

REGRESSÃO PERIÓDICA APLICADA A DADOS PLUVIOMÉTRICOS MENSIS
DO MUNICÍPIO DE GRAJAÚ - MA.

NILO SÉRGIO DE CARVALHO PEREIRA
Engenheiro-Agrônomo

Orientador: Prof. Clóvis Pompilio de Abreu

Dissertação apresentada à Escola Superior de
Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universi-
dade de São Paulo, para obtenção do título de
Mestre em Experimentação e Estatística.

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
Maio, 1978

Aos meus pais

Gonzalez e Lúcia

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Clóvis Pompílio de Abreu, Professor do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela orientação e amizade dedicada.

Ao Governo do Estado do Maranhão, pela oportunidade oferecida para realização do curso.

Ao Professor Dr. F. Pimentel Gomes, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Experimentação e Estatística, pelos ensinamentos transmitidos e pela revisão do original do trabalho.

Ao Dr. Izaias Rangel Nogueira, Professor do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pelas orientações no decorrer do curso.

Ao Dr. Afonso Decico, Professor do Departamento de Física e Meteorologia da ESALQ, pela colaboração na escolha do tema do plano de dissertação.

À EMBRAPA (Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária), pela bolsa de estudos concedida durante a realização do curso.

Aos Professores e Funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pela dedicação e espírito de colaboração.

Ao Licenciado Antonio Celso Prates, pela valiosa ajuda na elaboração do programa do computador, para realização das análises estatísticas.

Aos colegas do curso de Pós-Graduação, pelo espírito de solidariedade e companheirismo.

A todos que, de uma forma ou de outra, contribuíram para a realização deste trabalho.

1. RESUMO

Neste trabalho é aplicada a Regressão Periódica às quantidades mensais de chuvas caídas no Município de Grajaú, no Estado do Maranhão, no período de 1914 a 1958.

Aos dados originais, ajustados para meses de 30 dias, é aplicada a transformação $\log(x + 35)$.

As análises estatísticas foram realizadas com o auxílio da álgebra matricial e elaboradas através do computador. A listagem do programa das análises consta no Apêndice 3.

Na análise de variância, é verificada a estabilidade dos componentes harmônicos referentes a cada contraste linear p_k e q_k . As ondas com período anual, semestral e quadrimestral revelaram-se significativas, com a predominância da onda anual.

A equação de regressão, obtida a partir dos dados transformados, é dada por:

2.

$$\begin{aligned} \hat{y}_t = & 2,0367 + 0,4336 \cos (30 t - 47,9165)^\circ + \\ & + 0,0868 \cos (60 t - 226,0739)^\circ + \\ & + 0,0402 \cos (90 t - 300,1334)^\circ . \end{aligned}$$

Aproximadamente 99,75% da variação das precipitações mensais de chuva é explicada pelo modelo. Considerando somente a on da anual, esta é responsável por 95,12% da variação total. A equação de regressão mostra a ocorrência de um máximo de chuvas no mês de março e um mínimo em julho.

2. INTRODUÇÃO

O comportamento dos fatores do ambiente, que afetam o desenvolvimento e a produtividade dos animais e vegetais, tem sido, há muito tempo, objeto de estudo pelo Homem.

Muitos desses fatores, por exemplo, os elementos climáticos: precipitações, temperaturas, etc., quase sempre, por dificuldades inerentes aos dados, vêm representados pelas suas médias.

Do ponto de vista matemático, a média, a moda e a mediana assumem valores significativos, quando provêm de uma população cuja distribuição probabilística é conhecida. Na prática, tem se tentado interpretar esses fenômenos com alguns métodos ou distribuições já bastante consagradas e com relativo sucesso.

A tendência atual é estudar esses fenômenos através das funções trigonométricas seno e co-seno. Para isso, é utilizada a Regressão Periódica também conhecida por Análise Harmônica. Uma

das principais justificativas para o uso do método é considerar que os valores observados sejam fenômenos periódicos, isto é, que se repetem em determinados intervalos de tempo.

O presente trabalho tem como objetivo fazer uma estimativa das quantidades mensais de chuva no Município de Grajaú - Maranhão, através de seus componentes harmônicos. Assim também como, por intermédio do teste de significância, verificar a estabilidade dos componentes de regressão e sintetizar as ondas significativas, obtendo assim uma equação de regressão.

3. REVISÃO DE LITERATURA

CONRAD e POLLACK (1950) descreveram o emprego da Análise Harmônica na interpretação de fenômenos climatológicos. Exemplificaram o método em dois casos distintos: um representando o curso anual e o outro, o curso diário de um elemento climático. Determinaram também as equações de regressão (síntese das ondas) que representam o fenômeno.

BLISS (1958) justificou o uso da regressão periódica a dados com tendências cíclicas, tanto no campo da Biologia, como da Climatologia. Informou que, se os dados observados mudam simetricamente durante o ciclo, a curva do seno representa bem o fenômeno. Entretanto, se a curva não é simétrica, poderão ser adicionados mais termos à equação, até que o ajuste desejado seja encontrado.

GODOY, PIMENTEL GOMES e NOGUEIRA (1959) analisaram os totais anuais de chuvas em Campinas, no período 1890 a 1956. Discu-

tiram sobre a necessidade de transformação dos dados. Usando diferentes transformações, concluíram que a mais apropriada a seus dados foi $\log(x + 5)$.

AMARAL (1968) estudou detalhadamente a Análise Harmônica e exemplificou sua aplicação a dados pluviométricos mensais em duas séries de dados. A primeira série refere-se à cidade de Pelotas, RS, num período de 52 anos, onde concluiu como sendo significativas as ondas: anual, semestral e quadrimestral. Aplicando a transformação $z = x^{0,351}$ às quantidades de chuvas caídas em Morro Velho, MG, durante 97 anos, verificou que o curso anual das precipitações aquosas mensais corre quase inteiramente por conta da onda anual.

ANDERSON (1971) descreveu as análises estatísticas das séries temporais com tendências cíclicas. Com o emprego da Análise Harmônica, demonstrou como calcular os componentes de regressão e como efetuar os testes de significância e coeficiente de correlação para os componentes harmônicos.

DECICO e CRUZ (1974) expuseram sobre as vantagens e facilidades do emprego da Série de Fourier no estudo e interpretação dos fenômenos periódicos. Exemplificaram com as precipitações aquosas mensais da região de Piracicaba, SP, no período de 1917 a 1970.

AMARAL (1975) comentou as dificuldades da caracterização de periodicidade na Climatologia. Para o autor, os contrastes p_1 e q_1 têm realidade física, enquanto que, para os demais contrastes, esta pode ser verificada através dos testes de estabilidade e

completicidade. Se é revelada a realidade física a esses outros contrastes, o autor indica o uso dos coeficientes de correlação cíclica ou circular para caracterizar essa periodicidade ao longo dos anos.

THIÉBAUT (1976) estimou, pela Análise Harmônica, as quedas de chuvas mensais no Município de Viçosa, MG. Considerou três casos: um período chuvoso, um seco (ambos com seis meses) e um período anual. Concluiu que Viçosa possui um período seco e um chuvoso bem definidos e, também, que o período chuvoso é responsável por 86,02% das quantidades de chuvas anuais.

DUARTE (1977) utilizou a Regressão Periódica para determinar a curva epidemiológica da Ferrugem do Cafeeiro na Zona da Mata, MG. Concluiu que a curva do seno representa bem os dados e, também, que o máximo de infestação nos cafezais estudados se verifica em junho e o mínimo em dezembro.

SILVA (1977) estudou, através da Análise Harmônica, as precipitações pluviométricas pentadais de Pelotas, RS, no período de 1900 a 1951. Utilizou a transformação $\sqrt[3]{x}$. Submetendo os contrastes lineares p_j e q_j e as ondas senoidais correspondentes, a um teste de estabilidade, verificou que as ondas: semestral, quadrimestral e 35.^a harmônica são significativas. Para Pelotas, afirmou que aproximadamente 40,09% da variação entre as precipitações de chuva pentadais é explicada pelo modelo.

4. MATERIAL

Os dados de precipitações aquosas foram obtidos do Mapa Pluviométrico do Nordeste, publicado pelo Departamento Nacional de Obras Contra as Secas (DNOCS).

É utilizada uma série de 45 anos de dados mensais de chuva, do Município de Grajaú, no Estado do Maranhão, no período de 1914 a 1958.

As anotações tomadas em milímetros de um pluviômetro do tipo "Ville de Paris" não apresentam nenhuma interrupção no decorrer do período. O pluviômetro foi instalado a uma altitude de 154 m, longitude de $46^{\circ}27'41''$ e latitude sul de $5^{\circ}48'27''$.

Visando a uma uniformização dos dados, foi efetuado um ajuste para meses de 30 dias. Esse procedimento é indicado por AMARAL (1968). Consiste na multiplicação da precipitação mensal pelo fator 30/31 nos meses de 31 dias, por 30/29 nos meses de fevereio

ro dos anos bissextos e 30/28 nos meses de fevereiro dos anos não bissextos.

Para a análise estatística dos dados, utilizou-se o computador IBM-1130, do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz". Foi elaborado um programa, cuja listagem é encontrada no Apêndice 3, que fornece principalmente os seguintes dados:

- a) Valores dos componentes harmônicos (contrastes p_k e q_k) nos diferentes anos;
- b) Valores dos contrastes p_k e q_k no conjunto dos anos (componentes de regressão);
- c) Somas de quadrados da análise de variância;
- d) Valores dos coeficientes de assimetria e curtose para o teste de normalidade dos contrastes p_k e q_k .

5. MÉTODO

A metodologia empregada na Regressão Periódica é baseada nas funções trigonométricas periódicas. Os fundamentos teóricos da regressão são dados a seguir, visando um melhor entendimento do texto.

5.1 - Função Periódica

Uma função $f(t)$ de uma variável independente t é dita periódica se existe um número $T \neq 0$ (chamado período) tal que:

$$f(t) \equiv f(t + T) \quad , \quad \text{para } -\infty < t < \infty \quad .$$

A função:

$$f(t) \equiv f\left(t + \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

é periódica, desde que $T = 2\pi/\lambda$ seja um período dessa função. Con-

sequentemente, todo número inteiro kT , $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, do período T , também serve como período da função.

As funções trigonométricas $\text{sen } t$ e $\text{cos } t$ são as mais utilizadas para descrever os processos periódicos. As duas funções são periódicas, de período 2π , isto é,

$$\text{sen } (2\pi + t) = \text{sen } t ,$$

e (1)

$$\text{cos } (2\pi + t) = \text{cos } t .$$

Segue-se que:

$$\text{sen } (2k\pi + t) = \text{sen } t ,$$

e

$$\text{cos } (2k\pi + t) = \text{cos } t ,$$

com $k = \pm 1, \pm 2, \dots$

No desenvolvimento usaremos somente a função co-seno.

Através de transformação linear em (1) pode-se dizer que a função $\text{cos } (\lambda t - A)$ é periódica de período $T = 2\pi/\lambda$.

Quando t varia de $-\infty$ a $+\infty$, $y_t = \text{cos } (\lambda t - A)$ assume periodicamente todos os valores entre -1 e $+1$. A função

$$y_t = a \text{cos } (\lambda t - A) \tag{2}$$

assume todos os valores entre $-a$ e $+a$, quando t varia de $-\infty$ a $+\infty$.

Na função (2), denominada de "harmônica" ou uma onda, a constante a é chamada de amplitude e corresponde à metade da oscilação entre um máximo e um mínimo; $\lambda = 2\pi/T$, ou $\lambda = 360^\circ/T$ é a fre-

quência angular. O inverso do período, isto é, $\lambda/2\pi$ ou $\frac{\lambda}{360^\circ} = \frac{1}{T}$ é chamado de frequência e fornece o número de oscilações por unidade da variável t . O ângulo A é denominado de ângulo fase.

É fácil verificar que o máximo da função

$$y_t = a_k \cos (\lambda t - A_k) ,$$

que corresponde a uma onda senoidal, ocorre para $\lambda t = A_k + 2k\pi$, isto é, $t = (A_k + 2k\pi)/\lambda$, onde: t representa, por exemplo, o mês em que ocorreu o máximo de chuvas; A é o ângulo fase da onda senoidal considerada; λ é a frequência angular da onda senoidal.

De acordo com SILVA (1977), os outros pontos de máximo, no caso da onda senoidal possuir mais de um, ocorrem para

$$t = \frac{A_k + 2k\pi + 2\pi(j - 1)}{\lambda} ,$$

onde j representa a ordem do máximo da onda considerada.

5.2 - Ortogonalidade das Funções Periódicas

Considere-se uma sequência de harmônicas

$$a_k \cos \left(\frac{2k\pi}{T} t - A_k \right) \quad (3)$$

com $T > 0$, $-\infty < t < \infty$, $k = 1, 2, \dots$

Da fórmula trigonométrica $\cos (a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$, resulta aplicando em (3):

$$a_k \cos \left(\frac{2k\pi}{T} t - A_k \right) = a_k \left[\cos \frac{2k\pi}{T} t \cos A_k + \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{T} t \operatorname{sen} A_k \right] \quad (4)$$

$$a_k \cos \left(\frac{2k\pi}{T} t - A_k \right) = p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{T} t ,$$

desde que considere-se $p_k = a_k \cos A_k$, e $q_k = a_k \operatorname{sen} A_k$, e sendo e-
quivalente a

$$\operatorname{tg} A_k = \frac{q_k}{p_k} \implies A_k = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{q_k}{p_k} .$$

Admitindo-se, agora, que as seqüências possuem as se-
guintes frequências:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{k}{T} , \quad \begin{array}{l} k = 0, 1, \dots, \frac{T}{2}, \text{ quando } T \text{ é par,} \\ k = 0, 1, \dots, \frac{T-1}{2}, \text{ quando } T \text{ é ím-} \\ \text{par} \end{array}$$

e, também, que as seqüências são definidas no intervalo de 1 a T.

Obtém-se, então, as funções:

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T-1}{2}} a_k \cos \left(\frac{2k\pi}{T} t - A_k \right) , \quad (5)$$

$$f(t) = p_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T-1}{2}} \left[p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{T} t \right] .$$

quando T é ímpar, e

$$f(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T}{2}} a_k \cos \left(\frac{2k\pi}{T} t - A_k \right) \quad , \text{ ou } \quad (6)$$

$$f(t) = p_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T}{2}} \left[p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{T} t \right] ;$$

quanto T é par.

As funções (5) e (6) correspondem à soma de um número finito de termos da série de Fourier.

De acordo com BUDAK e FOMIN (1973), as funções (5) e (6) representam uma superposição de harmônicas e são funções periódicas com período T , onde T é um período comum a todas as harmônicas. O primeiro harmônico tem o mesmo período da função, isto é, $\lambda = 2\pi/T$.

ANDERSON (1971) mostra a propriedade de ortogonalidade de das funções (5) e (6) para a soma, no intervalo de 1 a T . O autor usa as seguintes fórmulas de Euler:

$$e^{i\lambda} = \cos \lambda + i \operatorname{sen} \lambda \quad ,$$

$$\cos \lambda = \frac{1}{2} (e^{i\lambda} + e^{-i\lambda}) \quad ,$$

$$\operatorname{sen} \lambda = \frac{1}{2i} (e^{i\lambda} - e^{-i\lambda}) \quad ,$$

e obtém:

$$\sum_{t=1}^T \cos \frac{2j\pi}{T} t \cos \frac{2k\pi}{T} t = \begin{cases} 0, & 0 \leq k \neq j \leq \frac{T}{2}, \\ \frac{T}{2}, & 0 < k = j < \frac{T}{2}, \\ T, & k = j = 0, \frac{T}{2}, \end{cases} \quad (7)$$

$$\sum_{t=1}^T \cos \frac{2j\pi}{T} t \sin \frac{2k\pi}{T} t = 0, \quad (8)$$

com $k, j = 0, 1, \dots, \frac{T}{2}$.

$$\sum_{t=1}^T \sin \frac{2j\pi}{T} t \sin \frac{2k\pi}{T} t = \begin{cases} 0, & 0 \leq k \neq j \leq \frac{T}{2}, \\ \frac{T}{2}, & 0 < k = j < \frac{T}{2}, \\ 0, & k = j = 0, \frac{T}{2}. \end{cases} \quad (9)$$

Tomando-se $j = 0$ em (7) e (8), obtém-se

$$\sum_{t=1}^T \cos \frac{2k\pi}{T} t = 0, \quad k = 1, 2, \dots, \frac{T}{2}$$

$$\sum_{t=1}^T \sin \frac{2k\pi}{T} t = 0, \quad k = 0, 1, \dots, \frac{T}{2}.$$

No caso de T ser ímpar (5), obtém-se a soma de harmônicas:

$$p_0 + p_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + q_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + \dots + p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \sin \frac{2k\pi}{T} t$$

com $k = 1, 2, \dots, \frac{T-1}{2}$; $t = 1, 2, \dots, T$; isto é, um conjunto de T sequências, cada uma com T números, onde cada sequência de seno e cosseno são ortogonais.

Se T é par (6), obtém-se a soma de harmônicas

$$p_0 + p_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + q_1 \sin \frac{2\pi}{T} t + \dots + p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \sin \frac{2k\pi}{T} t + p_{T/2} (-1)^t,$$

com $k = 1, 2, \dots, \frac{T}{2} - 1$, desde que $\cos \frac{2\pi(T/2)}{T} t = \cos \pi t = (-1)^t$ e $\sin \frac{2\pi(T/2)}{T} t = 0$.

A soma dos quadrados de cada sequência é $T/2$, exceto para as sequências 1 e $(-1)^t$, para as quais a soma de quadrados é T .

5.3 - Modelo Matemático

Quando a relação entre duas variáveis é periódica, o mais conveniente é estudá-la através da Regressão Periódica ou Análise de Fourier, como denomina AITKEN (1939).

Considere-se então uma função periódica definida por um número finito de termos da Série de Fourier. Se os seus períodos são divisores do comprimento do período da função, tem-se os seguintes modelos:

$$y_t = p_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T-1}{2}} \left[p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \sin \frac{2k\pi}{T} t \right] + e_t, \quad (10)$$

quando T é ímpar, e

$$y_t = p_0 + \frac{T-1}{2} \sum_{k=1} \left[p_k \cos \frac{2k\pi}{T} t + q_k \sin \frac{2k\pi}{T} t \right] + p_{T/2} (-1)^t + e_t, \quad (11)$$

quando T é par, e o termo com período 2 é incluído, onde $t = 1, 2, \dots, T$,

$$E(e_t) = 0, \quad E(e_t^2) = \sigma^2, \quad E(e_t e_s) = 0, \quad t \neq s.$$

Os períodos de y_t são números dados na forma T/k , $k = 1, 2, \dots, (T-1)/2$, se T é ímpar, ou $k = 1, 2, \dots, (T/2) - 1$, se T é par.

5.4 - Estimação dos Parâmetros

A partir do modelo matemático, obtêm-se os componentes de regressão pelo método dos quadrados mínimos:

$$Y = X \beta + \varepsilon$$

onde: $[Y]$ = vetor das observações;

$[X]$ = matriz dos coeficientes;

$[\beta]$ = vetor dos parâmetros da regressão;

$[\varepsilon]$ = vetor dos erros aleatórios.

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix}
 1 & \cos \frac{2\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} & \cos \frac{4\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T} & \dots & \cos \frac{2\left(\frac{T-1}{2}\right)\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\left(\frac{T-1}{2}\right)\pi}{T} \\
 1 & \cos \frac{4\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T} & \cos \frac{8\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{8\pi}{T} & \dots & \cos \frac{4\left(\frac{T-1}{2}\right)\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\left(\frac{T-1}{2}\right)\pi}{T} \\
 1 & \cos \frac{6\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{6\pi}{T} & \cos \frac{12\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{12\pi}{T} & \dots & \cos \frac{6\left(\frac{T-1}{2}\right)\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{6\left(\frac{T-1}{2}\right)\pi}{T} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\
 1 & \cos \frac{2\pi T}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\pi T}{T} & \cos \frac{4\pi T}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\pi T}{T} & \dots & \cos \frac{2\left(\frac{T-1}{2}\right)T\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\left(\frac{T-1}{2}\right)T\pi}{T}
 \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar e

$$X = \begin{bmatrix}
 1 & \cos \frac{2\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} & \cos \frac{4\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T} & \dots & \cos \frac{2\left(\frac{T}{2} - 1\right)\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\left(\frac{T}{2} - 1\right)\pi}{T} & -1 \\
 1 & \cos \frac{4\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\pi}{T} & \cos \frac{8\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{8\pi}{T} & \dots & \cos \frac{4\left(\frac{T}{2} - 1\right)\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4\left(\frac{T}{2} - 1\right)\pi}{T} & 1 \\
 1 & \cos \frac{6\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{6\pi}{T} & \cos \frac{12\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{12\pi}{T} & \dots & \cos \frac{6\left(\frac{T}{2} - 1\right)\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{6\left(\frac{T}{2} - 1\right)\pi}{T} & -1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 1 & \cos \frac{2T\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2T\pi}{T} & \cos \frac{4T\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{4T\pi}{T} & \dots & \cos \frac{2\left(\frac{T}{2} - 1\right)T\pi}{T} & \operatorname{sen} \frac{2\left(\frac{T}{2} - 1\right)T\pi}{T} & 1
 \end{bmatrix}$$

quando T é par e, também

$$\beta = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ q_1 \\ \vdots \\ p_k \\ q_k \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \beta = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ q_1 \\ \vdots \\ p_k \\ q_k \\ p_{T/2} \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar e par respectivamente e, ainda,

$$\epsilon = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_T \end{bmatrix} .$$

Do sistema de equações normais

$$X'X \hat{\beta} = X'Y ,$$

e pela propriedade de ortogonalidade do sistema, tem-se

$$X'X = S = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T/2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & T/2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & T/2 \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar e

$$X'X = S = \begin{bmatrix} T & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & T/2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T/2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & T/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & T \end{bmatrix}$$

quando T é par.

Verifica-se ainda que:

$$X'Y = \begin{bmatrix} T \\ \sum_{k=1} y_t \\ T \\ \sum_{t=1} y_t \cos \frac{2\pi}{T} t \\ T \\ \sum_{t=1} y_t \sen \frac{2\pi}{T} t \\ T \\ \sum_{t=1} y_t \cos \frac{4\pi}{T} t \\ \dots \\ T \\ \sum_{t=1} y_t \sen \frac{4\pi}{T} t \\ \vdots \\ T \\ \sum_{t=1} y_t \sen \frac{2(\frac{T-1}{2})\pi}{T} t \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar e

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T y_t \\ \sum_{t=1}^T y_t \cos \frac{2\pi}{T} t \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin \frac{2\pi}{T} t \\ \sum_{t=1}^T y_t \cos \frac{4\pi}{T} t \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin \frac{4\pi}{T} t \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin \frac{2(\frac{T}{2} - 1)\pi}{T} t \\ \sum_{t=1}^T y_t (-1)^t \end{bmatrix}$$

quando T é par.

Os parâmetros de regressão obtidos a partir de $\hat{\beta} = S^{-1} X'Y$, são dados a seguir:

$$\hat{\beta}_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t ,$$

$$\hat{\beta}_k = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos \frac{2k\pi}{T} t , \quad k=1,2,\dots,\frac{T-1}{2}, T \text{ ímpar}$$

$$\hat{q}_k = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \operatorname{sen} \frac{2k\pi}{T} t, \quad k=1,2,\dots,\frac{T}{2}-1, T \text{ par}$$

$$\hat{p}_{T/2} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t (-1)^t.$$

Desde que:

$$\hat{p}_k = \hat{a}_k \cos \hat{A}_k$$

$$\hat{q}_k = \hat{a}_k \operatorname{sen} \hat{A}_k$$

e, também,

$$\hat{a}_k = \sqrt{\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2}$$

$$\hat{A}_k = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\hat{q}_k}{\hat{p}_k},$$

pode-se escrever a equação de regressão do seguinte modo:

$$\hat{y}_t = a_0 + \sum_{t=1}^{\frac{T-1}{2}} \hat{a}_k \cos\left(\frac{2k\pi}{T} t - \hat{A}_k\right) \quad (12)$$

quando T é ímpar e

$$\hat{y}_t = \hat{a}_0 + \sum_{t=1}^{\frac{T}{2}-1} \hat{a}_k \cos\left(\frac{2k\pi}{T} t - \hat{A}_k\right) + \hat{a}_{T/2} (-1)^t \quad (13)$$

quando T é par.

Nas equações (12) e (13) tem-se que:

y_t = valores observados, por exemplo, precipitações mensais;

\hat{a}_0 = média aritmética dos valores observados;

\hat{a}_k = amplitude das ondas superpostas;

\hat{A}_k = ângulos fases medidos em graus ou radianos.

É muito frequente a ocorrência de erros na determinação dos ângulos fases. O diagrama da Fig. 1, adaptado de CONRAD e POLLACK (1958), ajuda a evitar tais erros. As combinações dos sinais de p_k e q_k pelas quais os ângulos fases podem ser determinados são:

a) +q +p ;

b) +q -p ;

c) -q -p ;

d) -q +p .

Através das combinações tem-se os seguintes ângulos fases:

a) $A_{++} = A \implies A$, no I quadrante;

b) $A_{+-} = 180^\circ - A \implies A$, no II quadrante;

c) $A_{--} = 180^\circ + A \implies A$, no III quadrante;

d) $A_{-+} = 360^\circ - A \implies A$, no IV quadrante .

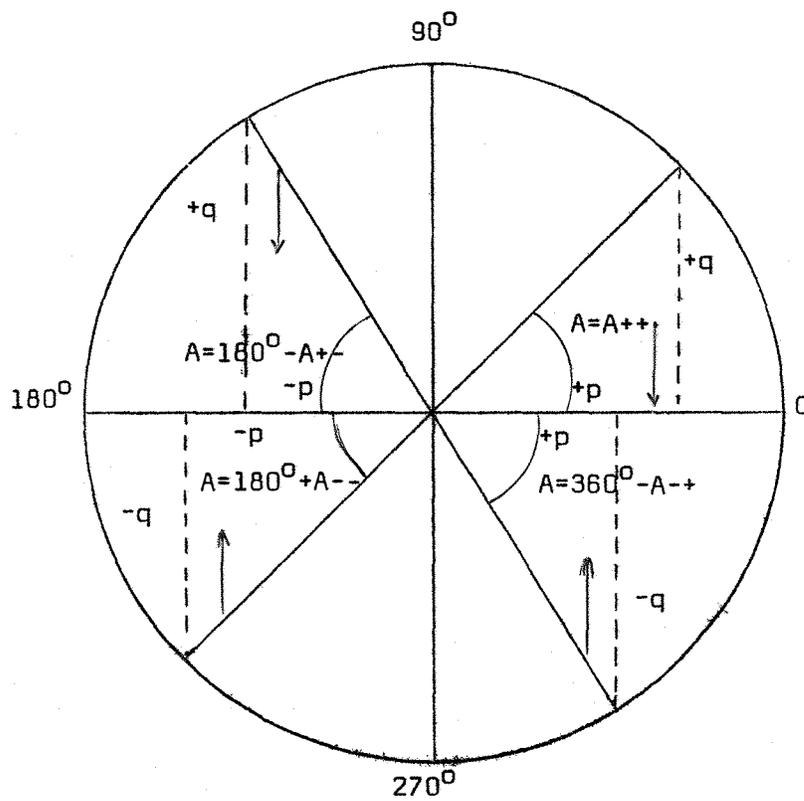


Figura 1 - Diagrama para determinação do ângulo fase.

5.5 - Variâncias e Covariâncias dos Parâmetros Estimados

Da matriz de dispersão

$$D = S^{-1} \sigma^2$$

fica implícito que as estimativas dos componentes não são tendenciosas, isto é, que:

$$E(\hat{p}_0) = p_0, \quad E(\hat{p}_k) = p_k, \quad E(\hat{q}_k) = q_k \quad \text{e} \quad E(\hat{p}_{T/2}) = p_{T/2}$$

Os parâmetros estimados não são correlacionados, logo, suas covariâncias são nulas. Se os y_t são normalmente distribuídos e independentes, então:

$$\begin{aligned} V(\hat{p}_0) &= \frac{\sigma^2}{T}, & V(\hat{p}_{T/2}) &= \frac{\sigma^2}{T}; \\ V(\hat{p}_k) &= \frac{2\sigma^2}{T}, & V(\hat{q}_k) &= \frac{2\sigma^2}{T}. \end{aligned}$$

5.6 - Análise de Variância

A análise de variância tem a mesma função na regressão periódica, assim como em muitos outros problemas de regressão. Ela visa a testar a estabilidade dos componentes harmônicos no decorrer das várias repetições do período.

De acordo com BLISS (1958), o modelo para análise é muito semelhante àquele para blocos casualizados.

A soma de quadrados de desvios mínima é dada por:

$$SQR = \sum_{t=1}^T y_t^2 - T \hat{p}_0^2 - \frac{T-1}{2} \sum_{k=1}^2 \left[\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2 \right] - SQ \text{ Rep.}$$

$$SQR = \sum_{t=1}^T y_t^2 - C - \frac{T-1}{2} \sum_{k=1}^2 \left[\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2 \right] - SQ \text{ Rep.,}$$

quando T é ímpar e

$$SQR = \sum_{t=1}^T y_t^2 - C - T \hat{p}_{T/2}^2 - \frac{T}{2} \sum_{k=1}^{\frac{T}{2}-1} \left[\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2 \right] - SQ \text{ Rep. ,}$$

quando T é par.

Considerando-se $T = h \times n$, onde n é o comprimento do período a estudar, por exemplo, os meses do ano e h o número de repetições do período, tem-se os esquemas de análises de variância como mostram as Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 - Análise de variância dos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k da regressão periódica, no caso de T ímpar.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.
Componente \hat{p}_1	1	$\frac{T}{2} \hat{p}_1^2$
Componente \hat{q}_1	1	$\frac{T}{2} \hat{q}_1^2$
·		·
·		·
·		·
Componente \hat{p}_k	1	$\frac{T}{2} \hat{p}_k^2$
Componente \hat{q}_k	1	$\frac{T}{2} \hat{q}_k^2$
Regressão	$(n-1)=2k$	$\frac{T-1}{2} \sum_{k=1}^2 \left[\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2 \right]$
Repetições	$h-1$	$\sum_{i=1}^h R_i^2 - C$
Resíduo	$(n-1)(h-1)$	Por diferença
Total	$T-1$	$\sum y_t^2 - C$

Tabela 2 - Análise de variância dos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k da regressão periódica, no caso de T par.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.
Componente \hat{p}_1	1	$\frac{T}{2} \hat{p}_1^2$
Componente \hat{q}_1	1	$\frac{T}{2} \hat{q}_1^2$
·	·	·
·	·	·
·	·	·
Componente \hat{p}_k	1	$\frac{T}{2} \hat{p}_k^2$
Componente \hat{q}_k	1	$\frac{T}{2} \hat{q}_k^2$
Componente $\hat{p}_{T/2}$	1	$T \hat{p}_{T/2}^2$
Regressão	$(n-1)=2k+1$	$T \hat{p}_{T/2}^2 + \frac{T}{2} \sum_{k=1}^{T/2-1} [\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2]$
Repetições	$h-1$	$\sum_{i=1}^T R_i^2 - C$
Resíduo	$(n-1)(h-1)$	Por diferença
Total	$T-1$	$\sum_{t=1}^T y_t^2 - C$

Como mostram STEEL e TORRIE (1960), pode-se considerar, sob o ponto de vista prático, que a variação dos diferentes componentes de regressão (contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k), do período T, não seja a mesma nos diferentes anos. É de se esperar que alguns componentes variem mais que outros ou não variem. Desse modo, a variância residual não seria a mesma para todos os componentes harmônicos.

De acordo com AMARAL (1968), deve-se testar cada harmônico com um resíduo próprio, oriundo da sua variação no decorrer dos anos.

Após obter os componentes de regressão \hat{p}_k e \hat{q}_k e as variâncias residuais respectivas, são feitos os testes de significância.

AMARAL (1968) mostra também que, se as variâncias residuais referentes aos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k forem homogêneas e, desde que $\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2 = \hat{a}_k^2$, pode-se juntá-las para obter o teste de significância da amplitude correspondente. Desse modo, então, os esquemas de análises de variância são mostrados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3 - Análise de variância das amplitudes \hat{a}_k , da regressão periódica, no caso de T ímpar.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.
Amplitude \hat{a}_1	2	$\frac{T}{2} [\hat{p}_1^2 + \hat{q}_1^2] = V_1$
Amplitude \hat{a}_2	2	$\frac{T}{2} [\hat{p}_2^2 + \hat{q}_2^2] = V_2$
⋮	⋮	⋮
Amplitude \hat{a}_k	2	$\frac{T}{2} [\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2] = V_k$

Interação Amplitude x Anos

$a_1 \times \text{anos}$	$2(h-1)$	$\frac{n}{2} \sum_{i=1}^h [\hat{p}_{1i}^2 + \hat{q}_{1i}^2] - V_1$
$a_2 \times \text{anos}$	$2(h-1)$	$\frac{n}{2} \sum_{i=1}^h [\hat{p}_{2i}^2 + \hat{q}_{2i}^2] - V_2$
⋮	⋮	⋮
$a_k \times \text{anos}$	$2(h-1)$	$\frac{n}{2} \sum_{i=1}^h [\hat{p}_{ki}^2 + \hat{q}_{ki}^2] - V_k$

Tabela 4 - Análise de variância das amplitudes da regressão periódica, no caso de T par.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.
Amplitude \hat{a}_1	2	$\frac{T}{2} [\hat{p}_1^2 + \hat{q}_1^2] = V_1$
Amplitude \hat{a}_2	2	$\frac{T}{2} [\hat{p}_2^2 + \hat{q}_2^2] = V_2$
\vdots	\vdots	\vdots
Amplitude \hat{a}_k	2	$\frac{T}{2} [\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2] = V_k$
Amplitude $\hat{a}_{T/2}$	1	$T [\hat{p}_{T/2}^2] = V_{T/2}$
Interação Amplitude x Anos		
$\hat{a}_1 \times \text{anos}$	$2(h-1)$	$\frac{n}{2} \sum_{i=1}^h [\hat{p}_{1i}^2 + \hat{q}_{1i}^2] - V_1$
$\hat{a}_2 \times \text{anos}$	$2(h-1)$	$\frac{n}{2} \sum_{i=1}^h [\hat{p}_{2i}^2 + \hat{q}_{2i}^2] - V_2$
\vdots	\vdots	\vdots
$\hat{a}_k \times \text{anos}$	$2(h-1)$	$\frac{n}{2} \sum_{i=1}^h [\hat{p}_{ki}^2 + \hat{q}_{ki}^2] - V_k$
$\hat{a}_{T/2} \times \text{anos}$	$(h-1)$	$n \sum_{i=1}^h \hat{p}_{(T/2)i}^2 - V_{T/2}$

5.7 - Teste de Completicidade

A regressão periódica permite calcular todos os termos cíclicos da série. De acordo com BLISS (1958), adicionando todos os termos da regressão, na equação calculada, obtém-se exatamente a série original, mas a equação terá um pequeno significado climatológico.

CONRAD e POLLACK (1950) citam o "Teste de Brunt" que possibilita determinar o número necessário de termos para representar o fenômeno.

O teste completo é escrito na forma:

$$\sigma_T^2 = \sigma_T^2 - \frac{T}{2} (a_1^2 + a_1^2 + \dots)$$

onde: σ_T^2 representa a variância devida à regressão;

σ_T^2 representa a variância dos desvios de regressão.

O autor compara a grandeza da variância devida aos desvios de regressão com aquela devida à regressão. Se a variância dos desvios de regressão for muito pequena em relação à de regressão, deixa-se de calcular os demais termos.

5.8 - Equação de Regressão

Selecionadas as ondas significativas, é obtida a equação de regressão.

A representação gráfica é muito importante para um melhor entendimento do fenômeno. Em um sistema de eixos cartesianos

representa-se no eixo das abcissas, os meses e no eixo das ordenadas, a precipitação estimada a partir da equação de regressão. Os pontos fora da curva representam as precipitações observadas. É possível estabelecer um gráfico para cada onda significativa, bem como um outro, representando a síntese de todas as ondas significativas.

5.9 - Transformação dos Dados

Uma das condições básicas para a correta aplicação dos testes de significância é que os erros aleatórios tenham distribuição normal.

Quando os dados não se distribuem normalmente é, às vezes, possível determinar uma transformação que uniformize as variâncias. Baseado em GOODY, PIMENTEL GOMES e NOGUEIRA (1961), adotou-se a transformação $\log(x + c)$. O valor da constante c foi calculado em função dos dados, fazendo-se variar esse valor de 1, 2, ..., até atingir um valor tal que, o teste de χ^2 , aplicado à distribuição de frequência dos dados, não mostre diferença significativa. É evidente que essa não significância possibilita aceitar os dados como normalmente distribuídos.

Visando ainda a uma mais correta aplicação do teste F, usou-se o critério de Fisher, citado por AMARAL (1968), aos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k da regressão periódica. De acordo com o autor, o critério de Fisher consiste em testar os coeficientes de assimetria e curtose de uma amostra, para verificar sua aproximação à normalidade.

de. Neste trabalho, a amostra é representada pelo conjunto dos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k , que constam no Apêndice 2, obtidos nos diferentes anos.

As fórmulas citadas pelo autor para cálculo dos coeficientes de assimetria e curtose são dadas a seguir.

Coefficiente de assimetria:

$$g_1 = \frac{k_3}{\sqrt{k_2^3}}$$

Coefficiente de curtose:

$$g_2 = \frac{k_4}{k_2^2}$$

onde: $k_2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N - 1}$

$$k_3 = \frac{N \sum (x - \bar{x})^3}{(N-1)(N-2)}$$

$$k_4 = \frac{N}{(N-1)(N-2)(N-3)} \left\{ (N+1) \sum (x - \bar{x})^4 - 3 \frac{N-1}{N} \left[\sum (x - \bar{x})^2 \right]^2 \right\}$$

Os coeficientes de assimetria e curtose são testados pelo "teste t", aplicando as fórmulas:

$$t = \frac{\hat{g}_1 - 0}{\sqrt{V(\hat{g}_1)}}$$

e

$$t = \frac{\hat{g}_2 - 0}{\sqrt{V(\hat{g}_2)}}$$

onde:
$$V(\hat{g}_1) = \frac{6N(N-1)}{(N-2)(N+1)(N+3)} ;$$

$$V(\hat{g}_2) = \frac{24N(N-1)^2}{(N-3)(N-2)(N+3)(N+5)} .$$

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 - Estimativa das Precipitações Pluviais Mensais Ajustadas a um Mês de 30 Dias, no Município de Grajaú, Maranhão

A série de 45 anos dos dados originais consta no Apêndice 1. Após o ajuste para meses de 30 dias, foi efetuada a transformação $\log(x + 35)$, de acordo com 5.9.

Tem-se que:

$$T = h \times n = 45 \times 12 = 540 ,$$

onde: n = comprimento do período (12 meses);

h = número de repetições do período;

T = total de observações.

O período anual pode ser dividido em seis ondas senoidais com períodos mínimos de 12, 6, 4, 3, $2\frac{2}{5}$ e 2 meses, respectivamente, com as frequências $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{12}$ e $\frac{1}{2}$.

6.1.1 - Modelo matemático

O modelo matemático para análise é:

$$y_t = p_0 + \sum_{k=1}^{\frac{T}{2}-1} \left[p_{45k} \cos \frac{360^\circ 45k}{540} t + q_{45k} \operatorname{sen} \frac{360^\circ 45k}{540} t \right] + p_{T/2} (-1)^t + e_t, \quad (14)$$

$t = 1, 2, \dots, T$; $k = 1, 2, \dots, 5$; ou, de outro modo:

$$y_t = p_0 + \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \left[p_k \cos \frac{360^\circ k}{12} t + q_k \operatorname{sen} \frac{360^\circ k}{12} t \right] + p_{n/2} (-1)^t + e_t,$$

$t = 1, 2, \dots, 540$; $k = 1, 2, \dots, 5$.

Os sub-índices usados no modelo (14) são devidos às repetições do período n . Desse modo, é fácil verificar que uma onda senoidal de período 12 é igual a $a_{45 \times 1} = a_1$.

6.1.2 - Estimação dos parâmetros

Aplicando a metodologia exposta em 5.4 e com os cálculos efetuados pelo computador, de acordo com (4), obtêm-se os seguintes valores para os parâmetros:

$$\hat{p}_0 = 2,0367$$

$$\hat{p}_1 = 0,2906$$

$$\hat{p}_2 = -0,0602$$

$$\hat{p}_3 = 0,0202$$

$$\hat{p}_4 = -0,0040$$

$$\hat{p}_5 = 0,0101$$

$$\hat{p}_6 = -0,0092$$

$$\hat{q}_1 = 0,3218$$

$$\hat{q}_2 = -0,0625$$

$$\hat{q}_3 = -0,0348$$

$$\hat{q}_4 = 0,0021$$

$$\hat{q}_5 = -0,0138$$

Desde que:

$$\hat{a}_k = \sqrt{\hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2} ,$$

e também,

$$\operatorname{tg} \hat{A}_k = \frac{\hat{q}_k}{\hat{p}_k} \implies \hat{A}_k = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\hat{q}_k}{\hat{p}_k} ,$$

pode-se obter os seguintes valores das amplitudes correspondentes aos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k :

$$\hat{a}_1 = 0,4336$$

$$\hat{a}_2 = 0,0868$$

$$\hat{a}_3 = 0,0402$$

$$\hat{a}_4 = 0,0045$$

$$\hat{a}_5 = 0,0171$$

$$\hat{a}_6 = 0,0092$$

e os respectivos ângulos fases:

$$\hat{A}_1 = 47,9165^\circ$$

$$\hat{A}_2 = 226,0739^\circ$$

$$\hat{A}_3 = 300,1334^\circ$$

$$\hat{A}_4 = 152,3005^\circ$$

$$\hat{A}_5 = 306,1998^\circ$$

$$\hat{A}_6 = 270^\circ$$

Aplicando um teste de significância para os parâmetros, é possível verificar quais deles são necessários para representar o fenômeno e, então, obter a equação de regressão.

6.1.3 - Análise de variância

A fim de atender às exigências de aplicação do teste F, foi efetuado um teste de normalidade aos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k dos h anos. Os cálculos obtidos pelo programa, de acordo como foi descrito em 5.9, são apresentados nas Tabelas 5 e 6, a seguir:

Tabela 5 - Coeficientes de assimetria e curtose para os contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k significativos.

Contrastes	Coefficiente de assimetria \hat{g}_1	Coefficiente de curtose \hat{g}_2
\hat{p}_1	0,1977	-0,6222
\hat{q}_1	0,3763	0,9982
\hat{p}_2	0,2017	1,1829
\hat{q}_2	0,7073	0,5535
\hat{p}_3	0,5399	0,4128
\hat{q}_3	0,4111	-0,0424

Os desvios padrões de g_1 e g_2 , para aplicação do "teste t", são apresentados a seguir:

$$s(\hat{g}_1) = 0,3537 \quad , \quad s(\hat{g}_2) = 0,6945 \quad .$$

Tabela 6 - Valores de t calculados para os coeficientes de assimetria e curtose dos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k significativos.

Contrastes	t calculado para \hat{g}_1	t calculado para \hat{g}_2
\hat{p}_1	0,5589	-0,8958
\hat{q}_1	1,0638	1,4373
\hat{p}_2	0,5702	1,7032
\hat{q}_2	1,9997	0,7969
\hat{p}_3	1,5264	0,5943
\hat{q}_3	1,1622	-0,0610

Nas tabelas 5 e 6 constam somente aqueles contrastes que se mostraram significativos na análise de variância.

Os valores de t calculados não diferem significativamente do t tabelado, com 44 graus de liberdade, ao nível de 5% de probabilidade. Pode-se, portanto, aceitar que os contrastes lineares sejam normalmente distribuídos.

A análise de variância, isolando os contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k que foram significativos, é apresentada na Tabela 7.

Tabela 7 - Análise de variância referente aos contrastes \hat{p}_k e \hat{q}_k das precipitações mensais de chuva em Grajaú, MA.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Contraste \hat{p}_1	1		22,8011	492,46**
Contraste \hat{q}_1	1		27,9599	493,99**
Contraste \hat{p}_2	1		0,9785	22,97**
Contraste \hat{q}_2	1		1,0547	18,87**
Contraste \hat{p}_3	1		0,1102	2,89*
Contraste \hat{q}_3	1		0,3270	8,65**
Desvios de regressão	5	0,1227	0,0245	0,987
Interação Contrastos x Anos				
\hat{p}_1 x anos	44	2,0359	0,0463	
\hat{q}_1 x anos	44	2,4911	0,0566	
\hat{p}_2 x anos	44	1,8765	0,0426	
\hat{q}_2 x anos	44	2,4576	0,0559	
\hat{p}_3 x anos	44	1,6773	0,0381	
\hat{q}_3 x anos	44	1,6623	0,0378	
Desvios x anos	220	6,0039	0,0273	

O teste F indica significância para os contrastes lineares referentes às ondas: anual, semestral e quadrimestral.

O teste de Cochran para homogeneidade de variâncias, citados por DIXON e MASSEY (1969) e aplicado às variâncias residuais referentes a cada contraste, indica que é válido aceitá-las como homogêneas. Verifica-se em 5.2 que $\hat{a}_k^2 = \hat{p}_k^2 + \hat{q}_k^2$, assim, é possível juntar os dois contrastes e suas variâncias residuais respectivas, para obter o teste de significância da amplitude corresponden-

te. A Tabela 8 contém os resultados dessa análise.

Tabela 8 - Análise de variância das amplitudes das precipitações mensais de chuva em Grajaú, MA.

Causa de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Amplitude \hat{a}_1	2	50,7610	25,3805	493,78**
Amplitude \hat{a}_2	2	2,0332	1,0166	20,62**
Amplitude \hat{a}_3	2	0,4372	0,2186	5,75**
Desvios de regressão	5	0,1227	0,0245	0,897
Interação Amplitude x Anos				
\hat{a}_1 x anos	88	4,5270	0,0514	
\hat{a}_2 x anos	88	4,3341	0,0493	
\hat{a}_3 x anos	88	3,3396	0,0380	
Desvios x anos	220	6,0039	0,0273	

Foram significativas as ondas anual, semestral e quadrimestral.

Como se pode verificar pelo valor do F, a onda anual é a mais importante, isso porque possui uma maior amplitude. A onda anual é quase que inteiramente responsável pela marcha geral da variação das precipitações aquosas no Município de Grajaú, Maranhão.

De acordo com AMARAL (1975), essa predominância da onda anual é característica de um clima com regime de chuvas de inverno.

As ondas semestral e quadrimestral foram significativas, porém, com uma influência bem menor que a anual. Nesse caso, é

interessante um trabalho complementar visando caracterizar a periodicidade dessas duas ondas.

Comparando a grandeza da variância da amplitude a_1 com aquela devida à regressão, verifica-se que somente a onda anual é responsável por 95,12% da variação total. Considerando, agora, a variação devida às três ondas significativas, verifica-se que elas representam 99,75% da variação das precipitações aquosas mensais nessa localidade.

6.1.4 - Equação de regressão - Representação gráfica

A partir das ondas significativas, adotou-se a seguinte equação para estimar as precipitações mensais de chuva em Grajaú, MA:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t = & 2,0367 + 0,4336 \cos (30 t - 47,9165)^\circ + \\ & + 0,0868 \cos (60 t - 226,0739)^\circ + \\ & + 0,0402 \cos (90 t - 300,1334)^\circ . \end{aligned}$$

A Tabela 9 contém os resultados dessas estimativas.

Tabela 9 - Estimativa do $\log(x + 35)$ das precipitações mensais de chuva em Grajaú, MA.

Meses	\bar{Y}	A	B	C	Síntese das ondas A+B+C	\bar{Y}
Jan	2,3276	0,4126	-0,0842	-0,0348	0,2936	2,3303
Fev	2,4244	0,4240	-0,0240	-0,0202	0,3798	2,4165
Mar	2,4448	0,3218	0,0602	0,0348	0,4168	2,4535
Abr	2,2760	0,1334	0,0842	0,0202	0,2378	2,2745
Mai	1,9465	-0,0908	0,0240	-0,0348	-0,1016	1,9351
Jun	1,6424	-0,2906	-0,0602	-0,0202	-0,3710	1,6657
Jul	1,6034	-0,4126	-0,0842	0,0348	-0,4620	1,5747
Ago	1,5829	-0,4240	-0,0240	0,0202	-0,4278	1,6089
Set	1,7593	-0,3218	0,0602	-0,0348	-0,2964	1,7403
Out	1,9551	-0,1334	0,0842	-0,0202	-0,0694	1,9673
Nov	2,1938	0,0908	0,0240	0,0348	0,1496	2,1863
Dez	2,2841	0,2906	-0,0602	0,0202	0,2506	2,2873

onde: $A = a_1 \cos \alpha$, $\alpha = (30 t - 47,9165)^{\circ}$;
 $B = a_2 \cos \beta$, $\beta = (60 t - 226,0739)^{\circ}$;
 $C = a_3 \cos \gamma$, $\gamma = (90 t - 300,1334)^{\circ}$.

A partir da Tabela 9, construiu-se os gráficos das ondas senoidais significativas, conforme foi descrito em 5.8. Nas Figuras 2, 3, 4 e 5, estão representadas as ondas: anual, semestral e quadrimestral e a síntese das três ondas, indicando a variação das precipitações mensais em torno da média geral, ao longo dos anos.

A Figura 6 representa a equação de regressão, obtida a partir dos valores estimados. Os pontos fora da curva representam as médias das precipitações mensais observadas.

6.1.5 - Ocorrência de máximo de precipitações aquosas mensais

Para cada onda significativa, determinou-se o mês de ocorrência do 1º máximo de chuva, de acordo com 5.1. A Tabela 10 contém os resultados.

Tabela 10 - Mês de ocorrência do 1º máximo de chuvas para as ondas senoidais significativas.

Onda	Mês
Anual	fevereiro
Semestral	abril
Quadrimestral	março

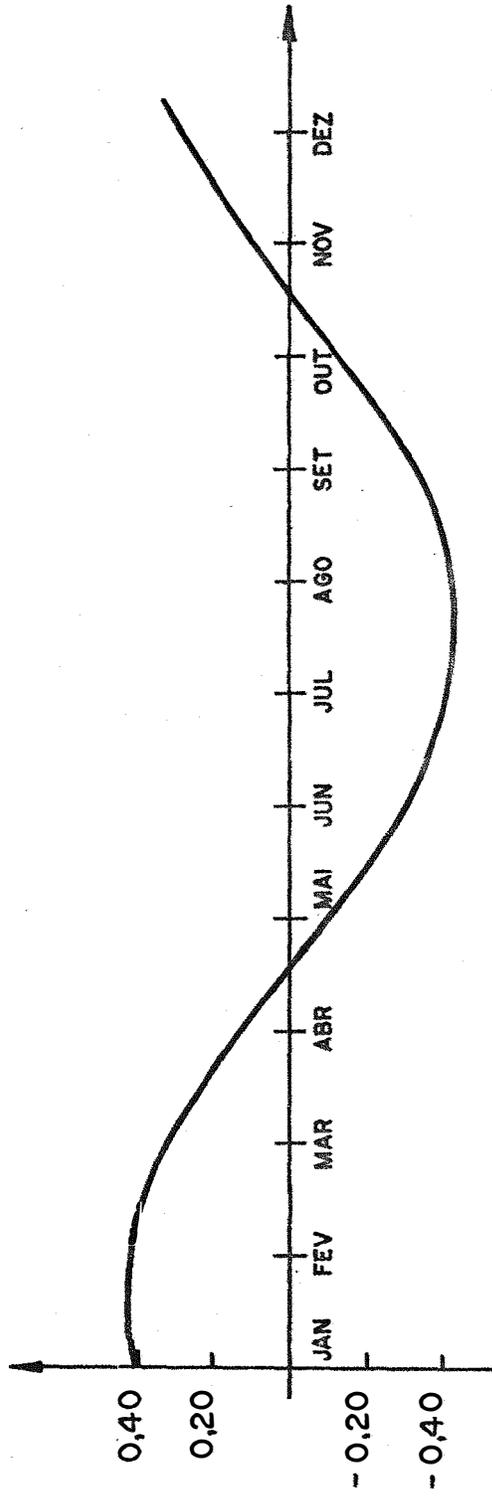


Fig. 2 - Variação anual do $\log(x+35)$ das precipitações mensais em Grajau - MA, 1914 / 58.

ONDA ANUAL $0 A_1 = 0,4336 \cos(30t - 47,6195)^\circ$

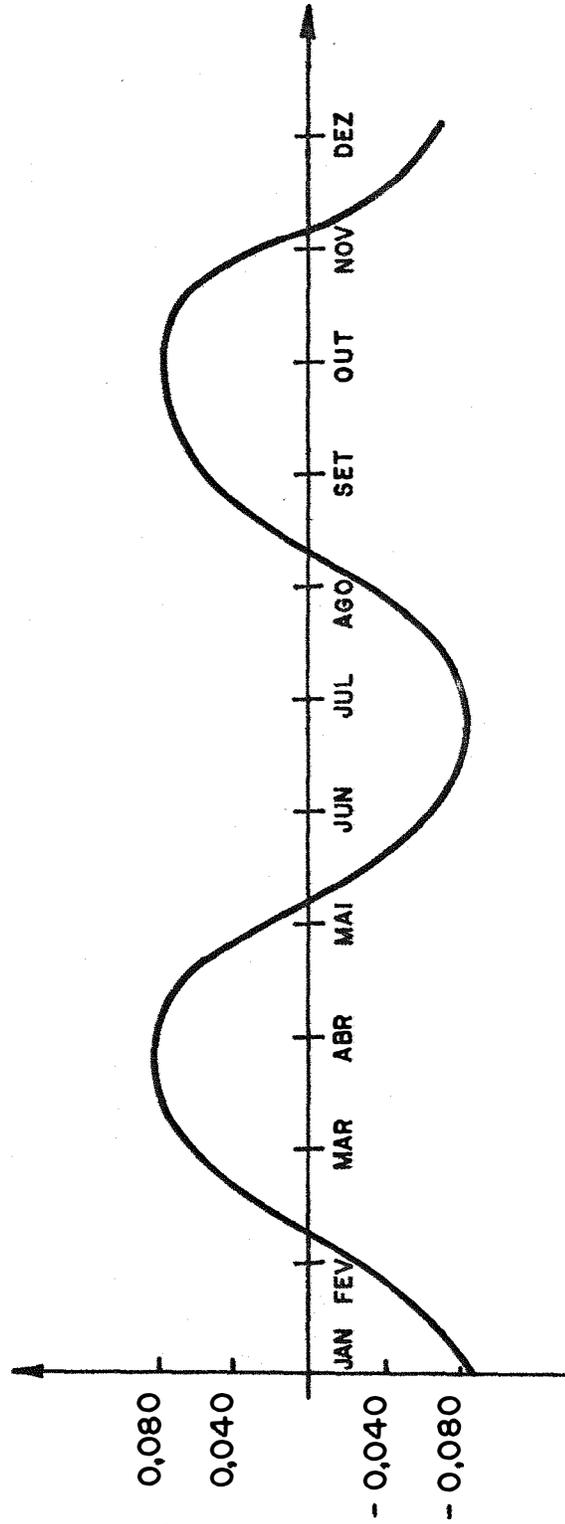


Fig. 3 - Variação anual do $\log(x+35)$ das precipitações mensais em Grajaú - MA, 1914/58.

ONDA SEMESTRAL $\sigma = 0,0868 \cos(60t - 226,0739)^\circ$

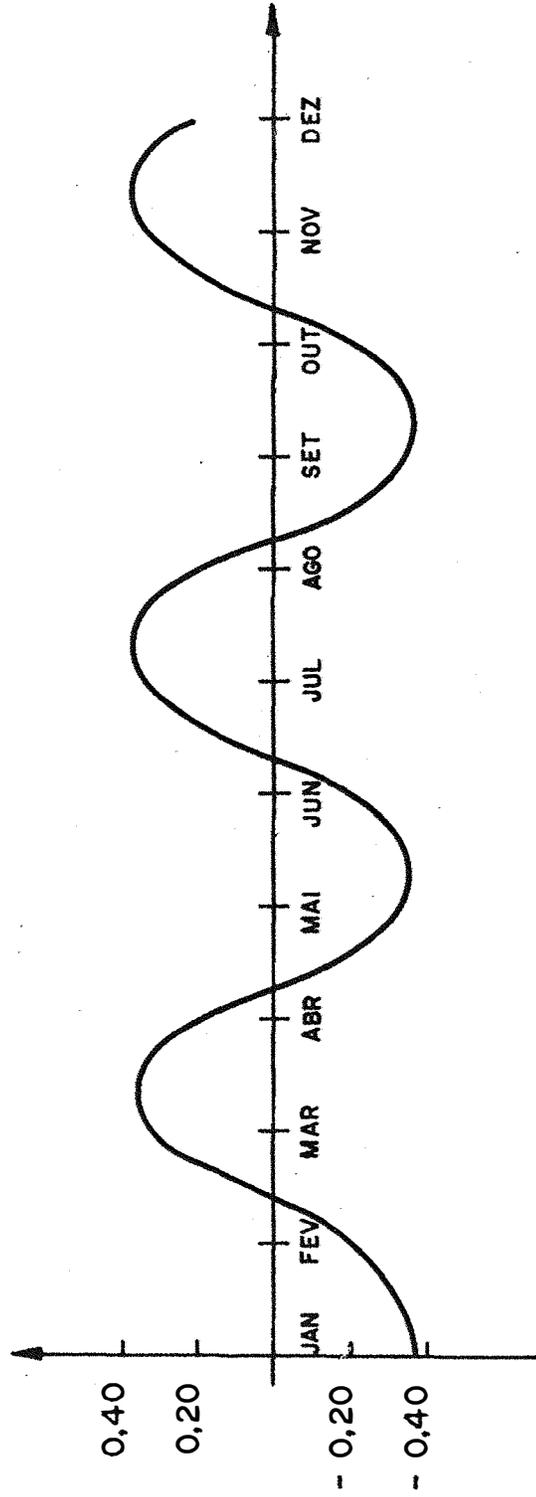


Fig. 4 - Variação anual do $\log (x + 35)$ das precipitações mensais em Grajaú - MA, 1914/58.

ONDA QUADRIMESTRAL $0.0402 \cos (90t - 300.1334)^\circ$

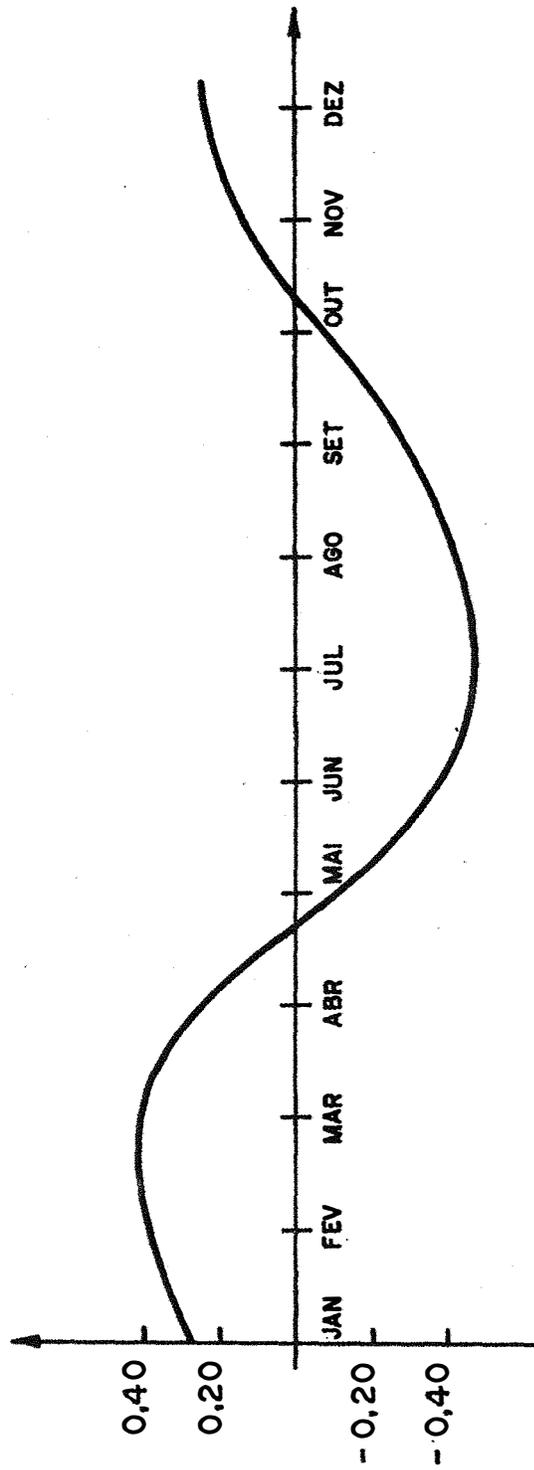


Fig. 5 - Variação anual do $\log (x + 35)$ das precipitações mensais em Grajau - MA, 1914/58.

SÍNTESE DAS ONDAS $S_0 t = 0,4336 \cos (30 t - 47,6195)^\circ + 0,0868 \cos (60 t - 226,0739)^\circ + 0,0402 \cos (90 t - 300,1334)^\circ$

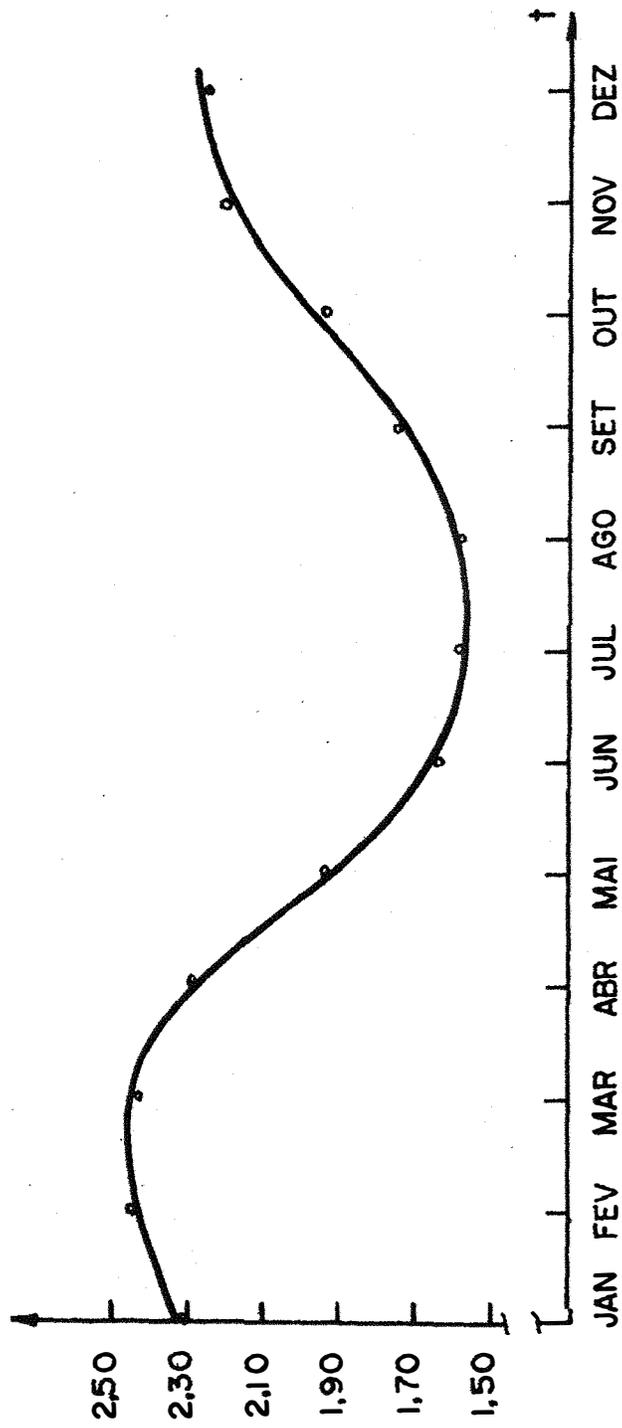


Fig. 6 - Variação anual do $\log (x + 35)$ das precipitações mensais em Grajaú - MA, 1914/58

EQUAÇÃO DE REGRESSÃO $\hat{Y}_t = 2,0367 + 0,4336 \cos (30t - 47,6195)^\circ + 0,0868 \cos (60t - 226,0739)^\circ + 0,0402 \cos (90t - 300,1334)^\circ$

7. CONCLUSÕES

Do presente trabalho, foi possível obter as seguintes conclusões:

- 1 - A equação de regressão estimada a partir da transformação $\log(x + 35)$ foi:

$$\hat{y}_t = 2,0367 + 0,4336 \cos (30 t - 47,9165)^\circ + \\ + 0,0860 \cos (60 t - 226,0739)^\circ + \\ + 0,0402 \cos (90 t - 300,1334)^\circ .$$

- 2 - Pela equação obtida, verifica-se a ocorrência de um máximo de chuvas no mês de março e um mínimo no mês de julho.
- 3 - As ondas senoidais significativas representam cerca de 99,75% da variação total das precipitações mensais de chuva.

- 4 - Somente a onda anual representa 95,12% da variação total anual das precipitações.

8. SUMMARY

In this study, a periodic regression analysis is done of monthly quantities of rainfall in Grajaú County, Maranhão State during the period 1914-1958.

The logarithmic transformation $\log(x+35)$ is applied to the original data with months assumed to be equivalent to 30 days.

Statistical analyses were conducted using matrix algebra and electronic data processing equipment. A computer printed of the program used is found in the Appendix 3.

Results of analyses of variance demonstrate the stability of harmonics components related to each linear contrast P_k and q_k . The waves with periods of four, six and twelve months were statistically significant, and the annual wave predominated.

The regression equation, obtained from the transformed data, is given as:

$$\begin{aligned}\hat{y}_t = & 2.0367 + 0.4336 \cos (30 t - 47.9165)^\circ + \\ & + 0.0868 \cos (60 t - 226.0793)^\circ + \\ & + 0.0402 \cos (90 t - 300.1334)^\circ .\end{aligned}$$

Approximately 99.75% of the variance in monthly precipitation is explained by the model. The annual wave alone is responsible for 95.12% of the total variance. The regression equation shows that maximum rainfall occurs in March and minimum rainfall in July.

9. BIBLIOGRAFIA

AITKEN, A.C., 1939. Statistical Mathematics. Edinburgh, Oliver and Boyd.

AMARAL, E., 1968. Análise Harmônica. Pesquisa Agropecuária Brasileira, 3:7-43. (Boletim Técnico nº 56 do IPEAS).

AMARAL, E., 1975. Análise Harmônica e Previsão a Longo Prazo. Apresentado na Reunião Comemorativa do 20º Aniversário da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria. Piracicaba, 34 pp. (mimeo.).

AMARAL, E.; J.B. SILVA e M.C. BASSOLS, 1975. Tabela de Probabilidades da Temperatura Mínima em Pelotas, RS. Bol. Tec. Dep. Nac. Meteorol., 9:1-61.

ANDERSON, T.W., 1971. The Statistical Analysis of Time Series. Nova York, John Wiley and Sons. 704 pp.

- BARTLETT, M.S., 1974. The Use of Transformations. Biometrics, Carolina do Norte, 3:39-52.
- BLISS, C.I., 1958. Periodic Regression in Biology and Climatology. New Haven, Connecticut. Agr. Exp. Station, 55 pp. (Bol. 615).
- BRASIL, Ministério do Interior, DNOCS, 1969. Observações Pluviométricas do Nordeste do Brasil. Fortaleza. 176 pp.
- BUDAK, B.M. e S.W. FOMIN, 1973. Multiple Integrals Field Theory and Series. Moscou, Mir Publishers, 650 pp.
- CONRAD, V. e L.W. POLLACK, 1950. Methods in Climatology. Massachusetts. Havard University Press, 459 pp.
- DECICO, A. e V.F. CRUZ, 1974. Estudo de Fenômenos Periódicos. IV Jornada Científica da Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu. 15 pp. (anexo 19).
- DIXON, W.J. e F.J. MASSEY Jr., 1969. Introduction to Statistical Analysis. Nova York, McGraw-Hill, 638 pp.
- DUARTE, G.S., 1974. Curva Epidemiológica da Ferrugem Alaranjada do Cafeeiro na Zona da Mata-MG. Piracicaba, ESALQ/USP, 65 pp. (Dissertação de Mestrado).
- GOOY, H.; F. PIMENTEL GOMES e I.R. NOGUEIRA, 1959. Estudo sobre as Temperaturas Médias em Campinas. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 16:227-287.
- GOOY, H.; F. PIMENTEL GOMES e I.R. NOGUEIRA, 1961. Análise Estatística de Dados Pluviométricos de Campinas. Bragantia, Campinas, 20:357-371.

- PIMENTEL GOMES, F., 1976. Curso de Estatística Experimental. 6ª Edição, Piracicaba, ESALQ, 430 pp. + 15 tabelas.
- SILVA, J.B., 1977. Análise Harmônica das Precipitações Pluviométricas Pentadais. Pelotas, UFPel. 216 pp. (Tese de Livre-Docência).
- SNEDECOR, G.W. e W.G. COCHRAN, 1976. Statistical Methods. 6ª edição, Iowa, The Iowa State University Press, 593 pp.
- STEEL, R.G.D. e J.H. TORRIE, 1960. Principles and Procedures of Statistics. Nova York, McGraw-Hill, 481 pp.
- THIÉBAUT, J.T.L., 1976. O Emprego da Análise Harmônica no Estudo das Precipitações Mensais no Município de Viçosa-MG. Piracicaba, ESALQ/USP. 92 pp. (Dissertação de Mestrado).
- VALÉRIO, M.A., 1976. O Emprego da Análise Harmônica a Dados de Precipitação Pluviométrica. Seminário apresentado no Curso de Experimentação e Estatística. (mimeo.).

10. APÉNDICES

Apêndice 3 - Listagem do Programa de Regressão Periódica, para um período anual.

```

-----
C
C
C
C   PROGRAMA PARA REGRESSAO PERIODICA DE DADOS MENSAIS
C   ELABORADO NA LINGUAGEM FORTRAN PARA O COMPUTADOR IBM-1130
C
C
C-----
C   DIMENSION S(15,15),X(15,15),Y(15),TL(15),TC(50),XANO(4),TY(15)
C   DIMENSION TXY(15),TSXY(15),TSXY2(15),TTXY(15),TTSXY(15),TQXY(15)
C   DIMENSION TQSXY(15),ANOS(45,10),TML(15),SCONT(15)
C-----
C   ZERA OS SOMADORES DAS LINHAS E COLUNAS E O SOMADOR DE ANOS.
C-----
C   DO 10 I=1,15
C     TY(I)=0
C     TL(I)=0
C     TTXY(I)=0
C     TTSXY(I)=0
C     TQXY(I)=0
C     SCONT(I)=0
C   10 TQSXY(I)=0
C     DO 15 I=1,50
C   15 TC(I)=0
C     TTTY=0
C     DO 20 I=1,12
C   20 READ(2,25)(X(I,J),J=1,12)
C   25 FORMAT(12F5.0)
C     DO 30 I=1,12
C   30 READ(2,35)(S(I,J),J=1,12)
C   35 FORMAT(12F4.1)
C-----
C   TRANSFORMA OS VALORES DE S EM (1/S(I,I))
C-----
C   DO 40 I=1,12
C   40 S(I,I)=1/S(I,I)
C-----
C   TRANSFORMA OS VALORES DE X EM (COSSENO E SENOS ALTERNADAMENTE
C   A PARTIR DA LINHA 2 ATE N=1)
C-----
C   IK=1
C   DO 45 I=2,11
C     GO TO (41,42),IK
C   41 DO 50 K=1,11
C     XCOS=(X(I,K)*3.141592653)/180
C   50 X(I,K)=COS(XCOS)
C     IK=2
C     GO TO 45
C   42 DO 55 K=1,11
C     XSIN=(X(I,K)*3.141592653)/180
C   55 X(I,K)=SIN(XSIN)
C     IK=1
C   45 CONTINUE

```

PAGE 0002

C IMPRESSAO DAS MATRIZES TRANSFORMADAS

```

WRITE (3,60)
60 FORMAT('1',10X,'MATRIZ TRANSFORMADA (S-1)-INVERSA DA MATRIZ X(LINH
1A)X',///)
DO 65 I=1,12
65 WRITE(3,70)(S(I,J),J=1,12)
70 FORMAT(12(F9.5,1X),/)
WRITE(3,75)
75 FORMAT('1',///,10X,'MATRIZ TRANSFORMADA X(LINHA)-COSSENO , SENO AL
TERNANDO A PARTIR DA LINHA 2 ATE N=1)',///)
DO 80 I=1,12
80 WRITE(3,70)(X(I,J),J=1,12)

```

C LEITURA DA QUANTIDADE DE ANOS

```

READ(2,85)NANO
85 FORMAT(I3)
DO 90 I=1,NANO

```

C LEITURA DO COMENTARIO DO ANO E DOS VALORES DE Y DO MESMO ANO

```

READ(2,95)(XANO(J),J=1,4)
95 FORMAT(4A3)
READ(2,94)(Y(J),J=1,12)
94 FORMAT(6F9.5,/,6F9.5)

```

C IMPRESSAO DE UM COMENTARIO DO ANO

```

WRITE(3,88)
88 FORMAT('1')
WRITE(3,105)(XANO(J),J=1,4)
105 FORMAT(///,10X,'VALORES ORIGINAIS DE Y ',4A3,' LIDOS EM CARTAO',/
1/)
WRITE(3,110)(Y(J),J=1,12)
110 FORMAT(5X,6(F11.6,3X),//,5X,6(F11.6,3X),//)

```

C CALCULO DOS TOTAIS DE ANOS E MESES

```

DO 112 K=1,12
TL(K)=TL(K)+Y(K)
112 TC(I)=TC(I)+Y(K)

```

C CALCULA E IMPRIME A SOMA DOS QUADRADOS DOS ELEMENTOS DE Y

```

TTY=0
DO 120 K=1,12
120 TTY=TTY+Y(K)**2

```

C TOTAL DOS QUADRADOS DOS Y POR ANO (OBSERVACOES)

```

TTY=TTY+TTY
WRITE(3,125)(XANO(J),J=1,4),TTY
125 FORMAT(10X,'SOMA DOS QUADRADOS DOS ELEMENTOS DE Y ',4A3,' = ',F13.
16,///)

```

C CALCULO DO PRODUTO X(LINHA) POR Y

C TXY(K)= TOTAIS DOS PRODUTOS DE X(LINHA) POR Y

```

PAGE 0003
DO 130 K=1,12
  TXY(K)=0
DO 130 L=1,12
  130 TXY(K)=TXY(K)+X(K,L)*Y(L)
C-----
C   IMPRESSAO DO PRODUTO DA MATRIZ X(LINHA) POR Y
C-----
  WRITE(3,135)(XANO(J),J=1,4)
  135 FORMAT(//,10X,'PRODUTO DA MATRIZ X(LINHA) POR Y ',4A3,/)
  WRITE(3,140)(TXY(J),J=1,12)
  140 FORMAT(5X,6(F11.6,3X),//,5X,6(F11.6,3X),/)
C-----
C   CALCULO DO PRODUTO DA MATRIZ S-1 POR X(LINHA) POR Y
C   TSXY(K) GUARDA ESSES VALORES
C-----
  DO 145 K=1,12
    TSXY(K)=0
  DO 145 L=1,12
    145 TSXY(K)=TSXY(K)+S(K,L)*TXY(L)
C-----
C   IMPRESSAO DO PRODUTO DA MATRIZ S POR X(LINHA) POR Y
C-----
  WRITE(3,150)(XANO(J),J=1,4)
  150 FORMAT(//,10X,'PRODUTO DA MATRIZ S POR X(LINHA) POR Y ',4A3,' CONT
  1RASTES PK E QK',/)
  WRITE(3,155)(TSXY(J),J=1,12)
  155 FORMAT(5X,6(F11.6,3X),//,5X,6(F11.6,3X),/)
C-----
C   CALCULO DO QUADRADO DE S POR X(LINHA) POR Y
C   SERA GUARDADO EM TSXY2(K)
C-----
  DO 160 K=1,12
    160 TSXY2(K)=TSXY(K)**2
C-----
C   IMPRESSAO DOS QUADRADOS DE S POR X(LINHA) POR Y
C-----
  WRITE(3,165)(XANO(J),J=1,4)
  165 FORMAT(//,10X,'QUADRADOS DO PRODUTO DA MATRIZ S POR X(LINHA) POR Y
  1',4A3,/)
  WRITE(3,170)(TSXY2(J),J=1,12)
  170 FORMAT(5X,6(F12.6,3X),//,5X,6(F12.6,3X),/)
C-----
C   TTXY=SOMA DOS ELEMENTOS POR ANO DE X(LINHA) DE Y
C   TTXY= SOMA DOS CONTRASTES POR ANO
C   TQXY=SOMA DOS QUADRADOS DOS ELEMENTOS POR ANO DE X(LINHA) DE Y
C   TQSXY=SOMA DOS QUADRADOS POR ANO DOS CONTRASTES
C   SOMA DOS ELEMENTOS E DO QUADRADO POR ANO EM SEUS SOMADURES
C-----
  DO 180 K=1,12
    TTXY(K)=TTXY(K)+TXY(K)
    TTXY(K)=TTXY(K)+TSXY(K)
    TQXY(K)=TQXY(K)+TXY(K)**2
    180 TQSXY(K)=TQSXY(K)+TSXY(K)**2
C-----
C   IMPRESSAO DOS MESMOS
C-----
  WRITE(3,185)
  185 FORMAT(//,10X,'SOMAS ACUMULADAS DOS CONTRASTES PK E QK NOS H ANOS'
  1,/)
  WRITE(3,190)(TTXY(J),J=1,12)

```

PAGE 0004

```

190 FORMAT(5X,6(F11.4,3X),//,5X,6(F11.4,3X),//)
C-----
C   GUARDA A INFORMACAO DOS CONTRASTES PK QK (DE 2 A 11 MESES) NA
C   MATRIZ DE ANOS PARA O CALCULO DOS DESVIOS
C-----
      DO 96 K=2,11
      L=K-1
      96 ANOS(I,L)=TSXY(K)
      90 CONTINUE
C-----
C   IMPRESSAO DOS TOTAIS
C-----
      WRITE(3,195)
195  FORMAT('1',//,10X,'TOTAL DE MESES',//)
      WRITE(3,200)(TL(J),J=1,12)
200  FORMAT(//,5X,6(F10.4,3X),//,5X,6(F10.4,3X),//)
      WRITE(3,205)
205  FORMAT(//,10X,'TOTAL DE ANOS',//)
      WRITE(3,210)(TC(J),J=1,NANO)
210  FORMAT(//,10X,10(F10.5,1X),/,10X,10(F10.5,1X),/,10X,10(F10.5,1X),/
1,10X,10(F10.5,1X),/,10X,10(F10.5,1X),//)
      WRITE(3,215)
215  FORMAT(//,10X,'SOMA ACUMULADA DOS QUADRADOS DOS CONTRASTES PK E QK
1',//)
      WRITE(3,216)(TQSY(J),J=1,12)
216  FORMAT(5X,6(F11.5,3X),//,5X,6(F11.5,3X),//)
C-----
C   CALCULO DA SOMA DOS QUADRADOS
C-----
      TCOL=0
      T2COL=0
      T2LIN=0
      DO 220 K=1,12
220  TCOL=TCOL+TL(K)
      CORR=(TCOL**2)/(12.0*NANO)
      SQTOT=TTTTY-CORR
      DO 225 K=1,12
225  T2COL=T2COL-TL(K)**2
      SOM=(T2COL/NANO)-CORR
      DO 230 K=1,NANO
230  T2LIN=T2LIN-TC(K)**2
      SQA=(T2LIN/12.0)-CORR
C-----
C   IMPRESSAO
C-----
      WRITE(3,235)SQTOT
235  FORMAT(//,10X,'SOMA DE QUADRADOS TOTAL =',F12.5)
      WRITE(3,240)SOM
240  FORMAT(//,10X,'SOMA DE QUADRADOS DE MESES =',F12.5)
      WRITE(3,245)SQA
245  FORMAT(//,10X,'SOMA DE QUADRADOS DE ANOS =',F12.5)
C-----
C   SOMA DAS INFORMACOES DOS CONTRASTES POR MESES (DE 2 A 11 MESES)
C   EM SEUS TOTAIS PARA O CALCULO DAS MEDIAS
C-----
      DO 97 K=2,11
      L=K-1
      97 SCONT(L)=TTXY(K)
C-----
C   CALCULO DAS MEDIAS POR MESES

```

PAGE 0005

```

-----
C      DO 250 I=1,10
      250 TML(I)=SCONT(I)/NANO
-----
C      CALCULO DO SOMATORIO DOS DESVIOS AO QUADRADO , AO CUBO E A QUARTA
C
      KFO=0
      WRITE(3,88)
      WRITE(3,249)
249  FORMAT(10X,'COEFICIENTES DE ASSIMETRIA E CURTOSIS DOS CONTRASTES P
      IK E OK A PARTIR DE PLATE Q5',//)
      DO 258 I=1,10
      IF(KFO-3)251,252,252
252  KFO=0
      WRITE(3,88)
251  CONTINUE
      DESV2=0
      DESV3=0
      DESV4=0
      DO 255 J=1,NANO
      DESV2=DESV2+(ANOS(J,I)-TML(I))**2
      DESV3=DESV3+(ANOS(J,I)-TML(I))**3
255  DESV4=DESV4+(ANOS(J,I)-TML(I))**4
-----
C      CALCULO DO COEFICIENTE DE ASSIMETRIA (G1)
C
      W2=DESV2/(NANO-1.0)
      W3=(NANO*DESV3)/((NANO-1.0)*(NANO-2.0))
      EX1=NANO/((NANO-1.0)*(NANO-2.0)*(NANO-3.0))
      EX2=(NANO+1.0)*DESV4
      EX3=((3.0*(NANO-1.0))/NANO)*DESV2**2
      W4=EX1*(EX2-EX3)
      G1P=(W3**2)/(W2**3)
      G1=SQRT(G1P)
-----
C      CALCULO DO DESVIO PADRAO DO COEFICIENTE DE ASSIMETRIA(SG1)
C
      SG1P=(6.0*NANO*(NANO-1.0))/((NANO-2.0)*(NANO+1.0)*(NANO+3.0))
      SG1=SQRT(SG1P)
-----
C      CALCULO DO COEFICIENTE DE CURTOSE(G2)
C
      G2=(W4/(W2**2))
-----
C      CALCULO DO DESVIO PADRAO DO COEFICIENTE DE CURTOSIS (SG2)
C
      SG2S=24.0*NANO*(NANO-1.0)**2
      SG2I=(NANO-3.0)*(NANO-2.0)*(NANO+3.0)*(NANO+5.0)
      SG2=SQRT(SG2S/SG2I)
-----
C      IMPRESSAO DOS COEFICIENTES E DESVIOS
C
      M=I+1
      WRITE(3,260)G1
260  FORMAT(//,10X,'COEFICIENTE DE ASSIMETRIA DO CONTRASTE PK = ',F15.7
      1)
      WRITE(3,265)SG1
265  FORMAT(//,10X,'DESVIO PADRAO DO COEFICIENTE DE ASSIMETRIA = ',F15.
      17)
      WRITE(3,270)G2

```

```
PAGE 0006
270 FORMAT(//,10X,'COEFICIENTE DE CURTOSIS DO CONTRASTE PK = ',F15.7)
WRITE(3,275)SG2
275 FORMAT(//,10X,'DESVIO PADRAO DO COEFICIENTE DE CURTOSE = ',F15.7)
WRITE(3,276)
276 FORMAT(////////)
KFO=KFO+1
258 CONTINUE
STOP
END
```