (3.17):

$$\frac{u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{m^d}^d(c_t^d, m_t^d)}{u_{c^d}(c_t^d, c_t^e, L_t) - u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{c^d}^d(c_t^d, m_t^d)} = \frac{r_t^d}{1 + r_t^d} = \frac{i_t^d - \pi_{t+1}^{d\,esp}}{1 + i_t^d} \quad (3.20)$$

De (3.12), (3.13) e (3.18):

$$\frac{u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{m^e}^e(c_t^e, m_t^e)}{u_{c^e}(c_t^d, c_t^e, L_t) - u_L(c_t^d, c_t^e, L_t) S_{c^e}^e(c_t^e, m_t^e)} = \frac{r_t^e}{1 + r_t^e} = \frac{i_t^e - \pi_{t+1}^{e\,esp}}{1 + i_t^e} \quad (3.21)$$

As equações (3.20) e (3.21) dizem que a taxa marginal de substituição entre uma moeda e o consumo de bens de mesma nacionalidade deve ser igual ao custo de oportunidade em manter aquela moeda.

Além disso, devem valer as seguintes condições de transversalidade, segundo as quais, no infinito, ou a riqueza é zero ou a utilidade marginal do consumo é zero, quando trazidas a valor presente.

$$\lim_{j \rightarrow \infty} \beta^{t+j} \left[u_{c^k} (c_{t+j}^d, c_{t+j}^e, L_{t+j}) x_{t+j}^i \right] = 0, \quad x = b, m \text{ e } k, i = d, e \quad (3.22)$$

Os resultados do modelo apresentado acima apóiam-se fundamentalmente na hipótese de que existem restrições legais que impedem a utilização da moeda estrangeira para adquirir o bem doméstico. Segue-se então que a demanda por moeda estrangeira obtida é simplesmente o reflexo da demanda pelo bem estrangeiro, ou seja, encontra-se apenas uma demanda de moeda estrangeira (reservas) para importações. Por esta razão este modelo ainda não é plenamente satisfatório para analisar a questão da substituição de moeda, em que a moeda estrangeira é utilizada também para adquirir o bem doméstico. Logo, torna-se necessário relaxar esta hipótese de tal forma a permitir que as duas moedas compitam como meio de troca sobre um mesmo vetor de bens, conforme a definição de substituição direta de moeda de McKinnon (1985).

Se por um lado é verdade que a maioria dos países impõe restrições legais sobre o uso de moedas estrangeiras para liquidar transações domésticas, por outro verifica-se que freqüentemente tais restrições legais não são respeitadas, o que significa que a moeda estrangeira (particularmente o dólar americano) possui vantagens sobre as moedas nacionais, o que gera os incentivos para que as pessoas desrespeitem aquelas restrições. Nestas condições, é necessário identificar as vantagens da moeda estrangeira sobre a moeda nacional para que se possa estudar o fenômeno da substituição de moeda de maneira teoricamente satisfatória. Mais ainda, uma vez identificadas estas vantagens, é necessário para os propósitos desta dissertação mostrar como elas são afetadas pela integração comercial. A hipótese defendida é que a integração comercial intensifica as vantagens da moeda dominante em relação às moedas locais, intensificando a substituição de moeda, pelo lado da demanda.

O modelo apresentado a seguir relaxa a hipótese de que os bens doméstico e estrangeiro só podem ser adquiridos com moeda doméstica e estrangeira, respectivamente, embora ainda admitindo a existência de restrições legais ao uso da segunda no país doméstico.

3.2. Modelo à la Sidrauski em Economia Aberta

Nesta seção, apresenta-se o modelo de dolarização exposto em Obstfeld & Rogoff (1996).

Considere uma economia pequena aberta. A função utilidade do agente representativo doméstico é dada por:

$$U_t = \sum_{s=t}^{\infty} \beta^{s-t} \left\{ u(C_s) + v \left[\frac{M_s}{P_s} + g \left(\frac{\varepsilon_s M_s^e}{P_s} \right) \right] \right\} \quad (3.23)$$

Na equação (3.23), M^e denota encaixes nominais de moeda estrangeira, que possui valor real $\frac{\varepsilon M^e}{P}$, onde ε é a taxa nominal de câmbio e P é o nível de preços doméstico. Além disso,

$$g \left(\frac{\varepsilon M^e}{P} \right) = a_0 \left(\frac{\varepsilon M^e}{P} \right) - \frac{a_1}{2} \left(\frac{\varepsilon M^e}{P} \right)^2 \quad (3.24)$$

sendo que $1 - \beta < a_0 \leq 1$ e $a_1 > 0$.

A função $g(\cdot)$ representa os custos advindos de restrições legais em manter a moeda estrangeira. Obstfeld & Rogoff (1996) afirmam que para entender a função $g(\cdot)$ é possível pensar que restrições legais são mais fáceis de serem burladas em algumas transações do que em outras, resultando em um contínuo de custos de evasão. Como será demonstrado a seguir, quando a inflação doméstica antecipada é menor do que a inflação estrangeira antecipada, não há porque utilizar a moeda estrangeira, visto que $a_0 \leq 1$. Por outro lado, quando a inflação doméstica é superior à inflação estrangeira, a participação da moeda estrangeira no total das transações domésticas será uma função crescente do diferencial de inflação.

Como os residentes domésticos acumulam moeda estrangeira além de títulos estrangeiros, a restrição orçamentária é dada por:

$$B_{t+1} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{\varepsilon_t M_t^e}{P_t} = (1+r)B_t + \frac{M_{t-1}}{P_t} + \frac{\varepsilon_t M_{t-1}^e}{P_t} + Y_t - C_t - T_t \quad (3.25)$$

onde B é o estoque líquido de títulos, r é a taxa real de juros, Y é o produto nacional real, C é o nível de consumo real e T é o total de tributação real.

Assumindo que $(1+r)\beta = 1$ e a Paridade do Poder de Compra, $P_t = \varepsilon_t P_t^e$, a maximização de utilidade (3.23) sujeita à restrição orçamentária (3.25) resulta nas condições de primeira ordem em relação a títulos e às duas moedas abaixo:

$$u'(C_t) = u'(C_{t+1}) \quad (3.26)$$

$$\frac{1}{P_t} u'(C_t) = \frac{1}{P_t} v' \left[\frac{M_t}{P_t} + g \left(\frac{M_t^e}{P_t^e} \right) \right] + \frac{1}{P_{t+1}} \beta u'(C_{t+1}) \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{P_t^e} u'(C_t) = \frac{1}{P_t^e} v' \left[\frac{M_t}{P_t} + g \left(\frac{M_t^e}{P_t^e} \right) \right] g' \left(\frac{M_t^e}{P_t^e} \right) + \frac{1}{P_{t+1}^e} \beta u'(C_{t+1}) \quad (3.28)$$

Multiplicando ambos os lados da equação (3.28) por P_t^e e ambos os lados da equação (3.27) por P_t e então utilizando a equação (3.26) para eliminar $u'(C_{t+1})$, obtém-se que:

$$g' \left(\frac{M_t^e}{P_t^e} \right) = \frac{1 - \beta \frac{P_t^e}{P_{t+1}^e}}{1 - \beta \frac{P_t}{P_{t+1}}} \quad (3.29)$$

A forma quadrática imposta para $g(\cdot)$ em (3.24) gera a seguinte função de demanda por moeda estrangeira:

$$\frac{M_t^e}{P_t^e} = \frac{1}{a_1} \left(a_0 - \frac{1 - \beta \frac{P_t^e}{P_{t+1}^e}}{1 - \beta \frac{P_t}{P_{t+1}}} \right) \quad (3.30)$$

Para equilíbrio interior em que $M_t^e > 0$ a equação acima mostra que os agentes manterão moeda estrangeira apesar de restrições legais se a taxa de inflação doméstica é suficientemente superior à estrangeira, mas não se as taxas de inflação são iguais. Repare que se as taxas de inflação são iguais, o lado direito da equação (3.30) é menor ou igual a zero, implicando uma solução de canto. A equação (3.30) também mostra que se a_1 é pequeno (de forma que a pena em usar a moeda estrangeira é baixa), então pequenas mudanças no diferencial de inflação podem induzir a grandes variações no uso da moeda estrangeira.

É possível usar este modelo para comparar estados estacionários com taxas constantes de inflação estrangeira e de crescimento da oferta da moeda doméstica. Uma elevação não-antecipada e permanente da taxa de crescimento da oferta de moeda doméstica leva a uma realocação de portfólio em que se trocam títulos estrangeiros por moeda estrangeira. Os agentes, portanto, permanentemente reduzem consumo para financiar a aquisição inicial de mais moeda estrangeira. Se o país estrangeiro tem uma taxa de inflação positiva, os residentes domésticos terão que acumular mais moeda em cada período para manter os seus encaixes reais em moeda estrangeira constantes. Os resultantes superávits comerciais refletem as receitas inflacionárias extraídas pelo governo estrangeiro dos residentes domésticos.

4. BREVE DISCUSSÃO METODOLÓGICA

Este capítulo interrompe momentaneamente a apresentação de modelos teóricos. Esta pausa tem como objetivo a discussão de uma questão mais fundamental: a essencialidade da moeda fiduciária. Este é um ponto ainda em aberto na teoria monetária. Afinal, se os indivíduos são livres para escolher entre diferentes ativos, dentre eles a moeda, e se algum outro ativo possui retornos superiores ao da moeda em qualquer situação, então ninguém deveria aceitá-la como forma de pagamento. Isto significa que a moeda é um ativo dominado como reserva de valor.

De acordo com Sargent & Ljungqvist (2000), em modelos de mercados completos, encaixes monetários servem apenas como reserva de valor. Em uma economia não-estocástica, a seguinte condição de transversalidade deve valer:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \prod_{t=0}^{T-1} R_t^{-1} \frac{m_{T+1}}{p_T} = 0 \quad (4.1)$$

A taxa de retorno da moeda $\frac{p_t}{p_{t+1}}$, em equilíbrio, deve ser igual à taxa de retorno dos outros

ativos R_t . Substituindo na condição de transversalidade:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \prod_{t=0}^{T-1} \frac{p_{t+1}}{p_t} \frac{m_{T+1}}{p_T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{m_{T+1}}{p_0} = 0 \quad (4.2)$$

Ou seja, uma moeda fiduciária (i.e. uma em que $\lim_{T \rightarrow \infty} m_{T+1} > 0$) não pode ter valor ($p_0 = \infty$).

4.1. Microfundamentando a Existência de Moeda

Kareken & Wallace (1981) argumentam que para um modelo de uma economia com moeda fiduciária ser aceitável, ele deve permitir que a moeda seja dominada, mas que, ainda assim, ela possua valor. Em particular, a moeda não pode aparecer como um argumento na função utilidade ou como um insumo em uma função de produção de serviços de transação, conforme

é feito nos modelos discutidos anteriormente. Adotar esta estratégia não explica a origem do valor da moeda, uma vez que este é imposto logo de saída. Kareken & Wallace (1981) defendem que apenas um modelo de gerações sobrepostas atende aos requisitos citados e, portanto, adotam esta estratégia de modelagem em seu trabalho.

Nesta dissertação, um outro caminho é seguido. Aqui, desenvolvem-se dois modelos de *search*, em que as trocas são descentralizadas em razão de fricções explícitas no mecanismo de trocas. Conforme demonstrado por Kiyotaki & Wright (1989), este tipo de modelo atende às condições listadas acima por Kareken & Wallace (1981). Em particular, Kiyotaki & Wright (1989) encontram que uma moeda com maior custo de carregamento (dominada em taxa de retorno) pode ser aceita como um meio de troca.

Mais especificamente, a análise a ser desenvolvida baseia-se nas recentes contribuições dos modelos de *search*, que quando aplicados a questões de teoria monetária têm como ponto de partida duas observações. Em primeiro lugar, os agentes especializam-se na produção, ou seja, eles não produzem tudo o que desejam consumir, o que, conforme destacado por Smith (1776) no trecho abaixo, cria os incentivos para a troca.

When the division of labour has been once thoroughly established, it is but a very small part of a man's wants which the produce of his own labour can supply. He supplies the far greater part of them by exchanging that surplus part of the produce of his own labour, which is over and above his own consumption, for such parts of the produce of other men's labour as he has occasion for. Every man thus lives by exchanging, or becomes in some measure a merchant, and the society itself grows to be what is properly a commercial society.

But when the division of labour first began to take place, this power of exchanging must frequently have been very much clogged and embarrassed in its operations. One man, we shall suppose, has more of a certain commodity than he himself has occasion for, while another has less. [...] But if this latter should chance to have nothing that the former stands in need of, no exchange can be made between them.

[...] In order to avoid the inconvenience of such situations, every prudent man in every period of society, after the first establishment of the division of labour, must naturally have endeavored to manage his affairs in such a manner, as to have at all times by him, besides the peculiar produce of his own industry, a certain quantity of some one commodity or other, such as he imagined few people would be likely to refuse in exchange for the produce of their industry.

Os segundo e terceiro parágrafos ilustram que, apesar de a especialização apresentar potenciais impactos positivos sobre a produtividade, a divisão do trabalho torna o escambo uma prática difícil. Isto, por sua vez, gera a necessidade de um meio de troca, que é definido por Wicksell (1911) na passagem abaixo:

[...]an object which is taken in exchange, not for its own account, i.e. not to be consumed by the receiver or to be employed in technical production, but to be exchanged for something else within a longer or shorter period of time.

Este ponto relaciona-se com a segunda das observações, segundo a qual não existe um mercado centralizado em que todas as transações podem ser liquidadas simultânea e multilateralmente. Ao contrário, os agentes encontram-se de maneira aleatória em pares e precisam decidir quanto a uma troca bilateral, a qual se verifica apenas quando mutuamente benéfica. Em um ambiente como este, o problema da dupla coincidência de desejos torna-se presente, conforme destacado por Jevons (1875):

The first difficulty in barter is to find two persons whose disposable possessions mutually suit each other's wants. There may be many people wanting, and many possessing those things wanted; but to allow of an act of barter there must be a double coincidence, which will rarely happen.

Em outras palavras, Ostroy & Starr (1990) definem dupla coincidência de desejos como uma situação em que o ofertante do bem A deseja o bem B e o ofertante deste deseja aquele. Torna-se então conveniente a utilização de um objeto intermediário, cuja função é a de substituir trocas diretas por trocas indiretas.

Em modelos de *search*, a partir de microfundamentações explícitas acerca de fricções no processo de trocas, alguns objetos emergem endogenamente como meio de troca a depender de suas características intrínsecas (custos de carregamento) e das crenças dos agentes com relação à aceitação de cada possível meio de troca como mecanismo de liquidação de transações bilaterais. Enfim, fundamentos e expectativas, respectivamente, determinam o meio de troca utilizado.

Sendo assim, os modelos de *search* constituem uma forma adequada para abordar a questão que orienta este trabalho, visto que, conforme já destacado, esta consiste em analisar, dentro

de um contexto de integração comercial, o fenômeno de substituição de moeda “de facto”. Este, por sua vez, é entendido como uma situação em que a moeda estrangeira emerge a partir do comportamento racional dos indivíduos domésticos como meio de troca utilizado dentro dos limites das fronteiras domésticas. Com isto, os modelos apresentados mais adiante permitem determinar qual moeda será escolhida pelo público como meio de troca, em equilíbrio geral.

É importante ressaltar que nesta abordagem não existe um mercado centralizado que compatibiliza automaticamente as decisões econômicas dos agentes. Assim, a estratégia adotada rompe com a tradição walrasiana de equilíbrio geral, pois, diferentemente desta, cada troca é realizada par-a-par, enquanto que no equilíbrio geral walrasiano existe a figura de um leiloeiro que fornece os diferentes preços relativos de tal forma a zerar os excessos de demanda. Conforme destacam Kiyotaki & Wright (1989):

If there was a centralized market in which all agents came together at each date, then everyone would produce, exchange, and consume every period, which could be supported by a Walrasian equilibrium. But that is not the way this economy operates. Rather, each period, agents are matched in pairs and must decide whether or not to trade bilaterally, without the benefit of an auctioneer or some outside authority to impose any arrangement.

5. MODELO DE *SEARCH* COM MOEDAS INDIVISÍVEIS E BENS DIVISÍVEIS

Este capítulo inicia a apresentação de modelos de equilíbrio geral dinâmico com trocas descentralizadas. Aqui, desenvolve-se um modelo de *search* na linha proposta por Trejos & Wright (1996), porém utilizando-se da solução de barganha axiomática de Nash (1950) para endogeneizar os preços. Esta tarefa encontra-se dividida em quatro seções. Primeiramente, na seção 5.1 são estabelecidas as hipóteses do modelo. Em seguida, na seção 5.2 este modelo é desenvolvido. Já na seção 5.3, os seus resultados são obtidos por métodos numéricos. Por fim, a seção 5.4 discute algumas deficiências do modelo, apontando para os desenvolvimentos necessários e para a agenda de pesquisa a ser explorada.

5.1. Modelo

Suponha que a economia mundial seja composta por dois países, o país doméstico e o país estrangeiro, denotados por d e e , respectivamente. A população mundial é dada por um contínuo de indivíduos definido no intervalo $\Omega = \{y \in \mathfrak{R}_+ : 0 \leq y \leq 1\}$. A população mundial é dividida entre os dois países, sendo que $\Omega_d = \{y_d \in \Omega : 0 \leq y_d \leq n\}$ é a população do país doméstico e $\Omega_e = \{y_e \in \Omega : n < y_e \leq 1\}$ é a população do país estrangeiro.

O conjunto de bens da economia mundial é dado por $\Lambda = \{i \in \mathfrak{R}_+ : 0 \leq i \leq 1\}$ e estes bens são não-estocáveis¹, o que implica que eles devem ser consumidos no mesmo período em que são produzidos. Seja $y_j \in \Omega_j$, $j = d, e$, existe uma função sobrejetiva $f_j : y_j \mapsto i$, que define y_j como produtor de i no país j . Seja $\Xi_{i,j} = \{y_j \in \Omega_j : f_j(y_j) = i\}$ o conjunto de produtores do bem i no país j , chamados de indivíduos do tipo i no país j e denotados por i_j . Assim, a função f_j define uma distribuição de probabilidades de tipos de indivíduo em cada país

¹ A hipótese de que os bens são não-estocáveis (perecíveis) exclui a possibilidade de uma mercadoria ser utilizada como meio de troca. Assim, na ocorrência de um encontro em que o bem produzido por um dos indivíduos não pertence ao conjunto de consumo do outro, nenhuma troca acontece. Esta hipótese é colocada porque o foco do trabalho é a escolha entre duas moedas fiduciárias e não a questão de moeda-mercadoria versus moeda-fiduciária. Neste sentido, o modelo aqui apresentado assemelha-se aos modelos de *cash-in-advance*, uma vez que se impõe o uso de moeda fiduciária como meio de troca. Porém, há uma diferença fundamental, a moeda fiduciária utilizada não é imposta arbitrariamente. Ao contrário, os indivíduos escolhem entre duas moedas qual será a utilizada para cada tipo de transação. Este ponto ficará mais claro adiante.

$F_j(I)$, definida como $\text{Prob}_j(i \leq I)$, $I \in \mathfrak{R}$. Seja a função injetiva $g: \Lambda \rightarrow \mathfrak{R}_+$, $g: i \mapsto x_i$, $0 < x_i < \frac{1}{2}$, chama-se $\Lambda_i = \{w \in \Lambda : i < w \leq x_i\}$, $\text{mod}(1)$, de conjunto de consumo do indivíduo do tipo i ². Por simplicidade, assume-se que $x_i = x$ para todo i . Esta forma de especificar a distribuição de indivíduos e os seus respectivos conjuntos de consumo impede a ocorrência de dupla coincidência de desejos³.

A função utilidade instantânea é $u(q_w)$, em que q_w é a quantidade de um bem $w \in \Lambda$ à disposição para o consumo de um indivíduo do tipo i . Esta função utilidade possui as seguintes propriedades. Para $w \in \Lambda_i$, $u(0) = 0$, $u'(q_w) > 0$, $u''(q_w) < 0$, e $\lim_{q \rightarrow 0} u'(q_w) = \infty$; para $w \in \Lambda_i^c$, $u(q_w) = 0$ ⁴. O tempo é contínuo e se estende até a eternidade e taxa de desconto intertemporal, comum todos os indivíduos, é $\delta > 0$.

A tecnologia de produção é tal que, ao produzir, cada indivíduo i_j incorre em uma função custo em termos de utilidade $c_j^h(q_j^{h,m})$, $h, j, m = d, e$, com as seguintes propriedades: $c_j^h(0) = 0$, $c_j^h(q_j^{h,m}) > 0$ e $c_j^h(q_j^{h,m}) \geq 0$, em que $q_j^{h,m}$ é a quantidade produzida do bem i por um indivíduo do país j para um comprador do país h que possui moeda do país m . Além disso, um indivíduo só possui capacidade de produzir depois de consumir. Isto significa que o consumo de um bem tem importância em dois aspectos: primeiro, consumir gera utilidade; em segundo lugar, o bem de consumo funciona como um insumo na produção⁵. Assim, ao consumir, um indivíduo adquire capacidade produtiva, que será realizada quando este indivíduo encontrar um comprador para o seu produto.

² Repare que a possibilidade de auto-suficiência está descartada. Shi (1997a) desenvolve um modelo em que os indivíduos podem ser auto-suficientes com probabilidade maior do que zero e, ainda assim, a moeda fiduciária possuir valor em equilíbrio.

³ Esta imposição não é necessária, conforme destacado por Shi (1997b). De acordo com este autor, para que haja um estado estacionário monetário, basta que a probabilidade de um encontro compatível com troca direta seja baixa, menor que o poder de barganha do detentor de moeda. Entretanto, por simplicidade e sem nenhuma perda de conteúdo, assume-se, nesta dissertação, que não pode haver trocas diretas. Assim, todas as trocas devem ser indiretas por intermédio de uma moeda fiduciária, conforme já discutido.

⁴ A imposição de que todos os bens pertencentes ao conjunto de consumo de um indivíduo são igualmente desejáveis facilita substancialmente a discussão da função da moeda como meio de troca.

⁵ Esta hipótese nada mais é do que a condição de *no free lunch* dos conjuntos de produção bem comportados.

Além dos bens descritos, existem dois objetos estocáveis distintos e intrinsecamente sem valor, chamados de moeda doméstica M^d e moeda estrangeira M^e . Estes objetos são tipicamente moedas fiduciárias porque não são consumidos nem aplicados como insumos na produção, podendo apenas ser utilizados como meio de troca. Estes objetos são indivisíveis e cada indivíduo pode carregar apenas uma unidade de moeda em cada período do tempo, sem nenhum custo. Isto significa que, caso um indivíduo carregue moeda, ele terá em seu portfólio ou uma unidade de moeda doméstica ou uma unidade de moeda estrangeira, mas nunca as duas simultaneamente. Note que um indivíduo que possui moeda não possui capacidade produtiva porque, depois de produzir, e, com isso, obter moeda é necessário consumir para que se possa produzir novamente.

Repare que, como cada indivíduo detém no máximo uma unidade de moeda, ao adquirir uma determinada quantidade de um bem de consumo, este indivíduo deve desfazer-se da única unidade de moeda que possui. Assim, o valor desta unidade de moeda é dado pela quantidade de bens que ela pode comprar. Evidentemente, isto determina que o preço unitário do bem i transacionado em moeda do país m entre um produtor do país j e um comprador do país h é

$\pi_j^{h,m} = \frac{1}{q_j^{h,m}}$. Além disso, como este é um modelo de duas moedas, a taxa de câmbio real é

dada pela razão entre as quantidades compradas com cada uma das moedas. Assim o valor

relativo real entre a moeda estrangeira e a moeda doméstica é $\xi_j^h = \frac{\pi_j^{h,d}}{\pi_j^{h,e}}$.

Os indivíduos encontram-se aleatoriamente em pares de acordo com uma distribuição de Poisson⁶, na qual a probabilidade por período de tempo de encontrar um indivíduo é dada por λ_j^h . Assume-se que é sempre mais fácil encontrar um compatriota do que um indivíduo proveniente de outro país, ou seja, $\lambda_d^d > \lambda_d^e$ e $\lambda_e^e > \lambda_e^d$. É importante ressaltar que λ_d^e e λ_e^d não são independentes, pois se tem a identidade $n\lambda_d^e \equiv (1-n)\lambda_e^d$, em que ambos os lados

fornecem o número de encontros internacionais. Note também que $\frac{1-n}{n} \equiv \frac{\lambda_d^e}{\lambda_e^d}$ mede o

tamanho relativo dos países. Além disso, $\frac{\lambda_d^e}{\lambda_d^d}$ e $\frac{\lambda_e^d}{\lambda_e^e}$ medem o grau de integração comercial

⁶ Corbae, Temzelides & Wright (2000) desenvolvem um modelo em que os indivíduos escolhem quem eles encontrarão, ao invés de os encontros serem aleatórios.

entre dois países, de forma que quanto maiores forem estas razões, maior será o grau de integração comercial.

Defina m_j^h como a proporção de indivíduos do país j com moeda do país h . Assim, a proporção de indivíduos sem moeda, chamados vendedores, do país j é dada por $m_j^o = 1 - m_j^d - m_j^e$. É importante impor a hipótese de que a distribuição de moeda é independente do tipo dos indivíduos, o que significa que a informação com relação ao tipo de um indivíduo não acrescenta nenhuma informação relevante quanto à probabilidade de ele possuir ou não uma determinada moeda. Em outras palavras, a probabilidade de um indivíduo do país j possuir moeda do país h , dado que este indivíduo é do tipo i , é igual a m_j^h .

A probabilidade de um indivíduo do país j ter em seu conjunto de consumo o bem produzido por um indivíduo do tipo i é dada por $\psi_i^j = [F_j(i) - F_j(i - x) + 1 - F_j(1 + i - x)]$. Por outro lado, a existência, no país j de um bem que pertence ao conjunto de consumo de um indivíduo do tipo i é dada pela probabilidade $\mathcal{G}_i^j = [F_j(i + x) + F_j(i + x - 1) - F_j(i)]$.

Sejam $V_{j,t}^s$, $V_{j,t}^h$ a função valor no período t de um indivíduo do país j sem moeda e a função valor de um indivíduo do país j com moeda do país h , respectivamente. Com base nisso, considere primeiramente o problema de um indivíduo do país doméstico⁷. Suponha que este indivíduo não possua moeda, sendo, portanto, um vendedor e seja Δ um intervalo de tempo suficientemente pequeno⁸. Define-se a sua equação de Bellman da seguinte maneira:

$$V_{d,t}^s = \frac{1}{1 + r\Delta} \left\{ \begin{aligned} &\lambda_d^d m_d^d \psi^d \Delta \{ G_d^{d,d} \max[V_{d,t+\Delta}^d - c_d^d(Q_{d,t+\Delta}^{d,d}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\ &+ \lambda_d^e m_e^d \psi^e \Delta \{ G_d^{e,d} \max[V_{d,t+\Delta}^d - c_d^e(Q_{d,t+\Delta}^{e,d}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{e,d}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\ &+ \lambda_d^d m_d^e \psi^d \Delta \{ G_d^{d,e} \max[V_{d,t+\Delta}^e - c_d^d(Q_{d,t+\Delta}^{d,e}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\ &+ \lambda_d^e m_e^e \psi^e \Delta \{ G_d^{e,e} \max[V_{d,t+\Delta}^e - c_d^e(Q_{d,t+\Delta}^{e,e}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{e,e}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\ &+ \{ 1 - [\lambda_d^d \psi^d (m_d^d + m_e^d) + \lambda_d^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] \Delta \} V_{d,t+\Delta}^s \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

⁷ Para não tornar a notação desnecessariamente carregada, deste ponto em diante, os subscritos referentes ao tipo do indivíduo serão suprimidos.

⁸ Para Δ suficientemente pequeno, a probabilidade de encontrar mais de um indivíduo no intervalo compreendido entre t e $t + \Delta$ tende a zero.

onde $G_d^{d,d}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor doméstico a um comprador doméstico em troca de moeda doméstica é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{d,d}) > V_{d,t+\Delta}^d$. Da mesma maneira, $G_d^{e,d}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor doméstico a um comprador estrangeiro em troca de moeda doméstica é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{e,d}) > V_{e,t+\Delta}^d$. Já $G_d^{d,e}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor doméstico a um comprador doméstico em troca de moeda estrangeira é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{d,e}) > V_{d,t+\Delta}^e$. Finalmente, $G_d^{e,e}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor doméstico a um comprador estrangeiro em troca de moeda estrangeira é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{e,e}) > V_{e,t+\Delta}^e$.

Analogamente, a equação de Bellman de um vendedor estrangeiro é dada por:

$$V_{e,t}^s = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \begin{aligned} & \lambda_e^d m_d^d \psi^d \Delta \{ G_e^{d,d} \max[V_{e,t+\Delta}^d - c_e^d(Q_{e,t+\Delta}^{d,d}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{d,d}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\ & + \lambda_e^e m_e^d \psi^e \Delta \{ G_e^{e,d} \max[V_{e,t+\Delta}^d - c_e^e(Q_{e,t+\Delta}^{e,d}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\ & + \lambda_e^d m_e^e \psi^d \Delta \{ G_e^{d,e} \max[V_{e,t+\Delta}^e - c_e^d(Q_{e,t+\Delta}^{d,e}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{d,e}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\ & + \lambda_e^e m_e^e \psi^e \Delta \{ G_e^{e,e} \max[V_{e,t+\Delta}^e - c_e^e(Q_{e,t+\Delta}^{e,e}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\ & + \{ 1 - [\lambda_e^d \psi^d (m_d^d + m_e^d) + \lambda_e^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] \Delta \} V_{e,t+\Delta}^s \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

onde $G_e^{d,d}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor estrangeiro a um comprador doméstico em troca de moeda doméstica é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{d,d}) > V_{d,t+\Delta}^d$. Da mesma maneira, $G_e^{e,d}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor estrangeiro a um comprador estrangeiro em troca de moeda doméstica é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{e,d}) > V_{e,t+\Delta}^d$. Já $G_e^{d,e}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor estrangeiro a um comprador doméstico em troca de moeda estrangeira é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{d,e}) > V_{d,t+\Delta}^e$. Finalmente, $G_e^{e,e}$ é uma função indicador que assume valor um quando a quantidade oferecida por um vendedor estrangeiro a um comprador estrangeiro

em troca de moeda estrangeira é aceitável pelo segundo, ou seja, quando $V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{e,e}) > V_{e,t+\Delta}^e$.

A equação de Bellman para um indivíduo doméstico que possui uma moeda do seu país é:

$$V_{d,t}^d = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \begin{aligned} & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1-m_d^d - m_e^e) \Delta \{ H_d^{d,d} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{d,d}), V_{d,t+\Delta}^d] + (1-H_d^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^d \} \\ & + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1-m_e^d - m_e^e) \Delta \{ H_e^{d,d} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{d,d}), V_{d,t+\Delta}^d] + (1-H_e^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^d \} \\ & + \{ 1 - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1-m_d^d - m_e^e) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1-m_e^d - m_e^e)] \Delta \} V_{d,t+\Delta}^d \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

onde $H_d^{d,d}$ é uma função indicador que assume valor um caso $V_{d,t+\Delta}^d - c_d^d(Q_{d,t+\Delta}^{d,d}) > V_{d,t+\Delta}^s$, ou seja, quando um vendedor doméstico ao negociar com um comprador doméstico em troca de moeda doméstica, considera vantajoso receber esta moeda e entregar $Q_d^{d,d}$ unidades de bem. Analogamente, $H_e^{d,d}$ é uma função indicador que assume valor um se $V_{e,t+\Delta}^d - c_e^d(Q_{e,t+\Delta}^{d,d}) > V_{e,t+\Delta}^s$, o que significa que um vendedor estrangeiro aceita dar $Q_e^{d,d}$ unidades de bem por uma unidade da moeda doméstica, quando negocia com um comprador doméstico.

A equação de Bellman para um indivíduo do país doméstico que possui uma unidade da moeda do país estrangeiro é:

$$V_{d,t}^e = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \begin{aligned} & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1-m_d^d - m_e^e) \Delta \{ H_d^{d,e} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{d,e}), V_{d,t+\Delta}^e] + (1-H_d^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^e \} \\ & + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1-m_e^d - m_e^e) \Delta \{ H_e^{d,e} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{d,e}), V_{d,t+\Delta}^e] + (1-H_e^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^e \} \\ & + \{ 1 - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1-m_d^d - m_e^e) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1-m_e^d - m_e^e)] \Delta \} V_{d,t+\Delta}^e \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

onde $H_d^{d,e}$ é uma função indicador que assume valor um caso $V_{d,t+\Delta}^e - c_d^d(Q_{d,t+\Delta}^{d,e}) > V_{d,t+\Delta}^s$. Quando esta função indicador assume valor um, tem-se uma situação em que o vendedor doméstico entrega $Q_d^{d,e}$ unidades do bem que produz a um comprador doméstico em troca de uma unidade da moeda estrangeira. Analogamente, $H_e^{d,e}$ é uma função indicador que assume valor um caso $V_{e,t+\Delta}^e - c_e^d(Q_{e,t+\Delta}^{d,e}) > V_{e,t+\Delta}^s$. Quando esta função indicador assume valor um, tem-se uma situação em que o vendedor estrangeiro entrega $Q_e^{d,e}$ unidades do bem que produz a um comprador doméstico em troca de uma unidade da moeda estrangeira.

A equação de Bellman para um indivíduo estrangeiro que possui uma unidade da moeda do país doméstico é:

$$V_{e,t}^d = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \begin{aligned} & \lambda_e^e \mathcal{G}^e(1-m_e^d - m_e^e) \Delta \{ H_e^{e,d} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{e,d}), V_{e,t+\Delta}^d] + (1-H_e^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^d \} \\ & + \lambda_e^d \mathcal{G}^d(1-m_d^d - m_d^e) \Delta \{ H_d^{e,d} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{e,d}), V_{e,t+\Delta}^d] + (1-H_d^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^d \} \\ & + \{ 1 - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e(1-m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d(1-m_d^d - m_d^e)] \Delta \} V_{e,t+\Delta}^d \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

onde $H_e^{e,d}$ é uma função indicador que assume valor um caso $V_{e,t+\Delta}^d - c_e^e(Q_{e,t+\Delta}^{e,d}) > V_{e,t+\Delta}^s$ e $H_d^{e,d}$ é uma função indicador que assume valor um se $V_{d,t+\Delta}^d - c_d^e(Q_{d,t+\Delta}^{e,d}) > V_{d,t+\Delta}^s$. No primeiro caso, o comprador estrangeiro, portador de uma unidade de moeda doméstica consegue convencer um vendedor estrangeiro a lhe entregar $Q_e^{e,d}$ unidades de bem. Já no segundo caso, a função indicador é igual a um se o comprador estrangeiro, carregando moeda doméstica, convence o vendedor doméstico a entregar $Q_d^{e,d}$ unidades do bem em troca de moeda doméstica.

A equação de Bellman para um indivíduo do país estrangeiro que possui uma unidade da moeda do seu país é:

$$V_{e,t}^e = \frac{1}{1+r\Delta} \left\{ \begin{aligned} & \lambda_e^e \mathcal{G}^e(1-m_e^d - m_e^e) \Delta \{ H_e^{e,e} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{e,e}), V_{e,t+\Delta}^e] + (1-H_e^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^e \} \\ & + \lambda_e^d \mathcal{G}^d(1-m_d^d - m_d^e) \Delta \{ H_d^{e,e} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{e,e}), V_{e,t+\Delta}^e] + (1-H_d^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^e \} \\ & + \{ 1 - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e(1-m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d(1-m_d^d - m_d^e)] \Delta \} V_{e,t+\Delta}^e \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

onde $H_e^{e,e}$ é uma função indicador que assume valor um caso $V_{e,t+\Delta}^e - c_e^e(Q_{e,t+\Delta}^{e,e}) > V_{e,t+\Delta}^s$ e $H_d^{e,e}$ é uma função indicador que assume valor um caso $V_{d,t+\Delta}^e - c_d^e(Q_{d,t+\Delta}^{e,e}) > V_{d,t+\Delta}^s$. A primeira função valor assume valor um quando o comprador estrangeiro com moeda estrangeira compra $Q_e^{e,e}$ unidades do bem de um vendedor estrangeiro. Já a segunda tem valor um quando este mesmo comprador adquire $Q_d^{e,e}$ unidades do bem produzido por um indivíduo doméstico.

Simplificando as equações acima para o indivíduo doméstico:

$$\begin{aligned}
V_{d,t}^s r\Delta &= \lambda_d^d m_d^d \psi^d \Delta \{G_d^{d,d} \max[V_{d,t+\Delta}^d - c_d^d(Q_{d,t+\Delta}^{d,d}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^s\} \\
&+ \lambda_d^e m_e^d \psi^e \Delta \{G_d^{e,d} \max[V_{d,t+\Delta}^d - c_d^e(Q_{d,t+\Delta}^{e,d}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{e,d}) V_{d,t+\Delta}^s\} \\
&+ \lambda_d^d m_d^e \psi^d \Delta \{G_d^{d,e} \max[V_{d,t+\Delta}^e - c_d^d(Q_{d,t+\Delta}^{d,e}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^s\} \\
&+ \lambda_d^e m_e^e \psi^e \Delta \{G_d^{e,e} \max[V_{d,t+\Delta}^e - c_d^e(Q_{d,t+\Delta}^{e,e}), V_{d,t+\Delta}^s] + (1 - G_d^{e,e}) V_{d,t+\Delta}^s\} \\
&- [\lambda_d^d \psi^d (m_d^d + m_e^d) + \lambda_d^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] \Delta V_{d,t+\Delta}^s + (V_{d,t+\Delta}^s - V_{d,t}^s)
\end{aligned} \tag{5.7}$$

$$\begin{aligned}
V_{d,t}^d r\Delta &= \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \Delta \{H_d^{d,d} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{d,d}), V_{d,t+\Delta}^d] + (1 - H_d^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^d\} \\
&+ \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \Delta \{H_e^{d,d} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{d,d}), V_{d,t+\Delta}^d] + (1 - H_e^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^d\} \\
&- [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \Delta V_{d,t+\Delta}^d + (V_{d,t+\Delta}^d - V_{d,t}^d)
\end{aligned} \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned}
V_{d,t}^e r\Delta &= \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \Delta \{H_d^{d,e} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{d,e}), V_{d,t+\Delta}^e] + (1 - H_d^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^e\} \\
&+ \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \Delta \{H_e^{d,e} \max[V_{d,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{d,e}), V_{d,t+\Delta}^e] + (1 - H_e^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^e\} \\
&- [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \Delta V_{d,t+\Delta}^e + (V_{d,t+\Delta}^e - V_{d,t}^e)
\end{aligned} \tag{5.9}$$

Simplificando as equações acima para o indivíduo estrangeiro:

$$\begin{aligned}
V_{e,t}^s r\Delta &= \lambda_e^d m_d^d \psi^d \Delta \{G_e^{d,d} \max[V_{e,t+\Delta}^d - c_e^d(Q_{e,t+\Delta}^{d,d}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{d,d}) V_{e,t+\Delta}^s\} \\
&+ \lambda_e^e m_e^d \psi^e \Delta \{G_e^{e,d} \max[V_{e,t+\Delta}^d - c_e^e(Q_{e,t+\Delta}^{e,d}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^s\} \\
&+ \lambda_e^d m_d^e \psi^d \Delta \{G_e^{d,e} \max[V_{e,t+\Delta}^e - c_e^d(Q_{e,t+\Delta}^{d,e}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{d,e}) V_{e,t+\Delta}^s\} \\
&+ \lambda_e^e m_e^e \psi^e \Delta \{G_e^{e,e} \max[V_{e,t+\Delta}^e - c_e^e(Q_{e,t+\Delta}^{e,e}), V_{e,t+\Delta}^s] + (1 - G_e^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^s\} \\
&- [\lambda_e^d \psi^d (m_d^d + m_e^e) + \lambda_e^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] \Delta V_{e,t+\Delta}^s + (V_{e,t+\Delta}^s - V_{e,t}^s)
\end{aligned} \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned}
V_{e,t}^d r\Delta &= \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \Delta \{H_e^{e,d} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{e,d}), V_{e,t+\Delta}^d] + (1 - H_e^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^d\} \\
&+ \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \Delta \{H_d^{e,d} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{e,d}), V_{e,t+\Delta}^d] + (1 - H_d^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^d\} \\
&- [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e)] \Delta V_{e,t+\Delta}^d + (V_{e,t+\Delta}^d - V_{e,t}^d)
\end{aligned} \tag{5.11}$$

$$\begin{aligned}
V_{e,t}^e r\Delta &= \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \Delta \{H_e^{e,e} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{e,t+\Delta}^{e,e}), V_{e,t+\Delta}^e] + (1 - H_e^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^e\} \\
&+ \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \Delta \{H_d^{e,e} \max[V_{e,t+\Delta}^s + u(Q_{d,t+\Delta}^{e,e}), V_{e,t+\Delta}^e] + (1 - H_d^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^e\} \\
&- [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e)] \Delta V_{e,t+\Delta}^e + (V_{e,t+\Delta}^e - V_{e,t}^e)
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Dividindo tudo por Δ e tomando o limite quando $\Delta \rightarrow 0$, obtêm-se para o indivíduo doméstico:

$$\begin{aligned}
V_{d,t}^s r &= \lambda_d^d m_d^d \psi^d \left\{ G_d^{d,d} \max[V_{d,t}^d - c_d^d(Q_{d,t}^{d,d}), V_{d,t}^s] + (1 - G_d^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^s \right\} \\
&+ \lambda_d^e m_e^d \psi^e \left\{ G_d^{e,d} \max[V_{d,t}^d - c_d^e(Q_{d,t}^{e,d}), V_{d,t}^s] + (1 - G_d^{e,d}) V_{d,t+\Delta}^s \right\} \\
&+ \lambda_d^d m_d^e \psi^d \left\{ G_d^{d,e} \max[V_{d,t}^e - c_d^d(Q_{d,t}^{d,e}), V_{d,t}^s] + (1 - G_d^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^s \right\} \\
&+ \lambda_d^e m_e^e \psi^e \left\{ G_d^{e,e} \max[V_{d,t}^e - c_d^e(Q_{d,t}^{e,e}), V_{d,t}^s] + (1 - G_d^{e,e}) V_{d,t+\Delta}^s \right\} \\
&- [\lambda_d^d \psi^d (m_d^d + m_d^e) + \lambda_d^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_{d,t}^s + \dot{V}_{d,t}^s
\end{aligned} \tag{5.13}$$

$$\begin{aligned}
V_{d,t}^d r &= \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \left\{ H_d^{d,d} \max[V_{d,t}^s + u(Q_{d,t}^{d,d}), V_{d,t}^d] + (1 - H_d^{d,d}) V_{d,t}^d \right\} \\
&+ \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \left\{ H_e^{d,d} \max[V_{d,t}^s + u(Q_{e,t}^{d,d}), V_{d,t}^d] + (1 - H_e^{d,d}) V_{d,t}^d \right\} \\
&- [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_{d,t}^d + \dot{V}_{d,t}^d
\end{aligned} \tag{5.14}$$

$$\begin{aligned}
V_{d,t}^e r &= \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \left\{ H_d^{d,e} \max[V_{d,t}^s + u(Q_{d,t}^{d,e}), V_{d,t}^e] + (1 - H_d^{d,e}) V_{d,t}^e \right\} \\
&+ \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \left\{ H_e^{d,e} \max[V_{d,t}^s + u(Q_{e,t}^{d,e}), V_{d,t}^e] + (1 - H_e^{d,e}) V_{d,t}^e \right\} \\
&- [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_{d,t}^e + \dot{V}_{d,t}^e
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Dividindo tudo por Δ e tomando o limite quando $\Delta \rightarrow 0$, obtêm-se para o indivíduo estrangeiro:

$$\begin{aligned}
V_{e,t}^s r &= \lambda_e^d m_d^d \psi^d \left\{ G_e^{d,d} \max[V_{e,t}^d - c_e^d(Q_{e,t}^{d,d}), V_{e,t}^s] + (1 - G_e^{d,d}) V_{e,t+\Delta}^s \right\} \\
&+ \lambda_e^e m_e^d \psi^e \left\{ G_e^{e,d} \max[V_{e,t}^d - c_e^e(Q_{e,t}^{e,d}), V_{e,t}^s] + (1 - G_e^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^s \right\} \\
&+ \lambda_e^d m_d^e \psi^d \left\{ G_e^{d,e} \max[V_{e,t}^e - c_e^d(Q_{e,t}^{d,e}), V_{e,t}^s] + (1 - G_e^{d,e}) V_{e,t+\Delta}^s \right\} \\
&+ \lambda_e^e m_e^e \psi^e \left\{ G_e^{e,e} \max[V_{e,t}^e - c_e^e(Q_{e,t}^{e,e}), V_{e,t}^s] + (1 - G_e^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^s \right\} \\
&- [\lambda_e^d \psi^d (m_d^d + m_d^e) + \lambda_e^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_{e,t}^s + \dot{V}_{e,t}^s
\end{aligned} \tag{5.16}$$

$$\begin{aligned}
V_{e,t}^d r &= \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \left\{ H_e^{e,d} \max[V_{e,t}^s + u(Q_{e,t}^{e,d}), V_{e,t}^d] + (1 - H_e^{e,d}) V_{e,t}^d \right\} \\
&+ \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e) \left\{ H_d^{e,d} \max[V_{e,t}^s + u(Q_{d,t}^{e,d}), V_{e,t}^d] + (1 - H_d^{e,d}) V_{e,t}^d \right\} \\
&- [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e)] V_{e,t}^d + \dot{V}_{e,t}^d
\end{aligned} \tag{5.17}$$

$$\begin{aligned}
V_{e,t}^e r &= \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \left\{ H_e^{e,e} \max[V_{e,t}^s + u(Q_{e,t}^{e,e}), V_{e,t}^e] + (1 - H_e^{e,e}) V_{e,t}^e \right\} \\
&+ \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e) \left\{ H_d^{e,e} \max[V_{e,t}^s + u(Q_{d,t}^{e,e}), V_{e,t}^e] + (1 - H_d^{e,e}) V_{e,t}^e \right\} \\
&- [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e)] V_{e,t}^e + \dot{V}_{e,t}^e
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Em equilíbrio estacionário, valem as seguintes equações para o indivíduo doméstico:

$$\begin{aligned}
V_d^s r = & \lambda_d^d m_d^d \psi^d \{ G_d^{d,d} \max[V_d^d - c_d^d(Q_d^{d,d}), V_d^s] + (1 - G_d^{d,d}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\
& + \lambda_d^e m_e^d \psi^e \{ G_d^{e,d} \max[V_d^d - c_d^e(Q_d^{e,d}), V_d^s] + (1 - G_d^{e,d}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\
& + \lambda_d^d m_d^e \psi^d \{ G_d^{d,e} \max[V_d^e - c_d^d(Q_d^{d,e}), V_d^s] + (1 - G_d^{d,e}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\
& + \lambda_d^e m_e^e \psi^e \{ G_d^{e,e} \max[V_d^e - c_d^e(Q_d^{e,e}), V_d^s] + (1 - G_d^{e,e}) V_{d,t+\Delta}^s \} \\
& - [\lambda_d^d \psi^d (m_d^d + m_d^e) + \lambda_d^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_d^s
\end{aligned} \tag{5.19}$$

$$\begin{aligned}
V_d^d r = & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \{ H_d^{d,d} \max[V_d^s + u(Q_d^{d,d}), V_d^d] + (1 - H_d^{d,d}) V_d^d \} \\
& + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \{ H_e^{d,d} \max[V_d^s + u(Q_e^{d,d}), V_d^d] + (1 - H_e^{d,d}) V_d^d \} \\
& - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_d^d
\end{aligned} \tag{5.20}$$

$$\begin{aligned}
V_d^e r = & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \{ H_d^{d,e} \max[V_d^s + u(Q_d^{d,e}), V_d^e] + (1 - H_d^{d,e}) V_d^e \} \\
& + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \{ H_e^{d,e} \max[V_d^s + u(Q_e^{d,e}), V_d^e] + (1 - H_e^{d,e}) V_d^e \} \\
& - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_d^e
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Em equilíbrio estacionário, valem as seguintes equações para o indivíduo estrangeiro:

$$\begin{aligned}
V_e^s r = & \lambda_e^d m_d^d \psi^d \{ G_e^{d,d} \max[V_e^d - c_e^d(Q_e^{d,d}), V_e^s] + (1 - G_e^{d,d}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\
& + \lambda_e^e m_e^d \psi^e \{ G_e^{e,d} \max[V_e^d - c_e^e(Q_e^{e,d}), V_e^s] + (1 - G_e^{e,d}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\
& + \lambda_e^d m_d^e \psi^d \{ G_e^{d,e} \max[V_e^e - c_e^d(Q_e^{d,e}), V_e^s] + (1 - G_e^{d,e}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\
& + \lambda_e^e m_e^e \psi^e \{ G_e^{e,e} \max[V_e^e - c_e^e(Q_e^{e,e}), V_e^s] + (1 - G_e^{e,e}) V_{e,t+\Delta}^s \} \\
& - [\lambda_e^d \psi^d (m_d^d + m_d^e) + \lambda_e^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_e^s
\end{aligned} \tag{5.22}$$

$$\begin{aligned}
V_e^d r = & \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \{ H_e^{e,d} \max[V_e^s + u(Q_e^{e,d}), V_e^d] + (1 - H_e^{e,d}) V_e^d \} \\
& + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \{ H_d^{e,d} \max[V_e^s + u(Q_d^{e,d}), V_e^d] + (1 - H_d^{e,d}) V_e^d \} \\
& - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e)] V_e^d
\end{aligned} \tag{5.23}$$

$$\begin{aligned}
V_e^e r = & \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \{ H_e^{e,e} \max[V_e^s + u(Q_e^{e,e}), V_e^e] + (1 - H_e^{e,e}) V_e^e \} \\
& + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) \{ H_d^{e,e} \max[V_e^s + u(Q_d^{e,e}), V_e^e] + (1 - H_d^{e,e}) V_e^e \} \\
& - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e)] V_e^e
\end{aligned} \tag{5.24}$$

Além disso, em estado estacionário devem valer as seguintes equações de equilíbrio de fluxos de moeda doméstica e estrangeira no país doméstico:

$$(1 - m_d^d - m_e^d)(\lambda_d^d m_d^d \psi^d + \lambda_e^d m_e^d \psi^e) = m_d^d [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_e^d \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.25)$$

$$(1 - m_d^d - m_e^d)(\lambda_d^d m_e^d \psi^d + \lambda_e^d m_e^e \psi^e) = m_e^d [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.26)$$

Analogamente, para o país estrangeiro, as seguintes relações de equilíbrio de fluxos de moeda doméstica e estrangeira devem valer:

$$(1 - m_e^d - m_e^e)(\lambda_e^d m_d^d \psi^d + \lambda_e^e m_e^d \psi^e) = m_e^d [\lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.27)$$

$$(1 - m_e^d - m_e^e)(\lambda_e^d m_e^d \psi^d + \lambda_e^e m_e^e \psi^e) = m_e^e [\lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.28)$$

As relações de equilíbrio de fluxo de moeda nos países estipulam que, em estado estacionário, devem ser constantes as proporções de indivíduos do tipo i que possuem moeda doméstica e moeda estrangeira em cada um dos países.

Múltiplos são os equilíbrios possíveis, a depender da aceitação das diferentes moedas, isto é, dos países em que estas circulam. Para os objetivos deste trabalho, duas são as situações de particular interesse. A primeira, sem substituição de moeda, é aquela em que a moeda doméstica é aceita apenas em transações entre indivíduos domésticos, a moeda estrangeira sempre é aceita por indivíduos estrangeiros e a moeda estrangeira é utilizada para transações internacionais. Note que neste caso a demanda doméstica por moeda estrangeira deve-se exclusivamente às importações. A segunda, com substituição de moeda, é aquela em que as moedas doméstica e estrangeira são utilizadas por indivíduos domésticos para realizar transações entre seus compatriotas, mas os indivíduos estrangeiros aceitam apenas a moeda estrangeira como forma de pagamento e a moeda estrangeira continua sendo a única utilizada para transações internacionais. Em ambos os casos a circulação da moeda doméstica está restrita aos limites territoriais do país doméstico, logo $m_e^d = 0$ em equilíbrio. A diferença entre elas está na área de circulação da moeda estrangeira. O objetivo então é encontrar as condições, em termos de integração comercial, para que haja a migração do primeiro para o segundo equilíbrio. Abaixo são analisados os dois casos e, em seguida, seus resultados são comparados.

Primeiro Caso: Sem Substituição de Moeda

No caso sem substituição de moeda, em que a moeda estrangeira não é usada para trocas entre indivíduos domésticos, as equações de Bellman de estado estacionário são as seguintes:

$$\begin{aligned} V_d^s r = & \lambda_d^d m_d^d \psi^d [V_d^d - c_d^d(Q_d^{d,d})] + \lambda_d^e m_e^d \psi^e [V_d^d - c_d^e(Q_d^{e,d})] \\ & + \lambda_d^d m_d^e \psi^d V_d^s + \lambda_d^e m_e^e \psi^e [V_d^e - c_d^e(Q_d^{e,e})] - [\lambda_d^d \psi^d (m_d^d + m_e^d) + \lambda_d^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_d^s \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} V_d^d r = & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) [V_d^s + u(Q_d^{d,d})] + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) V_d^d \\ & - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_d^d \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$\begin{aligned} V_d^e r = & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) V_d^e + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) [V_d^s + u(Q_d^{d,e})] \\ & - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_d^e \end{aligned} \quad (5.31)$$

$$\begin{aligned} V_e^s r = & \lambda_e^d m_d^d \psi^d V_e^s + \lambda_e^e m_e^d \psi^e V_e^s + \lambda_e^d m_d^e \psi^d [V_e^e - c_e^d(Q_e^{d,e})] \\ & + \lambda_e^e m_e^e \psi^e [V_e^e - c_e^e(Q_e^{e,e})] - [\lambda_e^d \psi^d (m_d^d + m_e^d) + \lambda_e^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_e^s \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} V_e^d r = & \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) V_e^d + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) [V_e^s + u(Q_d^{e,d})] \\ & - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d)] V_e^d \end{aligned} \quad (5.33)$$

$$\begin{aligned} V_e^e r = & \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) [V_e^s + u(Q_e^{e,e})] + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) [V_e^s + u(Q_d^{e,e})] \\ & - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d)] V_e^e \end{aligned} \quad (5.34)$$

Além disso, devem valer as seguintes condições de estado estacionário:

$$(1 - m_d^d - m_e^d) (\lambda_d^d m_d^d \psi^d + \lambda_d^e m_e^d \psi^e) = m_d^d \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) \quad (5.35)$$

$$(1 - m_d^d - m_e^d) m_e^e \psi^e = m_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) \quad (5.36)$$

$$m_e^d = 0 \quad (5.37)$$

$$(1 - m_e^d - m_e^e) (\lambda_e^d m_d^d \psi^d + \lambda_e^e m_e^e \psi^e) = m_e^e [\lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^d) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.38)$$

As demandas pelas moedas também devem ser factíveis, ou seja:

$$nm_d^d + (1 - n)m_e^d = m^d \Rightarrow nm_d^d = m^d \quad (5.39)$$

$$nm_d^e + (1 - n)m_e^e = m^e \quad (5.40)$$

É importante perceber que a circulação da moeda doméstica está restrita ao território do país doméstico, logo m_d^d está fixo, ou seja, é uma variável exógena. Isto equivale a dizer que a oferta de moeda doméstica m^d é endógena, i.e. a autoridade monetária do país doméstico estabelece que uma determinada proporção de sua população, m_d^d , deverá ter moeda doméstica e, então, ajusta a oferta desta em conformidade. Isto, por sua vez, implica que $\psi^d = \mathcal{G}^d$.

Quanto à oferta da moeda estrangeira, impõe-se que a autoridade monetária desse país, assim como a autoridade monetária doméstica, fixa que uma determinada proporção da população de seu país, m_e^e , deve manter sua moeda. Então, ajusta a oferta de sua moeda em concordância com este objetivo. Para isso, ela deve levar em consideração não apenas a demanda de oferta estrangeira de seu país, mas também a demanda por esta moeda no país doméstico, visto que os residentes deste aceitam aquela como forma de pagamento em transações internacionais. Sendo assim, resolvendo para o estado estacionário, encontram-se as seguintes condições de equilíbrio nos mercados de moeda⁹:

$$m^d = nm_d^d \quad (5.41)$$

$$m^e = m_e^e(1 - nm_d^d) \quad (5.42)$$

$$m_d^e = m_e^e(1 - m_d^d) \quad (5.43)$$

⁹ Por motivos de transitividade, que serão mais adiante discutidos, será imposto doravante que $\psi^e = \mathcal{G}^e$.

Introduzindo estas equações nas funções valor e resolvendo o sistema resultante, têm-se as equações de Bellman finais¹⁰.

Segundo Caso: Com Substituição de Moeda

No caso com substituição de moeda, as equações de Bellman de estado estacionário são as seguintes:

$$\begin{aligned} V_d^s r = & \lambda_d^d m_d^d \psi^d [V_d^d - c_d^d(Q_d^{d,d})] + \lambda_d^e m_e^d \psi^e [V_d^d - c_d^e(Q_d^{e,d})] \\ & + \lambda_d^d m_d^e \psi^d [V_d^e - c_d^d(Q_d^{d,e})] + \lambda_d^e m_e^e \psi^e [V_d^e - c_d^e(Q_d^{e,e})] \\ & - [\lambda_d^d \psi^d (m_d^d + m_d^e) + \lambda_d^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_d^s \end{aligned} \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} V_d^d r = & \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) [V_d^s + u(Q_d^{d,d})] + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) V_d^d \\ & - [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_d^d \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} V_e^e r = & \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) [V_d^s + u(Q_d^{d,e})] + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) [V_d^s + u(Q_e^{d,e})] \\ & - [\lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] V_d^e \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} V_e^s r = & \lambda_e^d m_d^d \psi^d V_e^s + \lambda_e^e m_e^d \psi^e V_e^s + \lambda_e^d m_d^e \psi^d [V_e^e - c_e^d(Q_e^{d,e})] \\ & + \lambda_e^e m_e^e \psi^e [V_e^e - c_e^e(Q_e^{e,e})] - [\lambda_e^d \psi^d (m_d^d + m_d^e) + \lambda_e^e \psi^e (m_e^d + m_e^e)] V_e^s \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} V_e^d r = & \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) V_e^d + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e) [V_e^s + u(Q_d^{e,d})] \\ & - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e)] V_e^d \end{aligned} \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} V_e^e r = & \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) [V_e^s + u(Q_e^{e,e})] + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e) [V_e^s + u(Q_d^{e,e})] \\ & - [\lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e) + \lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e)] V_e^e \end{aligned} \quad (5.49)$$

Além disso, devem valer as seguintes equações de estado estacionário:

$$(1 - m_d^d - m_d^e) (\lambda_d^d m_d^d \psi^d + \lambda_d^e m_e^d \psi^e) = m_d^d \lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e) \quad (5.50)$$

$$(1 - m_d^d - m_d^e) (\lambda_d^d m_d^e \psi^d + \lambda_d^e m_e^e \psi^e) = m_e^e [\lambda_d^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_e^e) + \lambda_d^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.51)$$

¹⁰ Pelo fato de estas equações serem muito complicadas, elas não serão apresentadas.

$$m_e^d = 0 \quad (5.52)$$

$$(1 - m_e^d - m_e^e)(\lambda_e^d m_d^e \psi^d + \lambda_e^e m_e^e \psi^e) = m_e^e [\lambda_e^d \mathcal{G}^d (1 - m_d^d - m_d^e) + \lambda_e^e \mathcal{G}^e (1 - m_e^d - m_e^e)] \quad (5.53)$$

Como no caso anterior, as demandas pelas moedas também devem ser factíveis, ou seja:

$$nm_d^d + (1 - n)m_e^d = m^d \Rightarrow nm_d^d = m^d \quad (5.54)$$

$$nm_d^e + (1 - n)m_e^e = m^e \quad (5.55)$$

Resolvendo o sistema acima, encontram-se as seguintes equações reduzidas¹¹:

$$m^d = nm_d^d \quad (5.56)$$

$$m^e = m_e^e (1 - nm_d^d) \quad (5.57)$$

$$m_d^e = m_e^e (1 - m_d^d) \quad (5.58)$$

Como já era esperado, as proporções de indivíduos detentores de cada uma das moedas não dependem da ocorrência ou não de substituição de moeda. Este resultado deve-se à forma como a política monetária está modelada, qual seja, ambos os países fixam exogenamente uma proporção de seus respectivos residentes que manterão a moeda nacional. Nestas condições, é evidente que o parâmetro que guia a política monetária dos países é o “tamanho de suas economias”, determinado por n .

É importante ressaltar que não se segue do fato de que as proporções de indivíduos com moeda doméstica e estrangeira em cada um dos países não dependem do regime monetário internacional que a possibilidade de substituição de moeda está descartada. A demanda pela moeda estrangeira por parte de indivíduos domésticos pode ter duas origens distintas. A

¹¹ Como já foi dito na nota de rodapé 9, por problemas de transitividade oriundos da maneira como se impôs a estrutura de especialização, é necessário impor que $\psi^e = \mathcal{G}^e$ para manter a estrutura deste modelo sem incorrer em problemas lógicos internos.

primeira é aquela em que os indivíduos domésticos demandam moeda estrangeira apenas para liquidarem transações internacionais, ou seja, trata-se de demanda de reservas para importações. Quando há substituição de moeda, a explicação para a demanda de moeda estrangeira por indivíduos domésticos é diferente. Ainda aqui, parte da demanda doméstica por moeda estrangeira deve-se às importações, porém, isto não é tudo. O que distingue este regime do anterior é a utilização da moeda estrangeira em transações envolvendo dois indivíduos domésticos. Portanto, é necessário ir mais além e mostrar que, a aceitação da moeda estrangeira em trocas entre indivíduos domésticos varia positivamente com a probabilidade de encontrar um indivíduo estrangeiro, pelo menos a partir de um nível mínimo de integração comercial. Esta é uma tarefa delegada para a próxima subseção.

Assim como mencionado acima, basta impor as equações de equilíbrio monetário nas equações de Bellman de estado estacionário e resolver o sistema para encontrar as equações finais do modelo.

5.2. Resolvendo o Modelo – Determinação das Quantidades

Como este é um modelo de bens divisíveis e moeda indivisível, faz-se necessário um mecanismo de barganha para endogeneizar a quantidade de bem que será entregue por cada unidade de moeda, ou seja, para encontrar os preços. Para atingir este objetivo, será adotada a solução de barganha axiomática de Nash (1950)¹².

Admita um comprador do país h que possui moeda do país m e que se encontra com um vendedor do país j . Caso haja alguma troca, a quantidade de bens negociada resolve o seguinte problema:

$$q_j^{h,m} = \arg \max \left\{ u(q_j^{h,m}) + V_h^s(Q_j^{h,m}, \bullet) - V_h^m(Q_j^{h,m} = 0, \bullet) \right\} \left[V_j^m(Q_j^{h,m}, \bullet) - c_j^h(q_j^{h,m}) - V_j^s(Q_j^{h,m} = 0, \bullet) \right] \quad (5.59)$$

sujeito às equações de Bellman de estado estacionário obtidas na seção anterior e às seguintes condições de racionalidade individual:

¹² A solução de barganha axiomática de Nash (1950) equivale à solução estratégica de Rubinstein (1982) quando o intervalo entre propostas e contrapropostas tende a zero.

$$u(q_j^{h,m}) + V_h^s(Q_j^{h,m}, \bullet) > V_h^m(Q_j^{h,m} = 0, \bullet) \quad (5.60)$$

$$V_j^m(Q_j^{h,m}, \bullet) - c_j^h(q_j^{h,m}) > V_j^s(Q_j^{h,m} = 0, \bullet) \quad (5.61)$$

O lado esquerdo das inequações acima fornece a utilidade dos indivíduos envolvidos em uma negociação, caso nela seja acertada uma quantidade estritamente positiva do bem transacionado. Já o lado direito destas inequações corresponde aos pontos de ameaça de cada uma das partes envolvidas. Ou seja, o bem-estar que estes indivíduos auferem caso uma das partes não concorde com os termos da troca e resolva abandonar a negociação, implicando quantidade nula de bem.

A solução de barganha define um mapeamento $q_j^{h,m} = q_j^{h,m}(Q_j^{h,m}, \bullet)$ de $q_j^{h,m} \in [0, \hat{q}_j^{h,m}]$ em si mesmo. Ou seja, se os outros indivíduos estão dando $Q_j^{h,m}$ por uma unidade da moeda m , então um par em específico concordará em trocar $q_j^{h,m} = q_j^{h,m}(Q_j^{h,m}, \bullet)$ por esta unidade de moeda. Um equilíbrio simétrico é definido como um ponto fixo $q_j^{h,m} = Q_j^{h,m}$.

Um equilíbrio pode ser de dois tipos: não-restrito e restrito. Um equilíbrio não-restrito ocorre quando resolve o problema não-condicionado de Nash e não viola as condições de racionalidade individual. Um equilíbrio restrito ocorre quando $q_j^{h,m}$ satisfaz estas restrições e uma delas é *binding*, e a solução não-condicionada de Nash viola a restrição *binding*¹³.

Repare que esta estrutura implica que, para determinar o equilíbrio, é necessário analisar oito situações de barganha distintas e interdependentes, conforme a nacionalidade dos indivíduos envolvidos na negociação e conforme a moeda que o comprador possui em seu portfólio. A resolução desse problema determina a zona de circulação de cada moeda, assim como o valor das mesmas em cada tipo de transação. Em outras palavras, a quantidade de equilíbrio encontrada em cada barganha tem duplo papel. Em primeiro lugar, se esta quantidade for nula, então a moeda mantida pelo comprador não circula nos limites territoriais do país do vendedor, não possuindo qualquer valor para os indivíduos residentes no mesmo. Por outro

¹³ Note que a possibilidade de uma restrição ser *binding* foi eliminada ao impor que só há troca se os ganhos de comércio forem estritamente positivos para cada uma das partes envolvidas na negociação. Assim, só há equilíbrio com quantidades estritamente positivas caso as restrições de racionalidade individual sejam atendidas; caso contrário, a quantidade de equilíbrio será zero.

lado, se esta quantidade for positiva, então esta moeda possui valor neste tipo de transação, e funciona como meio de troca.

No regime de substituição de moeda em análise, admite-se que, exceto por trocas envolvendo vendedor estrangeiro e comprador com moeda doméstica, todas as transações ocorrem com quantidades estritamente positivas. Há, entretanto, uma grande complicação. Para encontrar os pontos de ameaça dos indivíduos em cada negociação, é necessário encontrar os equilíbrios em outros dez regimes distintos.

Primeiramente, desconsidere as negociações com moeda estrangeira envolvendo comprador e vendedor domésticos. Adicionalmente, parta da hipótese de que vale o regime com substituição de moeda. Assim, para obter os pontos de ameaça no regime com substituição de moeda, é necessário encontrar separadamente o equilíbrio nas seguintes situações:

1. Tudo funciona como no regime com substituição de moeda, porém $q_d^{d,d} = 0$.
2. Tudo funciona como no regime com substituição de moeda, porém $q_e^{e,e} = 0$.
3. Tudo funciona como no regime com substituição de moeda, porém $q_d^{e,e} = 0$.
4. Tudo funciona como no regime com substituição de moeda, porém $q_e^{d,e} = 0$.
5. Tudo funciona como no regime com substituição de moeda, porém $q_d^{e,d} = 0$.

Resta ainda determinar os pontos de ameaça em transações com moeda estrangeira envolvendo comprador e vendedor domésticos. Para isso, deve-se estudar o equilíbrio sem substituição de moeda, o que, por sua vez, exige encontrar separadamente o equilíbrio nas seguintes situações:

6. Tudo funciona como no regime sem substituição de moeda, porém $q_d^{d,d} = 0$.
7. Tudo funciona como no regime sem substituição de moeda, porém $q_e^{e,e} = 0$.
8. Tudo funciona como no regime sem substituição de moeda, porém $q_d^{e,e} = 0$.
9. Tudo funciona como no regime sem substituição de moeda, porém $q_e^{d,e} = 0$.
10. Tudo funciona como no regime sem substituição de moeda, porém $q_d^{e,d} = 0$.

A condição de primeira ordem para solução interior, tomando os V 's como dados é a seguinte:

$$\frac{du(q_j^{h,m})}{dq_j^{h,m}} [V_j^m(Q_j^{h,m}, \bullet) - c_j^h(q_j^{h,m}) - V_j^s(Q_j^{h,m}, \bullet)] = \frac{dc_j^h(q_j^{h,m})}{dq_j^{h,m}} [u(q_j^{h,m}) + V_h^s(Q_j^{h,m}, \bullet) - V_h^m(Q_j^{h,m}, \bullet)]$$

(5.62)

Chega-se com isto a um sistema de oito equações e oito variáveis endógenas em cada um dos dez regimes apontados acima. A estratégia de resolução adotada aqui é a seguinte. Primeiramente, resolve-se o problema supondo solução interior, então as condições de racionalidade individual são checadas. Os resultados obtidos devem ser compatíveis com o regime de substituição de moeda no país doméstico para níveis elevados de integração comercial e estarem de acordo com o regime sem substituição de moeda para baixos níveis de integração comercial.

A resolução deste sistema é bastante complicada e não permite soluções analíticas ou algébricas. Por este motivo, para determinar as quantidades de equilíbrio, foram utilizados métodos numéricos. Por simplicidade e seguindo Craig & Waller (2004) impôs-se uma especificação afim para as funções custo, ou seja, $c_j^h(q_j^{h,m}) = \beta_j^h q_j^{h,m}$. Admite-se também que há custos relacionados ao comércio internacional, o que se traduz em $\beta_j^j < \beta_j^h$, para $h \neq j$. Quanto à função utilidade, adotou-se, seguindo Craig & Waller (2004), a seguinte função utilidade: $u(q_j^{h,m}) = q_j^{h,m^\alpha}$, em que $0 < \alpha \leq 1$.

5.3. Simulação

Quanto ao parâmetro de aversão ao risco, fixou-se $\alpha = 0,5$, por ser um valor frequentemente apontado na literatura. A mesma justificativa aplica-se à taxa de desconto intertemporal r , que foi fixada em 5%, implicando que o futuro vale aproximadamente 95% do presente.

Outra imposição é que o país estrangeiro é mais produtivo e, portanto, possui menores custos marginais, ou seja: $\beta_e^k < \beta_d^k$, $k = d, e$. Note que os custos marginais do país estrangeiro são

menores que os do país doméstico tanto quando se produz para o mercado nacional quanto para o mercado internacional. Isto significa que as vantagens em termos de produtividade do país estrangeiro não são compensadas, por exemplo, por uma melhor estrutura de transportes do país doméstico¹⁴. Assim, os parâmetros de custo marginal foram fixados em $\beta_e^e = 0,1$, $\beta_e^d = 0,3$, $\beta_d^d = 0,2$ e $\beta_d^e = 0,5$. Quanto aos parâmetros de especialização, estabeleceu-se que $g^d = g^e = 0,03$.

No que diz respeito às probabilidades de encontros entre compatriotas, impôs-se que $\lambda_d^d = \lambda_e^e = 0,5$. Repare que o grau de integração comercial não possui nenhum impacto sobre as probabilidades de encontros entre compatriotas. Por este motivo, os referidos parâmetros são mantidos fixos na simulação. Quanto às ofertas de moeda doméstica e estrangeira, tem-se que $m_d^d = m_e^e = 0,5$. A imposição deste valor não foi baseada em qualquer estudo prévio. Contudo, como o objetivo aqui é isolar os efeitos do comércio internacional sobre a circulação das moedas, julgou-se conveniente fixar que em ambos os países as autoridades procuram manter a mesma proporção de indivíduos com a moeda nacional.

A idéia então consiste em variar n e λ_d^e e verificar o que acontece com as quantidades e, portanto, com os preços de equilíbrio. Lembre que estes são os dois parâmetros fundamentais do modelo, pois fornecem uma medida do tamanho relativo dos países e do grau de integração econômica.

Os resultados das simulações realizadas são apresentados nas tabelas abaixo. A Tabela 5.1 mostra o comportamento da quantidade negociada entre um vendedor e um comprador domésticos em troca de uma unidade da moeda estrangeira. Em primeiro lugar, é importante perceber que, para níveis de integração comercial inferiores a 30%, estes indivíduos não entram em acordo e, portanto, a quantidade negociada é zero. Entretanto, o comportamento desta variável apresenta uma descontinuidade. Note que a partir do momento em que o grau de integração comercial atinge o patamar mínimo de 30%, a quantidade negociada torna-se estritamente positiva, saltando de zero para dois, aproximadamente. Este ponto é de particular

¹⁴ Esta parece uma hipótese bastante razoável quando se analisam os países da América Latina em relação aos Estados Unidos. Na realidade, é de se esperar que as vantagens americanas no processo produtivo sejam amplificadas no comércio com estes países em virtude dos sistemas de transportes ineficientes latino-americanos, além de fatores institucionais.

interesse para os propósitos desta dissertação, pois confirma a expectativa inicial de existência de uma relação causal da integração comercial sobre a aceitação da moeda estrangeira em transações envolvendo apenas indivíduos domésticos. Mais especificamente, o resultado obtido mostra que é necessário um nível mínimo de integração comercial para que o fenômeno da substituição de moeda seja despertado. Em segundo lugar, é relevante o resultado de que a quantidade negociada em tais transações torna-se crescente à medida que o grau de integração comercial aumenta. Este também é um resultado esperado, pois mostra que a moeda estrangeira torna-se progressivamente mais valiosa no mercado doméstico à medida que a integração comercial aumenta, dado que esta moeda circula dentro dos limites territoriais domésticos.

Esta conclusão é interessante também por um outro aspecto. Lembre que uma crítica apontada aos estudos empíricos é que eles consideram apenas a demanda doméstica total pela moeda estrangeira, sem analisar o uso desta no país em questão. Assim, estes trabalhos implicitamente assumem que a elevação da demanda pela moeda estrangeira é uma condição necessária e, em alguns casos, suficiente para caracterizar a substituição de moeda. Contudo, o resultado aqui obtido mostra que a elevação da demanda doméstica pela moeda estrangeira não é nem condição necessária nem suficiente para a ocorrência deste fenômeno, pois este é observado apesar de a proporção de indivíduos domésticos detentores de moeda estrangeira não se alterar.

Ainda com relação a $q_d^{d,e}$, cabe ressaltar que a medida do país doméstico teve pequena influência sobre os resultados, porém na direção esperada. Note que a aceitação da moeda estrangeira em transações envolvendo indivíduos domésticos é menor à medida que o país doméstico cresce em relação ao país estrangeiro. Esta observação é válida tanto para determinar a ocorrência ou não de substituição de moeda, quanto para a análise do valor da moeda estrangeira no equilíbrio em que este fenômeno já se verifica. Embora este fato não seja reportado na Tabela 5.1, a simulação indica que à medida que o país doméstico cresce em relação ao país estrangeiro, maior é o nível de integração comercial mínimo necessário para que a moeda estrangeira seja aceita em transações exclusivamente domésticas. Contudo, as diferenças entre estes níveis são bastante pequenas, razão pela qual seus valores não são apresentados.

Tabela 5.1: $q_d^{d,e}$

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,00	0,00	2,05	2,77	3,25
0,2	0,00	0,00	2,05	2,75	3,22
0,3	0,00	0,00	2,04	2,73	3,18
0,4	0,00	0,00	2,04	2,71	3,13
0,5	0,00	0,00	2,04	2,69	3,08

A Tabela 5.2 apresenta o comportamento da quantidade negociada entre um vendedor doméstico e um comprador estrangeiro em troca de uma unidade da moeda estrangeira. Observe que, exceto pelo salto quando o nível de integração comercial atinge 30% (nível exigido para ocorrência de substituição de moeda), o comportamento desta variável é relativamente estável com uma suave tendência de decrescimento à medida que a integração comercial aumenta.

Esta relativa estabilidade em um dado regime deve-se ao fato de que aumentar a integração comercial significa elevar a probabilidade de um encontro internacional, independentemente do estado do indivíduo, comprador ou vendedor. Ou seja, os efeitos da integração comercial sobre o ponto de ameaça do comprador e do vendedor são na mesma direção, em um dado regime. Por outro lado, os impactos da variação em λ_d^e sobre o ponto de ameaça de um comprador e de um vendedor em transações internacionais podem ser assimétricos a depender do tamanho relativo dos países. Como $\lambda_d^e = \frac{1-n}{n} \lambda_e^d$, tem-se que os impactos da integração comercial do país doméstico só serão simétricos caso os dois países considerados tenham a mesma medida. Mais ainda, a diferença entre estes impactos decresce à medida que o país pequeno (doméstico) cresce. Com base na Tabela 5.2, também é possível perceber que a sensibilidade de $q_d^{e,e}$ em relação ao tamanho do país doméstico é baixa. Além disso, $q_d^{e,e}$ varia positivamente com n , embora de forma pouco intensa. Este é um resultado contra-intuitivo, pois parece sinalizar que quanto maior for o país doméstico, piores serão as condições com que ele se insere no comércio internacional.

A elevação da quantidade negociada quando da migração de um regime sem substituição de moeda para outro com substituição de moeda já era esperada. Pelo fato de a moeda estrangeira agora ser aceita em transações domésticas, ela se torna mais valiosa para um

indivíduo doméstico. Assim, um vendedor deste país, ao negociar com um comprador estrangeiro detentor de moeda estrangeira, está disposto a oferecer uma quantidade maior do bem que produz em troca de uma unidade daquela moeda. Esta disposição aumenta porque, ao receber esta moeda e se tornar um comprador doméstico com moeda estrangeira, este indivíduo tem a possibilidade de, subseqüentemente, obter o bem que deseja não apenas de um vendedor estrangeiro, mas também de um vendedor doméstico. Contrariamente a esta explicação, pode-se argumentar que, pelo fato de o vendedor doméstico agora conseguir moeda estrangeira também em negociações domésticas, um comprador estrangeiro deve aceitar uma quantidade menor de bens em transações internacionais. De fato, este efeito na direção contrária ao resultado obtido também está presente, porém o primeiro efeito parece predominar.

Tabela 5.2: $q_d^{e,e}$

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	6,08	5,87	16,27	15,07	14,17
0,2	6,08	5,88	16,30	15,10	14,19
0,3	6,09	5,88	16,34	15,13	14,22
0,4	6,09	5,89	16,37	15,15	14,23
0,5	6,09	5,90	16,41	15,16	14,22

A Tabela 5.3 apresenta o comportamento da quantidade negociada entre um vendedor estrangeiro e um comprador doméstico em troca de uma unidade da moeda estrangeira. Assim como no caso anterior, há uma elevação abrupta da quantidade negociada quando o nível de integração comercial atinge o valor mínimo exigido para ocorrência de substituição de moeda. Além disso, em cada regime, esta variável é bastante estável com uma leve tendência de decrescimento à medida que o nível de integração comercial aumenta. A elevação da quantidade negociada quando da migração do regime sem substituição de moeda para o outro, com substituição de moeda, já era esperada. Como o comprador doméstico, na presença de substituição de moeda, tem a possibilidade de trocar sua unidade de moeda estrangeira por bens de um vendedor doméstico, o vendedor estrangeiro deve aumentar a quantidade oferecida do bem que produz para induzir o comprador doméstico à troca. Por fim, perceba que, diferentemente do caso anterior, $q_e^{d,e}$ varia inversamente com a medida do país doméstico. Este resultado reforça a conclusão do caso anterior em que os termos de troca variam inversamente com a medida do país doméstico.

Tabela 5.3: $q_e^{d,e}$

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	6,85	6,80	16,66	16,73	16,67
0,2	6,83	6,76	16,30	15,10	14,19
0,3	6,81	6,72	16,34	15,13	14,22
0,4	6,78	6,66	16,37	15,15	14,23
0,5	6,75	6,59	16,41	15,16	14,22

A Tabela 5.4 reporta o comportamento da quantidade negociada entre um vendedor e um comprador estrangeiros em troca de uma unidade da moeda de mesma nacionalidade. Em termos qualitativos, esta variável comporta-se de maneira similar à anterior. Note que, dado um regime, $q_e^{e,e}$ apresenta uma suave tendência de queda como resposta a aumentos exógenos de λ_d^e . Porém, ao migrar do equilíbrio sem substituição de moeda para o regime com substituição de moeda, $q_e^{e,e}$ sofre uma elevação acentuada. São dois os motivos para esta descontinuidade. Em primeiro lugar, o ponto de ameaça do vendedor estrangeiro torna-se mais baixo pelo fato de ter que oferecer, em transações internacionais, uma quantidade maior do bem que produz. Em segundo lugar, o ponto de ameaça do comprador estrangeiro aumenta. Como foi discutido acima, na presença de substituição de moeda, $q_d^{e,e}$ aumenta e, portanto, o comprador estrangeiro passa a exigir em transações com seus compatriotas uma quantidade de bens maior.

Finalmente, a quantidade negociada varia negativamente com o tamanho do país doméstico, logo positivamente com o tamanho do país estrangeiro. Este resultado indica que, *ceteris paribus*, o bem-estar dos consumidores, em transações nacionais, aumenta juntamente com o crescimento de seu país.

Tabela 5.4: $q_e^{e,e}$

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	9,55	9,49	20,91	20,64	20,36
0,2	9,49	9,38	20,05	19,50	18,95
0,3	9,42	9,24	19,08	18,25	17,46
0,4	9,33	9,07	17,97	16,92	15,95
0,5	9,21	8,88	16,76	15,57	14,57

Para finalizar a análise dos resultados da simulação, resta estudar a Tabela 5.5. Nela é retratado o comportamento da quantidade negociada entre um vendedor e um comprador domésticos em troca de uma unidade da moeda de mesma nacionalidade. Esta variável tende a cair suavemente em um dado regime, conforme o nível de integração comercial aumenta. Contudo, ao migrar do regime sem substituição de moeda para o regime com substituição de moeda, $q_d^{d,d}$ aumenta bruscamente. Este resultado parece contrariar as expectativas iniciais. Em princípio seria de se esperar que, nesta migração, houvesse uma redução de $q_d^{d,d}$. Isto porque, na presença de substituição de moeda, o vendedor doméstico pode também vender para um compatriota detentor da moeda estrangeira. Adicionalmente, o comprador doméstico com moeda doméstica não tem mais para quem repassar esta se não para um indivíduo de mesma nacionalidade. Conseqüentemente, a substituição de moeda deveria ter efeitos assimétricos a favor do vendedor doméstico neste tipo de transação. Todavia, este raciocínio ignora o fato de que, em transações internacionais, o vendedor doméstico deve agora oferecer uma quantidade maior do bem que produz, o que diminui os ganhos de comércio por ele apropriado também nas transações domésticas com moeda deste país.

Quanto aos efeitos do crescimento populacional, os resultados aqui obtidos são coerentes com a conclusão obtida no caso anterior. Note que $q_d^{d,d}$ varia positivamente com o tamanho do país doméstico, indicando que, *ceteris paribus*, o bem-estar dos consumidores, em transações domésticas, aumenta juntamente com o crescimento do país em que residem.

Tabela 5.5: $q_d^{d,d}$

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	7,28	7,27	18,52	18,19	17,94
0,2	7,28	7,27	18,52	18,20	17,96
0,3	7,28	7,27	18,53	18,21	17,97
0,4	7,28	7,27	18,54	18,22	17,99
0,5	7,28	7,28	18,55	18,23	18,00

É importante prestar atenção para uma outra lição relevante que se pode tirar destes resultados. Note que, quando as economias doméstica e estrangeira tornam-se suficientemente integradas para que o fenômeno da substituição de moeda ocorra, há uma sensível elevação de todas as quantidades negociadas. Esta elevação de quantidades, por sua vez, nada mais é do que a contrapartida de uma grande redução de preços. Sendo assim, conclui-se que o processo de substituição de moeda desencadeia uma deflação em ambos os países e em transações internacionais. Disto seguem-se conseqüências distributivas significativas em favor dos consumidores e em detrimento dos produtores.

Não apenas os preços mudam em nível geral, como eles também se alteram em termos relativos. Como conseqüência da substituição de moeda a relação $\frac{q_d^{d,e}}{q_d^{d,d}}$ eleva-se e continua a aumentar à medida que o grau de integração comercial cresce. Portanto, percebe-se uma depreciação real da moeda doméstica *vis-à-vis* a moeda estrangeira no país doméstico¹⁵.

Quanto aos termos de troca, $\frac{q_e^{d,e}}{q_d^{e,e}}$, verifica-se que a substituição de moeda tem como conseqüência a sua redução para a unidade¹⁶. Mais ainda, este valor mantém-se, apesar de aumentos na integração comercial. Estes dois resultados são apresentados na Tabela 5.6 e na Tabela 5.7.

¹⁵ Como as moedas são indivisíveis e apenas uma unidade monetária pode ser mantida, a taxa de câmbio nominal está determinada de saída, igual a um.

¹⁶ Existe, porém, uma exceção. Para $n = 0,1$ há uma forte queda dos termos de troca no momento de transição para o regime com substituição de moeda, ficando em torno de 1,02. Porém, conforme as economias continuam a se abrir para o comércio internacional, os termos de troca voltam a crescer.

Tabela 5.6: Taxa de Câmbio Real

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	0,00	0,00	0,11	0,15	0,18
0,2	0,00	0,00	0,11	0,15	0,18
0,3	0,00	0,00	0,11	0,15	0,18
0,4	0,00	0,00	0,11	0,15	0,17
0,5	0,00	0,00	0,11	0,15	0,17

Tabela 5.7: Termos de Troca

n	Integração Comercial				
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,1	1,13	1,16	1,02	1,11	1,18
0,2	1,12	1,15	1,00	1,00	1,00
0,3	1,12	1,14	1,00	1,00	1,00
0,4	1,11	1,13	1,00	1,00	1,00
0,5	1,11	1,12	1,00	1,00	1,00

5.4. Extensões

Nesta seção são apresentados avanços recentes na literatura de modelos de trocas descentralizadas para questões de natureza monetária. Avançar no desenvolvimento de um modelo exige, antes de tudo, reconhecer as limitações do mesmo. É necessário ter uma compreensão exata de quais são as hipóteses realmente restritivas e identificar quais são as perguntas que este modelo é capaz de responder satisfatoriamente e quais são as perguntas que ele não responde. Se as respostas obtidas não são robustas às hipóteses impostas, então este modelo pode ser pouco confiável.

O modelo apresentado é de bens divisíveis e moedas indivisíveis. Escolheu-se esta estratégia de modelagem por ser mais simples do que os modelos de moeda e bens perfeitamente divisíveis. Desta forma, foi possível analisar os impactos sobre as demandas pela diferentes moedas, sem incorrer em complicações técnicas desnecessárias. A questão que se coloca é a seguinte. Os resultados obtidos são sensíveis a esta restrição? A opinião do autor é que não.

Se por um lado, sofisticar o modelo ao permitir moedas divisíveis não deve alterar os resultados qualitativos do modelo mais simples apresentado, por outro permite que se avance

em outras direções. Conforme destacado por Shi (1997b), o modelo com moeda indivisível tem como implicação imediata a não-neutralidade da moeda. Quando a moeda é indivisível e cada detentor de moeda é limitado a manter e trocar uma única unidade deste ativo, um aumento na oferta monetária faz com que a proporção de compradores também aumente. Como a quantidade de bem oferecido em troca de uma unidade de moeda depende da proporção de compradores na economia, segue-se que alterar a oferta monetária tem efeitos reais. Em outras palavras, a não-neutralidade da moeda advém da vinculação artificial entre a oferta de moeda e a proporção de compradores na economia. Além disso, os modelos com moeda indivisível geram previsões pouco razoáveis com relação à superneutralidade da moeda. Perceba que, para qualquer taxa de crescimento da oferta monetária, a proporção de indivíduos detentores de moeda cresce exponencialmente. Assim, mais cedo ou mais tarde, toda a população será detentora de moeda, logo esta não terá nenhuma serventia.

Com o intuito de contornar estas deficiências, Shi (1997b) desenvolve um modelo em que a moeda e os bens são perfeitamente divisíveis. Neste modelo, embora a moeda seja neutra, ela não é superneutra. Em particular, taxas elevadas de crescimento da oferta monetárias têm efeitos perversos sobre o nível de produto da economia. O referido autor também mostra que, em sendo a proporção de componentes detentores de moeda em unidade familiar exógena, a taxa de crescimento ótima da oferta monetária obedece à regra de Friedman¹⁷. Por outro lado, caso esta proporção seja endógena, respondendo à própria taxa de crescimento do estoque monetário, então aquela regra pode não ser válida. Mais especificamente, Shi (1997b) encontra que a oferta de moeda deve crescer a uma taxa superior (ainda que próxima) à recomendada por Friedman. Sendo assim, conclui que existem ganhos de bem-estar decorrentes da inflação. Este resultado é devido ao caráter não-walrasiano do modelo, que destaca as fricções existentes no processo de troca. Como é ressaltado naquele artigo, este papel positivo da taxa de crescimento da oferta de moeda está ausente nos modelos padrões porque neles todas as trocas desejáveis são realizadas instantaneamente pelo leiloeiro walrasiano.

É importante também o fato de que no modelo apresentado na seção anterior não há um mercado de moeda, em que os indivíduos possam trocar diretamente moeda doméstica por moeda estrangeira. Esta é uma hipótese muito restritiva que possui implicações imediatas

¹⁷ Ou seja, a taxa de crescimento da oferta monetária deve igualar-se à taxa de desconto intertemporal subjetiva das famílias.

sobre os resultados do modelo. Mais do que uma hipótese, ela é uma consequência do tipo de modelo adotado, de moeda indivisível. Se o modelo apresentado for simplesmente expandido para incorporar um mercado de moedas, a taxa de câmbio nominal é determinada de saída igual à unidade. Para superar esta deficiência, duas são as possíveis estratégias de modelagem. A primeira consiste em admitir que os agentes possam manter qualquer quantidade inteira positiva de moeda e em qualquer composição. A segunda é manter a hipótese de que só é possível manter uma unidade de moeda, mas que esta é perfeitamente divisível e permitir qualquer composição. Ambos os casos trazem complicações adicionais, pois introduzem uma nova dimensão ao sistema, qual seja, a participação de cada moeda no portfólio de cada tipo de indivíduo.

Um aspecto a ser explorado diz respeito aos impactos da integração comercial sobre a distribuição dos indivíduos em cada país. A teoria clássica de comércio internacional defende que, em um ambiente de total abertura comercial, as diferentes nações devem especializar-se na produção dos bens em que possuem vantagens comparativas. No modelo apresentado, entretanto, isto não foi considerado; ao contrário, assumiu-se que a distribuição dos indivíduos não se altera apesar da crescente integração comercial. Este é um ponto deficiente do modelo e que merece especial atenção, pois pode ter implicações diretas sobre os resultados qualitativos obtidos.

Um outro ponto ainda merece atenção. Refere-se aos impactos da integração comercial sobre a taxa de crescimento da economia, o que exige entender como a integração comercial afeta a acumulação de capital. Em estado estacionário, mudará a intensidade de capital somente se houver mudança de tecnologia, dado que as preferências (particularmente a taxa de desconto intertemporal) não devem mudar. A experiência recente da economia brasileira parece corroborar a hipótese de que a abertura comercial implica mudanças tecnológicas. Este é um aspecto relevante porque se relaciona com as funções custo e, portanto, é determinante na aceitação de uma moeda conforme as condições de compatibilidade de participação.

Em termos normativos, cabe ainda analisar os impactos em termos de bem-estar advindos da integração comercial, considerando os seus efeitos monetários. É necessário também encontrar as novas condições e possibilidades que se colocam para os gestores das políticas monetária e fiscal, o que, por sua vez, exige que a moeda seja perfeitamente divisível ou que possa ser mantida em quantidades inteiras positivas.

6. ESBOÇO DE MODELO DE *SEARCH* COM MOEDAS E BENS DIVISÍVEIS

Este capítulo é dedicado ao desenvolvimento de um esboço de um modelo de equilíbrio geral dinâmico com trocas descentralizadas em economia aberta onde as moedas e os bens são perfeitamente divisíveis. A forma de modelagem é similar à apresentada em Shi (1997b) onde se estuda o caso de uma economia fechada e uma única moeda.

Conforme discutido anteriormente, ao permitir que as moedas também sejam divisíveis, pode-se analisar questões referentes à condução da política monetária de forma mais satisfatória.

6.1. Hipóteses

Existem dois países: o país doméstico, denotado por d , e o país estrangeiro, e . O governo do país h ($=d, e$) possui o direito exclusivo de emitir a sua moeda, M_h . Estas moedas são objetos intrinsecamente sem valor; isto é, elas não geram utilidade diretamente nem são aplicadas como insumos na produção. A única função potencial destes objetos é a de meio de troca.

O mundo é habitado por um contínuo de unidades familiares compreendido no intervalo $\Phi = \{f \in \mathbb{R}_+ : 0 \leq f \leq 1\}$. A população do país doméstico é definida pelo conjunto de unidades familiares $\Phi_d = \{f_d \in \Phi : 0 \leq f_d \leq n\}$, $n < 1$. Logo, a população do país estrangeiro é dada pelo conjunto complementar a Φ_d , $\Phi_e = \{f_e \in \Phi : n < f_e \leq 1\}$. Repare que n é o parâmetro que define a medida (fixa) dos países, não havendo a possibilidade de migração. Cada unidade familiar é composta por um contínuo, com medida unitária, de indivíduos. Além disso, elas possuem vida eterna e tomam suas decisões simultaneamente por períodos.

O conjunto de bens da economia mundial é dado por $B = \{b \in \mathbb{R}_+ : 0 \leq b \leq 1\}$ e estes bens são não-estocáveis (perecíveis). Esta hipótese exclui a possibilidade de uma mercadoria ser

utilizada como meio de troca e é imposta porque este trabalho focaliza sobre a escolha entre duas moedas fiduciárias e não a questão de moeda-mercadoria versus moeda-fiduciária¹.

As unidades familiares especializam-se na produção. Existe uma função sobrejetiva $g_h : f_h \mapsto b$, que define f_h como produtora de b no país h . Define-se $\Xi_h(b) = \{f_h \in \Phi_h : g_h(f_h) = b\}$ como o conjunto de famílias produtoras do bem b no país h , chamadas de unidades familiares do tipo b no país h e denotadas por $f_h(b)$. Assim, a função g_h define uma distribuição de probabilidades $G_h(B)$ de tipos de unidades familiares em cada país, definida como $\Pr ob_h[f_h(b) \leq B]$, $B \in B$. A produção é instantânea e implica um custo em termos de utilidade $\psi_h(Q)$, sendo que $\psi_h(0) = 0$, $\psi'_h(Q) > 0$ e $\psi''_h(Q) < 0$.

O conjunto de bens de consumo da unidade familiar f_h é dado pelo conjunto $K(f_h)$, sendo que $\bigcup_{f_h} K(f_h) = B$ e $g_h(f_h) \notin K(f_h)$. Por simplicidade, assume-se que todos os bens pertencentes ao conjunto de consumo de uma unidade familiar são igualmente desejáveis², o que implica que eles são substitutos perfeitos. A função utilidade instantânea é $u(C_{f_h})$, onde $C_{f_h} = \int_{b \in K(f_h)} Q(b) db$, em que $Q(b)$ denota a quantidade consumida do bem b . Esta função utilidade possui as seguintes características: $u(0) = 0$, $u'(C_{f_h}) > 0$ e $u''(C_{f_h}) < 0$.

Cada unidade familiar f_h recebe uma transferência *lump-sum*, de valor $\mu_{h,t} > 0$, do governo do país h de tal forma a manter o estoque nominal de M_h crescendo a uma taxa constante $\eta_h > 0$. Assim, $n\mu_{d,t+1} = (\eta_d - 1)M_{d,t}^S$ e $(1-n)\mu_{e,t+1} = (\eta_e - 1)M_{e,t}^S$, onde $M_{h,t}^S$ corresponde à oferta de M_h em t .

O governo do país h cobra uma taxa $\tau_h \geq 0$ incidente sobre o valor nominal das importações realizadas por seus residentes. Diz-se que o país h abre-se ao comércio internacional quando

¹Neste sentido, o modelo aqui apresentado assemelha-se aos modelos de *cash-in-advance*, uma vez que se impõe o uso de moeda fiduciária como meio de troca. Porém, há uma diferença fundamental, a moeda fiduciária utilizada não é imposta arbitrariamente. Ao contrário, os indivíduos escolhem entre duas moedas qual será a utilizada para cada tipo de transação. Este ponto ficará mais claro adiante.

²Kiyotaki & Wright (1991) desenvolvem um modelo em que as preferências com relação aos bens não são uniformes.

o seu governo reduz exogenamente a sua taxa de importação. Admite-se que não existem outras barreiras ao comércio internacional e que não há custos de transporte.

A cada período, os indivíduos de unidades familiares distintas encontram-se aleatoriamente³ em pares, sendo que a probabilidade por período de tempo de um indivíduo do país h encontrar um indivíduo do país k ($= d, e$) é dada por λ_h^k . Uma possível interpretação para λ_h^k é como o parâmetro que mede o grau de integração econômica entre o país h e o país k . Assume-se que é sempre mais fácil encontrar um compatriota do que um indivíduo proveniente de outro país, ou seja, $\lambda_h^h > \lambda_h^k$ para $h \neq k$. Conforme destacado por Head & Shi (2003), um país pode ser definido como um conjunto de unidades familiares cuja probabilidade de encontros entre seus membros é elevada e que recebem transferências de uma mesma moeda. É importante ressaltar que λ_d^e e λ_e^d não são independentes uma vez que $n\lambda_d^e \equiv (1-n)\lambda_e^d$, em que ambos os lados fornecem a expectativa do número de encontros internacionais. Adicionalmente, como a cada período, cada indivíduo encontra-se com alguém, tem-se que $\lambda_h^h \equiv 1 - \lambda_h^k$, para $h \neq k$.

Em cada período t , f_h é composta por três conjuntos disjuntos de indivíduos. O primeiro, denotado por $X_{f_h,t}^p$, é formado por indivíduos que se dedicam à produção e tem medida $\pi_{f_h,t}^p$. Os outros dois conjuntos, denotados por $X_{f_h,t}^m$ ($m = d, e$), são formados por indivíduos detentores da moeda de nacionalidade m e suas medidas são dadas por $\pi_{f_h,t}^m$.

No início de cada período t , f_h divide os seus saldos nominais de M_m igualmente entre os

indivíduos pertencentes a $X_{f_h,t}^m$. Ou seja, um indivíduo pertencente a $X_{f_h,t}^m$ recebe $\frac{M_{f_h,t}^m}{\pi_{f_h,t}^m}$,

onde $M_{f_h,t}^m$ é o saldo nominal de moeda de nacionalidade m em posse da unidade familiar f_h no período t . Após esta divisão, cada membro $i \in f_h$ encontra aleatoriamente um indivíduo $(-i) \in (-f)_k$, $(-f)_k \in \Phi$. A depender das nacionalidades dos indivíduos e das moedas envolvidas, do grupo intra-familiar a que estes indivíduos pertencem, e do tipo de unidade

³ Corbae, Temzelides & Wright (2000) desenvolvem um modelo em que os indivíduos escolhem quem eles encontrarão, ao invés de os encontros serem aleatórios.

familiar de que fazem parte, os mesmos decidem-se com relação à troca. Esta, por sua vez, pode ser de três tipos. No primeiro caso, tem-se uma troca direta de bens. O segundo tipo envolve apenas trocas de moedas, tratando-se de transações cambiais. O terceiro diz respeito a trocas de uma moeda por um bem, sendo chamadas de transações monetárias.

Os indivíduos da unidade familiar f_h que obtêm êxito na troca podem ser classificados em grupos conforme o tipo de transação de que participam. Primeiramente, tem-se o conjunto formado por indivíduos que realizam trocas diretas de bens e é denotado por $T_{(-f)_k}^d(X_{f_h,t}^p)$. O segundo, denotado por $T_{(-f)_k}^m(X_{f_h,t}^p)$, é formado por indivíduos que se dedicam à produção e que vendem o bem que produzem aos indivíduos da família $(-f)_k$ que possuem moeda do país m . O terceiro, denotado por $T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t}^m)$, é formado por indivíduos que pertencem ao conjunto de detentores de moeda do país m e que trocam com indivíduos produtores da família $(-f)_k$ que se dedicam à produção. Finalmente, existem os conjuntos de indivíduos que realizam trocas cambiais, $T_{(-f)_k}^z(X_{f_h,t}^m)$. Trata-se de indivíduos detentores de moeda de nacionalidade m e que trocam seus saldos nominais, ou parte deles, por moeda do país z ($z = d, e$) com indivíduos da família $(-f)_k$. Todos estes conjuntos são definidos formalmente abaixo:

$$T_{(-f)_k}^d(X_{f_h,t}^p) = \{i \in X_{f_h,t}^p : (-i) \in X_{(-f)_k,t}^p; g_k(-f)_k \in K(f_h), g_h(f_h) \in K((-f)_k)\};$$

$$T_{(-f)_k}^m(X_{f_h,t}^p) = \{i \in X_{f_h,t}^p : (-i) \in X_{(-f)_k,t}^m; g_h(f_h) \in K((-f)_k)\};$$

$$T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t}^m) = \{i \in X_{f_h,t}^m : (-i) \in X_{(-f)_k,t}^p; g_k((-f)_k) \in K(f_h)\};$$

$$T_{(-f)_k}^z(X_{f_h,t}^m) = \{i \in X_{f_h,t}^m : (-i) \in X_{(-f)_k,t}^m\}.$$

Segundo Shi (1997), assume-se que os membros de uma unidade familiar agrupam as suas receitas de comércio. Esta hipótese elimina incerteza agregada para a unidade familiar e permite que a atenção seja focada sobre equilíbrios simétricos em que a distribuição de moeda

entre unidades familiares é degenerada⁴. Ao assumir que as unidades familiares não se deparam com incerteza agregada em seus encontros, tem-se que a distribuição dos diferentes tipos de encontros é quase certamente não-aleatória, embora cada indivíduo pertencente a esta unidade familiar não saiba *ex ante* que tipo de agente ele encontrará.

6.2. Problema da Unidade Familiar

Tomando parametricamente os termos de troca prevalentes na economia em t , a unidade familiar f_h escolhe o seu nível de consumo, $C_{f_h,t}$, o saldo futuro das moedas, $M_{f_h,t+1}^m$, e a medida dos conjuntos de detentores de moeda, $\pi_{f_h,t}^m$.

Em trocas diretas de bens, um indivíduo da unidade familiar f_h entrega $Q_{f_h,t}^{(-f)_k}$ unidades de bens para um indivíduo de $(-f)_k$ e recebe do mesmo $Q_{(-f)_k,t}^{f_h}$. Em transações cambiais, tem-se que $L_{m f_h,t}^{(-f)_k,z}$ é a quantidade de moeda do país m que um indivíduo de f_h entrega para um indivíduo de $(-f)_k$ em troca de $L_{z (-f)_k,t}^{f_h,m}$. Assim, a taxa de câmbio nominal é definida como

$E_{m,z f_h,t}^{(-f)_k} = \frac{L_{m f_h,t}^{(-f)_k,z}}{L_{z (-f)_k,t}^{f_h,m}}$. Em trocas monetárias, $Q_{f_h,t}^{(-f)_k,m}$ é a quantidade de bem que um indivíduo de

f_h entrega a um indivíduo de $(-f)_k$ e $L_{m (-f)_k,t}^{f_h}$ é a quantidade de moeda do país m que este entrega para o primeiro como forma de pagamento. Com isso, definem-se os preços unitários

de oferta, ou seja, recebidos pelos vendedores como $P_{m f_h,t}^{(-f)_k} = \frac{L_{m (-f)_k,t}^{f_h}}{Q_{f_h,t}^{(-f)_k,m}}$. Contudo, em

decorrência das tarifas de importação, os preços recebidos pelos vendedores em transações internacionais diferem dos preços pagos pelos compradores. Assim, o preço pago por um comprador é $p_{m f_h,t}^{(-f)_k} = P_{m f_h,t}^{(-f)_k} (1 + \tau_k I(h,k))$, onde $I(h,k)$ é uma função indicadora que assume valor unitário caso $h \neq k$.

⁴ Este ponto será esclarecido adiante.

Deve ser ressaltado que estes termos de troca são tomados como dados pelas unidades familiares porque isoladamente elas possuem influência insignificante sobre eles, *ex ante*. Evidentemente, em cada negociação bilateral os indivíduos possuem poder de barganha. Não obstante, em equilíbrio simétrico (definido na seção 6.4), os termos de troca prevalecentes na economia devem coincidir com os termos de troca que emergem como resultado da barganha entre dois indivíduos que se encontram⁵.

O problema da unidade familiar é expresso abaixo.

Problema da Unidade Familiar (PUF)

Abaixo é apresentado o problema da unidade familiar f_h .

$$\max_{(C_{f_h,t}, M_{f_h,t+1}^m, \pi_{f_h,t}^m)} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u(C_{f_h,t}) - \Psi_{h,t} \right], \quad m = d, e \quad (PUF)$$

sujeito a:

$$C_{f_h,t} \leq Y_{f_h,t} \equiv \sum_k \left[\sum_m \int_{i \in T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t}^m)} Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m} di + \int_{i \in T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t}^p)} Q_{(-f)_k,t}^{f_h} di \right], \quad k, m = d, e; \quad (6.1)$$

$$\Psi_{h,t} = \sum_k \left[\sum_m \int_{i \in T_{(-f)_k}^m(X_{f_h,t}^p)} \psi_h(Q_{f_h,t}^{(-f)_k,m}) di + \int_{i \in T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t}^p)} \psi_h(Q_{f_h,t}^{(-f)_k}) di \right], \quad k, m = d, e; \quad (6.2)$$

⁵ Estes pontos serão esclarecidos mais adiante.

$$\begin{aligned}
M_{f_h, t+1}^m &\leq M_{f_h, t}^m \\
&+ \mu_{h, t+1} + \sum_k \left[\int_{i \in T_{(-f)_k}^m(X_{f_h, t}^p)} L_{m(-f)_k, t}^{f_h} di + \int_{i \in T_{(-f)_k}^m(X_{f_h, t}^z)} L_{m(-f)_k, t}^{f_h, z} di - \right. \\
&\left. \int_{i \in T_{(-f)_k}^p(X_{f_h, t}^m)} L_{m f_h, t}^{(-f)_k} (1 + \tau_h I(h, k)) di + \int_{i \in T_{(-f)_k}^z(X_{f_h, t}^m)} L_{m f_h, t}^{(-f)_k, z} di \right], \quad k, m = d, e \quad (6.3)
\end{aligned}$$

$$L_{m f_h, t}^{(-f)_k} (1 + \tau_h I(h, k)) \leq \frac{M_{f_h, t}^m}{\pi_{f_h, t}^m}, \quad \forall i \in X_{f_h, t}^m; \quad (6.4)$$

$$L_{m f_h, t}^{(-f)_k, z} \leq \frac{M_{f_h, t}^m}{\pi_{f_h, t}^m}, \quad \forall i \in X_{f_h, t}^m; \quad (6.5)$$

A condição (6.1) estabelece que a quantidade consumida de cada bem pertencente ao conjunto de consumo da família não deve exceder o total obtido em trocas diretas e em trocas monetárias. A condição (6.2) especifica o custo de produção. A condição (6.3) é a lei de movimento dos encaixes monetários. A condição (6.4) é uma restrição *cash-in-advance*, impondo que cada indivíduo detentor de moeda está restrito à quantidade de moeda que possui. Pelo fato de as trocas serem realizadas simultaneamente, um detentor de moeda que considere vantajoso realizar transações em um valor superior aos seus saldos nominais não pode utilizar os saldos de outro indivíduo, isto é: não há crédito⁶. Como resultado, é possível que, *a priori*, a restrição de *cash-in-advance* seja *binding* para alguns detentores de moeda, mas não seja para outros. A condição (6.5) é análoga à anterior, porém aplicada às transações cambiais.

Como os bens são perecíveis, segue-se que $C_{f_h, t} = Y_{f_h, t}$ é a solução para o nível de consumo ótimo. Para caracterizar a solução ótima para $M_{f_h, t}^m$, tome $\alpha_{f_h, t}^m$, $\delta_{f_h, t}^m(i)$, $\gamma_{f_h, t}^m(i)$ como os multiplicadores de Lagrange nas restrições (6.3), (6.4) e (6.5), respectivamente. Com isso, tem-se que:

⁶ Zhu (2005) insere crédito em um modelo de *search*.

$$\alpha_{f_h,t}^m = \beta \left\{ \alpha_{f_h,t+1}^m + \frac{1}{\pi_{f_h,t+1}^m} \sum_k \left[\int_{i \in T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t+1}^m)} \delta_{f_h,t+1}^m(i) di + \int_{i \in T_{(-f)_k}^z(X_{f_h,t+1}^m)} \gamma_{f_h,t+1}^m(i) di \right] \right\} = 0; \quad (6.6)$$

$$\delta_{f_h,t}^m(i) \left[L_{mf_h,t}^{(-f)_k} (1 + \tau_h I(h,k)) - \frac{M_{f_h,t}^m}{\pi_{f_h,t}^m} \right] = 0, \quad \forall i \in X_{f_h,t}^m; \quad (6.7)$$

$$\gamma_{f_h,t}^m(i) \left[L_{mf_h,t}^{(-f)_k,z} - \frac{M_{f_h,t}^m}{\pi_{f_h,t}^m} \right] = 0, \quad \forall i \in X_{f_h,t}^m. \quad (6.8)$$

As equações (6.7) e (6.8) são as condições de Kuhn-Tucker nas restrições (6.4) e (6.5), respectivamente. A equação (6.6) é condição ótima para $M_{f_h,t}^m$, impondo que o benefício marginal de $M_{f_h,t}^m$, $\alpha_{f_h,t}^m$, deve igualar-se ao benefício marginal descontado de $M_{f_h,t+1}^m$, que inclui o benefício de relaxar as restrições de *cash-in-advance* futuras tanto para as transações de compra de bens quanto para transações cambiais.

Antes de encontrar as soluções para as medidas dos conjuntos de detentores de moeda e, conseqüentemente, do conjunto de produtores, convém obter os preços. Para isso, faz-se uso da abordagem de barganha axiomática na próxima seção.

6.3. Soluções de Barganha

Como este é um modelo de bens e moedas divisíveis, faz-se necessário um mecanismo de barganha para encontrar os preços. Lembre-se que, acima, para resolver o problema da unidade familiar (*PUF*), partiu-se do princípio de que estas tomam os preços como dados. Não obstante, quando dois indivíduos se encontram em uma transação, eles possuem um incentivo a barganhar. Para garantir que os termos de troca sejam consistentes com este incentivo *ex post*, eles devem coincidir com os termos de troca que emergem da negociação bilateral.

Com o intuito de determinar os preços, será adotada a solução de barganha axiomática de Nash (1950)⁷.

6.3.1. Problema de Barganha em Trocas Diretas

Em trocas diretas de bens, é intuitivo admitir simetria entre os indivíduos envolvidos. Com isso, o problema de barganha é dado por:

$$\max_{Q_{f_h}^{(-f)_k}, Q_{(-f)_k}^{f_h}} \left[u(Q_{(-f)_k}^{f_h}) - \psi_h(Q_{f_h}^{(-f)_k}) \right] \left[u(Q_{f_h}^{(-f)_k}) - \psi_k(Q_{(-f)_k}^{f_h}) \right] \quad (PBD)$$

sujeito às condições de racionalidade individual:

$$u(Q_{(-f)_k}^{f_h}) - \psi_h(Q_{f_h}^{(-f)_k}) \geq 0 \quad (6.9)$$

$$u(Q_{f_h}^{(-f)_k}) - \psi_k(Q_{(-f)_k}^{f_h}) \geq 0 \quad (6.10)$$

A solução para este problema é a seguinte:

$$\frac{u'(Q_{(-f)_k}^{f_h})}{\psi_h'(Q_{f_h}^{(-f)_k})} = \frac{\psi_k'(Q_{(-f)_k}^{f_h})}{u'(Q_{f_h}^{(-f)_k})} \quad (6.11)$$

6.3.2. Problema de Barganha em Trocas Cambiais

Assim como nas trocas diretas, assume-se que há simetria entre os indivíduos envolvidos em transações cambiais. Com isso, o problema de barganha é dado por:

⁷ A solução de barganha axiomática de Nash (1950) equivale à solução estratégica de Rubinstein (1982) quando o intervalo entre propostas e contrapropostas tende a zero.

$$\max_{\substack{L_{f_h,t}^{f_h,m}, L_{(-f)_k,t}^{(-f)_k,z} \\ z(-f)_k,t, m_{f_h,t}}} \left\{ \left[\alpha_{f_h,t}^z + \gamma_{f_h,t}^z(i)(1 - I(m, z)) \right] L_{z(-f)_k,t}^{f_h,m} - \left[\alpha_{f_h,t}^m + \gamma_{f_h,t}^m(i) \right] L_{m_{f_h,t}}^{(-f)_k,z} \right\} \quad (PBC)$$

$$\left\{ \left[\alpha_{(-f)_k,t}^m + \gamma_{(-f)_k,t}^m(i)(1 - I(m, z)) \right] L_{m_{f_h,t}}^{(-f)_k,z} - \left[\alpha_{(-f)_k,t}^z + \gamma_{(-f)_k,t}^z(i) \right] L_{z(-f)_k,t}^{f_h,m} \right\}$$

sujeito às condições de racionalidade individual:

$$\left[\alpha_{f_h,t}^z + \gamma_{f_h,t}^z(i)(1 - I(m, z)) \right] L_{z(-f)_k,t}^{f_h,m} - \left[\alpha_{f_h,t}^m + \gamma_{f_h,t}^m(i) \right] L_{m_{f_h,t}}^{(-f)_k,z} \geq 0 \quad (6.12)$$

$$\left[\alpha_{(-f)_k,t}^m + \gamma_{(-f)_k,t}^m(i)(1 - I(m, z)) \right] L_{m_{f_h,t}}^{(-f)_k,z} - \left[\alpha_{(-f)_k,t}^z + \gamma_{(-f)_k,t}^z(i) \right] L_{z(-f)_k,t}^{f_h,m} \geq 0 \quad (6.13)$$

à condição *cash-in-advance* (6.5) e às condições de não-negatividade:

$$L_{z(-f)_k,t}^{f_h,m} \geq 0 \quad (6.14)$$

$$L_{m_{f_h,t}}^{(-f)_k,z} \geq 0 \quad (6.15)$$

Um máximo global para (PBC) é determinado pelas seguintes equações:

$$L_{m_{f_h,t}}^{(-f)_k,z} = \frac{M_{f_h,t}^m}{\pi_{f_h,t}^m}, \quad \forall i \in X_{f_h,t}^m \quad (6.16)$$

$$L_{z(-f)_k,t}^{f_h,m} = \frac{\left\{ \left[\alpha_{f_h,t}^z + \gamma_{f_h,t}^z(i)(1 - I(m, z)) \right] \left[\alpha_{(-f)_k,t}^m + \gamma_{(-f)_k,t}^m(-i) \right] \right\} M_{f_h,t}^m}{2 \left[\alpha_{f_h,t}^z + \gamma_{f_h,t}^z(i)(1 - I(m, z)) \right] \left[\alpha_{(-f)_k,t}^z + \gamma_{(-f)_k,t}^z(-i) \right] \pi_{f_h,t}^m}, \quad \forall (-i) \in X_{(-f)_k,t}^z \quad (6.17)$$

Desta maneira, a taxa de câmbio nominal é dada por:

$$E_{m,z f_h,t}^{(-f)_k} = \frac{2[\alpha_{f_h,t}^z + \gamma_{f_h,t}^z(i)(1-I(m,z))](\alpha_{(-f)_k,t}^z + \gamma_{(-f)_k,t}^z(-i))}{\left\{ [\alpha_{f_h,t}^z + \gamma_{f_h,t}^z(i)(1-I(m,z))](\alpha_{(-f)_k,t}^m + \gamma_{(-f)_k,t}^m(-i)) \right\} + \left\{ [\alpha_{f_h,t}^m + \gamma_{f_h,t}^m(i)(1-I(m,z))](\alpha_{(-f)_k,t}^z + \gamma_{(-f)_k,t}^z(-i)) \right\}} \quad (6.18)$$

6.3.3. Problema de Barganha em Trocas Monetárias

Agora, será analisada a situação em que um indivíduo detentor de moeda encontra-se com um indivíduo pertencente ao grupo de produtores de outra família. Em trocas monetárias, utiliza-se a solução de barganha axiomática de Nash generalizada, em que as partes envolvidas na negociação possuem diferentes poderes de barganha, aqui definidos pelo parâmetro θ , independente da nacionalidade dos indivíduos e das moedas envolvidos.

Deve ser ressaltado que os pontos de ameaça das partes envolvidas em uma negociação são endógenos. Portanto, embora os seus poderes de barganha, θ , sejam constantes, os preços respondem endogenamente a pressões de mercado como a escassez relativa de bens e de moedas.

Com isso, o problema de barganha a ser resolvido é o seguinte:

$$\max_{Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}, L_{m f_h,t}^{(-f)_k}} \left\{ u(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}) - [\alpha_{f_h,t}^m + \delta_{f_h,t}^m(i)](1 + \tau_h I(h,k)) L_{m f_h,t}^{(-f)_k} \right\}^\theta \left[\alpha_{f_h,t}^m L_{m f_h,t}^{(-f)_k} - \psi_{(-f)_k}(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}) \right]^{1-\theta} \quad (PBM)$$

sujeito às condições de racionalidade individual:

$$u(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}) - [\alpha_{f_h,t}^m + \gamma_{f_h,t}^m(i)](1 + \tau_h I(h,k)) L_{m f_h,t}^{(-f)_k} \geq 0 \quad (6.19)$$

$$\alpha_{f_h,t}^m L_{m f_h,t}^{(-f)_k} - \psi_{(-f)_k}(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}) \geq 0 \quad (6.20)$$

à condição de *cash-in-advance* (6.4) e às condições de não-negatividade:

$$Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m} \geq 0 \quad (6.21)$$

$$L_{mf_h,t}^{(-f)_k} \geq 0 \quad (6.22)$$

Para facilitar a derivação do resultado, assuma que $u(Q_i) = \xi Q_i$. Assim, a solução deste problema é dada por:

$$\psi'_k(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}) = \frac{\alpha_{f_h,t}^m \xi}{[\alpha_{f_h,t}^m + \delta_{f_h,t}^m(i)](1 + \tau_h I(h,k))} \quad (6.23)$$

$$L_{mf_h,t}^{(-f)_k} = \frac{\theta \psi_k(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m}) + (1 - \theta) Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m} \psi'_k(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,m})}{\alpha_{f_h,t}^m} \quad (6.24)$$

A equação (6.20) apresenta um resultado importante. Note que a solução de barganha determina que o custo marginal de produção não coincide com a utilidade marginal da quantidade de equilíbrio. Isto ocorre porque a valorização marginal da moeda difere entre o comprador e o vendedor.

6.4. Problema das Medidas

Agora que os preços foram obtidos, retorna-se ao problema da unidade familiar. O objetivo é derivar as suas decisões ótimas com relação às medidas dos conjuntos de detentores de moeda e, conseqüentemente, do conjunto de indivíduos dedicados à produção.

A medida do conjunto $T_{(-f)_k}^d(X_{f_h,t}^p)$ é dada por $_{(-f)_k}^d \sigma_{f_h,t}^p = \lambda_h^k \left(1 - \sum_m \pi_{f_h,t}^m\right) \left(1 - \sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m\right) \mathcal{G}^2$.

A medida de $T_{(-f)_k}^m(X_{f_h,t}^p)$ é dada por $_{(-f)_k}^m \sigma_{f_h,t}^p = \lambda_h^k \left(1 - \sum_m \pi_{f_h,t}^m\right) \pi_{(-f)_k,t}^m \mathcal{G}$. A medida do

conjunto $T_{(-f)_k}^p(X_{f_h,t}^m)$ é dada por $_{(-f)_k}^p\sigma_{f_h,t}^m = \lambda_h^k \pi_{f_h,t}^m \left(1 - \sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m\right) \mathcal{G}$. A medida do conjunto $T_{(-f)_k}^z(X_{f_h,t}^m)$ é dada por $_{(-f)_k}^z\sigma_{f_h,t}^m = \lambda_h^k \pi_{f_h,t}^m \pi_{(-f)_k,t}^z$.

Com isso, as equações (6.1), (6.2) e (6.3) podem ser redefinidas, respectivamente, da seguinte maneira:

$$C_{f_h,t} \leq Y_{f_h,t} \equiv \mathcal{G} \sum_k \lambda_h^k \left(1 - \sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m\right) \left[\sum_m \pi_{f_h,t}^m \mathcal{Q}_{(-f)_k,t}^{f_h,m} + \left(1 - \sum_m \pi_{f_h,t}^m\right) \mathcal{G} \mathcal{Q}_{(-f)_k,t}^{f_h} \right], \quad k, m = d, e; \quad (6.25)$$

$$\Psi_{h,t} = \mathcal{G} \sum_k \lambda_h^k \left(1 - \sum_m \pi_{f_h,t}^m\right) \left[\sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m \psi_h \left(\mathcal{Q}_{f_h,t}^{(-f)_k,m}\right) + \left(1 - \sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m\right) \mathcal{G} \psi_h \mathcal{Q}_{f_h,t}^{(-f)_k} \right], \quad k, m = d, e; \quad (6.26)$$

$$M_{f_h,t+1}^m \leq M_{f_h,t}^m + \mu_{h,t+1} + \sum_k \lambda_h^k \left[\left(1 - \sum_m \pi_{f_h,t}^m\right) \pi_{(-f)_k,t}^m \mathcal{G} L_{m(-f)_k,t}^{f_h} + \pi_{f_h,t}^z \pi_{(-f)_k,t}^m L_{m(-f)_k,t}^{f_h,z} - \right. \\ \left. \pi_{f_h,t}^m \left(1 - \sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m\right) \mathcal{G} L_{m f_h,t}^{(-f)_k} (1 + \tau_h I(h, k)) + \pi_{f_h,t}^m \pi_{(-f)_k,t}^z L_{m f_h,t}^{(-f)_k,z} \right], \quad k, m, z = d, e; \quad (6.27)$$

Agora, para encontrar as medidas ótimas, basta terminar de resolver (PUF).

A derivada da função Lagrangeana com relação a $\pi_{f_h,t}^m$ é dada por:

$$\left\{ \sum_k \lambda_h^k \sum_z \pi_{(-f)_k,t}^z \left[\alpha_{f_h,t}^z L_{z(-f)_k,t}^{f_h,t} - (\alpha_{f_h}^m + \gamma_{f_h}^m) L_{m f_h,t}^{(-f)_k,z} \right] + \left[\alpha_{f_h,t}^z L_{f_h,t}^{(-f)_k,z} - \psi_h \left(\mathcal{Q}_{f_h,t}^{(-f)_k,m}\right) \right] \right\} \left(\sum_m \Gamma_{f_h}^m - 1 \right) \quad (6.28)$$

onde:

$$\Gamma_{f_h}^m = \frac{\sum_k \left\{ \lambda_h^k \left(1 - \sum_m \pi_{(-f)_k,t}^m \right) \left\{ \xi \left(Q_{(-f)_k,t}^{f_h,z} - \vartheta Q_{(-f)_k,t}^{f_h} \right) + \vartheta \psi_h \left(Q_{f_h,t}^{(-f)_k} \right) - \psi_h \left(Q_{f_h,t}^{(-f)_k,m} \right) \right\} - \left[\delta_{f_h}^m L_{m f_h,t}^{(-f)_k} (1 + \tau_h I(h,k)) + \alpha_{f_h}^m L_{m f_h,t}^{(-f)_k} I(h,k) \right] \right\}}{\sum_k \lambda_h^k \sum_z \pi_{(-f)_k,t}^z \left\{ \left[\alpha_{f_h}^z L_{z (-f)_k,t}^{f_h} - (\alpha_{f_h}^m + \gamma_{f_h}^m) L_{m f_h,t}^{(-f)_k,z} \right] + \left[\alpha_{f_h,t}^m L_{m (-f)_k}^{f_h} - \psi_h \left(Q_{f_h,t}^{(-f)_k,m} \right) \right] \right\}} \quad (6.29)$$

Sabe-se pela solução dos problemas de barganha que $\alpha_{f_h,t}^m L_{m (-f)_k}^{f_h} - \psi_h \left(Q_{f_h,t}^{(-f)_k,m} \right) \geq 0$ e

$\alpha_{f_h,t}^z L_{z (-f)_k,t}^{f_h,m} - [\alpha_{f_h,t}^m + \gamma_{f_h,t}^m] L_{m f_h,t}^{(-f)_k,z} \geq 0$. Com isso, segue-se que $\pi_{f_h,t}^d$ é dada pela seguinte

correspondência:

$$\pi_{f_h,t}^d = 0, \text{ se } \Gamma_{f_h}^d < 1 \text{ ou } \Gamma_{f_h}^d < \Gamma_{f_h}^e;$$

$$\pi_{f_h,t}^d = 1, \text{ se } \Gamma_{f_h}^d > 1 \text{ e } \Gamma_{f_h}^d \geq \Gamma_{f_h}^e;$$

$$\pi_{f_h,t}^d \in [0,1], \text{ se } \Gamma_{f_h}^d = \Gamma_{f_h}^e = 1.$$

Evidentemente, a correspondência que determina $\pi_{f_h,t}^e$ é simétrica à apresentada acima.

6.5. Discussão

Neste capítulo desenvolveu-se um esboço de um modelo de equilíbrio geral dinâmico com trocas descentralizadas em economia aberta onde as moedas e os bens são perfeitamente divisíveis. Conforme discutido anteriormente, seguir esta estratégia permite que algumas questões referentes à condução da política monetária sejam contempladas de maneira mais satisfatória do que com base no modelo do Capítulo 5.

De acordo com o presente modelo, a demanda pelas diferentes moedas em níveis nacionais e internacional depende de diversos parâmetros de interesse, tais como a taxa de crescimento das ofertas monetárias, do tamanho relativo dos países e das taxas de importação. Entretanto, determinar analiticamente o formato exato destas relações é uma tarefa extremamente

complexa que está além do escopo desta dissertação. Além disso, a forma de construção do modelo conduz a dois resultados distintos no que se refere à determinação das medidas de detentores de moeda. Em primeiro lugar, o modelo na presente especificação pode levar a soluções de canto, em que a medida de detentores de uma determinada moeda ou é zero ou é unitária. Este não é um resultado que descreve bem a realidade, uma vez que, pelo menos algumas pessoas, devem possuir em qualquer instante de tempo em seu portfólio mais de uma moeda. O outro resultado possível é aquele em que a solução para o problema das medidas é interior, porém, neste caso, não é possível encontrá-las com exatidão, ou seja, tudo o que se pode dizer com este modelo é que, para certas combinações de parâmetros, as medidas encontram-se no intervalo $[0,1]$, o que também não é um resultado conveniente.

Em virtude destas dificuldades, acredita-se que a presente especificação, que incorpora moedas divisíveis como uma das extensões propostas no capítulo anterior, deve ser entendida como uma primeira aproximação na construção de um modelo mais completo com moedas divisíveis. Este, por sua vez, deve ser objeto de trabalhos futuros que deverão ter como guia o modelo aqui desenvolvido.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos primeiros capítulos deste trabalho discutiram-se os estudos sobre substituição de moeda existentes. Primeiramente, foi possível verificar que o conceito de substituição de moeda é empregado para descrever diversas situações, sendo, portanto, flexível. Mais do que isto, estas diferentes situações referem-se ao papel desempenhado pela moeda estrangeira nos limites territoriais domésticos. Em segundo lugar, discutiram-se as causas freqüentemente apontadas para o fenômeno da substituição de moeda. Dentre as causas mais importantes, destacam-se um processo inflacionário, instabilidades políticas e econômicas, além de crescente integração comercial e financeira. O passo seguinte foi no sentido de justificar a relevância do assunto tratado. Para isso, mostrou-se que o fenômeno da substituição de moeda possui conseqüências importantes em termos da condução da política econômica e sobre o bem-estar.

Em seguida, foram apresentadas evidências empíricas a partir de dados recentes acerca da circulação do dólar americano fora das fronteiras dos Estados Unidos. Como se pôde perceber, há uma tendência secular de uso da moeda norte-americana por residentes de outros países que não os Estados Unidos. Apresentaram-se também dados relativos ao uso do dólar americano em países latino-americanos e foram calculados índices de dolarização. Estes, por sua vez, indicam que o uso da moeda americana nestes países é elevado. Além disso, verificou-se que há uma correlação positiva entre abertura comercial nestes países e substituição de moeda, sugerindo que a hipótese central desta dissertação pode ser válida empiricamente. Adicionalmente, analisaram-se trabalhos econométricos que procuram avaliar a relação entre estas duas variáveis. A conclusão obtida é que, embora sujeitos a críticas, estes estudos encontram a existência da relação causal aqui sugerida, isto é, da abertura comercial para a substituição de moeda.

Findas as partes introdutória e empírica, a dissertação dedica-se ao estudo teórico do fenômeno em questão, ou seja, a substituição de moeda. Assim, procurou-se modelar a demanda por moeda em economia aberta por duas abordagens diferentes. Primeiramente, foram apresentados modelos com moeda na função utilidade. Argumentou-se, naquela ocasião, que estes modelos são incapazes de abordar satisfatoriamente o assunto pela ótica desejada, isto é, modelando a moeda como meio de troca. Por este motivo, foi necessário fazer uso de uma estratégia alternativa de modelagem. Em particular, desenvolveram-se dois

modelos de equilíbrio geral com trocas descentralizadas (*search*), os quais têm como ponto de partida microfundamentações explícitas acerca de fricções no processo de trocas. Disto se segue que a emergência de alguns objetos como meio de troca é determinada endogenamente a depender de fundamentos e expectativas.

Por este motivo, os modelos de *search* constituem uma forma adequada para abordar a questão que orienta este trabalho, visto que, conforme já destacado, esta consiste em analisar, dentro de um contexto de integração comercial, o fenômeno de substituição de moeda “de facto”. Este, por sua vez, é entendido como uma situação em que a moeda estrangeira emerge a partir do comportamento racional dos indivíduos domésticos como o meio de troca utilizado dentro dos limites das fronteiras domésticas.

Os resultados de simulação do primeiro modelo desenvolvido estão em concordância com os resultados esperados *a priori*, isto é, da integração comercial espera-se que a moeda estrangeira ocupe ou, pelo menos, compartilhe com a moeda doméstica a função como geradora de serviços de transação no país doméstico. Além disso, verificou-se que a substituição de moeda impacta sobre os preços relativos e, portanto, possui importantes consequências redistributivas.

Então, foram apresentadas deficiências deste modelo e se apontaram algumas extensões importantes. Neste sentido, argumentou-se que o desenvolvimento futuro deste trabalho exige que se concentrem esforços em duas frentes principais. Em primeiro lugar, a hipótese de que a moeda é indivisível e que apenas uma unidade pode ser mantida limita o poder explicativo do modelo. Ao permitir que as moedas sejam divisíveis (ou que possam ser mantidas em quantidades inteiras positivas), outras questões podem ser devidamente contempladas com este modelo. Conforme discutido, promover esta alteração permite analisar de forma mais satisfatória o alcance da política monetária em termos de neutralidade e superneutralidade da moeda e avaliar os custos de bem-estar da inflação.

Além disso, seguindo a tradição Ricardiana de comércio internacional, a distribuição de tipos de indivíduos deve ser endógena, respondendo ao grau de abertura comercial. Ao permitir que o comércio internacional determine os padrões de especialização das economias, os resultados quantitativos obtidos na simulação podem mudar significativamente, elevando a capacidade de previsão do modelo.

A última contribuição deste trabalho consiste na elaboração de um modelo de *search* em que as moedas e os bens são perfeitamente divisíveis. Seguindo esta estratégia de modelagem, é possível superar algumas dificuldades do primeiro modelo, sobretudo no que tange a condução da política monetária. Contudo, provar a existência do equilíbrio e fazer estática comparativa sobre este modelo é uma tarefa extremamente complexa. Além disso, a forma como o modelo foi construído conduz a dois resultados pouco convenientes, quais sejam: ou se tem soluções de canto ou, em caso de soluções interiores, a medida dos conjuntos não são determinadas. Por estes motivos, acredita-se que o caminho a ser seguido em pesquisas subseqüentes é próximo ao deste modelo (que deve ser entendido como um esboço), porém com algumas adaptações para evitar as soluções pouco intuitivas obtidas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÉNOR, Pierre-Richard & KHAN, Mohsin S. *Foreign Currency Deposits and the Demand for Money in Developing Countries*. **IMF Working Paper WP/92/1**, Washington D.C, 1992.

ALESINA, Alberto & BARRO, Robert J. *Dollarization*. **American Economic Review**, 91(2), pp. 381-385, May 2001.

ALESINA, Alberto & BARRO, Robert J. *Currency Unions*. **Quarterly Journal of Economics**, pp. 409-436, May 2002.

AIYAGARI, S. Rao; WALLACE, Neil & WRIGHT, Randall. *Coexistence of Money and Interest-Bearing Securities*. **Journal of Monetary Economics**, 37(3), pp. 397-419, June 1996.

BENVENISTE, Lawrence M. & SCHEINKMAN, José A. *On the Differentiability of the Value Function in Dynamic Models of Economics*. **Econometrica**, 47(3), pp. 727-732, May 1979.

BERGSTRAND, Jeffrey H. & BUNDT, Thomas P. *Currency Substitution and Monetary Autonomy: The Foreign Demand for US Demand Deposits*. **Journal of International Money and Finance**, 9, pp. 325-324, 1990.

BRANSON, William H. & HENDERSON, Dale W. *The Specification and Influence of Asset Markets*. **Handbook of International Economics**, pp. 749-806, 1985.

CALVO, Guillermo & RODRIGUEZ, Carlos A. *A Model of Exchange Rate Determination under Currency Substitution and Rational Expectation*. **Journal of Political Economy**, 85, pp. 617-624, 1977.

CALVO, Guillermo. *Currency Substitution and the Real Exchange Rate: The Utility Maximization Approach*. **Journal of International Money and Finance**, 4(2), pp. 175-188, 1985.

CALVO, Guillermo & VÉGH, Carlos A. *Currency Substitution in Developing Countries: An Introduction*. **Revista de Analisis Economico**, 7(1), pp. 3-28, 1992.

CAMERA, Gabriele & CORBAE, Dean. *Money and Price Dispersion*. **International Economic Review**, 40(4), pp. 985-1008, November 1999.

CAMERA, Gabriele; CRAIG, Ben & WALLER, Christopher J. *Currency Competition in a Fundamental Model of Money*. **Journal of International Economics**, 64(2), pp. 521-544, December 2004.

CLARIDA, Richard. H; GALI, Jordi & GERTLER, Mark. *The Science of Monetary Policy - A New Keynesian Perspective*. **Journal of Economic Literature**, 37(4), pp. 1661-1707, December 1999.

CORBAE, Dean, TEMZELIDES, Ted & WRIGHT, Randall. *Matching and Money*. **Unpublished Manuscript**, 2000.

CRAIG Ben & WALLER Christopher J. *Dollarization and Currency Exchange*. **Journal of Monetary Economics**, 51(4), pp. 671-689, May 2004.

CUDDINGTON, John. *Review of Currency Substitution: Theory and Evidence from Latin America*. **Journal of Money Credit and Banking**, 21, 2, pp. 111-133, 1989.

CURTIS, Elizabeth S. & WALLER, Christopher J. *A Search-Theoretic Model of Legal and Illegal Currency*. **Journal of Monetary Economics**, 45(1), pp. 155-184, February 2000.

CURTIS, Elizabeth S. & WRIGHT, Randall. *Price Setting, Price Dispersion, and the Value of Money: or, the Law of Two Prices*. **Journal of Monetary Economics**, 51(8), pp. 1599-1621, November 2004.

DE VRIES, Casper G. *Theory and Relevance of Currency Substitution with Case Studies for Canada and the Netherlands Antilles*. **Review of Economics and Statistics**, 70, pp. 512-525, 1988.

DORNBUSCH, Rudiger. *Expectations and Exchange Rate Dynamics*. **Journal of Political Economy**, 84(6), pp. 1161-1176, December 1976.

DIAMOND, Peter A. *A Search-Equilibrium Approach to the Micro Foundations of Macroeconomics*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1982, c1984.

DIAMOND, Peter A. *Money in Search Equilibrium*. **Econometrica**, 52(1), pp. 1-20, January 1984.

EICHENGREEN, Barry & TAYLOR Alan M. *The Monetary Consequences of a Free Trade Area if the Americas*. **NBER Working Paper Series**, April 2003.

EL-ERIAN, Mohamed. *Currency Substitution in Egypt Yemen Arab Republic: A Comparative Quantitative Analysis*. **International Monetary Fund Staff Paper**, 35(1), pp. 85-103, 1988.

FEIGE, Edgar L.; Sosic Vedran; Faulend, Michael & Sonje, Velimir. *Unofficial Dollarization in Latin America: Currency Substitution, Network Externalities and Irreversibility*. In Dean, J. W., Salvatore, D. & Willet, T. A., eds., *The Dollarization Debate*, New York: Oxford University Press, 2002.

FASANO-FILHO, Ugo. *Currency Substitution and the Demand for Money: The Argentine Case, 1960-1976*. **Weltwirtschaftliches Archiv**, 122(2), pp. 327-339, 1986.

FRIEDMAN, Milton. *The Optimum Quantity of Money*. In his *The Optimum Quantity of Money and Other Essays*. Chicago: Aldine, 1969.

GIOVANNINI Alberto & TUETELBOOM, Bart. *Currency Substitution*. **National Bureau of Economic Research**, working paper n° 4232, 1992.

GIRTON, Lance & ROPER, Don. *Theory and Implications of Currency Substitution*. **Journal of Money, Credit and Banking**, 13, pp. 12-30, 1981.

GREEN, Edward J. & ZHOU, Ruilin. *A Rudimentary Random-Matching Model with Divisible Money and Prices*. **Journal of Economic Theory**, 81(2), pp. 252-271, August 1998.

GRUBEN, William C. & LAWLER, Patrick J. *Currency Substitution: The Use of Dollar Coin and Currency in Texas Border Area of Mexico*. **Federal Reserve Bank of Dallas Economic Review**, pp. 10-20, 1983

GUIDOTTI, Pablo E. & RODRIGUEZ, Carlos A. *Dollarization in Latin America: Gresham's Law in Reverse?*. **IMF working paper 91/117**, Washington DC., 1991.

HANDA, Jagdish. *Substitution Among Currencies: A Preferred Habitat Hypothesis*. **International Economic Journal**, 2(2), pp. 41-61, 1988.

HANSEN, Lars P. *Large sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators*. **Econometrica**, 50, pp. 1029-1054, 1982.

HEAD, Allen & SHI, Shouyong. *A Fundamental Theory of Exchange Rates and Direct Currency Trades*. **Journal of Monetary Economics**, 50(7), pp. 1555-1591, October 2003.

HICKS, John R. *A Suggestion for Simplifying the Theory of Money*. **Econometrica**, 2, pp. 1-19, 1935.

HUENG, C. James. *The Demand for Money in an Open Economy: Some Evidence for Canada*. **North American Journal of Economics and Finance**, 9(1), pp.15-31, Spring 1998.

IMROHOROGLU, Selahattin. *GMM Estimates of Currency Substitution between the Canadian Dollar and the U.S. Dollar*. **Journal of Money, Credit and Banking**, 26 (4), pp. 792-807, 1994.

JEVONS, William S. *Money and the Mechanism of Exchange*. London: Appleton, 1985.

JOHANSEN, Soren & JUSELIUS, Katarina. *Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration – With Applications to the Demand for Money*. **Oxford Bulletin of Economics and Statistics**, 52 (2): pp. 169-210, 1990.

JONES, Robert A. *The Origin and Development of Media of Exchange*. **Journal of Political Economy**, 84(4), pp. 757-775, August 1976.

KAREKEN, John & WALLACE, Neil. *On the Indeterminacy of Equilibrium Exchange Rates*. **Quarterly Journal of Economics**, 96(2), pp. 207-222, May 1981.

KHAN, Moshin S. & RAMIREZ-ROJAS, César L. *Currency Substitution and Government Revenue from Inflation*. **Revista de Analisis Economico**, 1, pp. 79-88, 1986.

KHAN, Moshin S. & AGÉNOR, Pierre-Richard. *Foreign Currency Deposits and the Demand for Money in Developing Countries*. **Journal of Developing Economics**, 50, pp. 101-118, 1996.

KIM, Sunghyun H. *Currency Substitution in a Production Economy*. **Journal of International Economics**, 18(1/2), pp. 141-158, 1985.

KIYOTAKI, Nabuhiro & WRIGHT, Randall. *On Money as a Medium of Exchange*. **Journal of Political Economy**, 97(4), pp. 927-954, August 1989.

KIYOTAKI, Nabuhiro & WRIGHT, Randall. *A Contribution to the Pure Theory of Money*. **Journal of Economic Theory**, 53, pp. 215-235, 1991.

KIYOTAKI, Nabuhiro & WRIGHT, Randall. *A Search-Theoretic Approach to Monetary Economics*. **American Economic Review**, 83(1), pp. 63-77, March 1993.

KRUGMAN, Paul. *Vehicle Currencies and the Structure of International Exchange*. **Journal of Money, Credit and Banking**, 12, pp. 503-526, 1980.

LAMBERT, Michael J. & STANTON, Kristin D. *Opportunities and Challenges of U.S. Dollar as an Increasing Global Currency: A Federal Reserve Perspective*. **Federal Reserve Bulletin**, pp. 567-575, September 2001.

LOPEZ, Robert S. *The Dollar of the Middle Ages*. **Journal of Economic History**, 11, 209-234, 1951.

LUCAS, Robert E. Jr. *Inflation and Welfare*. **Econometrica**, 68(1), pp. 247-274, January 2000.

MCCALLUM, Benett T. & GOODFRIEND, Marvin S. *Theoretical Analysis of the Demand for Money*. **Economic Review – Federal Reserve Bank of Richmond**, pp. 16-24, January/February 1988.

MATSUYAMA, Kiminori; KIYOTAKI, Nabuhiro & MATSUI, A. *Toward a Theory of International Currency*. **Review of Economic Studies**, 60(2), pp. 283-307, April 1993.

MCKINNON, Ronald. *Two Concepts of International Money Substitution*. In Connolly M. D. and J. McDernotti, eds. *The Economics of the Caribbean Basin*, New York: Praeger, pp. 101-113, 1985.

MILES, Marc A. *Currency Substitution, Flexible Exchange Rates and Monetary Independence*. **American Economic Review**, 68, pp. 428-36, 1978.

MILL, John S. *The Principles of Political Economy*. (London: Parker), 1948.

MILNER, Chris; MIZEN, Paul & PENTECOST, Eric. *The Impact of Intra-European Trade on Sterling Currency Substitution*. **Weltwirtschaftliches Archiv**, 1996.

MILNER, Cris; MIZEN, Paul D. & PENTECOST, Eric J. *A Cross-Country Panel Analysis of Currency Substitution and Trade*. Discussion Paper n° 99/14, 1988.

MIZEN, Paul D. & PENTECOST, Eric J. *Evaluating the Empirical Evidence for Currency Substitution: A Case Study of the Demand for Sterling in Europe*. **Economic Journal**, 104, pp. 1957-1069, 1994.

NASH, John F. *The Bargaining Problem*. **Econometrica**, 18(2), pp. 155-162, April 1950.

OH, Seonghwan. *A Theory of Generally Accepted Medium of Exchange and Barter*. **Journal of Monetary Economics**, 23(1), pp. 101-119, January 1989.

OSTROY, Joseph M. & STARR, Ross M. *The Transactions Role of Money*. Working Paper n° 505. Los Angeles: University of California, 1988.

PEDRONI, Peter. *Purchasing Power Parity Tests in Cointegrated Panels*. **The Review of Economics and Statistics**, 83, 4, November 2001.

PORTER, Richard D. & JUDSON, Ruth A. *The Location of U.S. Currency: How Much is Abroad?*. **Federal Reserve Bulletin**, pp.883-903, October 1996.

RATTI, Ronald A. & JEONG, Byung W. *Variation in the Exchange Rate as a Source of Currency Substitution*. **Journal of International Money and Finance**, 13(5), pp. 537-550, 1994.

REY, Hélène. *International Trade and Currency Exchange*. **Review of Economic Studies**, 68, pp. 443-464, 2001.

RITTER, Joseph A. *The Transition from Barter to Fiat Money*. **American Economic Review**, 85(1), pp. 134-149, March 1995.

ROGOFF, Kenneth. *The Purchasing Power Parity Puzzle*. **Journal of Economic Literature**, 34(2), pp. 647-668, June 1996.

ROGOFF, Kenneth. *Why not a Global Currency?*. **American Economic Review**, 91(2), pp. 243-247, May 2001.

ROSE, Andrew. *One Money, One Market: Estimating the Effect of Common Currencies on Trade*. **Economic Policy**, 2000.

RUPERT, Peter; SCHINDLER Martin & WRIGHT Randall. *Generalized Search-Theoretic Models of Monetary Exchange*. **Journal of Monetary Economics**, 48(3), pp. 605-622, December 2001.

SAVASTANO, Miguel A. *The Pattern of Currency Substitution in Latin America: An Overview*. **Revista de Analisis Economico**, 7(1), pp. 29-72, 1992.

SIBERT, Anne & LIU, Lihong. *Government Finance with Currency Substitution*. **Journal of International Economics**, 44, pp. 155-172, 1998.

SIDRAUSKI, Miguel. *Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy*. **American Economic Review**, 57(2), pp. 534-544, May 1967.

SHI, Shouyong. *Money and Prices: a Model of Search and Bargaining*. **Journal of Economic Theory**, 67(2), pp. 467-496, December 1995.

SHI, Shouyong. *Money and Specialization*. **Economic Theory**, 10(1), pp. 99-113, June 1997a.

SHI, Shouyong. *A Divisible Search Model of Fiat Money*. **Econometrica**, 65(1), pp. 75-102, January 1997b.

SHI, Shouyong. *Search, Inflation and Capital Accumulation*. **Journal of Monetary Economics**, 44(1), pp. 81-103, August 1999.

SMITH, Adam. *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*. 1776.

TABER, Alexander & WALLACE, Neil. *A Matching Model with Bounded Holdings of Indivisible Money*. **International Economic Review**, 40(4), pp. 961-984, November 1999.

TREJOS, Alberto. *Search, Bargaining, Money, and Prices under Private Information*. **International Economic Review**, 40(3), pp. 679-695, August 1999.

TREJOS, Alberto & WRIGHT, Randall. *Search, Bargaining, Money and Prices: Recent Results and Policy Implications*. **Journal of Money, Credit and Banking**, 25(3), pp. 558-576, August 1993.

TREJOS, Alberto & WRIGHT, Randall. *Search, Bargaining, Money and Prices*. **Journal of Political Economy**, 103(1), pp. 118-141, February 1995.

TREJOS, Alberto & WRIGHT, Randall. *Search Theoretic Models of International Currency*. **Federal Reserve Bank of St. Louis Review**, pp. 117-132, May/June 1996.

WALLACE, Neil. *Whither Monetary Economics*. **International Economic Review**, 42(4), pp. 847-869, November 2001.

WICKSELL, Knut. *Lectures on Political Economy*. 1911.

YOSHINO, Joe A. *Money and Banking Regulation: The Welfare Costs of Inflation*. University of Chicago Doctoral Dissertation, 1993.

ZHOU, Roulin. *Currency Exchange in a Random Search Model*. **Review of Economic Studies**, 64(2), pp. 289-310, April 1997.

ZHU, Tao. *Existence of a Monetary Steady State in a Matching Model: Indivisible Money*. **Journal of Economic Theory**, 112(2), pp. 307-324, October 2003.

ZHU, Tao. *Existence of a Monetary Steady State in a Matching Model: Divisible Money*. **Journal of Economic Theory**, 123(2), pp. 135-160, August 2005.

FONTES DE DADOS

FEIGE, Edgar L.; Sosic Vedran; Faulend, Michael & Sonje, Velimir. “Unofficial Dollarization in Latin America: Currency Substitution, Network Externalities and Irreversibility”, In Dean, J. W., Salvatore, D. & Willet, T. A., eds., *The Dollarization Debate*, New York: Oxford University Press, 2002.

The Federal Reserve Bank Of St. Louis: *Flow Of Funds Accounts Of The United States*.

(2002) World Development Indicators CD ROM.

ANEXO: TABELAS

Este anexo é dedicado à apresentação de tabelas suprimidas no texto por questão de clareza e objetividade no desenvolvimento dos argumentos centrais do trabalho.

Tabela A.1: Dólares em Circulação (Saldo Nominal)

Ano	Estados Unidos		Resto do Mundo		Total	
	US\$ Bilhões	Percentual	US\$ Bilhões	Percentual	US\$ Bilhões	Percentual
1965	35,98	90,59	3,74	9,41	39,72	100
1966	38,49	90,45	4,06	9,55	42,55	100
1967	40,37	90,30	4,34	9,70	44,71	100
1968	43,09	90,44	4,56	9,56	47,64	100
1969	46,01	90,32	4,93	9,68	50,94	100
1970	48,91	89,98	5,45	10,02	54,35	100
1971	52,41	89,75	5,98	10,25	58,39	100
1972	55,76	89,65	6,44	10,35	62,20	100
1973	60,67	89,52	7,10	10,48	67,77	100
1974	65,88	89,22	7,96	10,78	73,83	100
1975	72,04	88,72	9,16	11,28	81,20	100
1976	78,04	87,81	10,84	12,19	88,88	100
1977	85,06	86,96	12,76	13,04	97,82	100
1978	92,42	85,84	15,24	14,16	107,66	100
1979	100,32	84,50	18,40	15,50	118,72	100
1980	107,58	82,80	22,34	17,20	129,92	100
1981	112,51	81,23	26,00	18,77	138,51	100
1982	119,35	79,99	29,86	20,01	149,21	100
1983	128,10	78,68	34,71	21,32	162,81	100
1984	135,84	77,47	39,49	22,53	175,33	100
1985	142,84	76,25	44,50	23,75	187,34	100
1986	152,55	76,04	48,07	23,96	200,62	100
1987	163,66	75,50	53,11	24,50	216,77	100
1988	176,13	74,79	59,37	25,21	235,50	100
1989	182,68	73,79	64,90	26,21	247,58	100
1990	191,49	70,43	80,41	29,57	271,90	100
1991	196,60	67,00	96,83	33,00	293,43	100
1992	208,26	65,51	109,63	34,49	317,89	100
1993	221,67	63,06	129,85	36,94	351,52	100
1994	235,56	61,09	150,01	38,91	385,56	100
1995	242,14	59,16	167,13	40,84	409,27	100
1996	251,76	58,48	178,77	41,52	430,53	100
1997	256,78	56,03	201,48	43,97	458,26	100
1998	272,45	55,13	221,75	44,87	494,20	100
1999	305,89	56,22	238,20	43,78	544,08	100
2000	319,12	56,12	249,49	43,88	568,61	100
2001	343,03	56,05	269,01	43,95	612,04	100
2002	366,34	55,50	293,77	44,50	660,11	100

Fonte: The Federal Reserve Bank of St. Louis.

Tabela A.2: Índice de Preços em Dólar

Ano	Estados Unidos	Resto do Mundo
1965	23,86	17,99
1966	24,70	18,44
1967	25,41	18,68
1968	26,64	18,87
1969	28,02	19,57
1970	29,44	20,38
1971	31,09	21,61
1972	32,38	24,42
1973	34,19	29,31
1974	37,27	32,99
1975	40,76	35,64
1976	43,06	36,70
1977	45,83	40,10
1978	49,08	47,24
1979	53,19	53,05
1980	58,08	59,30
1981	63,50	58,09
1982	67,43	54,27
1983	70,10	53,07
1984	72,71	51,50
1985	75,04	50,25
1986	76,71	59,62
1987	79,05	67,88
1988	81,75	74,60
1989	84,88	74,74
1990	88,20	81,03
1991	91,41	83,94
1992	93,64	88,12
1993	95,88	87,83
1994	97,87	91,66
1995	100,00	100,00
1996	101,95	97,69
1997	103,95	92,36
1998	105,26	88,39
1999	106,84	89,02
2000	109,20	87,45

Elaboração Própria

Tabela A.3: Dólares em Circulação (Saldo Real)

Ano	Estados Unidos	Resto do Mundo
1965	1,51	0,21
1966	1,56	0,22
1967	1,59	0,23
1968	1,62	0,24
1969	1,64	0,25
1970	1,66	0,27
1971	1,69	0,28
1972	1,72	0,26
1973	1,77	0,24
1974	1,77	0,24
1975	1,77	0,26
1976	1,81	0,30
1977	1,86	0,32
1978	1,88	0,32
1979	1,89	0,35
1980	1,85	0,38
1981	1,77	0,45
1982	1,77	0,55
1983	1,83	0,65
1984	1,87	0,77
1985	1,90	0,89
1986	1,99	0,81
1987	2,07	0,78
1988	2,15	0,80
1989	2,15	0,87
1990	2,17	0,99
1991	2,15	1,15
1992	2,22	1,24
1993	2,31	1,48
1994	2,41	1,64
1995	2,42	1,67
1996	2,47	1,83
1997	2,47	2,18
1998	2,59	2,51
1999	2,86	2,68
2000	2,92	2,85

Elaboração Própria