UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E CONTABILIDADE
DEPARTAMENTO DE CONTABILIDADE E ATUÁRIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CONTROLADORIA E CONTABILIDADE

JOÃO NUNES DE MENDONÇA NETO

**Fractais e redes neurais artificiais aplicados à previsão de retorno
de ativos financeiros brasileiros**

São Paulo

2014

Prof. Dr. Marco Antonio Zago
Reitor da Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Reinaldo Guerreiro
Diretor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Prof. Dr. Edgard Bruno Cornachione Junior
Chefe do Departamento de Contabilidade e Atuária

Prof. Dr. Andson Braga de Aguiar
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Controladoria e Contabilidade

JOÃO NUNES DE MENDONÇA NETO

**Fractais e redes neurais artificiais aplicados à previsão de retorno
de ativos financeiros brasileiros**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Controladoria e Contabilidade da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Mercados financeiro, de crédito e de capitais

Orientador: Prof. Dr. Luiz Paulo Lopes Fávero

Versão corrigida

São Paulo

2014

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção de Processamento Técnico do SBD/FEA/USP

Mendonça Neto, João Nunes de

Fractais e redes neurais artificiais aplicados à previsão de retorno de ativos financeiros brasileiros / João Nunes de Mendonça Neto. -- São Paulo, 2014.

181 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, 2014.

Orientador: Luiz Paulo Lopes Fávero.

1. Administração de investimentos 2. Fractais 3. Redes neurais
4. Previsão (Análise de séries temporais) I. Universidade de São Paulo.
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade. II. Título.

CDD – 658.152

Nome: Mendonça Neto, João Nunes de

Título: Fractais e redes neurais artificiais aplicados à previsão de retorno de ativos financeiros brasileiros

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Controladoria e Contabilidade da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Aprovado em:

Banca Examinadora

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. _____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Aos meus pais, à minha esposa, aos
meus filhos e a todos aqueles que
estimularam e vibraram com a
concretização deste sonho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Luiz Paulo Lopes Fávero, que, por meio de seu refinado conhecimento e simplicidade percebidos desde o primeiro momento em que o conheci, transmitiu-me a segurança necessária para prosseguir durante toda essa jornada. Além de muita simpatia, motivou-me profundamente com frases positivas e objetivas, as quais tornaram mais agradável a execução deste trabalho.

A todos os meus professores da FEA/USP, pelas suas admiráveis aulas e reflexões, que contribuem para justificar e reconhecer a USP como uma das melhores universidades do país.

Aos servidores da FEA/USP, pela cortesia e presteza que dispensam a todos os alunos.

Aos meus colegas de turma e de FEA/USP, pelo relacionamento prazeroso e enriquecedor, o qual gostaria de ter tido mais tempo para melhor aproveitá-lo.

Aos meus pais Nelinho e Auxiliadora, ambos grandes exemplos de pessoas batalhadoras, que me serviram de referência para perseguir objetivos, superar obstáculos, valorizar conquistas e, sobretudo, para a formação de meu caráter.

À minha admirável esposa Edime, que sempre me acompanha com muito amor e me apoia em todos os instantes, irradiando alegria e otimismo, além de me proporcionar uma vida feliz ao seu lado, que semeia um conforto espiritual fundamental para ter alcançado este objetivo.

Aos meus filhos Guigui e Joãozinho, figuras essenciais para minha vida, pela compreensão de nem sempre poder estar disponível para brincar com eles e por me fazerem companhia em vários momentos em que me encontrava solitariamente desenvolvendo este trabalho, mesmo que fosse para me fazerem de trampolim.

À minha irmã Tetê, um ser humano superior, pelo carinho de sempre e pela sua devoção em ajudar e sentir as necessidades do próximo.

Aos meus irmãos Hélder e Henrique, pelas boas recordações de minha infância e adolescência na convivência harmônica e saudável com vocês e, embora estarmos distantes geograficamente, sinto-nos muito unidos pelo coração.

Ao meu irmão caçula e afilhado Rafael, que nos deu muitas e imensas alegrias desde o seu nascimento e motivo de orgulho para toda a família pela sua disciplina e determinação, pelo apoio e cuidado que me ofereceu durante a temporada que necessitei estar em São Paulo.

À minha cunhada Fernanda, pela generosa e agradável hospitalidade concedida em sua residência nas minhas diversas idas e vindas a São Paulo.

Aos demais familiares e amigos que estiveram na torcida e transmitiram vibrações positivas que me ajudaram a conquistar esta etapa da minha vida.

RESUMO

Mendonça Neto, J. N. (2014). *Fractais e redes neurais artificiais aplicados à previsão de retorno de ativos financeiros brasileiros*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Economia Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Este estudo tem como problema de pesquisa a previsão de retorno de ativos financeiros. Buscou verificar a existência de relação entre memória ou dependência de longo prazo em séries temporais fractais e erro de previsão de retornos de ativos financeiros obtida por meio de Redes Neurais Artificiais (RNA). Espera-se que séries temporais fractais com maior memória de longo prazo permitam obter previsões com menor nível de erro, na medida em que a correlação entre os elementos da série favoreça a qualidade de previsão de RNA. Como medida de memória de longo prazo, foi calculado o expoente de Hurst de cada série temporal, o qual sofreu uma transformação para atuar como um índice de previsibilidade. Para medir o erro de previsão, foi utilizada a Raiz do Erro Quadrado Médio (REQM) produzida pela RNA em cada série temporal. O cálculo do expoente de Hurst foi realizado por meio do algoritmo da análise *Rescaled Range* (R/S). A arquitetura de RNA utilizada foi a de Rede Neural com Atraso Alimentada Adiante (TLFN), tendo como processo de aprendizagem supervisionada o modelo de retropropagação com gradiente descendente para minimização do erro. A amostra foi composta por ativos financeiros brasileiros negociados na Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa), especificamente ações de companhias abertas e fundos de investimentos imobiliários em um período de 10 anos. Os resultados mostraram que a relação entre as variáveis foi significativa para previsões de retornos médios diários de 126 e 252 dias úteis e não significativa para previsão de retorno de 1 dia útil. Quando a análise foi realizada em somente ativos financeiros com expoentes de Hurst persistentes, a relação foi significativa para previsão de 1 dia útil e ainda mais significativa para previsão de 126 e 252 dias úteis, não sendo significativa quando realizada a análise em somente os ativos financeiros antipersistentes. A amostra foi também particionada entre os ativos que participaram e os que não participaram do índice Bovespa (IBOVESPA) no terceiro quadrimestre de 2013. Quando analisados somente os ativos que participaram do IBOVESPA, não houve relação significativa entre as variáveis estudadas, havendo relação significativa somente quando analisados os ativos não participantes. A participação no IBOVESPA apresentou relação significativa com memória de longo prazo e não foi encontrada relação significativa dessa participação com o erro de previsão de RNA. Os resultados encontrados sugerem que o expoente de Hurst pode ser utilizado previamente para selecionar séries temporais de retornos de ativos financeiros que são mais viáveis de serem previstos, particularmente escolhendo aqueles ativos com retornos mais persistentes e que não participem do IBOVESPA. Um gestor que deseje imprimir uma administração mais ativa de seus investimentos poderia utilizá-lo para selecionar uma carteira de ativos com essas características e realizar previsões com qualidade superior ao utilizar RNA. Um investidor que execute uma administração passiva de investimentos deveria compô-la com ativos com expoentes de Hurst característicos de processos em passeio aleatório, a fim de que não seja prejudicado por movimentos não aleatórios do mercado contra os quais não esteja se protegendo.

Palavras-chave: Administração de investimentos. Fractais. Memória de longo prazo. Redes neurais artificiais. Previsão.

ABSTRACT

Mendonça Neto, J. N. (2014). *Fractals and artificial neural networks applied to return forecasting of Brazilian financial assets*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Economia Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo.

This study has the research problem of forecasting financial assets return. It aimed to verify the existence of relationship between long-term memory or dependence in fractal time series and prediction error of financial assets returns obtained by Artificial Neural Networks (ANN). It is expected that fractal time series with larger memory could achieve predictions with lower error, since the correlation between the elements of the series favors the quality of ANN prediction. As a long-term memory measure, the Hurst exponent of each time series was calculated, which has undergone a transformation to act as an index of predictability. To measure the prediction error, the Root Mean Square Error (RMSE) produced by ANN in each time series was used. The Hurst exponent computation was conducted through the rescaled range analysis (R/S) algorithm. The ANN architecture was Time Lagged Feedforward Neural Network (TLFN), with backpropagation supervised learning process and gradient descent for error minimization. The sample was composed of Brazilian financial assets traded in the Securities, Commodities & Futures Exchange of Sao Paulo (BM&FBovespa), more specifically public companies shares and real estate investment funds. The results showed that the relationship between the variables was significant for forecasting daily average returns of 126 and 252 business days, and not significant for predicting returns of 1 business day. When the analysis was performed only in financial assets with persistent Hurst exponents, the relationship was significant for predicting returns of 1 business day and even more significant for prediction returns of 126 and 252 business days. The relationship was not significant when the analysis was performed in only antipersistent financial assets. The sample was also partitioned among the assets participating and not participating in the Bovespa Index (IBOVESPA) of the third quarter of 2013. When only assets that participated in the IBOVESPA are considered, there was no significant relationship between the variables studied, existing significant correlation only when no participants are considered. Participation in IBOVESPA showed a significant relationship with long-term memory and no significant relationship of such participation with ANN prediction error was found. The results suggest that the Hurst exponent can be used to previously select time series of financial assets returns that are most feasible to predict, particularly choosing those assets with more persistent returns and not participating in the IBOVESPA. A manager who wishes to make a more active investment management could use it to select a portfolio with these characteristics and make predictions with superior quality when using artificial neural networks. An investor who accomplishes a passive investment management should compound his portfolio with assets that follows Hurst exponents characteristic of random walk processes, so that his is not impaired by no random market movement that he is not protected.

Keywords: Investment management. Fractals. Long-term memory. Artificial neural networks. Forecasting.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 2.1 - Coeficiente H de inclinação da reta obtida por $\log(F) \times \log(T)$. As flutuações em intervalos de tempo de curto e longo prazo influenciam a inclinação da reta.....	42
Gráfico 2.2 - Função Limiar	48
Gráfico 2.3 - Função Parcialmente Linear.....	48
Gráfico 2.4 - Função Sigmoidal	49
Gráfico 2.5 - Função Tangente Hiperbólica	49
Gráfico 4.1 - $\ln REQ_M \times HURST$ a partir do treinamento 1 para previsão de 1 dia útil.....	89
Gráfico 4.2 - $\ln REQ_M \times HURST$ a partir do treinamento 1 para previsão de 126 dias úteis ..	89
Gráfico 4.3 - $\ln REQ_M \times HURST$ a partir do treinamento 1 para previsão de 252 dias úteis ..	90

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Triângulos de Sierpinski.....	39
Figura 2.2 - Estrutura de um neurônio biológico	44
Figura 2.3 - Sinapse entre neurônios.....	45
Figura 2.4 - Estrutura de um neurônio artificial análogo a um neurônio biológico.....	45
Figura 2.5 - Rede de camada única	50
Figura 2.6 - Rede multicamadas	50
Figura 2.7 - Rede alimentada adiante.....	51
Figura 2.8 - Rede neural com atraso alimentada adiante	51
Figura 2.9 - Filtro neural focado	52
Figura 2.10 - Rede recorrente	54
Figura 2.11 - Rede Recorrente Autorregressiva Não Linear com Entradas Exógenas (NARX)	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Estatísticas descritivas da variável HURST	83
Tabela 4.2 - Estatísticas descritivas da variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE...	84
Tabela 4.3 - Estatísticas descritivas da variável dependente REQM	85
Tabela 4.4 - Resultados da regressão.....	88
Tabela 4.5 - Resultados da regressão com $HURST > 0,5$ (persistência).....	91
Tabela 4.6 - Resultados da regressão com $HURST < 0,5$ (antipersistência).....	93
Tabela 4.7 - Estatísticas descritivas da variável HURST em função da participação no IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013.....	95
Tabela 4.8 - Estatísticas descritivas da variável HURST_PREVISIBILIDADE em função da participação no IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013	96
Tabela 4.9 - Estatísticas descritivas da variável REQM com somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013	97
Tabela 4.10 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com dados segmentados pela participação no IBOVESPA	98
Tabela 4.11 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA	99
Tabela 4.12 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA	100
Tabela 4.13 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST > 0,5$	101
Tabela 4.14 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST > 0,5$	102
Tabela 4.15 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST > 0,5$	103
Tabela 4.16 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST < 0,5$	104
Tabela 4.17 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST < 0,5$	105
Tabela 4.18 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST < 0,5$	106
Tabela 4.19 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA	107

Tabela 4.20 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA.....	108
Tabela 4.21 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA.....	109
Tabela 4.22 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e $HURST > 0,5$	111
Tabela 4.23 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e $HURST > 0,5$	112
Tabela 4.24 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e $HURST > 0,5$	113
Tabela 4.25 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e $HURST < 0,5$	114
Tabela 4.26 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e $HURST < 0,5$	115
Tabela 4.27 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e $HURST < 0,5$	116
Tabela 5.1 - Conclusões obtidas para as hipóteses de pesquisa formuladas.....	119
Tabela 7.1 - Expoentes de Hurst dos ativos financeiros brasileiros componentes da amostra, participantes e não participantes do índice IBOVESPA.....	132
Tabela 7.2 - REQM por ativo para previsão de 1 dia útil	141
Tabela 7.3 - REQM por ativo para previsão de 126 dias úteis	157
Tabela 7.4 - REQM por ativo para previsão de 252 dias úteis	172

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AR	Modelo autorregressivo
ARCH	Modelo autorregressivo com heterocedasticidade condicional
ARFIMA	Média móvel integrada fracionária autorregressiva
ARIMA	Média móvel integrada autorregressiva
ARMA	Modelo autorregressivo com médias móveis
BM&FBovespa	Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo
EQM	Erro quadrado médio
GARCH	Modelo autorregressivo com heterocedasticidade condicional generalizado
IBOVESPA	Índice da BM&FBovespa
MA	Modelo com médias móveis
MQO	Mínimos quadrados ordinários
MSE	Mean square error
NARX	Rede recorrente autorregressiva não linear com entradas exógenas
R/S	Análise <i>Rescaled Range</i>
REQM	Raiz do erro quadrado médio
RMSE	Root mean square error
RNA	Rede neural artificial
RNF	Rede neural <i>fuzzy</i>
RNP	Redes neurais pulsadas ou <i>spiking</i>
RRDD	Rede recorrente dirigida dinamicamente
TLFN	Rede neural com atraso alimentada adiante
UKF	Filtro de Kalman <i>unscented</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Contextualização e problema de pesquisa.....	17
1.2	Objetivos	20
1.3	Hipóteses da pesquisa	21
1.4	Justificativa e contribuições esperadas.....	21
1.5	Limitações da pesquisa	24
1.6	Delineamento do trabalho	25
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	27
2.1	Séries temporais	27
2.1.1	Processos geradores	28
2.1.2	Memória de longo prazo	30
2.2	Expoente de Hurst.....	30
2.2.1	Origem e concepção do expoente de Hurst.....	31
2.2.2	Algoritmo R/S para estimação do expoente de Hurst.....	35
2.2.3	Expoente de Hurst em processos com passeio aleatório.....	37
2.3	Fractais	38
2.3.1	Fractais em séries temporais	40
2.3.2	Hipótese de mercado fractal.....	41
2.4	Redes neurais artificiais	43
2.5	Estrutura e funcionamento básico de neurônio	44
2.5.1	Neurônios biológicos	44
2.5.2	Neurônios artificiais.....	45
2.5.3	Funções de ativação	47
2.6	Classificações e arquiteturas de RNA	49
2.6.1	Rede de camada única.....	49
2.6.2	Rede multicamadas	50
2.6.3	Rede alimentada adiante	51
2.6.4	Rede neural com atraso alimentada adiante.....	51
2.6.5	Rede recorrente	53
2.6.6	Rede recorrente autorregressiva não linear com entradas exógenas (NARX).....	54
2.7	Processo de aprendizagem de RNA	55
2.7.1	Aprendizagem supervisionada	56
2.7.2	Aprendizagem não supervisionada	57
2.7.3	Aprendizagem com retropropagação	57
2.8	Estágios de desenvolvimento de redes neurais artificiais	60
2.9	Evidências empíricas de não normalidade dos retornos de ativos financeiros	62
2.10	Evidências empíricas da relação entre memória de longo prazo e previsibilidade com RNA e com outras ferramentas	69
3	METODOLOGIA DA PESQUISA	75
3.1	População e amostra.....	75
3.2	Coleta de dados	76
3.3	Variável dependente raiz do erro quadrado médio (REQM)	77
3.4	Variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE como um índice de previsibilidade	78
3.5	Procedimentos para tratamento e análise dos dados	79
3.6	Recursos	82
4	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	83
4.1	Análise das variáveis HURST e HURST_PREVISIBILIDADE.....	83

4.2	Análise da variável dependente REQM.....	84
4.3	Análise da relação entre as variáveis HURST_PREVISIBILIDADE e REQM	86
4.4	Análise da relação entre as variáveis REQM e HURST_PREVISIBILIDADE com os ativos financeiros persistentes	91
4.5	Análise da relação entre as variáveis REQM e HURST_PREVISIBILIDADE com os ativos financeiros antipersistentes	92
4.6	Análise das relações considerando a participação no IBOVESPA	94
4.6.1	Análise das variáveis HURST, HURST_PREVISIBILIDADE e REQM com dados segmentados pela participação no IBOVESPA.....	95
4.6.2	Análise das relações com dados segmentados pela participação no IBOVESPA.....	98
4.6.3	Análise das relações com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e com os ativos financeiros persistentes	101
4.6.4	Análise das relações com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e com os ativos financeiros antipersistentes	104
4.6.5	Análise das relações com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA.....	106
4.6.6	Análise das relações com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e com os ativos financeiros persistentes.....	110
4.6.7	Análise das relações com a inclusão da variável <i>dummy</i> IBOVESPA e com os ativos financeiros antipersistentes.....	114
4.7	Análise da normalidade dos termos de erro.....	116
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
6	REFERÊNCIAS.....	123
7	APÊNDICES	127

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e problema de pesquisa

É da natureza humana o desejo de prever o futuro, seja em relação a sua vida pessoal ou no âmbito empresarial e de negócios. A acurácia em previsões permite uma antecipação dos fatos a fim de tomar melhores decisões que poderão proporcionar maior grau de sucesso para o indivíduo ou para a organização.

A possibilidade de prever o futuro é debatida há séculos, especialmente por Agostinho de Hipona, conhecido por Santo Agostinho. Em parte de sua obra que é dedicada ao tempo, ele exprime seu pensamento a respeito de previsão e expectativa do futuro:

Contemplo a aurora: preannuncio que o sol vai nascer. O que vejo é presente, o que preannuncio é futuro: não é o sol, que já existe, que é futuro, mas sim o seu nascimento, que ainda não existe: todavia, mesmo o próprio nascimento, se não o imaginasse no meu espírito, como agora quando estou a falar dele, não o poderia predizer. Mas aquela aurora que vejo no céu não é o nascimento do sol, embora o preceda, nem aquela imagem que está no meu espírito: ambas são vistas claramente como presentes, a ponto de se poder dizer antecipadamente aquele futuro. Portanto, as coisas futuras ainda não existem e, se ainda não existem, não existem, e, se não existem, não podem ser vistas de forma alguma; mas podem ser preditas a partir das coisas presentes, que já existem e se veem. (Agostinho, 2008, p. 116)

Ele separou a possibilidade de visualizar literalmente um futuro que não existe da capacidade de prever, predizer ou criar expectativas a respeito do futuro. Enquanto que a primeira possibilidade não é factível, a segunda é viável desde que a imagem de eventos passados que já tenham sido vivenciados e associados a acontecimentos presentes ofereçam uma correlação entre si que permitam antecipar o futuro.

A correlação entre eventos passados é o que pode permitir uma previsão do futuro, no sentido não literal da palavra de visualizar antecipadamente com exatidão o futuro. Não há possibilidade de previsão se não há experiência passada com eventos correlacionados que possam desencadear novamente no futuro um resultado semelhante ao obtido no passado. Previsões baseadas em intuições estariam fora dessa forma de investigação científica.

No âmbito financeiro, mais especificamente na precificação de ativos financeiros, o problema está na acurácia da previsão do comportamento de preços que pode significar o sucesso na obtenção de lucros ou o fracasso decorrente de prejuízos. Resta investigar se há correlações nesse ambiente que permita prever o comportamento de preços, o qual é objeto de estudo da presente dissertação.

Extensa literatura e diversos estudos (Matteo, Aste, & Dacorogna, 2005; Peters E. E., 1996; Power & Turvey, 2010; Mandelbrot & Hudson, 2004; Zhang, Bai, & Smolyanov, 2008) iniciados por Mandelbrot (1963) sugerem a possibilidade de existência de dependência (ou memória) de longo prazo em séries temporais de variação de preços de ativos financeiros. Memória de longo prazo é oriunda da correlação de longo prazo ou interdependência de componentes em séries de tempo fractais, que são um caso especial de séries de tempo caóticas. Uma série de tempo caótica é um sistema não linear governado por processos determinísticos. Uma série de tempo fractal, além de ser fruto de processos determinísticos, é caracterizada pela autossimilaridade ou por ciclos não periódicos (Diaconescu, 2008).

Diferentemente da Moderna Teoria de Carteiras (Markowitz, 1952; Tobin, 1958; Sharpe, 1964; Mossin, 1966; Lintner, 1965), que se baseia em modelos lineares com distribuições normais e processos estocásticos em passeio aleatório (*random walk*), a existência de memória de longo prazo está associada a sistemas dinâmicos não lineares que possuem componentes determinísticos e que podem ser previsíveis, mesmo na forma fraca do mercado eficiente proposto por Fama (1970). Nessa concepção de existência de memória de longo prazo, preços futuros de ativos financeiros poderiam ser previstos com base no passado, uma vez que os resultados futuros teriam uma dependência com o passado.

Essas duas abordagens levam a duas correntes teóricas na formulação de pressupostos acerca do comportamento do mercado financeiro em relação à dependência entre variações de preços de ativos financeiros em períodos distintos. A dependência é mínima em processos *random walk* e máxima em processos completamente determinísticos. Esta dissertação está incluída na corrente do tratamento do mercado financeiro como um processo com características determinísticas.

Memória de longo prazo em séries temporais possui relação com o conceito de fractais, que são caracterizados por objetos com autossimilaridade em escalas variadas. Existem no universo diversas características fractais, em que objetos são similares a si próprios em escalas diferentes.

No caso específico de séries temporais de retornos de ativos financeiros, a fractalidade poderia ser encontrada na similaridade de retornos medidos em intervalos e períodos de tempo diferentes. A existência de autossimilaridade é o que tornaria possível a realização de previsões. Não necessariamente a autossimilaridade acontece em ciclos periódicos, sendo mais comum, em séries de tempo financeiras, que se expresse em ciclos não periódicos.

Uma medida de memória de longo prazo foi concebida por Hurst (1951) em estudo desenvolvido para dimensionar a capacidade de reservatórios de represas fluviais. Mandelbrot

(1972) trouxe essa medida para o ramo das finanças e a nomeou como expoente de Hurst, em homenagem a seu idealizador. Desde então, esta medida tem sido bastante utilizada para mensurar memória de longo prazo em séries temporais.

Contudo, não é suficiente somente ter conhecimento que variações de preços de ativos podem ser previsíveis. Para se aproveitar dos benefícios dessa possibilidade, é necessária a construção de modelos que abstraíam o mundo real e permitam a realização de previsões a partir de dados passados. A utilização de técnicas de modelagem convencionais como modelos estatísticos (ARIMA - GARCH), as quais têm demonstrado resultados insatisfatórios, possuem a desvantagem de requererem um conhecimento prévio da estrutura do modelo em estudo (Oliveira M. A., 2007). O fato do processo ser determinístico não implica que seja elementar encontrar o modelo que o descreva. Devido à dinamicidade e complexidade no comportamento dos preços de ativos financeiros, há pouca viabilidade em elaborar modelos pré-definidos para capturar as não linearidades das variações de preços de ativos financeiros. Uma série temporal univariada é não linear quando resultados futuros a serem previstos são uma função não linear de dados históricos passados (Wah & Qian, 2006).

No sentido de solucionar essa lacuna deixada pelas técnicas de modelagem convencionais, referente ao requisito de definição prévia do modelo matemático, as Redes Neurais Artificiais (RNA) possuem a característica de não requererem que a estrutura do modelo em análise seja previamente conhecida, pois o modelo é gerado a partir de um processo de aprendizagem (Corrar, Paulo, & Dias Filho, 2007, p. 451). Elas possuem a vantagem de não se fazer necessária a dedução das equações estatísticas e matemáticas que possam explicar as relações entre os valores da série temporal em cada instante de tempo. Redes neurais têm sido utilizadas para modelar sistemas não lineares porque elas são, por construção, estruturadas em funções de ativação não lineares (Forsgren & Kling, 2003). Por meio de um mecanismo de treinamento, redes neurais podem ser capazes de capturar as equações ideais que reflitam as relações de dependência dos dados em estudo. Após o treinamento, espera-se que o aprendizado da RNA permita realizar previsões futuras.

É um aspecto motivante haver de um lado séries temporais que apresentem dependência de longo prazo e de outro lado redes neurais artificiais como ferramenta para usufruir da fractalidade contida nessas séries temporais. Mandelbrot e Hudson (2004) afirmaram que benefícios advindos da existência de fractalidade em finanças ainda estavam por vir e poderiam acontecer em estudos futuros. O presente trabalho procura obter esses benefícios por meio da utilização e aplicação em conjunto de conceitos de fractais e redes neurais artificiais.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é verificar se a dependência (ou memória) de longo prazo pode ser um indicador de menor nível de erros de redes neurais artificiais quando utilizadas para prever variações futuras em preços de ativos financeiros, dentro do período de análise de 10 anos, que se inicia em 29/10/2003 e finaliza em 29/10/2013.

Para atingir o objetivo de mensurar memória de longo prazo e obter um expoente de escala que reflita a volatilidade de variações de preços como uma função de diferentes intervalos de tempo em que as variações são medidas, será utilizado o algoritmo precursor da análise *Rescaled Range* (R/S), alicerçado no trabalho de Hurst (1951), que produz como saída um expoente de escala indicador de memória longa, nomeado como expoente de Hurst.

Para a consecução do objetivo de realização de previsões e mensurar o seu grau de erro, será utilizada uma Redes Neural com Atraso Alimentada Adiante (TLFN) com aprendizagem supervisionada baseada em retropropagação (*backpropagation*) com gradiente descendente.

Espera-se que a persistência ou antipersistência existente em uma série temporal seja capturada e aprendida pela RNA e seja possível se aproveitar dessas características para prever ou obter indícios de resultados futuros.

Uma vez que o objetivo deste trabalho não é comparar a eficiência entre tipos de redes neurais artificiais e nem entre métodos de mensuração de memória de longo prazo, o escopo da pesquisa não inclui classificação de eficiência entre métodos, restringindo-se a encontrar evidências de sensibilidade do grau de erro da RNA em relação à memória de longo prazo.

Como objetivo adicional da pesquisa, será analisado se há diferença na memória de longo prazo nos ativos financeiros que estão dentro e fora do índice Bovespa (IBOVESPA) elaborado pela Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBovespa), que possam influenciar no grau de acerto das redes neurais artificiais. Esse objetivo será perseguido porque há a possibilidade da diferença de volume de negociação e liquidez dos ativos financeiros que estão dentro e fora do índice influenciar a memória da série temporal e o grau de erro da RNA. O volume de negociação era, até o ano de 2013, a variável principal responsável pela determinação das ações componentes do IBOVESPA.

Os resultados da pesquisa podem ser úteis como um teste de validação dos conceitos de memória de longo prazo e de redes neurais artificiais. Se o conceito de memória de longo prazo for pertinente, é porque o futuro depende do passado e deveria ser possível que, empiricamente, uma RNA pudesse aprender com o passado para prever o futuro. Em caso

dessa hipótese ser confirmada, haveria indícios de que ambos os conceitos são pertinentes e seus modelos se comportam empiricamente conforme esperado.

1.3 Hipóteses da pesquisa

Sob a perspectiva de séries de tempo fractais, é esperado que a existência mais intensa de memória de longo prazo promova previsões com menor erro. Sob a perspectiva da participação no IBOVESPA, é esperada que a participação nesse índice tenha influência no erro de previsão da RNA e na memória de longo prazo da série temporal.

Diante dessas perspectivas, são formuladas as seguintes hipóteses de pesquisa:

- Hipótese 1: quanto maior a memória de longo prazo em séries temporais de retornos de ativos financeiros menor o grau de erro de redes neurais artificiais em prever retornos futuros desses ativos;
- Hipótese 2: quanto maior a memória de longo prazo em séries temporais de retornos de ativos financeiros participantes do IBOVESPA menor o grau de erro de redes neurais artificiais em prever retornos futuros desses ativos;
- Hipótese 3: quanto maior a memória de longo prazo em séries temporais de retornos de ativos financeiros não participantes do IBOVESPA menor o grau de erro de redes neurais artificiais em prever retornos futuros desses ativos;
- Hipótese 4: a participação de ativos financeiros no IBOVESPA influencia o grau de erro de redes neurais artificiais em prever retornos futuros desses ativos;
- Hipótese 5: a participação de ativos financeiros no IBOVESPA influencia a memória de longo prazo em séries temporais de retornos desses ativos.

Dentro das hipóteses da pesquisa, é possível extrair as variáveis fundamentais a serem tratadas no presente estudo, quais sejam, uma medida de memória de longo prazo de séries temporais, o grau de erro de uma RNA aplicada nessas séries temporais para previsibilidade futura e a participação do ativo no IBOVESPA.

1.4 Justificativa e contribuições esperadas

Oliveira M. A. (2007) pesquisou diversos modelos de RNA, aplicando-as para previsão em séries temporais de variações de preços de algumas ações brasileiras, em que foi confrontado o desempenho dos diversos modelos estudados, inclusive com a utilização do

filtro de Kalman no processo de aprendizagem, o qual demonstrou superioridade em relação a outras arquiteturas de RNA. Contudo, não foi estudada uma variável indicadora da memória de longo prazo da série a fim de que sejam selecionadas as séries temporais melhores candidatas a realizar previsão. Apesar da presente pesquisa não ter o objetivo de confrontar o desempenho de arquiteturas distintas de RNA, ela incorpora no estudo o expoente de Hurst como variável indicadora de memória de longo prazo da série, pois, é levantada como hipótese que a memória de longo prazo tem relação com o grau de erro da RNA e que, por consequência, seja possível a RNA obter melhor desempenho quando alimentada com séries temporais que possuam memória de longo prazo embutida.

Alabdulhadi (2011) realizou pesquisa no sentido de avaliar a relação entre memória de longo prazo e qualidade de previsão com RNA e algoritmos genéticos, medindo o ganho ou perda adicional em relação a uma estratégia passiva de investimentos de comprar e manter um ativo (*buy and hold*). Os resultados encontrados mostraram que as previsões da RNA foram superiores com as séries de tempo das ações de quatro empresas que apresentaram maiores indicativos de memória de longo prazo e inferiores com as séries de tempo das ações de duas empresas que apresentaram menores indicativos de memória de longo prazo. Contudo, a amostra utilizada foi muito pequena, composta por somente seis empresas do Kuwait e Arábia Saudita, podendo-se dizer que consiste em uma amostra pouco representativa.

Diaconescu (2008) analisou a sensibilidade da memória de longo prazo com os resultados obtidos em previsões pela RNA. Todavia, também utilizou uma amostra pequena de empresas.

Em relação ao tamanho da amostra das pesquisas anteriores, esta pesquisa se justifica pela utilização de uma amostra maior com um número mais amplo de ativos, compreendendo ativos financeiros brasileiros negociados na BM&FBOVESPA, a fim de se obter conclusões mais confiáveis que expliquem ou não a relação estudada. E a utilização de uma amostra maior permite a utilização da técnica estatística de regressão para verificar a significância da relação entre as variáveis estudadas.

Em relação ao período de tempo do horizonte de previsão, as pesquisas anteriores somente trataram previsão para somente 1 dia adiante, enquanto que no presente trabalho também serão considerados horizontes de previsão de maior longo prazo, utilizando 126 e 252 dias úteis, contribuindo para verificar se a utilização de uma variável dependente de longo prazo tem relação significativa com a variável explicativa desse estudo que é inerentemente de características de longo prazo.

Nas pesquisas anteriores e em outras pesquisas (Yao, Tan, & Poh, 1999; Qian & Rasheed, 2010; Qian & Rasheed, 2007; Qian & Rasheed, 2004; Mitra, 2012; Eom, Choi, Oh, & Jung, 2008), houve vestígios que há relação entre memória longa e previsibilidade com redes neurais artificiais e com outras ferramentas. Porém, em nenhuma delas, foi realizado um teste estatístico para verificar a significância dessa relação. A presente dissertação irá utilizar uma regressão MQO e irá testar a significância da variável regressora estudada (memória de longo prazo), a fim de que haja uma comprovação científica consistente.

Esta pesquisa ainda se diferencia das anteriores na divisão da amostra entre as ações que participam ou não do IBOVESPA, permitindo verificar se essa participação influencia os resultados. Ainda se espera uma contribuição para o estudo do mercado financeiro brasileiro, na medida em que não foi encontrada na revisão de literatura pesquisa semelhante aplicada ao Brasil, que trate conjuntamente de memória de longo prazo e RNA.

Do ponto de vista de estratégia de investimento, este trabalho pode contribuir com indícios acerca da eficiência ou não do mercado financeiro. O mercado eficiente proposto por Fama (1970) sugere que nenhuma estratégia conseguiria superar o mercado. Unindo aos estudos de Markowitz (1952) sobre seleção de carteiras, a melhor estratégia seria escolher uma carteira e simplesmente mantê-la, desde que faça parte da fronteira eficiente e que atenda ao perfil de risco do investidor, realizando esporadicamente alguns ajustes para recalibrar a carteira devido a mudanças no mercado. Nesse modelo, não há espaço para adotar uma estratégia para obter retornos anormais acima do que é oferecido pelo mercado. Isso acontece porque parte-se do pressuposto que as variações dos preços dos ativos seguem uma distribuição normal em que variações futuras de preços são decorrentes de um processo estocástico puramente aleatório, sem existência de memória.

Não haveria justificativa para o presente trabalho caso o modelo de mercado eficiente prevalecesse e as variações de preços de ativos financeiros fosse um processo puramente estocástico e aleatório. Não haveria um padrão, autossimilaridade ou dependência com resultados passados que permitisse que uma RNA aprendesse com dados históricos e pudesse contribuir para previsões de resultados futuros. Em existindo memória de longo prazo, há espaço para utilização de redes neurais artificiais para explorá-la, sendo essa uma justificativa direta para a realização do presente estudo. Investidores mais sofisticados poderiam se aproveitar dessas ineficiências do mercado, utilizando ferramentas que pudessem capturá-las.

Este trabalho torna-se relevante pela contribuição que pode ser oferecida à estratégia de gestão de carteiras de ativos financeiros. A possível existência de uma metodologia que permita um grau de acerto superior à aleatoriedade permitiria a elaboração de estratégias

ativas de gestão de carteiras, que podem ser superiores a uma gestão passiva de comprar e manter ativos (*buy and hold*). Para os investidores, o conhecimento dos processos que governam o mercado é de grande importância para a implementação de uma estratégia ótima, que lhes permitirá melhores resultados. Não só o conhecimento do mercado em geral, mas também dos processos individuais que comandam cada um de seus ativos.

Em termos de utilidade prática, a confirmação das hipóteses da presente pesquisa pode contribuir para a seleção de ativos financeiros que comporão uma carteira de investimento a partir do perfil de gestão do investidor. Para investidores com perfil de administração passiva, que procuram escolher uma carteira e mantê-la por longo prazo, os ativos financeiros indicados seriam aqueles que não possuem memória de longo prazo e obedecem a processos *random walk*, a fim de que ele não esteja suscetível a movimentos não aleatórios do mercado que possam lhe trazer prejuízos. Seu único risco estaria na aleatoriedade, a qual não poderia ser eliminada. Para investidores com perfil de administração ativa, que procuram obter ganhos adicionais comprando e vendendo ativos nos momentos mais oportunos, os ativos indicados seriam aqueles que apresentam maior memória de longo prazo, a fim de que ele possa se antecipar e aproveitar a possibilidade de previsão de retornos futuros, desde que possua ferramentas adequadas para a obtenção de ganhos adicionais.

1.5 Limitações da pesquisa

Não está no escopo dessa pesquisa a utilização de modelos lineares para previsão de séries temporais, como modelos autorregressivos (AR), médias móveis (MA), autorregressivos com médias-móveis (ARMA), entre outros, pois, é admitido como pressuposto que as séries de tempo estudadas obedecem um comportamento não linear que não seria satisfatoriamente percebido por esses modelos.

Também não serão tratados outros modelos não lineares, como o modelo autorregressivo com heterocedasticidade condicional (ARCH) e o modelo autorregressivo com heterocedasticidade condicional generalizado (GARCH), pois é pretendido na pesquisa se concentrar em RNA a fim de que não se disperse os esforços em direções distintas e seja mais profundo na utilização da ferramenta.

Não serão estudadas as diversas variantes dos algoritmos para estimação do expoente de Hurst nem as diversas arquiteturas de RNA, porque o objetivo da pesquisa não é medir desempenho entre diversas técnicas. A partir das conclusões obtidas na revisão de literatura,

será parametrizada uma arquitetura de RNA alimentada adiante com retropropagação que melhor se enquadre à pesquisa.

O impacto nos resultados da utilização de somente uma arquitetura de RNA e da não utilização de outros modelos pode estar na magnitude dos erros de previsão. Outros tipos de arquiteturas de RNA e outros modelos poderiam produzir erros de previsão menores. Contudo, na regressão que será realizada para verificar a significância da relação entre as variáveis, o mais importante é haver diferença entre os erros de previsão que estejam relacionados a diferentes valores de memória de longo prazo, não importando o seu valor absoluto. Supondo semelhantes as diferenças relativas do erro de previsão obtidas a partir de outros modelos e de outras arquiteturas de RNA, acredita-se que não haveria impacto nas conclusões dos testes de hipóteses a serem realizados. Contudo, se essa suposição for falsa, as conclusões poderiam estar equivocadas, especialmente em caso de alguma das hipóteses da pesquisa não seja confirmada e que poderia vir a ser confirmada se fosse utilizado algum outro modelo ou arquitetura de RNA fosse utilizado.

A não utilização de variantes do algoritmo do expoente de Hurst pode estar deixando de se obter uma medida mais precisa da memória de longo prazo das séries temporais. Contudo, da mesma forma que foi discorrido sobre o erro de previsão, acredita-se que o mais importante para a regressão é a diferença relativa entre os expoentes de Hurst e não o seu valor absoluto, e que não haveria impacto nos testes de hipóteses a serem realizados.

1.6 Delineamento do trabalho

Essa dissertação é composta por sete capítulos e um apêndice organizados da forma descrita a seguir.

O Capítulo 1 compreende uma introdução que apresenta a contextualização onde se enquadra a pesquisa, a hipótese formulada, a possível contribuição e relevância que justificam a execução do estudo, os objetivos e as limitações da pesquisa.

O Capítulo 2 contém o referencial teórico, abordando os fundamentos teóricos sobre séries de tempo fractais, em que são apresentados conceitos inerentes a séries temporais, memória de longo prazo, fractais em finanças e o expoente de Hurst, e apresenta conceitos sobre Redes Neurais Artificiais (RNA) e suas diversas arquiteturas.

O Capítulo 3 discorre sobre a metodologia utilizada.

O Capítulo 4 explicita e analisa os resultados experimentais encontrados ao aplicar a teoria e a metodologia apresentadas nos capítulos anteriores, a partir da base de dados disponível para realização dos testes e simulações.

O Capítulo 5 é dedicado às conclusões e considerações finais.

No Capítulo 6 encontram-se as referências bibliográficas.

No Apêndice, são apresentados o código fonte dos algoritmos utilizados para a implementação dos modelos estudados, a sintaxe do comando SPSS para treinar a RNA, os expoentes de Hurst encontrados por ativo e a raiz do erro quadro médio por ativo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nos tópicos iniciais deste capítulo, são abordados os fundamentos teóricos sobre séries de tempo fractais, apresentando conceitos inerentes a fractais em finanças. É exposta a conceituação de séries temporais, focando-se especialmente nas univariadas e é tratado também sobre processos estocásticos e determinísticos em séries temporais. Posteriormente, são introduzidos conceitos de fractais, com ênfase na sua aplicação em finanças.

Em seguida, são abordados conceitos e características de redes neurais artificiais. Por fim, são exibidas e analisadas evidências empíricas a respeito dos temas abordados.

2.1 Séries temporais

Séries temporais correspondem a uma sequência de dados indexados pelo tempo. Diferentemente de dados em seção transversal (*cross-section*), em que os dados são coletados somente em um determinado instante de tempo, representando uma fotografia dos dados naquele momento, a ordem temporal dos dados tem relevância na obtenção de resultados e conclusões. Se a ordem dos dados for modificada, haverá perda de informação relevante sobre os dados, podendo obter conclusões equivocadas em relação à série em estudo.

Séries temporais podem ser classificadas de diversas formas. Elas podem ser contínuas, quando a sequência de dados é descrita continuamente no tempo, e discretas, quando a sequência de dados é descrita em instantes de tempo discretos, havendo um espaçamento entre os instantes. A classificação em discreta e contínua é em relação ao tempo e não ao valor de cada observação. Pode-se ter uma série temporal discreta, mas o conteúdo das suas variáveis ser contínuo. Na prática, a utilização de séries temporais econômicas e financeiras é dada na forma discreta, pois, a coleta de dados é viabilizada em instantes de tempo discretos (Oliveira M. A., 2007).

Uma série temporal também pode ser classificada linear e não linear. Nas séries temporais lineares, a próxima observação é linearmente relacionada com a observação atual, enquanto que nas não lineares, a próxima observação tem uma relação não linear com a observação atual (Samarasinghe, 2007, p. 437).

Elas podem ser multivariadas, quando, em cada instante de tempo, são observadas duas ou mais variáveis, e são univariadas, quando é observada somente uma variável.

Será objeto deste estudo séries temporais univariadas com n observações, em que os valores das observações da variável Y é representado por $y(1), y(2), \dots, y(n)$, acontecendo, respectivamente, nos instantes de tempo $t_1, t_2, \dots, t_n$. Pode-se simplificar a notação dos valores das variáveis para $y_1, y_2, \dots, y_n$ e, como os instantes de tempo são discretos e igualmente espaçados, é possível escrevê-los como $t_0 + h, t_0 + 2h, \dots, t_0 + nh$, sendo $y_t \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*, h \in \mathbb{Z}$, para $1 \leq t \leq n, t \in \mathbb{N}^*$.

2.1.1 Processos geradores

É possível classificar séries temporais de acordo com o seu processo gerador intrínseco, o qual pode ser determinístico ou não determinístico (estocástico). Em processos determinísticos, é possível determinar cada valor da série temporal como sendo uma função matemática de valores passados ou de outras variáveis, inexistindo termo de erro ou de incerteza. Em processos estocásticos ou não determinísticos, o modelo que descreve os valores da série temporal possui termos de erro ou de incerteza que seguem uma distribuição de probabilidade. Quando o processo é determinístico, é possível encontrar exatamente cada valor da série, caso seja conhecida a função matemática que descreve o processo e os valores passados ou outras variáveis que sejam necessárias. Enquanto que, quando o processo é estocástico, somente é possível estimar um valor futuro que flutua em torno de uma distribuição de probabilidade.

Pasquotto (2010) ilustra com exemplos a diferença entre processos determinísticos e estocásticos. Um investimento em renda fixa com taxa de juros prefixada corresponde a um processo determinístico, pois conhecendo a função matemática que descreve o regime de capitalização do investimento e os valores das variáveis, é possível encontrar exatamente o valor futuro do investimento. Já um investimento em renda variável corresponde a um processo estocástico, pois não é possível precisar previamente qual será o valor futuro do investimento, restando somente a possibilidade de estimar um valor esperado com sua distribuição de probabilidade.

Um caso particular dos processos estocásticos é o chamado processo em passeio aleatório (*random walk*), o qual pode ser formulado por meio de um modelo autorregressivo (AR). Modelos autorregressivos são aqueles em que as variáveis independentes são uma ou mais observações passadas em relação a variável dependente. Para um processo em *random walk*, temos:

$$y_t = y_{t-1} + e_t, \quad (2.1)$$

sendo $t = 1, 2, \dots$, e e_t o termo de erro com distribuição normal.

Esse processo é estocástico porque o modelo que o descreve contém um termo de erro, e_t . Somente é possível encontrar a probabilidade de ocorrência de intervalos de valores futuros e não é possível determinar com exatidão uma previsão para y_t , uma vez que ele depende da distribuição de probabilidade de e_t , que o fará flutuar em torno de y_{t-1} .

Para o processo ser caracterizado *random walk*, deve-se assumir que os termos de erro, e_t , são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d), com média zero e variância σ_e^2 . Ainda é necessário assumir que o valor inicial da série, y_0 , seja independente de e_t , para todos $t \geq 1$ (Wooldridge, 2002, p. 359). Uma vez que é possível escrever y_t como uma função de y_0 , tem-se:

$$y_t = e_t + e_{t-1} + \dots + e_0 + y_0. \quad (2.2)$$

Pode-se concluir que e_t também será independente de todos y_t . Ser independente significa que não há correlação ou covariância entre dois elementos, ou seja, $\text{Cov}(e_t, y_t) = E(e_t y_t) = 0$.

A partir da expressão (2.1) é possível concluir que o valor esperado do próximo período é o valor do período atual:

$$E(y_t) = E(y_{t-1} + e_t) = E(y_{t-1}) + E(e_t) = E(y_{t-1}), \text{ sendo } t = 1, 2, \dots \quad (2.3)$$

A primeira diferença entre duas observações consecutivas da série temporal em *random walk*, modelada por (2.1), corresponde a:

$$y_t - y_{t-1} = e_t, \text{ sendo } t = 1, 2, \dots \quad (2.4)$$

A variação de duas observações consecutivas é resultante de completa aleatoriedade. Se e_t seguir uma distribuição normal, essa variação também seguirá uma distribuição normal.

Devido ao pressuposto de independência entre os elementos do termo de erro, e_t , ao longo do tempo, em processo *random walk* não haveria uma conexão entre esses elementos que permitisse que uma RNA pudesse capturá-la e realizar uma previsão para futuros valores de y_t que fosse melhor que a aleatoriedade. Assim, para ser viável a utilização de redes neurais como ferramenta de previsibilidade, é necessário que o processo gerador não seja *random walk*.

Toda a Moderna Teoria de Finanças é alicerçada no pressuposto de um processo *random walk*. Ela sugere que a variação de preços de ativos financeiros é independente e segue uma distribuição normal e a Teoria de Mercado Eficiente apregoa que a melhor previsão para o preço de um ativo é o seu preço atual, mesmo na sua forma semiforte. Mais

adiante, será dedicada uma seção neste capítulo com evidências empíricas da não normalidade nos retornos de ativos financeiros.

2.1.2 Memória de longo prazo

Neste estudo, são focadas as séries temporais univariadas que apresentam memória (ou dependência) de longo prazo. Uma série temporal possui memória quando existe dependência entre os seus elementos. A dependência é caracterizada quando um elemento da série influencia de alguma forma outro elemento da mesma série, produzindo uma correlação entre os elementos. Quando a dependência acontece entre observações próximas entre si, há uma memória ou dependência de curto prazo, enquanto que quando a dependência existe entre observações distantes, há uma memória ou dependência de longo prazo.

Mandelbrot (1997) defende que o uso do expoente de Hurst como uma medida de memória de longo prazo em séries temporais é mais adequado do que medidas de autocorrelação, análise de variância e análise espectral. Os modelos de autocorrelação ou autorregressivos (AR) descrevem as interdependências entre os valores da série temporal por meio de intervalos estáticos de defasagem de tempo (*lag*). Já a metodologia do expoente de Hurst busca capturar as interdependências também em intervalos não estáticos e não periódicos.

Na medida em que a análise de escala obtida por meio do expoente de Hurst trata a volatilidade de retorno em diferentes intervalos de tempo, ela se torna uma maneira de avaliar o impacto da dependência de curto e longo prazo sobre o movimento de preços (Matteo, Aste, & Dacorogna, 2005).

2.2 Expoente de Hurst

Devido a necessidade de mensurar e estimar a memória de longo prazo da série temporal, a fim de relacioná-la com o nível de acerto em previsões da RNA, o expoente de Hurst será utilizado como variável indicativa do grau de memória de longo prazo existente na série temporal.

Por conta dessa importância do expoente de Hurst para a presente pesquisa, esta seção é dedicada a discorrer sobre sua origem e concepção e a uma explanação sobre o algoritmo da

análise *Rescaled Range* (R/S) para a sua mensuração e estimativa, a ser utilizado na metodologia.

2.2.1 Origem e concepção do expoente de Hurst

Em pesquisa sobre o dimensionamento ideal da capacidade de represas para manter no longo prazo um nível constante de vazão de rios da África, especialmente o Rio Nilo, Harold Edwin Hurst (1880 - 1978), hidrologista britânico, obteve evidências empíricas de que havia dependência de longo prazo nas vazões e nos níveis anuais dos rios observados (Hurst H. E., 1951).

Hurst, Black, & Simaika (1965, p. 2) descrevem o método de investigação utilizado para encontrar qual deveria ser a capacidade do reservatório necessária para manter a vazão de um rio igual a sua média no período de tempo extraído de uma série temporal de vazão desse mesmo rio. Esse cálculo corresponde a encontrar o desvio acumulado a cada período de tempo em relação à média de vazão da série temporal. A diferença entre o desvio acumulado máximo e o desvio acumulado mínimo é a extensão necessária, chamada de R, para dimensionar a capacidade da represa:

$$R = \max\left(\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})\right) - \min\left(\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})\right), \quad (2.5)$$

onde,

R é a extensão necessária para dimensionar a capacidade da represa,

N é o número de períodos de tempo da série temporal,

x_i é a vazão do rio no período de tempo i,

$\bar{x}$ é a média da vazão do rio.

Usando o dimensionamento obtido por R, a represa não iria transbordar nem seria necessária reduzir a vazão do rio em nenhum momento. No ponto de excesso máximo, a represa estaria cheia e no ponto de déficit máximo, a represa estaria vazia.

Partindo do pressuposto que os elementos da série temporal possuem uma distribuição normal Gaussiana, a relação entre R e N é obtida a partir da dedução matemática apresentada a seguir (Hurst H. E., 1951).

Para deduzir essa relação entre R e N, é utilizada uma distribuição binomial expandida, porque quando o número de elementos tende ao infinito, uma distribuição binomial se aproxima a uma distribuição normal Gaussiana. Nesse sentido, considere jogar 2m moedas cara/coroa por N vezes, onde cara corresponde a ganhar e coroa corresponde a perder. A cada

vez em que é jogado o conjunto de $2n$ moedas, é registrado o resultado do número de caras menos o número de coroas obtidas. As diferenças entre cada resultado e a sua média são acumuladas para calcular a extensão R , resultante da diferença entre o máximo e o mínimo dessa curva acumulada, de forma similar à equação (2.5). Seja n igual a N_m , o número total de combinações possíveis é igual 2^{2n} . O número de combinações em que ocorrem n ganhos e n perdas é dado por:

$${}_{2n}C_n = \frac{(2n)!}{(n!)^2}, \quad (2.6)$$

onde ${}_{2n}C_n$ é o número de combinações de $2n$ elementos, usando n elementos a cada vez. A partir daí, pode-se dizer que ${}_{2n}C_{n+h}$ é o número de combinações em as perdas excedem em h os ganhos. Para $h = 1$, têm-se o número de combinações em que as perdas excedem os ganhos em pelo menos uma unidade, que também é igual ao número de combinações em que os ganhos excedem as perdas em pelo menos uma unidade.

Para calcular o R , são necessárias destacar as combinações em que os ganhos excedem as perdas e as perdas excedem os ganhos, pois são elas que interferem na curva acumulada dos desvios em relação a média, enquanto que as combinações em que os ganhos são iguais a perdas têm influência nula sobre a curva acumulada. Cada possibilidade de combinação resulta em curvas acumuladas diferentes, com R diferentes. Então, é necessário calcular a média de R de todas as possibilidades de combinações em que os ganhos excedem as perdas e em que as perdas excedem os ganhos, dividindo o somatório do R de todas essas combinações pelo número de combinações. O somatório do R das combinações em que os ganhos excedem as perdas é proveniente de:

$$S = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2} + \dots + {}_{2n}C_{2n}, \quad (2.7)$$

onde S é o somatório de R das combinações em que os ganhos excedem as perdas. A partir do número total de combinações possíveis que corresponde a $2^{2n} = 1 + {}_{2n}C_1 + {}_{2n}C_2 + \dots + {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_n + {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2} + \dots + {}_{2n}C_{2n-1} + 1$, é observado que há uma simetria nesses termos e que S corresponde ao lado direito dessa simetria, excluindo o termo ${}_{2n}C_n$. Assim, S resulta em:

$$S = \frac{2^{2n} - {}_{2n}C_n}{2}. \quad (2.8)$$

O R , em termos médios, resulta em:

$$R = \frac{2S}{{}_{2n}C_n} = \frac{2^{2n}}{2} - 1, \quad (2.9)$$

O somatório S deve ser multiplicado por 2 porque ele somente representa o somatório das combinações em que os ganhos excedem as perdas e é preciso considerar também o somatório das combinações em que as perdas excedem os ganhos. Como ambas as combinações são iguais, é necessário multiplicá-lo por 2.

A equação (2.9) pode ser simplificada utilizando a aproximação de James Stirling:

$$n! \cong \sqrt{2n\pi} \left(\frac{n}{e}\right)^n, \quad (2.10)$$

onde e é o número natural. Assim,

$${}_n C_n = \frac{(2n)!}{(n!)^2} = \frac{\sqrt{4n\pi} \left(2\frac{n}{e}\right)^{2n}}{\left[\sqrt{2n\pi} \left(\frac{n}{e}\right)^n\right]^2} = \frac{2^{2n}}{\sqrt{n\pi}}, \quad (2.11)$$

$$R = \sqrt{n\pi} - 1 = \sqrt{Nm\pi}, \quad (2.12)$$

desde que o produto Nm seja grande. A extensão média do somatório acumulado do número de caras menos o número de coroas, quando $2m$ moedas são jogadas, aumenta de acordo com a raiz quadrada do número de jogadas, exatamente como previsto no erro acumulado em uma distribuição normal Gaussiana.

Ainda é possível introduzir o desvio padrão na equação (2.12). O desvio padrão de uma distribuição binomial proveniente de um jogo com $2m$ moedas cara/coroa é dado por:

$$\sigma_r = \sqrt{2m \frac{1}{2} \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{m}{2}}, \quad (2.13)$$

sendo σ_r o desvio padrão do número de caras (r) ou coroas ($2m - r$). O desvio padrão σ_d da diferença entre o número de caras menos o número de coroas é duas vezes σ_r , resultando em $\sqrt{2m}$. A equação (2.12) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$R = \sigma_d \sqrt{\frac{1}{2} N\pi} = 1,25 \sigma_d \sqrt{N}. \quad (2.14)$$

Os experimentos realizados por Hurst H. E. (1951) a partir de fenômenos aleatórios confirmaram a equação (2.14).

Generalizando para séries temporais, e reescrevendo (2.14) para a relação $\frac{R}{\sigma}$, resulta-se em:

$$\frac{R}{\sigma} = \sqrt{\frac{N\pi}{2}} = 1,25 \sqrt{N}, \quad (2.15)$$

onde,

R é a extensão entre o desvio acumulado máximo e mínimo,

σ é o desvio padrão da série temporal,

N é o número de períodos de tempo da série temporal.

Contudo, a relação prevista por essa equação (2.15) não foi confirmada nas séries temporais de vazão de rios, suspeitando-se que os seus elementos não seguiam uma distribuição normal. Esse procedimento foi também realizado para outros fenômenos naturais, como chuvas, temperaturas e pressões atmosféricas e foi observado que $\frac{R}{\sigma}$ crescia à medida que também crescia o tamanho da série (N), onde σ é o desvio padrão.

Esperava-se que uma regressão entre $\log\left(\frac{R}{\sigma}\right)$ e $\log\left(\frac{N}{2}\right)$, decorrente do modelo descrito pela equação (2.15), encontrasse um coeficiente de inclinação da reta igual a 0,5. O que foi encontrado por Hurst H. E. (1951) foi um coeficiente de inclinação médio igual a 0,729 nos fenômenos naturais estudados, suspeitando-se que nessa relação deveria haver uma variável exponencial que justificasse a obtenção de um coeficiente de inclinação diferente do previsto em fenômenos aleatórios.

A partir da análise de vários casos, foi observado que $\frac{R}{\sigma}$ crescia mais rápido que $\sqrt{N}$ e que, devido ao coeficiente de inclinação obtido, esta relação possuía características exponenciais, obtendo-se a seguinte equação (Hurst, Black, & Simaika, 1965):

$$\frac{R}{\sigma} = \left(\frac{N}{2}\right)^K, \quad (2.16)$$

onde,

R é a extensão entre o desvio acumulado máximo e mínimo,

σ é o desvio padrão da série temporal,

N é o número de períodos de tempo da série temporal,

K é o expoente que depende da ordem em que os elementos da série temporal são distribuídos.

Hurst, Black, & Simaika (1965, p. 20) argumentam que para eventos aleatórios a equação (2.15) é satisfeita, em que R é uma função de N somente, enquanto que, para eventos naturais, somente a equação (2.16) satisfaz, em que R é uma função de N e K.

Uma série temporal com eventos aleatórios seria um caso particular da equação (2.16), em que K é igual a 0,5. Nesse tipo de série temporal, qualquer que seja a ordem dos elementos, a equação (2.15) seria satisfeita e o valor de K na equação (2.16) seria sempre 0,5.

Em uma série temporal em que seus elementos não possuem uma distribuição normal, o valor de K é determinado pela ordem em que ocorrem a variação de agrupamento seus elementos. Em seus estudos, Hurst observou que as séries temporais dos fenômenos naturais possuíam elementos que se agrupavam, em que havia vários períodos consecutivos com uma sequência de valores semelhantes e por vezes extremos. Caso a ordem dos elementos da série

temporal fosse desfeita aleatoriamente, o valor de K passaria a ser igual a 0,5, característico de distribuições normais.

Muitos anos depois, Mandelbrot, ao estudar características fractais na área de finanças, observou que séries de tempo de variação de preços de ativos financeiros possuíam características semelhantes aos fenômenos naturais estudados por Hurst, inclusive em relação a não seguir uma distribuição normal. Em homenagem a Hurst, ele nomeou o expoente K como expoente de Hurst.

Hurst realizou diversas simulações com o intuito de verificar se o expoente de Hurst era capaz de captar memória de longo prazo. Ele observou que simulações geradas a partir de dados aleatórios produziam expoentes de Hurst característicos de processos *random walk* e quando forçava que a série temporal fosse acometida por memória longa, ele encontrou expoente de Hurst igual a $0,714 \pm 0,091$ (Peters E. E., 1996, pp. 65-66). Mandelbrot (1972) realiza uma análise detalhada das razões que levam o expoente de Hurst à possibilidade de caracterizar memória de longo prazo.

2.2.2 Algoritmo R/S para estimação do expoente de Hurst

Mandelbrot (1997) utilizou a estatística *Rescaled Range* (R/S), proveniente da razão $\frac{R}{\sigma}$ concebida por Hurst, para desenvolver o algoritmo *Rescaled Range* (R/S) com o objetivo de estimar o expoente de Hurst.

O algoritmo R/S particiona a série temporal em diversas combinações de intervalos de tempo, incluindo intervalos adjacentes e não adjacentes, sobrepostos e não sobrepostos. Em seguida, a estatística R/S de cada intervalo de tempo particionado é colocada como uma função exponencial do respectivo intervalo de tempo, sendo a estatística R/S a variável dependente, o intervalo de tempo a variável independente e o expoente o parâmetro a ser estimado, representando a escala em que a estatística R/S se expande ou comprime a depender do intervalo de tempo.

O algoritmo R/S pode ser explicitado pelos seguintes passos, que é alicerçado nos estudos de Hurst (Peters E. , 1994, pp. 61-63):

- 1) A série de tempo é dividida em várias subséries de tempo menores de tamanhos $t=2^n$, sendo $n \in \mathbb{N}^*$.
- 2) Calcular a média de cada subsérie de tempo.

- 3) Subtrair de cada subsérie a sua respectiva média, a fim de transformá-las em média zero.
- 4) Calcular o desvio acumulado em cada período de tempo das subséries.
- 5) Calcular o R de cada subsérie, que é a diferença entre o desvio acumulado máximo e o mínimo.
- 6) Calcular o S de cada série menor, que é o seu desvio padrão.
- 7) Reescalar o R de cada série menor, dividindo-o por S, para encontrar a estatística R/S.
- 8) Realizar uma regressão linear a partir do método dos mínimos quadrados ordinários, tendo $\ln(R/S)$ como variável dependente e $\ln(t)$ como variável independente, para encontrar o expoente de Hurt pela seguinte equação:

$$\ln(R/S) = \ln(c) + H \ln(t), \quad (2.17)$$

onde,

$\ln$ é o logaritmo natural,

R/S é a estatística R/S de cada série temporal menor,

c é uma constante,

t é o número de elementos de cada subsérie.

O cálculo final da estatística R/S é a divisão de *range* (extensão ou diferença entre o retorno acumulado máximo e mínimo) pelo desvio padrão dos retornos. A divisão pelo desvio padrão faz com que séries temporais que possuam distribuição de frequência com caudas mais gordas apresentem estatísticas R/S maiores do que as que não possuem. Duas séries temporais com mesmo *range* terão estatísticas R/S diferentes caso as suas caudas e a frequência do centro da suas distribuições tenham aspectos diferentes. Mantendo constante o *range*, a distribuição que tiver desvio padrão menor é devido aos seus retornos estarem concentrados próximos ao centro da distribuição, mas que apresente pontos extremos que geraram um maior *range*. Ainda mantendo constante o *range*, a distribuição que possuir desvio padrão maior é aquela que apresente seus retornos variando mais próximos ao *range* e não há pontos extremos significativos.

Com o conjunto de dados de estatística R/S para cada intervalo de tempo, é realizada no último passo do algoritmo uma regressão linear pelo método dos mínimos quadrados ordinários para se estimar o expoente de Hurst. O expoente de Hurst é resultante do coeficiente de inclinação da reta obtido pela regressão.

No Apêndice A, é apresentada a implementação do algoritmo em Visual Basic do Microsoft Access para encontrar a estatística R/S e estimar o expoente de Hurst de uma série temporal.

2.2.3 Expoente de Hurst em processos com passeio aleatório

Em um processo com passeio aleatório que esteja associado a uma distribuição normal, o expoente de escala ou expoente de Hurst teria resultado igual a 0,5, o qual pode ser provado por meio da dedução a seguir. Esta é uma forma alternativa para a dedução de Hurst H. E. (1951).

Seja X uma variável aleatória de uma série de tempo particionada em t variáveis aleatórias $\{Y_1, Y_2, \dots, Y_t\}$, que segue uma distribuição normal, com média zero e desvio padrão $\sigma_X = E(X^2)^{1/2}$, em que:

$$X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_t \quad (2.18)$$

O primeiro momento da variável aleatória X é dado por

$$E(X) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 0, \quad (2.19)$$

e o seu segundo momento é dado por

$$E(X^2) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} \quad (2.20)$$

Aplicando (2.18) em (2.20), podemos escrever o segundo momento de X como uma função de Y_j da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E(X^2) &= E(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_t)^2 \\ &= E(Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_t^2 + 2\sum_{i=1}^{t-1} \sum_{j=i+1}^t Y_i Y_j) \\ &= E(Y_1^2) + E(Y_2^2) + \dots + E(Y_t^2) + 2\sum_{i=1}^{t-1} \sum_{j=i+1}^t E(Y_i Y_j) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Como a distribuição é normal e, consequentemente, seus elementos são independentes, então

$$E(Y_i Y_j) = E(Y_i) E(Y_j) = 0 \quad (2.22)$$

$$E(X^2) = E(Y_1^2) + E(Y_2^2) + \dots + E(Y_t^2) \quad (2.23)$$

Ainda devido a distribuição ser identicamente distribuída, o segundo momento de todos Y_j são iguais.

$$E(Y_1^2) = E(Y_2^2) = \dots = E(Y_t^2) = E(Y^2) \quad (2.24)$$

Assim, aplicando (2.24) em (2.23), podemos escrever que

$$E(X^2) = t E(Y^2) \quad (2.25)$$

Usando o desvio padrão ($\sigma_X = E(X^2)^{1/2}$) como medida de volatilidade, temos que:

$$\sigma_X = t^{1/2} \sigma_Y \quad (2.26)$$

Devido à normalidade da distribuição e o processo gerador da série temporal ser em passeio aleatório com seus elementos independentes, a equação (2.26) é válida, concluindo que, nessas condições, a volatilidade é uma função do intervalo de tempo utilizado para medir a variável, com um expoente de escala igual a $1/2$. Em caso do processo não ser aleatório e apresentar uma dependência entre os elementos, as equações (2.22) e (2.23) não são válidas, e o valor desse expoente de escala é diferente de $1/2$. É justamente este expoente de escala que será o indicador de dependência ou de memória dentro da série temporal. Quando o expoente de escala é superior a $1/2$, o processo é persistente, ou seja, há uma probabilidade maior que 50% de que um movimento do passado se repita na mesma direção no futuro. De forma contrária, quando o expoente de escala é inferior a $1/2$, o processo é antipersistente, em que há uma probabilidade maior que 50% de que um movimento do passado se reverta em direção contrária no futuro.

2.3 Fractais

Um fractal pode ser definido como um objeto em que a dimensão de Hausdorff-Besicovitch não é um número inteiro. A dimensão de Hausdorff-Besicovitch de um objeto é definida da seguinte forma:

$$N = \epsilon^{-D}, \quad (2.27)$$

$$D = -\frac{\ln N}{\ln \epsilon}, \quad (2.28)$$

onde,

$\ln$ é o logaritmo natural,

D é a dimensão de Hausdorff-Besicovitch de um objeto,

N é o número de objetos autosemelhantes resultantes após a divisão do objeto original no menor número de partes iguais,

ϵ é o fator de escala de ampliação ou redução do objeto.

Uma reta tem dimensão de Hausdorff-Besicovitch (D) igual a 1 porque, ao dividi-la no menor número possível de retas iguais, resultam duas retas menores e iguais ($N = 2$) que têm comprimento igual a metade ($\epsilon = \frac{1}{2}$) do comprimento da reta original, obtendo $D = -\frac{\ln 2}{\ln \frac{1}{2}} = 1$.

Um quadrado tem dimensão de Hausdorff-Besicovitch (D) igual a 2 porque, ao dividi-lo no menor número possível de quadrados iguais, resultam quatro quadrados menores e iguais ($N = 4$) que têm seus lados com metade ($\epsilon = \frac{1}{2}$) do tamanho dos lados do quadrado original, obtendo $D = -\frac{\ln 4}{\ln \frac{1}{2}} = 2$.

Um cubo tem dimensão de Hausdorff-Besicovitch (D) igual a 3 porque, ao dividi-lo no menor número possível de cubos iguais, resultam oito cubos menores e iguais ($N = 8$) que têm seus lados com metade ($\epsilon = \frac{1}{2}$) do tamanho dos lados do cubo original, obtendo $D = -\frac{\ln 8}{\ln \frac{1}{2}} = 3$.

Os objetos citados acima são figuras geométricas em que todas têm dimensões inteiras. Na geometria euclidiana, as dimensões são inteiras, enquanto que na geometria fractal, as dimensões são fracionárias, daí a origem do termo fractal, oriundo do latim *fractus* (fragmentado, quebrado).

Um exemplo clássico de um objeto fractal é o triângulo de Sierpinski, ilustrado na Figura 2.1.

Figura 2.1 - Triângulos de Sierpinski

Fonte: Wikipedia

Um triângulo de Sierpinski é um triângulo equilátero que, ao dividi-lo no menor número possível de triângulos iguais, resultam três triângulos equiláteros menores e iguais ($N = 3$) que têm seus lados com metade ($\epsilon = \frac{1}{2}$) do tamanho dos lados do triângulo equilátero original, obtendo $D = -\frac{\ln 3}{\ln \frac{1}{2}} = 1,5850$, que corresponde a uma dimensão fracionária, caracterizando um fractal. É como se os espaços em branco em cada triângulo de Sierpinki fossem espaços sem dimensão que deixam de existir, reduzindo a dimensão da figura, tornando-a fracionária.

Um fractal ainda possui a característica de autossimilaridade, em que objetos semelhantes se repetem em escalas variadas. Nos triângulos de Sierpinski apresentados na Figura 2.1, todos os triângulos menores gerados dentro do triângulo maior são iguais ao triângulo maior, diferindo somente a escala em que eles são exibidos. É como um mapa de

uma cidade que aumenta ou reduz de tamanho ao reduzir ou aumentar a sua escala, mantendo inalterado o conteúdo do mapa em si.

2.3.1 Fractais em séries temporais

Mandelbrot e Hudson (2004) relatam que há evidências de que os retornos de preços de ativos variam em escala, de forma similar a um fractal.

Um fractal pode surgir em figuras geométricas, como também em séries temporais de retornos de ativos. Nesse caso, um fractal em séries temporais é representado por:

$$F = cT^H, \quad (2.29)$$

onde,

F = flutuação ou variância do retorno do ativo,

c = constante,

T = intervalo de tempo,

H = expoente de Hurst,

O intervalo de tempo T da equação (2.29) é o fator de escala equivalente ao ϵ da equação (2.27). Em séries de tempo, a autosimilaridade em diferentes escalas, característica dos fractais, está presente ao variar o intervalo de tempo. Por exemplo, uma série temporal fractal medida em anos possuiria aparência semelhante à mesma série temporal medida em dias.

O expoente de Hurst possui relação com a dimensão fractal da série temporal da seguinte forma:

$$D = 2 - H, \quad (2.30)$$

onde D corresponde à dimensão fractal.

O expoente de Hurst pode ser interpretado como a probabilidade de recorrência de um evento passado. Quando H é igual a 0,5 ou D igual a 1,5, caracteriza um processo *random-walk*, quando H é superior a 0,5, caracteriza persistência e memória longa, pois há uma probabilidade maior que 50% que o retorno passado persista no futuro, e quando H é inferior a 0,5, caracteriza anti-persistência e reversão à média, pois há uma probabilidade maior que 50% que o retorno passado se reverta no futuro. O intervalo de tempo T corresponde ao fator de escala que amplia ou reduz as flutuações ou variâncias da série temporal.

2.3.2 Hipótese de mercado fractal

A Hipótese de Mercado Eficiente proposta por Fama (1965) sugere que os preços dos ativos refletem todas as informações disponíveis. Os agentes, sem distinção, absorvem as informações disponíveis de forma linear e equânime. A reação de cada agente às novas informações divulgadas são constantes e todas essas informações são instantaneamente precificadas. Sendo assim, não há possibilidade de um agente obter ganhos adicionais ao elaborar uma estratégia de investimento baseada em informações que estão disponíveis ao mercado, pois os preços dos ativos já refletem essas informações e nenhum movimento futuro de preços seria influenciado por informações passadas.

Para que a Hipótese de Mercado Eficiente seja válida, deve haver como pressuposto que as variações de preços de ativos seguem uma distribuição normal, em um processo *random walk*. Contudo, Mandelbrot (1963) encontrou evidências que a variação de preços de certos ativos não seguem uma distribuição normal, e, consequentemente, a Hipótese de Mercado Eficiente não se aplicaria a esses ativos. Ele observou que o retorno de preços de certos ativos variavam em uma escala diferente da prevista em uma distribuição normal. Apesar de reconhecer o mérito de Bachelier (1900) em tratar os preços de ativos de forma estocástica (probabilística), ele não reconhece que o comportamento dessa variação está em conformidade com a hipótese Gaussiana (normal), pois ele observou que as distribuições empíricas das variações de preços de ativos sugeriam maior curtose, com caudas mais espessas e longas, do que o previsto pela distribuição normal.

Pela Hipótese de Mercado Eficiente, o expoente de Hurst deveria ser igual a 0,5, pois a probabilidade de um evento passado se repetir no futuro é de 50%, ou seja, é um processo aleatório ou *random walk*. Os agentes do mercado atuam de forma linear e uma informação passada não se propaga nos preços futuros, pois toda influência que essa informação possa ter no preço do ativo já foi incorporada integralmente e instantaneamente.

A Hipótese de Mercado Fractal proposta por Peters (1990; 1994; 1996) se apóia no pressuposto que o mercado possui agentes com horizontes de investimentos heterogêneos e, por isso, uma mesma informação pode influenciar de forma diferente a atuação dos agentes heterogêneos. Alguns procuram obter ganhos no curto prazo, realizando investimentos para durarem um intervalo de tempo mais curto, enquanto que, outros agentes, de forma contrária, procuraram obter ganhos no longo prazo, realizando investimentos para durarem um intervalo de tempo mais longo.

Podemos desenvolver a expressão (2.29) para a obtenção da seguinte equação linear:

$$\log(F) = \log(c) + H \log(T). \quad (2.31)$$

H é o coeficiente de inclinação da reta que depende da amplitude de flutuação para cada intervalo de tempo, conforme ilustrado no Gráfico 2.1. Quando em intervalos de tempo mais curtos a flutuação tem maior amplitude, H tende a ser menor, enquanto que quando em intervalos de tempo mais longos a flutuação tem maior amplitude, H tende a ser maior, e vice-versa.

**Gráfico 2.1 - Coeficiente H de inclinação da reta obtida por $\log(F)$ x $\log(T)$.
As flutuações em intervalos de tempo de curto e longo prazo influenciam a inclinação da reta.**

Aplicando a equação (2.31) à Hipótese de Mercado Fractal, a predominância de agentes de curto prazo provocaria maiores flutuações no curto prazo e H seria menor que 0,5, pois a inclinação da reta seria menor. A predominância de agentes de longo prazo provocaria maiores flutuações no longo prazo e H seria maior que 0,5. Quando há equilíbrio dos agentes ou todos os agentes têm horizontes homogêneos, H é igual a 0,5. Essa última situação é característica da Hipótese de Mercado Eficiente, que por sua vez poderia ser caracterizada como uma situação particular de uma hipótese mais abrangente, a Hipótese de Mercado Fractal.

Kristoufek (2012) encontrou evidências que, antes da crise de 2008, os agentes de mercado encurtaram os seus horizontes de investimento e os agentes de curto prazo tiveram predominância. No período pré-crise, o expoente de Hurst dos principais índices do mercado acionário americano apresentaram uma queda acentuada, sinalizando evidências de predominância de curto prazo sobre longo prazo. Contudo, restou aplicar a mesma metodologia em outras crises para possibilitar uma conclusão mais robusta se o expoente de Hurst poderia ser aplicado como um sinalizador de crises.

2.4 Redes neurais artificiais

Nos próximos tópicos serão tratados conceitos sobre Redes Neurais Artificiais (RNA), classificação, tipos, processo de treinamento e aprendizagem.

Devido ao objetivo de utilização de redes neurais para realização de previsões em séries temporais, serão enfatizadas arquiteturas e características de redes neurais que propiciem o alcance desse objetivo.

Para conceituar uma RNA, é necessário inicialmente entender o funcionamento básico de neurônios biológicos, pois uma RNA é uma simplificação que simula o comportamento deles. Os neurônios funcionam coletivamente baseados em estruturas interligadas bastante complexas. Individualmente, eles possuem um comportamento específico, em que são alimentados por estímulos externos de diversas fontes, as quais podem ser de outros neurônios a que eles estejam conectados, tratando cada estímulo de forma adequada para produzir uma ou mais saídas que alimentam outros neurônios ou estimulem algum elemento exterior.

Uma RNA é uma ferramenta computacional para tratamento e análise de dados, cujo comportamento se assemelha ao funcionamento conjunto de neurônios biológicos, no sentido de, por meio de um processo de aprendizagem, reconhecer padrões existentes nos dados analisados com o intuito de os classificar ou generalizar para realizar previsões.

Da mesma forma que os neurônios biológicos, os neurônios artificiais são interconectados em dois ou mais níveis de camadas. Não há conexão entre os neurônios de uma mesma camada, existindo somente entre neurônios de camadas distintas, geralmente adjacentes. Um modelo geral para uma RNA é composto de uma camada de entrada, composta por neurônios que recebem valores de entrada das variáveis, uma camada de saída, composta por neurônios que expõem um ou mais resultados gerados pela RNA, e, opcionalmente, uma ou mais camadas intermediárias ou ocultas, composta por neurônios que adicionam mais etapas internas de tratamento e processamento dos dados, com o objetivo de aprimorar a qualidade dos resultados gerados pela RNA.

2.5 Estrutura e funcionamento básico de neurônio

2.5.1 Neurônios biológicos

Para entender a estrutura de um neurônio artificial, é salutar inicialmente apresentar a estrutura de um neurônio biológico, vez que aquele é derivado deste. A Figura 2.2 apresenta a estrutura de um neurônio biológico, que apresenta os seus componentes principais. Percorrendo da esquerda para a direita, os dendritos são estruturas que recebem estímulos do ambiente em que se encontra o neurônio e os repassa para o seu corpo celular. Como um neurônio possui diversos dendritos, cada um dos dendritos captura estímulos do ambiente, na forma de impulsos nervosos, provenientes de diversas fontes. O corpo celular do neurônio pode dar importâncias distintas aos estímulos recebidos, para, em seguida, por meio de algum processo característico de cada neurônio, mesclá-los e condensá-los para produzir um novo impulso nervoso, que representa uma nova informação, a ser transmitida pelo axônio para o ambiente externo.

Figura 2.2 - Estrutura de um neurônio biológico¹

FONTE: (Canto, 2009)

Um neurônio não existe isoladamente dentro de um sistema nervoso. Existem milhões ou bilhões de neurônios em um mesmo sistema que se comunicam harmoniosamente. O impulso nervoso transportado pelo axônio e suas ramificações serve de estímulo para alimentar outros neurônios adjacentes, que, por sua vez, trata-os para gerar novos impulsos que também serão transmitidos a seus pares, em um processo que continuará até que seja atingido o destino final com o resultado obtido em todo processo.

¹ Esta figura foi mantida por questões didáticas

O processo de transmissão de impulsos nervosos por meio da comunicação entre as ramificações do axônio com os dendritos de neurônios adjacentes se chama sinapse, o qual é ilustrado na Figura 2.3. Esse conjunto de neurônios interligados forma uma rede chamada de sistema nervoso.

Figura 2.3 - Sinapse entre neurônios

FONTE: (Canto, 2009)

2.5.2 Neurônios artificiais

A modelagem de um neurônio artificial procura abstrair a estrutura de um neurônio biológico, a fim de se aproximar das mesmas propriedades deste, por meio de modelos matemáticos, algoritmos e recursos computacionais.

A Figura 2.4 exibe a estrutura de um neurônio artificial realizando simultaneamente uma analogia com a estrutura de um neurônio biológico. Esse é um modelo não linear ilustrado por Haykin (1999, p. 33).

Figura 2.4 - Estrutura de um neurônio artificial análogo a um neurônio biológico

FONTE: Adaptado de Haykin (1999, p. 33)

Os elementos da Figura 2.4 correspondem a:

x_j são os valores de entrada do neurônio, que correspondem aos impulsos nervosos externos de um neurônio biológico provenientes do ambiente, em que $j = 1, 2, \dots, m$;

m é o número de valores de entrada, que corresponde ao número de dendritos;

w_{kj} são os pesos sinápticos que correspondem à importância que o neurônio k atribui ao respectivo valor de entrada x_j ;

k é identificador do neurônio em questão;

b_k é um valor que atua como um viés (*bias*);

Σ é uma função de junção somatória de todos os valores de entrada x_j , ponderados pelo seu respectivo peso w_{kj} ;

v_k é o resultado da função de junção somatória Σ , chamado de campo local induzido ou potencial de ativação;

$\phi(.)$ é a função de ativação do neurônio k ;

y_k é o resultado produzido pelo neurônio k , decorrente da função de ativação $\phi(.)$.

Os sinais de entradas são valores provenientes do ambiente que alimentam o neurônio. Para cada valor de entrada, o neurônio atribui uma determinada importância, que está quantificada nos pesos w_{kj} e que podem assumir valores positivos ou negativos.

A função de junção somatória Σ é uma combinação linear de x_j com w_{kj} , que totaliza os valores de entrada x_j multiplicando-os pelos seus respectivos pesos, além de ser adicionada pelo viés b_k . A adição de b_k atua como uma transformação afim em Σ , mantendo as suas características lineares e seu ângulo de inclinação, e que permite que a função de ativação se desloque em translações verticais ou horizontais para alcançar um conjunto de soluções desejadas que poderia ser inatingível se não houvesse esse parâmetro adicional de entrada. O viés b_k permite posicionar a função de ativação nas proximidades da região onde está o valor de saída desejado para os valores de entrada informados e, sem ele, pode ser impossível que a RNA aprenda qual é o comportamento da série de dados de entrada.

Genericamente, b_k poderia ser tratado como um peso w_{k0} para um valor de entrada constante $x_0 = 1$. Dessa forma, o resultado da função de junção somatória pode ser expresso como:

$$v_k = \sum_{j=0}^m w_{kj} x_j \quad (2.32)$$

O último processamento realizado pelo neurônio é utilizar v_k como entrada da função $\phi(.)$ para ativar e produzir a saída y_k do neurônio k . A função de ativação limita os resultados de saída possíveis a um intervalo finito. Geralmente, a imagem da função de ativação $\phi(.)$ está

no intervalo entre $[0, 1]$ ou $[-1, 1]$ (Haykin, 1999, p. 33). A relação entre y_k e v_k , por meio de $\varphi(\cdot)$, pode ser expressa como:

$$y_k = \varphi(v_k). \quad (2.33)$$

2.5.3 Funções de ativação

Uma função de ativação pode ser tanto linear como não linear. Ao utilizar uma função linear, estaria se aproximando de um modelo que busca acompanhar as características lineares dos valores da variável de entrada, assemelhando-se aos resultados que seriam obtidos com uma regressão linear ou com técnicas lineares (Corrar, Paulo, & Dias Filho, 2007, p. 443). Enquanto que, ao utilizar uma função de ativação não linear, seriam absorvidas as características não lineares dos valores da variável de entrada, o que é mais adequado para uma RNA, vez que, dentre suas vantagens, está a sua adequação a modelos não lineares.

Com a característica de limitação de valores de saída a um intervalo finito ou a finitos valores, destacam-se as seguintes principais funções de ativação (Haykin, 1999, pp. 34-37):

- 1) Função Limiar: é uma função que resulta em somente dois valores possíveis. É uma função binária definida em $\mathbb{R}$, que pode ser denotada genericamente por:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}$$

É uma função descontínua cuja imagem binária corresponde ao conjunto $\{0, 1\}$, conforme exibido no Gráfico 2.2.

Especificamente para uma RNA, a função de ativação limiar é definida como:

$$y_k = \varphi(v_k) = \begin{cases} 1 & v_k \geq 0 \\ 0 & v_k < 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

- 2) Função Parcialmente Linear: nessa função de ativação, há linearidade no intervalo $[-1, 1]$ de seu domínio, conforme exibido no Gráfico 2.3. É definida da seguinte forma:

$$y_k = \varphi(v_k) = \begin{cases} 1 & v_k \geq 1 \\ \frac{1}{2}v_k + \frac{1}{2} & -1 < v_k < 1 \\ 0 & v_k \leq -1 \end{cases} \quad (2.35)$$

A vantagem dessa função em relação à função limiar é que é possível à RNA prever valores intermediários entre 0 e 1, podendo representar probabilidade de ocorrência de eventos. Contudo, por ser linear, dificulta o reconhecimento de não linearidades por ventura existentes na série de valores de entrada.

Gráfico 2.2 - Função Limiar

Gráfico 2.3 - Função Parcialmente Linear

- 3) Função Sigmoide: possui o formato de S, conforme pode ser visualizado no Gráfico 2.4, sendo uma função adequada para capturar comportamentos lineares e não lineares da série de dados, devido estar fundamentada em uma função não linear. É a mais utilizada como função de ativação de redes neurais e pode ser exemplificada como:

$$y_k = \varphi(v_k) = \frac{1}{1 + e^{-av_k}}, \quad (2.36)$$

onde a corresponde ao parâmetro de inclinação e e é a base do logaritmo natural.

Quanto maior o valor de a , maior a inclinação da curva.

Essa função possui a mesma vantagem da função parcialmente linear, no sentido de oferecer resultados intermediários como probabilidade de ocorrência de eventos, além da vantagem de capturar comportamento não linear nos dados de entrada.

- 4) Função Tangente Hiperbólica: todas as funções descritas nos itens anteriores possuem imagem no intervalo $[0, 1]$. Algumas vezes é desejável para a RNA que a imagem compreenda valores negativos, conforme pode ser visualizado no Gráfico 2.5. Uma alternativa para essa possibilidade é a função tangente hiperbólica, que possui imagem no intervalo $[-1, 1]$, denotada da seguinte forma:

$$y_k = \varphi(v_k) = \frac{1 - e^{-av_k}}{1 + e^{-av_k}}, \quad (2.37)$$

onde a corresponde ao parâmetro de inclinação e e é a base do logaritmo natural. Essa função possui um formato similar a uma função sigmoide, possuindo características similares, além de permitir valores negativos em sua imagem.

Gráfico 2.4 - Função Sigmoide

Gráfico 2.5 - Função Tangente Hiperbólica

2.6 Classificações e arquiteturas de RNA

Uma RNA não funciona com somente um neurônio individual. Ela contempla vários neurônios interligados, que funcionam de uma forma organizada em que cada um contribui para um tratamento específico das informações recebidas, até que se produza o resultado final.

A organização em rede dos neurônios pode acontecer em diversas topologias e arquiteturas. O problema a ser tratado é que vai direcionar qual é a melhor arquitetura a ser utilizada.

A arquitetura de uma RNA pode ser classificada e caracterizada quanto ao número de camadas ocultas e quanto ao sentido do fluxo de dados. Quanto ao número de camadas ocultas, ela pode ser de camada única (*single-layer*) ou multicamadas (*multilayer*). Quanto ao sentido do fluxo de dados, ela pode ser alimentada adiante (*feedforward*) ou recorrente.

Uma camada é um conjunto de neurônios que não se comunicam diretamente entre si e os dados recebidos pela camada são processados paralelamente entre os seus neurônios componentes. Quando há conexão direta entre dois neurônios, significa que eles estão em camadas distintas.

2.6.1 Rede de camada única

Em uma rede de camada única (*single-layer*), existe somente uma camada de neurônios que recebe os dados de entrada para produzir diretamente os resultados finais, não havendo camadas ocultas ou intermediárias. A Figura 2.5 mostra que os dados de entrada são processados paralelamente por todos os neurônios da camada de saída, a qual é a única camada existente na rede.

Figura 2.5 - Rede de camada única

2.6.2 Rede multicamadas

Uma rede multicamadas (*multilayer*) é caracterizada pela existência de uma ou mais camadas ocultas ou intermediárias entre os nós que carregam os dados de entrada e a camada de saída. A Figura 2.6 mostra que, além de haver um processamento paralelo entre os neurônios dentro de uma mesma camada, há um processamento em série com um que percorre uma ou mais camadas até ser alcançada a camada de saída.

Figura 2.6 - Rede multicamadas

2.6.3 Rede alimentada adiante

Em uma rede alimentada adiante (*feedforward network*), o fluxo dos dados percorre a RNA em um único sentido, desde os dados de entrada até a saída do resultado, alimentando o neurônio posterior ao atual e sem retornar a algum neurônio que tenha sido alimentado anteriormente. A Figura 2.7 mostra que um neurônio à esquerda somente alimenta e está conectado ao neurônio a sua direita. O resultado obtido após o processamento de um neurônio é transmitido adiante para os neurônios da camada seguinte.

Figura 2.7 - Rede alimentada adiante

2.6.4 Rede neural com atraso alimentada adiante

Para se implementar uma rede neural alimentada adiante que possibilite a captura de memória da série temporal, o modelo de Rede Neural com Atraso Alimentada Adiante ou *Time-Lagged Feedforward Neural Network* (TLFN) é uma solução possível. A Figura 2.8 apresenta a arquitetura desse modelo de rede.

Figura 2.8 - Rede neural com atraso alimentada adiante

FONTE: Adaptado de Haykin (1999, p. 666)

Esse tipo de RNA também é chamado de TLFN focada, devido a toda estrutura de memória está concentrada externamente nos pesos de entrada dos neurônios da primeira camada (Pasquotto, 2010, p. 67). Cada um desses neurônios da primeira camada realiza o

papel de um filtro neural focado, ilustrado na Figura 2.9, no sentido de que a memória está embutida e focada no terminal de entrada da unidade (Haykin, 1999, p. 667).

Figura 2.9 - Filtro neural focado

FONTE: Adaptado de Haykin (1999, p. 666)

Em cada filtro neural focado localizado na primeira camada, a saída $z_k(t)$ em resposta aos valores de entrada x_t e seus valores passados x_{t-1} , x_{t-2} , ..., x_{t-h} , é dado por (Haykin, 1999, p. 667):

$$z_k(t) = \varphi\left(\sum_{i=0}^h w_k(i)x_{t-i} + b_k\right), \quad (2.38)$$

onde $\varphi(\cdot)$ é a função de ativação do neurônio k , $w_k(i)$ são os pesos sinápticos e b_k é o viés.

Há a restrição de definir um número fixo de atrasos (h) da variável de entrada. Uma vez definido o número de atrasos, ele permanecerá constante por toda a vida da RNA, uma vez que ele está implicitamente relacionado à arquitetura estática da rede. Dessa forma, é capturada memória de curto prazo ou autocorrelação com um atraso fixo pré-determinado, assemelhando-se a modelos autorregressivos com atrasos constantes.

A cada instante, é captado um trecho com tamanho $h+1$ da série de tempo. É como se uma janela de tempo móvel percorresse toda a série para ler os valores de entrada que estiverem dentro dessa janela a cada momento. Esse conceito de janela de tempo pode também ser utilizado para extrair valores de entrada que não sejam contíguos, mas que tenham espaço de tempo constante entre eles, bastando apenas definir o formato da janela que contemple essa estrutura (Pasquotto, 2010, p. 67).

A memória de longo prazo da rede é construída na RNA através de uma aprendizagem supervisionada, em que o seu conhecimento de longo prazo é armazenado completamente ou parcialmente dentro dos pesos sinápticos da rede (Haykin, 1999, p. 658). Apesar de a cada

passo do treinamento a RNA ser treinada com valores de entrada de curto prazo, o processo de treinamento irá percorrer o período de longo prazo de todas as observações destacadas para o treinamento, tendo influência do longo prazo na composição dos valores dos pesos sinápticos.

2.6.5 Rede recorrente

Ao contrário das redes alimentadas adiante, o fluxo de dados nas redes recorrentes percorre mais de um sentido, em um processo de retroalimentação (*feedback*) característico de sistemas dinâmicos, onde o resultado produzido por um neurônio pode servir de informação para si próprio ou para outro neurônio localizado em um ponto anterior da RNA.

A Figura 2.10 ilustra o processo de retroalimentação de uma rede recorrente, exemplificada com somente um neurônio. Os dados de saída produzidos na época anterior ($t-1$) são também utilizados como dado de entrada na época atual (t). Essa é uma forma da RNA ser alimentada no presente com dados oriundos do passado, o que é apropriado quando se deseja realizar previsões com base na memória passada da série temporal.

Considerando uma função de ativação linear, com somente um valor de entrada atual, pode-se escrever:

$$y_t = x_t w_1 + y_{t-1} w_2. \quad (2.39)$$

Onde,

y_t é o resultado produzido pelo neurônio no período t ,

x_t é o valor de entrada atual,

w_1 é o peso sináptico de x_t ,

w_2 é o peso sináptico de y_{t-1} .

Por sua vez,

$$y_{t-1} = x_{t-1} w_1 + y_{t-2} w_2, \quad (2.40)$$

Aplicando (2.40) em (2.39):

$$y_t = x_t w_1 + (x_{t-1} w_1 + y_{t-2} w_2) w_2 = x_t w_1 + x_{t-1} w_1 w_2 + y_{t-2} w_2^2. \quad (2.41)$$

Genericamente:

$$y_t = x_t w_1 + x_{t-1} w_1 w_2 + x_{t-2} w_1 w_2^2 + \dots + y_{t-h} w_2^h. \quad (2.42)$$

Onde h representa o número de períodos passados que a RNA já experimentou. Progressivamente, na medida em que novos valores de entrada são apresentados à rede, a estrutura de dependência e autocorrelação é absorvida internamente pela rede, a partir do

processo de recorrência (Samarasinghe, 2007, p. 447). Todos os valores de entrada do passado terão influência no resultado presente e a força dessa influência dependerá da magnitude do peso w_2 . Se w_2 estiver no intervalo $(0, 1)$, quanto mais antigo for o valor de entrada, menor será sua influência no resultado atual. Se ele for superior a 1, o efeito será inverso.

A conclusão obtida na equação (2.42) foi proveniente do uso de uma função linear. Mas, a conclusão seria análoga, caso se utilize uma função de ativação não linear.

Figura 2.10 - Rede recorrente

Esse é um tipo de rede dinâmica, em que o número de valores passados que estão influenciando e estimulando o neurônio é variável. É a chamada Rede Recorrente Dirigida Dinamicamente (RRDD), que absorve ao longo do tempo a estrutura dinâmica da série temporal e memoriza internamente na rede a dependência existente na série temporal, a qual serve de subsídio para realizar previsões (Samarasinghe, 2007, p. 447).

O estímulo atual à RNA poderá produzir resultados distintos a depender do estágio atual de estímulos passados que a rede já experimentou. A reação aos estímulos presentes é dinâmica, pois depende em parte da intensidade e importância dos estímulos passados. O estímulo atual influenciará a reação a estímulos futuros, provocando uma dependência entre estímulos, o que é desejável quando se precisa se aproveitar de memória longa em séries temporais. Diferentemente de uma rede estática, em que h é constante, em uma rede dinâmica, h é um parâmetro dinâmico que cresce à medida que novos valores de entrada são apresentados à RNA.

2.6.6 Rede recorrente autorregressiva não linear com entradas exógenas (NARX)

Uma Rede Recorrente Autorregressiva Não Linear com Entradas Exógenas (NARX) realiza uma combinação de uma rede recorrente com a arquitetura TLFN, aproveitando-se da recorrência e das entradas atrasadas para capturar memória de longo e curto prazo.

Oliveira M. A. (2012) utilizou a arquitetura NARX e encontrou melhores resultados quando a RNA é treinada pelo Filtro de Kalman *unscented* (UKF). Oliveira E. M. (2001)

também utilizou a arquitetura NARX para prever a série do IBOVESPA e os resultados obtidos mostraram que essa rede obtém uma precisão bastante significativa em comparação a experimentos que utilizaram modelo de Box-Jenkins, redes neurais multicamadas com retropropagação e modelo de Elman.

A saída de uma rede neural NARX no tempo t é dada por (Oliveira M. A., 2012; Braga, Carvalho, & Ludermir, 2007):

$$y(t) = f(y(t-1), \dots, y(t-\Delta_y), u(t-1), \dots, u(t-\Delta_u)), \quad (2.43)$$

em que $y(t)$ corresponde à saída real sem ruído gerada pela rede neural no período t , $u(t)$ é a entrada conhecida no período t , Δ_y é o número de atrasos no tempo das saídas reais, Δ_u é o número de atrasos no tempo das entradas conhecidas e $f(\cdot)$ é uma função não linear.

Figura 2.11 - Rede Recorrente Autorregressiva Não Linear com Entradas Exógenas (NARX)

FONTE: adaptado de (Samarasinghe, 2007, p. 452)

A Figura 2.11 apresenta a arquitetura desse modelo de rede. Nas camadas ocultas de uma rede NARX não há recorrência, comportando-se como uma rede alimentada adiante. A recorrência somente existe da camada de saída para a camada de entrada.

2.7 Processo de aprendizagem de RNA

Após ser definida a arquitetura de RNA, o número de camadas e de neurônios e a função de ativação apropriada para tratar os dados em questão, é necessário que ela adquira o conhecimento concernente ao comportamento e às relações entre os dados, que estarão refletidos nos pesos sinápticos do conjunto de neurônios.

Nos seres vivos, a repetição e a experiência levam ao aprimoramento e amadurecimento gradativo para a aquisição de aptidões e a execução mais eficiente de atividades. Da mesma forma, uma RNA também requer a passagem por um processo intenso de repetição e aprendizagem de uma atividade, alimentando-se de dados diversos relacionados ao mesmo fenômeno, para atingir um nível de experiência que lhe permita absorver e aprender sobre as relações implícitas existentes nos dados, armazenando essa experiência nos pesos sinápticos de cada neurônio.

Então, para encontrar os pesos sinápticos ideais de cada neurônio, é necessário recorrer a um processo de aprendizagem que permita ajustar esses parâmetros em um processo repetitivo, o qual pode ser resumido na seguinte sequência de eventos (Haykin, 1999, p. 72):

- 1) O ambiente estimula a RNA com informações oriundas do mundo exterior.
- 2) A RNA experimenta alterações em seus pesos na tentativa de melhor responder ao estímulo recebido.
- 3) A RNA responde ao estímulo recebido após empreender as alterações realizadas no evento anterior.

A cada vez que estímulos são recebidos pela RNA na etapa de aprendizagem, a sequência de eventos descrita acima é novamente engatilhada, até que a RNA se torne experiente o suficiente e tenha os seus pesos ajustados adequadamente para minimizar erros de previsão.

Destacam-se dois modelos de processo de aprendizagem, delineados pela existência ou não de supervisão.

2.7.1 Aprendizagem supervisionada

Nesse tipo de aprendizagem, há o acompanhamento e supervisão constante da qualidade dos resultados de saída produzidos em cada etapa do processo de aprendizagem. Há um supervisor ou professor que está sempre fornecendo o resultado que se espera ser obtido para cada exemplo de dados introduzido na RNA. A qualidade dos resultados de saída pode ser quantificada pelo grau de divergência entre o resultado produzido e o resultado esperado. Essa distância corresponde a um erro de previsão e o processo de aprendizagem supervisionada busca minimizá-lo para aumentar a qualidade de previsão da RNA.

As etapas do processo de aprendizagem supervisionada compreendem a utilização de uma amostra de treinamento composta por um conjunto de exemplos com as respostas

desejadas, que são apresentados à RNA com o intuito de treiná-la para aprimorar a sua experiência. A sequência de passos desse processo é a seguinte:

- 1) A cada exemplo apresentado, a RNA produz um resultado com base no conhecimento até então adquirido e comparado com o resultado esperado.
- 2) Uma medida de erro é obtida no instante de tempo n , fruto dessa comparação.
- 3) Caso o erro instantâneo ainda seja superior a um limite de erro pré-definido, um ajuste nos pesos da rede é realizado, seguindo algum critério sistemático, na tentativa de reduzir o erro. Reinicia-se o processo, retornando ao passo 1.
- 4) Caso o erro instantâneo esteja dentro de um limite de erro aceitável, considera-se a RNA como devidamente treinada.

Para um neurônio k , localizado na camada de saída de uma RNA, o erro instantâneo $e_k(t)$, no período de tempo t , é definido como:

$$e_k(t) = d_k(t) - y_k(t), \quad (2.44)$$

onde,

$d_k(t)$ é o resultado desejado para o exemplo apresentado no período de tempo t ,

$y_k(t)$ é o resultado produzido pelo neurônio k para o exemplo apresentado no período de tempo t .

2.7.2 Aprendizagem não supervisionada

Nesse tipo de aprendizagem, não há um processo de supervisão, que forneça exemplos com os resultados esperados, a fim de acompanhar o desenvolvimento de aprendizagem da RNA.

Duas formas de aprendizagem não supervisionada são destacadas. Uma delas, chamada de aprendizagem por reforço, é baseada em heurísticas e relacionada a programação dinâmica. A outra forma, chamada de aprendizagem auto-organizada, utiliza regras de aprendizagem competitivas (Haykin, 1999, pp. 86-88).

2.7.3 Aprendizagem com retropropagação

O algoritmo de retropropagação (*backpropagation*) é um processo sistemático para aprendizagem supervisionada em redes neurais alimentadas adiante. O erro verificado no resultado final da rede é utilizado para ajustar retroativamente os pesos de cada neurônio,

partindo-se dos neurônios da última camada, percorrendo inversamente e ajustando os pesos dos neurônios das camadas ocultas, até se atingir e ajustar os pesos da primeira camada da RNA.

O fato de a retropropagação difundir os ajustes dos pesos retroativamente do final até o início da rede não se confunde com redes recorrentes, porque a recorrência da rede se refere ao resultado ou estímulo produzido por cada neurônio que alimenta neurônios antecedentes, enquanto que a retropropagação se refere à propagação inversa de ajuste nos pesos sinápticos. Um conceito trata da recorrência de estímulos e o outro trata de ajustes nos pesos em sentido inverso.

Então, no processo de retropropagação, os estímulos percorrem a rede de acordo com uma rede alimentada adiante, do início da rede para o seu final, para, na etapa seguinte, realizar os ajustes dos pesos de cada neurônio percorrendo a rede do final até o início.

O cálculo do erro pode acontecer individualmente a cada vez que um exemplo alimenta a RNA, representado pelo erro quadrado instantâneo individual (E_{ind}), sofrendo o seguinte ajuste:

$$E_{ind} = \frac{1}{2} e_k^2(t), \quad (2.45)$$

onde e_k corresponde ao erro do neurônio k em relação ao resultado esperado. É utilizado o erro quadrado a fim de dar maior peso aos maiores erros, sendo sempre positivo a fim de mensurar o erro em módulo. A utilização da constante $\frac{1}{2}$ não prejudica a interpretação do erro nem a capacidade de comparação entre erros de neurônios distintos. Ela é utilizada devido à vantagem da conveniência matemática de ser eliminada ao ser calculada a primeira derivada dessa função (Samarasinghe, 2007, p. 48).

Outra forma de utilizar o erro é calculá-lo em lote, após todo o conjunto de exemplos disponíveis para treinamento ter alimentado a RNA. Dessa forma, o erro em lote (E_{lote}) ou erro quadrado médio (EQM ou MSE em inglês) é a média dos erros instantâneos individuais (E_{ind}), calculado como:

$$E_{lote} = EQM = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m E_{ind} = \frac{1}{2m} \sum_{t=1}^m e_k^2(t), \quad (2.46)$$

onde,

t é o período de tempo em que o exemplo t é apresentado,

m é o número de exemplos contido no lote.

Quando se utilizam os erros individuais (E_{ind}) para disparar a retropropagação a cada exemplo apresentado, diz-se que a alteração dos pesos ocorre de forma incremental ou *on-line*. Quando se utilizam os erros em lote (E_{lote}), que são os erros quadrados médios (EQM),

para disparar a retropropagação, diz-se que a alteração dos pesos ocorre por época ou em lote. No primeiro caso, há uma maior frequência de retropropagação, pois ela acontece a cada período de tempo t , exigindo maior esforço computacional. No segundo caso, a retropropagação é disparada somente uma vez no final de cada época, requerendo um menor esforço computacional a cada época. Em ambos os casos, pode ser necessário que o treinamento somente convirja a um nível de erro aceitável após o processo de treinamento passar por várias épocas, o que significa que o mesmo conjunto de exemplos seja apresentado à RNA por mais de uma vez.

Para o algoritmo de retropropagação realizar o seu papel de ajustar os pesos adequadamente, é necessário encontrar um gradiente de ajuste nos pesos que lhe permita reduzir o erro individual ou em lote. É necessário encontrar qual será o efeito no erro ao ser feita uma alteração no peso sináptico w . Mais especificamente, precisa-se saber se o erro irá aumentar ou reduzir ao alterar o peso w do neurônio k . A primeira derivada da função de erro indica o sinal do gradiente de ajuste nos pesos.

Aplicando-se a equação (2.44) na equação (2.45), tem-se que:

$$E_{ind} = \frac{1}{2} (d_k(t) - y_k(t))^2. \quad (2.47)$$

Para o caso da função de ativação desse neurônio k ser linear e, para simplificação, supondo somente um peso e um valor de entrada, podemos escrever $y_k(t) = w_k(t)x(t)$. Assim, podemos escrever a equação (2.47) como:

$$E_{ind} = \frac{1}{2} (d_k(t) - w_k(t)x(t))^2. \quad (2.48)$$

A primeira derivada dessa função de erro indica o gradiente de crescimento do erro decorrente de um aumento infinitesimal no peso:

$$\frac{dE_{ind}}{dw_k(t)} = -e_k(t)x(t). \quad (2.49)$$

O desejável é que o erro seja mínimo e, para encontrar esse ponto mínimo, é necessário que a primeira derivada encontrada pela equação (2.49) seja igual a 0. Por meio de um processo iterativo, deve-se, em cada iteração, subtrair do peso $w_k(t)$ o gradiente encontrado em (2.49). Uma vez que o gradiente indica o quanto o erro aumentaria a cada aumento infinitesimal do peso, foi utilizada a operação de subtração do gradiente porque o que se deseja é ir no sentido oposto do gradiente a fim de reduzir o erro. Dessa forma, para convergir ao ponto de mínimo, o peso w_k para o próximo período $(t+1)$ deve ser ajustado para:

$$w_k(t+1) = w_k(t) + \beta e_k(t)x(t), \quad (2.50)$$

onde β é uma constante que controla a intensidade de correção feita nos pesos de conexão a cada iteração do processo (Corrar, Paulo, & Dias Filho, 2007, p. 446). Ela pode ser ajustada para permitir acelerar a taxa de aprendizagem, porém reduzindo o seu grau de precisão e dificultando a convergência ao limite de erro aceitável, como também essa constante pode ser calibrada para reduzir a taxa de aprendizagem, ocasionando o efeito inverso.

A equação (2.50) foi encontrada a partir de uma função de ativação linear. Para essa função específica, essa equação é denominada Regra Delta ou gradiente descendente (Samarasinghe, 2007, pp. 46-49). Para funções de ativação não lineares, o procedimento é análogo, aplicando-se a primeira derivada na função de ativação não linear utilizada.

Uma forma que pode contribuir para encontrar os pesos sinápticos que conduzam a menores erros é através da adição do termo *momentum* na Regra Delta da seguinte forma:

$$w_k(t+1) = w_k(t) + \beta e_k(t)x(t) + \mu \Delta w_k(t), \quad (2.51)$$

onde μ é o parâmetro *momentum* que deve estar entre 0 e 1, e $\Delta w_k(t) = w_k(t) - w_k(t-1)$. O termo *momentum* simplesmente adiciona uma fração da variação do peso anterior ao peso atual, além do cálculo usual realizado pela Regra Delta. Se o gradiente estiver sempre apontando para a mesma direção, o termo *momentum* poderá acelerar o processo de atingir o erro mínimo. Se o gradiente estiver apontando para diferentes direções a cada iteração, o termo *momentum* poderá suavizar as variações de pesos sinápticos. Não é possível garantir que o uso do termo *momentum* irá encontrar o erro global mínimo ao invés de um erro local mínimo, mas ele contribuiu para esse objetivo, além de acelerar o processo ao conseguir reduzir frequentemente o número de iterações.

2.8 Estágios de desenvolvimento de redes neurais artificiais

Não é objetivo deste trabalho o comparativo de desempenho entre as diversas arquiteturas de RNA, mas a apresentação de arquiteturas mais recentes é desejável para oferecer uma visão geral do estágio de desenvolvimento em que se encontram as RNA.

A evolução de RNA pode ser identificada em três estágios ou gerações de desenvolvimento, conforme descrito a seguir (Lakra, Prasad, & Ramakrishna, 2012).

A primeira geração tem como elemento básico o neurônio de McCulloch-Pitts ou perceptron. A característica básica dessa geração é que os dados de entrada e de saída são somente valores binários ou bipolares.

A segunda geração evoluiu para a utilização de funções de ativação que permitem gerar dados de saída pertencentes a um conjunto de valores contínuos, como as funções sigmoide e tangente hiperbólica. Devido a essa característica, essa geração permitiu a utilização de algoritmos de aprendizagem baseados no gradiente descendente e com retropropagação de erro. Ainda é possível realizar a computação de certas funções lógicas e analógicas com menos neurônios que a primeira geração.

A terceira geração corresponde à evolução para Redes Neurais Pulsadas ou *Spiking* (RNP). Esse modelo de RNA se aproxima ainda mais aos neurônios biológicos, na medida em que pesquisas neurobiológicas recentes apuraram indícios de que estes utilizam pulsos para se comunicarem e que a sequência de tempo entre os pulsos transmitem informações. Anteriormente, acreditava-se que os neurônios biológicos transmitiam informações com base em sua taxa média de disparo de pulsos. Um neurônio reconhecia informações advindas de outro neurônio ao contar o número de estímulos recebidos em determinado período e a média de tempo entre os estímulos influenciaria a sua ativação. Quanto menor o período de tempo, maior a ativação do neurônio. Os modelos de RNA da segunda geração utilizam essa forma de codificar a informação, na forma de valores reais representando um nível de ativação.

O fato de que o intervalo de tempo em si entre os pulsos transmitirem códigos e informações proporcionou o desenvolvimento de uma alternativa promissora de redes neurais que procura modelar artificialmente essa característica dos neurônios biológicos. Usando essa forma de codificação, é possível transmitir uma grande quantidade de dados com somente alguns estímulos, aumentando a velocidade e qualidade de processamento.

Devido aos computadores, em sua grande maioria, possuírem uma implementação digital, Yamamoto, Koakutsu, Okamoto, & Hirata (2011) afirmam que a arquitetura de RNP é mais adequada do que arquiteturas baseadas em neurônios analógicos para serem processadas em *hardwares* digitais. Haveria um ganho em termos de processamento ao utilizar RNP em computadores digitais.

Além da RNP de terceira geração, outro modelo recente utilizou uma arquitetura mais avançada de RNA com o intuito de incrementar o seu desempenho, envolvendo a utilização de lógica *fuzzy*.

A Rede Neural *Fuzzy* (RNF) é um modelo de RNA que incorpora e integra a lógica *fuzzy* dentro de sua arquitetura. A lógica *fuzzy* é um tipo de lógica que contempla não só os valores lógicos de verdadeiro e falso, mas também valores de intensidade intermediária. As RNF herdam a habilidade de aprendizagem das RNA e a capacidade de inferência dos sistemas *fuzzy* (Lin, Chang, & Lin, 2014).

Gaxiola, Melin, Valdez, & Castillo (2014) realizaram estudo comparativo do desempenho de RNF em relação a RNA monolítica, para a previsão em séries Mackey-Glass. O objetivo foi a obtenção do mínimo erro de previsão para os dados da série de tempo, sendo esta a medida de desempenho utilizada. A metodologia contemplou a utilização de RNF tipo 1 e RNF tipo 2, comparando-as com RNA monolítica (sem a incorporação da lógica *fuzzy*). Os resultados sugeriram que RNF tipo 2 oferece melhor desempenho que RNA monolítica e RNF tipo 1.

2.9 Evidências empíricas de não normalidade dos retornos de ativos financeiros

A existência de séries temporais fractais de retornos ou variações de preços de ativos financeiros está relacionada a não normalidade desses retornos e que não são governadas por processos em passeio aleatório (*random walk*). Devido à importância dessa relação para o presente trabalho, que pressupõe a dependência entre os elementos de séries temporais fractais que não seria encontrada em uma distribuição normal, são abordados trabalhos que encontraram evidências da não normalidade dos ativos financeiros.

Mandelbrot (1963) foi um dos pioneiros a contestar que a variação de preços de ativos segue uma distribuição normal. Apesar dele reconhecer o mérito de Bachelier (1900) em tratar os preços de ativos de forma estocástica (probabilística), ele não reconhece que o comportamento dessa variação está em conformidade com a hipótese Gaussiana (normal), pois observou que as distribuições empíricas das variações de preços de ativos sugeriam maior curtose, com caudas mais espessas e longas, do que o previsto pela distribuição normal.

Para testar empiricamente suas conclusões, Mandelbrot (1963) utilizou um método gráfico para examinar o ajustamento da variação de um século de preços de algodão a uma distribuição estável. Uma distribuição é caracterizada como estável (Paretiana) quando, ao adicionar uma distribuição estável a outra distribuição estável, a distribuição resultante também é estável sem alterar a forma da distribuição. Uma distribuição estável $S(x; \alpha, \beta, \gamma, \delta)$ é definida pela sua função característica (Cornew, Town, & Crownson, 1984):

$$\ln(\Psi(t)) = i\delta t - \gamma|t|^\alpha (1 + i\beta \operatorname{sgn}(t) w(t, \alpha)), \quad (2.52)$$

em que $t, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ são números reais, restringidos por $0 < \alpha \leq 2, -1 \leq \beta \leq 1, \gamma \geq 0$,

$i = \sqrt{-1}$, sgn é a função sinal e

$$w(t, \alpha) = \tan(\pi\alpha/2), \text{ para } \alpha \neq 1, \quad (2.53)$$

$$w(t, \alpha) = 2/\pi \log |t|, \text{ para } \alpha = 1. \quad (2.54)$$

O parâmetro α é o expoente característico da distribuição, refletindo a sua curtose, β é o parâmetro que indica a simetria da distribuição, γ caracteriza a escala (também escrito como c^α) e δ é o parâmetro de localização.

A distribuição normal é um caso particular de uma distribuição estável, em que possui a característica de $\alpha = 2$. Essa situação particular implica que:

$$w(t, \alpha) = \tan(\pi\alpha/2) = \tan(\pi) = 0, \quad (2.55)$$

e

$$\ln(\Psi(t)) = i\delta t - c^2 t^2, \quad (2.56)$$

$$\Psi(t) = e^{i\delta t} e^{-c^2 t^2}. \quad (2.57)$$

Nesse caso, a partir da função característica Ψ , é possível extrair a função de densidade de probabilidade f , a qual é definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}c} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\delta}{\sqrt{2}c}\right)^2}. \quad (2.58)$$

Dessa forma, foi encontrada a função de densidade de probabilidade de uma distribuição normal, com média δ e desvio padrão igual a:

$$s = \sqrt{2}c. \quad (2.59)$$

Quando a distribuição é normal e, conseqüentemente, $\alpha = 2$ e $w(t, \alpha)$ torna-se igual a zero, o parâmetro de simetria β , componente da função característica das distribuições estáveis, torna-se irrelevante. Ou seja, quando a distribuição é normal, obrigatoriamente ela deve ser simétrica, não havendo razão para assimetria.

Para se testar a normalidade de uma distribuição, uma das metodologias possíveis é mensurar o parâmetro β da distribuição, a fim de determinar o seu grau de simetria. Contudo, a existência de simetria não é condição suficiente para que a distribuição seja normal, sendo necessária, também, a mensuração do próprio parâmetro α a fim de se caracterizar a distribuição.

Quando $\alpha \neq 2$, não há solução para o desvio padrão, ou seja, ele simplesmente não existe. E quando $\alpha \leq 1$, a média, apesar de existir, é indefinida.

Mandelbrot (1963) comparou graficamente a curva obtida a partir da probabilidade $\ln(\Pr(U > u))$ de uma distribuição teórica estável, considerando $\alpha = 1,7$, $\beta = 0$ e $\delta = 0$, com a curva das frequências relativas $\text{Fr}[\ln(Z(t+1)) - \ln(Z(t)) > u]$ da distribuição da amostra analisada, proveniente de variações de preços de algodão, onde $Z(t)$ é o preço do algodão no final do período de tempo t . Foram utilizadas escalas logarítmicas tanto no eixo horizontal quanto no vertical do gráfico. A escala do eixo horizontal do gráfico exibe a magnitude da variação do preço, em que as maiores variações estão à direita e a escala do eixo horizontal

exibe a frequência de cada variação, sendo que as maiores frequências estão mais no topo. Ele plotou várias curvas a partir da amostra, sendo algumas delas correspondente à variação diária dos preços de algodão e outra à variação mensal. Todas as curvas plotadas têm a aparência de linhas retas paralelas. O que ele queria mostrar graficamente é que todas as curvas obtidas a partir da amostra têm o mesmo aspecto. Se elas forem deslocadas horizontalmente e colocadas uma sobre a outra, ficariam superpostas, como se fossem uma única curva. A curva com dados mensais parece com a curva com dados diários, a qual parece com a curva de dados diários de outro período. Isso indica que a distribuição amostral segue a distribuição teórica, com $\alpha = 1,7$ (aproximadamente), $\beta = 0$ e $\delta = 0$, sendo os deslocamentos horizontais correspondendo a diferentes escalas (γ) de cada curva. Elas são distribuições estáveis diferindo somente em escala.

Mandelbrot (1963) ainda desenhou outras curvas com períodos de tempos distintos e mais curtos, a fim de examinar se os preços de algodão são realmente gerados a partir de um processo estocástico estacionário. Ou seja, verificou se ao longo do tempo os parâmetros encontrados se mantêm estáveis em períodos de tempo distintos e mais curtos. Nesse quesito, as curvas encontradas não possuíam um formato tão bem definido em relação às curvas encontradas em períodos mais longos, mas possuíam aspecto bastante similar. O formato não tão bem definido pode ser explicado pelo menor número de ocorrências amostrais dos períodos mais curtos em relação aos períodos mais longos. Mas, pareceu para Mandelbrot (1963) que as diversas curvas de períodos mais curtos são adequadamente similares.

O parâmetro α ter sido diferente de 2, o qual seria característico de uma distribuição normal, ofereceu evidências que a amostra estudada não seguia uma distribuição normal.

Fama (1965) realizou um profundo estudo com o propósito de testar empiricamente o modelo de passeio aleatório (*random walk*) aplicado ao comportamento do preço de ações, o que está diretamente relacionado à distribuição normal. O que incentivou o trabalho de Fama (1965) foram as conclusões obtidas por Mandelbrot (1963) de que as variações de preços de ativos não seguem uma distribuição normal e melhor se encaixam na classe de distribuições estáveis com $\alpha < 2$. A análise dos dados de Fama (1965) permitiu concluir que a hipótese de Mandelbrot parece ser válida.

Foram utilizadas as séries de dados temporais das 30 ações negociadas no índice Dow-Jones Industrial Average. O período de tempo das séries variou a depender da ação, mas o início de cada série variou entre os anos de 1956 e 1958 e o término de todas as séries foi em 1962. Fama (1965) faz um alerta em relação às ações selecionadas para fazer parte da amostra utilizada no estudo, pois o índice Dow-Jones Industrial Average não é composto de empresas

aleatórias, e sim composto pelas maiores empresas em seu campo de atuação. Então, se o comportamento dos preços das ações das maiores empresas não for equivalente ao comportamento das menores empresas, o estudo somente se aplicaria a grandes empresas, devido a esse viés na escolha das empresas da amostra.

Ao analisar a distribuição de frequência das variações de preços de cada uma das 30 ações analisadas, ele constatou que no centro da curva de distribuição de cada ação havia maior frequência relativa do que o induzido pela distribuição Gaussiana (normal). Mais importante ainda é que nas extremidades das caudas houve uma frequência relativa superior à prevista pela hipótese Gaussiana. Essas duas evidências caracterizam uma distribuição leptocúrtica, diferentemente da distribuição normal, a qual se caracteriza por uma distribuição mesocúrtica.

Fama (1963) afirma que ainda não há uma metodologia satisfatória para se estimar o parâmetro característico α de uma distribuição estável. Para se chegar a uma estimativa desse parâmetro, ele utilizou três técnicas diferentes para realizar essa estimativa: (1) gráfico da probabilidade normal com duplo logaritmo, encontrando uma média do parâmetro α estimado entre 1,87 e 1,94, (2) computação sequencial da variância, encontrando uma média do parâmetro α estimado igual a 1,93, e (3) análise de faixa, encontrando uma média do parâmetro α estimado igual a 1,73. Em algumas poucas ações estudadas, o parâmetro α pareceu estar próximo a 2 e a grande maioria das ações apresentaram α abaixo de 2, com um valor médio igual a 1,90 e com pouca dispersão em volta desse valor. Esses resultados permitiram a Fama (1963) concluir que a hipótese de Mandelbrot se encaixa melhor aos dados do que a hipótese Gaussiana.

Vale complementar que, em outro trabalho, Mandelbrot (1967) analisou a variação de outros preços, a saber, trigo, ativos financeiros de ferroviárias, taxas de câmbio e taxas de juros.

No caso dos preços de trigo, ele argumenta que precisaria de uma amostra maior para poder aplicar o método gráfico para estimar o parâmetro α . Ainda relata que havia um problema na amostra utilizada de ativos financeiros de ferroviárias. O que ele possuía era uma média entre a maior e a menor cotação de cada mês, o que poderia influenciar a uma maior inclinação na curva correspondente do gráfico em duplo logaritmo. Os resultados encontrados com dados mensais foram muito similares aos encontrados em Mandelbrot (1963) com os preços de algodão. Os dados anuais, ao contrário, são pouco influenciados pela média existente na série de dados. Em cinco séries de dados de preços de ativos financeiros ferroviárias, as evidências foram bem claras que α é menor que 2, descaracterizando uma

distribuição normal. Em outras quatro empresas ferroviárias, as evidências são similares, mas a curva possui uma forma mais errática.

As variações de taxas de juros e de câmbio também apresentaram evidências empíricas em favor da distribuição estável Paretiana, em detrimento da distribuição normal Gaussiana.

Cornew, Town e Crowson (1984) analisaram a distribuição da variação de preços de 18 mercados de contratos futuros. Incluíram contratos futuros de metais, pecuária, agricultura, commodities mundiais e moedas. Os resultados encontrados confirmaram que as séries de variações de preços dos contratos futuros analisados melhor se ajustam às classes de distribuições estáveis do que estritamente à distribuição normal. Somente em dois mercados de contratos futuros de óleo de soja e de cacau o valor de α foi igual a 2, caracterizando uma distribuição normal. Nos demais contratos, α variou entre 1,5 e aproximadamente 1,65, afastando-se significativamente de uma distribuição normal.

Foi encontrada uma pequena assimetria na distribuição, tendo 70% dos mercados estudados pequenos valores positivos para β , sendo insignificantes para se caracterizar que a distribuição é assimétrica.

Também aplicaram o teste estatístico de Cramer-von Mises, a fim de checar a superioridade da distribuição estável em relação a distribuição normal. Esse teste estatístico reflete a qualidade do ajuste à distribuição e os resultados encontrados indicaram uma não rejeição da distribuição estável ao nível de significância de 2% em todas as séries de preços futuros testados, ao passo que, ao aplicar o mesmo teste considerando a distribuição normal, os resultados encontrados indicaram um nível de rejeição maior na grande maioria das séries testadas. Foi realizada uma variação do teste de Cramer-von Mises, em que é aplicado um maior peso nas caudas das diferenças empíricas e teóricas da distribuição. Nas duas versões desse teste, o enquadramento à distribuição estável se mostrou claramente superior ao ajuste a uma distribuição normal.

A última análise feita é relacionada à estabilidade do parâmetro α ao longo dos anos. Eles subdividiram as séries de preços futuros em vários anos individuais e calcularam os parâmetros α para cada ano individualmente. Constataram que, na maioria dos mercados de preços futuros analisados, não houve significativos desvios do parâmetro α ao longo dos anos. Excluindo o mercado em que α foi igual a 2 (distribuição normal), em 12 de 16 mercados não houve desvio significativo do parâmetro α de cada ano em relação ao parâmetro α da série completa, sendo uma evidência que a maioria das distribuições estáveis analisadas são moderadamente invariantes no decorrer no tempo.

Selvam (2009) classifica o mercado de ações como sendo um sistema dinâmico, similar a outros sistemas dinâmicos que encontramos na natureza, como o fluxo atmosférico, padrões de batimentos cardíacos, dinâmica populacional, padrão de sequenciamento de DNA, etc. Esses sistemas dinâmicos exibem um padrão de flutuação irregular de tempo e espaço e flutuações fractais autossimilares. Ele não só analisou uma série de dados do índice Dow Jones, mas também uma série de dados do DNA humano e do DNA do peixe baiacu. Ele utilizou uma teoria geral de sistemas para fractais, comparando-o com a distribuição normal. Esse modelo teórico utiliza uma distribuição baseada na lei de potência. O modelo prevê uma lei de potência inversa universal que incorpora a média áurea para flutuações fractais. Ele observou que o modelo apresenta características próximas a uma distribuição normal para pequenas flutuações, mas há divergências para grandes flutuações. O modelo possui uma cauda mais espessa do que a distribuição normal, indicando que o modelo prevê uma probabilidade maior de valores extremos do que a distribuição normal. Segundo o autor, a probabilidade Gaussiana (normal) subestima a probabilidade de ocorrência de valores extremos, como turbulência no mercado de ações, terremotos, tempestades, etc.

Ao comparar as séries de dados do índice Dow Jones, do DNA humano e do DNA do peixe baiacu com os resultados previstos pelo modelo e pela distribuição normal, foi observado que todas as séries se ajustavam melhor ao modelo alternativo do que à distribuição normal. Ou seja, as séries de dados, em pequenas flutuações, possuem características próximas à distribuição normal, enquanto que para grandes flutuações, as probabilidades de ocorrência se assemelham ao previsto no modelo ao invés da distribuição normal.

A teoria geral de sistemas, que originalmente foi desenvolvida para a física e especificamente para o estudo do fluxo de fluidos turbulentos, mostrou-se, neste trabalho, aplicável a outras áreas de pesquisa, inclusive ao mercado financeiro. Essa constatação é importante para a consciência de que o conhecimento não está isolado e pode ser compartilhado com outras áreas do conhecimento.

Blattberg e Gonedes (1974) utilizaram a distribuição *t-Student* como uma hipótese alternativa às distribuições estáveis e à distribuição normal para descrever o comportamento dos retornos dos preços de ativos. Assim como as distribuições estáveis, a distribuição *t-Student* apresenta caudas mais espessas e longas do que a distribuição normal.

Eles utilizaram como dados de retornos diários de 30 instrumentos financeiros participantes no Dow Jones Industrial Average durante o período de 1957 a 1962. O método

de simulação Monte Carlo foi utilizado para estimar parâmetros da distribuição *t-Student* e da distribuição estável.

A média do parâmetro α da distribuição estável foi igual a 1,65 e do parâmetro v (graus de liberdade) da distribuição *t-Student* foi 4,79, sendo evidências de que a distribuição não é normal. Contudo, ao utilizar o retorno acumulado de cinco dias ao invés de retornos diários, eles observaram que tanto o parâmetro α da distribuição estável quando o parâmetro v da distribuição *t-Student* cresceram, indicando uma tendência dos dados convergirem aparentemente a uma distribuição normal. Isto é, apesar das séries dadas apresentarem uma distribuição com caudas mais espessas, divergindo de uma distribuição normal, ao se acumular os retornos em mais dias, há uma tendência a aparentemente convergir a uma distribuição normal, não sendo conclusivo que uma distribuição normal irá ser atingida.

Utilizando razões de probabilidade entre a distribuição *t-Student* e a distribuição estável, verificou-se que o modelo de distribuição *t-Student* melhor descreve os dados do que a distribuição estável, a partir de retornos diários de preços dos ativos analisados.

Panas e Ninni (2010) utilizaram uma série de retornos temporais da Bolsa de Metais de Londres para testar se sua distribuição é estável e se ela se adapta à Hipótese de Mercado Fractal, proposto por Peters (1990; 1994; 1996). Essa hipótese é baseada na estatística fractal, em que as irregularidades observadas nos retornos de preços de ações são estatisticamente autossimilares, ou seja, elas são as mesmas em qualquer escala em que o objeto é visto. Por sua vez, as distribuições estáveis são intimamente relacionadas a fractais, em que a existência de fractalidade pode ser um indicador que a distribuição é estável.

O estudo deles mensurou o expoente de Hurst e modelos ARFIMA (Média Móvel Integrada Fracionariamente Autorregressiva) para detectar a possibilidade de uma estrutura fractal e dependência de longo prazo nos retornos da Bolsa de Metais de Londres. Eles ainda estudaram a hipótese dos retornos seguirem uma distribuição estável.

Os resultados encontrados evidenciaram que em todos os retornos de metais analisados, o expoente Hurst (H) foi superior a 0,50, correspondendo a uma persistência de retornos, contrariando o pressuposto de distribuição normal. Para o alumínio, $H = 0,58604$, cobre, $H = 0,59368$, chumbo, $H = 0,58294$, zinco, $H = 0,67235$, níquel, $H = 0,58682$ e estanho, $H = 0,51420$.

Utilizando um modelo ARFIMA para testar se as séries possuem ou não um processo de memória longa, isto é, se o retorno de um dia influencia nos retornos dos dias seguintes, descaracterizando uma distribuição normal, foi encontrado que os retornos de alumínio e

cobre possuem retornos de memória longa, chumbo e níquel possuem memória curta e zinco e estanho apresentam antipersistência.

Ao testar se as séries de dados seguem uma distribuição estável, foi encontrado que, para todos os seis metais, o parâmetro α foi diferente de 2, desviando significativamente de uma distribuição normal, exibindo excesso de curtose e maior peso na cauda. No quesito de estabilidade da distribuição dos retornos das *commodities* subjacentes, foi detectado que os parâmetros α (curtose) e β (assimetria) não diferem muito ao utilizar retornos em diferentes escalas diárias, semanais e mensais, sendo um indicador claro de validade da propriedade de estabilidade e de característica de uma estrutura fractal.

Para os dados diários, as estimativas de α encontradas variaram entre 1,48 e 1,62 e as estimativa de β variaram entre 0,009 e 0,12. Para os dados semanais, as estimativas encontradas de α variaram entre 1,4 e 1,51 e duas das estimativas encontradas de β foram negativas. Para os retornos mensais, as estimativas de α encontradas variaram entre 1,36 e 1,58.

2.10 Evidências empíricas da relação entre memória de longo prazo e previsibilidade com RNA e com outras ferramentas

Conforme já relatado anteriormente, Alabdulhadi (2011) realizou pesquisa no sentido de avaliar a relação entre memória de longo prazo, mensurada a partir da dimensão fractal da série temporal, e qualidade de previsão com RNA e algoritmos genéticos, avaliando o ganho ou perda adicional em relação a uma estratégia passiva de investimentos de comprar e manter um ativo (*buy and hold*) em seis ativos financeiros participantes de mercados do Kuwait e Arábia Saudita.

Foi mensurado o expoente de Hurst das séries de tempo das ações da amostra, a partir da análise R/S, para ser utilizado como um fator de previsibilidade a fim de verificar se as séries de tempo com os maiores expoentes de Hurst permitiriam ganhos superiores em relação a uma estratégia de comprar e manter um ativo, a partir de uma metodologia que engloba o uso de redes neurais artificiais e algoritmos genéticos, levando em consideração os custos de transação ao comprar e vender os ativos em questão.

Os resultados encontrados mostraram que as previsões obtidas por essa metodologia ofereceram ganhos adicionais superiores com as séries de tempo das ações de quatro empresas que apresentaram maiores indicativos de memória de longo prazo e inferiores com as séries

de tempo das ações de duas empresas que apresentaram menores indicativos de memória de longo prazo. A partir desses resultados, é sugerido que o expoente de Hurst oferece uma medida de previsibilidade e que, ao focar nas séries temporais com maiores expoentes de Hurst, poderiam ser obtidas melhores previsões. Ainda afirma que as quatro ações que apresentaram maiores expoentes de Hurst e melhores resultados que uma estratégia de comprar e vender não têm amparo na forma fraca da hipótese de mercado eficiente, mas é consistente com a hipótese de mercado fractal, e, por conseguinte, modelos de precificação de ativos usuais não capturam adequadamente o risco de investimento e a probabilidade de retorno de ações.

Essa pesquisa se restringiu a uma amostra pequena, com somente seis séries temporais, não permitindo obter conclusões generalizadas. Caracterizou-se em um estudo de alguns casos, dificultando confirmar uma relação entre as variáveis estudadas.

Diaconescu (2008) utilizou o expoente de Hurst, obtido a partir da análise R/S, para servir como indicador para tornar mais eficiente o processo de previsão em séries de tempo caóticas com RNA recorrentes. A arquitetura utilizada foi uma Rede Recorrente Autorregressiva Não Linear com Entradas Exógenas (NARX) para captar memória embutida, em que a saída gerada pela RNA em um período de tempo é utilizada como valor de entrada em períodos seguintes. É argumentado que uma rede recorrente do tipo NARX forneceria resultados de previsão mais eficientes que uma rede alimentada adiante, e, por isso, foi utilizada essa arquitetura.

O coeficiente de correlação entre os resultados obtidos pela RNA e os resultados desejados foi utilizada como indicador do sucesso da previsão obtida pelo modelo, porque, quanto mais próximo de 1 esse coeficiente, melhor se encaixariam os resultados obtidos aos resultados desejados.

Analisando algumas poucas séries de tempo que foram utilizadas como amostra, a conclusão obtida foi que o expoente de Hurst pode fornecer uma pista, às vezes vaga, sobre a existência de memória de longo prazo nas séries de tempo analisadas. Ainda relata que a previsão pode ser falha, mesmo em séries de tempo com altos valores de expoente de Hurst.

Contudo, devido à análise de somente poucas séries temporais, não é possível afirmar que as conclusões obtidas no trabalho de Diaconescu (2008) seria consistente caso seja realizado um teste estatístico de hipótese com uma amostra maior.

Yao, Tan, & Poh (1999) utilizou RNA alimentada adiante com retropropagação a fim de realizar um estudo de caso relacionado à previsão do Índice Composto da Bolsa de Valores de Kuala Lumpur (KLCI). Para a série temporal desse índice, foi encontrado um expoente de

Hurst igual a 0,88. A fim de se testar se a ordem dos elementos dentro da série temporal indicava a existência de memória de longo prazo, foram realizados dois testes embaralhando de forma aleatória os elementos da série de tempo original. Um teste apresentou como resultado expoente de Hurst igual a 0,61 e o outro igual a 0,57, sugerindo que a brusca redução do expoente de Hurst está associada à perda da memória quando os elementos foram embaralhados e que a série temporal original continha memória de longo prazo.

Não foi estudada a relação entre o expoente de Hurst e a previsibilidade do KLCI obtida pela RNA. O expoente de Hurst foi utilizado somente para verificar *a priori* se havia memória de longo prazo na série temporal que pudesse oferecer indícios de que a utilização de RNA para previsão do índice seria possível. O objetivo do artigo foi encontrar o melhor modelo de previsão para o KLCI.

Os resultados mostraram que o uso de RNA alimentada adiante com retropropagação apresentou melhores retornos que o uso de outras estratégias, inclusive em relação a modelos ARIMA e estratégia de investimento de comprar e manter ativos e renda fixa.

Qian & Rasheed (2004) utilizaram RNA alimentadas adiante com retropropagação para verificar a relação entre o expoente de Hurst e a Raiz do Erro Quadrado Médio Normalizado (REQMN) produzido pela RNA, ao realizar previsões do retorno diário do índice Dow-Jones. Utilizou como amostra o período do índice de 02/01/1930 a 14/05/2014, criando subamostras dentro desse período, correspondentes a várias subséries de tempo diferentes com 1024 dias úteis cada uma.

Após encontrar o expoente de Hurst de cada subsérie, escolheu aleatoriamente 30 subséries que apresentaram expoentes de Hurst superiores a 0,65, característicos de maior memória de longo prazo e com maior previsibilidade, e 30 subséries que apresentaram expoentes de Hurst inferiores a 0,65 e superiores a 0,55, característicos de processos em passeio aleatório e com menor previsibilidade. A média e desvio padrão do REQMN das subséries com maiores expoente de Hurst foram iguais a 0,9439 e 0,0145, respectivamente, e das subséries com menores expoentes de Hurst foram 0,9731 e 0,0162, respectivamente.

Devido à diferença nos valores das médias, esses autores concluíram que em períodos com maiores expoentes de Hurst é possível prever com maior precisão do que em períodos com expoentes de Hurst próximos a séries aleatórias, sugerindo que mercados de ações não são totalmente aleatórios em todos os períodos e que, nos períodos em que existe uma estrutura de tendência, a RNA pode aprender essa estrutura e se beneficiar para realizar previsões.

Porém, deveria ter sido realizado um teste estatístico de diferença das médias do REQM de cada conjunto de subséries, para verificar se elas realmente são estatisticamente diferentes. Não só a média é importante para verificar se há diferença entre elas, mas também o desvio padrão da variável. A não realização desse teste pode estar levando a uma conclusão falha de que maiores expoentes de Hurst levaram a melhor previsibilidade.

Em artigo posterior, Qian & Rasheed (2007) desenvolveram outro estudo que inclui objetivos semelhantes aos do trabalho anterior, ampliando a utilização de outros classificadores de aprendizagem de máquina indutivos, os quais foram árvore de decisão e *k* vizinhos mais próximos, além de redes neurais artificiais. A metodologia consiste em comparar o uso desses classificadores individualmente e em conjunto a fim de verificar o desempenho individual e em conjunto.

Foram extraídas da amostra do índice Dow Jones Industrial Average subséries que apresentaram os maiores expoentes de Hurst e subséries com expoentes de Hurst característicos da aleatoriedade. As subséries com maiores expoentes de Hurst ofereceram a melhor taxa de sucesso de previsão de 61,98%, ao utilizar individualmente o classificador *k* vizinhos mais próximos. Contudo, nas subséries com menores expoentes de Hurst, essa mesma taxa de sucesso de previsão cai para 52,61%, utilizando o mesmo classificador. Quedas semelhantes também aconteceram com o uso individual dos demais classificadores, sugerindo que o expoente de Hurst pode ser utilizado para selecionar, antes de construir modelos de previsão, as séries temporais que são mais adequadas para realizar previsões.

O artigo ainda conclui que o uso agrupado dos classificadores aumentou a taxa de sucesso de previsão para 65,36%, sugerindo que o agrupamento de classificadores oferece resultados superiores ao uso individual de classificadores.

Da mesma forma que no artigo anterior, deveria ter sido realizado um teste estatístico de diferença das médias entre todos os resultados encontrados. O desvio padrão poderia ter sido muito alto ao ponto da aparente diferença entre as médias não ser estatisticamente significativa. A não realização desse teste estatístico pode ter levado a uma conclusão falha de que maiores expoentes de Hurst conduziram a melhores taxas de sucesso de previsão e que o agrupamento de classificadores produz melhores taxas de sucesso do que o uso individual de classificadores.

Em outro artigo, Qian & Rasheed (2007) realizaram estudo muito semelhante ao citado anteriormente, alterando a amostra para uma série de tempo de taxas de câmbio à vista do dólar americano contra a libra britânica e acrescentando na metodologia o classificador *naïve Bayesian*.

Os resultados e considerações foram também semelhantes ao artigo citado anteriormente, em que os períodos de tempo com maiores expoentes de Hurst apresentaram melhores taxas de sucesso de previsão. Houve uma melhora para 66,70% em relação à taxa de sucesso de previsão quando do uso agrupado dos classificadores. Restou realizar um teste estatístico de diferença de médias para verificar se as médias encontradas são estatisticamente significantes.

Mitra (2012) coloca em questão se o expoente de Hurst é útil para previsão em séries de tempo financeiras. Esse autor procura verificar a relação entre o expoente de Hurst e os lucros obtidos a partir de uma estratégia de negociação baseada em médias móveis.

A amostra do trabalho é composta por doze séries de índices de ações de diversos mercados, contendo aproximadamente 2560 elementos e tendo como data final 30/04/2010. Os expoentes de Hurst encontrados para essas dozes séries ficaram dentro do intervalo de 0,46 a 0,54, o que leva a dizer que estas séries se assemelham a processos em passeio aleatório, prejudicando a realização de previsões.

Apesar de em todo o período o mercado ter se mostrado eficiente, existe a possibilidade de, em determinados períodos, haver um desvio do comportamento normal e apresentar sinais de tendências. Por isso, toda a série foi subdividida em subséries menores com somente 60 observações e foi verificado que os expoentes de Hurst das subséries variaram largamente. Assim, foi possível dividir as subséries em grupos de acordo com o valor do expoente de Hurst. Em quatro dos doze mercados de ações estudados, as subséries com expoente de Hurst maiores que 0,55 apresentaram lucros médios superiores, sugerindo que o expoente de Hurst é útil para selecionar as séries de tempo financeiras mais propícias para realizar previsões.

Eom, Choi, Oh, & Jung (2008) investigou empiricamente a relação entre o grau de eficiência e de previsibilidade em séries de tempo financeiras. O expoente de Hurst foi utilizado como indicador de eficiência e, a partir do método de previsão do vizinho mais próximo, foi calculada a taxa de sucesso em prever a direção da variação de preço futura, em uma amostra de 60 índices de mercado de vários países. A taxa de sucesso é definida como sendo o percentual de acertos em prever a direção positiva ou negativa da variação de preço futura em relação ao total de variações.

É relatado que os resultados encontrados sugerem que a relação entre o grau de eficiência, medido pelo expoente de Hurst, e o grau de previsibilidade, medido pela taxa de sucesso, é fortemente positiva. Essa conclusão foi obtida a partir do coeficiente de correlação entre as variáveis estudadas, a qual foi igual a 60,37% quando utilizado todo o período de tempo, igual a 58,16% quando utilizado somente os três últimos anos de cada série de tempo e

igual a 60,08% quando utilizado períodos de tempo de 6 meses. Também foram utilizados outros métodos na pesquisa, quais sejam, R/S modificado, o método GPH para teste de memória longa e um modelo ARFIMA. Em todos eles, os coeficientes de correlação foram também considerados altos.

Contudo, é importante ressaltar que verificar a significância de uma variável a partir do coeficiente de correlação é similar ao equívoco de fazê-lo a partir do coeficiente de explicação de um modelo, porque este é decorrente do quadrado daquele. Não é possível afirmar que uma variável é estatisticamente significativa e uma causa verdadeira para explicar outra variável, a partir do coeficiente de correlação e do coeficiente de explicação (Stock & Watson, 2003). O coeficiente de explicação é útil como medida para mostrar o quanto o comportamento da variável independente explica a variação da variável dependente, mas não justifica uma relação de causalidade entre as variáveis (Fávero, Belfiore, Silva, & Chan, 2009). Para se verificar a relação de causa e efeito, teria que ter sido feito um teste estatístico apropriado. O coeficiente de correlação encontrado mostrou que a relação é forte, mas não necessariamente é significativa para justificar uma relação de causalidade.

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

3.1 População e amostra

O universo de estudo compreende ativos financeiros, com preços divulgados e ativos negociados em bolsas de valores. Aparentemente, o universo populacional delimitado é demasiadamente ambicioso. Porém, este universo não foi deliberadamente imposto, uma vez que ele pode ser explicado como uma consequência natural da possibilidade de utilização dos procedimentos empíricos a serem utilizados nesta pesquisa em qualquer ativo financeiro que possua negociação em bolsas de valores e que tenha seus preços divulgados. O universo de estudo engloba todas as companhias abertas porque os procedimentos podem ser aplicados a todas elas.

Contudo, a amostra para estudo será limitada aos preços dos ativos financeiros negociados na BM&FBovespa, especificamente as ações das companhias brasileiras abertas e fundos de investimento imobiliários. O mercado brasileiro foi escolhido com o intuito de contribuir com o estudo do mercado do país onde está localizada a instituição na qual foi realizada esta pesquisa e porque há evidências de existência de memória de longo prazo neste mercado, segundo Matteo, Aste, & Dacorogna (2005). A pesquisa seria infrutífera se o mercado escolhido tivesse pouca ou nenhuma memória de longo prazo, porque não haveria uma variabilidade suficiente na variável independente (memória de longo prazo - expoente de Hurst) que permitisse capturar uma relação significativa com a variável dependente (erro de previsão da RNA).

A amostra ainda será dividida em dois grupos, sendo um grupo que compreende somente as empresas que fizeram parte do índice Bovespa durante o terceiro quadrimestre do ano de 2013 e outro grupo daquelas que não fizeram parte, a fim de investigar se a presença ou não no índice tem influência nos resultados da pesquisa. O índice Bovespa é um indicador do desempenho médio das ações mais negociadas na BM&FBovespa. As ações que não fazem parte do índice são as menos negociadas e com menor liquidez, e, por isso, a análise em separado das ações dessas empresas pode produzir resultados diferentes em relação às ações das empresas que compõem o índice.

3.2 Coleta de dados

A amostra dos preços de fechamento diários dos ativos financeiros brasileiros foi obtida a partir do serviço Bloomberg Terminal. Os preços dos ativos foram ajustados a dividendos, de forma que os preços se comportem como se nunca tivesse havido distribuição de dividendos. A empresa fornecedora do serviço é bem estruturada e bem conceituada no mercado, que mantém informações fidedignas a respeito do mercado e das empresas que compõem a amostra da pesquisa, havendo segurança que a pesquisa será alimentada por dados confiáveis.

Quanto ao período de tempo, será coletada uma amostra abrangendo o período de 10 anos, iniciando em 29/10/2003 e finalizando em 29/10/2013. Será utilizado um longo período a fim de permitir capturar memória de longo prazo na série temporal e ser possível realizar e analisar previsões adiante de até um ano. A série de dados será dividida em dois grupos, sendo o primeiro relativo aos 70% dos primeiros dias úteis, que será utilizado para treinar a RNA, e o segundo relativo aos 30% restantes de dias úteis, para testar e medir o desempenho da RNA, confrontando as previsões obtidas pela RNA com os resultados desejados. Como nem todas as séries temporais da amostra possuem observações em todo o período de abrangência de 10 anos, o número de observações nos intervalos de tempo para treinamento e teste da RNA poderá ser diferente entre as séries temporais da amostra.

Não haverá restrições ao número de empresas nem ao tipo de ativo ou ação, visto que quanto maior o tamanho da amostra, mais confiável será o resultado da pesquisa e é desejável que a pesquisa se aplique a qualquer tipo de ação, quer seja preferencial, ordinária ou outras. Contudo, serão excluídas da amostra as séries de preços de ativos que tenham uma quantidade inferior a 252 dias úteis de negociação, o que corresponde a aproximadamente 1 ano e a 10% do período de tempo de abrangência da amostra, porque um número reduzido de observações em cada série temporal pode ser insuficiente para fornecer resultados consistentes e distorcer os resultados da pesquisa. Uma vez que está sendo estudada memória de longo prazo, é conveniente que somente sejam mantidas na amostra as séries de tempo com maior número de dias úteis de negociação para haver uma predominância de séries de tempo com longo prazo.

3.3 Variável dependente raiz do erro quadrado médio (REQM)

Como um indicador do erro de previsão da RNA em cada série temporal da amostra, será utilizada a raiz do erro quadrado médio (REQM ou RMSE em inglês) do intervalo de tempo correspondente ao período de teste da RNA.

A variável dependente REQM será obtida da seguinte forma:

$$REQM_i = \sqrt{\frac{1}{m(i)} \sum_{t(i)=1}^{m(i)} (d_k(t(i)) - y_k(t(i)))^2}, \quad (3.1)$$

onde,

$REQM_i$ é a raiz do erro quadrado médio da ação i no intervalo de tempo de teste da RNA,

$t(i)$ é o período de tempo em que o exemplo t é apresentado dentro da série temporal da ação i ,

$m(i)$ é o número de elementos contidos no intervalo de tempo correspondente ao período de teste da RNA extraído da série temporal da ação i ,

$d_k(t(i))$ é o resultado desejado no neurônio de saída k para o exemplo apresentado no período de tempo $t(i)$ da série temporal da ação i ,

$y_k(t(i))$ é o resultado produzido pelo neurônio de saída k para o exemplo apresentado no período de tempo $t(i)$ da série temporal da ação i .

A REQM é uma medida que também tem influência da magnitude dos valores da série temporal que será utilizada para alimentar a RNA. Ou seja, uma série temporal que tenha seus elementos apresentados em uma determinada escala ou unidade de medida terá maior erro que a mesma série temporal caso seus elementos convertidos para uma maior escala ou unidade de medida, e vice-versa.

Para não sofrer esse problema de viés decorrente das diferenças de escala e ser possível que REQM de diferentes séries temporais sejam comparáveis na mesma escala, será realizada uma padronização dos retornos dos ativos de cada série temporal. Será utilizado o processo de padronização que consiste em transformar a variável de retorno dos ativos em escore padrão (*z score*). O método *Z scores* padroniza a variável de forma a apresentar média zero e desvio padrão 1 (Fávero, Belfiore, Silva, & Chan, 2009, p. 198).

3.4 Variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE como um índice de previsibilidade

A variável explicativa HURST, proveniente do expoente de Hurst de cada série temporal de ativos financeiros da amostra, é obtida a partir do algoritmo R/S, cuja implementação é apresentada no Apêndice A. Quando esta variável é maior que 0,5, tem-se um indicador de persistência, a qual corresponde a uma correlação positiva de longo prazo, enquanto que quando é menor que 0,5, tem-se um indicador antipersistência, que corresponde a uma correlação negativa de longo prazo, e quando é igual a 0,5, tem-se um indicador de inexistência de correlação. Da mesma forma que se espera que haja erro de previsão menor quando há correlação positiva de longo prazo, também se espera que o erro de previsão seja menor quando a correção de longo prazo é negativa, porque o fato de existência de qualquer tipo de correlação deveria produzir menores erros de previsão.

Para se ajustar a esse conceito e enquadrar os dados a uma regressão linear, é necessário realizar uma transformação na variável expoente de Hurst, subtraindo-a por 0,5, e extrair desse resultado o seu valor absoluto, produzindo um índice de previsibilidade de forma similar ao procedimento adotado por Rehman (2009), que elaborou um índice de previsibilidade climático a partir do expoente de Hurst. Com isso, esse índice de previsibilidade obtido a partir do expoente de Hurst estará no domínio dos números reais positivos, sendo que, quando é igual a zero, indica inexistência de correlação e quando é maior que zero, indica existência de correlação de longo prazo, independente de ser positiva ou negativa. A existência de correlação de longo prazo, independente de ser positiva ou negativa, é componente da hipótese desta dissertação, e, por isso, essa transformação na variável HURST se faz necessária para a obtenção da variável HURST_PREVISIBILIDADE.

Sendo assim, a variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE é obtida da seguinte forma:

$$\text{HURST_PREVISIBILIDADE}_i = |\text{HURST}_i - 0,5|, \quad (3.2)$$

onde,

$\text{HURST_PREVISIBILIDADE}_i$ é o índice de previsibilidade da ação i ,

HURST_i é o expoente de HURST da ação i .

3.5 Procedimentos para tratamento e análise dos dados

Após a coleta dos dados e obtenção da amostra, serão feitos o tratamento e a análise dos dados de acordo com as etapas descritas a seguir, em consonância com a fundamentação teórica descrita nos capítulos anteriores.

1. Devido às séries de tempo financeiras apresentarem alto grau de não estacionariedade, é mais adequado trabalhar com a primeira diferença logarítmica da série do que com a série original, a fim de reduzir a sua não estacionariedade (Mitra, 2012). Para tanto, calcular o retorno diário dos ativos da amostra, a partir das diferenças logarítmicas de seus preços diários:

$$r_{t,i} = \ln(p_{t,i}) - \ln(p_{t-1,i}), \quad (3.3)$$

onde,

$p_{t,i}$ é o preço de fechamento do ativo i no período t ,

$r_{t,i}$ é o retorno diário do ativo i no período t em relação ao período $t-1$,

$\ln$ é o logaritmo natural.

2. Para cada tipo de ação de cada empresa, calcular o expoente de Hurst como uma medida de memória de longo prazo, a partir do algoritmo *Rescaled Range* (R/S) de acordo com a implementação descrita no Apêndice A e utilizando os retornos diários do período de treinamento calculados da forma descrita no passo anterior. A utilização do período de treinamento para a obtenção do expoente de Hurst é necessária a fim de se utilizar informações anteriores ao período em que o erro de previsão será mensurado e não contaminar o expoente de Hurst com informações que somente seriam obtidas *a posteriori*.
3. Realizar a transformação no expoente de Hurst de acordo com o descrito no tópico 3.4, para se encontrar a variável HURST_PREVISIBILIDADE, que será utilizada com variável explicativa para testar as hipóteses da presente dissertação.
4. Utilizando os retornos diários do período destacado para treinamento, padronizados de acordo com o descrito no tópico 3.3, treinar uma RNA *feedforward* com arquitetura TLFN e retropropagação com gradiente descendente como processo de aprendizagem supervisionada, contendo uma camada de entrada, uma camada intermediária e uma camada de saída, para prever o retorno diário do próximo dia útil. Uma RNA *feedforward* foi escolhida devido ao fato dela estar disponível no pacote estatístico SPSS, o estudo de Oliveira M. A. (2007) ter encontrado desempenho em previsões próximo ao de outros modelos, o artigo de Yao, Tan, &

Poh (1999) ter encontrado desempenho superior dessa arquitetura em comparação a outros modelos utilizados e Qian & Rasheed (2004) relatar resultados satisfatórios ao utilizar esta arquitetura de RNA.

A configuração do número de neurônios será estabelecida com a camada de entrada contendo 10 neurônios que recebem o retorno diário atual e os retornos atrasados dos nove dias imediatamente anteriores, sendo normalizados todos esses retornos por meio da subtração de cada retorno pelo retorno mínimo e dividido pela distância entre o maior retorno e o menor retorno da série, o que é equivalente a $(x - \min) / (\max - \min)$. A camada intermediária conterá 9 neurônios e a camada de saída conterá somente um neurônio. A função de ativação a ser utilizada na camada intermediária e na camada de saída é a função tangente hiperbólica, seguindo procedimento realizado por Oliveira M. A. (2012). A variável dependente da RNA sofrerá uma normalização ajustada, que corresponde a $[2 * (x - \min) / (\max - \min)] - 1$, a qual é requerida ao ser utilizada a função de ativação tangente hiperbólica na camada de saída, a fim de que os valores dessa variável caiam no intervalo de -1 a 1, que equivale à imagem da função tangente hiperbólica. A sintaxe do comando SPSS utilizado para treinar a RNA está descrito no Apêndice B.

5. Além de realizar previsões adiante para o próximo dia útil, repetir a etapa anterior para prever a média de retorno diário dos próximos 126 dias úteis (aproximadamente um semestre) e a média de retorno diário dos próximos 252 dias úteis (aproximadamente um ano). Serão utilizados vários horizontes de previsão a fim de se testar também se a memória de longo prazo tem influência sobre diversos horizontes de previsão.
6. Realizar o treinamento para cada horizonte de previsão por seis vezes, a partir de sementes distintas para geração de pesos sinápticos aleatórios iniciais. Esse procedimento será feito por que uma RNA bem treinada deveria conseguir atingir o erro global mínimo na sua superfície de erros. Contudo, em alguns casos, a RNA pode ser atraída e ficar presa a um erro local mínimo que seja superior ao desejável erro global mínimo e a solução alcançada não ser a ótima. Essa situação pode ter sido acarretada pelos pesos iniciais aleatórios que tenham sido atribuídos à RNA (Samarasinghe, 2007, p. 203). A fim de buscar evitar que os pesos iniciais aleatórios sejam os motivadores para a RNA não ter atingido o erro global mínimo, o treinamento será realizado por seis vezes para cada horizonte de previsão, partindo de sementes distintas para a geração de pesos sinápticos iniciais. Não é possível

garantir que a repetição do treinamento por várias vezes com diferentes sementes de geração de pesos aleatórios irá encontrar o erro global mínimo, mas espera-se que a sua repetição tenda a encontrá-lo e que seja possível visualizar em cada repetição se há diferença relevante entre os erros encontrados.

7. Como medida de desempenho, calcular, para cada série temporal, a REQM das previsões realizadas pela RNA em cada treinamento da etapa anterior, conforme descrito no tópico 3.4, que será utilizada como a variável dependente REQM para testar as hipóteses da presente dissertação.
8. Utilizando da técnica estatística de Regressão linear pelo método MQO, verificar a relação entre a variável HURST_PREVISIBILIDADE, como variável regressora, e REQM, como variável dependente, a partir do seguinte modelo:

$$REQM = \beta_0 + \beta_1 \text{HURST_PREVISIBILIDADE} + u, \quad (3.4)$$

em que REQM é a raiz do erro quadrado médio, HURST_PREVISIBILIDADE é o índice de previsibilidade obtido a partir do expoente de Hurst e u é o termo de erro.

Realizar esse procedimento de três formas:

- (1) utilizando todos os ativos financeiros em conjunto, independente de fazerem parte ou não do índice Bovespa;
- (2) utilizando somente o grupo de ativos financeiros que faziam parte do índice Bovespa durante o terceiro quadrimestre de 2013, para verificar se, dado um conjunto de ativos que fazem parte do índice Bovespa, há relação significativa entre as variáveis estudadas;
- (3) utilizando somente o grupo de ativos que não fizeram parte desse índice durante o terceiro quadrimestre de 2013, verificar se, dado um conjunto de ativos que não fazem parte do índice Bovespa, há relação significativa entre as variáveis estudadas.

A hipótese nula a ser testada é que o coeficiente β_1 é maior ou igual a zero contra a hipótese alternativa que ele é menor que zero. Será procurada a melhor forma funcional que descreva a relação entre as variáveis.

9. Ainda utilizando da técnica estatística de regressão linear pelo método MQO, incluir a variável *dummy* IBOVESPA, que é igual a 1 caso o ativo pertença ao índice Bovespa e igual a 0 em caso contrário, para verificar a relação entre as variáveis a partir dos seguintes modelos:

$$REQM = \beta_{10} + \beta_{11} \text{HURST_PREVISIBILIDADE} + \beta_{12} \text{IBOVESPA} + u, \quad (3.5)$$

$$REQM = \beta_{20} + \beta_{21} \text{IBOVESPA} + u, \quad (3.6)$$

$$\text{HURST_PREVISIBILIDADE} = \beta_{30} + \beta_{31} \text{IBOVESPA} + u, \quad (3.7)$$

em que $REQM$ é a raiz do erro quadrado médio, $HURST_PREVISIBILIDADE$ é o índice de previsibilidade obtido a partir do expoente de Hurst, $IBOVESPA$ é uma variável *dummy* que é igual a 1 caso a ação da empresa pertença ao índice Bovespa e igual a 0 em caso contrário e u é o termo de erro.

A utilização dessa variável *dummy* irá permitir verificar se a participação no índice Bovespa tem influência significativa sobre o erro de previsão, como também se ele tem influência significativa sobre o expoente de Hurst.

A hipótese nula a ser testada pelo modelo descrito pela equação (3.5) é que o coeficiente β_{11} é maior ou igual a zero e que o coeficiente β_{12} é igual a zero contra a hipótese alternativa que o coeficiente β_{11} é menor que zero ou que o coeficiente β_{12} é diferente de zero. A hipótese nula a ser testada pelo modelo descrito pela equação (3.6) é que o coeficiente β_{21} é igual a zero contra a hipótese alternativa que o coeficiente β_{21} é diferente de zero. A hipótese nula a ser testada pelo modelo descrito pela equação (3.7) é que o coeficiente β_{31} é igual a zero contra a hipótese alternativa que o coeficiente β_{31} é diferente de zero. Será procurada a melhor forma funcional que descreva a relação entre as variáveis.

3.6 Recursos

Devido ao grande volume de dados e não haver algum pacote estatístico que calcule diretamente o expoente de Hurst, será utilizado o software de banco de dados Microsoft Access 2010, utilizando código em Visual Basic para implementar o algoritmo R/S.

Para treinamento, teste e medição de desempenho da RNA, será utilizado o software IBM SPSS Statistic 20 e para realização das regressões, será utilizado o software Stata/SE 12.0.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta e analisa os resultados experimentais encontrados ao aplicar a teoria e a metodologia apresentadas nos capítulos anteriores, a partir da base de dados disponível para realização dos testes e simulações.

A análise dos resultados é dividida em três partes. A primeira parte corresponde à análise e descrição dos resultados obtidos em relação à variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE dos ativos financeiros. A segunda parte corresponde à análise e descrição dos resultados obtidos em relação à variável dependente REQM proveniente da aplicação de redes neurais artificiais para prever retornos de ativos financeiros brasileiros. A terceira parte corresponde à análise da regressão entre as variáveis REQM e HURST_PREVISIBILIDADE, sem e com a utilização da variável *dummy* IBOVESPA.

4.1 Análise das variáveis HURST e HURST_PREVISIBILIDADE

Quanto maior o horizonte de previsão (1 dia útil, 126 dias úteis ou 252 dias úteis), o número de observações de ativos financeiros se reduz, uma vez que as séries temporais devem apresentar intervalo de tempo superior ao horizonte de previsão. Os ativos financeiros que somente apresentaram negociação em um intervalo de tempo inferior a 126 e 252 dias úteis não possibilitaram o cálculo de previsões para um horizonte de 126 e 252 dias úteis, respectivamente, pelo simples fato de falta de dados. Dessa forma, as estatísticas descritivas para as variáveis HURST e HURST_PREVISIBILIDADE são diferentes para cada horizonte de previsão. A Tabela 4.1 e a Tabela 4.2 apresentam, respectivamente, as estatísticas descritivas dessas variáveis para cada horizonte de previsão estudado.

Tabela 4.1 - Estatísticas descritivas da variável HURST

Horizonte de previsão	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	629	0,5332579	0,0707109	0,3171320	0,7602821
126 dias úteis	548	0,5394477	0,0652185	0,3233520	0,7415131
252 dias úteis	389	0,5488720	0,0584083	0,3867819	0,7415131

Nota: *Horizonte de previsão*: número de dias úteis adiante utilizados para calcular a média de retorno diário da ação a ser prevista. *Obs*: número de ativos financeiros da amostra em que foi possível calcular o expoente de Hurst.

Tabela 4.2 - Estatísticas descritivas da variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE

Horizonte de previsão	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	629	0,0625002	0,0468549	0,0004126	0,2602821
126 dias úteis	548	0,0614035	0,0451125	0,0004126	0,2415131
252 dias úteis	389	0,0617109	0,0445882	0,0004828	0,2415131

Nota: *Horizonte de previsão*: número de dias úteis adiante utilizados para calcular a média de retorno diário da ação a ser prevista. *Obs*: número de ativos financeiros da amostra em que foi possível calcular o expoente de Hurst.

Devido à metodologia de cálculo aplicada para obter a variável HURST_PREVISIBILIDADE, o seu valor mínimo teoricamente possível é zero, o qual indica um processo aleatório em *random walk* e, conseqüentemente, impossibilidade de realizar previsões. Em todos os horizontes de previsão, a média dessa variável é próxima a zero, mas com desvio padrão relativamente alto e considerável diferença entre os valores mínimos e máximos. Isso pode sugerir que, na média, o mercado estudado tem um comportamento bem próximo a um processo aleatório em *random walk*, mas com uma dispersão favorável à existência de ativos financeiros com expoente de Hurst distante dessa média que podem possibilitar a realização de previsões. Ou seja, seria inviável realizar previsões para a média do mercado, pois ela aparentemente é governada por um processo aleatório, mas, individualmente existem séries temporais de ativos financeiros que se distanciam da média e que podem possuir memória de longo prazo que favoreça a realização de previsões.

A existência de dispersão na variável independente é importante para a aplicação do método MQO, pois é um dos pressupostos para a sua utilização (Wooldridge, 2002, p. 49). A dispersão observada nos valores dessa variável é de uma magnitude que sugere que esse pressuposto está atendido e irá favorecer a aplicação do método MQO.

4.2 Análise da variável dependente REQM

A variável dependente REQM foi obtida a partir dos erros de previsão da RNA no período da amostra destacado para teste. A cada treinamento de uma mesma RNA, os pesos sinápticos iniciais são inicializados a partir de valores aleatórios, tendo como consequência que os pesos sinápticos finais podem resultar em valores diferentes a cada repetição de treinamento da RNA, mesmo que a RNA seja alimentada com os mesmos dados. Por conta disso, para cada horizonte de previsão, a RNA foi treinada seis vezes a partir das mesmas séries temporais e calculada a REQM do período de teste de cada treinamento, a fim de que

fosse avaliada a robustez da relação entre as variáveis estudadas quando o experimento é repetido por diversas vezes com a mesma estrutura de RNA e procurar evitar que os pesos iniciais aleatórios sejam os motivadores para a RNA não ter atingido o erro global mínimo. Não é possível garantir que a repetição do treinamento por várias vezes com diferentes sementes de geração de pesos aleatórios irá encontrar o erro global mínimo, mas espera-se que a sua repetição tenda a encontrá-lo e que seja possível visualizar em cada repetição se há diferença relevante entre os erros encontrados. Nesse sentido, a Tabela 4.3 apresenta as estatísticas descritivas da variável REQM.

Tabela 4.3 - Estatísticas descritivas da variável dependente REQM

Horizonte de previsão	Treinamento	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	1	633	0,1264493	0,1607666	0,0047538	3,359291
	2	633	0,1268372	0,1681834	0,0047538	3,570854
	3	633	0,1271259	0,1724117	0,0049479	3,697702
	4	633	0,1269820	0,1728940	0,0047538	3,736576
	5	633	0,1273396	0,1710748	0,0047538	3,580433
	6	633	0,1272124	0,1732701	0,0049479	3,673577
126 dias úteis	1	548	0,2439056	0,2001451	0,0253060	1,949395
	2	548	0,2426739	0,2000483	0,0322176	1,949129
	3	548	0,2430486	0,1995489	0,0182574	1,935362
	4	548	0,2436063	0,1997671	0,0382364	1,953781
	5	548	0,2442312	0,1991215	0,0322667	1,944430
	6	548	0,2439949	0,1997169	0,0351759	1,950627
252 dias úteis	1	389	0,2225928	0,1675403	0,0158114	0,967194
	2	389	0,2234854	0,1701305	0,0179284	0,954284
	3	389	0,2229347	0,1704312	0,0188982	0,973580
	4	388	0,2227328	0,1693681	0,0138013	0,992822
	5	389	0,2216726	0,1715115	0,0158114	0,971648
	6	389	0,2215171	0,1703944	0,0188982	0,973954

Notas: *Horizonte de previsão*: número de dias úteis adiante utilizados para calcular a média de retorno da ação a ser prevista; *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Obs*: número de ativos financeiros da amostra em que foi possível ser utilizado para treinar a RNA.

No treinamento 4 do horizonte de previsão de 252 dias úteis, observa-se que houve uma observação a menos em relação aos demais treinamentos do mesmo horizonte de previsão. Isso é decorrente do fato que, em uma série temporal específica para o horizonte de previsão de 252 dias úteis, a RNA não conseguiu convergir a um resultado, deixando de apresentar a REQM do treinamento 4 dessa série temporal. Por falta de dado para a variável REQM dessa série temporal, ela foi excluída do treinamento 4 na realização das regressões apresentadas nas tabelas seguintes, em que há uma observação a menos em relação aos demais treinamentos, relativos ao horizonte de previsão de 252 dias úteis.

Dentro de cada horizonte de previsão, a média e desvio padrão da variável REQM em cada treinamento é bastante próxima, sem diferença significativa entre eles, sugerindo que, mesmo utilizando pesos iniciais diferentes, o processo de aprendizagem tende a ser atraído pelo mesmo erro mínimo.

As médias da REQM para o horizonte de previsão de 1 dia útil foram inferiores às médias para 126 e 252 dias úteis, o que é razoável acontecer porque quanto maior o horizonte de previsão, maior se espera que seja o erro de previsão. Contudo, um teste de diferença de médias entre a REQM do horizonte de previsão de 1 dia útil e os demais horizontes de previsão não foi possível de ser realizado porque o teste Shapiro-Francia rejeitou a hipótese de normalidade da REQM, violando o pressuposto de normalidade necessário para um teste de diferença entre médias. Mesmo aplicando uma transformação logarítmica e uma transformação de Box-Cox na variável REQM dentro de um horizonte de previsão de 1 dia útil, o teste Shapiro-Francia ainda continua rejeitando a hipótese de normalidade.

Para os horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, o teste Shapiro-Francia rejeitou a hipótese de normalidade em ambos horizontes. Aplicando uma transformação logarítmica na variável REQM, o teste Shapiro-Francia não rejeita a hipótese de normalidade a um nível de significância de 5%, o que permitiu que fosse realizado um teste de diferença de médias de REQM entre esses dois horizontes de previsão. Ao nível de significância de 5%, somente a média de REQM para o treinamento 2 do horizonte de 126 dias úteis foi estatisticamente diferente dos treinamentos 1, 2 e 3 do horizonte de 252 dias úteis, sugerindo que a grande maioria das médias de REQM são estatisticamente iguais entre os horizontes de 126 e 252 dias úteis. Mesmo ampliando o horizonte de previsão de 126 para 252 dias úteis, o erro de previsão não é estatisticamente diferente na maioria dos casos.

4.3 Análise da relação entre as variáveis HURST_PREVISIBILIDADE e REQM

Para analisar a relação das variáveis objetos de estudo deste trabalho, foi procurada a melhor forma funcional que descrevesse esta relação, a partir do modelo estabelecido na expressão (3.4). Foi aplicada uma transformação Box-Cox e uma transformação logarítmica em ambas as variáveis, sendo que a transformação logarítmica foi a que apresentou resultados estatisticamente mais significantes, resultando no seguinte modelo:

$$\ln(REQM) = \delta_0 + \delta_1 \ln(HURST_PREVISIBILIDADE) + u, \quad (4.1)$$

em que $\ln$ é o logaritmo natural, REQM é a raiz do erro quadrado médio da previsão da RNA, HURST_PREVISIBILIDADE é um índice de previsibilidade obtido a partir da diferença absoluta entre a variável HURST e 0,5, e u é o termo de erro. A hipótese nula é que δ_1 é maior ou igual a zero e a hipótese alternativa é que δ_1 é menor que zero. O modelo oriundo dessa forma funcional foi utilizado na análise de cada horizonte de previsão.

Foi criada a variável $\ln\text{REQM}$ para representar a transformação logarítmica da variável REQM e $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$ para representar a transformação logarítmica da variável HURST_PREVISIBILIDADE.

Na previsão para 1 dia útil, 126 e 252 dias úteis, a variável REQM foi obtida a partir do erro de previsão da RNA quando o objetivo era prever, respectivamente, o retorno da ação da empresa no próximo dia útil, a média do retorno diário da ação nos próximos 126 e 252 dias úteis.

Inicialmente, foi realizada uma regressão envolvendo todas as observações da amostra, cujos resultados estão apresentados na Tabela 4.4. Devido aos pesos sinápticos iniciais serem provenientes de valores aleatórios, o treinamento da RNA foi realizado por 6 vezes, a fim de se verificar se a cada repetição de treinamento os resultados são divergentes.

Pelos resultados apresentados nessa tabela, não é possível rejeitar a hipótese nula em nenhum treinamento quando realizada previsão para 1 dia útil, ao nível de significância usual de 5%, sugerindo que não há relação significativa entre as variáveis. Contudo, nas previsões para 126 e 252 dias úteis, é possível rejeitar a hipótese nula em todos os treinamentos, ao nível de significância de 0,1%, sugerindo que há relação significativa entre as variáveis.

Revisitando a origem matemática do expoente de Hurst, na forma descrita pelas equações (2.18) a (2.26), observa-se que ele é determinado pelas correlações entre os elementos da série temporal. Em uma série que abrange um período de tempo de 8 anos, as correlações de longo prazo são muito mais preponderantes do que as correlações de curto prazo, sendo aquelas as mais influenciadoras no cálculo do expoente de Hurst. Por isso, o expoente de Hurst é considerado um indicador de memória de longo prazo da série temporal. Possivelmente, devido a essa característica, os resultados foram somente significativos ao prever em prazos mais longos. Contudo, isso não significa que há menor erro de previsão em prazos mais longos. Somente é possível concluir que há relação significativa entre as variáveis quando utilizados horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, mas não é possível concluir se há diferença nos erros de previsão entre o horizonte de 1 dia útil e os demais horizontes, conforme afirmado anteriormente.

Tabela 4.4 - Resultados da regressão

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln\text{REQM}$. Variável explicativa: $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$. H_0 : coeficiente de $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE} \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE} < 0$.

Painel A - Previsão para 1 dia útil						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0045744	0,0210194	0,22	0,414	629	0,0001
2	0,0046150	0,0210666	0,22	0,414	629	0,0001
3	0,0046773	0,0210292	0,22	0,412	629	0,0001
4	0,0047854	0,0210400	0,23	0,410	629	0,0001
5	0,0050421	0,0210456	0,24	0,406	629	0,0001
6	0,0049083	0,0210296	0,23	0,408	629	0,0001

Painel B - Previsão para 126 dias úteis						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1004984	0,0264738	-3,80	0,000	548	0,0257
2	-0,1014426	0,0263461	-3,85	0,000	548	0,0264
3	-0,1013917	0,0262148	-3,87	0,000	548	0,0267
4	-0,1027962	0,0260068	-3,95	0,000	548	0,0278
5	-0,1059246	0,0260407	-4,07	0,000	548	0,0294
6	-0,1025514	0,0260984	-3,93	0,000	548	0,0275

Painel C - Previsão para 252 dias úteis						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1328978	0,0327970	-4,05	0,000	389	0,0407
2	-0,1217035	0,0334276	-3,64	0,000	389	0,0331
3	-0,1251750	0,0334872	-3,74	0,000	389	0,0348
4	-0,1283791	0,0335810	-3,82	0,000	388	0,0365
5	-0,1207118	0,0340542	-3,54	0,000	389	0,0314
6	-0,1385589	0,0335178	-4,13	0,000	389	0,0423

Notas: $\ln\text{REQM}$: logaritmo natural da variável REQM . $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$: logaritmo natural da variável $\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável HURST e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Ainda sobre a não existência de um resultado significativo para a previsão de 1 dia útil, uma análise do gráfico da relação entre as variáveis permitiu averiguar características relevantes nas relações e ser possível encontrar resultados significativos. A partir do Gráfico 4.1, Gráfico 4.2 e Gráfico 4.3, que exibem a relação entre a variável $\ln\text{REQM}$ e a variável HURST para os diversos horizontes de previsão, é possível visualizar e suspeitar que os valores médios de $\ln\text{REQM}$ na região de antipersistência são levemente superiores aos valores médios de $\ln\text{REQM}$ na região de persistência, o que levaria a concluir que há indícios que

séries temporais com expoentes de Hurst antipersistentes produziram erros de previsão superiores a processos *random walk*, os quais estão entre as regiões de antipersistência e persistência. De fato, uma regressão tendo como variável dependente $\ln\text{REQM}$ e como variável explicativa HURST rejeitou a hipótese nula de que o coeficiente da variável explicativa é maior ou igual a zero em todos os treinamentos de todos os horizontes de previsão, ao nível de significância de 0,1%, sugerindo que expoente de HURST antipersistentes produzem maiores erros de previsão do que processos *random walk*. O resultado esperado pela teoria é que a relação entre essas duas variáveis fosse insignificante.

Gráfico 4.1 - $\ln\text{REQM}$ x HURST a partir do treinamento 1 para previsão de 1 dia útil

Gráfico 4.2 - $\ln\text{REQM}$ x HURST a partir do treinamento 1 para previsão de 126 dias úteis

Gráfico 4.3 - InREQM x HURST a partir do treinamento 1 para previsão de 252 dias úteis

Eom, Choi, Oh, & Jung (2008) também encontraram resultados semelhantes ao estudar a relação entre o expoente de Hurst e a taxa de acerto em previsão de variação de preços futuros, usando 60 índices de mercado de vários países. A taxa de acerto é inversamente equivalente ao erro de previsão usado nesta dissertação. Nesse estudo, houve países em que o seu índice de mercado apresentou expoente de Hurst antipersistentes menores que 0,5 e com taxa de sucesso inferior ao apresentado por países na região de *random walk*, de forma similar ao encontrado nesta dissertação.

Porém, não há fundamentação teórica que subsidie essa conclusão, porque a antipersistência é fruto de uma correlação negativa que deveria propiciar menor erro de previsão do que um processo *random walk*, assim como aconteceu com a persistência. Devido à falta de consistência com a teoria, esses resultados foram considerados inconclusivos. Uma das possibilidades para ter havido esse resultado divergente da teoria é que a arquitetura de RNA alimentada adiante com retropropagação que foi utilizada neste estudo não é tão eficiente em realizar previsões quando o processo é antipersistente. Outra possibilidade é que o expoente de Hurst ou sua metodologia de cálculo sejam inapropriados para detectar adequadamente processos antipersistentes. Uma investigação científica mais profunda sobre esse assunto está fora do escopo deste trabalho.

4.4 Análise da relação entre as variáveis REQM e HURST_PREVISIBILIDADE com os ativos financeiros persistentes

Uma vez que a região de antipersistência apresentou resultados que divergiram da teoria, foi realizada uma separação na amostra entre as séries temporais que apresentam expoente de Hurst menor que 0,5 e aquelas que apresentam expoente de Hurst maior que 0,5, a fim de se utilizar o mesmo modelo para investigar os resultados para o grupo de ativos com persistência e, em separado, para o grupo de ativos com antipersistência.

Tabela 4.5 - Resultados da regressão com HURST > 0,5 (persistência)

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Previsão para 1 dia útil						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,0464852	0,0246028	-1,89	0,030	439	0,0081
2	-0,0467164	0,0246796	-1,89	0,030	439	0,0081
3	-0,0463529	0,0246135	-1,88	0,030	439	0,0081
4	-0,0463065	0,0246186	-1,88	0,031	439	0,0080
5	-0,0462059	0,0246346	-1,88	0,031	439	0,0080
6	-0,0463791	0,0245901	-1,89	0,030	439	0,0081

Painel B - Previsão para 126 dias úteis						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1275685	0,0306044	-4,17	0,000	403	0,0415
2	-0,1272173	0,0303799	-4,19	0,000	403	0,0419
3	-0,1222228	0,0304484	-4,01	0,000	403	0,0386
4	-0,1290181	0,0297962	-4,33	0,000	403	0,0447
5	-0,1323297	0,0300311	-4,41	0,000	403	0,0462
6	-0,1272975	0,0301958	-4,22	0,000	403	0,0424

Painel C - Previsão para 252 dias úteis						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1419827	0,0388038	-3,66	0,000	308	0,0419
2	-0,1254413	0,0394389	-3,18	0,001	308	0,0320
3	-0,1304113	0,0394884	-3,30	0,001	308	0,0344
4	-0,1342626	0,0396805	-3,38	0,001	307	0,0362
5	-0,1309587	0,0399633	-3,28	0,001	308	0,0339
6	-0,1518753	0,0395878	-3,84	0,000	308	0,0459

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Nesse sentido, a Tabela 4.5 apresenta os resultados para o grupo com persistência. Em relação aos ativos que fazem parte do grupo que apresentou expoentes de Hurst persistentes, em todos os treinamentos apresentados na Tabela 4.5 os resultados das regressões permitiram rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 5% em um teste unicaudal para o horizonte de previsão de 1 dia útil e ao nível de significância de 1% para os horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, sugerindo que, na região de persistência, um maior expoente de Hurst está relacionado a um menor de erro de previsão ao utilizar RNA alimentada adiante com retropropagação. Novamente, os resultados sugerem que há maior significância para horizontes de previsão de longo prazo do que para curto prazo.

O baixo R^2 apresentado nas tabelas anteriores e nas próximas tabelas não invalida as conclusões obtidas, pois ele somente indica que devem existir outras variáveis explicativas que são significantes para o modelo, além da variável explicativa estudada. Não é possível afirmar que uma variável é estatisticamente significativa e uma causa verdadeira para explicar outra variável, a partir do coeficiente de explicação (Stock & Watson, 2003). O coeficiente de explicação é útil como medida para mostrar o quanto o comportamento da variável independente explica a variação da variável dependente, mas não justifica uma relação de causalidade entre as variáveis (Fávero, Belfiore, Silva, & Chan, 2009). Para se verificar a relação de causa e efeito, deve ser feito um teste estatístico apropriado, que no caso do presente estudo foi o teste *t-Student*, para justificar uma relação de causalidade.

4.5 Análise da relação entre as variáveis REQM e HURST_PREVISIBILIDADE com os ativos financeiros antipersistentes

Em relação aos ativos que fazem parte do grupo que apresentou expoentes de Hurst antipersistentes, em todos os treinamentos apresentados na Tabela 4.6 os resultados das regressões para previsão adiante do retorno da ação para o próximo dia útil não permitiram rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 5% em um teste unicaudal. Esses resultados reforçam a conclusão sobre a divergência apontada anteriormente entre os resultados esperados pela teoria e os resultados encontrados na região de antipersistência.

Tabela 4.6 - Resultados da regressão com HURST < 0,5 (antipersistência)

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Previsão para 1 dia útil						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,1409741	0,0394635	3,57	1,000	190	0,0636
2	0,1417887	0,0394741	3,59	1,000	190	0,0642
3	0,1413113	0,0394681	3,58	1,000	190	0,0638
4	0,1414161	0,0395168	3,58	1,000	190	0,0638
5	0,1428359	0,0394358	3,62	1,000	190	0,0652
6	0,1416557	0,0395474	3,58	1,000	190	0,0639

Painel B - Previsão para 126 dias úteis						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0997262	0,0493482	2,02	0,978	145	0,0278
2	0,0886281	0,0502629	1,76	0,960	145	0,0213
3	0,0786880	0,0491381	1,60	0,944	145	0,0176
4	0,0901183	0,0499559	1,80	0,964	145	0,0223
5	0,0846564	0,0495454	1,71	0,955	145	0,0200
6	0,0888774	0,0488399	1,82	0,965	145	0,0226

Painel C - Previsão para 252 dias úteis						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,1199123	0,0634929	1,89	0,969	81	0,0432
2	0,1185359	0,0663462	1,79	0,961	81	0,0388
3	0,1177082	0,0667584	1,76	0,959	81	0,0379
4	0,1055735	0,0675394	1,56	0,939	81	0,0300
5	0,1319647	0,0699546	1,89	0,969	81	0,0431
6	0,1300710	0,0651678	2,00	0,976	81	0,0480

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Diante dos resultados encontrados na Tabela 4.4, Tabela 4.5 e Tabela 4.6, a hipótese da presente pesquisa somente é confirmada quando são dados ativos financeiros que apresentam expoentes de Hurst com comportamento persistente, não sendo possível confirmar a hipótese com ativos financeiros que apresentam expoentes de Hurst com comportamento antipersistente.

4.6 Análise das relações considerando a participação no IBOVESPA

Nesta análise, foi estudado o efeito da influência da participação da ação da empresa no índice IBOVESPA. As ações que são consideradas participantes no índice IBOVESPA são aquelas que faziam parte do índice no terceiro quadrimestre de 2013. O efeito desta influência foi verificado de duas formas:

1. análise da relação entre a variável dependente REQM e variável explicativa HURST_PREVISIBILIDADE com o grupo de ativos participantes do índice IBOVESPA e com o grupo de ativos não participantes, a partir do mesmo modelo apresentado pela equação (4.1) e considerando as mesmas hipóteses nula e alternativa,
2. utilização da variável *dummy* IBOVESPA, para analisar a relação entre a variável dependente REQM e as variáveis explicativas IBOVESPA e HURST_PREVISIBILIDADE, e também para analisar a relação entre a variável dependente HURST_PREVISIBILIDADE e variável explicativa IBOVESPA, a partir dos seguintes modelos que apresentaram a melhor forma funcional:

$$\ln(\text{REQM}) = \delta_{10} + \delta_{11} \text{IBOVESPA} + \delta_{12} \ln(\text{HURST_PREVISIBILIDADE}) + u, \quad (4.2)$$

$$\ln(\text{REQM}) = \delta_{20} + \delta_{21} \text{IBOVESPA} + u, \quad (4.3)$$

$$\ln(\text{HURST_PREVISIBILIDADE}) = \delta_{30} + \delta_{31} \text{IBOVESPA} + u, \quad (4.4)$$

onde $\ln$ é o logaritmo natural, REQM é a raiz do erro quadrado médio da previsão da RNA, IBOVESPA é uma variável *dummy* igual a 1 quando a ação da empresa é participante do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 quando não for, HURST_PREVISIBILIDADE é um índice de previsibilidade obtido a partir da diferença absoluta entre a variável HURST e 0,5, e u é o termo de erro. Para o modelo da equação (4.2), a hipótese nula é que δ_{11} é igual a zero e que δ_{12} é maior ou igual a zero e a hipótese alternativa é que δ_{11} é diferente de zero e δ_{12} é menor que zero. Para o modelo da equação (4.3), a hipótese nula é que δ_{21} é igual a zero e a hipótese alternativa é que δ_{21} é diferente de zero. Para o modelo da equação (4.4), a hipótese nula é que δ_{31} é igual a zero e a hipótese alternativa é que δ_{31} é diferente de zero.

4.6.1 Análise das variáveis HURST, HURST_PREVISIBILIDADE e REQM com dados segmentados pela participação no IBOVESPA

A Tabela 4.7 apresenta as estatísticas descritivas para a HURST para o grupo de ativos financeiros que participaram do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e para o grupo de ativos que não participaram.

Devido à falta de normalidade na variável HURST no grupo de ativos financeiros não participantes do IBOVESPA para o horizonte de previsão de 1 dia útil, não foi possível realizar um teste de diferença de médias entre os dois grupos para este horizonte de previsão. Nos horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, há diferença significativa entre as médias da variável HURST dos dois grupos, ao nível de significância de 5%, sugerindo que o grupo de ativos não participantes do IBOVESPA possui comportamento mais persistente do que o grupo de ativos participantes.

Tabela 4.7 - Estatísticas descritivas da variável HURST em função da participação no IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013

Painel A - Somente ativos financeiros participantes do IBOVESPA					
Horizonte de previsão	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	73	0,5235595	0,0496672	0,3966288	0,6208734
126 dias úteis	73	0,5235595	0,0496672	0,3966288	0,6208734
252 dias úteis	73	0,5235595	0,0496672	0,3966288	0,6208734

Painel B - Somente ativos financeiros não participantes do IBOVESPA					
Horizonte de previsão	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	556	0,5345312	0,0729635	0,3171320	0,7602821
126 dias úteis	475	0,5418895	0,0669997	0,3233520	0,7415131
252 dias úteis	316	0,5547195	0,0587836	0,3867819	0,7415131

Nota: *Horizonte de previsão*: número de dias úteis adiante utilizados para calcular a média de retorno da ação a ser prevista. *Obs.*: número de observações da amostra.

A Tabela 4.8 apresenta as estatísticas descritivas para a variável HURST_PREVISIBILIDADE para o grupo de ativos financeiros que participaram do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e para o grupo de ativos financeiros que não participaram.

Devido à falta de normalidade na variável HURST_PREVISIBILIDADE nos dois grupos e em todos os horizontes de previsão, não foi possível realizar um teste de diferença de médias entre os dois grupos. Contudo, observa-se que as médias dessa variável no grupo de empresas não participantes do IBOVESPA é consideravelmente superior às médias do grupo de empresas participantes. Adiante será verificada se é significativa a relação entre a variável

HURST_PREVISIBILIDADE e a variável IBOVESPA, por meio de uma regressão pelo método dos mínimos quadrados.

Tabela 4.8 - Estatísticas descritivas da variável HURST_PREVISIBILIDADE em função da participação no IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA					
Horizonte de previsão	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	73	0,0446272	0,0317859	0,001414	0,1208734
126 dias úteis	73	0,0446272	0,0317859	0,001414	0,1208734
252 dias úteis	73	0,0446272	0,0317859	0,001414	0,1208734

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA					
Horizonte de previsão	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	556	0,0648468	0,0480160	0,0004126	0,2602821
126 dias úteis	475	0,0639818	0,0463151	0,0004126	0,2415131
252 dias úteis	316	0,0656575	0,0462022	0,0004828	0,2415131

Nota: *Horizonte de previsão*: número de dias úteis adiante utilizados para calcular a média de retorno da ação a ser prevista. *Obs.*: número de observações da amostra.

A Tabela 4.9 apresenta as estatísticas descritivas para a variável REQM para o grupo de ativos financeiros que participaram do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e para o grupo de ativos que não participaram.

Devido à falta de normalidade na variável REQM nos dois grupos e em todos os horizontes de previsão, não foi possível realizar um teste de diferença de médias entre os dois grupos. Adiante será verificada se é significativa a relação entre a variável REQM e a variável IBOVESPA, por meio de uma regressão pelo método dos mínimos quadrados.

Tabela 4.9 - Estatísticas descritivas da variável REQM com somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Horizonte de previsão	Treinamento	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	1	73	0,0947492	0,0311104	0,0364678	0,2626690
	2	73	0,0947726	0,0311917	0,0370520	0,2615865
	3	73	0,0947541	0,0312222	0,0369592	0,2622594
	4	73	0,0946937	0,0312097	0,0367026	0,2618731
	5	73	0,0946788	0,0310335	0,0365384	0,2593212
	6	73	0,0947879	0,0309382	0,0363498	0,2591862
126 dias úteis	1	73	0,2061032	0,1275361	0,0596856	0,7524050
	2	73	0,2071729	0,1266164	0,0602822	0,7742754
	3	73	0,2070205	0,1252939	0,0602653	0,7335755
	4	73	0,2080657	0,1211335	0,0601804	0,7641216
	5	73	0,2082822	0,1272109	0,0594969	0,7508763
	6	73	0,2070412	0,1199707	0,0593248	0,7122793
252 dias úteis	1	73	0,2375609	0,1639454	0,0417029	0,9671940
	2	73	0,2338749	0,1674859	0,0456832	0,9542836
	3	73	0,2346616	0,1689589	0,0498445	0,9735796
	4	73	0,2380943	0,1667846	0,0455471	0,9928225
	5	73	0,2387939	0,1703812	0,0505866	0,9716481
	6	73	0,2347258	0,1684028	0,0479389	0,9739537
Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Horizonte de previsão	Treinamento	Obs.	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
1 dia útil	1	560	0,1305817	0,1701415	0,0047538	3,3592910
	2	560	0,1310171	0,1780517	0,0047538	3,5708540
	3	560	0,1313459	0,1825581	0,0049479	3,6977020
	4	560	0,1311910	0,1830755	0,0047538	3,7365760
	5	560	0,1315972	0,1811271	0,0047538	3,5804330
	6	560	0,1314391	0,1834794	0,0049479	3,6735770
126 dias úteis	1	475	0,2497153	0,2085731	0,0253060	1,9493950
	2	475	0,2481298	0,2086229	0,0322176	1,9491290
	3	475	0,2485855	0,2081757	0,0182574	1,9353620
	4	475	0,2490684	0,2088052	0,0382364	1,9537810
	5	475	0,2497560	0,2075283	0,0322667	1,9444300
	6	475	0,2496741	0,2088082	0,0351759	1,9506270
252 dias úteis	1	316	0,2191350	0,1684260	0,0158114	0,8558893
	2	316	0,2210853	0,1709081	0,0179284	0,8780727
	3	316	0,2202257	0,1709210	0,01709210	0,8395801
	4	315	0,2191728	0,1700250	0,0138013	0,8816409
	5	316	0,2177174	0,1717973	0,0158114	0,8873792
	6	316	0,2184657	0,1709704	0,0188982	0,8975483

Notas: *Horizonte de previsão*: número de dias úteis adiante utilizados para calcular a média de retorno da ação a ser prevista; *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Obs.*: número de observações da amostra.

4.6.2 Análise das relações com dados segmentados pela participação no IBOVESPA

Foram realizadas as mesmas análises construídas no tópico 4.3, sendo que os dados foram segmentados entre o grupo de ativos financeiros participantes do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e o grupo de ativos financeiros não participantes, realizando uma regressão pelo método dos mínimos quadrados para cada um desses grupos, a partir do mesmo modelo apresentado na equação 4.1 e considerando as mesmas hipóteses nula e alternativa.

A Tabela 4.10, a Tabela 4.11 e a Tabela 4.12 apresentam os resultados para os horizontes de previsão de 1, 126 e 252 dias úteis, respectivamente, para cada um dos grupos de segmentação de ativos financeiros pelo IBOVESPA.

Tabela 4.10 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com dados segmentados pela participação no IBOVESPA

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coefficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0131962	0,0335361	0,39	0,653	73	0,0022
2	0,0138523	0,0335877	0,41	0,660	73	0,0024
3	0,0134124	0,0335946	0,40	0,655	73	0,0022
4	0,0134102	0,0336294	0,40	0,655	73	0,0022
5	0,0138648	0,0336226	0,41	0,660	73	0,0024
6	0,0130306	0,0335379	0,39	0,651	73	0,0021

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coefficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0007393	0,0232646	0,03	0,513	556	0,0000
2	0,0007299	0,0233178	0,03	0,513	556	0,0000
3	0,0008145	0,0232742	0,03	0,514	556	0,0000
4	0,0009405	0,0232860	0,04	0,516	556	0,0000
5	0,0011507	0,0232918	0,05	0,520	556	0,0000
6	0,0011601	0,0232770	0,05	0,520	556	0,0000

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coefficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Tabela 4.11 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0539117	0,0559959	0,96	0,831	73	0,0129
2	0,0669364	0,0541346	1,24	0,890	73	0,0211
3	0,0522991	0,0533696	0,98	0,835	73	0,0133
4	0,0407801	0,0530344	0,77	0,778	73	0,0083
5	0,0482849	0,0545579	0,89	0,811	73	0,0109
6	0,0410894	0,0539711	0,76	0,776	73	0,0081

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1229023	0,0291781	-4,21	0,000	475	0,0362
2	-0,1250491	0,0290802	-4,30	0,000	475	0,0376
3	-0,1231477	0,0289758	-4,25	0,000	475	0,0368
4	-0,1230913	0,0287595	-4,28	0,000	475	0,0373
5	-0,1279967	0,0287211	-4,46	0,000	475	0,0403
6	-0,1231609	0,0288298	-4,27	0,000	475	0,0371

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Tabela 4.12 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0186376	0,0695024	0,27	0,606	73	0,0010
2	0,0841499	0,0711316	1,18	0,880	73	0,0193
3	0,0403071	0,0698753	0,58	0,717	73	0,0047
4	0,0222849	0,0704303	0,32	0,624	73	0,0014
5	0,0826084	0,0704199	1,17	0,878	73	0,0190
6	0,0308541	0,0711963	0,43	0,667	73	0,0026

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1552367	0,0370122	-4,19	0,000	316	0,0531
2	-0,1556766	0,0375678	-4,14	0,000	316	0,0519
3	-0,1507570	0,0378664	-3,98	0,000	316	0,0481
4	-0,1502011	0,0379590	-3,96	0,000	315	0,0476
5	-0,1517116	0,0383939	-3,95	0,000	316	0,0474
6	-0,1647452	0,0377863	-4,36	0,000	316	0,0571

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Em nenhum dos horizontes de previsão para o grupo de ativos financeiros participantes do IBOVESPA foram encontrados resultados significativos na relação entre as variáveis $\ln REQM$ e $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$, ao nível de significância de 5%. Foram encontrados resultados significativos, rejeitando a hipótese nula, somente nos horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, no grupo de empresas não participantes do IBOVESPA, ao nível de significância de 0,1%. A significância encontrada dentro do grupo de empresas não participantes do IBOVESPA foi semelhante à obtida quando a análise foi realizada sem a segmentação pela participação no IBOVESPA, conforme a Tabela 4.4, em que somente foi rejeitada a hipótese nula para os horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis.

Esses resultados sugerem que dentro do grupo de ativos financeiros que fazem parte do IBOVESPA não há oportunidade de se obter significativamente menores erros de previsão ao se escolher aquelas que apresentam maiores valores de $HURST_PREVISIBILIDADE$. Isso

somente seria possível entre o grupo de ativos financeiros não participantes do IBOVESPA, ao se realizar previsões de prazos mais longos de 126 e 252 dias úteis.

4.6.3 Análise das relações com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e com os ativos financeiros persistentes

Seguindo os mesmos procedimentos realizados no tópico 4.3, foi segmentada a análise entre os ativos financeiros que apresentaram persistência, com expoente de HURST maior que 0,5, e os ativos financeiros que apresentaram antipersistência, com expoente de HURST menor que 0,5.

A Tabela 4.13, a Tabela 4.14 e a Tabela 4.15 apresentam os resultados considerando somente os ativos financeiros com persistência.

Tabela 4.13 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e HURST > 0,5

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coefficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0225865	0,0465569	0,49	0,685	51	0,0048
2	0,0223338	0,0464370	0,48	0,684	51	0,0047
3	0,0231455	0,0464379	0,50	0,690	51	0,0050
4	0,0233784	0,0465148	0,50	0,692	51	0,0051
5	0,0232305	0,0465449	0,50	0,690	51	0,0051
6	0,0217311	0,0464149	0,47	0,679	51	0,0045

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coefficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,0560446	0,0269796	-2,08	0,019	388	0,0111
2	-0,0562607	0,0270702	-2,08	0,019	388	0,0111
3	-0,0559776	0,0269933	-2,07	0,020	388	0,0110
4	-0,0559389	0,0269977	-2,07	0,020	388	0,0110
5	-0,0558219	0,0270152	-2,07	0,020	388	0,0109
6	-0,0558112	0,0269697	-2,07	0,020	388	0,0110

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coefficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Tabela 4.14 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e HURST > 0,5

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA

Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R ²
1	0,0220744	0,0648340	0,34	0,633	51	0,0024
2	0,0389353	0,0607567	0,64	0,738	51	0,0083
3	0,0256175	0,0617825	0,41	0,660	51	0,0035
4	0,0060694	0,0609597	0,10	0,540	51	0,0002
5	0,0211328	0,0630260	0,34	0,631	51	0,0023
6	-0,0004157	0,0621990	-0,01	0,503	51	0,0000

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA

Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R ²
1	-0,1471136	0,0335577	-4,38	0,000	352	0,0521
2	-0,1476098	0,0334066	-4,42	0,000	352	0,0528
3	-0,1404554	0,0334918	-4,19	0,000	352	0,0478
4	-0,1460591	0,0327699	-4,46	0,000	352	0,0537
5	-0,1519926	0,0329421	-4,61	0,000	352	0,0573
6	-0,1434494	0,0332122	-4,32	0,000	352	0,0506

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Tabela 4.15 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e HURST > 0,5

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,0479011	0,0857665	-0,56	0,290	51	0,0063
2	0,0551473	0,0869706	0,63	0,736	51	0,0081
3	-0,0181508	0,0844630	-0,21	0,416	51	0,0009
4	-0,0476506	0,0865980	-0,55	0,293	51	0,0061
5	0,0462542	0,0869694	0,53	0,702	51	0,0057
6	-0,0345515	0,0877680	-0,39	0,348	51	0,0032

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	-0,1522098	0,0435302	-3,50	0,001	257	0,0458
2	-0,1499485	0,0440914	-3,40	0,001	257	0,0434
3	-0,1441139	0,0444442	-3,24	0,001	257	0,0396
4	-0,1427744	0,0445826	-3,20	0,002	256	0,0388
5	-0,1524079	0,0447182	-3,41	0,001	257	0,0436
6	-0,1661578	0,0443693	-3,74	0,000	257	0,0521

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Somente para o grupo de ativos não participantes do IBOVESPA e com persistência houve resultados significantes, rejeitando a hipótese nula ao nível de significância de 5% para o horizonte de previsão de 1 dia útil e ao nível de 1% para os horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis. A significância encontrada dentro do grupo de empresas não participantes do IBOVESPA foi semelhante à obtida quando a análise foi realizada sem a segmentação pela participação no IBOVESPA e com ativos persistentes, em que a hipótese nula foi rejeitada com um menor nível de significância nos horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, conforme a Tabela 4.5.

Entre os ativos financeiros que apresentam persistência, esses resultados sugerem que dentro do grupo de ativos financeiros que fazem parte do IBOVESPA não há oportunidade de se obter significativamente menores erros de previsão ao se escolher aquelas que apresentam maiores valores de $HURST_PREVISIBILIDADE$, sendo somente possível entre o grupo de ativos financeiros não participantes do IBOVESPA. Possivelmente, a causa desse fenômeno

esteja no fato que, conforme apresentado pela Tabela 4.8, os expoentes de Hurst dos ativos participantes do IBOVESPA estão mais próximos de processos *random walk*, os quais, em tese, gerariam maiores erros de previsão.

4.6.4 Análise das relações com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e com os ativos financeiros antipersistentes

A Tabela 4.16, a Tabela 4.17 e a Tabela 4.18 apresentam os resultados considerando somente os ativos financeiros com antipersistência.

Tabela 4.16 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST < 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0292521	0,0465175	0,63	0,732	22	0,0194
2	0,0317375	0,0472029	0,67	0,746	22	0,0221
3	0,0295026	0,0472271	0,62	0,731	22	0,0191
4	0,0288587	0,0472481	0,61	0,726	22	0,0183
5	0,0307670	0,0469509	0,66	0,740	22	0,0210
6	0,0299531	0,0471055	0,64	0,734	22	0,0198

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,1514930	0,0441543	3,43	1,000	168	0,0662
2	0,1521320	0,0441602	3,45	1,000	168	0,0667
3	0,1518449	0,0441485	3,44	1,000	168	0,0665
4	0,1520361	0,0442024	3,44	1,000	168	0,0665
5	0,1533385	0,0441130	3,48	1,000	168	0,0678
6	0,1522069	0,0442426	3,44	1,000	168	0,0666

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Tabela 4.17 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e $HURST < 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,2257261	0,0843055	2,68	0,993	22	0,2639
2	0,2224516	0,0907741	2,45	0,988	22	0,2309
3	0,2017091	0,0859918	2,35	0,986	22	0,2158
4	0,2079956	0,0818179	2,54	0,991	22	0,2442
5	0,2078860	0,0843392	2,46	0,989	22	0,2330
6	0,2132043	0,0859652	2,48	0,989	22	0,2352

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA						
Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R²
1	0,0750771	0,0562367	1,34	0,908	123	0,0145
2	0,0624886	0,0570303	1,10	0,863	123	0,0098
3	0,0541206	0,0558852	0,97	0,833	123	0,0077
4	0,0672261	0,0571368	1,18	0,879	123	0,0113
5	0,0608383	0,0565068	1,08	0,858	123	0,0095
6	0,0640103	0,0555094	1,15	0,875	123	0,0109

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Tabela 4.18 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com dados segmentados pela participação no IBOVESPA e HURST < 0,5

Regressão linear pelo método MQO. Variável dependente: $\ln REQM$. Variável explicativa: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$. H_0 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Somente os ativos financeiros participantes do IBOVESPA

Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R ²
1	0,2488528	0,0973576	2,56	0,991	22	0,2462
2	0,2612570	0,1085206	2,41	0,987	22	0,2247
3	0,2626544	0,1031785	2,55	0,991	22	0,2447
4	0,2541295	0,1020965	2,49	0,989	22	0,2365
5	0,2674652	0,1047581	2,55	0,991	22	0,2458
6	0,2610280	0,1014552	2,57	0,991	22	0,2487

Painel B - Somente os ativos financeiros não participantes do IBOVESPA

Treinamento	Coeficiente	Erro Padrão	Estatística-t	p-valor unicaudal	Num. Obs.	R ²
1	0,0673359	0,0795032	0,85	0,800	59	0,0124
2	0,0615966	0,0818395	0,75	0,773	59	0,0098
3	0,0589775	0,0833335	0,71	0,759	59	0,0087
4	0,0448960	0,0845961	0,53	0,701	59	0,0049
5	0,0765276	0,0881007	0,87	0,806	59	0,0131
6	0,0770963	0,0814117	0,95	0,826	59	0,0155

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. *Treinamento*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coeficiente*: coeficiente estimado da variável explicativa. *Erro Padrão*: erro padrão do coeficiente. *Estatística-t*: estatística *t-Student* do coeficiente. *p-valor unicaudal*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula em um teste unicaudal. *Num. Obs.*: número de observações da amostra. R^2 : coeficiente de explicação do modelo.

Em ambos os grupos de ativos financeiros participantes e não participantes do IBOVESPA, não foi possível rejeitar a hipótese nula em nenhum horizonte de previsão, ao nível de significância de 5%. Esses resultados estão em consonância com os resultados encontrados anteriormente quando não foi feita a segmentação dos dados pelo IBOVESPA, sugerindo que a segmentação pelo IBOVESPA não causa nenhum efeito diferente na relação das variáveis estudadas, utilizando somente ativos financeiros antipersistentes.

4.6.5 Análise das relações com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA

Nas análises seguintes, foi introduzida a variável *dummy* IBOVESPA, que é igual a 1 quando a ação da empresa participou do IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário.

A Tabela 4.19, a Tabela 4.20 e a Tabela 4.21 apresentam os resultados dos três modelos descritos pelas equações (4.2), (4.3) e (4.4) que correspondem, respectivamente, ao modelo 1, modelo 2 e modelo 3 exibidos nessas tabelas. Para a variável *dummy* IBOVESPA foi realizado um teste de hipótese bicaudal, em que a hipótese nula é que seu coeficiente é igual a zero e a hipótese alternativa é que é diferente de zero. Para a variável *lnHURST_PREVISIBILIDADE*, foi realizado um teste unicaudal, em que a hipótese nula é que seu coeficiente é maior ou igual a zero e a hipótese alternativa é que é menor que zero.

Tabela 4.19 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de *HURST_PREVISIBILIDADE* ≥ 0 . H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de *lnHURST_PREVISIBILIDADE* < 0 .

Painel A - Variável dependente: <i>lnREQM</i>					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 629)		Modelo 2 (N = 633)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	-0,1002565	0,177	-0,1185921	0,128
	<i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>	0,0019441	0,537		
2	IBOVESPA	-0,0997111	0,180	-0,1179323	0,131
	<i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>	0,0019991	0,538		
3	IBOVESPA	-0,1007950	0,175	-0,1192243	0,127
	<i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>	0,0020329	0,539		
4	IBOVESPA	-0,1005876	0,176	-0,1191061	0,127
	<i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>	0,0021465	0,541		
5	IBOVESPA	-0,1014554	0,172	-0,1204818	0,124
	<i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>	0,0023804	0,545		
6	IBOVESPA	-0,0991080	0,182	-0,1177638	0,132
	<i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>	0,0023082	0,544		

Painel B - Variável dependente: <i>lnHURST_PREVISIBILIDADE</i>			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 629)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	-0,3243885	0,021	

Notas: *lnREQM*: logaritmo natural da variável *REQM*. *IBOVESPA*: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. *lnHURST_PREVISIBILIDADE*: logaritmo natural da variável *HURST_PREVISIBILIDADE*, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável *HURST* e 0,5. *N*: Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável *lnHURST_PREVISIBILIDADE* e bicaudal para o coeficiente da variável *IBOVESPA*.

No modelo 2 da Tabela 4.19 e da Tabela 4.22, há 4 observações a mais que os modelos 1 e 3 dessas mesmas tabelas. Isso aconteceu porque, em 4 séries temporais, o algoritmo da análise *Rescaled Range* não convergiu a uma solução e não foi possível encontrar o seu

expoente de Hurst, as quais foram excluídas dos modelos 1 e 3, devido a requerem dados provenientes do expoente de Hurst que, para essas 4 séries temporais, não foram encontrados.

Tabela 4.20 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Variável dependente: $\ln REQM$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 548)		Modelo 2 (N = 548)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	-0,0862469	0,325	-0,053584	0,544
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1030181	0,000		
2	IBOVESPA	-0,0690096	0,429	-0,0362071	0,681
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1034588	0,000		
3	IBOVESPA	-0,0693328	0,425	-0,0365434	0,676
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1034173	0,000		
4	IBOVESPA	-0,0638841	0,458	-0,0306999	0,724
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1046626	0,000		
5	IBOVESPA	-0,0769380	0,373	-0,0426409	0,624
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1081724	0,000		
6	IBOVESPA	-0,0731871	0,397	-0,0399943	0,647
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1046896	0,000		

Painel B - Variável dependente: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 548)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	-0,317059	0,024	

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $IBOVESPA$: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$ e bicaudal para o coeficiente da variável $IBOVESPA$.

Tabela 4.21 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE} \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE} < 0$.

Painel A - Variável dependente: $\ln\text{REQM}$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 389)		Modelo 2 (N = 389)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	0,1254783	0,187	0,1692394	0,078
	$\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$	-0,1276930	0,000		
2	IBOVESPA	0,0968724	0,317	0,1372038	0,160
	$\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$	-0,1176852	0,001		
3	IBOVESPA	0,1129424	0,245	0,1542350	0,115
	$\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$	-0,1204902	0,000		
4	IBOVESPA	0,1342173	0,168	0,1760275	0,073
	$\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$	-0,1228459	0,000		
5	IBOVESPA	0,1475227	0,135	0,1867941	0,060
	$\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$	-0,1145925	0,001		
6	IBOVESPA	0,1156949	0,234	0,1615351	0,100
	$\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$	-0,1337599	0,000		

Painel B - Variável dependente: $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 389)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	-0,3427052	0,019	

Notas: $\ln\text{REQM}$: logaritmo natural da variável REQM . IBOVESPA : variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$: logaritmo natural da variável $\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável HURST e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$ e bicaudal para o coeficiente da variável IBOVESPA .

A variável *dummy* IBOVESPA somente é significativa no modelo 3, quando utilizada como variável explicativa para a relação com a variável dependente $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$. Nessa situação, foi rejeitada a hipótese nula ao nível de significância de 5%, com coeficiente negativo, sugerindo que ativos financeiros participantes do IBOVESPA têm menores valores da variável $\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$, implicando que as empresas desse grupo tendem a ter o comportamento de um processo *random walk*.

Matteo, Aste & Dacorogna (2005), ao estudarem o expoente de Hurst em diversos mercados mundiais, encontraram que os mercados mais maduros e desenvolvidos apresentam menores expoentes de Hurst do que os mercados menos desenvolvidos. Fazendo uma analogia entre mercados e os ativos financeiros dentro de um mercado, os resultados encontrados no presente estudo estariam em linha com os resultados encontrados pelos citados autores, na medida em que as ações participantes do IBOVESPA são de empresas

mais maduras e mais desenvolvidas e por isso apresentam menores expoente de Hurst. Possivelmente, isso é decorrente das empresas participantes do IBOVESPA serem aquelas que são mais negociadas e estão mais no foco dos investidores, não permitindo que haja movimentos não aleatórios que resultem em maiores oportunidades de ganhos anormais.

A variável $\ln\text{HURST_PREVISIBILIDADE}$ é significativa no modelo 1 somente para os horizontes de previsão de 126 e 252 dias úteis, rejeitando a hipótese nula ao nível de significância 0,1%. Esses resultados são semelhantes aos apresentados anteriormente para essa variável, quando não havia sido introduzida a variável *dummy* IBOVESPA.

4.6.6 Análise das relações com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e com os ativos financeiros persistentes

Seguindo os mesmos procedimentos realizados nos tópicos anteriores, foi segmentada a análise entre os ativos financeiros que apresentaram persistência, com expoente de HURST maior que 0,5, e os ativos financeiros que apresentaram antipersistência, com expoente de HURST menor que 0,5.

A Tabela 4.22, a Tabela 4.23 e a Tabela 4.24 apresentam os resultados considerando somente os ativos financeiros com persistência, além da inclusão da variável *dummy* IBOVESPA.

Tabela 4.22 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e $HURST > 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Variável dependente: $\ln REQM$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 439)		Modelo 2 (N = 443)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	-0,0939273	0,256	-0,1045374	0,246
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,0490971	0,024		
2	IBOVESPA	-0,0935014	0,259	-0,1038579	0,251
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,0493164	0,024		
3	IBOVESPA	-0,0947129	0,252	-0,1054534	0,243
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,0489866	0,024		
4	IBOVESPA	-0,0943749	0,254	-0,1052059	0,244
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,0489308	0,024		
5	IBOVESPA	-0,0946239	0,253	-0,1061130	0,242
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,0488371	0,025		
6	IBOVESPA	-0,0928097	0,261	-0,1037497	0,251
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	-0,0489599	0,024		

Painel B - Variável dependente: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 439)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	-0,3101875	0,052	

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $IBOVESPA$: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$ e bicaudal para o coeficiente da variável $IBOVESPA$.

Tabela 4.23 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e HURST > 0,5

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de HURST_PREVISIBILIDADE ≥ 0 . H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de lnHURST_PREVISIBILIDADE < 0.

Painel A - Variável dependente: lnREQM					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 403)		Modelo 2 (N = 403)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	-0,1006715	0,308	-0,0586989	0,559
	lnHURST_PREVISIBILIDADE	-0,1307074	0,000		
2	IBOVESPA	-0,0738651	0,452	-0,0322738	0,746
	lnHURST_PREVISIBILIDADE	-0,1295204	0,000		
3	IBOVESPA	-0,0682644	0,488	-0,028333	0,776
	lnHURST_PREVISIBILIDADE	-0,1243513	0,000		
4	IBOVESPA	-0,0734149	0,446	-0,0312498	0,750
	lnHURST_PREVISIBILIDADE	-0,1313071	0,000		
5	IBOVESPA	-0,0922036	0,342	-0,0487870	0,621
	lnHURST_PREVISIBILIDADE	-0,1352045	0,000		
6	IBOVESPA	-0,0731846	0,453	-0,0315743	0,750
	lnHURST_PREVISIBILIDADE	-0,1295794	0,000		

Painel B - Variável dependente: lnHURST_PREVISIBILIDADE		
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 403)	
	Coef.	p-valor
IBOVESPA	-0,3211183	0,045

Notas: *lnREQM*: logaritmo natural da variável *REQM*. *IBOVESPA*: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. *lnHURST_PREVISIBILIDADE*: logaritmo natural da variável *HURST_PREVISIBILIDADE*, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável *HURST* e 0,5. *N*: Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável *lnHURST_PREVISIBILIDADE* e bicaudal para o coeficiente da variável *IBOVESPA*.

Tabela 4.24 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e $HURST > 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $lnHURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $lnHURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Variável dependente: $lnREQM$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 308)		Modelo 2 (N = 308)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	0,0766269	0,489	0,1281500	0,252
	$lnHURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1383959	0,000		
2	IBOVESPA	0,0567035	0,614	0,1024156	0,365
	$lnHURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1227871	0,001		
3	IBOVESPA	0,0636432	0,572	0,1110847	0,327
	$lnHURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1274323	0,001		
4	IBOVESPA	0,0880122	0,436	0,1361867	0,232
	$lnHURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1301650	0,001		
5	IBOVESPA	0,1038294	0,362	0,1507744	0,188
	$lnHURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1260986	0,001		
6	IBOVESPA	0,0672204	0,551	0,1225903	0,283
	$lnHURST_PREVISIBILIDADE$	-0,1487288	0,000		

Painel B - Variável dependente: $lnHURST_PREVISIBILIDADE$			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 439)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	-0,3722877	0,020	

Notas: $lnREQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. IBOVESPA: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $lnHURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $lnHURST_PREVISIBILIDADE$ e bicaudal para o coeficiente da variável IBOVESPA.

Com a condição de os ativos financeiros serem persistentes, a variável $lnHURST_PREVISIBILIDADE$ do modelo 1 passou a ser significativa no horizonte de previsão para 1 dia útil, rejeitando a hipótese nula ao nível de significância de 5%, mantendo a mesma significância nos demais horizontes. Novamente, esses resultados e conclusões são semelhantes aos apresentados anteriormente para essa variável, quando selecionados somente os ativos financeiros persistentes e não havia sido introduzida a variável *dummy* IBOVESPA.

No modelo 3, a variável *dummy* IBOVESPA deixou de ser significativa ao nível de significância de 5% no horizonte de previsão de 1 dia útil, passando a ser somente ao nível de significância de 10%. Nos demais horizontes, a significância se manteve a mesma.

Os resultados significativos na relação entre a variável $lnHURST_PREVISIBILIDADE$ e a variável *dummy* IBOVESPA, no modelo 3, e na relação entre a variável $lnREQM$ e $lnHURST_PREVISIBILIDADE$ no modelo 1, poderia ocasionar, por transitoriedade, que a

relação entre a variável $\ln REQM$ e a variável *dummy* IBOVESPA no modelo 2 também fosse significativa, mas isso não aconteceu. Possivelmente, a variável $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$ possua outros atributos não existentes na variável *dummy* IBOVESPA que a faça ser significativa na relação com a variável $\ln REQM$.

4.6.7 Análise das relações com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e com os ativos financeiros antipersistentes

A Tabela 4.25, a Tabela 4.26 e a Tabela 4.27 apresentam os resultados considerando somente os ativos com antipersistência, além da inclusão da variável *dummy* IBOVESPA.

Tabela 4.25 - Resultados da regressão para previsão de 1 dia útil com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e $HURST < 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Variável dependente: $\ln REQM$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 190)		Modelo 2 (N = 190)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	-0,1022813	0,487	-0,1518618	0,314
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1382926	1,000		
2	IBOVESPA	-0,1013723	0,491	-0,1512534	0,316
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1391309	1,000		
3	IBOVESPA	-0,1021380	0,488	-0,1518407	0,314
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1386335	1,000		
4	IBOVESPA	-0,1022808	0,487	-0,1520197	0,314
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1387345	1,000		
5	IBOVESPA	-0,1042669	0,478	-0,1544963	0,306
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1401023	1,000		
6	IBOVESPA	-0,1011001	0,493	-0,1509360	0,318
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1390051	1,000		

Painel B - Variável dependente: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$		
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 190)	
	Coef.	p-valor
IBOVESPA	-0,3585188	0,183

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. IBOVESPA: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$ e bicaudal para o coeficiente da variável IBOVESPA.

Tabela 4.26 - Resultados da regressão para previsão de 126 dias úteis com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e $HURST < 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Variável dependente: $\ln REQM$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 145)		Modelo 2 (N = 145)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	-0,0854939	0,589	-0,1071939	0,501
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,0978553	0,975		
2	IBOVESPA	-0,0892480	0,580	-0,1084687	0,503
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,0866751	0,956		
3	IBOVESPA	-0,1029076	0,514	-0,1198577	0,448
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,0764361	0,938		
4	IBOVESPA	-0,0734737	0,646	-0,0931014	0,563
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,0885105	0,960		
5	IBOVESPA	-0,0724029	0,649	-0,0908246	0,569
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,0830720	0,951		
6	IBOVESPA	-0,1055078	0,500	-0,1247049	0,428
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,0865686	0,960		

Painel B - Variável dependente: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 145)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	-0,2217559	0,405	

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $IBOVESPA$: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$ e bicaudal para o coeficiente da variável $IBOVESPA$.

Tabela 4.27 - Resultados da regressão para previsão de 252 dias úteis com a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA e $HURST < 0,5$

Regressão linear pelo método MQO. H_0 : coeficiente de IBOVESPA = 0, coeficiente de $HURST_PREVISIBILIDADE \geq 0$. H_1 : coeficiente de IBOVESPA $\neq 0$, coeficiente de $\ln HURST_PREVISIBILIDADE < 0$.

Painel A - Variável dependente: $\ln REQM$					
Trein.	Variável explicativa	Modelo 1 (N = 81)		Modelo 2 (N = 81)	
		Coef.	p-valor	Coef.	p-valor
1	IBOVESPA	0,0590011	0,713	0,0708812	0,663
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1189700	0,967		
2	IBOVESPA	0,0090244	0,957	0,0208468	0,902
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1183918	0,960		
3	IBOVESPA	0,0496514	0,768	0,0613263	0,719
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1169152	0,957		
4	IBOVESPA	0,0725783	0,670	0,0830049	0,629
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1044143	0,936		
5	IBOVESPA	0,0703297	0,691	0,0833953	0,642
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1308415	0,967		
6	IBOVESPA	0,0409326	0,804	0,0538559	0,748
	$\ln HURST_PREVISIBILIDADE$	0,1294173	0,974		

Painel B - Variável dependente: $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$			
Variável explicativa	Modelo 3 (N = 81)		
	Coef.	p-valor	
IBOVESPA	0,099858	0,723	

Notas: $\ln REQM$: logaritmo natural da variável $REQM$. $IBOVESPA$: variável *dummy* igual a 1 quando a ação fez parte do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013 e igual a 0 em caso contrário. $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$: logaritmo natural da variável $HURST_PREVISIBILIDADE$, que corresponde a um índice de previsibilidade obtido a partir do valor absoluto da diferença entre a variável $HURST$ e 0,5. N : Número de ativos financeiros. *Trein.*: repetição de treinamento da RNA a partir das mesmas séries temporais. *Coef.*: coeficiente estimado da variável explicativa. *p-valor*: menor nível de significância que rejeitaria a hipótese nula, sendo unicaudal para o coeficiente da variável $\ln HURST_PREVISIBILIDADE$ e bicaudal para o coeficiente da variável $IBOVESPA$.

Com a condição dos ativos financeiros serem antipersistentes, em todos os horizontes de previsão e em todos os modelos não foi possível rejeitar a hipótese nula ao nível de significância usual de 5%, sugerindo que a inclusão da variável *dummy* IBOVESPA não fez nenhum efeito, nessas condições.

4.7 Análise da normalidade dos termos de erro

Um dos pressupostos para a utilização da técnica de Regressão linear pelo método MQO com dados em *cross-section* é que os termos de erro tenham distribuição normal e que não sejam correlacionados com as variáveis explicativas (Fávero, Belfiore, Silva, & Chan, 2009, p. 356). Caso esse pressuposto seja violado, pode-se haver um problema de heterocedasticidade e os estimadores de MQO não apresentarem uma distribuição *t-Student*, o

que tornaria não confiáveis os intervalos de confiança dos estimadores, prejudicando a obtenção de p-valores confiáveis para a realização de testes de hipótese.

A distribuição da variável dependente segue a mesma distribuição dos termos de erro, podendo utilizá-la para verificar se os termos de erro seguem uma distribuição normal. Em todas as regressões das análises realizadas, a aplicação do teste Shapiro-Francia rejeitou a hipótese nula de normalidade da variável dependente, ao nível de significância de 5%. Utilizando os resíduos das regressões de todas as análises realizadas para testar a normalidade dos termos de erro, a aplicação do teste Shapiro-Francia também rejeitou a hipótese nula de normalidade dos resíduos ao nível de significância de 5%, o que é de se esperar, vez que a variável dependente não apresentou normalidade.

Contudo, a falta de normalidade dos resíduos não é um problema quando o tamanho da amostra é grande, devido a propriedades assintóticas existentes no método MQO. Em amostras de tamanho grande, a normalidade assintótica conduz as estatísticas t e F dos estimadores de MQO a terem, aproximadamente, distribuições t e F, respectivamente. A partir de 30 observações, alguns econometricistas já consideram uma amostra de tamanho grande (Wooldridge, 2002, pp. 167-169).

No presente estudo, as regressões foram realizadas a partir de amostras com número de observações muito maior que 30, podendo ser consideradas amostras de tamanho grande, e com somente uma ou duas variáveis explicativas, resultando também em um número grande de graus de liberdade.

Porém, para que a normalidade assintótica do método MQO seja obtida, é exigido que a hipótese de homocedasticidade seja atendida. Se a variância dos termos de erro não for constante, as estatísticas t usuais e os intervalos de confiança não são válidos, não importando quão grande seja o tamanho da amostra (Wooldridge, 2002, p. 169).

Após realizar um teste Breusch-Pagan / Cook-Weisberg para heterocedasticidade em todas as regressões que apresentaram resultados significativos, não foi rejeitada a hipótese nula de variância constante, nem mesmo a um maior nível de significância de 10%. Também foram investigadas a relação entre os resíduos e as variáveis explicativas de cada regressão que apresentou resultados significativos e não foi encontrada correlação significativa entre eles.

Sendo assim, devido à falta de indícios de existência de heterocedasticidade e as amostras serem de tamanho grande, a ausência de normalidade dos termos de erro não é motivo para tornar não confiáveis os p-valores encontrados e os intervalos de confiança dos estimadores de MQO.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal desta dissertação foi analisar a relação entre memória de longo prazo e o grau de erro em redes neurais artificiais em prever retornos de ativos financeiros brasileiros. A memória de longo prazo foi representada pelo expoente de Hurst, o qual sofreu uma transformação de forma a representar um índice de previsibilidade, produzindo a variável HURST_PREVISIBILIDADE, e o grau de erro da RNA foi representado pela variável REQM.

Os resultados encontrados permitiram extrair as conclusões relatadas na Tabela 5.1 para cada hipótese de pesquisa formulada. Vale salientar que essas conclusões não são em relação às hipóteses estatísticas, as quais contemplam as hipóteses nula e alternativa, mas sim em relação às hipóteses de pesquisa formuladas no capítulo introdutório.

Tabela 5.1 - Conclusões obtidas para as hipóteses de pesquisa formuladas

Hipótese de pesquisa	Todos os ativos financeiros	Somente ativos financeiros persistentes	Somente ativos financeiros antipersistentes
1	Negada em previsões para 1 dia útil e confirmada em previsões para 126 e 252 dias úteis	Confirmada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis
2	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis
3	Negada em previsões para 1 dia útil e confirmada em previsões para 126 e 252 dias úteis	Confirmada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis
4	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis
5	Confirmada com coeficiente negativo em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1 e confirmada com coeficiente negativo em previsões para 126 e 252 dias úteis	Negada em previsões para 1, 126 e 252 dias úteis

Notas: *Hipótese 1*: quanto maior a memória de longo prazo em séries temporais de retornos de ativos financeiros menor o grau de erro da RNA em prever retornos futuros desses ativos. *Hipótese 2*: quanto maior a memória de longo prazo em séries temporais de retornos de ativos financeiros participantes do IBOVESPA menor o grau de erro da RNA em prever retornos futuros desses ativos. *Hipótese 3*: quanto maior a memória de longo prazo em séries temporais de retornos de ativos financeiros não participantes do IBOVESPA menor o grau de erro da RNA em prever retornos futuros desses ativos. *Hipótese 4*: a participação de ativos financeiros no IBOVESPA influencia o grau de erro da RNA em prever retornos futuros desses ativos. *Hipótese 5*: a participação de ativos financeiros no IBOVESPA influencia a memória de longo prazo em séries temporais de retornos desses ativos de companhias abertas. *Ativos financeiros persistentes*: são aqueles em que o expoente de Hurst, utilizado como uma medida de memória de longo prazo, é superior a 0,5. *Ativos financeiros antipersistentes*: são aqueles em que o expoente de Hurst, utilizado como uma medida de memória de longo prazo, é inferior a 0,5.

Ao utilizar toda a amostra, há indícios de que o expoente de Hurst, da forma que foi tratado para gerar a variável HURST_PREVISIBILIDADE, tem relação significativa com o grau de erro de previsão de redes neurais artificiais, representado pela variável REQM, quando utilizada para prever retornos futuros em séries temporais de retorno de preços de ativos financeiros brasileiros. Essa conclusão está em consonância com os resultados obtidos nas evidências empíricas dos trabalhos dos autores citados anteriormente. A exceção é para previsões de 1 dia útil, a qual não se mostrou significativa ao utilizar toda a amostra.

A relação se torna ainda mais significativa com os ativos financeiros que apresentaram retornos persistentes, e não significativa com os ativos financeiros que apresentaram retornos antipersistentes, para todos os horizontes de previsão em ambos os casos, sugerindo que os antipersistentes não são relevantes para os resultados desta pesquisa. A RNA não se mostrou capaz de obter maior sucesso de previsão quando os movimentos de retornos de ativos financeiros são antipersistentes, possivelmente porque ela não foi capaz de captar os movimentos antipersistentes ou a análise R/S não é capaz de mensurar adequadamente processos antipersistentes.

Entre os horizontes de previsão estudados, a relação se mostrou mais significativa para os prazos de 126 e 252 dias úteis do que para o prazo de 1 dia útil, oferecendo indícios de que realmente o expoente de Hurst é uma boa medida indicativa da correlação de longo prazo entre os retornos dos ativos. Apesar de ser mais significativa em prazos maiores, o erro de previsão é maior ao alongar o prazo, obviamente porque é mais difícil prever o longo prazo do que o curto prazo.

Quando a amostra foi particionada entre os ativos financeiros participantes e não participantes do índice IBOVESPA no terceiro quadrimestre de 2013, a memória de longo prazo dos ativos participantes do índice, representada pela variável HURST_PREVISIBILIDADE, não apresentou uma relação significativa com a variável REQM. Somente a memória de longo prazo dos ativos não participantes do índice apresentou relação significativa com a variável REQM. Ao associarmos esse achado ao resultado de que a participação no índice tem correlação negativa significativa com memória de longo prazo, sugere-se que o fato de estar no índice se relaciona a não ter memória longa, gravitando em torno da região de processos aleatórios, os quais, em tese, não oferecem possibilidade de previsão com menores erros. Isso pode ser decorrente de que os ativos que estão no índice são aqueles mais alvejados e mais negociados pelos investidores, que provocam a eliminação de movimentos não aleatórios que poderiam permitir ganhos adicionais com a realização de previsões.

Apesar da participação no índice IBOVESPA, representada pela variável *dummy* IBOVESPA, ter apresentado relação significativa com memória de longo prazo, não foi encontrada relação significativa dessa variável com a variável REQM. Possivelmente, isso foi decorrente do fato de essa participação sozinha não ter sido suficiente para explicar uma relação de causa e efeito com a variável REQM, sendo necessários outros elementos, não contidos nessa variável *dummy*, que pudessem explicar a relação.

Os resultados relacionados às hipóteses 1 e 3 são semelhantes, quando toda a amostra foi analisada e quando somente os ativos não participantes do IBOVESPA foram analisados, respectivamente, e diferentes da hipótese 2, quando somente os ativos participantes do IBOVESPA foram analisados. Isso sugere que, além dos ativos que apresentaram retornos antipersistentes, os ativos participantes do IBOVESPA também não são relevantes para a significância dos resultados desta pesquisa.

A existência da relação significativa encontrada nas situações apresentadas sugere que o expoente de Hurst pode ser utilizado previamente para selecionar as séries temporais de retornos de ativos que são mais viáveis de serem previstos, particularmente escolhendo aqueles ativos com retornos persistentes e com maiores expoente de Hurst e que não participem do IBOVESPA, evitando ativos com comportamento antipersistente. Um gestor que deseje imprimir uma administração mais ativa de seus investimentos poderia utilizá-lo para selecionar uma carteira de ativos que possua essas características, estando mais propício a realizar previsões com qualidade superior ao utilizar redes neurais artificiais. De forma contrária, um investidor que execute uma gestão passiva em sua carteira de ativos, deveria compô-la com ativos com expoentes de Hurst característicos de processos em passeio aleatório, em que os retornos futuros são frutos do acaso, a fim de que não seja prejudicado por movimentos não aleatórios do mercado contra os quais não esteja se protegendo devido à sua gestão passiva.

É importante ressaltar que este trabalho não contemplou uma análise para verificar se as previsões obtidas pela RNA produziram resultados financeiros com lucros superiores a outras estratégias de investimento e não objetivou invalidar a Teoria de Mercado Eficiente. Nem tampouco foi verificada se a arquitetura de RNA utilizada apresenta desempenho na previsão de retornos de ativos superior a outras arquiteturas ou até mesmo a outros modelos matemáticos e estatísticos. O intuito foi de buscar vencer uma etapa de verificar se há relação entre memória de longo e erro de previsão, a fim de utilizar o expoente de Hurst como uma forma de selecionar as séries temporais melhores candidatas a realizar previsões.

Sugere-se para trabalhos futuros uma investigação se, após selecionar séries temporais pelo expoente de Hurst, é possível obter lucros superiores a partir de retornos anormais em relação a outras estratégias de investimento, ao utilizar ferramentas ou modelos mais eficientes que permitam realizar previsões, considerando todos os custos de transação incorridos. Caso essa hipótese seja confirmada, a Teoria Mercado Eficiente estaria sendo contrariada. Ainda poderia ser verificada a relação entre o expoente de Hurst e os lucros superiores obtidos, e poderia ser realizada uma análise com o objetivo de comparar se há diferença significativa entre os retornos obtidos quando as séries de dados são selecionadas pelo expoente de Hurst e quando são selecionadas aleatoriamente. Como forma de analisar a robustez do modelo estudado, sugere-se também aplicá-lo em mercados de outros países para verificar se os resultados encontrados são semelhantes aos obtidos neste estudo.

A arquitetura de RNA utilizada foi TLFN, que possui a característica de ser alimentada adiante, em que os valores de entrada são retornos atrasados de ativos financeiros no curto prazo. A utilização de redes recorrentes em trabalhos futuros pode ser útil para melhor capturar a memória de longo prazo da série temporal e obter menor erro de previsão.

6 REFERÊNCIAS²

- Agostinho, S. (2008). *Confissões, Livros VII, X e XI*. Covilhã: LusoSofia Press.
- Alabdulhadi, D. (2011). Fractal Nature of Stock Market Behavior. Neural Networks in Kuwait and Saudi Arabia. School of Politics and Economic, Claremont Graduate University.
- Bachelier, L. (1900). Théorie de la Speculation. *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 3, 21-86.
- Blattberg, R. C., & Gonedes, N. J. (Apr de 1974). A Comparison of the Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices. *The Journal of Business*, 47(2), pp. 244-280.
- Bloomberg Terminal. (s.d.). Bloomberg.
- Braga, A. d., Carvalho, A. P., & Ludermir, T. B. (2007). *Redes neurais artificiais: teoria e prática*. Rio de Janeiro: LTC.
- Canto, E. L. (2009). *Ciências Naturais: aprendendo com o Cotidiano* (3 ed.). São Paulo: Moderna.
- Cornew, R. W., Town, D. E., & Crownson, L. D. (Winter de 1984). Stable Distributions, Futures Prices, and the Measurement of Trading Performance. *The Journal of Futures Markets*, 4(4), p. 531.
- Corrar, L. C., Paulo, E., & Dias Filho, J. M. (2007). *Análise multivariada: para os cursos de administração, ciências contábeis e economia*. São Paulo: Atlas.
- Diaconescu, E. (Março de 2008). The use of NARX neural networks to predict chaotic time series. *WSEAS Transactions on Computer Research*, 3(3), 182-191.
- Eom, C., Choi, S., Oh, G., & Jung, W.-S. (2008). Hurst exponent and prediction based on weak-form efficient market hypothesis of stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(18), 4630–4636.
- Fama, E. (1965). Random walks in stock market prices. *Financ. Anal. J.*, 21(5), pp. 55–59.
- Fama, E. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, 25, pp. 383–417.

² De acordo com o estilo APA – American Psychological Association

- Fávero, L., Belfiore, P., Silva, F. L., & Chan, B. L. (2009). *Análise de dados: modelagem multivariada para tomada de decisões*. Rio de Janeiro: Elsevier.
- Forsgren, A., & Kling, R. (2003). An implementation of recurrent neural networks for prediction and control of nonlinear dynamic systems.
- Gaxiola, F., Melin, P., Valdez, F., & Castillo, O. (2014). Interval type-2 fuzzy weight adjustment for backpropagation neural networks with application in time series prediction. *Information Sciences*, 260, 1–14.
- Haykin, S. (1999). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Deli: Prentice Hall.
- Hurst, H. E. (1951). Long-term storage capacity of reservoirs. *Transaction of the American Society of Civil Engineers*, 116, pp. 770–808.
- Hurst, H., Black, R., & Simaika, Y. (1965). *Long-Term Storage: An Experimental Study*. London: Constable & Co. Ltd.
- Kristoufek, L. (2012). Fractal Markets Hypothesis and the Global Financial Crisis: Scaling, Investment Horizons and Liquidity. *Advances in Complex Systems*, 15.
- Lakra, S., Prasad, T., & Ramakrishna, G. (2012). The Future of Neural Networks. *Proceedings of the 6th National Conference on Computing for Nation Development, INDIACom 2012*, (pp. 481-486). New Delhi.
- Lin, Y.-Y., Chang, J.-Y., & Lin, C.-T. (2014). A TSK-Type-Based Self-Evolving Compensatory Interval Type-2 Fuzzy Neural Network (TSCIT2FNN) and Its Applications. *Industrial Electronics, IEEE Transactions*, 61(1), 447 -459.
- Lintner, J. (1965). Security prices, risk, and maximal gains from diversification. *Journal of Finance*, 20, 587-615.
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of Business*, 59, pp. 394–419.
- Mandelbrot, B. (Oct. de 1967). The Variation of some other Speculative Prices. *The Journal of Business*, 40(4), pp. 393-413.
- Mandelbrot, B. (1972). Statistical Methodology For Nonperiodic Cycles: From The Covariance To Rs Analysis. *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, 259 - 290.
- Mandelbrot, B. (1997). *Fractals and Scaling In Finance: Discontinuity, Concentration, Risk*. New Haven: Springer.
- Mandelbrot, B., & Hudson, R. L. (2004). *The (mis)behavior of markets: a fractal view of risk, ruin and reward*. New York: Basic Books.

- Markowitz, H. (Mar. de 1952). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. *The Journal of Finance*, 7(1), pp. 77-91.
- Matteo, T., Aste, T., & Dacorogna, M. M. (2005). Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. *Journal of Banking & Finance*, 29, pp. 827–851.
- Mitra, S. K. (2012). Is Hurst Exponent Value Useful in Forecasting Financial Time Series? *Asian Social Science*, 8(8).
- Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4), pp. 768–783.
- Oliveira, E. M. (2001). Previsão da Série Temporal do Índice da Bolsa de Valores de São Paulo usando redes neurais e estatística. *Dissertação de Mestrado*. Recife, Brasil: Centro de Informática, Universidade Federal de Pernambuco.
- Oliveira, M. A. (2007). Aplicação de redes neurais artificiais na análise de séries temporais econômico-financeiras. *Tese (Doutorado em Administração)*. São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.
- Oliveira, M. A. (2012). An Application of Neural Networks Trained with Kalman Filter Variants (EKF and UKF) to Heteroscedastic Time Series Forecasting. *Applied Mathematical Sciences*, 6(74), 3675 - 3686.
- Pasquotto, J. L. (2010). Previsão de séries temporais no varejo brasileiro: uma investigação comparativa da aplicação de redes neurais recorrentes de Elman. *Dissertação (Mestrado em Administração)*. São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.
- Peters, E. (1990). *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility*. New York: Wiley.
- Peters, E. (1994). *Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics*. New York: John Wiley & Sons.
- Peters, E. E. (1996). *Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility* (2 ed.). John Wiley and Sons.
- Power, G. J., & Turvey, C. G. (2010). Long-range dependence in the volatility of commodity futures prices: Wavelet-based evidence. *Physica A*, 389(1), 79-90.
- Qian, B., & Rasheed, K. (2004). Hurst exponent and financial market predictability. *Proceedings of The 2nd IASTED international conference on financial engineering and applications*, (pp. 203–209).
- Qian, B., & Rasheed, K. (2007). Stock market prediction with multiple classifiers. *Applied Intelligence*, 26(1), 25-33.

- Qian, B., & Rasheed, K. (2010). Foreign Exchange Market Prediction with Multiple Classifiers. *Journal of Forecasting*, 29, 271–284.
- Rehman, S. (30 de janeiro de 2009). Study of Saudi Arabian climatic conditions using Hurst exponent and climatic predictability index. *Chaos, Solitons & Fractals*, 39(2), 499–509.
- Samarasinghe, S. (2007). *Neural Networks for Applied Sciences and Engineering*. Boca Raton, FL, EUA: Auerbach Publications.
- Selvam, A. M. (2009). Fractal fluctuations and statistical normal distribution. *Fractals*, 17(3), pp. 333-349.
- Sharpe, W. F. (set. de 1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), pp. 425-443.
- Stock, J., & Watson, M. (2003). *Introduction to Econometrics*. New York: Prentice Hall.
- Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior toward risk. *Review of Economic Studies*, 65-85.
- Wah, B. W., & Qian, M.-L. (2006). Constrained Formulations and Algorithms for Predicting Stock Prices by Recurrent Fir Neural Networks. *International Journal of Information Technology & Decision Making*, 5(4), 639–658.
- Wooldridge, J. M. (2002). *Introductory Econometrics: a Modern Approach* (2a. ed.). Ohio: South-Western College Publishing.
- Yamamoto, K., Koakutsu, S., Okamoto, T., & Hirata, H. (2011). Fast Backpropagation Learning Using Optimization of Learning Rate for Pulsed Neural Networks. *Electronics and Communications in Japan*, 94(7), 27-34.
- Yao, J., Tan, C., & Poh, H.-L. (1999). Neural Networks For Technical Analysis: A Study On KLCI. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 2(2), 221-241.
- Zhang, H., Bai, L., & Smolyanov, O. O. (2008). Dynamic mean-variance optimization under classical risk model with fractional brownian motion perturbation. *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability & Related Topics*, 11(4), 589-602.

7 APÊNDICES

Apêndice A - Implementação do algoritmo da análise R/S em Microsoft Access Visual Basic

Apêndice B - Sintaxe do comando SPSS utilizado para treinar a RNA

Apêndice C - Expoentes de Hurst encontrados

Apêndice D - REQM por ativo

Apêndice A - Implementação do algoritmo da análise R/S em Microsoft Access Visual Basic

Function RS(CodEmpresa As String, DiaUtilInicial As Long, Tamanho As Long) As Double

* Essa função calcula a estatística R/S

* A série de tempo representada pela tabela “RS1-Padronização” deve estar com média zero

```
Dim qdfPadronizacao As DAO.QueryDef
Dim rstMinMaxDiaEmpresa As DAO.Recordset
Dim min, max, runningSum, runningSumSqr As Double

Set dbs = CurrentDb

Set qdfPadronizacao = dbs.QueryDefs("RS1-Padronização")
qdfPadronizacao.Parameters("[CodEmpresa]") = CodEmpresa
qdfPadronizacao.Parameters("[DiaUtilInicial]") = DiaUtilInicial
qdfPadronizacao.Parameters("[Tamanho]") = Tamanho
Set rstPadronizacao = qdfPadronizacao.OpenRecordset(dbOpenDynaset)
```

```
min = 0
max = 0
runningSum = 0
runningSumSqr = 0
```

* Loop para encontrar o ponto de retorno acumulado máximo e mínimo.

```
While Not rstPadronizacao.EOF
    runningSum = runningSum + rstPadronizacao![LogRetornoNorm]
    runningSumSqr = runningSumSqr + rstPadronizacao![LogRetornoNormSQ]
    If runningSum < min Then
        min = runningSum
    End If
    If runningSum > max Then
        max = runningSum
    End If
    rstPadronizacao.MoveNext
Wend
rstPadronizacao.Close
```

* Cálculo da variância e desvio padrão no intervalo de tempo

```
variance = runningSumSqr / Tamanho
stdDev = variance ^ (1 / 2)
```

* Cálculo do R - faixa de variação entre o retorno acumulado máximo e mínimo

```
If stdDev <> 0 Then
    range = max - min
```

* Cálculo da estatística R/S.

* É dividido pelo desvio padrão para dar maior peso às séries que possuam caudas mais gordas

```
RS = range / stdDev
```

```
Set qdfRSPorEmpresa = dbs.QueryDefs("RS3-RSPorEmpresa")
Set rstRSPorEmpresa = qdfRSPorEmpresa.OpenRecordset(dbOpenDynaset)
```

```
rstRSPorEmpresa.AddNew
rstRSPorEmpresa![Empresa] = CodEmpresa
rstRSPorEmpresa![DiaÚtilInicial] = DiaUtilInicial
rstRSPorEmpresa![Tamanho] = Tamanho
rstRSPorEmpresa![RS] = RS
rstRSPorEmpresa![AcumuladoMáximo] = max
rstRSPorEmpresa![AcumuladoMínimo] = min
rstRSPorEmpresa![MédiaRetorno] = 0
rstRSPorEmpresa![RetornoNormSQ] = variance
rstRSPorEmpresa.Update
rstRSPorEmpresa.Close
End If
```

```
End Function
```

Function ExpoenteDeHurst()

/* Função para calcular o Expoente de Hurst */

```
Dim qdfMinMaxDiaEmpresa As DAO.QueryDef
Dim rstMinMaxDiaEmpresa As DAO.Recordset
Dim min, max, runningSum, runningSumSqr As Double
Dim DiaUtilInicialAtual, TamBoxAtual, DiasUteisTotal As Long
Dim CodEmpresa As String
```

```
Set dbs = CurrentDb
Set qdfMinMaxDiaEmpresa = dbs.QueryDefs("RS2-Min e Max Dia útil por empresa")
Set rstMinMaxDiaEmpresa = qdfMinMaxDiaEmpresa.OpenRecordset(dbOpenDynaset)
```

```
Const TamMinBox = 16
```

/* TamBoxAtual corresponde ao intervalo de tempo T */

```
While Not rstMinMaxDiaEmpresa.EOF
```

```
    DiasUteisTotal = rstMinMaxDiaEmpresa![MáxDeSequencia] -
rstMinMaxDiaEmpresa![MínDeSequencia]
    TamBoxAtual = DiasUteisTotal
```

```

/* Loop para encontrar a estatística R/S de todos os intervalos de tempo */

While TamBoxAtual >= TamMinBox
    NumDeBoxesAtual = Int(DiasUteisTotal / TamBoxAtual)
    DiaUtilInicialAtual = rstMinMaxDiaEmpresa![MinDeSequencia]
    For i = 1 To NumDeBoxesAtual
        CodEmpresa = rstMinMaxDiaEmpresa![Empresa]
        Call RS(CodEmpresa, (DiaUtilInicialAtual), (TamBoxAtual))
        DiaUtilInicialAtual = DiaUtilInicialAtual + TamBoxAtual
    Next i

/* O tamanho do intervalo de tempo é dividido por 2 a cada loop até atingir o tamanho
mínimo */

    TamBoxAtual = Int(TamBoxAtual / 2)
Wend

rstMinMaxDiaEmpresa.MoveNext

Wend

rstMinMaxDiaEmpresa.Close

/* Depois do loop acima, a tabela “RS3-RSPorEmpresa” conterá a estatística R/S para cada
intervalo de tempo */
/* O último passo é fazer uma regressão da estatística R/S contra o intervalo de tempo para
estimar o expoente de Hurst */

ExpoenteDeHurst = Cov(“RS3-RSPorEmpresa”, “Intervalo de Tempo”) / Var (“Intervalo de
Tempo”)

End Function

```

Apêndice B - Sintaxe do comando SPSS utilizado para treinar a RNA

```
MLP LnRetornoFuturoPad (MLEVEL=S) WITH LnRetornoAtual_1 LnRetornoAtrasado_2
LnRetornoAtrasado_3 LnRetornoAtrasado_4 LnRetornoAtrasado_5 LnRetornoAtrasado_6
LnRetornoAtrasado_7 LnRetornoAtrasado_8 LnRetornoAtrasado_9 LnRetornoAtrasado_10
/RESCALE COVARIATE=NORMALIZED DEPENDENT=ADJNORMALIZED
(CORRECTION=0.02)
/PARTITION VARIABLE=Particao
/ARCHITECTURE AUTOMATIC=NO HIDDENLAYERS=1 (NUMUNITS=9)
HIDDENFUNCTION=TANH OUTPUTFUNCTION=TANH
/CRITERIA TRAINING=BATCH OPTIMIZATION=GRADIENTDESCENT
LEARNINGINITIAL= 0.4 MOMENTUM= 0.9
/PRINT CPS SUMMARY CLASSIFICATION
/PLOT NONE
/STOPPINGRULES ERRORSTEPS= 3 (DATA=AUTO) TRAININGTIMER=ON
(MAXTIME=15) MAXEPOCHS=100 ERRORCHANGE=1.0E-4 ERRORRATIO=0.0010
/MISSING USERMISSING=EXCLUDE .
```

Apêndice C - Expoentes de Hurst encontrados

Tabela 7.1 - Expoentes de Hurst dos ativos financeiros brasileiros componentes da amostra, participantes e não participantes do índice IBOVESPA

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
ABCB4	0,569108	1506	Não	BAZA3	0,580826	2174	Não
ABCP11	0,463662	866	Não	BBAS3	0,513775	2476	Sim
ABRE11	0,424463	562	Não	BBDC3	0,567884	2476	Sim
ABYA3	0,677274	818	Não	BBDC4	0,537721	2476	Sim
ACES3	0,519064	872	Não	BBFI11B	0,469542	1882	Não
ACES4	0,461167	1108	Não	BBRC11	0,493709	581	Não
ACGU3	0,618085	754	Não	BBRK3	0,592013	1469	Não
AEDU11	0,588982	918	Não	BBVJ11	0,518239	664	Não
AEDU3	0,554726	1639	Sim	BCFF11B	0,545299	742	Não
AEFI11	0,453071	459	Não	BDLL4	0,584936	1754	Não
AELP3	0,573598	2153	Não	BEEF3	0,578277	1553	Não
AFLU3	0,568826	312	Não	BEES3	0,588648	2015	Não
AGIN3	0,472961	689	Não	BEES4	0,481976	971	Não
AGRO3	0,503605	1399	Não	BEMA3	0,620679	1616	Não
ALBA3	0,395566	399	Não	BESP3	0,537359	581	Não
ALLL11	0,585207	1378	Não	BESP4	0,526362	802	Não
ALLL3	0,554663	2128	Sim	BFIT3	0,497221	798	Não
ALLL4	0,593940	1455	Não	BGIP4	0,585948	1624	Não
ALMI11B	0,438224	1769	Não	BHGR3	0,546303	1357	Não
ALPA3	0,633790	1437	Não	BICB3	0,564753	475	Não
ALPA4	0,648119	2410	Não	BICB4	0,641031	1484	Não
ALSC3	0,466216	931	Não	BIOM4	0,577079	792	Não
AMAR3	0,662162	1489	Não	BISA3	0,578087	1733	Sim
AMBV3	0,599840	2459	Não	BMEB3	0,480166	819	Não
AMBV4	0,488770	2476	Sim	BMEB4	0,558838	1667	Não
AMIL3	0,511613	1362	Não	BMIN4	0,517314	1627	Não
ARCE3	0,535945	771	Não	BMKS3	0,536316	725	Não
ARCZ3	0,446536	1194	Não	BMLC11B	0,317132	361	Não
ARCZ6	0,454945	1498	Não	BMTO3	0,562492	599	Não
ARLA4	0,444943	383	Não	BMTO4	0,598755	1984	Não
ARZZ3	0,382928	681	Não	BNBR3	0,434058	641	Não
ASTA4	0,487401	525	Não	BNBR4	0,477174	1026	Não
AUTM3	0,477041	677	Não	BNCA3	0,577496	1089	Não
AVIL3	0,588669	1680	Não	BOBR4	0,619440	2186	Não
AZEV4	0,528373	299	Não	BOVA11	0,527017	1213	Não
BAHI3	0,740546	678	Não	BPHA3	0,419516	574	Não
BAHI4	0,594643	466	Não	BPNM4	0,619494	1471	Não
BAUH4	0,617491	948	Não	BRAP3	0,549349	2396	Não

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
BRAP4	0,501414	2476	Sim	CEBR6	0,578012	893	Não
BRAX11	0,467323	629	Não	CEDO4	0,559383	508	Não
BRFS3	0,472974	2476	Sim	CEEB3	0,608401	908	Não
BRGE11	0,501068	337	Não	CELP5	0,515139	409	Não
BRGE12	0,452697	641	Não	CELP7	0,512211	275	Não
BRGE3	0,500540	642	Não	CEPE5	0,605502	1185	Não
BRIN3	0,419491	737	Não	CESP3	0,605385	2284	Não
BRIV3	0,489113	1510	Não	CESP5	0,543576	1759	Não
BRIV4	0,531909	1742	Não	CESP6	0,577409	1791	Sim
BRKM3	0,631230	2102	Não	CGAS3	0,545563	1273	Não
BRKM5	0,591266	2476	Sim	CGAS5	0,491813	2475	Não
BRKM6	0,484721	478	Não	CGRA3	0,567777	873	Não
BRML3	0,530561	1625	Sim	CGRA4	0,602883	1754	Não
BRPR3	0,459362	907	Sim	CHAP3	0,723951	330	Não
BRSR3	0,557541	825	Não	CHAP4	0,642814	281	Não
BRSR5	0,539925	928	Não	CIEL3	0,556973	1075	Sim
BRSR6	0,546953	1522	Não	CIQU4	0,510673	708	Não
B RTP3	0,458718	1497	Não	CLSC3	0,434930	300	Não
B RTP4	0,502670	1497	Não	CLSC4	0,492090	2470	Não
BSCT6	0,465524	695	Não	CMET4	0,545477	622	Não
BTOW3	0,577783	2126	Sim	CMGR3	0,572351	655	Não
BTTL3	0,559261	907	Não	CMGR4	0,554609	574	Não
BTTL4	0,571839	1423	Não	CMIG3	0,478927	2476	Não
BVMF3	0,525094	1286	Sim	CMIG4	0,411228	2476	Sim
CAFE4	0,557609	1284	Não	CNES11B	0,440939	540	Não
CAMB4	0,594619	1085	Não	CNFB4	0,550797	2112	Não
CARD3	0,622769	1854	Não	COCE3	0,579813	1223	Não
CBEE3	0,518938	1962	Não	COCE5	0,534296	2471	Não
CBMA3	0,561453	624	Não	CPFE3	0,467006	2247	Sim
CBMA4	0,582211	1567	Não	CPLE3	0,509913	2384	Não
CCHI3	0,542440	968	Não	CPLE6	0,484093	2476	Sim
CCHI4	0,563046	593	Não	CPNY3	0,609239	676	Não
CCIM3	0,634009	1415	Não	CPSL3	0,589135	983	Não
CCPR3	0,530419	1423	Não	CRDE3	0,572152	1562	Não
CCRO3	0,556777	2476	Sim	CREM3	0,535879	1622	Não
CCXC3	0,598897	353	Não	CRIV3	0,584305	1167	Não
CEBR3	0,601394	290	Não	CRIV4	0,559758	1707	Não
CEBR5	0,567719	767	Não	CRTP3	0,527609	458	Não

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
C RTP5	0,419166	601	Não	DURA4	0,570830	1471	Não
CRUZ3	0,490656	2476	Sim	DXTG4	0,495153	1110	Não
CSAB3	0,497369	276	Não	EALT4	0,654283	1631	Não
CSAB4	0,608538	653	Não	EBCO4	0,479863	619	Não
CSAN3	0,528011	1965	Sim	EBTP3	0,535879	1966	Não
CSMG3	0,588650	1908	Não	EBTP4	0,511215	2112	Não
CSMO11	0,505970	839	Não	ECOO11	0,326015	339	Não
CSNA3	0,514161	2476	Sim	ECOR3	0,459256	889	Não
CSPC3	0,635367	272	Não	ECPR4	0,562166	599	Não
CSPC4	0,556059	349	Não	EDFO11B	0,466590	419	Não
CSRN3	0,531024	466	Não	EDGA11B	0,402175	278	Não
CSTB4	0,489893	506	Não	EEEL3	0,440535	560	Não
CTAX3	0,620227	1682	Não	EEEL4	0,499327	358	Não
CTAX4	0,595325	2013	Não	EKTR4	0,540174	845	Não
CTIP3	0,517827	991	Sim	ELEK3	0,636284	410	Não
CTKA4	0,594382	1418	Não	ELEK4	0,514146	1155	Não
CTNM3	0,566992	1278	Não	ELET3	0,408220	2476	Sim
CTNM4	0,584452	2374	Não	ELET6	0,396629	2476	Sim
CTPC3	0,493038	712	Não	ELEV3	0,551640	901	Não
CTSA3	0,492020	1107	Não	ELPL3	0,557687	269	Não
CTSA4	0,544408	934	Não	ELPL4	0,453849	1767	Sim
CXCE11B	0,405378	391	Não	ELPL5	0,513992	1476	Não
CXTL11	0,321587	311	Não	EMAE4	0,518051	2323	Não
CYRE3	0,559707	2046	Sim	EMBR3	0,528603	2476	Sim
CZRS4	0,684238	1269	Não	EMBR4	0,421587	644	Não
DASA3	0,527556	2213	Sim	ENBR3	0,466358	2052	Sim
DAYC4	0,555698	1562	Não	ENGI11	0,565330	620	Não
DHBI4	0,609784	597	Não	ENGI3	0,550489	831	Não
DIRR3	0,508591	958	Não	ENGI4	0,526094	1237	Não
DIVO11	0,378132	429	Não	ENMA3B	0,506088	1769	Não
DOHL4	0,526671	728	Não	EQTL11	0,426298	492	Não
DPPI3	0,518251	253	Não	EQTL3	0,506115	1379	Não
DPPI4	0,475483	891	Não	ESTC3	0,465475	1306	Não
DSUL3	0,493074	568	Não	ESTR4	0,618854	2192	Não
DTCY3	0,430764	1206	Não	ETER3	0,551700	2470	Não
DTEX3	0,600193	1507	Sim	ETER4	0,481418	370	Não
DUQE4	0,468660	414	Não	EUCA4	0,611205	1600	Não
DURA3	0,546585	549	Não	EURO11	0,593729	1819	Não

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
EVEN3	0,593053	1628	Não	GETI4	0,547239	2400	Não
EZTC3	0,590896	1572	Não	GFSA3	0,543114	1902	Sim
FAED11B	0,509500	736	Não	GGBR3	0,545143	2408	Não
FAMB11B	0,578407	1873	Não	GGBR4	0,515445	2476	Sim
FBMC4	0,630285	710	Não	GLOB4	0,525682	792	Não
FBRA4	0,547115	620	Não	GOAU3	0,568466	2284	Não
FCAP4	0,517073	279	Não	GOAU4	0,533746	2476	Sim
FCFL11B	0,413577	690	Não	GOLL4	0,599427	2315	Sim
FESA4	0,601832	2464	Não	GOVE11	0,427342	446	Não
FEXC11B	0,518227	736	Não	GPCP3	0,501813	1742	Não
FFCI11	0,489564	1486	Não	GRND3	0,566843	2226	Não
FFTL4	0,613625	2018	Não	GSHP3	0,627428	1528	Não
FGUI4	0,447003	586	Não	GUAR3	0,741513	2338	Não
FHER3	0,566772	1621	Não	GUAR4	0,701641	1818	Não
FIBR3	0,549147	2476	Sim	GVTT3	0,522217	792	Não
FIIB11	0,322276	326	Não	GWIC11	0,495327	375	Não
FIIP11B	0,356847	690	Não	HAGA3	0,563179	504	Não
FIND11	0,527059	462	Não	HAGA4	0,527840	1652	Não
FJTA3	0,578117	905	Não	HBOR3	0,649220	1479	Não
FJTA4	0,657459	2475	Não	HBTS5	0,582231	997	Não
FLCL3	0,433801	274	Não	HCRI11B	0,498890	761	Não
FLCL5	0,465658	847	Não	HETA4	0,505491	1456	Não
FLMA11	0,549007	1593	Não	HGBS11	0,504422	1068	Não
FLRP11B	0,497194	778	Não	HGJH11	0,496161	555	Não
FLRY3	0,498461	957	Não	HGLG11	0,402239	517	Não
FMOF11	0,619656	581	Não	HGRE11	0,386782	963	Não
FNAM11	0,544570	2268	Não	HGTX3	0,546246	1939	Sim
FNOR11	0,463925	1877	Não	HOOT4	0,632843	1551	Não
FPAB11	0,425560	1150	Não	H RTP3	0,506259	747	Não
FRAS4	0,650615	2233	Não	HTMX11B	0,511593	1123	Não
FRIO3	0,619931	1496	Não	HYPE3	0,620873	1371	Sim
FTRX3	0,543284	416	Não	IDNT3	0,605503	2364	Não
FTRX4	0,467371	1209	Não	IDVL4	0,637873	1439	Não
FVBI11B	0,442666	328	Não	IENG3	0,572322	1328	Não
GAZO4	0,590201	726	Não	IENG5	0,595980	1921	Não
GEPA3	0,522400	391	Não	IGBR3	0,507771	1721	Não
GEPA4	0,540260	611	Não	IGBR5	0,543099	642	Não
GETI3	0,501584	2444	Não	IGTA3	0,597417	1664	Não

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
IGUA5	0,497174	287	Não	LIGT3	0,504741	1898	Sim
IGUA6	0,436652	411	Não	LIPR3	0,573759	1065	Não
ILMD4	0,639028	1320	Não	LIXC3	0,464710	637	Não
IMBI3	0,546861	450	Não	LIXC4	0,532783	1686	Não
IMBI4	0,512117	2054	Não	LLIS3	0,556190	1292	Não
IMCH3	0,632004	656	Não	LLXL3	0,599754	1303	Sim
INEP3	0,505653	1315	Não	LOGN3	0,554046	1573	Não
INEP4	0,534714	2473	Não	LPSB3	0,617140	1696	Não
INET3	0,572731	1720	Não	LREN3	0,573820	2063	Sim
ISUS11	0,443496	398	Não	LUPA3	0,550363	1846	Não
ITEC3	0,543649	988	Não	LUXM4	0,465300	379	Não
ITSA3	0,587786	2063	Não	MAGG3	0,704730	1828	Não
ITSA4	0,521946	2476	Sim	MAGS5	0,530446	1092	Não
ITUB3	0,502568	2328	Não	MAPT4	0,520601	740	Não
ITUB4	0,505540	2476	Sim	MATB11	0,477691	270	Não
JBDU3	0,502953	1692	Não	MAXR11B	0,405222	573	Não
JBDU4	0,552108	2386	Não	MBRF11	0,323352	487	Não
JBSS3	0,512938	1630	Sim	MDIA3	0,584219	1732	Não
JFEN3	0,630216	1920	Não	MEDI3	0,545030	892	Não
JHSF3	0,584135	1620	Não	MEND5	0,534395	688	Não
JRDM11B	0,391910	264	Não	MEND6	0,521857	910	Não
JSLG3	0,508475	876	Não	MGEL4	0,610951	2292	Não
JSRE11	0,555934	357	Não	MGLU3	0,442251	622	Não
KEPL3	0,622327	2109	Não	MILA11	0,587228	526	Não
KLBN3	0,590335	438	Não	MILS3	0,569860	879	Não
KLBN4	0,482723	2476	Sim	MLFT4	0,496094	1905	Não
KNRI11	0,487588	718	Não	MMXM11	0,534469	605	Não
KROT11	0,602067	1318	Não	MMXM3	0,612054	1759	Sim
KROT3	0,556636	1542	Sim	MNDL3	0,505598	1428	Não
KSSA3	0,579753	820	Não	MNDL4	0,586371	1867	Não
LAME3	0,592221	2163	Não	MNPR3	0,636708	1506	Não
LAME4	0,543702	2476	Sim	MNPR4	0,635000	617	Não
LCAM3	0,559368	376	Não	MOAR3	0,639803	604	Não
LCSA3	0,760282	331	Não	MOBI11	0,467529	858	Não
LECO4	0,530189	504	Não	MPLU3	0,551697	925	Não
LETO5	0,469753	345	Não	MRFG3	0,547155	1567	Sim
LEVE3	0,610648	2294	Não	MRSL4	0,583374	1162	Não
LEVE4	0,583723	1621	Não	MRVE3	0,522300	1552	Sim

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
MSHP11	0,390703	615	Não	PMAM3	0,596721	2028	Não
MTIG3	0,471033	398	Não	PMAM4	0,585214	1553	Não
MTIG4	0,602807	1652	Não	PMET6	0,562072	2121	Não
MTSA4	0,514910	956	Não	PNOR5	0,491243	1031	Não
MULT3	0,552066	1548	Não	PNOR6	0,434145	552	Não
MWET4	0,582747	1922	Não	PNVL3	0,532450	1270	Não
MXRF11	0,647797	359	Não	PNVL4	0,560451	481	Não
MYPK3	0,619400	1665	Não	POMO3	0,593681	1644	Não
MYPK4	0,609612	1049	Não	POMO4	0,599254	2476	Não
NATU3	0,497702	2333	Sim	POSI3	0,603197	1701	Não
NETC3	0,401033	334	Não	PQDP11	0,505100	879	Não
NETC4	0,558285	2461	Não	PQUN3	0,539154	714	Não
NSLU11B	0,548058	1427	Não	PQUN4	0,563282	929	Não
NUTR3M	0,451815	411	Não	PRBC4	0,601038	1547	Não
ODPV3	0,580538	1708	Não	PRSV11	0,460533	851	Não
OGXP3	0,603960	1333	Sim	PRTX3	0,568339	424	Não
OIBR3	0,550766	2103	Sim	PRVI3	0,621893	1547	Não
OIBR4	0,456265	2476	Sim	PSSA3	0,547117	2212	Não
ONEF11	0,550611	400	Não	PTBL3	0,585283	1823	Não
OSXB3	0,453804	897	Não	PTBL4	0,592177	503	Não
PABY11	0,495497	340	Não	PTIP3	0,502817	471	Não
PALF3	0,439293	267	Não	PTIP4	0,525456	1046	Não
PAT13	0,525157	253	Não	PTNT4	0,637053	1580	Não
PAT14	0,575462	688	Não	PTPA4	0,507646	515	Não
PCAR4	0,507377	2476	Sim	PTQS4	0,509457	402	Não
PDGR3	0,525035	1672	Sim	QGEP3	0,567694	676	Não
PEAB3	0,515108	384	Não	QUAL3	0,388367	581	Não
PEAB4	0,538954	609	Não	RADL3	0,678325	1624	Não
PEFX3	0,658809	352	Não	RANI3	0,590930	847	Não
PEFX5	0,638207	867	Não	RANI4	0,549134	253	Não
PETR3	0,505046	2476	Sim	RAPT3	0,666816	1351	Não
PETR4	0,496734	2476	Sim	RAPT4	0,598821	2476	Não
PFRM3	0,614981	1681	Não	RBAG11	0,515421	329	Não
PIBB11	0,529946	2292	Não	RBGS11	0,367737	493	Não
PINE4	0,623555	1628	Não	RBPD11	0,365908	264	Não
PLAS3	0,683177	2430	Não	RBPR11	0,565279	644	Não
PLDN4	0,644603	441	Não	RBRD11	0,341978	558	Não
PLTO6	0,509881	595	Não	RCSL3	0,601328	747	Não

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
RCSL4	0,581022	2144	Não	SDIA4	0,475157	1459	Não
RDCD3	0,450735	1303	Não	SEBB11	0,692211	750	Não
RDES11	0,474835	374	Não	SFSA4	0,539334	1562	Não
RDNI3	0,573173	1661	Não	SGAS3	0,510831	513	Não
RDTR3	0,459219	547	Não	SGAS4	0,499517	1337	Não
REDE3	0,590512	915	Não	SGEN4	0,433595	1078	Não
REDE4	0,598155	1193	Não	SGPS3	0,612010	1452	Não
REEM4	0,556404	289	Não	SHOW3	0,623686	633	Não
RENT3	0,562486	2089	Sim	SHPH11	0,602265	1221	Não
RHDS3	0,575298	2306	Não	SHUL4	0,674639	1728	Não
RIPI3	0,672152	756	Não	SJOS4	0,447401	652	Não
RIPI4	0,588782	1044	Não	SLCE3	0,503550	1577	Não
RJCP3	0,442750	502	Não	SLED4	0,574803	2297	Não
RNAR3	0,587002	2131	Não	SMAL11	0,612152	1097	Não
RNEW11	0,530248	784	Não	SMT03	0,486206	1661	Não
RNGO11	0,335285	315	Não	SNSY5	0,480100	1824	Não
ROMI3	0,621254	2016	Não	SOND5	0,512615	596	Não
ROMI4	0,502582	737	Não	SOND6	0,529497	466	Não
RPAD3	0,462973	676	Não	SPRI3	0,510718	881	Não
RPAD5	0,474296	711	Não	SPRI5	0,455918	554	Não
RPAD6	0,449944	779	Não	SPRI6	0,448138	265	Não
RPMG3	0,497189	1593	Não	SSBR3	0,368896	680	Não
RPMG4	0,502015	1595	Não	STBP11	0,632494	1448	Não
RPSA4	0,468757	662	Não	STBR11	0,406560	279	Não
RSID3	0,566921	2212	Sim	STRP4	0,554209	1524	Não
RSIP3	0,521314	1306	Não	SULA11	0,583403	1499	Não
RSIP4	0,558563	1796	Não	SULT3	0,557422	271	Não
SALM4	0,566282	352	Não	SULT4	0,526724	1739	Não
SANB11	0,494279	1005	Sim	SUZB5	0,531382	2457	Sim
SANB3	0,502106	1368	Não	SZPQ4	0,583914	1506	Não
SANB4	0,556914	1954	Não	TAEE11	0,522759	1503	Não
SAPR4	0,538726	2417	Não	TAMM3	0,494646	505	Não
SASG3	0,574318	407	Não	TAMM4	0,638410	1831	Não
SBSP3	0,498022	2476	Sim	TBLE3	0,483653	2476	Não
SCAR3	0,493436	1979	Não	TBLE6	0,528626	427	Não
SCAR4	0,443595	403	Não	TCNO3	0,607653	1255	Não
SCLO4	0,494043	1210	Não	TCNO4	0,629698	1297	Não
SDIA3	0,471595	1031	Não	TCOC3	0,621570	599	Não

Continua

Continuação

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
TCOC4	0,415291	601	Não	TNLP3	0,474187	2088	Não
TCSA3	0,594124	1668	Não	TNLP4	0,468329	2088	Não
TCSL4	0,504895	1919	Não	TOTS3	0,589253	1889	Não
TDBH3	0,488657	705	Não	TOYB3	0,533604	1983	Não
TDBH4	0,500413	705	Não	TOYB4	0,465152	2296	Não
TECN3	0,547198	579	Não	TPIS3	0,595836	1544	Não
TEKA3	0,471373	755	Não	TPRC3	0,323664	304	Não
TEKA4	0,534829	2030	Não	TPRC6	0,438719	416	Não
TELB3	0,495318	2224	Não	TRFO3	0,448515	358	Não
TELB4	0,499332	2475	Não	TRFO4	0,502438	1119	Não
TEMP3	0,486014	1391	Não	TRIS3	0,610762	1463	Não
TEND3	0,640210	569	Não	TRNT11B	0,477865	608	Não
TENE5	0,464513	315	Não	TROR4	0,518693	454	Não
TERI3	0,545864	1552	Não	TRPL3	0,515694	1273	Não
TGMA3	0,614370	1565	Não	TRPL4	0,449427	2476	Sim
THRA11B	0,506141	408	Não	TRPN3	0,663460	983	Não
TIBR5	0,560705	1455	Não	TRXL11	0,479563	791	Não
TIBR6	0,562593	874	Não	TSEP3	0,535593	592	Não
TIMP3	0,450625	2476	Sim	TSEP4	0,568333	594	Não
TKNO4	0,519008	736	Não	TUPY3	0,565827	1774	Não
TLCP3	0,585576	505	Não	TUPY4	0,534108	332	Não
TLCP4	0,626137	601	Não	TVIT3	0,457462	305	Não
TMAR3	0,485233	1244	Não	TXRX4	0,466324	1244	Não
TMAR5	0,489604	2088	Não	UBBR11	0,477770	1340	Não
TMAR6	0,538705	542	Não	UBBR3	0,506428	1271	Não
TMCP3	0,420742	1261	Não	UBBR4	0,522229	1323	Não
TMCP4	0,453055	1448	Não	UCAS3	0,459846	373	Não
TMGC13	0,591245	416	Não	UCOP4	0,673221	563	Não
TMGC3	0,570595	381	Não	UGPA3	0,525147	2475	Sim
TNCP3	0,442500	1111	Não	UGPA4	0,545721	1928	Não
TNCP4	0,591373	1328	Não	UNIP3	0,596253	1968	Não
UNIP5	0,474063	667	Não	VAGV4	0,476075	1497	Não
UNIP6	0,609913	2476	Não	VALE3	0,482690	2476	Sim
UOLL4	0,507180	1500	Não	VALE5	0,484837	2476	Sim
USIM3	0,565276	2429	Sim	VCPA4	0,501500	1431	Não
USIM5	0,531460	2476	Sim	VGOR4	0,512359	806	Não
UTIP11	0,486759	264	Não	VIGR3	0,448252	309	Não
VAGR3	0,605182	1714	Sim	VINE5	0,427504	442	Não

Continua

Conclusão

Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA	Cód. do Ativo	Exp. de Hurst	Núm. dias úteis	Part. no IBOVESPA
VIVO3	0,567702	1826	Não	VVAR3	0,659290	903	Não
VIVO4	0,546352	1880	Não	VVAX11	0,335520	350	Não
VIVR3	0,565444	1583	Não	WEGE3	0,524915	2476	Não
VIVT3	0,506208	2476	Não	WEGE4	0,484888	890	Não
VIVT4	0,438583	2476	Sim	WHRL3	0,524915	1137	Não
VLID3	0,583393	1856	Não	WHRL4	0,604407	1986	Não
VLOL11	0,409418	299	Não	WISA3	0,442980	336	Não
VPSC4	0,508898	426	Não	WISA4	0,533402	1149	Não
VPTA4	0,457422	490	Não	WPLZ11B	0,467262	1081	Não
VRTA11	0,418037	453	Não	XPGA11	0,582215	468	Não
VULC3	0,632507	700	Não				

Nota: *Part. no IBOVESPA*: indica se a ação participava no índice Bovespa no terceiro quadrimestre de 2013.

Apêndice D - REQM por ativo

Tabela 7.2 - REQM por ativo para previsão de 1 dia útil

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
ABCB4	0,076555	0,076742	0,076251	0,076497	0,076656	0,076973
ABCP11	0,056125	0,054455	0,056022	0,053421	0,054278	0,055262
ABRE11	0,174583	0,172143	0,170624	0,172760	0,172692	0,175057
ABYA3	0,092041	0,092173	0,093117	0,092284	0,092195	0,092833
ACES3	0,162671	0,162859	0,163630	0,164537	0,163665	0,163303
ACES4	0,101372	0,101372	0,100539	0,100300	0,100867	0,101742
ACGU3	0,085926	0,085437	0,084608	0,084739	0,085179	0,085875
AEDU11	0,068604	0,068683	0,068947	0,069078	0,068868	0,068999
AEDU3	0,063036	0,062891	0,062729	0,062762	0,062323	0,062518
AEFI11	0,152182	0,152087	0,152468	0,153321	0,152515	0,152990
AELP3	0,073806	0,073512	0,073754	0,072665	0,073827	0,074193
AFLU3	0,176098	0,171228	0,173543	0,175068	0,173971	0,173757
AGIN3	0,026739	0,026649	0,026649	0,027276	0,027009	0,026739
AGRO3	0,062278	0,061952	0,062297	0,062259	0,061895	0,061721
ALBA3	0,072687	0,072457	0,071880	0,071822	0,071298	0,070946
ALLL11	0,080383	0,080217	0,080398	0,080066	0,080533	0,079339
ALLL3	0,066667	0,066971	0,067518	0,066231	0,066408	0,066936
ALLL4	0,085452	0,085599	0,085439	0,085800	0,084157	0,084658
ALMI11B	0,145024	0,146169	0,143864	0,145245	0,142039	0,143641
ALPA3	0,061858	0,061802	0,062361	0,062082	0,062786	0,062639
ALPA4	0,072602	0,072564	0,073011	0,072335	0,072268	0,072144
ALSC3	0,152889	0,152830	0,152842	0,151752	0,152526	0,150582
AMAR3	0,110662	0,110682	0,111387	0,110591	0,110753	0,110793
AMBV3	0,060531	0,060810	0,060966	0,060932	0,061154	0,060709
AMBV4	0,072848	0,073033	0,072857	0,072617	0,072292	0,073134
AMIL3	0,077507	0,078167	0,077507	0,077853	0,077743	0,077838
ARCE3	0,114225	0,116486	0,116929	0,116652	0,115930	0,116004
ARCZ3	0,593012	0,593279	0,593484	0,591672	0,593578	0,592415
ARCZ6	0,425271	0,424471	0,427486	0,430227	0,425174	0,418402
ARLA4	0,110532	0,109386	0,104507	0,110807	0,111978	0,109822
ARZZ3	0,182783	0,181108	0,183117	0,182810	0,183117	0,182302
ASTA4	0,195341	0,192255	0,193813	0,193486	0,196553	0,195859
AUTM3	0,190497	0,187698	0,192303	0,190291	0,186742	0,191716
AVIL3	0,101409	0,101213	0,101419	0,101536	0,100879	0,101497
AZEV4	0,074536	0,073786	0,076739	0,074386	0,074759	0,073862
BAHI3	0,032540	0,032237	0,032161	0,031311	0,032084	0,031854
BAHI4	0,280561	0,283146	0,279272	0,280026	0,281323	0,278414
BAUH4	0,077821	0,078472	0,076983	0,078629	0,078651	0,078091
BAZA3	0,041581	0,039850	0,038581	0,039484	0,039153	0,039445

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
BBAS3	0,074139	0,074085	0,074248	0,074130	0,074094	0,074655
BBDC3	0,095060	0,095145	0,094783	0,095251	0,095038	0,095222
BBDC4	0,073263	0,073739	0,073070	0,073171	0,072719	0,073711
BBFI11B	0,030250	0,030483	0,029748	0,030396	0,030308	0,030103
BBRC11	0,165892	0,165322	0,165443	0,166459	0,166270	0,166132
BBRK3	0,050866	0,051331	0,051177	0,050932	0,051287	0,050575
BBVJ11	0,079656	0,080031	0,079844	0,080561	0,080281	0,081025
BCFF11B	0,100626	0,098190	0,098372	0,098873	0,099099	0,097640
BDLL4	0,126108	0,127291	0,126866	0,126349	0,126506	0,127537
BEEF3	0,103418	0,103522	0,102908	0,104399	0,103667	0,103563
BEES3	0,051023	0,051554	0,051039	0,052001	0,050600	0,051281
BEES4	0,071983	0,071625	0,071721	0,072006	0,072078	0,072315
BEMA3	0,088201	0,087284	0,088702	0,087885	0,088224	0,088341
BESP3	0,197600	0,195638	0,200186	0,199900	0,198379	0,197006
BESP4	0,134257	0,134766	0,134396	0,134519	0,133870	0,134210
BFIT3	0,147775	0,148380	0,146856	0,148829	0,148338	0,148001
BGIP4	0,101998	0,101293	0,101424	0,102219	0,102249	0,101303
BHGR3	0,023221	0,023536	0,023326	0,023274	0,023274	0,023274
BICB3	0,103302	0,102929	0,104480	0,102418	0,103640	0,103099
BICB4	0,079474	0,078552	0,078965	0,078808	0,078936	0,078879
BIOM4	0,070204	0,070502	0,070024	0,070294	0,069573	0,069844
BISA3	0,110288	0,110480	0,110210	0,110845	0,110957	0,110035
BMEB3	0,081275	0,082639	0,083081	0,083056	0,083056	0,083130
BMEB4	0,052938	0,052235	0,054002	0,053295	0,053556	0,053463
BMIN4	0,045783	0,046821	0,045895	0,045694	0,046006	0,045582
BMKS3	0,054562	0,055106	0,054140	0,054981	0,054605	0,054688
BMLC11B	0,123741	0,123072	0,122811	0,124148	0,123667	0,123964
BMTO3	0,070000	0,069960	0,069282	0,069482	0,070159	0,069242
BMTO4	0,047822	0,046559	0,046667	0,046811	0,046667	0,046918
BNBR3	0,092686	0,090851	0,094073	0,090879	0,094704	0,089645
BNBR4	0,073414	0,074228	0,073943	0,073767	0,074052	0,074206
BNCA3	0,048620	0,048431	0,048431	0,048840	0,049183	0,048965
BOBR4	0,131861	0,133703	0,132022	0,132282	0,133834	0,132195
BOVA11	0,123624	0,123212	0,123813	0,123780	0,123357	0,123458
BPHA3	0,126674	0,124997	0,127379	0,128935	0,129070	0,126331
BPNM4	0,040945	0,040723	0,040917	0,040668	0,040751	0,040584
BRAP3	0,101374	0,100921	0,102602	0,101594	0,101306	0,101860
BRAP4	0,077867	0,077962	0,077225	0,078022	0,078203	0,077884
BRAX11	0,123486	0,123635	0,124041	0,123635	0,123228	0,123486
BRFS3	0,087718	0,087933	0,088452	0,087818	0,087894	0,088284

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
BRGE11	0,187266	0,186768	0,187004	0,184710	0,186558	0,187319
BRGE12	0,241884	0,242344	0,241187	0,241605	0,241187	0,243187
BRGE3	0,185958	0,184152	0,186722	0,185092	0,183842	0,183997
BRIN3	0,122640	0,122198	0,122106	0,122860	0,122566	0,122143
BRIV3	0,147645	0,149731	0,145233	0,143997	0,146059	0,146467
BRIV4	0,132024	0,131610	0,133328	0,130831	0,131225	0,130406
BRKM3	0,128295	0,128997	0,128745	0,130287	0,128628	0,128794
BRKM5	0,102230	0,102104	0,101860	0,101748	0,102709	0,101728
BRKM6	0,243427	0,246771	0,244069	0,246207	0,244878	0,245246
BRML3	0,065192	0,065443	0,065740	0,065286	0,065035	0,064830
BRPR3	0,163568	0,165162	0,164851	0,165770	0,166718	0,165571
BRSR3	0,108323	0,108342	0,108286	0,108342	0,108713	0,107913
BRSR5	0,013387	0,013387	0,013387	0,013387	0,013387	0,013387
BRSR6	0,106711	0,106896	0,107131	0,106988	0,106197	0,106115
B RTP3	0,084564	0,083293	0,085622	0,083360	0,083746	0,084485
B RTP4	0,259182	0,260828	0,258233	0,258685	0,258349	0,258216
BSCT6	0,151468	0,150660	0,151199	0,150851	0,151184	0,151500
BTOW3	0,118863	0,118262	0,118877	0,118056	0,118765	0,119291
BTTL3	0,066050	0,065939	0,066050	0,065157	0,065157	0,065689
BTTL4	0,074611	0,074705	0,075205	0,074971	0,074280	0,075251
BVMF3	0,075461	0,075185	0,075837	0,075168	0,075134	0,076280
CAFE4	0,112818	0,111141	0,113391	0,112565	0,114968	0,110369
CAMB4	0,064542	0,063342	0,063849	0,063076	0,063076	0,064041
CARD3	0,099883	0,100760	0,099883	0,099883	0,100385	0,100796
CBEE3	0,135887	0,136504	0,135774	0,135880	0,136572	0,136883
CBMA3	0,149734	0,149894	0,150390	0,150337	0,151218	0,151254
CBMA4	0,058593	0,059367	0,057661	0,058593	0,059777	0,059170
CCHI3	0,095410	0,095752	0,095877	0,095752	0,094977	0,096574
CCHI4	0,096599	0,096803	0,096774	0,096337	0,096279	0,096919
CCIM3	0,097775	0,097727	0,097751	0,098411	0,098016	0,098100
CCPR3	0,083414	0,083624	0,083245	0,083217	0,083428	0,083498
CCRO3	0,074664	0,074781	0,075203	0,074754	0,075203	0,074763
CCXC3	0,292807	0,296553	0,297093	0,294429	0,295565	0,300141
CEBR3	0,092662	0,093342	0,091664	0,091727	0,092848	0,092600
CEBR5	0,079609	0,080313	0,080043	0,080313	0,080124	0,079989
CEBR6	0,136835	0,137664	0,137067	0,135864	0,135520	0,136152
CEDO4	0,119038	0,118542	0,114361	0,117851	0,117518	0,120049
CEEB3	0,071969	0,071021	0,071150	0,072070	0,071175	0,071124
CELP5	0,239970	0,238832	0,240832	0,232029	0,237483	0,240139
CELP7	0,251645	0,256694	0,250590	0,249892	0,247858	0,250060

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
CEPE5	0,393996	0,392446	0,396972	0,387621	0,392815	0,389403
CESP3	0,075757	0,075631	0,075795	0,075862	0,075747	0,076475
CESP5	0,097769	0,097943	0,098733	0,097895	0,097672	0,098136
CESP6	0,078057	0,078259	0,077974	0,077867	0,078910	0,078922
CGAS3	0,053344	0,053245	0,053196	0,053344	0,053122	0,052925
CGAS5	0,090296	0,090170	0,090065	0,090942	0,089503	0,089728
CGRA3	0,039703	0,039751	0,039655	0,039559	0,039799	0,039703
CGRA4	0,051172	0,050707	0,050199	0,050331	0,050256	0,050538
CHAP3	0,064745	0,064979	0,065134	0,065056	0,064745	0,065443
CHAP4	0,116871	0,110454	0,114481	0,113449	0,111197	0,114840
CIEL3	0,087518	0,087394	0,088240	0,087959	0,087483	0,087146
CIQU4	0,133181	0,133621	0,133374	0,130636	0,133163	0,133550
CLSC3	0,278448	0,282174	0,278428	0,275661	0,279424	0,278109
CLSC4	0,094619	0,094918	0,096728	0,094569	0,094612	0,095046
CMET4	0,165387	0,166627	0,164869	0,166852	0,166483	0,163795
CMGR3	0,101786	0,100355	0,100431	0,101211	0,101261	0,100960
CMGR4	0,086552	0,084866	0,085781	0,085714	0,085916	0,085240
CMIG3	0,106870	0,106473	0,106150	0,105909	0,106403	0,105654
CMIG4	0,119538	0,120798	0,120770	0,120508	0,120581	0,119847
CNES11B	0,153257	0,152611	0,153196	0,149670	0,152429	0,151535
CNFB4	0,137457	0,137330	0,138012	0,137772	0,137175	0,137204
COCE3	0,071591	0,071458	0,071857	0,071838	0,071914	0,071420
COCE5	0,075468	0,075949	0,075593	0,075379	0,075664	0,075450
CPFE3	0,084248	0,084055	0,084696	0,084459	0,084046	0,084160
CPLE3	0,081184	0,081707	0,081613	0,080865	0,081037	0,082005
CPLE6	0,096395	0,096437	0,097602	0,097188	0,096402	0,096186
CPNY3	0,228316	0,226800	0,228941	0,229650	0,225635	0,229424
CPSL3	0,081822	0,081864	0,082256	0,082071	0,081760	0,082339
CRDE3	0,109991	0,108930	0,109758	0,109213	0,110185	0,109027
CREM3	0,022107	0,022107	0,022014	0,022014	0,021967	0,021967
CRIV3	0,099185	0,098825	0,099012	0,099758	0,098940	0,099228
CRIV4	0,089443	0,090741	0,090029	0,091095	0,090278	0,090934
C RTP3	0,169377	0,170570	0,169654	0,170400	0,170719	0,170421
C RTP5	0,243558	0,243320	0,244520	0,245433	0,243331	0,246859
CRUZ3	0,099541	0,099764	0,099892	0,099399	0,099609	0,101158
CSAB3	0,051132	0,050777	0,049088	0,050420	0,050420	0,050180
CSAB4	0,115109	0,116233	0,114976	0,117347	0,117086	0,116475
CSAN3	0,064598	0,063899	0,064044	0,065107	0,064111	0,064097
CSMG3	0,085767	0,085553	0,086224	0,086819	0,085574	0,085798
CSMO11	0,098137	0,098218	0,098117	0,097915	0,097955	0,098400

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
CSNA3	0,094213	0,093518	0,093884	0,092919	0,093309	0,094221
CSPC3	0,136596	0,139336	0,138678	0,140470	0,135611	0,138590
CSPC4	0,128989	0,135822	0,136765	0,128878	0,135084	0,126416
CSRN3	0,179821	0,182130	0,181679	0,181541	0,182130	0,180970
CSTB4	0,250775	0,248284	0,250473	0,245967	0,247819	0,250775
CTAX3	0,164930	0,163204	0,166121	0,164882	0,166977	0,165983
CTAX4	0,155421	0,155352	0,155921	0,156831	0,155767	0,155905
CTIP3	0,144287	0,144983	0,145526	0,144101	0,144054	0,145157
CTKA4	0,177588	0,176235	0,176528	0,177026	0,175534	0,178643
CTNM3	0,140590	0,142101	0,142750	0,144121	0,141523	0,142293
CTNM4	0,178819	0,178654	0,180466	0,180707	0,179003	0,179500
CTPC3	0,052906	0,052950	0,053214	0,052729	0,053346	0,053346
CTSA3	0,044621	0,044045	0,044317	0,044621	0,044418	0,044215
CTSA4	0,030183	0,030006	0,030242	0,029947	0,030124	0,030183
CXCE11B	0,105806	0,104110	0,104436	0,104029	0,104232	0,102428
CXTL11	0,165767	0,165799	0,164866	0,168188	0,165895	0,162625
CYRE3	0,074107	0,073267	0,073854	0,073200	0,073022	0,073832
CZRS4	0,238439	0,236421	0,235018	0,237717	0,240799	0,240325
DASA3	0,098460	0,098291	0,097823	0,098253	0,097367	0,099183
DAYC4	0,069001	0,068256	0,069094	0,068878	0,068271	0,068115
DHBI4	0,055277	0,055528	0,055827	0,053697	0,052810	0,055827
DIRR3	0,129140	0,129032	0,129355	0,130371	0,129422	0,129261
DIVO11	0,187249	0,187249	0,187393	0,185690	0,186336	0,186979
DOHL4	0,064532	0,063821	0,064426	0,063534	0,063354	0,063713
DPPI3	0,044574	0,044278	0,047711	0,045015	0,043980	0,045306
DPPI4	0,146731	0,146489	0,146106	0,146017	0,146004	0,146144
DSUL3	0,527235	0,529117	0,528597	0,527257	0,526958	0,531185
DTCY3	0,022667	0,022422	0,022606	0,021924	0,022175	0,022237
DTEX3	0,057659	0,057754	0,057544	0,057428	0,057964	0,057735
DUQE4	0,118051	0,118119	0,119164	0,118558	0,119900	0,120996
DURA3	0,176721	0,177166	0,177354	0,176721	0,177269	0,176189
DURA4	0,305074	0,304833	0,304532	0,303267	0,302205	0,303125
DXTG4	0,046175	0,046305	0,046272	0,046110	0,046337	0,046175
EALT4	0,041894	0,040178	0,040102	0,040356	0,039744	0,040051
EBCO4	0,241256	0,241534	0,241745	0,240038	0,242068	0,238420
EBTP3	0,077961	0,078395	0,077482	0,078189	0,077983	0,077547
EBTP4	0,065391	0,066444	0,066004	0,064944	0,065572	0,065920
ECOO11	0,239628	0,240628	0,233557	0,239362	0,243464	0,236747
ECOR3	0,139649	0,139689	0,140238	0,140158	0,140024	0,140024
ECPR4	0,089474	0,089350	0,089318	0,089505	0,089225	0,089318

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
EDFO11B	0,102817	0,105145	0,102740	0,104957	0,104464	0,103164
EDGA11B	0,181593	0,181035	0,182313	0,187274	0,188162	0,183971
EEEL3	0,022361	0,022361	0,022361	0,022093	0,022493	0,022625
EEEL4	0,053142	0,052792	0,053489	0,052968	0,053055	0,053662
EKTR4	0,117168	0,116714	0,116798	0,116612	0,116562	0,116562
ELEK3	0,089851	0,096187	0,091332	0,089624	0,092833	0,094267
ELEK4	0,088014	0,089346	0,088650	0,088715	0,089748	0,089394
ELET3	0,075444	0,074799	0,075489	0,075149	0,075693	0,075050
ELET6	0,138872	0,140375	0,139553	0,140006	0,138469	0,138702
ELEV3	0,094966	0,094537	0,094498	0,093674	0,094400	0,094771
ELPL3	0,139576	0,141727	0,137796	0,138064	0,139709	0,135492
ELPL4	0,101021	0,101356	0,100291	0,099310	0,101365	0,101338
ELPL5	0,116853	0,112272	0,112071	0,113988	0,114620	0,113482
EMAE4	0,081477	0,081635	0,082169	0,082143	0,081968	0,081784
EMBR3	0,113414	0,113905	0,114265	0,113295	0,113905	0,113840
EMBR4	0,150600	0,151419	0,150652	0,149966	0,150840	0,149397
ENBR3	0,100559	0,099569	0,100357	0,098947	0,099536	0,100639
ENGI11	0,186493	0,186450	0,187241	0,190585	0,187843	0,189921
ENGI3	0,031496	0,030594	0,031559	0,031369	0,031686	0,031241
ENGI4	0,159721	0,162135	0,158598	0,159156	0,160836	0,161553
ENMA3B	0,004754	0,004754	0,004948	0,004754	0,004754	0,004948
EQTL11	0,152369	0,154351	0,158498	0,156222	0,154132	0,154941
EQTL3	0,114398	0,114977	0,115135	0,114472	0,114851	0,115721
ESTC3	0,053452	0,053357	0,052756	0,053237	0,054163	0,053237
ESTR4	0,053537	0,052650	0,052708	0,052737	0,052650	0,053253
ETER3	0,045588	0,045425	0,045484	0,045217	0,045246	0,045336
ETER4	0,280845	0,281390	0,287612	0,284937	0,284320	0,284826
EUCA4	0,045185	0,045116	0,045185	0,045323	0,045506	0,045023
EURO11	0,119913	0,119867	0,121521	0,120674	0,120081	0,120142
EVEN3	0,090058	0,089591	0,090601	0,090375	0,090149	0,090364
EZTC3	0,065062	0,065919	0,065013	0,065078	0,065371	0,065013
FAED11B	0,134265	0,134366	0,135172	0,133877	0,135189	0,134215
FAMB11B	0,048501	0,048720	0,048866	0,048848	0,049265	0,048427
FBMC4	0,129933	0,130923	0,130312	0,130690	0,131281	0,132474
FBRA4	0,183280	0,181541	0,181866	0,179321	0,181615	0,181777
FCAP4	0,069522	0,070626	0,070119	0,069779	0,070626	0,069351
FCFL11B	0,120245	0,120666	0,120746	0,119480	0,120626	0,120245
FESA4	0,135657	0,134038	0,134406	0,134772	0,134581	0,134295
FEXC11B	0,020733	0,020624	0,020403	0,020733	0,020292	0,020514
FFCI11	0,010266	0,010156	0,010266	0,010045	0,010266	0,009819

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
FFTL4	0,072962	0,073312	0,073760	0,073615	0,073939	0,074229
FGUI4	0,046405	0,046588	0,046771	0,046649	0,046953	0,046710
FHER3	0,065275	0,065038	0,065620	0,065463	0,065180	0,065526
FIBR3	0,106213	0,107241	0,106624	0,106568	0,106467	0,106908
FIIB11	0,138321	0,137803	0,136165	0,137988	0,136688	0,137581
FIIP11B	0,040587	0,040884	0,040766	0,040647	0,040884	0,040528
FIND11	0,136898	0,138595	0,136872	0,135206	0,136740	0,136608
FJTA3	0,051592	0,050439	0,050657	0,051664	0,052265	0,051735
FJTA4	0,097264	0,097188	0,097091	0,097644	0,097665	0,097285
FLCL3	0,047084	0,047593	0,047084	0,046310	0,045655	0,047084
FLCL5	0,105291	0,106936	0,104825	0,106366	0,105440	0,105236
FLMA11	0,044463	0,044085	0,043847	0,044557	0,044675	0,044416
FLRP11B	0,119382	0,117978	0,117361	0,116300	0,117760	0,118628
FLRY3	0,125623	0,124986	0,124513	0,124708	0,124638	0,125028
FMOF11	0,218331	0,219779	0,218763	0,220013	0,220324	0,222210
FNAM11	0,063846	0,063106	0,061288	0,062557	0,060419	0,063048
FNOR11	0,079860	0,079348	0,079348	0,079359	0,080027	0,080435
FPAB11	0,124213	0,124108	0,124784	0,125363	0,126365	0,124528
FRAS4	0,099334	0,099791	0,099611	0,099551	0,099356	0,100669
FRIO3	0,058508	0,059170	0,059227	0,059358	0,058906	0,059208
FTRX3	0,116790	0,118659	0,117779	0,117779	0,117371	0,116276
FTRX4	0,040690	0,040041	0,039903	0,040179	0,040418	0,040656
FVBI11B	0,204371	0,203008	0,202734	0,202485	0,202609	0,200731
GAZO4	0,038966	0,038552	0,038789	0,038789	0,038789	0,039142
GEPA3	0,338128	0,339404	0,332836	0,334183	0,335549	0,335865
GEPA4	0,091723	0,092607	0,092136	0,092637	0,093221	0,091782
GETI3	0,082229	0,081697	0,081522	0,081755	0,081505	0,083037
GETI4	0,051828	0,050621	0,051519	0,050758	0,050854	0,050731
GFSA3	0,109672	0,110182	0,109792	0,110729	0,109816	0,109377
GGBR3	0,111670	0,111553	0,111205	0,111627	0,110525	0,112183
GGBR4	0,095166	0,095842	0,095603	0,095215	0,095116	0,096381
GLOB4	0,078430	0,077595	0,078484	0,078697	0,079573	0,078242
GOAU3	0,089524	0,088698	0,088591	0,090076	0,088550	0,088583
GOAU4	0,094121	0,093280	0,093388	0,092984	0,093719	0,093626
GOLL4	0,116193	0,117382	0,116378	0,117633	0,116069	0,116520
GOVE11	0,222771	0,222922	0,222704	0,220921	0,222788	0,222771
GPCP3	0,068192	0,068262	0,067402	0,068136	0,067459	0,069014
GRND3	0,093765	0,092770	0,092931	0,093525	0,092907	0,093020
GSHP3	0,069530	0,069436	0,069137	0,069342	0,070045	0,068916
GUAR3	0,072235	0,071572	0,072678	0,071770	0,071482	0,071402

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
GUAR4	0,083073	0,081997	0,083480	0,082874	0,082108	0,083447
GVT3	0,074529	0,074388	0,074360	0,074445	0,074698	0,074275
GWIC11	0,121386	0,118022	0,125084	0,124375	0,121859	0,120287
HAGA3	0,072909	0,072684	0,073225	0,072184	0,073090	0,073538
HAGA4	0,029512	0,029030	0,028821	0,029307	0,029099	0,028926
HBOR3	0,082922	0,082800	0,082759	0,083315	0,083248	0,083531
HBTS5	0,038514	0,038166	0,038644	0,037550	0,038384	0,038773
HCRI11B	0,075403	0,075374	0,075142	0,075374	0,075084	0,074734
HETA4	0,059267	0,059786	0,059690	0,060735	0,060015	0,059748
HGBS11	0,091475	0,091048	0,090962	0,090877	0,090619	0,090860
HGJH11	0,100478	0,100418	0,100179	0,100775	0,100894	0,100150
HGLG11	0,153715	0,154152	0,153610	0,155436	0,153881	0,153965
HGRE11	0,114985	0,114698	0,113165	0,113729	0,115225	0,113972
HGTX3	0,036468	0,037052	0,036959	0,036703	0,036538	0,036350
HOOT4	0,036061	0,035582	0,035522	0,035127	0,036299	0,035005
H RTP3	0,179320	0,177276	0,176937	0,178126	0,175992	0,178500
HTMX11B	0,144072	0,145812	0,143989	0,144185	0,143566	0,143897
HYPE3	0,104371	0,103460	0,103213	0,103823	0,103600	0,103048
IDNT3	0,100337	0,100772	0,100239	0,100890	0,100667	0,100939
IDVL4	0,083555	0,083915	0,084861	0,083707	0,084916	0,084765
IENG3	0,024628	0,024830	0,024678	0,024881	0,025181	0,025280
IENG5	0,093433	0,091720	0,093163	0,091691	0,093117	0,092613
IGBR3	0,056664	0,056390	0,056715	0,056767	0,056510	0,056596
IGBR5	0,093852	0,092937	0,093327	0,094183	0,092462	0,093271
IGTA3	0,091553	0,091924	0,091989	0,091750	0,092293	0,091258
IGUA5	0,192174	0,193099	0,191755	0,191695	0,191425	0,191455
IGUA6	0,102470	0,101679	0,101798	0,102745	0,099393	0,099272
ILMD4	0,159537	0,156646	0,161410	0,158210	0,156976	0,156186
IMBI3	0,083931	0,085158	0,083799	0,083577	0,083710	0,084108
IMBI4	0,043935	0,043658	0,043787	0,044503	0,043528	0,043658
IMCH3	0,244897	0,242292	0,245911	0,245911	0,245229	0,246581
INEP3	0,092010	0,092202	0,092092	0,091734	0,092189	0,091955
INEP4	0,071967	0,071939	0,071554	0,071930	0,071864	0,071629
INET3	0,086053	0,084839	0,084289	0,091764	0,090219	0,089929
ISUS11	0,058381	0,058452	0,058095	0,058310	0,058452	0,058023
ITEC3	0,144262	0,143888	0,144553	0,144995	0,143419	0,143618
ITSA3	0,079131	0,078711	0,078207	0,077668	0,078186	0,077834
ITSA4	0,075221	0,074610	0,074357	0,074303	0,074682	0,076004
ITUB3	0,081685	0,082556	0,082668	0,082026	0,082017	0,081921
ITUB4	0,074103	0,074303	0,074293	0,074348	0,074157	0,074185

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
JBDU3	0,180921	0,181816	0,185349	0,180567	0,187162	0,182162
JBDU4	0,160485	0,155800	0,162535	0,156239	0,159219	0,160625
JBSS3	0,087056	0,087886	0,087478	0,088350	0,087560	0,088095
JFEN3	0,060035	0,059293	0,058556	0,060093	0,059175	0,061294
JHSF3	0,064406	0,063667	0,063667	0,064486	0,063667	0,063764
JRDM11B	0,252413	0,252883	0,253155	0,253180	0,253550	0,252710
JSLG3	0,143794	0,143794	0,144401	0,143291	0,143530	0,143821
JSRE11	0,166082	0,169613	0,167608	0,167000	0,168270	0,169804
KEPL3	0,035528	0,036058	0,035573	0,035283	0,035372	0,035148
KLBN3	0,074009	0,073906	0,073495	0,073598	0,072457	0,073701
KLBN4	0,093338	0,093172	0,093302	0,093784	0,093056	0,092578
KNRI11	0,159295	0,162347	0,162033	0,161604	0,160353	0,159904
KROT11	0,082588	0,082893	0,083515	0,083091	0,082725	0,083515
KROT3	0,083898	0,083962	0,083937	0,083291	0,084155	0,083795
KSSA3	0,100588	0,099327	0,100244	0,099593	0,098029	0,098752
LAME3	0,080971	0,080866	0,080790	0,080580	0,080685	0,080398
LAME4	0,071024	0,069521	0,069907	0,069830	0,069974	0,070644
LCAM3	0,220859	0,221319	0,220217	0,220498	0,218584	0,217833
LCSA3	0,168404	0,167809	0,169381	0,170763	0,169086	0,169056
LECO4	0,081878	0,080296	0,082478	0,083980	0,084682	0,082198
LETO5	0,057429	0,058095	0,056670	0,056330	0,057679	0,057429
LEVE3	0,082917	0,083135	0,083960	0,083170	0,083004	0,083196
LEVE4	0,147421	0,147352	0,146513	0,146975	0,146597	0,147198
LIGT3	0,078740	0,078807	0,078506	0,078550	0,078383	0,079373
LIPR3	0,061186	0,060441	0,058577	0,060673	0,058657	0,060673
LIXC3	0,092787	0,090686	0,091686	0,090456	0,091030	0,092054
LIXC4	0,129410	0,129365	0,129548	0,127029	0,129433	0,128429
LLIS3	0,085795	0,084600	0,085223	0,085071	0,085359	0,085011
LLXL3	0,098842	0,097671	0,096909	0,098946	0,099487	0,098998
LOGN3	0,097457	0,097587	0,097207	0,097555	0,097457	0,097021
LPSB3	0,062919	0,062919	0,063540	0,062981	0,063106	0,063152
LREN3	0,083521	0,083579	0,083753	0,083133	0,083569	0,084003
LUPA3	0,210071	0,206212	0,206094	0,204807	0,206981	0,207795
LUXM4	0,097017	0,096791	0,097872	0,096881	0,097378	0,097693
MAGG3	0,077812	0,076668	0,077177	0,076858	0,077106	0,076668
MAGS5	0,155714	0,154614	0,154762	0,156739	0,157360	0,156875
MAPT4	0,098136	0,098205	0,097005	0,100584	0,098205	0,095672
MATB11	0,321378	0,310257	0,320320	0,312181	0,321705	0,317688
MAXR11B	0,074084	0,073374	0,073175	0,073175	0,073769	0,073453
MBRF11	0,118293	0,117108	0,117774	0,115705	0,119295	0,119921

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
MDIA3	0,095646	0,095414	0,095384	0,095756	0,096007	0,095263
MEDI3	0,121342	0,122032	0,121756	0,119389	0,122779	0,122307
MEND5	0,117008	0,116884	0,117008	0,117028	0,116863	0,117399
MEND6	0,094540	0,093154	0,093742	0,093409	0,093350	0,093095
MGEL4	0,141421	0,140664	0,141714	0,140307	0,141138	0,141852
MGLU3	0,245244	0,246114	0,243866	0,245102	0,242227	0,240310
MILA11	0,135385	0,135057	0,134470	0,135315	0,134752	0,134423
MILS3	0,121637	0,120809	0,121528	0,121262	0,121059	0,122320
MLFT4	0,049913	0,050035	0,050262	0,049667	0,050052	0,050157
MMXM11	0,329543	0,333356	0,330775	0,333397	0,328634	0,323290
MMXM3	0,080810	0,079630	0,080328	0,080857	0,080092	0,081858
MNDL3	0,033727	0,033345	0,033310	0,033380	0,033727	0,033450
MNDL4	0,232471	0,232122	0,227789	0,228940	0,228921	0,228019
MNPR3	0,047294	0,047736	0,049354	0,048768	0,048927	0,047388
MNPR4	0,101653	0,102181	0,102181	0,102417	0,102548	0,101970
MOAR3	0,255618	0,254325	0,258695	0,255457	0,253969	0,257076
MOBI11	0,118289	0,118010	0,117829	0,117846	0,118190	0,118141
MPLU3	0,152108	0,154326	0,154279	0,154419	0,153929	0,153801
MRFG3	0,080352	0,080207	0,080787	0,079981	0,080511	0,080141
MRSL4	0,039335	0,039408	0,039950	0,039806	0,039335	0,039226
MRVE3	0,083845	0,084088	0,083319	0,083306	0,083781	0,083242
MSHP11	0,098145	0,097952	0,098502	0,097924	0,098310	0,098639
MTIG3	0,060069	0,063048	0,062716	0,059090	0,062048	0,064807
MTIG4	0,041275	0,040610	0,041737	0,041494	0,041737	0,041226
MTSA4	0,150470	0,148711	0,147959	0,147641	0,149494	0,149214
MULT3	0,048990	0,048770	0,048880	0,048814	0,048858	0,048858
MWET4	0,142356	0,137482	0,139472	0,138173	0,138687	0,138811
MXRF11	0,213936	0,217179	0,215596	0,213437	0,212764	0,215746
MYPK3	0,064498	0,063875	0,063671	0,063702	0,063891	0,064374
MYPK4	0,169425	0,168004	0,170266	0,168758	0,169172	0,170247
NATU3	0,090317	0,089913	0,090412	0,090704	0,090269	0,090159
NETC3	0,476092	0,475238	0,470612	0,473067	0,475967	0,475676
NETC4	0,050411	0,050518	0,051487	0,050155	0,050585	0,049898
NSLU11B	0,049988	0,050337	0,050912	0,051346	0,050614	0,050912
NUTR3M	0,021813	0,022540	0,023071	0,023589	0,023589	0,022361
ODPV3	0,068669	0,069389	0,069290	0,069333	0,068881	0,068952
OGXP3	0,262669	0,261587	0,262259	0,261873	0,259321	0,259186
OIBR3	0,065146	0,065486	0,064707	0,065086	0,064719	0,065341
OIBR4	0,105705	0,105393	0,105412	0,105323	0,105801	0,105501
ONEF11	0,209861	0,209205	0,207103	0,207585	0,207625	0,207846

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
OSXB3	0,375376	0,373943	0,376981	0,375070	0,375337	0,376313
PABY11	0,141283	0,140168	0,140447	0,141213	0,140343	0,134966
PALF3	0,106400	0,106342	0,106979	0,104172	0,105351	0,105175
PATI3	0,071727	0,072819	0,074162	0,073628	0,072638	0,073000
PATI4	0,163062	0,162216	0,163462	0,161380	0,163934	0,163565
PCAR4	0,107498	0,107648	0,106606	0,106896	0,107567	0,107461
PDGR3	0,102138	0,101483	0,101875	0,101748	0,101718	0,102070
PEAB3	0,164841	0,164133	0,161672	0,165987	0,161192	0,162231
PEAB4	0,118114	0,119471	0,120314	0,118644	0,118897	0,119973
PEFX3	0,149275	0,152216	0,151564	0,147271	0,151906	0,149780
PEFX5	0,065682	0,065770	0,066205	0,066350	0,066205	0,066002
PETR3	0,109169	0,108383	0,108842	0,107935	0,107498	0,107692
PETR4	0,100436	0,100276	0,101158	0,100664	0,100878	0,100302
PFRM3	0,070219	0,070388	0,071157	0,070346	0,070542	0,070585
PIBB11	0,067406	0,067147	0,067460	0,068018	0,067546	0,067449
PINE4	0,070334	0,070783	0,069353	0,069882	0,070101	0,070188
PLAS3	0,102567	0,102900	0,102720	0,102693	0,101396	0,103060
PLDN4	0,181141	0,182876	0,183102	0,180330	0,181182	0,179870
PLTO6	0,179462	0,180347	0,180254	0,180811	0,182579	0,180192
PMAM3	0,090764	0,089937	0,091089	0,090782	0,090047	0,090138
PMAM4	0,288860	0,293038	0,288804	0,287560	0,289876	0,287918
PMET6	0,134339	0,136703	0,135509	0,134765	0,135919	0,135613
PNOR5	0,078494	0,078924	0,078556	0,078576	0,079169	0,078761
PNOR6	0,152509	0,155463	0,152588	0,154472	0,154647	0,154900
PNVL3	0,079500	0,079549	0,079450	0,080272	0,079911	0,079780
PNVL4	0,070466	0,069729	0,070564	0,070074	0,070074	0,070466
POMO3	0,056786	0,057424	0,057530	0,057071	0,057986	0,057916
POMO4	0,089315	0,089375	0,088869	0,088755	0,089781	0,089968
POSI3	0,040689	0,040737	0,041404	0,040713	0,040737	0,040689
PQDP11	0,158998	0,157730	0,158938	0,160149	0,157201	0,157490
PQUN3	0,055990	0,055069	0,055026	0,055489	0,056445	0,056937
PQUN4	0,043213	0,043130	0,043337	0,043585	0,043213	0,043172
PRBC4	0,063347	0,062973	0,062802	0,062802	0,062459	0,063178
PRSV11	0,185616	0,184486	0,185416	0,184391	0,182442	0,184126
PRTX3	0,243012	0,248920	0,247203	0,247203	0,243846	0,241948
PRVI3	0,107383	0,107613	0,107052	0,105484	0,107002	0,107513
PSSA3	0,107645	0,106378	0,109111	0,107680	0,106908	0,108189
PTBL3	0,044558	0,044742	0,044331	0,044742	0,044517	0,044844
PTBL4	0,135001	0,135637	0,134139	0,134583	0,134238	0,135539
PTIP3	0,269624	0,268970	0,269559	0,266154	0,268813	0,268630

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
PTIP4	0,171830	0,172200	0,172634	0,170779	0,172496	0,173361
PTNT4	0,127595	0,127554	0,127040	0,128419	0,127355	0,127686
PTPA4	0,116009	0,115284	0,113080	0,114919	0,113961	0,116314
PTQS4	0,140865	0,140924	0,140748	0,141772	0,141830	0,139657
QGEP3	0,075788	0,075918	0,076048	0,075691	0,075756	0,076112
QUAL3	0,105533	0,105017	0,105044	0,105424	0,106046	0,106019
RADL3	0,034206	0,033815	0,034534	0,034236	0,034026	0,033875
RANI3	0,099666	0,098896	0,100274	0,099961	0,099272	0,099882
RANI4	0,089516	0,087660	0,087884	0,089295	0,088407	0,089074
RAPT3	0,099618	0,098861	0,100589	0,098336	0,099345	0,099184
RAPT4	0,095948	0,095448	0,096081	0,095631	0,096158	0,096284
RBAG11	0,240202	0,236878	0,238916	0,240916	0,236451	0,237899
RBGS11	0,206139	0,203599	0,204576	0,205499	0,206221	0,205762
RBPD11	0,215174	0,215523	0,214680	0,213688	0,216131	0,215000
RBPR11	0,172474	0,172848	0,173428	0,174066	0,172055	0,173086
RBRD11	0,143780	0,143863	0,144482	0,142991	0,144502	0,144790
RCSL3	0,085140	0,085088	0,085375	0,087509	0,085297	0,086974
RCSL4	0,106584	0,110223	0,106861	0,107859	0,110588	0,106125
RDCD3	0,068244	0,068506	0,068618	0,068637	0,068562	0,068562
RDES11	0,202463	0,202768	0,202987	0,203770	0,201521	0,204701
RDNI3	0,097791	0,096440	0,098770	0,096947	0,097432	0,097771
RDTR3	0,045126	0,043345	0,046775	0,046188	0,045925	0,041560
REDE3	0,137246	0,136821	0,137972	0,136967	0,137166	0,137179
REDE4	0,124286	0,125248	0,124980	0,124027	0,124589	0,124499
REEM4	0,177596	0,179046	0,181247	0,179847	0,182480	0,180230
RENT3	0,061714	0,062229	0,061649	0,062280	0,061856	0,061933
RHDS3	0,114011	0,113941	0,115422	0,115190	0,113916	0,114302
RIP13	0,146064	0,148324	0,144121	0,148917	0,150506	0,143677
RIP14	0,104348	0,104195	0,103828	0,104638	0,104607	0,104516
RJCP3	0,258959	0,264362	0,260984	0,258242	0,260743	0,258652
RNAR3	0,101173	0,104321	0,102888	0,104702	0,103214	0,102095
RNEW11	0,145614	0,144943	0,144914	0,145089	0,144093	0,146340
RNGO11	0,250704	0,245593	0,249695	0,248469	0,251626	0,250158
ROMI3	0,122285	0,122062	0,122549	0,122116	0,122811	0,122062
ROMI4	0,150495	0,149308	0,148900	0,148900	0,147700	0,149127
RPAD3	0,105373	0,107364	0,105932	0,106789	0,107043	0,106373
RPAD5	0,109031	0,105879	0,107107	0,107564	0,107911	0,106933
RPAD6	0,105125	0,104677	0,104983	0,104901	0,105003	0,104962
RPMG3	0,109859	0,110211	0,109334	0,109459	0,111184	0,110059
RPMG4	0,135765	0,136287	0,136417	0,134824	0,135457	0,135280

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
RPSA4	0,157206	0,157158	0,156549	0,157221	0,156934	0,157110
RSID3	0,114018	0,115141	0,113209	0,113581	0,113932	0,113435
RSIP3	0,046784	0,046401	0,047300	0,047137	0,047326	0,046757
RSIP4	0,046730	0,046411	0,047145	0,045989	0,046311	0,046291
SALM4	0,077155	0,076479	0,077399	0,078127	0,077824	0,078368
SANB11	0,140246	0,140776	0,141105	0,140387	0,139998	0,140411
SANB3	0,126971	0,126645	0,126952	0,127440	0,127373	0,129099
SANB4	0,044854	0,044968	0,045214	0,044530	0,045664	0,045998
SAPR4	0,094235	0,094015	0,093744	0,094563	0,096001	0,094672
SASG3	0,069727	0,069434	0,069259	0,068728	0,069610	0,069259
SBSP3	0,086855	0,086669	0,086886	0,087172	0,087010	0,086661
SCAR3	0,021672	0,021517	0,021438	0,021672	0,021827	0,021517
SCAR4	0,198424	0,195127	0,198756	0,195211	0,199711	0,198278
SCLO4	0,085409	0,085409	0,084859	0,085232	0,084697	0,084876
SDIA3	0,253746	0,259086	0,255747	0,255835	0,258513	0,256905
SDIA4	0,305856	0,304322	0,304101	0,306319	0,311697	0,302222
SEBB11	0,133283	0,132849	0,133167	0,133783	0,132983	0,133167
SFSA4	0,087222	0,085817	0,085656	0,084855	0,086041	0,085381
SGAS3	0,202132	0,202469	0,201697	0,203061	0,202180	0,201052
SGAS4	0,091042	0,090328	0,091096	0,090850	0,089914	0,090590
SGEN4	0,114585	0,114450	0,113093	0,114180	0,113977	0,113298
SGPS3	0,121128	0,121128	0,119853	0,119834	0,120616	0,119642
SHOW3	0,111284	0,111071	0,111756	0,111898	0,111521	0,111497
SHPH11	0,096985	0,096886	0,096999	0,095312	0,095954	0,097279
SHUL4	0,078596	0,079413	0,079776	0,079643	0,080029	0,078865
SJOS4	0,041342	0,040908	0,041404	0,041466	0,041157	0,041219
SLCE3	0,049020	0,048631	0,048696	0,048653	0,048653	0,048783
SLED4	0,102710	0,103062	0,103825	0,102243	0,103132	0,102002
SMAL11	0,087646	0,088420	0,088780	0,088043	0,088112	0,088163
SMT03	0,052340	0,052436	0,052588	0,053025	0,052911	0,052206
SNSY5	0,048405	0,049283	0,048405	0,048273	0,049339	0,048856
SOND5	0,092301	0,092513	0,092029	0,091846	0,092029	0,091877
SOND6	0,158024	0,158046	0,157684	0,155518	0,158768	0,156068
SPRI3	0,029716	0,029906	0,029139	0,030157	0,029716	0,029203
SPRI5	0,051504	0,051446	0,051388	0,050328	0,052082	0,051678
SPRI6	0,052797	0,053502	0,052321	0,053735	0,052915	0,053151
SSBR3	0,164421	0,166642	0,165802	0,163464	0,165402	0,166318
STBP11	0,095809	0,095737	0,095568	0,096048	0,095653	0,095689
STBR11	0,325576	0,330332	0,327581	0,324918	0,326890	0,328905
STRP4	0,070556	0,069997	0,071814	0,071540	0,070803	0,070757

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
SULA11	0,087661	0,087420	0,087560	0,087445	0,087165	0,088732
SULT3	0,076986	0,076748	0,075223	0,075708	0,075949	0,076748
SULT4	0,075214	0,075721	0,075620	0,077125	0,075923	0,074561
SUZB5	0,119784	0,120089	0,120067	0,120663	0,120348	0,120630
SZPQ4	0,103672	0,103853	0,103629	0,104638	0,103297	0,104119
TAE11	0,069013	0,069700	0,069045	0,069413	0,069205	0,069349
TAMM3	0,017206	0,017770	0,017396	0,017396	0,017396	0,017770
TAMM4	0,065685	0,065310	0,065059	0,065658	0,065671	0,065338
TBLE3	0,046608	0,046172	0,047210	0,046245	0,046521	0,046376
TBLE6	0,217794	0,220342	0,220798	0,218664	0,217616	0,219796
TCNO3	0,163500	0,165226	0,164123	0,164268	0,162882	0,162939
TCNO4	0,018046	0,017903	0,017903	0,017974	0,017974	0,017974
TCOC3	0,059535	0,060277	0,060139	0,060736	0,060093	0,060185
TCOC4	0,182478	0,182039	0,182660	0,183354	0,182099	0,182826
TCSA3	0,087628	0,087673	0,087354	0,087525	0,087514	0,087594
TCSL4	0,071480	0,071795	0,071722	0,072121	0,071334	0,072421
TDBH3	0,206304	0,210413	0,208487	0,211765	0,209289	0,209447
TDBH4	0,172796	0,170377	0,169906	0,170501	0,172550	0,169961
TECN3	0,208746	0,210350	0,205247	0,210528	0,208842	0,210282
TEKA3	0,098065	0,098312	0,098222	0,098334	0,098692	0,098513
TEKA4	0,060145	0,060851	0,060227	0,059912	0,060227	0,060295
TELB3	0,042384	0,041690	0,041600	0,041672	0,041690	0,041528
TELB4	0,038599	0,038090	0,038808	0,038721	0,038319	0,038090
TEMP3	0,063923	0,063037	0,063754	0,063151	0,063717	0,063340
TEND3	0,082043	0,079029	0,080858	0,080713	0,079361	0,080022
TENE5	0,179590	0,183876	0,180642	0,181224	0,184019	0,182035
TERI3	0,054987	0,054556	0,054792	0,054655	0,054870	0,054909
TGMA3	0,099872	0,099424	0,099285	0,099488	0,099894	0,099947
THRA11B	0,109247	0,109507	0,109730	0,110063	0,109619	0,110505
TIBR5	0,068307	0,068425	0,067988	0,067583	0,068089	0,069024
TIBR6	0,074813	0,074838	0,075319	0,075319	0,074380	0,074787
TIMP3	0,055213	0,055262	0,054797	0,054932	0,055359	0,054956
TKNO4	0,049340	0,048693	0,049659	0,049018	0,049568	0,049977
TLCP3	0,209558	0,211464	0,207158	0,206856	0,207792	0,208393
TLCP4	0,383247	0,384061	0,385755	0,385955	0,383290	0,381875
TMAR3	0,118626	0,118378	0,119099	0,118998	0,118964	0,118919
TMAR5	0,068558	0,069068	0,069574	0,069390	0,069471	0,068674
TMAR6	0,291074	0,291506	0,291905	0,290789	0,290842	0,289743
TMCP3	0,204062	0,207949	0,212256	0,210835	0,210978	0,218196
TMCP4	0,141356	0,141616	0,142708	0,142296	0,142119	0,142119

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
TMGC13	0,479350	0,475739	0,468862	0,470106	0,478130	0,477686
TMGC3	0,182661	0,185847	0,185496	0,190400	0,185097	0,183587
TNCP3	0,181535	0,186048	0,181980	0,187227	0,186923	0,175719
TNCP4	0,209983	0,214225	0,210626	0,213093	0,211404	0,208347
TNLP3	0,068126	0,068336	0,068500	0,068778	0,068231	0,068593
TNLP4	0,097750	0,098578	0,097627	0,097636	0,099183	0,097897
TOTS3	0,087307	0,087034	0,087186	0,087348	0,086862	0,087670
TOYB3	0,315773	0,314902	0,323780	0,313664	0,313270	0,310470
TOYB4	0,367909	0,363400	0,380802	0,361699	0,368550	0,371515
TPIS3	0,042775	0,042396	0,042523	0,042649	0,041730	0,042725
TPRC3	0,339645	0,344475	0,345829	0,348678	0,348350	0,341973
TPRC6	0,200440	0,201653	0,201236	0,203254	0,208749	0,204431
TRFO3	0,095355	0,094966	0,095307	0,095646	0,097087	0,095307
TRFO4	0,188462	0,188328	0,188864	0,190457	0,188848	0,188209
TRIS3	0,111594	0,111175	0,111635	0,111605	0,109918	0,111226
TRNT11B	0,130468	0,130949	0,130635	0,129142	0,130384	0,128016
TROR4	0,090215	0,089320	0,089850	0,089402	0,089361	0,089238
TRPL3	0,092832	0,093380	0,092536	0,093142	0,092705	0,092592
TRPL4	0,096556	0,098877	0,096952	0,096395	0,098002	0,097492
TRPN3	0,073577	0,074059	0,074310	0,074242	0,074424	0,074833
TRXL11	0,163509	0,165095	0,162517	0,164393	0,165120	0,163239
TSEP3	0,184223	0,185469	0,184132	0,185303	0,184025	0,184147
TSEP4	0,242450	0,242266	0,242542	0,241492	0,239914	0,243278
TUPY3	0,044511	0,044279	0,044130	0,044532	0,044658	0,044595
TUPY4	0,165831	0,168967	0,167392	0,162911	0,161864	0,167362
TVIT3	0,089625	0,095439	0,093367	0,093483	0,095781	0,088219
TXRX4	0,120903	0,120327	0,121807	0,123540	0,122015	0,121510
UBBR11	0,346615	0,348914	0,351344	0,350178	0,351797	0,351142
UBBR3	0,221495	0,222227	0,220583	0,219125	0,221312	0,218191
UBBR4	0,247043	0,245857	0,247593	0,247328	0,248091	0,245355
UCAS3	0,166798	0,167172	0,165049	0,166369	0,165319	0,167758
UCOP4	0,160859	0,160620	0,153191	0,158488	0,160030	0,158637
UGPA3	0,057106	0,056953	0,057130	0,056988	0,056964	0,057259
UGPA4	0,056633	0,056800	0,056663	0,056541	0,056937	0,056648
UNIP3	0,093936	0,094197	0,095411	0,093891	0,094439	0,094287
UNIP5	0,211756	0,212554	0,211933	0,211815	0,212905	0,213196
UNIP6	0,113491	0,112413	0,112944	0,112789	0,111602	0,112167
UOLL4	0,057889	0,058500	0,058214	0,058004	0,057889	0,058481
USIM3	0,142431	0,142835	0,143893	0,143582	0,143315	0,142605

Continua

Conclusão

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
USIM5	0,132387	0,130945	0,131289	0,131453	0,132346	0,131581
UTIP11	0,089931	0,090554	0,090416	0,090347	0,090347	0,090416
VAGR3	0,065789	0,066274	0,066857	0,066697	0,065892	0,065700
VAGV4	0,050266	0,050288	0,050000	0,049666	0,050000	0,049911
VALE3	0,078692	0,078289	0,077971	0,078195	0,078863	0,078005
VALE5	0,088261	0,086350	0,086162	0,087249	0,086622	0,086459
VCPA4	0,384723	0,384369	0,385131	0,387538	0,386017	0,386797
VGOR4	0,145767	0,146403	0,145767	0,146036	0,144857	0,144543
VIGR3	0,124866	0,122825	0,124736	0,125424	0,124218	0,123436
VINE5	0,063127	0,063186	0,065866	0,064190	0,066886	0,064598
VIVO3	0,121922	0,122720	0,123143	0,122571	0,122027	0,122601
VIVO4	0,086950	0,087964	0,086980	0,086715	0,086058	0,086889
VIVR3	0,136675	0,137105	0,137366	0,137336	0,138359	0,138374
VIVT3	0,140864	0,140193	0,139568	0,140442	0,140155	0,139215
VIVT4	0,132808	0,134069	0,133712	0,133777	0,133223	0,133500
VLID3	0,099973	0,100448	0,100573	0,100251	0,100510	0,100385
VLOL11	0,183878	0,183030	0,183999	0,186488	0,186905	0,185682
VPSC4	0,146095	0,145183	0,146148	0,146522	0,145398	0,146389
VPTA4	0,098837	0,099488	0,098733	0,098733	0,098871	0,098906
VRTA11	0,047589	0,047743	0,048050	0,047123	0,047434	0,048279
VULC3	0,029277	0,028536	0,029196	0,029114	0,028950	0,028950
VVAR3	0,112223	0,112240	0,113059	0,113042	0,112503	0,113157
VVAX11	0,159672	0,158625	0,158925	0,159732	0,161216	0,156357
WEGE3	0,069181	0,069025	0,069317	0,069307	0,069191	0,069646
WEGE4	0,196600	0,195703	0,195779	0,196496	0,196657	0,197057
WHRL3	0,029170	0,028918	0,029270	0,028918	0,028766	0,029019
WHRL4	0,067642	0,067307	0,068493	0,068174	0,067593	0,068211
WISA3	0,110175	0,113887	0,113757	0,110534	0,112839	0,112223
WISA4	0,064628	0,064696	0,064336	0,064561	0,064628	0,063952
WPLZ11B	0,213167	0,212415	0,212168	0,211798	0,211914	0,211580
XPGA11	0,146979	0,149870	0,144153	0,143141	0,148920	0,149728

Notas: *Código do Ativo:* código do ativo na BM&FBOVESPA. *REQM 1 a REQM 6:* raiz do erro quadrado médio dos períodos de teste nos treinamentos de 1 a 6 da RNA, respectivamente.

Tabela 7.3 - REQM por ativo para previsão de 126 dias úteis

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
ABCB4	0,136872	0,136065	0,135885	0,137496	0,136716	0,136894
ABCP11	0,144990	0,166667	0,162504	0,157715	0,168105	0,163956
ABRE11	0,663479	0,667168	0,675328	0,662639	0,662691	0,653609
ABYA3	0,423035	0,338665	0,430145	0,410784	0,437838	0,409555
ACES3	0,437903	0,328478	0,468013	0,440330	0,449955	0,429471
ACES4	0,084609	0,085906	0,084381	0,085372	0,084153	0,085175
ACGU3	0,051259	0,047897	0,055572	0,050391	0,043947	0,050778
AEDU11	0,123846	0,111581	0,089332	0,131974	0,091709	0,119491
AEDU3	0,153949	0,131425	0,137137	0,122006	0,104125	0,156102
AEFI11	0,424989	0,402014	0,359701	0,420439	0,391840	0,296129
AELP3	0,308883	0,331347	0,337852	0,336568	0,327264	0,326433
AGIN3	0,338577	0,342195	0,393933	0,407491	0,382642	0,326138
AGRO3	0,122958	0,122779	0,115068	0,122640	0,126451	0,109545
ALLL11	0,117691	0,128027	0,119674	0,126614	0,118847	0,122446
ALLL3	0,128853	0,128725	0,131875	0,136835	0,134786	0,128951
ALLL4	0,106006	0,109764	0,113256	0,125550	0,106036	0,106834
ALMI11B	0,406986	0,405650	0,405756	0,406069	0,408650	0,407286
ALPA3	0,086367	0,128090	0,130446	0,130659	0,117618	0,107246
ALPA4	0,095842	0,100392	0,096736	0,096007	0,101031	0,093921
ALSC3	0,602457	0,508102	0,581106	0,610447	0,601836	0,598374
AMAR3	0,227667	0,227926	0,235485	0,225529	0,228572	0,226223
AMBV3	0,131245	0,119084	0,132007	0,124378	0,126459	0,139488
AMBV4	0,188569	0,188028	0,187674	0,188006	0,188036	0,188049
AMIL3	0,220507	0,243861	0,237934	0,222114	0,236755	0,222280
ARCE3	0,066347	0,069039	0,067117	0,066558	0,068222	0,065923
ARCZ3	0,588065	0,583780	0,590408	0,588476	0,582046	0,587200
ARCZ6	1,949395	1,949129	1,935362	1,953781	1,944430	1,950627
ARZZ3	0,302386	0,326209	0,309172	0,308808	0,291440	0,332772
ASTA4	0,345841	0,332575	0,338982	0,338938	0,332301	0,344172
AUTM3	0,277192	0,280551	0,208824	0,304502	0,303899	0,229253
AVIL3	0,137668	0,119232	0,121967	0,138661	0,127136	0,129847
BAHI3	0,025408	0,054772	0,062338	0,048783	0,054541	0,038974
BAHI4	0,100333	0,061101	0,071647	0,102307	0,081240	0,076594
BAUH4	0,229946	0,235797	0,228418	0,233372	0,190427	0,240117
BAZA3	0,055969	0,049524	0,059893	0,050377	0,060584	0,055902
BBAS3	0,142453	0,141427	0,137788	0,140681	0,131877	0,121666
BBDC3	0,135024	0,136750	0,135293	0,135508	0,137358	0,136815
BBDC4	0,141679	0,139978	0,139521	0,132514	0,138233	0,116391
BBFI11B	0,286412	0,264558	0,282722	0,285108	0,257413	0,275446
BBRC11	0,454511	0,413255	0,456946	0,460087	0,378735	0,435040
BBRK3	0,034769	0,032218	0,033706	0,038236	0,032267	0,035176

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
BBVJ11	0,556645	0,494058	0,542537	0,513238	0,534066	0,565013
BCFF11B	0,730620	0,722602	0,613596	0,731709	0,695811	0,722404
BDLL4	0,177825	0,222167	0,229368	0,208918	0,231913	0,234500
BEEF3	0,155806	0,161218	0,138149	0,125291	0,158160	0,131258
BEES3	0,155067	0,155931	0,151327	0,155175	0,134629	0,152855
BEES4	0,176747	0,154610	0,152955	0,154590	0,122914	0,162189
BEMA3	0,400000	0,409698	0,403946	0,410711	0,405171	0,416567
BESP3	0,452018	0,427902	0,438680	0,421355	0,425394	0,409243
BESP4	0,356661	0,345862	0,356987	0,390457	0,390921	0,330426
BFIT3	0,340626	0,341009	0,340026	0,339565	0,339731	0,340970
BGIP4	0,127251	0,134031	0,128683	0,129759	0,130247	0,126600
BHGR3	0,092530	0,092454	0,092186	0,092435	0,092416	0,094064
BICB3	0,543957	0,549545	0,505525	0,468212	0,560159	0,520363
BICB4	0,098097	0,100729	0,102416	0,094424	0,103611	0,098113
BIOM4	0,369513	0,355612	0,378446	0,285691	0,344681	0,372043
BISA3	0,141663	0,159469	0,165995	0,133852	0,162916	0,142064
BMEB3	0,076493	0,058635	0,071060	0,066556	0,071640	0,065933
BMEB4	0,042962	0,042276	0,039813	0,043851	0,041095	0,039444
BMIN4	0,104514	0,085678	0,099228	0,111988	0,105038	0,102644
BMKS3	0,070176	0,067918	0,086073	0,057735	0,083923	0,081584
BMTO3	0,121506	0,100905	0,087698	0,107111	0,128275	0,097794
BMTO4	0,078305	0,072343	0,070936	0,083093	0,076578	0,085759
BNBR3	0,387602	0,391021	0,397788	0,383693	0,400973	0,382157
BNBR4	0,212209	0,205352	0,199247	0,195719	0,219836	0,191485
BNCA3	0,098805	0,077619	0,088245	0,101108	0,096190	0,081387
BOBR4	0,101773	0,107119	0,102207	0,099670	0,097608	0,099878
BOVA11	0,230608	0,227254	0,233304	0,221170	0,193189	0,229954
BPHA3	0,785533	0,787454	0,766635	0,719302	0,759262	0,809861
BPNM4	0,155985	0,156055	0,155711	0,156146	0,155772	0,155863
BRAP3	0,153462	0,226687	0,140016	0,139401	0,204614	0,195367
BRAP4	0,139729	0,127739	0,178809	0,188535	0,176252	0,187295
BRAX11	0,090915	0,089268	0,087321	0,092702	0,103380	0,095361
BRFS3	0,160324	0,162773	0,160657	0,161049	0,162256	0,161300
BRGE12	0,541050	0,553026	0,575224	0,570036	0,522424	0,559056
BRGE3	0,621147	0,593977	0,598970	0,596731	0,618252	0,553452
BRIN3	0,188701	0,187276	0,188538	0,187496	0,189301	0,187633
BRIV3	0,272130	0,240274	0,264235	0,267549	0,261678	0,264125
BRIV4	0,202949	0,201440	0,204786	0,208289	0,202571	0,200539
BRKM3	0,109436	0,121014	0,120490	0,115387	0,129693	0,109707

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
BRKM5	0,147267	0,145371	0,144136	0,146800	0,145042	0,144074
BRKM6	0,120088	0,122474	0,116754	0,123117	0,131189	0,118766
BRML3	0,102919	0,101585	0,100864	0,102678	0,101761	0,100289
BRPR3	0,618422	0,637266	0,643801	0,573249	0,631301	0,549957
BRSR3	0,140701	0,132794	0,110137	0,146476	0,138752	0,136000
BRSR5	0,138569	0,139549	0,139363	0,126978	0,138616	0,141169
BRSR6	0,141868	0,134265	0,131006	0,150561	0,136136	0,137961
B RTP3	0,550938	0,547838	0,502832	0,530996	0,529429	0,556881
B RTP4	0,342480	0,347368	0,340570	0,340714	0,332038	0,342277
BSCT6	0,610386	0,631872	0,629162	0,621720	0,623651	0,622237
BTOW3	0,335984	0,336120	0,334696	0,335679	0,333734	0,335734
BTTL3	0,128189	0,128215	0,130073	0,125041	0,128689	0,124037
BTTL4	0,073060	0,072969	0,073264	0,074518	0,074496	0,075752
BVMF3	0,125396	0,124645	0,124753	0,125197	0,124737	0,125167
CAFE4	0,228497	0,204096	0,213832	0,221947	0,213742	0,211662
CAMB4	0,089387	0,123264	0,124489	0,107458	0,091885	0,136353
CARD3	0,125858	0,126216	0,125987	0,124220	0,125968	0,126573
CBEE3	0,243263	0,248621	0,254892	0,265668	0,236146	0,240353
CBMA3	0,094028	0,095036	0,162031	0,172654	0,154714	0,139272
CBMA4	0,076653	0,071544	0,066106	0,060106	0,068341	0,064063
CCHI3	0,241980	0,245575	0,237925	0,231040	0,242017	0,239892
CCHI4	0,158293	0,161887	0,173423	0,146982	0,159362	0,127974
CCIM3	0,202517	0,202764	0,201941	0,201908	0,202452	0,203002
CCPR3	0,178858	0,178264	0,178904	0,178839	0,178422	0,179255
CCRO3	0,138800	0,134898	0,136128	0,136786	0,134405	0,139428
CEBR5	0,197436	0,124613	0,171536	0,171426	0,190357	0,182979
CEBR6	0,294246	0,196792	0,240469	0,209578	0,214786	0,249783
CEDO4	0,054445	0,054116	0,053452	0,053452	0,050709	0,053452
CEEB3	0,164461	0,163884	0,164686	0,162331	0,163161	0,164049
CEPE5	0,711711	0,727142	0,715145	0,697298	0,713976	0,710237
CESP3	0,203814	0,203814	0,204177	0,204373	0,204059	0,204129
CESP5	0,160659	0,161083	0,160644	0,160760	0,159924	0,160690
CESP6	0,279467	0,279965	0,270879	0,272554	0,275940	0,276278
CGAS3	0,177093	0,177126	0,176752	0,177236	0,176851	0,175703
CGAS5	0,230034	0,231070	0,230270	0,230954	0,229228	0,231566
CGRA3	0,089198	0,089361	0,089198	0,089524	0,089443	0,089361
CGRA4	0,080623	0,082226	0,083562	0,087018	0,083338	0,083636
CIEL3	0,185252	0,187689	0,189843	0,189230	0,187083	0,188106
CIQU4	0,125499	0,125363	0,117937	0,128275	0,120840	0,125725

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
CLSC4	0,315233	0,289724	0,317503	0,298155	0,275808	0,312756
CMET4	0,145635	0,143122	0,147068	0,141478	0,150376	0,154607
CMGR3	0,202279	0,075277	0,192318	0,219754	0,188046	0,195505
CMGR4	0,150139	0,103682	0,154448	0,136473	0,141126	0,141936
CMIG3	0,335417	0,335345	0,335306	0,335991	0,335656	0,335615
CMIG4	0,391933	0,389309	0,390195	0,388933	0,389909	0,392193
CNES11B	0,438948	0,452262	0,359391	0,434213	0,428322	0,439287
CNFB4	0,190924	0,192629	0,195173	0,188828	0,197748	0,189892
COCE3	0,155279	0,149448	0,167110	0,151766	0,125441	0,158492
COCE5	0,127493	0,127696	0,127009	0,127130	0,128051	0,128411
CPFE3	0,234819	0,236112	0,230269	0,246001	0,227452	0,242772
CPLE3	0,300487	0,325337	0,301870	0,307487	0,324817	0,299935
CPLE6	0,312271	0,313440	0,277527	0,320065	0,297832	0,311282
CPNY3	0,760499	0,755357	0,761173	0,734864	0,754559	0,762360
CPSL3	0,157853	0,151133	0,149312	0,154272	0,146729	0,148443
CRDE3	0,050922	0,050922	0,047892	0,049679	0,050950	0,050922
CREM3	0,132819	0,132580	0,132673	0,132892	0,132715	0,132757
CRIV3	0,108835	0,108550	0,109565	0,108815	0,110088	0,109625
CRIV4	0,168880	0,154936	0,155277	0,163609	0,157926	0,162717
C RTP3	0,774348	0,765456	0,799038	0,782403	0,774100	0,798893
C RTP5	0,576628	0,567293	0,567844	0,581869	0,570636	0,582237
CRUZ3	0,222748	0,223657	0,222628	0,222602	0,223773	0,222726
CSAB4	0,251362	0,254176	0,244027	0,245638	0,263882	0,271407
CSAN3	0,110239	0,151516	0,138998	0,154481	0,124779	0,154398
CSMG3	0,221813	0,222024	0,222531	0,221712	0,221984	0,221898
CSMO11	0,251186	0,284688	0,231360	0,273588	0,280943	0,291291
CSNA3	0,213894	0,228980	0,214973	0,204840	0,227630	0,229552
CSRN3	0,456873	0,499199	0,498999	0,524341	0,533916	0,462745
CSTB4	0,129529	0,130809	0,142465	0,160093	0,159629	0,163526
CTAX3	0,144659	0,143884	0,146710	0,144377	0,142219	0,140918
CTAX4	0,214719	0,212053	0,214588	0,211200	0,210992	0,213256
CTIP3	0,202727	0,225704	0,216274	0,204247	0,203382	0,205615
CTKA4	0,431624	0,428561	0,454490	0,465622	0,454666	0,459112
CTNM3	0,193335	0,193594	0,197083	0,192284	0,193485	0,193903
CTNM4	0,213371	0,212712	0,210466	0,212852	0,213566	0,218463
CTPC3	0,112330	0,110565	0,105522	0,098186	0,098813	0,116889
CTSA3	0,173316	0,184508	0,180358	0,176654	0,181752	0,192191
CTSA4	0,220765	0,206854	0,225491	0,209073	0,210631	0,212751
CYRE3	0,059686	0,060282	0,060265	0,060180	0,059497	0,059325

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
CZRS4	0,702857	0,701962	0,631024	0,690117	0,687747	0,711905
DASA3	0,237672	0,252141	0,237875	0,231247	0,244710	0,237516
DAYC4	0,098166	0,099767	0,098727	0,099446	0,099505	0,099388
DHBI4	0,239848	0,232926	0,253915	0,276109	0,263577	0,258562
DIRR3	0,289690	0,289563	0,292252	0,288895	0,290567	0,291116
DIVO11	0,181659	0,191703	0,072457	0,217371	0,209165	0,193003
DOHL4	0,120593	0,120813	0,135348	0,134599	0,133568	0,131360
DPPI4	0,214948	0,214313	0,213119	0,213152	0,219328	0,215371
DSUL3	0,561597	0,557596	0,574343	0,569859	0,569992	0,567297
DTCY3	0,059321	0,089419	0,075613	0,080058	0,050775	0,058964
DTEX3	0,086761	0,103947	0,102856	0,096856	0,098649	0,092772
DURA3	0,109430	0,113688	0,114782	0,112694	0,113358	0,119478
DURA4	0,551728	0,562318	0,533606	0,555710	0,540394	0,540379
DXTG4	0,155121	0,179757	0,194689	0,113933	0,177564	0,157382
EALT4	0,088022	0,084286	0,085752	0,085975	0,084707	0,092766
EBCO4	0,783498	0,786515	0,780784	0,797732	0,737719	0,682774
EBTP3	0,131901	0,130590	0,132835	0,127827	0,130244	0,132113
EBTP4	0,115277	0,117304	0,116540	0,120632	0,115149	0,115473
ECOR3	0,373893	0,359430	0,349083	0,299953	0,345331	0,352126
ECPR4	0,444931	0,454032	0,452347	0,453912	0,449970	0,445401
EDFO11B	0,363318	0,319374	0,277489	0,412311	0,330151	0,356371
EEEL3	0,105102	0,089313	0,130651	0,094623	0,111439	0,102979
EKTR4	0,085544	0,083295	0,084496	0,081126	0,080502	0,079485
ELEK4	0,149549	0,121977	0,156654	0,151999	0,139416	0,153898
ELET3	0,392369	0,390796	0,349512	0,394458	0,357264	0,389855
ELET6	0,364882	0,357341	0,346511	0,339884	0,356062	0,361964
ELEV3	0,525344	0,514342	0,476143	0,513202	0,477959	0,514089
ELPL4	0,752405	0,774275	0,733575	0,764122	0,750876	0,681905
ELPL5	0,290380	0,271491	0,302510	0,271254	0,288544	0,286016
EMAE4	0,149311	0,149924	0,149170	0,150186	0,149685	0,149445
EMBR3	0,173606	0,168810	0,175474	0,176820	0,178723	0,170018
EMBR4	0,161784	0,153934	0,147835	0,172576	0,175697	0,158160
ENBR3	0,113910	0,114401	0,108037	0,122674	0,108245	0,111269
ENGI11	0,173583	0,203856	0,190297	0,200287	0,197940	0,199179
ENGI3	0,086856	0,086533	0,088634	0,087270	0,086672	0,087499
ENGI4	0,157331	0,154945	0,155089	0,161358	0,157138	0,155324
ENMA3B	0,025306	0,034456	0,050903	0,043294	0,046688	0,044501
EQTL11	0,307444	0,303100	0,309698	0,314988	0,309066	0,292069
EQTL3	0,113942	0,111765	0,111393	0,112413	0,112274	0,112120

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
ESTC3	0,229419	0,235819	0,220359	0,236239	0,217424	0,224359
ESTR4	0,047666	0,054152	0,052337	0,048717	0,049272	0,050939
ETER3	0,175824	0,148816	0,143235	0,172034	0,163624	0,174638
EUCA4	0,104045	0,098310	0,093898	0,105897	0,101204	0,107625
EURO11	0,328344	0,339201	0,329756	0,324674	0,331146	0,328684
EVEN3	0,086998	0,094825	0,096931	0,104973	0,101986	0,101419
EZTC3	0,049957	0,051069	0,050900	0,051575	0,052047	0,054004
FAED11B	0,362414	0,429049	0,372841	0,427748	0,435065	0,431084
FAMB11B	0,459193	0,458557	0,458547	0,458612	0,458719	0,458841
FBMC4	0,198403	0,190036	0,203520	0,198001	0,203381	0,191228
FBRA4	0,355357	0,403976	0,407310	0,227495	0,392971	0,378760
FCFL11B	0,336318	0,326269	0,306515	0,322131	0,322642	0,347324
FESA4	0,111406	0,111026	0,110902	0,111056	0,114750	0,112054
FEXC11B	0,352535	0,364005	0,315370	0,344798	0,370515	0,397178
FFCI11	0,072063	0,058698	0,093812	0,059016	0,091133	0,077258
FFTL4	0,138112	0,136613	0,137652	0,138134	0,138623	0,138862
FGUI4	0,444465	0,428335	0,430845	0,435912	0,404218	0,413189
FHER3	0,091835	0,091338	0,091880	0,091745	0,091745	0,091970
FIBR3	0,152355	0,152498	0,152498	0,152185	0,152726	0,152753
FIIP11B	0,325145	0,322452	0,328986	0,254807	0,311840	0,338415
FIND11	0,083238	0,086603	0,084092	0,083238	0,082808	0,080623
FJTA3	0,059476	0,052424	0,035571	0,055574	0,046144	0,052683
FJTA4	0,174062	0,174369	0,182681	0,175976	0,186620	0,178265
FLCL5	0,218773	0,219054	0,218579	0,218350	0,217698	0,217503
FLMA11	0,119311	0,122370	0,118811	0,118238	0,119335	0,123247
FLRP11B	0,187963	0,231509	0,239667	0,242143	0,217892	0,235185
FLRY3	0,353562	0,370566	0,334921	0,338256	0,317564	0,313725
FMOF11	0,404277	0,445758	0,406423	0,382204	0,382649	0,431045
FNAM11	0,105129	0,093580	0,105871	0,088604	0,097033	0,081001
FNOR11	0,175913	0,178796	0,168937	0,187885	0,172348	0,168377
FPAB11	0,400596	0,412746	0,422062	0,421232	0,417754	0,420800
FRAS4	0,119778	0,119033	0,123340	0,117762	0,118446	0,118701
FRIO3	0,073388	0,072478	0,070097	0,070994	0,072648	0,070907
FTRX4	0,113445	0,108407	0,099579	0,095882	0,116767	0,094691
GAZO4	0,031623	0,037959	0,040295	0,060107	0,034235	0,051222
GEPA4	0,167888	0,160877	0,116007	0,179406	0,162502	0,114463
GETI3	0,170149	0,172773	0,168247	0,160126	0,177068	0,170915
GETI4	0,201073	0,212654	0,207583	0,172607	0,206800	0,190303
GFSA3	0,182699	0,179411	0,180483	0,178056	0,181455	0,177817

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
GGBR3	0,137883	0,133345	0,134519	0,136039	0,145311	0,133877
GGBR4	0,167051	0,171723	0,165616	0,180945	0,166964	0,179242
GLOB4	0,217772	0,216591	0,217589	0,214187	0,216038	0,217569
GOAU3	0,137426	0,143424	0,145827	0,149503	0,141585	0,152484
GOAU4	0,175548	0,170208	0,170099	0,165758	0,169632	0,175096
GOLL4	0,197404	0,197582	0,197963	0,200508	0,192700	0,192413
GOVE11	0,058689	0,077460	0,085635	0,052705	0,083666	0,083666
GPCP3	0,314818	0,319874	0,302710	0,324997	0,312917	0,317314
GRND3	0,213426	0,228152	0,232787	0,231537	0,239613	0,214725
GSHP3	0,081344	0,084627	0,079764	0,082694	0,084005	0,080325
GUAR3	0,084981	0,084920	0,089772	0,094254	0,086608	0,088996
GUAR4	0,088159	0,089083	0,094454	0,104745	0,089562	0,101028
GVTT3	0,298536	0,231979	0,248553	0,274426	0,288466	0,314896
HAGA3	0,364031	0,365199	0,340751	0,326258	0,369735	0,287131
HAGA4	0,126991	0,174793	0,195564	0,174885	0,148759	0,123166
HBOR3	0,074657	0,075159	0,075720	0,074510	0,076215	0,074909
HBTS5	0,067401	0,067231	0,069034	0,072230	0,073212	0,069693
HCRI11B	0,371458	0,340136	0,351781	0,342825	0,296778	0,359781
HETA4	0,172007	0,172035	0,172370	0,173159	0,171896	0,172723
HGBS11	0,603983	0,674484	0,677988	0,658322	0,569013	0,684772
HGJH11	0,532268	0,547636	0,546809	0,498044	0,536989	0,549610
HGLG11	0,433069	0,382648	0,433031	0,383111	0,197157	0,428576
HGRE11	0,631056	0,634179	0,621745	0,611082	0,621201	0,645037
HGTX3	0,204966	0,199874	0,225221	0,239383	0,237571	0,224369
HOOT4	0,077175	0,102534	0,083596	0,086645	0,086425	0,076928
H RTP3	0,441112	0,454159	0,442222	0,441848	0,461053	0,380118
HTMX11B	0,809032	0,822777	0,823290	0,822327	0,810532	0,803864
HYPE3	0,105939	0,112897	0,102953	0,107700	0,105312	0,106823
IDNT3	0,193691	0,178244	0,186795	0,152557	0,168381	0,197571
IDVL4	0,082193	0,080935	0,083763	0,081537	0,081276	0,082825
IENG3	0,103338	0,148938	0,118522	0,132769	0,150873	0,082280
IENG5	0,218112	0,197596	0,240271	0,232150	0,206643	0,212116
IGBR3	0,102108	0,101983	0,099399	0,097232	0,100051	0,093623
IGBR5	0,362893	0,357133	0,372077	0,337116	0,372709	0,371345
IGTA3	0,115804	0,117655	0,117802	0,118186	0,113537	0,119555
ILMD4	0,249568	0,262172	0,281719	0,203457	0,244761	0,297933
IMBI3	0,296648	0,278927	0,268701	0,252587	0,199750	0,158430
IMBI4	0,167472	0,167028	0,171092	0,174445	0,197185	0,150014
IMCH3	0,601861	0,635413	0,606676	0,631840	0,635665	0,646357

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
INEP3	0,059628	0,073661	0,070501	0,060062	0,077076	0,087918
INEP4	0,186523	0,171815	0,155087	0,194336	0,187208	0,193735
INET3	0,077592	0,074532	0,072125	0,085824	0,077970	0,075605
ITEC3	0,196110	0,196303	0,195531	0,195323	0,194772	0,195531
ITSA3	0,122085	0,134353	0,133620	0,123839	0,134931	0,133975
ITSA4	0,148694	0,160067	0,183370	0,179391	0,190736	0,178006
ITUB3	0,170560	0,168587	0,170570	0,168665	0,165163	0,170636
ITUB4	0,166421	0,169183	0,171378	0,156137	0,157909	0,157170
JBDU3	0,401716	0,404127	0,402126	0,403846	0,401674	0,407412
JBDU4	0,285157	0,276358	0,278533	0,284554	0,271849	0,276518
JBSS3	0,103709	0,103603	0,102134	0,100562	0,103748	0,100684
JFEN3	0,194606	0,178569	0,127304	0,132785	0,202222	0,176282
JHSF3	0,120145	0,119868	0,122508	0,121133	0,120674	0,123151
JSLG3	0,229287	0,226329	0,226072	0,225302	0,226697	0,226888
KEPL3	0,111318	0,110911	0,124238	0,115408	0,113628	0,106326
KLBN3	0,260494	0,215141	0,264035	0,227722	0,259945	0,209080
KLBN4	0,214318	0,205231	0,209488	0,211643	0,212357	0,212536
KNRI11	0,769258	0,784100	0,769501	0,780603	0,782297	0,796220
KROT11	0,134877	0,193034	0,190823	0,202694	0,198769	0,214201
KROT3	0,260172	0,269231	0,251151	0,252824	0,255681	0,253269
KSSA3	0,609532	0,551212	0,629948	0,626765	0,639757	0,597370
LAME3	0,138724	0,138083	0,138572	0,138193	0,139588	0,137979
LAME4	0,114506	0,113320	0,117174	0,113783	0,113925	0,113812
LECO4	0,047920	0,046746	0,048305	0,045134	0,055109	0,046348
LEVE3	0,170429	0,178364	0,158069	0,157608	0,165890	0,167914
LEVE4	0,266686	0,270303	0,321529	0,331421	0,334131	0,213715
LIGT3	0,219811	0,217478	0,188083	0,216561	0,214387	0,236382
LIPR3	0,194105	0,193603	0,124200	0,178354	0,203709	0,206894
LIXC3	0,291266	0,299328	0,274188	0,296648	0,269881	0,282975
LIXC4	0,231536	0,232520	0,243757	0,218110	0,232000	0,227822
LLIS3	0,373952	0,362732	0,365103	0,359192	0,275301	0,359525
LLXL3	0,253405	0,202197	0,246875	0,243633	0,223968	0,168964
LOGN3	0,185295	0,179962	0,186574	0,182664	0,180290	0,184968
LPSB3	0,051841	0,052812	0,050441	0,050647	0,048493	0,052341
LREN3	0,107606	0,108961	0,115412	0,113751	0,113073	0,106680
LUPA3	0,337777	0,367239	0,385582	0,378969	0,382319	0,377401
MAGG3	0,073923	0,077216	0,074527	0,073024	0,074337	0,071424
MAGS5	0,409746	0,436771	0,452301	0,450211	0,423718	0,468789
MAPT4	0,159445	0,208653	0,206243	0,199303	0,203298	0,179490

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
MAXR11B	0,463015	0,440744	0,466472	0,387957	0,437376	0,454294
MBRF11	0,378274	0,384353	0,356243	0,338311	0,368720	0,364380
MDIA3	0,152523	0,165108	0,115944	0,170405	0,162590	0,084209
MEDI3	0,507090	0,453479	0,347579	0,427769	0,466792	0,460290
MEND5	0,142367	0,152339	0,146795	0,151013	0,147375	0,149185
MEND6	0,201028	0,199831	0,201296	0,201196	0,200219	0,200017
MGEL4	0,374920	0,371455	0,385964	0,373895	0,371165	0,379906
MGLU3	0,289911	0,296838	0,295804	0,284917	0,278185	0,280782
MILA11	0,065828	0,060302	0,067420	0,067644	0,065134	0,066969
MILS3	0,241280	0,208385	0,222170	0,226992	0,244890	0,211521
MLFT4	0,116588	0,118047	0,119057	0,121401	0,118454	0,120541
MMXM11	0,229033	0,238158	0,238232	0,230978	0,226336	0,230940
MMXM3	0,242685	0,224133	0,217680	0,184229	0,231770	0,217104
MNDL3	0,070384	0,115537	0,111376	0,111139	0,105615	0,100263
MNDL4	0,456266	0,455549	0,454632	0,463441	0,454965	0,458220
MNPR3	0,139801	0,162680	0,117309	0,160265	0,134528	0,159730
MNPR4	0,421025	0,429716	0,435401	0,443865	0,427267	0,436172
MOAR3	0,200526	0,184819	0,198547	0,190797	0,203866	0,205879
MOBI11	0,320268	0,242248	0,278449	0,326614	0,295582	0,268804
MPLU3	0,489785	0,477685	0,457372	0,452271	0,479583	0,451808
MRFG3	0,139694	0,136301	0,136534	0,138270	0,137178	0,136248
MRS�4	0,050312	0,050089	0,050045	0,050267	0,050797	0,050665
MRVE3	0,103232	0,105564	0,104489	0,111915	0,107491	0,114672
MSHP11	0,103037	0,101817	0,102388	0,101899	0,101489	0,102794
MTIG4	0,066019	0,065794	0,065548	0,067012	0,065917	0,065445
MTSA4	0,446751	0,467585	0,419854	0,469173	0,448943	0,438248
MULT3	0,139811	0,140178	0,139737	0,139706	0,139484	0,139674
MWET4	0,186639	0,226443	0,215325	0,226775	0,205833	0,141218
MYPK3	0,105515	0,094007	0,117269	0,112392	0,103730	0,073467
MYPK4	0,145674	0,130948	0,137420	0,142497	0,141756	0,143105
NATU3	0,231723	0,231656	0,229835	0,228233	0,232064	0,242240
NETC4	0,187340	0,188380	0,187087	0,187335	0,187209	0,186826
NSLU11B	0,152889	0,152555	0,151723	0,153050	0,153061	0,154078
ODPV3	0,111723	0,114896	0,111214	0,117095	0,119697	0,110843
OGXP3	0,710111	0,671081	0,722312	0,654806	0,722284	0,712279
OIBR3	0,176399	0,213881	0,219003	0,222983	0,214476	0,202962
OIBR4	0,292539	0,299522	0,269198	0,300461	0,324389	0,316547
OSXB3	1,266388	1,299809	1,287151	1,290202	1,294213	1,299228
PATİ4	0,269394	0,280353	0,289512	0,269982	0,291778	0,288647

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
PCAR4	0,129556	0,132727	0,128836	0,129156	0,130589	0,131914
PDGR3	0,265396	0,259320	0,264043	0,260325	0,250596	0,258166
PEAB4	0,218103	0,151031	0,219875	0,208029	0,213307	0,204981
PEFX5	0,102470	0,100330	0,094946	0,091233	0,096520	0,093384
PETR3	0,147701	0,135197	0,147070	0,170825	0,134640	0,161486
PETR4	0,104130	0,121266	0,142748	0,136561	0,131570	0,119051
PFRM3	0,145530	0,159728	0,155208	0,150534	0,140600	0,144986
PIBB11	0,121345	0,116002	0,117591	0,112890	0,123327	0,110818
PINE4	0,114306	0,114450	0,114186	0,114354	0,114270	0,114282
PLAS3	0,246105	0,221180	0,250182	0,238337	0,254070	0,256885
PLDN4	0,472626	0,459347	0,414276	0,471567	0,442295	0,461790
PLTO6	0,405380	0,354129	0,383792	0,397189	0,375376	0,384467
PMAM3	0,211185	0,210965	0,210784	0,210632	0,210268	0,210749
PMAM4	0,402193	0,403333	0,402824	0,402543	0,405382	0,404629
PMET6	0,159485	0,165643	0,160815	0,166607	0,163273	0,177878
PNOR5	0,271900	0,251590	0,279739	0,272506	0,286328	0,241191
PNOR6	0,132885	0,143136	0,150770	0,142965	0,136596	0,133709
PNVL3	0,166864	0,168843	0,184941	0,177394	0,165560	0,182902
PNVL4	0,261151	0,290000	0,275590	0,326650	0,331964	0,300250
POMO3	0,099647	0,096004	0,097113	0,096931	0,098814	0,096749
POMO4	0,122646	0,123945	0,123461	0,122435	0,122811	0,122554
POSI3	0,068948	0,067467	0,067716	0,069230	0,067486	0,068477
PQDP11	0,479756	0,486250	0,485932	0,487181	0,471909	0,466905
PQUN3	0,064550	0,063944	0,072419	0,071957	0,059255	0,071259
PQUN4	0,047605	0,045011	0,045655	0,046151	0,046361	0,047877
PRBC4	0,053852	0,054042	0,054476	0,054233	0,054205	0,053770
PRSV11	1,077139	1,059004	1,072462	1,051542	1,054963	1,031463
PRTX3	0,044721	0,040825	0,018257	0,089443	0,077460	0,057735
PRVI3	0,131708	0,143691	0,109451	0,128590	0,135484	0,132499
PSSA3	0,201861	0,202965	0,205752	0,202462	0,207297	0,204980
PTBL3	0,188685	0,192502	0,169757	0,183476	0,147298	0,185058
PTBL4	0,126034	0,095877	0,134593	0,117996	0,128303	0,133590
PTIP3	0,936734	0,936012	0,909525	0,923548	0,926600	0,901241
PTIP4	0,125967	0,125904	0,126177	0,125082	0,125778	0,124786
PTNT4	0,091720	0,076267	0,098309	0,101916	0,079720	0,106977
PTPA4	0,093452	0,105515	0,082865	0,070711	0,126491	0,079162
QGEP3	0,046410	0,043264	0,045149	0,047771	0,045432	0,048701
QUAL3	0,233538	0,211802	0,209666	0,222261	0,203224	0,225078
RADL3	0,091151	0,087465	0,092143	0,086467	0,089211	0,090377

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
RANI3	0,075243	0,070055	0,070656	0,068557	0,071844	0,072801
RAPT3	0,076396	0,072965	0,073062	0,076046	0,083432	0,083538
RAPT4	0,111092	0,103671	0,103756	0,113206	0,113790	0,112747
RBGS11	0,152515	0,175450	0,183089	0,168368	0,127348	0,157287
RBPR11	0,499768	0,413872	0,512637	0,488001	0,468655	0,472444
RBRD11	0,495656	0,432811	0,377076	0,458562	0,478952	0,463330
RCSL3	0,069210	0,069282	0,069282	0,069714	0,068848	0,069210
RCSL4	0,182553	0,198908	0,184746	0,178233	0,173155	0,186195
RDCD3	0,259003	0,198348	0,242713	0,258400	0,270533	0,244603
RDNI3	0,103211	0,092802	0,112447	0,123626	0,103443	0,134443
RDTR3	0,294364	0,401217	0,395569	0,396705	0,391120	0,370743
REDE3	0,323069	0,372245	0,380500	0,377032	0,253061	0,364683
REDE4	0,152194	0,209465	0,182272	0,201911	0,203151	0,184158
RENT3	0,071006	0,073420	0,070767	0,070936	0,072930	0,073311
RHDS3	0,096124	0,091248	0,096051	0,106060	0,089492	0,098319
RIP13	0,273019	0,271199	0,271127	0,272983	0,275183	0,273646
RIP14	0,084984	0,088162	0,084233	0,080541	0,078207	0,080541
RJCP3	0,369199	0,358362	0,367371	0,360075	0,403685	0,343175
RNAR3	0,160932	0,185535	0,203269	0,174490	0,185703	0,190538
RNEW11	0,176375	0,168138	0,151539	0,156338	0,169366	0,160433
ROMI3	0,076553	0,085525	0,082815	0,091447	0,067004	0,079320
ROMI4	0,327927	0,340633	0,368418	0,371969	0,362594	0,363502
RPAD3	0,328185	0,357950	0,327011	0,322749	0,350768	0,349780
RPAD5	0,160652	0,160442	0,158078	0,152544	0,113028	0,163150
RPAD6	0,551129	0,578419	0,564427	0,538499	0,539997	0,554688
RPMG3	0,324352	0,333587	0,284923	0,313452	0,334905	0,334778
RPMG4	0,273268	0,263446	0,256503	0,266151	0,278134	0,276034
RPSA4	0,329229	0,228597	0,299527	0,318209	0,301236	0,318972
RSID3	0,097928	0,184225	0,123425	0,171190	0,146030	0,178994
RSIP3	0,070975	0,068696	0,076217	0,072127	0,072360	0,073286
RSIP4	0,078682	0,079400	0,080682	0,078712	0,079095	0,078942
SANB11	0,126290	0,126312	0,122705	0,124124	0,123508	0,125167
SANB3	0,088480	0,088992	0,078980	0,086703	0,085075	0,083142
SANB4	0,074569	0,072255	0,064684	0,063689	0,076206	0,058646
SAPR4	0,298554	0,302966	0,302480	0,304470	0,309640	0,303691
SBSP3	0,222791	0,223462	0,222522	0,223154	0,222424	0,223867
SCAR3	0,143182	0,143606	0,143279	0,143539	0,143561	0,143442
SCLO4	0,182086	0,171707	0,157994	0,176366	0,182961	0,172256
SDIA3	0,438505	0,451885	0,447467	0,443987	0,464229	0,446015

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
SDIA4	1,182327	1,177000	1,185764	1,173870	1,171906	1,152694
SEBB11	0,158965	0,194345	0,214546	0,220703	0,188122	0,195218
SFSA4	0,133643	0,145534	0,139257	0,152508	0,155360	0,153610
SGAS3	0,422921	0,423695	0,409752	0,423776	0,412770	0,400129
SGAS4	0,165815	0,190411	0,210621	0,167515	0,204065	0,212990
SGEN4	0,225342	0,172595	0,214979	0,220233	0,226997	0,226276
SGPS3	0,149823	0,159198	0,169935	0,166591	0,151943	0,155561
SHOW3	0,143205	0,142775	0,140439	0,140986	0,139945	0,142667
SHPH11	0,336707	0,322086	0,344394	0,310784	0,326603	0,334892
SHUL4	0,141421	0,145891	0,137979	0,110640	0,133567	0,142610
SJOS4	0,082308	0,067761	0,076637	0,074682	0,065757	0,082905
SLCE3	0,101451	0,104003	0,101775	0,103131	0,101550	0,101916
SLED4	0,219222	0,221954	0,222408	0,228345	0,227763	0,212603
SMAL11	0,159817	0,177352	0,161804	0,133508	0,173711	0,180203
SMT03	0,096114	0,107835	0,112614	0,109947	0,110987	0,116074
SNSY5	0,255710	0,221108	0,221028	0,234380	0,273455	0,248960
SOND5	0,070972	0,085527	0,097658	0,070317	0,077579	0,077579
SOND6	0,290517	0,281425	0,205102	0,277008	0,296423	0,289367
SPRI3	0,080000	0,082289	0,082419	0,084473	0,089283	0,079462
SPRI5	0,037161	0,039940	0,037161	0,039940	0,039340	0,037480
SSBR3	0,508771	0,485538	0,514203	0,448528	0,507339	0,478791
STBP11	0,074747	0,073155	0,077272	0,072468	0,074184	0,073463
STRP4	0,087851	0,087353	0,087078	0,087508	0,087302	0,089627
SULA11	0,156244	0,157470	0,156648	0,159065	0,157089	0,155741
SULT4	0,227022	0,246824	0,239095	0,218006	0,236845	0,243810
SUZB5	0,292193	0,293452	0,297683	0,299674	0,295916	0,296967
SZPQ4	0,250876	0,248851	0,247841	0,250919	0,236585	0,251278
TAEE11	0,196230	0,193823	0,195250	0,193126	0,194416	0,195729
TAMM3	0,172455	0,186488	0,173526	0,165664	0,136490	0,183384
TAMM4	0,124352	0,121955	0,122676	0,123126	0,122369	0,123879
TBLE3	0,100492	0,100958	0,100565	0,101038	0,100653	0,100862
TBLE6	0,339853	0,337268	0,299583	0,319766	0,353200	0,341687
TCNO3	0,280044	0,264267	0,283200	0,293068	0,283795	0,294210
TCNO4	0,114743	0,113703	0,114365	0,114133	0,113819	0,102810
TCOC3	0,701427	0,689598	0,680668	0,681202	0,696576	0,690547
TCOC4	0,608526	0,482627	0,593145	0,611526	0,582804	0,609859
TCSA3	0,083841	0,084536	0,083523	0,083952	0,084473	0,083379
TCSL4	0,177454	0,143530	0,113764	0,148130	0,140035	0,124655
TDBH3	0,261582	0,278790	0,342439	0,358156	0,368626	0,364077

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
TDBH4	0,346277	0,292630	0,200917	0,351156	0,294119	0,299367
TECN3	0,615928	0,631632	0,620023	0,639786	0,619562	0,635658
TEKA3	0,388928	0,400759	0,406443	0,328066	0,394372	0,401370
TEKA4	0,226845	0,199612	0,234508	0,200845	0,235562	0,231858
TELB3	0,239425	0,280279	0,264599	0,276575	0,272577	0,253124
TELB4	0,212166	0,206347	0,207298	0,223147	0,195139	0,218245
TEMP3	0,071670	0,067247	0,071812	0,066018	0,072780	0,068728
TEND3	0,161178	0,155410	0,134811	0,072831	0,167851	0,159891
TERI3	0,084120	0,057693	0,082732	0,064189	0,062405	0,077668
TGMA3	0,114689	0,114916	0,111758	0,113035	0,112276	0,112405
TIBR5	0,188074	0,194961	0,164083	0,151964	0,165279	0,188618
TIBR6	0,273544	0,272695	0,266852	0,271870	0,263807	0,271109
TIMP3	0,181490	0,182388	0,181939	0,181739	0,181548	0,181735
TKNO4	0,091458	0,092139	0,093653	0,092082	0,091173	0,092927
TLCP3	0,823790	0,872374	0,868673	0,890256	0,812381	0,883302
TLCP4	0,798067	0,797093	0,780510	0,763591	0,811040	0,754321
TMAR3	0,154829	0,156736	0,155772	0,158494	0,157618	0,155476
TMAR5	0,174528	0,168252	0,174014	0,166927	0,178054	0,173044
TMAR6	0,419649	0,384057	0,377561	0,407947	0,371448	0,384263
TMCP3	0,697196	0,713798	0,709208	0,716114	0,697456	0,715580
TMCP4	0,405021	0,405483	0,407672	0,402725	0,404591	0,407653
TNCP3	0,255410	0,261116	0,244235	0,264277	0,264277	0,262779
TNCP4	0,479941	0,518202	0,527420	0,512298	0,529543	0,544873
TNLP3	0,277514	0,280846	0,245189	0,272651	0,276287	0,270259
TNLP4	0,299112	0,301342	0,287855	0,295042	0,273705	0,306133
TOTS3	0,153393	0,154356	0,148049	0,150113	0,148781	0,145871
TOYB3	0,160306	0,141549	0,151679	0,152581	0,164006	0,161805
TOYB4	0,160308	0,169694	0,170315	0,173154	0,171332	0,171099
TPIS3	0,089492	0,089952	0,090525	0,089657	0,090834	0,091222
TRFO4	0,233193	0,225527	0,231132	0,231971	0,228378	0,225359
TRIS3	0,192990	0,184762	0,203606	0,178056	0,186503	0,166932
TRNT11B	0,634075	0,669392	0,643294	0,697088	0,682061	0,680365
TROR4	0,087560	0,088976	0,077460	0,090370	0,089443	0,089443
TRPL3	0,261357	0,266276	0,276175	0,271148	0,268227	0,276266
TRPL4	0,393809	0,398726	0,411938	0,402356	0,418761	0,416059
TRPN3	0,146629	0,167455	0,154786	0,144954	0,163545	0,146508
TRXL11	0,491485	0,466706	0,448488	0,502982	0,506978	0,501749
TSEP3	0,868299	0,877260	0,908492	0,911913	0,817451	0,891670
TSEP4	0,703891	0,730740	0,709616	0,757775	0,762185	0,775158

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
TUPY3	0,161875	0,162087	0,162094	0,161746	0,161905	0,161685
TXRX4	0,258968	0,270735	0,264719	0,259347	0,249135	0,265121
UBBR11	0,528884	0,417846	0,543122	0,525171	0,559106	0,539478
UBBR3	0,596122	0,621399	0,609158	0,527895	0,565747	0,598279
UBBR4	0,499106	0,506233	0,518914	0,412172	0,515609	0,533885
UCOP4	0,145852	0,163137	0,172548	0,108920	0,125770	0,155286
UGPA3	0,129412	0,130316	0,133596	0,121918	0,124661	0,134369
UGPA4	0,119710	0,117406	0,110446	0,119636	0,119378	0,128726
UNIP3	0,130918	0,131123	0,130721	0,131653	0,130696	0,130120
UNIP5	0,203036	0,207333	0,187645	0,196583	0,191566	0,160099
UNIP6	0,221323	0,222566	0,221725	0,222122	0,220418	0,221940
UOLL4	0,328751	0,345289	0,378706	0,307251	0,367620	0,342646
USIM3	0,221165	0,183120	0,218858	0,227835	0,208455	0,233955
USIM5	0,209557	0,218008	0,189040	0,195466	0,210347	0,210762
VAGR3	0,094679	0,128881	0,151725	0,147257	0,125064	0,137859
VAGV4	0,238934	0,239017	0,239146	0,238959	0,238946	0,239275
VALE3	0,166974	0,105366	0,133644	0,155029	0,163952	0,105795
VALE5	0,161571	0,134465	0,142032	0,151080	0,165900	0,168987
VCPA4	1,143122	1,176753	1,174441	1,176849	1,153207	1,171285
VGOR4	0,188267	0,188969	0,188562	0,188403	0,188924	0,188992
VINE5	0,082916	0,035355	0,069821	0,057009	0,047434	0,083666
VIVO3	0,385595	0,375519	0,343604	0,374702	0,375257	0,378550
VIVO4	0,187964	0,213032	0,215974	0,180685	0,187976	0,178682
VIVR3	0,231887	0,191461	0,198257	0,227420	0,187006	0,208895
VIVT3	0,180690	0,179792	0,179585	0,180111	0,181200	0,179445
VIVT4	0,223230	0,222806	0,226154	0,217882	0,217291	0,216672
VLID3	0,303628	0,311218	0,294475	0,308817	0,309685	0,307152
VPSC4	0,146059	0,157056	0,185293	0,108012	0,183485	0,152753
VPTA4	0,166242	0,150756	0,151807	0,131599	0,167468	0,132288
VRTA11	0,081464	0,083121	0,088933	0,079772	0,086865	0,092442
VULC3	0,051678	0,053247	0,055413	0,052131	0,053026	0,052244
VVAR3	0,150752	0,146301	0,146932	0,146675	0,146044	0,146348
WEGE3	0,141227	0,141947	0,139428	0,144231	0,140105	0,141227
WEGE4	0,772193	0,751857	0,791357	0,804022	0,796926	0,711594
WHRL3	0,070645	0,061096	0,053967	0,063173	0,057160	0,060299
WHRL4	0,107134	0,114092	0,101684	0,100561	0,098675	0,098718

Continua

Conclusão

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
WISA4	0,173376	0,159559	0,154963	0,163360	0,179962	0,133383
WPLZ11B	0,316038	0,315618	0,318700	0,314166	0,314571	0,316631
XPGA11	0,436535	0,424117	0,446724	0,309940	0,449027	0,387621

Notas: Código do Ativo: código do ativo na BM&FBOVESPA. *REQM 1 a REQM 6:* raiz do erro quadrado médio dos períodos de teste nos treinamentos de 1 a 6 da RNA, respectivamente.

Tabela 7.4 - REQM por ativo para previsão de 252 dias úteis

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
ABCB4	0,063088	0,058505	0,064066	0,065030	0,074747	0,061003
ABCP11	0,091287	0,072265	0,109036	0,073786	0,039441	0,067495
ACES3	0,508474	0,502268	0,485049	0,477969	0,499181	0,503713
ACES4	0,108144	0,109489	0,113320	0,107635	0,108313	0,110707
AEDU11	0,276043	0,231084	0,240998	0,283337	0,278855	0,278711
AEDU3	0,223170	0,227087	0,229061	0,211985	0,241863	0,179799
AELP3	0,599510	0,558866	0,585256	0,600308	0,596254	0,586815
AGRO3	0,204534	0,187840	0,222373	0,237155	0,216494	0,199615
ALLL11	0,140704	0,145905	0,137952	0,130408	0,127962	0,118451
ALLL3	0,104893	0,109873	0,105335	0,104979	0,105750	0,107682
ALLL4	0,166833	0,148650	0,150858	0,168117	0,171301	0,088779
ALMI11B	0,461647	0,459126	0,462099	0,452240	0,446138	0,455682
ALPA3	0,155862	0,148956	0,165606	0,179641	0,194397	0,183986
ALPA4	0,082261	0,071396	0,075240	0,076635	0,072720	0,080042
ALSC3	0,452998	0,454631	0,444352	0,454252	0,405905	0,445321
AMAR3	0,121239	0,157110	0,144967	0,153364	0,130149	0,133516
AMBV3	0,177757	0,182578	0,198247	0,153408	0,167730	0,187510
AMBV4	0,178885	0,178971	0,185402	0,176126	0,180784	0,182446
AMIL3	0,271085	0,261689	0,292609	0,303815	0,286036	0,277215
ARCZ3	0,147416	0,136761	0,153055	0,139974	0,149536	0,147102
ARCZ6	0,659618	0,605801	0,666865	0,650238	0,654186	0,659126
AVIL3	0,158501	0,182873	0,184584	0,178421	0,188126	0,182126
BAUH4	0,275788	0,273593	0,289625	0,271975	0,260090	0,282374
BAZA3	0,038147	0,059161	0,051180	0,059996	0,064105	0,047526
BBAS3	0,182891	0,150433	0,183507	0,182936	0,141637	0,159814
BBDC3	0,109480	0,110799	0,110762	0,110063	0,109136	0,111585
BBDC4	0,139220	0,129931	0,113660	0,125450	0,130251	0,090774
BBFI11B	0,202280	0,230183	0,168668	0,227336	0,198032	0,211207
BBRK3	0,027910	0,026358	0,027145	0,027530	0,027048	0,026358
BDLL4	0,294915	0,278635	0,281134	0,217070	0,307715	0,282971
BEEF3	0,176925	0,166020	0,144077	0,161735	0,159023	0,180336
BEES3	0,133943	0,149226	0,122290	0,149698	0,149055	0,088330
BEES4	0,208186	0,208829	0,192164	0,189994	0,072583	0,209645
BEMA3	0,468225	0,381881	0,461473	0,450868	0,457151	0,443442
BGIP4	0,103177	0,107189	0,115159	0,109390	0,118535	0,104599
BHGR3	0,063897	0,064886	0,062791	0,062943	0,063346	0,062281
BICB4	0,066216	0,078610	0,048198	0,069393	0,073240	0,068012
BISA3	0,159995	0,149348	0,124402	0,180623	0,157336	0,148849
BMEB4	0,070569	0,062546	0,044855	0,058412	0,065513	0,057201
BMIN4	0,081864	0,116533	0,128256	0,099452	0,107003	0,094957
BMT04	0,083023	0,098716	0,112533	0,063634	0,084579	0,061855

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
BNBR4	0,276982	0,272255	0,264873	0,235156	0,271513	0,294958
BNCA3	0,098609	0,068633	0,079555	0,066392	0,080623	0,091407
BOBR4	0,131900	0,141229	0,139779	0,104468	0,112491	0,100824
BOVA11	0,178588	0,176369	0,117458	0,134756	0,131902	0,175590
BPNM4	0,066198	0,053905	0,058739	0,053221	0,059271	0,049182
BRAP3	0,175862	0,266330	0,269591	0,262963	0,258926	0,209726
BRAP4	0,206136	0,080686	0,173762	0,202901	0,082059	0,199746
BRFS3	0,114480	0,114471	0,114453	0,116582	0,114160	0,114569
BRIV3	0,291038	0,289503	0,191993	0,280884	0,292429	0,260122
BRIV4	0,172173	0,160891	0,172141	0,174905	0,162189	0,172684
BRKM3	0,135598	0,133840	0,135248	0,130273	0,140310	0,144450
BRKM5	0,165561	0,174229	0,168041	0,166785	0,167368	0,176293
BRML3	0,110751	0,099810	0,102274	0,097435	0,098854	0,103850
BRPR3	0,603776	0,644522	0,666060	0,646670	0,654912	0,659235
BRSR5	0,173102	0,237923	0,258360	0,233682	0,236492	0,268528
BRSR6	0,122375	0,128622	0,139538	0,105297	0,126989	0,106580
B RTP3	0,525285	0,529169	0,474580	0,502211	0,516468	0,510709
B RTP4	0,294915	0,276564	0,295264	0,254359	0,304010	0,297190
BTOW3	0,312773	0,315156	0,314852	0,312285	0,312417	0,312719
BTTL3	0,122103	0,137345	0,126491	0,133314	0,133485	0,121543
BTTL4	0,073314	0,078407	0,076314	0,075378	0,078661	0,074085
BVMF3	0,087686	0,091287	0,092095	0,091894	0,095024	0,088108
CAFE4	0,195713	0,183081	0,155587	0,204505	0,229863	0,219680
CAMB4	0,227391	0,261840	0,232608	0,177276	0,223189	0,141516
CARD3	0,060418	0,065554	0,062125	0,063220	0,064118	0,062335
CBEE3	0,151618	0,167818	0,172606	0,172675	0,180097	0,175976
CBMA4	0,061126	0,074468	0,055350	0,069968	0,067386	0,061755
CCHI3	0,136839	0,151740	0,133135	0,131719	0,109202	0,126293
CCIM3	0,167983	0,168768	0,165797	0,166868	0,172006	0,165102
CCPR3	0,156161	0,155139	0,158777	0,157844	0,158114	0,156996
CCRO3	0,133534	0,132916	0,133214	0,134708	0,134179	0,133557
CEBR6	0,234019	0,280546	0,169948	0,273324	0,277064	0,289929
CEEB3	0,290298	0,271695	0,290532	0,281877	0,214688	0,282038
CEPE5	0,770535	0,831281	0,799744	0,835441	0,836438	0,810291
CESP3	0,231507	0,234241	0,214460	0,229913	0,224673	0,219843
CESP5	0,129118	0,129565	0,129648	0,129174	0,128586	0,129174
CESP6	0,206100	0,252645	0,226702	0,204573	0,238235	0,221241
CGAS3	0,092133	0,117024	0,106828	0,097527	0,099118	0,084166
CGAS5	0,148789	0,148406	0,153105	0,146753	0,153807	0,148063

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
CGRA3	0,025226	0,026968	0,019069	0,019069	0,019069	0,021320
CGRA4	0,064997	0,065773	0,064465	0,065414	0,066567	0,069392
CIEL3	0,151978	0,152343	0,149071	0,149211	0,149536	0,149907
CLSC4	0,496146	0,550912	0,539228	0,528562	0,523396	0,516470
CMIG3	0,275404	0,275157	0,275545	0,275906	0,274932	0,275087
CMIG4	0,393809	0,389353	0,393507	0,395002	0,392340	0,394613
CNFB4	0,229331	0,229576	0,230874	0,237645	0,218439	0,239184
COCE3	0,172757	0,180731	0,150115	0,198377	0,169406	0,135188
COCE5	0,102574	0,102623	0,102822	0,102703	0,103915	0,102762
CPFE3	0,327472	0,324971	0,308006	0,317289	0,323939	0,299678
CPLE3	0,381787	0,362465	0,382732	0,381014	0,384655	0,387673
CPLE6	0,377045	0,365743	0,364209	0,358370	0,384031	0,336756
CPSL3	0,026112	0,027386	0,025226	0,025226	0,027386	0,022863
CRDE3	0,039550	0,036221	0,039025	0,038013	0,037649	0,039259
CREM3	0,103273	0,088753	0,092654	0,078546	0,077814	0,091039
CRIV3	0,084143	0,086197	0,049396	0,084202	0,069138	0,061563
CRIV4	0,174402	0,152235	0,151670	0,155657	0,150635	0,158644
CRUZ3	0,192185	0,192845	0,192729	0,191549	0,191523	0,193943
CSAN3	0,240409	0,189908	0,210443	0,245502	0,209987	0,222224
CSMG3	0,213184	0,213293	0,213016	0,213598	0,212987	0,213555
CSMO11	0,134164	0,137840	0,122474	0,126491	0,134164	0,134164
CSNA3	0,408577	0,391713	0,395025	0,405363	0,385339	0,371582
CTAX3	0,096167	0,097286	0,096596	0,097306	0,101174	0,095798
CTAX4	0,112038	0,114266	0,113032	0,109130	0,109687	0,111987
CTIP3	0,254157	0,209203	0,244906	0,280198	0,257690	0,263689
CTKA4	0,307942	0,330791	0,232207	0,207777	0,358138	0,347415
CTNM3	0,140113	0,141209	0,139116	0,137294	0,137868	0,139548
CTNM4	0,133809	0,129200	0,126011	0,123662	0,120119	0,124621
CTSA3	0,213764	0,217469	0,205355	0,202816	0,215836	0,199145
CTSA4	0,229129	0,219621	0,237978	0,231229	0,228910	0,233738
CYRE3	0,054646	0,054873	0,055273	0,052722	0,054089	0,053936
CZRS4	0,644390	0,632893	0,645291	0,647914	0,602859	0,653005
DASA3	0,268833	0,257521	0,213475	0,250930	0,257488	0,263782
DAYC4	0,084158	0,085724	0,080679	0,084647	0,081472	0,080509
DIRR3	0,047647	0,041264	0,039932	0,042870	0,044721	0,047647
DPPI4	0,112720	0,104036	0,096406	0,104319	0,106274	0,102613
DTCY3	0,108512	0,108304	0,071597	0,058201	0,104451	0,112506
DTEX3	0,084870	0,075190	0,090488	0,069653	0,092115	0,063167
DURA4	0,383085	0,389099	0,403110	0,346153	0,390395	0,380844

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
DXTG4	0,213622	0,239079	0,247031	0,233739	0,148406	0,233008
EALT4	0,043776	0,043053	0,043295	0,043102	0,043295	0,043295
EBTP3	0,158561	0,153350	0,170398	0,163299	0,160392	0,159830
EBTP4	0,165204	0,158246	0,146651	0,156111	0,163033	0,162768
ECOR3	0,391152	0,438534	0,451664	0,437464	0,400312	0,441871
EKTR4	0,081650	0,065828	0,094868	0,108012	0,121106	0,068313
ELEK4	0,194240	0,203920	0,164602	0,192002	0,199426	0,156957
ELET3	0,585816	0,542289	0,587952	0,554639	0,585287	0,566221
ELET6	0,538328	0,601360	0,570905	0,556692	0,572541	0,575730
ELEV3	0,477336	0,477755	0,462979	0,436807	0,454203	0,441645
ELPL4	0,967194	0,954284	0,973580	0,992822	0,971648	0,973954
ELPL5	0,303332	0,339439	0,344601	0,330222	0,341565	0,337029
EMAE4	0,135652	0,133469	0,134039	0,132989	0,133704	0,134423
EMBR3	0,151858	0,165014	0,169420	0,158274	0,171548	0,173076
ENBR3	0,149858	0,146913	0,111626	0,131034	0,152279	0,131086
ENGI4	0,110745	0,117761	0,116916	0,112080	0,120433	0,111266
ENMA3B	0,065165	0,052780	0,061586	0,059702	0,055453	0,060916
EQTL3	0,132322	0,131881	0,131718	0,131415	0,133752	0,131974
ESTC3	0,329431	0,374185	0,348563	0,340379	0,348513	0,346277
ESTR4	0,057465	0,048211	0,063826	0,065554	0,079634	0,054435
ETER3	0,180244	0,153450	0,183364	0,162989	0,150095	0,176479
EUCA4	0,071692	0,067066	0,069684	0,065217	0,064273	0,065418
EURO11	0,305309	0,318040	0,313261	0,314966	0,314621	0,315820
EVEN3	0,116964	0,130223	0,134586	0,128697	0,143764	0,135256
EZTC3	0,043698	0,048460	0,045424	0,046507	0,046846	0,044721
FAMB11B	0,284932	0,281892	0,291382	0,286945	0,294374	0,290088
FESA4	0,134332	0,142157	0,130580	0,133698	0,138875	0,137944
FFCI11	0,157382	0,167378	0,176388	0,157073	0,169947	0,149358
FFTL4	0,125058	0,125080	0,123983	0,122865	0,128150	0,125664
FHER3	0,100000	0,100570	0,107967	0,101951	0,110890	0,104192
FIBR3	0,186119	0,184815	0,185435	0,185068	0,187067	0,183944
FJTA3	0,019518	0,019518	0,023905	0,013801	0,018257	0,022887
FJTA4	0,162451	0,165020	0,162925	0,167435	0,166003	0,167071
FLCL5	0,387298	0,505470	0,506705	0,467707	0,458530	0,497242
FLMA11	0,184749	0,194845	0,212184	0,204196	0,172849	0,208371
FLRY3	0,369624	0,383723	0,376936	0,375068	0,279865	0,323327
FNAM11	0,139242	0,083763	0,160319	0,167290	0,146494	0,171037
FNOR11	0,260786	0,272493	0,276716	0,274578	0,277253	0,274630
FPAB11	0,390744	0,364502	0,362248	0,373952	0,399574	0,403337

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
FRAS4	0,154835	0,186027	0,182315	0,171404	0,172141	0,174475
FRIO3	0,084148	0,068054	0,062765	0,074060	0,070029	0,076805
FTRX4	0,143521	0,137776	0,111604	0,124642	0,117260	0,143894
GETI3	0,191058	0,209974	0,215747	0,154725	0,175332	0,208500
GETI4	0,194733	0,199947	0,196195	0,202769	0,180782	0,197403
GFSA3	0,128221	0,128294	0,125225	0,128962	0,128245	0,127733
GGBR3	0,137564	0,134574	0,143820	0,143518	0,133293	0,148574
GGBR4	0,190394	0,178316	0,181228	0,190688	0,186484	0,173925
GOAU3	0,146390	0,171062	0,133460	0,162205	0,154897	0,155608
GOAU4	0,174846	0,162394	0,153747	0,149110	0,160803	0,154130
GOLL4	0,126482	0,137276	0,127784	0,130410	0,135367	0,127475
GPCP3	0,373207	0,372151	0,356138	0,376028	0,354804	0,330980
GRND3	0,357737	0,287522	0,359092	0,305662	0,333023	0,321388
GSHP3	0,037596	0,036162	0,037532	0,036886	0,038230	0,040012
GUAR3	0,069397	0,077288	0,073448	0,074972	0,071102	0,073009
GUAR4	0,062192	0,070278	0,068346	0,071687	0,068123	0,062491
HAGA4	0,295725	0,347622	0,349197	0,370603	0,323646	0,318562
HBOR3	0,056495	0,058655	0,056312	0,057360	0,062669	0,056997
HBTS5	0,130619	0,131785	0,122807	0,123305	0,133095	0,127375
HETA4	0,150143	0,129515	0,123741	0,128054	0,117844	0,138948
HGBS11	0,656723	0,721764	0,693696	0,704526	0,650604	0,678233
HGRE11	0,603717	0,663979	0,633910	0,583343	0,651335	0,645042
HGTX3	0,289937	0,310525	0,319649	0,293350	0,297908	0,271818
HOOT4	0,079650	0,066891	0,068574	0,027870	0,035306	0,068199
HTMX11B	0,855889	0,878073	0,750480	0,881641	0,887379	0,897548
HYPE3	0,041703	0,045683	0,049844	0,045547	0,050587	0,047939
IDNT3	0,183651	0,193201	0,147868	0,206696	0,145671	0,130934
IDVL4	0,056167	0,054266	0,061158	0,060750	0,053651	0,058053
IENG3	0,157793	0,152391	0,128452	0,147708	0,053651	0,132185
IENG5	0,271843	0,256157	0,282153	0,261168	0,253866	0,235610
IGBR3	0,042656	0,043873	0,040947	0,037396	0,039972	0,049925
IGTA3	0,108772	0,100481	0,101098	0,105072	0,100660	0,095333
ILMD4	0,263975	0,328738	0,321119	0,299505	0,207165	0,256797
IMBI4	0,314764	0,284768	0,307560	0,292936	0,275433	0,311084
INEP3	0,121335	0,140708	0,147196	0,133905	0,077415	0,152548
INEP4	0,254687	0,309042	0,348993	0,333463	0,376740	0,355601
INET3	0,114612	0,116700	0,111761	0,106293	0,125397	0,129134
ITEC3	0,100217	0,090530	0,076329	0,085083	0,083406	0,093947
ITSA3	0,093221	0,092151	0,082686	0,101991	0,092563	0,067647

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
ITSA4	0,176512	0,176656	0,163716	0,174281	0,183861	0,185665
ITUB3	0,110306	0,112361	0,104721	0,118802	0,102219	0,108418
ITUB4	0,155155	0,126234	0,142202	0,163274	0,145320	0,149069
JBDU3	0,374036	0,313670	0,370729	0,349524	0,362884	0,351943
JBDU4	0,309377	0,304553	0,303063	0,311414	0,284348	0,295824
JBSS3	0,094536	0,092899	0,096188	0,097231	0,097489	0,092944
JFEN3	0,256305	0,218350	0,235352	0,204563	0,177703	0,254492
JHSF3	0,123012	0,118842	0,124695	0,127446	0,126760	0,128824
JSLG3	0,050000	0,041833	0,039791	0,035355	0,050000	0,045644
KEPL3	0,188637	0,207667	0,197345	0,215274	0,200842	0,180190
KLBN4	0,240274	0,261601	0,254823	0,268283	0,238640	0,264782
KROT11	0,228156	0,295938	0,298802	0,311426	0,302233	0,300517
KROT3	0,361920	0,359625	0,324059	0,338769	0,390168	0,368263
LAME3	0,092277	0,091991	0,094749	0,094815	0,091676	0,093441
LAME4	0,087976	0,085813	0,086179	0,087327	0,087675	0,086778
LEVE3	0,280578	0,278458	0,277941	0,266861	0,257198	0,243805
LEVE4	0,519264	0,583299	0,501236	0,559914	0,563065	0,563930
LIGT3	0,288233	0,265934	0,293060	0,263739	0,274513	0,275971
LIPR3	0,324506	0,303864	0,301398	0,296746	0,302789	0,221392
LIXC4	0,304663	0,294199	0,307150	0,309338	0,274762	0,272756
LLIS3	0,570088	0,616465	0,635346	0,631838	0,611711	0,628839
LLXL3	0,324775	0,290037	0,313369	0,306221	0,306303	0,312935
LOGN3	0,207681	0,241320	0,208735	0,226272	0,195989	0,259925
LPSB3	0,063399	0,060521	0,061537	0,061757	0,060649	0,060103
LREN3	0,088234	0,088925	0,090904	0,089016	0,087678	0,091352
LUPA3	0,435515	0,379317	0,405592	0,422198	0,389813	0,411261
MAGG3	0,059585	0,062148	0,067307	0,059810	0,066806	0,058447
MAGS5	0,539721	0,430524	0,535918	0,527971	0,533379	0,520764
MDIA3	0,262126	0,230943	0,192219	0,263491	0,250613	0,243106
MEDI3	0,440721	0,485556	0,449967	0,469606	0,466085	0,483431
MEND6	0,352330	0,344568	0,345359	0,338110	0,324107	0,312832
MGEL4	0,462564	0,512259	0,489085	0,473617	0,494149	0,510093
MILS3	0,235829	0,226002	0,215549	0,189128	0,221533	0,206249
MLFT4	0,086125	0,086863	0,081535	0,095800	0,090550	0,082239
MMXM3	0,384529	0,386412	0,320441	0,360014	0,374893	0,394493
MNDL3	0,151695	0,150112	0,078289	0,080970	0,114974	0,148608
MNDL4	0,463316	0,423156	0,444613	0,455681	0,452402	0,458870
MNPR3	0,236885	0,274170	0,272075	0,275491	0,265195	0,231414
MOBI11	0,039641	0,033806	0,035857	0,026726	0,026726	0,031623

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
MPLU3	0,429901	0,491068	0,439149	0,405426	0,484309	0,486065
MRFG3	0,160680	0,153948	0,152926	0,157495	0,147694	0,152241
MRSL4	0,029451	0,030806	0,029623	0,028031	0,029451	0,027293
MRVE3	0,103542	0,084853	0,072593	0,095430	0,086482	0,088502
MTIG4	0,090711	0,091093	0,091295	0,090599	0,090260	0,091026
MTSA4	0,599073	0,581712	0,596611	0,593787	0,549798	0,583286
MULT3	0,103671	0,103355	0,102720	0,103355	0,103197	0,104322
MWET4	0,362976	0,367144	0,365108	0,389482	0,292959	0,370727
MYPK3	0,098666	0,114615	0,116715	0,105110	0,108254	0,085282
MYPK4	0,100390	0,117659	0,117593	0,102393	0,110609	0,116122
NATU3	0,197625	0,197112	0,199470	0,199721	0,197462	0,198687
NETC4	0,162876	0,178415	0,177298	0,183723	0,173341	0,166719
NSLU11B	0,170277	0,169135	0,169666	0,171608	0,171412	0,175012
ODPV3	0,103452	0,135198	0,098752	0,152436	0,125339	0,118192
OGXP3	0,770832	0,778701	0,805376	0,768036	0,797319	0,785327
OIBR3	0,263773	0,272087	0,241018	0,270024	0,279398	0,274586
OIBR4	0,362113	0,328272	0,368740	0,368619	0,369297	0,345785
OSXB3	0,843021	0,831739	0,839580	0,842459	0,837006	0,803643
PCAR4	0,115444	0,120315	0,127404	0,130166	0,118519	0,125361
PDGR3	0,251220	0,281544	0,217648	0,284822	0,290802	0,271934
PEFX5	0,043589	0,024495	0,024495	0,037417	0,045826	0,028284
PETR3	0,217978	0,230495	0,231669	0,245086	0,264291	0,214495
PETR4	0,188458	0,179962	0,152072	0,187343	0,187457	0,170771
PFRM3	0,253651	0,247547	0,264798	0,248650	0,262671	0,253456
PIBB11	0,093959	0,120649	0,086384	0,090283	0,100354	0,066042
PINE4	0,092944	0,092468	0,092741	0,092741	0,092650	0,092468
PLAS3	0,350066	0,278985	0,319256	0,350350	0,336335	0,284969
PMAM3	0,199532	0,200328	0,201558	0,205850	0,201059	0,199679
PMAM4	0,258511	0,253900	0,259382	0,249110	0,254312	0,252568
PMET6	0,232418	0,231133	0,244997	0,248951	0,229123	0,211735
PNOR5	0,166469	0,189915	0,107514	0,180817	0,159022	0,172813
PNVL3	0,183429	0,202807	0,195310	0,197523	0,176744	0,195035
POMO3	0,100472	0,109957	0,102600	0,105096	0,107113	0,095409
POMO4	0,112826	0,111640	0,108613	0,113114	0,109684	0,110063
POSI3	0,051178	0,052915	0,052477	0,057379	0,052842	0,051887
PQDP11	0,471495	0,465750	0,466410	0,431277	0,478379	0,479503
PQUN4	0,022361	0,017928	0,019821	0,028661	0,015811	0,018898
PRBC4	0,047802	0,050280	0,047014	0,048913	0,047410	0,045856
PRSV11	0,648999	0,638905	0,630079	0,606630	0,648999	0,559643

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
PRVI3	0,132517	0,118558	0,138921	0,100953	0,119305	0,095286
PSSA3	0,177424	0,176213	0,179817	0,179635	0,180126	0,178044
PTBL3	0,269108	0,298295	0,291588	0,299763	0,279817	0,286598
PTIP4	0,109327	0,141028	0,126742	0,118590	0,111412	0,125103
PTNT4	0,122071	0,151569	0,107123	0,096601	0,130367	0,102677
RADL3	0,124219	0,128510	0,113703	0,122371	0,122164	0,115049
RANI3	0,015811	0,022361	0,035355		0,022361	0,031623
RAPT3	0,055416	0,064408	0,071977	0,055938	0,062113	0,064857
RAPT4	0,137767	0,150609	0,123738	0,123359	0,131540	0,139373
RCSL4	0,360629	0,338816	0,356099	0,338610	0,350391	0,305276
RDCD3	0,236008	0,266820	0,254095	0,280688	0,272633	0,239568
RDN13	0,224866	0,242084	0,204466	0,170152	0,220529	0,203725
REDE3	0,218804	0,303795	0,292333	0,306186	0,307341	0,289252
REDE4	0,165224	0,263123	0,285376	0,288648	0,217548	0,253167
RENT3	0,068300	0,066365	0,066605	0,066405	0,070973	0,066164
RHDS3	0,100982	0,088883	0,108745	0,096174	0,088832	0,085992
RIPI4	0,128607	0,128174	0,151238	0,151762	0,151658	0,147895
RNAR3	0,216189	0,208477	0,207556	0,212755	0,179896	0,189106
ROMI3	0,085039	0,088026	0,106670	0,094839	0,094136	0,088122
RPMG3	0,472247	0,546700	0,520653	0,546817	0,516836	0,515684
RPMG4	0,423276	0,417123	0,427236	0,426069	0,431663	0,444405
RSID3	0,111386	0,234717	0,219200	0,203475	0,245305	0,245531
RSIP3	0,088806	0,092751	0,060494	0,092138	0,093627	0,082771
RSIP4	0,060811	0,063819	0,061038	0,062666	0,062583	0,066641
SANB11	0,122474	0,117072	0,125010	0,113068	0,115300	0,117072
SANB3	0,093274	0,081317	0,091070	0,086963	0,093106	0,080700
SANB4	0,091352	0,081211	0,073598	0,058120	0,037041	0,074262
SAPR4	0,319914	0,331154	0,341097	0,304036	0,322177	0,347560
SBSP3	0,244990	0,255508	0,254604	0,252608	0,247647	0,247643
SCAR3	0,127467	0,122236	0,124891	0,125728	0,119949	0,120228
SCLO4	0,228309	0,152772	0,220572	0,109545	0,218150	0,218987
SDIA3	0,543747	0,511114	0,533266	0,452432	0,529711	0,451025
SDIA4	0,674382	0,595707	0,674660	0,519559	0,656534	0,663224
SFSA4	0,171929	0,145230	0,138355	0,149587	0,170132	0,167401
SGAS4	0,346764	0,379997	0,364891	0,375235	0,347870	0,361555
SGEN4	0,283882	0,323233	0,316769	0,294702	0,307754	0,278917
SGPS3	0,146232	0,104442	0,146712	0,164267	0,152404	0,080639
SHPH11	0,460800	0,482102	0,383608	0,487976	0,464767	0,472484
SHUL4	0,157428	0,110562	0,135768	0,128539	0,102688	0,113968

Continua

Continuação

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
SLCE3	0,114116	0,117083	0,116430	0,113367	0,116796	0,117847
SLED4	0,224963	0,220194	0,217833	0,220416	0,227199	0,231126
SMAL11	0,176893	0,158434	0,155694	0,172619	0,045701	0,149894
SMT03	0,156834	0,164880	0,142571	0,150269	0,158712	0,151764
SNSY5	0,422096	0,421833	0,437871	0,409574	0,423557	0,445879
SPRI3	0,022361	0,026726	0,018898	0,022361	0,022361	0,022361
STBP11	0,104127	0,066431	0,097857	0,074528	0,076649	0,062337
STRP4	0,090249	0,085973	0,081856	0,083087	0,085267	0,078513
SULA11	0,050176	0,048805	0,051899	0,049470	0,050326	0,049571
SULT4	0,367373	0,348492	0,353533	0,362571	0,375342	0,347304
SUZB5	0,353301	0,352428	0,355101	0,361190	0,353768	0,355043
SZPQ4	0,287103	0,287605	0,274161	0,267455	0,282772	0,280343
TAEE11	0,173681	0,173882	0,173781	0,171741	0,171712	0,172047
TAMM4	0,085014	0,085661	0,085953	0,086089	0,086380	0,086844
TBLE3	0,088334	0,088838	0,087385	0,087536	0,087618	0,089170
TCNO3	0,261952	0,290470	0,297929	0,262452	0,300555	0,302529
TCNO4	0,174405	0,175393	0,159946	0,171242	0,172184	0,172768
TCSA3	0,073075	0,073130	0,073376	0,073865	0,072691	0,072746
TCSL4	0,187985	0,194517	0,178472	0,170574	0,194264	0,191946
TEKA4	0,272004	0,306922	0,315666	0,308556	0,283326	0,319418
TELB3	0,341484	0,317858	0,389924	0,373964	0,350084	0,370747
TELB4	0,263011	0,271719	0,268903	0,270384	0,267987	0,210796
TEMP3	0,075502	0,123812	0,136531	0,144831	0,109708	0,131618
TERI3	0,112312	0,136314	0,135886	0,135732	0,135629	0,160145
TGMA3	0,103014	0,111179	0,107483	0,116690	0,103235	0,102325
TIBR5	0,276080	0,258646	0,245289	0,223306	0,212018	0,224866
TIBR6	0,121106	0,081138	0,137538	0,084656	0,141126	0,146059
TIMP3	0,148201	0,154709	0,152593	0,151430	0,154644	0,148714
TMAR3	0,143533	0,143589	0,146587	0,141909	0,143363	0,142994
TMAR5	0,137541	0,112349	0,117724	0,125816	0,112278	0,117645
TMCP3	0,682997	0,747365	0,758988	0,760022	0,764465	0,770927
TMCP4	0,250120	0,251798	0,250445	0,248889	0,246365	0,250054
TNCP3	0,260074	0,259494	0,258354	0,255517	0,267856	0,263274
TNCP4	0,754491	0,741738	0,713229	0,728517	0,730448	0,728544
TNLP3	0,272893	0,221971	0,263457	0,242516	0,248088	0,273069
TNLP4	0,300439	0,273205	0,251416	0,289249	0,295678	0,235522
TOTS3	0,136665	0,134541	0,129764	0,131544	0,135455	0,132036
TOYB3	0,137206	0,132090	0,130662	0,132079	0,133806	0,145194

Continua

Conclusão

Código do Ativo	REQM 1	REQM 2	REQM 3	REQM 4	REQM 5	REQM 6
TOYB4	0,152468	0,165038	0,155059	0,166395	0,160315	0,152596
TPIS3	0,068382	0,053777	0,069302	0,050630	0,051776	0,065147
TRFO4	0,221572	0,222869	0,221598	0,222049	0,219599	0,222895
TRIS3	0,263033	0,244764	0,272898	0,262141	0,256894	0,272147
TRPL3	0,328180	0,299070	0,292867	0,297265	0,323613	0,303000
TRPL4	0,554710	0,585148	0,560656	0,561719	0,577646	0,570706
TRPN3	0,103353	0,085280	0,088933	0,058775	0,067082	0,101914
TUPY3	0,149028	0,149039	0,147845	0,148742	0,149669	0,148420
TXRX4	0,318686	0,309248	0,300393	0,270456	0,313387	0,314630
UBBR11	0,830192	0,786003	0,814492	0,782795	0,810449	0,773386
UBBR3	0,695158	0,677845	0,686545	0,689573	0,633149	0,677349
UBBR4	0,694696	0,716121	0,719694	0,666349	0,725372	0,714843
UGPA3	0,125612	0,127084	0,109591	0,096462	0,129139	0,094611
UGPA4	0,087321	0,088311	0,090392	0,064202	0,081935	0,078457
UNIP3	0,152470	0,152894	0,147758	0,149706	0,148324	0,146518
UNIP6	0,306176	0,308649	0,309284	0,297158	0,304746	0,310998
UOLL4	0,446573	0,417542	0,454906	0,452914	0,429842	0,439283
USIM3	0,371050	0,358484	0,387571	0,409424	0,410564	0,384267
USIM5	0,286381	0,270242	0,245272	0,256683	0,269134	0,259690
VAGR3	0,207374	0,204356	0,218596	0,211399	0,206449	0,149684
VAGV4	0,173770	0,181438	0,185505	0,184282	0,189073	0,185816
VALE3	0,203581	0,083179	0,195009	0,151476	0,120677	0,179538
VALE5	0,200695	0,189141	0,174980	0,198224	0,152153	0,164057
VCPA4	0,780928	0,802781	0,809980	0,804991	0,806901	0,790880
VIVO3	0,491226	0,487939	0,484177	0,466450	0,443881	0,431843
VIVO4	0,210727	0,146819	0,213363	0,195517	0,192246	0,220875
VIVR3	0,222275	0,228749	0,226010	0,250829	0,207095	0,254539
VIVT3	0,141658	0,140708	0,140759	0,140860	0,140816	0,140636
VIVT4	0,186010	0,190026	0,194545	0,194042	0,191485	0,191745
VLID3	0,394633	0,367357	0,398268	0,366578	0,391791	0,338456
VVAR3	0,131529	0,124499	0,146799	0,132288	0,112027	0,131149
WEGE3	0,129829	0,129923	0,129547	0,129743	0,130150	0,129634
WEGE4	0,539039	0,619476	0,605083	0,600885	0,592716	0,575706
WHRL3	0,037210	0,038801	0,038230	0,039363	0,036010	0,038230
WHRL4	0,092172	0,076990	0,110912	0,099112	0,081845	0,089297
WISA4	0,174521	0,196566	0,209457	0,223797	0,192713	0,222820
WPLZ11B	0,116538	0,114018	0,114550	0,110405	0,118664	0,111380

Notas: Código do Ativo: código do ativo na BM&FBOVESPA. *REQM 1 a REQM 6:* raiz do erro quadrado médio dos períodos de teste nos treinamentos de 1 a 6 da RNA, respectivamente.