PONTOS CRÍTICOS DE SUPERFÍCIES DE RESPOSTA COM RAIZ QUADRADA EM FUNÇÃO DAS DOSES DE NUTRIENTES USADAS NOS EXPERIMENTOS DE ADUBAÇÃO

ADALBERTO LUIZ VERANI DEPIZZOLATTI

Orientador: Dr. FREDERICO PIMENTEL GOMES

Tese apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para a obtenção do título de Doutor em Agronomia. Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Março, 1983

À DEUS

DEDICO

À minha esposa e filhos

OFEREÇO.

AGRADECIMENTOS

- Ao Dr. Frederico Pimentel Gomes, de um modo todo especial, pela orientação segura, incentivo e amizade, o qual, além disso, mostrou ser um orientador em todos os sentidos.

- Ao Dr. Humberto de Campos, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agronômica, pelo apoio e amizade.

- Aos Professores do Curso de Pós-Graduação por sua acolhida, amizade e ensinamentos.

- À Universidade Federal de Santa Catarina pela oportunidade concedida.

- Aos colegas do Departamento de Ciências Estatísticas e da Computação pela solidariedade.

- Aos colegas Isaías Camilo Boratti e Edson Ferraz de Campos pela colaboração.

- Aos companheiros de Curso de Pós-Graduação pelo convívio.

- À CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro.

- Aos funcionários do Departamento de Matemática da ESALQ/USP pelas gentilezas e disponibilidade.

- À minha família, pelo amor, paciência e dedicação.

- A todos que direta ou indiretamente contribuiram na execução deste trabalho.

I N D I C E

Pág.

RESUMO xii

ABSTRACT xiv

1. INTRODUÇÃO 1

2. REVISÃO DA LITERATURA 4

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO 14

4. MATERIAL E MÉTODOS 21

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO 27

5.1. Casos Favoráveis e Desfavoráveis 27

5.2. Os Coeficientes de Correlação 39

5.3. As Médias e Variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3) 40

5.4. Distribuição de Frequências 49

6. CONCLUSÕES 80

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 84

8. APÊNDICE I - Listagem das Doses utilizadas 90

9. APÊNDICE II - Programa de Computador utilizado 98

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela		Página
1	Doses para as quais foram obtidos dois ou mais casos desfavoráveis, para V_1 (σ^2 = 4000)	35
2	As 120 doses que apresentaram as 60 menores e as 60 maiores quantidades de casos desfavoráveis, para V_2 (σ^2 = 35000)	36
3	As 120 doses que apresentaram as 60 maiores quantidades de casos desfavoráveis para V_3 (σ^2 = 98000)	37
4	As 120 doses que apresentaram as 60 menores e as 60 maiores quantidades de casos desfavoráveis, para V_4 (σ^2 = 190000)	38
5	Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_i^*}$, para V_1 (σ^2=4000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram os 20 menores e os 20 maiores valores para pariância de $\sqrt{X_i^*}$	45
6	Médias e variância de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_i^*}$, para V_2 (σ^2=35000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceramos 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_i^*}$	46

Tabela		Página
7	Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i*1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_1^*}$, para V_3 (σ^2=98000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram as 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_1^*}$	47
8	Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_1^*}$, para V_4 (σ^2=190000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram so 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_1^*}$	48
9	Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_1 (σ^2=4000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas"	56
10	Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_2 (σ^2=35000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas"	58
11	Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_3 (σ^2=98000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas"	60

Tabela Página

12 Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_4 (σ^2=190000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas" 62

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura		Página
1	Histograma da distribuição de frequências da dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância V_1 (σ^2=4000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$	64
2	Histograma de distribuição de frequências da dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância V_1 (σ^2 = 4000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$	65
3	Histograma de distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância V_1(σ^2 = 4000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$	66
4	Histograma de distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60) com a variância V_1 (σ^2 = 4000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$	67
5	Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância V_2 (σ^2 = 35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.	68
6	Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância V_2 (σ^2 = 35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.	69

Figura Página

7 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância V_2 (σ^2 = 35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. 70

8 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60), com a variância V_2 (σ^2 = 35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. 71

9 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância V_2 (σ^2 = 98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. 72

10 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância V_3 (σ^2=98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. .....

11 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância V_3 (σ^2 = 98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. 74

12 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60), com a variância V_3 (σ^2=98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. 75

13 Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância V_4 (σ^2=190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$. 76

Figura		Página
14	Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0--40-120), com a variância V_4 (σ^2=190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.	77
15	Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0--65-195), com a variância V_4 (σ^2=190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.	78
16	Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40,60, 0 --40-60), com a variância V_4 (σ^2=190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.	79

RESUMO

Neste trabalho é estudado o comportamento das coordenadas do ponto de máximo de uma superfície de resposta, quando se variam os níveis dos nutrientes. Considera-se o modelo matemático de regressão

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i\sqrt{X_i} + \sum_{i=1}^{3} b_{ii}X_i + \sum_{i<j} b_{ij}\sqrt{X_iX_j} + e,$$

ou, em forma matricial, $Y = X\beta + \varepsilon$, onde ε tem distribuição multinormal com média $\emptyset$ e matriz de dispersão $I\sigma^2$, sendo I a matriz de identidade, e X_i assume os valores ou níveis 0, q_{i1}, q_{i2}. Foram utilizadas 364 combinações de níveis, ou doses, e quatro valores para σ^2. Para cada dose e cada variância eram simulados duzentos vetores aleatórios $\hat{\beta}$, com distribuição multinormal de média β e matriz de dispersão $(X'X)^{-1}\sigma^2$. Com o vetor $\hat{\beta}$ calculavam-se as raízes do sistema de equações oriunda da identidade $d\hat{Y} \equiv 0$ e verificava-se o tipo da matriz hessiana de $d^2\hat{Y}$. A obtenção de um máximo era considerada como um caso favorável.

Concluiu-se que as doses onde os valores de $q_{i2}(i=1,2,3)$ eram altos e $q_{i2} = 3q_{i1}$, apresentaram os melhores resultados. Nestes casos obtinha-se um menor número de pontos de sela e as coordenadas do ponto de máximo eram mais concentradas em torno do seu valor real.

Por outro lado, as doses para as quais os valores q_{i2} eram baixos, ou então a diferença entre q_{i1} e q_{i2} era pequena, forneceram grande número de casos desfavoráveis e grande dispersão das estimativas do verdadeiro valor, mesmo para pequenos valores do coeficiente de variação.

ABSTRACT

In this work it is studied the behavior of the coordinates of the maximum of a known response surface, when changes were made on the nutrient levels.

The mathematical model of regression

$$Y = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i \sqrt{X_i} + \sum_{i=1}^{3} b_{ii} X_i + \sum_{i<j} \sqrt{X_i X_j} + e,$$

or, in matrix notation, $Y = X\beta + \varepsilon$, was considered. has multinormal distribution with mean $\emptyset$ and dispersion matrix $I\sigma^2$, I being the identity matrix. X_i assumes the values or levels 0, q_{i1}, q_{i2}. There were 364 level combinations, or doses, and four values for σ^2. For each dose and variance, two hundred random vectors $\hat{\beta}$ were simulated, with multinormal distribution with mean $\hat{\beta}$ and dispersion matrix $(X'X)^{-1}\sigma^2$. Using the vector $\hat{\beta}$ the roots of the system of equations associated with $d\hat{Y} \equiv 0$ were computed, and verified the type of the matrix of $d^2 \hat{Y}$

(Hessian matrix). When a maximum was obtained it was considered as a favorable case.

It was concluded that the doses with higher upper level, given by q_{i2}, and $q_{i2} = q_{i1}$, furnished the best results. In this case less saddle points occurred and the coordinates of the points of maximum were more concentrated in the neighborhood of the actual value.

On the other hand, doses for which the q_{i2} values were low, or the difference between q_{i1}, and q_{i2} was small, showed a great number of unfavorable cases and a great dispersion of the estimates around the real value, even for small values of the coefficient of variation.

1. INTRODUÇÃO

É inegável que uma das bases da agricultura moderna é o uso de fertilizantes. Portanto, face aos elevados custos, torna-se necessário buscar métodos e procedimentos que permitam indicar aos agricultores as melhores combinações de doses de nutrientes que forneçam um máximo, seja de produção seja de receita líquida. Há interesse, portanto, em saber como a lavoura reage aos nutrientes nela aplicados. Para obter esse conhecimento a Estatística Experimental faz largo uso das chamadas Curvas e Superfícies de Resposta.

Partindo-se da hipótese de que existe uma relação funcional entre a produção de uma lavoura e as quantidades de nutrientes nela aplicados, procura-se, através de dados experimentais, obter a referida relação funcional. Busca-se, portanto, uma função, simbolizada por

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_n),$$

onde Y representa a produção e X_1, X_2,..., X_n são as doses dos nutrientes 1,2,..., n. De posse dessa função, passa-se à determinação dos possíveis pontos (pontos críticos) que poderão fornecer um máximo. Convém lembrar que, uma vez dada a relação funcional, a obtenção dos pontos críticos para a produção ou para a receita líquida é feita por processos matemáticos análogos.

Têm sido propostos e utilizados vários tipos de funções algébricas para a representação da produção. Dentre as funções mais comumente usadas estão os polinômios em X, os polinômios em Z, onde Z é uma potência fracionária de X, ou ainda certas funções transcendentes, notatamente as exponenciais.

No presente trabalho será estudada a função

$$Y = b_0 + b_1\sqrt{X_1} + b_2\sqrt{X_2} + b_3\sqrt{X_3} +$$

$$+b_{11}X_1 + b_{22}X_2 + b_{33}X_3 + b_{12}\sqrt{X_1X_2} +$$

$$+b_{13}\sqrt{X_1X_3} + b_{23}\sqrt{X_2X_3}$$

Considerando este modelo de regressao, será estudado como se comportam os pontos críticos para diferentes combinações de níveis das variáveis X_1, X_2, X_3, tal como são usados nos experimentos.

Essa função tem sido largamente usada porque ela parece apresentar melhores características de ajustamento do que os polinômios, no caso de ensaios de adubação. En-

tretanto ela é de estudo matemático mais difícil.

O estudo da receita líquida é, em muitos casos, mais importante do que o estudo da produção. Costuma-se, na Estatística Experimental, definir a função de receita líquida, L, como sendo a função de produção Y (ou sua estimativa) subtraída de uma função linear nas variáveis $X_1,\ldots,X_n$ que representa os custos. O presente trabalho vale tanto para receita líquida como para a produção.

2. REVISÃO DA LITERATURA

Após o descobrimento, em 1908, por E.A. Mitscherlich da lei que leva o seu nome, abriu-se um importante e profícuo campo de estudos na Estatística Experimental, qual seja o estudo das Curvas e Superfícies de Resposta. Desde então numerosos pesquisadores, em muitos países, têm proposto vários meios e métodos para o estudo e aplicação das curvas e superfícies que representem respostas a determinados estímulos. Em particular, os estudiosos e pesquisadores da Experimentação Agronômica têm devotado atenção ao estudo das respostas das lavouras aos adubos e nutrientes aplicados ao solo, como será visto a seguir.

PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949), em um trabalho pioneiro, apresentaram um método para a obtenção das estimativas dos parâmetros A, b e c na chamada primeira lei de Mitscherlich, dada por

$$y = A[1 - 10^{-c(x+b)}].$$

Usando a soma dos quadrados dos desvios, a ser minimizada, obtiveram as equações:

$$\Sigma y - nA + A10^{-bc}\,\Sigma 10^{-cx} = 0$$
$$\Sigma xy10^{-cx} - A\Sigma x10^{-cx} + A10^{-bc}\Sigma x10^{-2cx} = 0$$
$$\Sigma y10^{-cx} - A\Sigma 10^{-cx} + A10^{-bc}\Sigma 10^{-2cx} = 0$$

A seguir, aplicando o teorema de Rouché-Capelli, obtiveram a equação

$$\begin{vmatrix} \Sigma y & n & \Sigma 10^{-cx} \\ \Sigma xy10^{-cx} & \Sigma x10^{-cx} & \Sigma x10^{-2cx} \\ \Sigma y\ 10^{-cx} & \Sigma 10^{-cx} & \Sigma 10^{-2cx} \end{vmatrix} = 0$$

com a qual se calcula a estimativa de c, e, com este valor, obtêm-se as estimativas de A e B. Ainda PIMENTEL GOMES (1951, 1953, 1960) estudou, reviu e estendeu os resultados de pesquisas realizadas por ele mesmo e ainda por E. Malavolta, W.L. Stevens e I.R. Nogueira, relativas aos problemas da aplicabilidade da Lei de Mitscherlich na análise de experimentos de adubação. Além disso ele estudou, nesses trabalhos, problemas relativos a outros tipos de funções. Segundo PIMENTEL GOMES (1978) a primeira lei de Mitscherlich é aceita como apropriada para os estudos de adubação exceto quando doses muito elevadas estão presentes. Em um outro trabalho, PIMENTEL GOMES (1969) faz referência a um problema relativo ao uso da su

perfície polinomial quadrática, qual seja a baixa precisão dos valores do ponto crítico, mesmo quando se obtém um máximo. Citou, como exemplo, a análise de um grupo de 10 ensaios fatoriais 3x3x3, de adubação em milho, em Minas Gerais, onde a curva de resposta de segundo grau relativa ao nitrogênio forneceu $X_1^* = 58 \pm 108$ kg/ha de N (X_1^* é a coordenada do ponto de máximo). Cálculo realizado com a Lei de Mitscherlich forneceu $X_1^* = 58 \pm 14$ kg/ha de N. Como se vê, existe realmente uma diferença muito grande entre os dois resultados.

NOGUEIRA (1960) estudou a Lei de Mitscherlich aplicada a ensaios de adubação com três níveis, nos quais o primeiro é a testemunha, sem fertilizante, e o terceiro é uma dosagem fixada como o triplo de uma dose padrão q, previamente estabelecida. O segundo nível, intermediário, corresponde a xq, com $0 < x < 3$. Concluiu que, sendo $r = 10^{-cq}$, são ótimos os delineamentos 0 - 0,5 - 3, para $0,2 < r < 0,4$; 0-1 -3 para $0,5 < r < 0,7$; e 0-1,5-3 para $0,8 < r < 0,9$. Afirma também que, levando em conta as doses padrões à base de P_2O_5, K_2O e N, o delineamento 0-1-3 é melhor que qualquer outro, sendo que para N, o delineamento usual 0-1,5-3 não é muito menos eficiente do que 0-1-3, e, finalmente, que os parâmetros da equação de Mitscherlich ficarão mais bem estimados se forem adotados esquemas do tipo 0-1-3.

No que diz respeito às superfícies de resposta, o primeiro pesquisador a sugerir este tipo de estudo foi BAULE (1921). Entretanto o grande impulso no assunto, já es-

tudando o aspecto de otimização, foi dado por BOX e WILSON (1951) onde os autores introduziram a regressão polinomial com duas ou mais variáveis independentes para estudar problemas industriais. Só, ou em co-autoria, G.E.P. Box escreveu vários outros artigos sobre o assunto. Em BOX e HUNTER (1957), por exemplo, é discutido o delineamento rotacional, ou seja um tipo de delineamento experimental onde a resposta estimada possui variância constante em todos os pontos que estejam a uma mesma distância do centro do delineamento.

HEADY (1956), ao discutir os problemas metodológicos relativos ao uso de funções de resposta, afirmou que o problema central é a predição da forma matemática e a distribuição probabilística da função de resposta, uma vez que se trata de diferentes tipos de solos, culturas e climas. Além disso cita mais dois problemas subjacentes: (a) o planejamento de experimentos que permitam uma boa previsão ("prediction"), da função de resposta e (b) os procedimentos para a estimação das superfícies e do uso ótimo dos nutrientes. Esta preocupação não é só dele. Outros autores também manifestaram, de uma forma ou de outra, a presença deste problema. Salienta-se, aliás, que a linguagem de Heady é imprópria, pois funções de resposta não tem distribuição probabilística, evidentemente, e, por outro lado, um experimento não permite previsão ("prediction") da função de resposta.

Em MASON (1956) são apresentados e discutidos vários modelos matemáticos com uma ou mais variáveis indepen-

dentes, aplicados a ensaios de adubação, e ainda é mostrada uma superfície de resposta ajustada a um fatorial incompleto de adubação com N, P e K, em batata, com 17 tratamentos, usando combinações diversas de 5 níveis de nutrientes e a função

$$Y = b_0 + b_1N + b_2P + b_3K + b_{11}N^2 + b_{22}P^2 + b_{33}K^2 + b_{12}NP +$$

$$+ b_{13}NK + b_{23}PK .$$

Obtidos os resultados numéricos, ele verificou que os intervalos de confiança para os parâmetros eram muito amplos. A este respeito CAMPOS (1967) lançou duas hipóteses: a) O autor se baseou em apenas um ensaio, pois a exiguidade de dados aumenta o erro experimental; b) O modelo funcional não é adequado. Para fortalecer esta segunda hipótese cita, ainda, TEJEDA (1966), dizendo que este constatou a mesma imprecisão na estimativa dos coeficientes, através da aplicação de regressão polinomial a um grupo de 23 ensaios fatoriais com N e P em trigo.

A função

$$Y = a + b_1F_1 + b_2F_1^n + b_3F_2 + b_4F_2^n + b_5F_1F_2 + b_6F_3 + b_7F_3^n +$$

$$+ b_8F_1F_3 + b_9F_2F_3 + b_{10}F_1F_2F_3,$$

onde Y é a produção; F_1, F_2, F_3 são as quantidades de nutrientes, b_i (i=1,2,...,10) são os parâmetros e n é um expoente diferente de um (sic), foi sugerida por PESEK (1960). Pode-se

acrescentar aqui que n é um número racional positivo, pois não é comum usar outro tipo de expoente nesse tipo de função.

Pesek também trata do problema de determinar quais as combinações de tratamentos que poderão fornecer dados satisfatórios para as equações, e que permitam a obtenção de bons resultados nos testes de aderência, para a função em estudo. Para isto sugere os fatoriais 3x3 e 3x3x3, para duas e três variáveis independentes, respectivamente. Mas, por outro lado, lembra ele, o problema mais importante é o de obter uma boa estimação da função de produção. Para testar a aderência tem-se o coeficiente de correlação múltipla R, e a Soma de Quadrados dos Desvios de Regressão, e não há, segundo ele, uma indicação segura de qual deva ser o número de graus de liberdade necessários para se obter uma estimativa confiável dessa Soma de Quadrados. Êle acha razoável um número de graus de liberdade que seja seis ou sete vezes o número de coeficientes na equação de regressão, sugerindo então os fatoriais 6x6 ou 7x7, para duas variáveis independentes, e 4x4x4 ou 4x4x5 para três variáveis. Isto, como se vê, exigiria grande número de tratamentos, tornando o experimento de difícil instalação, especialmente tendo em vista a necessidade de várias repetições.

PIMENTEL GOMES e CAMPOS (1966) estudaram um grande número de ensaios de adubação em milho instalados em nove Estados brasileiros. Em alguns casos a dose de nutriente economicamente aconselhável foi obtida através da equação

de Mitscherlich, com as fórmulas sugeridas por PIMENTEL GOMES e ABREU (1959) e PIMENTEL GOMES (1961):

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + 114 \log_{10} \frac{wu}{tx_u}$$

para P_2O_5 e K_2O, e

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + 204 \log_{10} \frac{wu}{tx_u}$$

para N. Nestas fórmulas u é o aumento de produção obtido com a dose x_u do nutriente, w é o preço do quilograma de milho em grãos e t é o preço do quilograma de nutriente. Esses autores poderiam ter usado as superfícies de resposta, que oferece vantagens no caso de existirem interações grandes. Não o fizeram e justificam que as superfícies são em geral de uso pouco aconselhável pois: 1. Não permitem extrapolação; 2. Não permitem testes de significância adequados no caso de grupos de experimentos; 3. São de aplicação mais trabalhosa e mais restrita; 4. Forneceram resultados análogos aos já obtidos, nos casos em que foram aplicadas.

HEADY *et alii* ajustaram funções de produção aos dados de três ensaios de adubação com N e P em milho, além do P e K em trevo vermelho e em alfafa. Segundo estes autores, para os dados utilizados, a superfície com raiz quadrada ofereceu o maior coeficiente de determinação R^2. Ora, este não é um bom critério de julgamento do ajustamento, na maioria dos casos.

A função de regressão polinomial de segundo grau foi ajustada por CAMPOS (1967), utilizando dados experimentais de ARRUDA (1959). Entre suas conclusões, afirma que os parâmetros da equação da superfície de resposta apresentaram intervalos de confiança excessivamente amplos, o que mostra a imprecisão das estimativas; apenas 7 dos ensaios individuais estudados (num total de 50) forneceram doses economicamente aconselháveis, sendo que na maioria dos casos obtiveram-se pontos de sela. O uso da regressão polinomial, na opinião dele, se recomenda apenas para grupos de ensaios de boa precisão, levando a resultados inaceitáveis e até absurdos quando inadequadamente aplicados.

Um caso onde os níveis de nutrientes não são equidistantes, em uma regressão polinomial de segunda ordem, aplicada a ensaios fatoriais 3x3x3 de adubação com N, P e K em milho, foi estudado por MORAES (1969). Este autor afirma que, quando os níveis não são equidistantes, a codificação dos dados não traz simplificação dos cálculos. A função de receita líquida forneceu ponto de sela e os intervalos de confiança para os parâmetros foram relativamente amplos.

VIEIRA (1970) estendeu o trabalho de CAMPOS (1967), utilizando agora modelos com $\sqrt{X}$ e $X^{3/2}$, e também a Lei de Mitscherlich. A autora verificou que, para os dados em estudo, as doses econômicas dos nutrientes, oriundas das funções de receita líquida obtidas do ajustamento de qualquer um dos modelos, apresentaram grande diversificação. No caso de

três níveis recomenda o uso da lei de Mitscherlich, porque leva a soluções satisfatórias através de métodos matemáticos mais simples, mas no caso de existirem interações significativas ou queda de produção, ela recomenda a regressão polinomial, de preferência o modelo com raiz quadrada.

ZAGATTO e PIMENTEL GOMES (1967) fizeram uma interessante pesquisa onde, ao final, apontam as dificuldades mais comuns que podem ocorrer no estudo de ensaios de adubação por polinômios. Estão entre elas: 1. A equação da receita líquida não ter máximo, mas sim um mínimo ou um ponto de sela; 2. O ajustamento da superfície de resposta aos dados observados ser muito pouco satisfatório, em muitos casos de ensaios individuais; 3. As doses ótimas, em caso de ocorrência, oferecerem pouca segurança por terem erro padrão muito elevado; 4. As superfícies de resposta obtidas de ensaios em condições similares serem frequentemente bem distintas. Para fazer frente a estas dificuldades esses autores sugerem o seguinte: 1. Usar grupos de ensaios numerosos, ou então ensaios isolados com diversas repetições e boa precisão; 2. Calcular intervalos de confiança para as doses ótimas encontradas, como auxiliar no julgamento do seu real valor; 3. Não confiar em doses ótimas onde as estimativas dos coeficientes do termo de 2º grau não forem significativamente diferentes de zero; 4. Verificar sempre se os valores encontrados correspondem realmente a um máximo. Esta última sugestão pode parecer desnecessária, mas na verdade há vários exemplos na literatu

ra de pontos críticos indicados como máximo que realmente eram pontos de sela.

O INSTITUTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA (1981) realizou uma Avaliação Econômica de Resultados Experimentais, em cujos volumes 5 e 6 foram estudados os resultados de experimentos realizados com algodão, amendoim, feijão, milho, soja e trigo. Foram utilizadas a Lei de Mitscherlich, o trinômio de segundo grau, e também as superfícies de resposta do tipo polinomial de segundo grau e a polinomial com raiz quadrada. A equipe encarregada estudou um grande número de experimentos realizados nos Estados de São Paulo, Paraná, Rio Grande do Sul e Minas Gerais. Com referência às superfícies, na grande maioria dos casos os resultados obtidos foram pontos de sela e, mesmo quando ocorria um máximo, a recomendação por vezes seria uma dose absurda.

Para finalizar, convém lembrar um comentário de PIMENTEL GOMES e GOMES (1979): eles recordam o fato de que, ao analisar experimentos com fertilizantes por meio de curvas e superfícies de resposta, os cientistas, em geral, só publicam resultados quando um máximo é obtido, deixando de lado os outros casos que porventura não sejam satisfatórios.

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Seja um modelo linear de regressão dado por $Y = X\beta + \varepsilon$, onde Y é o vetor coluna das observações, X é uma matriz de números reais, β é o vetor dos parâmetros da equação de regressão e ε é o vetor dos erros, para o qual se supõe $E(\varepsilon) = 0$, $Var(\varepsilon) = I\sigma^2$, onde I é a matriz identidade e σ^2 é um número real positivo.

O método dos quadrados mínimos fornece a estimativa dos parâmetros, dada por

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y.$$

Têm-se que $E(\hat{\beta})=\beta$, $Var(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1}\sigma^2$.

Supondo que ε tenha distribuição multinormal, segue-se que $Y = X\beta + \varepsilon$ tem também distribuição multinormal com média $X\beta$ e matriz de dispersão $I\sigma^2$. Como $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$, conclui-se que $\hat{\beta}$ tem distribuição multinormal com média β e matriz de dispersão $(X'X)^{-1}\sigma^2$.

Neste trabalho, como já foi dito, será considerada uma equação de regressão cujo modelo matemático é

$$y = b_0 + b_1\sqrt{X_1} + b_2\sqrt{X_2} + b_3\sqrt{X_3} + b_{11}X_1 + b_{22}X_2 + b_{33}X_3 + \\ + b_{12}\sqrt{X_1X_2} + b_{13}\sqrt{X_1X_3} + b_{23}\sqrt{X_2X_3} + e ,$$

onde b_0, b_i, b_{ii} e b_{ij} ($i=1,2,3$; $j=2,3$, $i \neq j$) são os parâmetros da equação de regressão, X_1, X_2, X_3 são as quantidades, ou níveis, de nutrientes que assumem os valores 0, q_{i1}, q_{i2} ($i=1,2,3$) e e indica os erros, independentes, homocedásticos, de variância σ^2 e distribuição normal.

Os vetores Y, β, ε e a matriz X do modelo em questão são dados por:

$$Y' = [y_1, y_2, \ldots, y_{27}]$$

$$\beta' = [b_0, b_1, b_2, b_3, b_{11}, b_{22}, b_{33}, b_{12}, b_{13}, b_{23}]$$

$$\varepsilon' = [e_1, e_2, \ldots, e_{27}]$$

$$
X = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & \sqrt{q_{31}} & 0 & 0 & q_{31} & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & \sqrt{q_{32}} & 0 & 0 & q_{32} & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & \sqrt{q_{21}} & 0 & 0 & q_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & \sqrt{q_{21}} & \sqrt{q_{31}} & 0 & q_{21} & q_{31} & 0 & 0 & \sqrt{q_{21}q_{31}} \\
1 & 0 & \sqrt{q_{21}} & \sqrt{q_{32}} & 0 & q_{21} & q_{32} & 0 & 0 & \sqrt{q_{21}q_{32}} \\
1 & 0 & \sqrt{q_{22}} & 0 & 0 & q_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & \sqrt{q_{22}} & \sqrt{q_{31}} & 0 & q_{22} & q_{31} & 0 & 0 & \sqrt{q_{22}q_{31}} \\
1 & 0 & \sqrt{q_{22}} & \sqrt{q_{32}} & 0 & q_{22} & q_{32} & 0 & 0 & \sqrt{q_{22}q_{32}} \\
1 & \sqrt{q_{11}} & 0 & 0 & q_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \sqrt{q_{11}} & 0 & \sqrt{q_{31}} & q_{11} & 0 & q_{31} & 0 & \sqrt{q_{11}q_{31}} & 0 \\
1 & \sqrt{q_{11}} & 0 & \sqrt{q_{32}} & q_{11} & 0 & q_{11} & 0 & \sqrt{q_{11}q_{32}} & 0 \\
1 & \sqrt{q_{11}} & \sqrt{q_{21}} & 0 & q_{11} & q_{21} & 0 & \sqrt{q_{11}q_{21}} & 0 & 0 \\
1 & \sqrt{q_{11}} & \sqrt{q_{21}} & \sqrt{q_{31}} & q_{11} & q_{21} & q_{31} & \sqrt{q_{11}q_{21}} & \sqrt{q_{11}q_{31}} & \sqrt{q_{21}q_{31}} \\
1 & \sqrt{q_{11}} & \sqrt{q_{21}} & \sqrt{q_{32}} & q_{11} & q_{21} & q_{32} & \sqrt{q_{11}q_{21}} & \sqrt{q_{11}q_{32}} & \sqrt{q_{21}q_{32}} \\
1 & \sqrt{q_{11}} & \sqrt{q_{22}} & 0 & q_{11} & q_{22} & 0 & \sqrt{q_{11}q_{22}} & 0 & 0 \\
1 & \sqrt{q_{11}} & \sqrt{q_{22}} & \sqrt{q_{31}} & q_{11} & q_{22} & q_{31} & \sqrt{q_{11}q_{22}} & \sqrt{q_{11}q_{31}} & \sqrt{q_{22}q_{31}} \\
1 & \sqrt{q_{11}} & \sqrt{q_{22}} & \sqrt{q_{32}} & q_{11} & q_{22} & q_{32} & \sqrt{q_{11}q_{22}} & \sqrt{q_{11}q_{31}} & \sqrt{q_{22}q_{32}} \\
1 & \sqrt{q_{12}} & 0 & 0 & q_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & \sqrt{q_{12}} & 0 & \sqrt{q_{31}} & q_{12} & 0 & q_{31} & 0 & \sqrt{q_{12}q_{31}} & 0 \\
1 & \sqrt{q_{12}} & 0 & \sqrt{q_{32}} & q_{12} & 0 & q_{32} & 0 & \sqrt{q_{12}q_{32}} & 0 \\
1 & \sqrt{q_{12}} & \sqrt{q_{21}} & 0 & q_{12} & q_{21} & 0 & \sqrt{q_{12}q_{21}} & 0 & 0 \\
1 & \sqrt{q_{12}} & \sqrt{q_{21}} & \sqrt{q_{31}} & q_{12} & q_{21} & q_{31} & \sqrt{q_{12}q_{21}} & \sqrt{q_{12}q_{31}} & \sqrt{q_{21}q_{31}} \\
1 & \sqrt{q_{12}} & \sqrt{q_{21}} & \sqrt{q_{32}} & q_{12} & q_{21} & q_{32} & \sqrt{q_{12}q_{21}} & \sqrt{q_{12}q_{32}} & \sqrt{q_{21}q_{32}} \\
1 & \sqrt{q_{12}} & \sqrt{q_{22}} & 0 & q_{12} & q_{22} & 0 & \sqrt{q_{12}q_{22}} & 0 & 0 \\
1 & \sqrt{q_{12}} & \sqrt{q_{22}} & \sqrt{q_{31}} & q_{12} & q_{22} & q_{31} & \sqrt{q_{12}q_{22}} & \sqrt{q_{12}q_{31}} & \sqrt{q_{22}q_{31}} \\
1 & \sqrt{q_{12}} & \sqrt{q_{22}} & \sqrt{q_{32}} & q_{12} & q_{22} & q_{32} & \sqrt{q_{12}q_{22}} & \sqrt{q_{12}q_{32}} & \sqrt{q_{22}q_{32}}
\end{bmatrix}
$$

Obtido o vetor $\hat{\beta}$, estimativa de β, temos

$$\hat{Y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1\sqrt{X_1} + \hat{b}_2\sqrt{X_2} + \hat{b}_3\sqrt{X_3} + \hat{b}_{11}X_1 + \hat{b}_{22}X_2 + \hat{b}_3X_{33} +$$
$$+ \hat{b}_{12}\sqrt{X_1X_2} + \hat{b}_{13}\sqrt{X_1X_3} + \hat{b}_{23}\sqrt{X_2X_3} ,$$

com $\sqrt{X_i} > 0$, $X_i > 0$ $(i=1,2,3)$.

Então a obtenção dos pontos críticos da função $\hat{Y}$ é feita através do sistema que se obtém considerando $d\hat{Y}\equiv 0$, ou seja, resolvendo-se o sistema

$$\begin{bmatrix} 2\hat{b}_{11} & \hat{b}_{12} & \hat{b}_{13} \\ \hat{b}_{12} & 2\hat{b}_{22} & \hat{b}_{23} \\ \hat{b}_{13} & \hat{b}_{23} & 2\hat{b}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{X_1} \\ \sqrt{X_2} \\ \sqrt{X_3} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Se o determinante Δ do sistema não for nulo, tem-se uma única solução, dada por

(3.2)

$$\sqrt{X_1^*} = \begin{vmatrix} -\hat{b}_1 & \hat{b}_{12} & \hat{b}_{13} \\ -\hat{b}_2 & 2\hat{b}_{22} & \hat{b}_{23} \\ -\hat{b}_3 & \hat{b}_{23} & 2\hat{b}_{33} \end{vmatrix} \div \Delta ,$$

$$\sqrt{X_2^*} = \begin{vmatrix} 2\hat{b}_{11} & -\hat{b}_1 & \hat{b}_{13} \\ \hat{b}_{12} & -\hat{b}_2 & \hat{b}_{23} \\ \hat{b}_{13} & -\hat{b}_3 & 2\hat{b}_{33} \end{vmatrix} \div \Delta ,$$

$$\sqrt{X_3^*} = \begin{vmatrix} 2\hat{b}_{11} & \hat{b}_{12} & -\hat{b}_1 \\ \hat{b}_{12} & 2\hat{b}_{22} & -\hat{b}_2 \\ \hat{b}_{13} & \hat{b}_{23} & -\hat{b}_3 \end{vmatrix} \div \Delta ,$$

com $$\Delta = \begin{vmatrix} 2\hat{b}_{11} & \hat{b}_{12} & \hat{b}_{13} \\ \hat{b}_{12} & 2\hat{b}_{22} & \hat{b}_{23} \\ \hat{b}_{13} & \hat{b}_{23} & 2\hat{b}_{33} \end{vmatrix} .$$

A caracterização do ponto crítico (se ponto de máximo, de mínimo, de sela ou indeterminação), será dada pelos valores próprios da matriz da forma quadrática $d^2\hat{Y}$, calculada no ponto (X_1^*, X_2^*, X_3^*), ou seja, pelos valores próprios da matriz

$$(3.3) \qquad \begin{bmatrix} \dfrac{-(\hat{b}_1+\hat{b}_{12}\sqrt{X_2^*}+\hat{b}_{13}\sqrt{X_3^*}}{4X_1^*\sqrt{X_1^*}} & \dfrac{\hat{b}_{12}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_2^*}} & \dfrac{\hat{b}_{13}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_3^*}} \\ \dfrac{\hat{b}_{12}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_2^*}} & \dfrac{-(\hat{b}_2+\hat{b}_{12}X_1^*+\hat{b}_{23}X_3^*}{4X_2^*\sqrt{X_2^*}} & \dfrac{\hat{b}_{23}}{4\sqrt{X_3^*}\sqrt{X_2^*}} \\ \dfrac{\hat{b}_{13}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_3^*}} & \dfrac{\hat{b}_{23}}{4\sqrt{X_2^*}\sqrt{X_3^*}} & \dfrac{-(\hat{b}_3+\hat{b}_{13}X_1^*+\hat{b}_{23}X_2^*}{4X_3^*\sqrt{X_3^*}} \end{bmatrix}$$

onde $\sqrt{X_i^*} > 0$ são valores dados por (3.2).

OBSERVAÇÕES

1. Como se vê em 3.3, a matriz da diferencial segunda, que caracteriza o ponto crítico, depende da solução (se houver) de $d\hat{Y} \equiv 0$. Isto não ocorre na regressão polinomial quadrática, onde $d^2\hat{Y}$ depende apenas das estimativas dos parâmetros da regressão.

2. Para o estudo dos pontos críticos da receita líquida deve-se estudar a função

$$\frac{L}{w} = \hat{Y} - m - \sum_{i=1}^{3} (t_i/w) X_i ,$$

onde t_i/w, com $w > 0$ e $t_i > 0$ $(i = 1,2,3)$, representa a relação de preços nutriente/produto e $\underline{m}$ é uma constante.

Ora, sendo

$$\hat{Y} = \hat{b}_0 + \sum_{i=1}^{3} \hat{b}_i \sqrt{X_i} + \sum_{i=1}^{3} \hat{b}_{ii} X_i + \sum_{i \neq j} \hat{b}_{ij} \sqrt{X_i X_j} ,$$

tem-se

$$\frac{L}{w} = \hat{b}_0 - m + \sum_{i=1}^{3} \hat{b}_i \sqrt{X_i} + \sum_{i=1}^{3} (\hat{b}_{ii} - \frac{t_i}{w}) X_i + \sum_{i \neq j} \hat{b}_{ij} \sqrt{X_i X_j} .$$

Vê-se então que L/w pode ser vista como sendo uma função $\hat{Y}_0^*$ onde $\hat{b}_0^* = \hat{b}_0 - m$, $\hat{b}_i^* = \hat{b}_i$, $\hat{b}_{ii}^* = \hat{b}_{ii} - t_i/w$, $\hat{b}_{ij}^* = \hat{b}_{ij}$, $(i,j=1,2,3,\ i \neq j)$, de modo que, para efeito de obtenção dos pontos críticos, o sistema a ser resolvido é exatamente o mesmo, pois t_i/w não depende de X_i $(i=1,2,3)$.

3. O ponto de máximo, se houver, é dado pelo valor de $\bar{Y}$ calculado no ponto $(\sqrt{X_1^*}, \sqrt{X_2^*}, \sqrt{X_3^*})$, obtido de (3.2). Em vista disso a função de distribuição do ponto de máximo é obtida das funções de distribuição de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3). Ora, $\sqrt{X_1^*}$, por exemplo, é dado por

$$\sqrt{X_1^*} = \frac{\Delta'}{\Delta} ,$$

onde

$$\Delta' = -4\beta_1\beta_{22}\beta_{33} - \beta_2\beta_{23}\beta_{13} - \beta_3\beta_{12}\beta_{23} + 2\beta_3\beta_{22}\beta_{13} + 2\beta_2\beta_{12}\beta_{33} + \beta_1\beta_{23}\beta_{23},$$

$$\Delta = 8\beta_{11}\beta_{22}\beta_{33} + 2\beta_{12}\beta_{23}\beta_{13} - 2\beta_{22}\beta_{13}\beta_{13} - 2\beta_{33}\beta_{12}\beta_{12} - 2\beta_{11}\beta_{23}\beta_{23} .$$

Como foi visto, $\hat{\beta}$ tem distribuição multinormal de média β e matriz de dispersão $(X'X)^{-1}\sigma^2$. Logo, β_i, β_{ii}, β_{ij} (i=1,2,3 ; j=2,3) possuem distribuição normal. Isto quer dizer que Δ' e Δ possuem distribuições obtidas da distribuição da soma algébrica de produtos de variáveis aleatórias normais, e que, portanto, a distribuição de $\sqrt{X_i^*}$ é a distribuição, desconhecida, do quociente de variáveis aleatórias obtidas da soma algébrica de produtos de variáveis aleatórias normais.

4. MATERIAL E MÉTODOS

O método utilizado foi o de simulação. Para a execução do programa principal foi usado o computador eletrônico IBM, modelo 4341, da Universidade Federal de Santa Catarina. Para outros programas e testes foi usado o computador IBM, modelo 1130, do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

Foram considerados, na função

$$Y = b_0 + b_1\sqrt{X_1} + b_2\sqrt{X_2} + b_3\sqrt{X_3} + b_{11}X_1 + b_{22}X_2 + b_{33}X_3 + b_{12}\sqrt{X_1X_2} + b_{13}\sqrt{X_1X_3} + b_{23}\sqrt{X_2X_3}$$

os valores $b_0=2000$, $b_i=32$, $b_{ii}=-20$, $b_{ij}=18$, $(i=1,2,3;\ j=2,3)$. Com estes valores a função Y tem um máximo quando $X_1^* = X_2^* = X_3^* = 64$, ou seja quando $\sqrt{X_i^*} = 8$ $(i=1,2,3)$.

O objetivo é verificar o comportamento das coordena

das do ponto de máximo de Y quando são variadas as doses de nutrientes. Para isso foi considerado o modelo $Y = X\beta + \varepsilon$, com β o vetor especificado acima:

$$\beta' = (2000, 32, 32, 32, -20, -20, -20, 18, 18, 18),$$

X a matriz (3.2), que é função das doses, e ε com distribuição multinormal de vetor média nulo e matriz de dispersão $I\,\sigma^2$. Nestas condições $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$ tem distribuição multinormal com média β e matriz de dispersão $(X'X)^{-1}\sigma^2$. Foram feitas então simulações do vetor aleatório $\hat{\beta}$, usando as rotinas propostas por GODOY (1978).

Como foi visto no capítulo anterior, a variável X_i foi considerada em três níveis: 0, q_{i1}, q_{i2}, (i=1,2,3). Levando em conta que as coordenadas do ponto de máximo são $X_i^* = 64$ (i=1,2,3), foram considerados doze conjuntos básicos de níveis por:

1. 0 - 30 - 60
2. 0 - 40 - 80
3. 0 - 50 - 100
4. 0 - 65 - 130
5. 0 - 20 - 60
6 0 - 40 - 120
7. 0 - 50 - 150
8. 0 - 65 - 195
9. 0 - 40 - 60

10. 0 - 50 - 75

11. 0 - 60 - 90

12. 0 - 65 - 97,5

Daqui por diante este doze conjuntos de níveis básicos serão chamados de "doses básicas". As doses básicas 1,2, 3,4, do tipo 0-q-2q, ou seja, igualmente espaçadas, serão chamadas de doses básicas de tipo I. Note-se que o valor 64 está acima do nível máximo em relação à dose básica 1; está entre os níveis não nulos em relação às doses básicas 2 e 3; e está abaixo do nível intermediário em relação à dose básica 4. As doses básicas 5, 6, 7, 8, do tipo 0-q-3q, serão chamadas de tipo II. As doses básicas 9, 10, 11, 12, do tipo 0-q-(3/2)q, serão chamadas de tipo III. Também nas doses básicas de tipo II e de tipo III foram considerados casos onde o valor 64 está acima do nível máximo, entre os níveis intermediário e máximo, e abaixo do nível intermediário.

Como se está trabalhando com três nutrientes, foram utilizadas combinações das 12 doses básicas. Foram então usadas 364 combinações diferentes das doses básicas, as quais serão chamadas de "doses". As 364 doses estão listadas no apêndice I.

Para cada uma das 364 doses e cada um dos 4 valores de σ^2, definidos a seguir, foram gerados 200 vetores aleatórios multinormais de média β e matriz de dispersão $(X'X)^{-1}\sigma^2$. Foram, portanto, gerados 291200 vetores aleatórios:

$$\beta' = (b_0, b_1, b_2, b_3, b_{11}, b_{22}, b_{33}, b_{12}, b_{13}, b_{23}).$$

Para cada vetor aleatório $\hat{\beta}$ resolvia-se o sistema

$$(4.1) \qquad \begin{bmatrix} 2b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{12} & 2b_{22} & b_{23} \\ b_{13} & b_{23} & 2b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{X_1} \\ \sqrt{X_2} \\ \sqrt{X_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b_1 \\ -b_2 \\ -b_3 \end{bmatrix}$$

através de uma rotina chamada SOLUC.

Obtidas as soluções $\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$, $\sqrt{X_3^*}$, caso (4.1) tivesse solução, o programa de computador verificava se estes números eram todos positivos, caso contrário eles eram descartados e o vetor aleatório era registrado como caso desfavorável.

Caso fossem positivas as raízes $\sqrt{X_i^*}$ $(i=1,2,3)$, passava-se à verificação do tipo de ponto crítico. Para tal, calculavam-se os valores próprios da matriz

$$\begin{bmatrix} \dfrac{-(b_1+b_{12}\sqrt{X_2^*}+b_{13}\sqrt{X_3^*}}{4X_1^*\sqrt{X_1^*}} & \dfrac{b_{12}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_2^*}} & \dfrac{b_{13}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_3^*}} \\ \dfrac{b_{12}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_2^*}} & \dfrac{-(b_2+b_{12}\sqrt{X_1^*}+b_{23}\sqrt{X_3^*})}{4X_2^*\sqrt{X_2^*}} & \dfrac{b_{23}}{4\sqrt{X_2^*}\sqrt{X_3^*}} \\ \dfrac{b_{13}}{4\sqrt{X_1^*}\sqrt{X_3^*}} & \dfrac{b_{23}}{4\sqrt{X_2^*}\sqrt{X_3^*}} & \dfrac{-(b_3+b_{13}\sqrt{X_1^*}+b_{23}\sqrt{X_2^*}}{4X_3^*\ \sqrt{X_3^*}} \end{bmatrix}$$

Os valores próprios desta matriz foram calculados através da rotina AUVAL, baseada no método de Jacobi, conforme exposto em NOBLE (1969). Sendo negativos os três valores próprios, tinha-se um caso favorável. Os demais casos eram registrados como casos desfavoráveis. Desta forma consideravam-se então como casos favoráveis os pontos de máximo com $\sqrt{X_i^*} > 0$ $(i=1,2,3)$.

Após a obtenção dos 200 vetores aleatórios e sua separação em casos favoráveis e desfavoráveis, calculavam-se a média e a variância referentes aos casos favoráveis, bem como os coeficientes de correlação entre eles; os valores $\sqrt{X_i^*}$ $(i = 1,2,3)$, referentes aos casos favoráveis, eram inscritos em uma tabela de frequência, com intervalos de uma unidade até 30, com o último intervalo contendo os casos favoráveis para os quais $\sqrt{X_i^*} > 30$, $i=1,2,3$.

Para o cálculo de $(X'X)^{-1}$ foi usado um programa elaborado pelo Prof. Isaias Camilo Boratti, do Departamento de Ciências Estatísticas e da Computação da Universidade Federal de Santa Catarina.

Para σ^2 foram considerados quatro valores $V_1 = 4000$, $V_2 = 35000$, $V_3 = 98000$ e $V_4 = 190000$. Dependendo da dose usada, estes valores fornecem coeficientes de variação de 5%, 15%, 25% e 35%, aproximada e respectivamente

No apêndice II está uma listagem do programa utilizado, bem como as sub-rotinas que dele fazem parte.

OBSERVAÇÃO

Como se pode observar, a função escolhida é simétrica, de modo que os valores $\sqrt{X_i}$ $(i=1,2,3)$ são intercambiáveis sem que haja alteração nos resultados.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Casos favoráveis e desfavoráveis

Já é bem conhecida a tendência que tem a regressão do tipo polinomial de fornecer pontos de sela. Neste trabalho verifica-se qual a influência das doses no aparecimento de pontos de sela e de outros casos desfavoráveis.

Têm-se 364 doses diferentes e para cada dose foi gerada uma amostra de tamanho 200. Registramos como caso desfavorável aqueles X_i^* (i=1,2,3) que, dentre os 200 ternos $(\sqrt{X_1^*}, \sqrt{X_2^*}, \sqrt{X_3^*})$, não forneceram coordenadas de ponto de máximo, ou pelo menos um dos valores $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3) era nulo ou negativo. Desta forma ao se falar em casos desfavoráveis, estar-se-á referindo a uma dose particular.

Nas tabelas 1, 2, 3 e 4 está parte dos resultados obtidos. Para V_1 foram listadas as doses que forneceram dois ou mais casos desfavoráveis dentre os 200 simulados.

Para V_2, V_3 e V_4 foram listadas 120 doses, 60 das quais forneceram o menor número de casos desfavoráveis e as 60 restantes o maior número de casos desfavoráveis. O número de casos favoráveis é obtido subtraindo o número de casos desfavoráveis de 200.

Na tabela 1 temos 116 doses que forneceram 2 ou mais casos desfavoráveis, referentes à variância V_1, que fornece um coeficiente de variação de aproximadamente 5%. As outras 248 doses forneceram um ou nenhum caso desfavorável, com predominância deste último caso.

Para a variância V_1 é pequeno o número de casos desfavoráveis. Mesmo assim, porém, a tabela 1 mostra que a dose 350 forneceu 15 casos desfavoráveis. Uma consulta ao Apêndice I mostra que dose 350 representa a combinação de doses básicas 0-40-60; 0-50-75; 0-60-90. Da mesma forma as doses 190, 69, 345, 235, 299, 346, 347, 348, 43 e 356, por exemplo, também apresentam um número relativamente grande de casos desfavoráveis. As doses citadas representam, respectivamente, as combinações:

0-50-100; 0-40- 60; 0-40- 60
0-30- 60; 0-65-195; 0-65- 97,5
0-40- 60; 0-40- 60; 0-40- 60
0-65-130; 0-40- 60; 0-40- 60
0-40-120; 0-40- 60; 0-40- 60
0-40- 60; 0-40- 60; 0-50- 75
0-40- 60; 0-40- 60; 0-60- 90
0-40- 60; 0-40- 60; 0-65- 97,5
0-30- 60; 0-20- 60; 0-20- 60

Observe-se que neste conjunto há uma predominância de doses básicas onde o valor máximo q_{i2} está abaixo de 64 (o verdadeiro valor), como por exemplo 0-30-60 ou 0-40-60, ou onde o nível intermediário q_{i1} é maior que 64, mas a diferença entre q_{i1} e q_{i2} é pequena, como por exemplo 0-65-97,5. Não pode passar desapercebido o número de vezes que a dose básica 0-40-60 apareceu. Daqui por diante vamos chamar os tipos de doses referidas acima de "doses baixas". Em toda a tabela 1 pode-se verificar o grande aparecimento de doses do tipo que agora estão sendo chamadas de doses baixas.

Observe-se agora o que ocorreu para as variâncias V_2, V_3 e V_4, nas tabelas 2, 3 e 4. Para efeito de comparação, e visualização mais imediata, são relacionadas a seguir as 20 doses que forneceram maior número de casos desfavoráveis, em três colunas. Na primeira coluna reproduziu-se parte da tabela 2, na segunda coluna, parte da tabela 3, e na terceira coluna parte da tabela 4, omitindo o nível zero (testemunha) que está presente em todas as doses básicas.

Temos então:

(271) 20 - 60;40 - 60;40 - 60
(346) 40 - 60;40 - 60;50 - 75
(351) 40 - 60;50 - 75;65 - 97,5
(71) 30 - 60;40 - 60;60 - 90
(249) 20 - 60;20 - 60;40 - 60
(350) 40 - 60;50 - 75;60 - 90
(135) 40 - 80;40 - 60;40 - 60
(354) 40 - 60;65 -975;65 - 97,5
(347) 40 - 60;40 - 60;60 - 90
(69) 30 - 60;40 - 60;40 - 60
(345) 40 - 60;40 - 60;40 - 60
(10) 30 - 60;30 - 60;50 - 75
(30) 30 - 60;50 -100;40 - 60
(143) 40 - 80;60 - 90;65 - 97,5
(301) 40 -120;40 - 60;60 - 90
(72) 30 - 60;40 - 60;65 - 97,5
(113) 40 - 80;20 - 60;40 - 60
(272) 20 - 60;40 - 60;50 - 75
(363) 60 - 90;65 -975;65 - 97,5
(70) 30 - 60;40 - 60;50 - 75

(345) 40 - 60;40 - 60;40 - 60
(236) 40 - 60;40 - 50;50 - 75
(347) 40 - 60;40 - 60;60 - 90
(346) 40 - 60;40 - 60;50 - 75
(9) 30 - 60;30 - 60;40 - 60
(360) 50 - 65;65 -975;65 - 97,5
(351) 40 - 60;50 - 75;65 - 97,5
(139) 40 - 80;50 - 75;50 - 75
(250) 20 - 60;20 - 60;50 - 75
(353) 40 - 60;60 - 90;65 - 97,5
(271) 20 - 60;40 - 60;40 - 60
(235) 65 -135;40 - 60;40 - 60
(72) 30 - 60;40 - 60;65 - 97,5
(76) 30 - 60;60 - 90;60 - 90
(299) 40 -120;40 - 60;40 - 60
(349) 40 - 60;50 - 75;50 - 75
(273) 20 - 60;40 - 60;60 - 90
(276) 20 - 60;50 - 75;60 - 90
(302) 40 -120;40 - 60;65 - 97,5
(348) 40 - 60;40 - 60;65 - 97,5

(349) 40 - 60;50 - 75;50 - 75
(346) 40 - 60;40 - 60;50 - 75
(347) 40 - 60;40 - 60;60 - 90
(69) 30 - 60;40 - 60;40 - 60
(195) 50 -100;50 - 75;60 - 90
(348) 40 - 60;40 - 60;65 - 97,5
(271) 20 - 60;40 - 60;40 - 60
(320) 50 -100;40 - 60;40 - 60
(352) 40 - 60;60 - 90;60 - 90
(73) 30 - 60;50 - 75;50 - 75
(9) 30 - 60;30 - 60;40 - 60
(140) 40 - 80;50 - 75;60 - 90
(138) 40 - 80;40 - 60;65 - 97,5
(354) 40 - 60;65 -975;65 - 97,5
(70) 30 - 60;40 - 60;50 - 75
(71) 30 - 60;40 - 60;60 - 90
(135) 40 - 80;40 - 60;40 - 60
(144) 40 - 80;65 -975;65 - 97,5
(351) 40 - 60;50 - 75;65 - 97,5
(72) 30 - 60;40 - 60;65 - 97,5

Como se pode observar as doses baixas se fazem presentes em grande número, não só as dos tipos 0-20-60, 0-30-60, 0-40-60, como também as dos tipos 0-50-75, 0-60-90, 0-65-97,5. Novamente merece atenção o grande aparecimento da dose básica 0-40-60. Vê se então que, quando o verdadeiro valor de X_i^* está acima do nível máximo q_{i2}; ou quando X_i^* está entre q_{i1} e q_{i2}, mas a diferença entre estes dois níveis for pequena, existe uma grande possibilidade de que obtenhamos casos desfavoráveis, principalmente pontos de sela.

Vê-se, portanto, que as doses baixas facilitam o aparecimento de casos desfavoráveis, porém a quantidade destes casos varia conforme o coeficiente de variação. Considerando apenas a média dos casos acima citados, as frequências relativas são de 35%, 50% e 57%, para V_2, V_3 e V_4, respectivamente. Uma verificação das tabelas 1, 2, 3 e 4 mostrará que também as doses não citadas acima ainda mostram a predominância das doses baixas em fornecerem casos desfavoráveis, nas quatro variâncias estudadas, variando somente a frequência em cada uma das variâncias

No que se refere às doses que forneceram o menor número de casos desfavoráveis, a variância V_1 foi pouco informativa, porque a grande maioria das doses forneceu um ou nenhum caso desfavorável. Porém os resultados das variâncias V_2, V_3 e V_4 forneceram indícios seguros das tendências.

Também aqui, para uma visualização mais imediata, são relacionadas as vinte doses que forneceram os menores números de resultados desfavoráveis em três colunas, semelhantemente ao caso anterior. Temos então, com dados retirados das tabelas 2, 3 e 4:

(330) 65 -195;65 -195;65 -195
(310) 50 -150;50 -150;65 -195
(315) 50 -150;65 -195;65 -195
(294) 40 -120;65 -195;65 -195
(230) 65 -130;65 -195;65 -195
(309) 50 -150;50 -150;50 -150
(225) 65 -130;50 -150;65 -195
(283) 40 -120;40 -120;65 -195
(389) 40 -120;50 -150;65 -195
(218) 65 -130;40 -120;50 -150
(288) 40 -120;50 -150;50 -150
(185) 50 -100;65 -195;65 -195
(203) 65 -130;65 -130;50 -150
(179) 50 -100;50 -150;50 -150
(180) 50 -100;50 -150;65 -195
(217) 65 -130;40 -120;40 -120
(224) 65 -130;50 -150;50 -150
(282) 40 -120;40 -120;50 -150
(157) 50 -100;65 -130;40 -120
(204) 65 -130;65 -130;65 -195

(330) 65 -195;65 -195;65 -195
(315) 50 -150;65 -195;65 -195
(310) 50 -150;50 -150;65 -195
(230) 65 -130;65 -195;65 -195
(283) 40 -120;40 -120;65 -195
(294) 40 -120;65 -195;65 -195
(288) 40 -120;50 -150;50 -150
(282) 40 -120;40 -120;50 -150
(225) 65 -130;50 -150;65 -195
(224) 65 -130;50 -150;50 -150
(309) 50 -150;50 -150;50 -150
(174) 50 -100;40 -120;65 -195
(204) 65 -130;65 -130;65 -195
(180) 50 -100;50 -150;65 -195
(202) 65 -130;65 -130;40 -120
(185) 50 -100;65 -195;65 -195
(218) 65 -130;40 -120;50 -150
(289) 40 -120;50 -150;65 -195
(125) 40 - 80;50 -150;65 -195
(217) 65 -130;40 -120;40 -120

(330) 65 -195;65 -195;65 -195
(310) 50 -150;50 -150;65 -195
(224) 65 -130;50 -150;50 -150
(225) 65 -130;50 -150;65 -195
(281) 40 -120;40 -120;40 -120
(315) 50 -150;65 -195;65 -195
(230) 65 -130;65 -195;65 -195
(309) 50 -150;50 -150;50 -150
(289) 40 -120;50 -150;65 -195
(294) 40 -120;65 -195;65 -195
(180) 50 -100;50 -150;65 -195
(283) 40 -120;40 -120;65 -195
(219) 65 -130;40 -120;65 -195
(203) 65 -130;65 -130;50 -150
(130) 40 - 80;65 -195;65 -195
(185) 50 -100;65 -195;65 -195
(282) 40 -120;40 -120;50 -150
(174) 50 -100;40 -120;65 -195
(260) 20 - 60;50 -150;50 -150
(179) 50 -100;50 -150;50 -150

O que se vê agora é uma configuração bem diferente da anterior. Agora as doses básicas de maior ocorrência são aquelas em que q_{i2} é dado por $2q_{i1}$ ou $3q_{i1}$ e a diferença entre os níveis é bem grande, ou seja, altos valores para q_{i2}. Além do grande aparecimento da dose básica 0-65-195, também as doses básicas 0-50-150; 0-50-100; 0-65-130 e 0-40-120 aparecem de modo sensível. Doses básicas do tipo acima citado serão chamadas de "doses altas". Um estudo completo das tabelas 2, 3 e 4 mostrará a mesma configuração. É claro que em alguns lugares poderão aparecer doses baixas, pois se está estudando um fenômeno aleatório. É interessante notar que a dose 330 foi a que aparece em primeiro lugar nas tabelas 2, 3 e 4, ou seja foi ela que apresentou o menor número de casos desfavoráveis para os quatro coeficientes de variação utilizados. Do segundo lugar em diante as tabelas são diferentes mas nota-se uma certa uniformidade nos grupos. Note-se também uma ligeira predominância das doses básicas do tipo 0-2q-3q. Como se pode ver, a configuração de doses é semelhante nas três variâncias, ou seja, as doses altas implicam em um menor aparecimento de casos desfavoráveis, porém a quantidade de casos desfavoráveis aumenta de conformidade com a variância. Considerando a média dos 20 casos que foram listados no texto, a porcentagem de aparecimento de casos desfavoráveis é de 3,2%; 13,5% e 25%, para V_2, V_3 e V_4, respectivamente. Note-se, por exemplo, que a dose 330 não fornece nenhum caso desfavorável para V_1 e V_2, mas forneceu 9 e 26 para V_3 e V_4, respectivamente.

A ocorrência de soluções negativas, isto é, ternos ($\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$, $\sqrt{X_3^*}$) onde pelo menos uma coordenada era negativa, ocorreu mais com as variâncias V_3 e V_4. A configuração foi a seguinte: nenhum caso de solução negativa para V_1, 2 casos para V_2, 61 casos para V_3 e 184 casos para V_4. Na grande maioria dos casos tivemos a ocorrência de uma solução negativa para cada variância, nas doses onde ocorreram soluções negativas. Em algumas doses ocorreram 2 soluções negativas em V_3 e V_4, e em V_4 surgiram ainda casos de 3 ou 4 soluções negativas para uma dose. As soluções negativas ocorreram tanto em doses altas como em doses baixas.

Para V_1 e V_2 não ocorreram casos de raiz nula. Para V_3 verificaram-se 11 destes casos e, para V_4, 52.

Não houve ocorrência de coordenadas de pontos de mínimo ou indeterminações. Daí se vê que, descontados os poucos casos de soluções negativas ou nulas, a grande incidência de casos desfavoráveis foi de pontos de sela. Deve-se levar em conta, contudo, que os valores absolutos dos componentes de β eram 32, 20 e 18, razoavelmente grandes.

TABELA 1 - Doses para as quais foram obtidos dois ou mais casos desfavoráveis, para C.V. = 5%. (σ^2 = 4000).

DOSES	CASOS DESF.	DOSES	CASOS DESF.	DOSES	CASOS DESF.
3	4	115	2	273	5
5	5	121	2	274	5
8	2	131	2	276	5
9	7	135	5	278	5
10	2	136	2	280	4
12	5	137	6	290	2
20	4	138	4	295	3
21	2	139	4	299	9
26	2	168	5	300	5
30	4	176	2	301	3
31	4	181	2	304	2
33	3	186	2	316	3
39	2	190	14	320	8
40	2	191	6	321	2
43	8	192	4	322	2
44	2	193	2	323	3
47	6	194	4	336	4
48	4	195	3	337	2
49	4	196	2	338	4
54	2	205	2	341	3
57	2	213	4	345	10
60	3	214	4	346	9
62	4	226	2	347	9
65	4	231	2	348	9
68	2	235	9	349	5
69	10	236	2	350	15
70	5	237	4	351	6
71	5	240	2	352	7
72	6	245	3	354	5
73	4	249	2	355	3
74	6	250	3	356	8
75	6	251	2	357	4
76	2	256	5	358	4
86	3	257	3	359	2
87	2	258	2	360	2
97	2	262	5	362	2
98	2	267	2		
105	3	268	2		
106	2	271	4		
113	3	272	6		

TABELA 2 - As 120 doses que apresentaram as 60 menores e as 60 maiores quantidades de casos desfavoráveis, para C. V. = 15%. (σ^2 = 35000).

DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.
330	0	255	16	32	57	299	63
310	1	119	17	73	57	320	63
315	2	125	17	76	58	355	63
294	3	158	17	236	58	353	63
230	4	200	17	290	58	357	63
309	4	104	18	302	58	136	64
225	6	117	18	355	58	70	65
283	6	145	18	360	58	75	65
289	6	146	18	1	59	237	65
218	7	173	18	5	59	321	65
288	7	118	19	31	59	358	65
185	8	334	19	86	59	72	66
203	8	234	20	139	59	113	66
179	9	130	21	193	59	272	66
180	9	148	21	339	59	363	66
217	9	253	21	348	59	301	67
224	9	293	21	74	60	10	68
282	9	314	21	126	60	30	68
157	11	333	21	128	60	143	68
204	11	266	22	235	60	69	69
281	12	94	23	241	60	345	69
155	13	184	23	245	60	347	70
202	13	261	23	279	60	354	71
219	13	38	24	39	61	135	72
124	14	229	24	48	61	71	73
149	14	318	24	190	61	249	73
174	14	100	25	356	61	350	73
159	15	172	25	277	62	351	76
319	15	254	25	322	62	271	77
95	16	297	25	9	63	346	77

TABELA 3 - As 120 doses que apresentaram as 60 menores e as 60 maiores quantidades de casos desfavoráveis para CV =25%. (σ^2=98000).

DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.
330	9	94	44	48	85	138	90
315	15	223	44	49	85	272	90
310	18	281	44	56	85	71	91
230	19	287	44	60	85	143	91
283	23	203	45	74	85	171	91
294	23	333	45	87	85	194	92
288	25	208	46	136	85	240	92
282	26	261	46	141	85	31	93
225	28	314	46	191	85	114	93
224	29	266	47	213	85	190	93
309	30	318	47	23	86	302	94
174	31	319	47	137	86	348	94
204	31	334	47	239	86	273	95
180	32	100	48	249	86	276	95
202	32	119	48	304	86	72	96
185	33	146	48	73	87	76	96
218	33	260	48	75	87	299	96
289	34	104	49	33	88	349	96
125	35	149	49	65	88	235	97
217	35	172	49	69	88	271	98
158	36	64	50	70	88	139	99
179	37	157	50	113	88	250	99
299	38	211	50	192	88	353	99
159	39	255	50	350	88	351	102
200	39	118	51	78	89	9	103
130	40	150	51	287	89	360	103
124	41	298	51	274	89	346	104
234	41	332	51	339	89	347	105
155	43	108	52	47	90	236	109
173	43	166	52	120	90	345	118

TABELA 4 - As 120 doses que apresentaram as 60 menores e as 60 maiores quantidades de casos desfavoráveis, para C.V.=35%. (σ^2=190000).

DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.	DOSES	CASOS DESFAV.
330	26	231	64	16	101	322	108
310	33	234	64	32	101	345	108
224	45	149	65	1	102	141	109
225	46	158	65	11	102	273	109
281	46	200	65	30	102	358	109
315	46	254	65	106	102	20	110
230	47	157	66	277	102	74	110
309	48	162	66	338	102	357	110
289	52	314	66	361	102	72	111
294	52	333	66	77	103	78	111
180	53	85	67	181	103	335	111
283	53	112	67	191	103	70	112
219	55	148	67	235	103	71	112
203	56	159	67	302	103	135	112
130	57	293	67	356	103	144	112
185	58	318	67	362	103	351	112
282	58	119	68	10	104	138	113
174	60	178	68	75	105	354	113
260	60	342	68	86	105	9	114
179	61	53	69	278	105	140	114
204	61	64	69	142	106	73	115
217	61	146	69	350	106	271	116
218	61	166	69	355	106	320	116
255	61	329	69	47	107	352	116
319	61	332	69	170	107	348	117
288	62	185	70	197	107	69	118
172	63	173	70	245	107	195	118
260	63	223	70	275	107	346	120
189	64	261	71	299	107	347	120
202	64	316	71	190	108	349	125

5.2. Os coeficientes de correlação

Calcularam-se os coeficientes de correlação

$r_{12} = r(\sqrt{X_1^*}, \sqrt{X_2^*})$, $r_{13} = r(\sqrt{X_1^*}, \sqrt{X_3^*})$ e $r_{23} = r(\sqrt{X_2^*}, \sqrt{X_3^*})$.

Os resultados mostraram que r_{12}, r_{13} e r_{23} mantiveram-se bastante próximos da unidade, independentemente das doses usadas. Para V_1, com exceção da dose 136, onde se obtiveram $r_{12} = 0{,}9867$, $r_{13} = 0{,}9934$, $r_{23} = 0{,}9772$, todas as outras 363 doses forneceram

$$0{,}98 \leqslant r_{ij} \leqslant 1 \ (i = 1,2, \quad j = 2,3, \quad i \neq j).$$

O aumento da variância, como era de se esperar, por estar-se tratando de eventos aleatórios, fez com que aparecessem valores menores do que 0,98. Entretanto a diminuição não foi muito grande.

Para V_2 (C.V. $\approx$ 15%), a dose 338 forneceu $r_{12} = 0{,}9815$, $r_{13} = 0{,}9552$, $r_{23} = 0{,}8818$. As 363 doses restantes forneceram $0{,}92 \leqslant r_{ij} \leqslant 1$ ($i = 1,2$; $j = 2,3$, $i \neq j$) mas com elevado número de casos onde $r_{ij} \geqslant 0{,}98$.

Para V_3 (C.V. $\approx$ 25%), a dose 236 forneceu $r_{12} = 0{,}9519$, $r_{13} = 0{,}9112$, $r_{23} = 0{,}7947$; 21 outras doses mostraram valores de pelo menos um r_{ij} entre 0,8 e 0,9. As doses restantes forneceram $0{,}90 \leqslant r_{ij} \leqslant 1$, ainda com gran-

de quantidade de casos onde $0,97 \leqslant r_{ij} \leqslant 1$.

Para V_4 (C.V. $\approx$ 35%), 313 doses apresentaram $0,9 \leqslant r_{ij} \leqslant 1$ (i = 1,2,3), nas outras 51 doses obtiveram estimativas r_i, que assumiram valores até um mínimo de 0,7379, como ocorreu na dose 9, onde $r_{12} = 0,7806$, $r_{13} = 0,7379$, $r_{23} = 0,9110$.

Como se vê, para uma dada dose que tenha fornecido um caso favorável, os valores $\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$, $\sqrt{X_3^*}$ são da mesma ordem de grandeza. Este fato deve ter decorrido da simetria da função em estudo.

5.3. As médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$, i = 1,2,3.

Como foi afirmado no Capítulo 4, o terno ($\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$, $\sqrt{X_3^*}$), solução de 4.1, era classificado como caso favorável ou desfavorável. Portanto, para cada dose obteve-se um número N de casos favoráveis, sendo N um número inteiro entre zero e 200. Calculavam-se então as médias e variâncias desses N casos favoráveis, segundo as fórmulas usuais.

As tabelas 5, 6, 7 e 8 contêm parte dos resultados obtidos. Nelas estão as médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i = 1,2,3) de 40 doses, relacionadas em ordem crescente segundo o valor da variância de $\sqrt{X_1^*}$. A primeira parte da tabela contém os 20 menores valores de $\sqrt{X_1^*}$ e a segunda parte contém os 20 maiores.

Para V_1 (σ^2 = 4000) vê-se que as médias de $\sqrt{X_i^*}$ mantiveram-se acima e bem próximas de 8, enquanto a variância de $\sqrt{X_i^*}$ apresentou-se com valores baixos. Na verdade era de se esperar que as médias ficassem tão mais próximas do verdadeiro valor quanto menores fossem as variâncias. A média de $\sqrt{X_1^*}$, variou entre 8,00 e 42,57, a de $\sqrt{X_2^*}$ entre 8,00 e 43,09, e a de $\sqrt{X_3^*}$ entre 7,99 e 43,98. Quanto às variâncias, o intervalo foi de 0,05 a 216.428,10 para a variância de $\sqrt{X_1^*}$; de 0,05 a 222.468,16 para $\sqrt{X_2^*}$; e de 0,05 a 234.661,35 para o de $\sqrt{X_3^*}$. Vê-se então que para as doses que estão na segunda parte da tabela 5 houve a ocorrência de valores altos para $\sqrt{X_i^*}$.

Consultando o Apêndice I, vemos que as doses que aparecem na primeira parte da tabela 5 são formadas, exclusivamente por combinações das doses básicas 0-65-195, 0 - 50-150, 0-40-120, 0-50-150; ou seja, das doses básicas que foram chamadas, em 5.1., de doses altas. Note-se aí a presença de doses básicas do tipo I e II. Já na segunda parte da tabela 5 a predominância é das doses formadas por combinações das doses básicas 0-30-60, 0-40-60, 0-50-75, 0-65-97,5, 0-40--80, ou seja, doses baixas. Também apareceram, em pequena quantidade, doses altas. A situação aqui é análoga àquela obtida no item 5.1: as doses altas forneceram médias de $\sqrt{X_i^*}$ mais próximas de 8 e com variâncias menores.

Na tabela 6, relativa a V_2 (σ^2=35000) vemos que a média de $\sqrt{X_1^*}$ está entre 8,33 e 1868,06; a de $\sqrt{X_2^*}$ está entre 8,34 e 1590,23, e a de $\sqrt{X_3^*}$ entre 8,33 e 1714,39. Quanto

aos valores da variância, vê-se que a de $\sqrt{X_1^*}$ está entre 1,47 e 395.086.276,00, a de $\sqrt{X_2^*}$ está entre 1,51 e 430.601.929,00 e a de $\sqrt{X_3^*}$ está entre 1,48 e 500.994.670,00. A ocorrência de médias e variâncias tão grandes pode ser justificada pela presença de valores altos para $\sqrt{X_i^*}$. As doses que aparecem até a 12ª posição na primeira metade da tabela 6, são formadas de doses básicas altas, e nas 8 restantes já aparecem doses básicas baixas. Na segunda parte da tabela 6, as doses que lá aparecem são formadas tanto de doses básicas altas como baixas. Existe um equilíbrio, sem predominância de qualquer dos tipos.

Com respeito às tabelas 5 e 6, cumpre observar o aparecimento, nos primeiros lugares, em ambas, das doses 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195); 315 (0-50-150, 0-65-195, 0 - -65-195), 310 (0-50-150, 0-50-150, 0-50-150), 225 (0-65-130, 0-65-195, 0-65-195) e 230 (0-65-130, 0-65-195, 0-65-195), nas primeiras posições da tabela.

Na tabela 7, referente a V_3 (σ^2=98000), vê-se que a média de $\sqrt{X_1^*}$ está entre 8,16 e 689,00, a de $\sqrt{X_2^*}$ está entre 8,24 e 725,88, e a de $\sqrt{X_3^*}$ está entre 8,38 e 704,07. As variâncias estão entre 9,61 e 74.928.093,00; 11,53 e .... 83.291.150,00; 19.02 e 78.309.687,00, respectivamente para $\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$, $\sqrt{X_3^*}$. Vê-se, também aqui, o aparecimento de valores grandes para a média e variância. No que diz respeito às doses, a situação aqui é um pouco diferente dos dois casos anteriores. Já não há predominância das doses básicas altas. Na

primeira parte da tabela 7, apenas as doses 310, 330, 294, 289 são formadas exclusivamente de doses altas. As doses restantes são, em sua maioria, formadas de combinação de doses baixas e altas, mas aparecem casos de doses formadas exclusivamente por doses baixas, como por exemplo as doses 349, 355. Na segunda parte da tabela 7 temos as doses com as maiores médias e variâncias. Nela o que se observa é o aparecimento de doses mistas, isto é, formadas por doses altas e baixas. É de ressaltar o aparecimento, em último lugar de dose 219, que é formada pelas doses básicas 0-65-130, 0-40-120, 0-65-195.

Como se pode ver, um coeficiente de variação maior já não mostra tanta influência das doses nas médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3). Isto se torna mais evidente na tabela 8, relativa a V_4 (σ^2 = 190000). Agora se observa que as médias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3) variam, respectivamente, entre 6,39 e 105,26; 6,18 e 98,64; 6,37 e 102,96. Quanto às variâncias tem-se, respectivamente: 7,06 a 1.002.169,00; 8,60 a 894.249,00; 7,22 a 883.297,00. Entre as doses que aparecem na primeira metade da tabela 8 não há nenhuma formada exclusivamente por doses altas. No total de 364 doses, uma dose formada exclusivamente por doses altas somente aparece na 32ª posição, e é a dose 148 (0-50-100, 0-50-100, 0-40-120). A dose 330 aparece na 36ª posição. Como nos casos anteriores, na segunda metade da tabela 8 aparecem doses formadas por doses baixas e altas, ou seja, mistas.

É interessante notar que nas tabelas 7 e 8, apa

receram médias menores do que 8, para pequenas variâncias de $\sqrt{X_i^*}$. Vemos então que, à medida que aumenta o coeficiente de variação, aumenta o número de casos desfavoráveis, e aparece uma tendência à subestimação do valor $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3).

Outro fato a notar é que as doses influenciam os valores das médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$, somente com coeficientes de variação menores que 25%. A partir daí, como se viu, não se evidencia a influência.

Finalmente é de ressaltar que a simetria da função em estudo acarretou a obtenção de resultados bem homogêneos para $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3).

Na realidade bastaria ter relacionado, nas tabelas 5, 6, 7 e 8 apenas os dados relativos a $\sqrt{X_i^*}$, por exemplo, ou então a média aritmética das três variáveis. Entretanto foi preferido indicar os dados relativos às três variáveis, a fim de se mostrar que a simulação estava correta e fornecendo os resultados conforme a natureza da função, naquilo que seria previsível.

TABELA 5 - Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_1^*}$, para V_1 (σ^2=4000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram os 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_1^*}$.

DOSES	Médias			Variâncias		
	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$
330	8,00	8,00	7,99	0,05	0,05	0,05
315	8,04	8,04	8,04	0,13	0,11	0,11
310	8,05	8,05	8,05	0,13	0,13	0,12
225	8,02	8,01	8,01	0,14	0,12	0,11
230	8,01	8,00	8,00	0,17	0,13	0,13
224	8,09	8,09	8,09	0,18	0,16	0,16
289	8,02	8,02	8,01	0,18	0,16	0,15
309	8,08	8,08	8,08	0,18	0,18	0,18
294	8,00	8,00	8,00	0,20	0,17	0,17
288	8,14	8,13	8,14	0,25	0,22	0,23
203	8,08	8,07	8,07	0,27	0,27	0,25
283	8,08	8,08	8,07	0,33	0,33	0,29
218	8,17	8,17	8,17	0,33	0,33	0,31
202	8,06	8,06	8,06	0,34	0,33	0,33
204	8,07	8,07	8,06	0,36	0,36	0,31
219	8,11	8,11	8,11	0,37	0,37	0,32
217	8,08	8,08	8,08	0,39	0,39	0,39
281	8,13	8,13	8,13	0,39	0,40	0,39
179	8,18	8,17	8,17	0,56	0,46	0,45
282	8,14	8,14	8,13	0,56	0,57	0,53
12	11,64	11,79	11,71	861,43	1034,68	977,05
321	12,71	13,04	13,07	867,12	921,22	998,13
352	11,63	11,49	11,22	889,21	815,14	659,66
348	12,82	13,07	12,79	1121,58	1307,58	1177,64
358	13,20	12,91	13,02	1298,33	1111,71	1141,10
9	14,18	14,07	14,32	1423,50	1291,06	1422,53
360	13,32	12,78	12,98	1444,31	1098,34	1242,23
190	12,90	13,08	13,71	1717,22	1754,87	2595,70
356	13,59	13,56	13,16	2187,86	2166,03	1739,98
138	15,43	16,21	15,54	3688,39	4538,55	3751,62
324	14,39	15,06	15,01	4469,78	5327,33	5345,60
349	16,29	15,87	16,35	4854,51	4228,55	4903,25
63	15,69	14,87	15,28	7970,15	6340,91	7021,61
123	18,76	18,55	19,55	21420,23	20713,56	24862,37
195	27,96	30,64	28,92	28512,52	38297,60	32651,68
135	27,32	29,43	27,79	42927,51	51929,91	44161,60
346	35,36	35,64	34,23	53668,02	59355,29	49657,38
228	34,34	33,08	37,21	135597,47	122773,19	166682,70
54	39,28	38,95	44,16	165359,72	162772,62	223736,82
355	42,57	43,09	43,98	216428,10	222468,16	234661,35

TABELA 6 - Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_1^*}$, para V_2 (σ^2=35000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram os 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_1^*}$.

DOSES	Médias			Variâncias		
	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$
330	8,33	8,34	8,33	1,47	1,51	1,48
315	8,32	8,30	8,29	1,91	1,75	1,72
225	8,51	8,48	8,46	5,06	4,42	4,07
230	8,62	8,54	8,54	6,22	4,81	4,77
310	8,83	8,82	8,80	6,97	6,84	6,48
174	8,78	8,72	8,67	9,40	8,20	7,35
288	9,04	9,00	9,00	11,53	10,86	10,70
203	8,82	8,76	8,75	13,25	10,87	10,20
219	8,84	8,83	8,78	13,55	13,96	12,56
283	9,04	9,06	8,99	17,48	19,98	17,89
224	9,07	9,00	9,04	25,28	22,67	26,11
218	9,15	9,12	9,10	26,61	25,40	23,85
207	9,78	9,77	9,95	30,73	30,88	38,40
201	9,74	9,85	10,07	31,03	37,45	45,95
180	9,32	9,19	9,14	31,90	26,76	24,58
348	8,79	9,19	8,78	33,40	45,20	30,60
187	9,37	9,31	9,48	35,56	33,99	45,76
309	9,38	9,33	9,44	38,89	33,65	44,55
76	8,93	8,72	9,03	38,98	27,83	46,40
26	9,82	9,78	9,91	45,10	42,74	49,57
1	32,40	29,07	26,03	53371,00	38355,00	25716,00
356	34,16	31,52	26,62	55756,00	45318,00	21721,00
104	31,07	29,16	28,53	72488,00	61431,00	56826,00
351	42,22	39,98	45,11	88337,00	77824,00	117595,00
227	38,90	37,08	38,64	93292,00	79645,00	84150,00
50	39,31	36,90	35,56	97159,00	79468,00	69449,00
253	37,85	35,05	32,91	101723,00	83776,00	69063,00
121	39,30	37,23	38,95	127166,00	109678,00	120139,00
133	39,99	39,70	49,93	139076,00	139019,00	247659,00
223	47,28	43,92	63,56	204159,00	167818,00	441141,00
271	63,32	56,80	54,80	256932,00	186970,00	159517,00
262	66,58	58,49	59,72	440854,00	323825,00	334419,00
364	103,01	88,60	88,81	1178064,00	795348,00	829942,00
213	126,79	129,95	139,96	1950411,00	2037381,00	2396551,00
48	152,68	127,95	103,15	2710384,00	1831710,00	1135022,00
73	160,67	130,70	127,99	3038689,00	1931701,00	1821597,00
176	293,62	306,22	246,77	11306889,00	12407575,00	7532281,00
37	467,33	345,56	359,28	35670628,00	19246005,00	20860161,00
158	572,28	580,52	574,96	48842615,00	50392782,00	49338674,00
64	1868,06	1590,23	1714,39	595086276,00	430601929,00	500994670,00

TABELA 7 - Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_1^*}$, para V_3 (σ^2=98000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram os 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_1^*}$.

DOSES	Médias			Variâncias		
	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$
233	8,16	8,24	8,39	9,61	11,53	19,02
310	8,58	8,56	8,52	10,74	9,54	9,71
349	6,66	7,09	6,76	11,11	16,36	10,49
300	7,07	7,04	6,91	14,57	22,60	12,25
336	7,34	7,31	7,30	15,95	21,09	16,87
295	8,09	7,97	7,99	20,31	18,53	25,43
316	7,48	7,52	7,62	21,83	22,68	39,67
330	8,34	8,36	8,36	24,82	27,81	27,96
37	8,55	8,55	8,56	24,89	20,04	20,96
240	8,39	8,41	8,36	25,13	31,66	24,70
294	9,17	8,96	8,99	28,55	20,89	22,78
31	7,57	7,48	7,44	28,87	23,87	30,60
218	9,23	9,20	9,21	29,18	26,36	25,71
289	9,04	8,93	8,90	29,19	24,86	23,17
186	8,11	8,19	8,52	29,31	35,23	62,44
234	8,86	8,76	8,85	35,83	31,58	34,85
132	8,38	8,31	8,14	36,55	32,00	29,87
355	8,51	8,98	8,63	36,74	62,45	59,46
135	7,29	7,41	7,22	37,51	68,65	61,38
205	8,27	8,25	8,40	38,47	35,77	56,63
222	23,38	23,97	27,03	25921,00	28453,00	40737,00
162	24,88	26,65	33,87	28580,00	36806,00	73071,00
227	25,31	26,82	25,12	36524,00	43462,00	33638,00
52	33,58	33,68	30,37	37183,00	46884,00	30371,00
12	31,38	21,73	28,56	48019,00	13568,00	39350,00
154	36,10	44,93	38,21	59429,00	126785,00	83811,00
87	47,31	46,97	53,59	68270,00	75444,00	99544,00
361	38,04	53,14	49,11	101756,00	237656,00	191092,00
122	46,47	38,11	34,04	188711,00	113094,00	82852,00
338	49,00	50,45	61,67	212984,00	227655,00	362756,00
190	64,29	57,85	64,33	311545,00	230019,00	305945,00
196	60,61	89,47	56,86	332350,00	796891,00	287092,00
144	58,77	44,47	36,45	341216,00	174033,00	106884,00
210	79,57	119,14	92,98	681272,00	1651375,00	967745,00
305	119,96	125,94	104,48	1257496,00	1409672,00	838362,00
254	144,41	115,19	120,27	2601275,00	1593223,00	1756496,00
126	168,72	206,69	242,61	3297821,00	5060599,00	7079943,00
215	181,03	239,31	164,43	3768329,00	6710320,00	3083247,00
348	279,82	139,97	231,57	7728948,00	3597990,00	5239585,00
219	689,00	725,88	704,07	74928093,00	83291150,00	78309687,00

TABELA 8 - Médias e variâncias de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3), referentes aos casos favoráveis, ordenados em ordem crescente segundo os valores da variância de $\sqrt{X_1^*}$, para V_4 (σ^2=190000). Estão relacionadas as 40 doses que forneceram os 20 menores e os 20 maiores valores para variância de $\sqrt{X_1^*}$.

DOSES	Médias			Variâncias		
	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$	$\sqrt{X_1^*}$	$\sqrt{X_2^*}$	$\sqrt{X_3^*}$
320	6,43	6,33	6,74	7,06	8,60	20,85
236	6,39	6,18	6,37	9,14	9,77	11,78
91	7,22	7,20	7,14	13,25	10,87	9,92
273	6,44	6,50	6,20	13,90	24,29	7,22
301	6,75	6,58	6,64	14,82	20,29	9,81
235	6,10	6,12	5,92	16,31	17,92	17,22
105	7,24	7,13	7,07	17,86	15,38	21,00
331	7,28	7,26	7,27	21,27	19,30	31,88
244	7,97	8,10	7,86	23,39	38,88	19,30
280	7,95	7,93	8,12	24,65	30,51	31,70
305	8,10	8,66	8,01	26,77	60,47	22,87
120	7,38	7,27	7,01	28,43	20,88	23,62
239	7,69	7,71	8,17	29,43	42,73	59,08
358	7,24	7,13	7,58	29,69	27,07	46,10
261	8,16	7,93	7,86	29,94	19,71	19,53
205	7,55	7,50	7,50	30,25	27,06	31,67
76	7,53	7,80	7,54	31,00	51,71	45,55
137	7,53	7,37	7,29	31,46	33,63	24,51
316	7,34	7,26	7,29	33,45	32,04	43,99
15	7,70	7,50	7,41	33,70	21,87	18,41
38	21,93	24,67	20,78	23062,00	33712,00	19535,00
44	23,82	18,60	17,41	26182,00	10912,00	9766,00
344	31,59	38,26	37,89	27840,00	53548,00	47228,00
69	27,69	20,07	23,00	28757,00	10067,00	16140,00
5	29,99	21,42	31,75	30508,00	6798,00	33208,00
300	34,47	46,14	30,53	45385,00	106527,00	32484,00
285	29,11	19,81	26,05	48179,00	14413,00	32858,00
114	30,94	28,68	34,45	53463,00	43843,00	69468,00
230	37,97	33,81	33,59	57039,00	42267,00	45990,00
347	38,03	49,70	37,04	66864,00	140895,00	65293,00
101	36,50	29,04	39,14	66958,00	35664,00	80679,00
147	54,60	65,80	71,27	79963,00	143741,00	157016,00
16	38,23	27,99	46,99	84333,00	36181,00	145874,00
350	41,06	25,90	26,78	108032,00	31163,00	34753,00
362	42,03	42,08	68,69	111049,00	122514,00	358467,00
237	55,19	84,99	50,22	134724,00	526742,00	113460,00
74	80,11	46,80	63,82	350125,00	73994,00	175384,00
31	84,31	76,33	102,96	428589,00	349566,00	747748,00
249	80,53	98,64	76,41	671001,00	894249,00	516845,00
92	105,26	67,01	99,65	1002169,00	364975,00	883297,00

5.4. Distribuição de frequências

Como foi dito no Capítulo 4, ao discutir Material e Métodos, quando ocorria um caso favorável, as estimativas de $\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$, $\sqrt{X_3^*}$ eram registradas em tabelas de frequência respectivas. Tais tabelas registravam os valores de $\sqrt{X_i^*}$ em classes de frequência com intervalo de uma unidade, até a classe 30, onde eram registrados os valores $\sqrt{X_i^*} \geqslant 30$. Tem-se então: a) a classe 0 onde se registram os valores $0 < \sqrt{X_i^*} < 1$; as classes k, k = 1,2,3,...,29, onde se registram os valores $k \leqslant \sqrt{X_i^*} < k+1$; c) a classe 30 referida acima.

Entretanto, também aqui ocorre que as distribuições da frequência de $\sqrt{X_1^*}$, $\sqrt{X_2^*}$ e $\sqrt{X_3^*}$ foram perfeitamente análogas. As diferenças entre uma mesma classe, para cada uma das três variáveis era muito pequena. Por esta razão optou-se por apresentar uma tabela de frequência de $\sqrt{X^*}$, onde estão somados os valores obtidos nas respectivas tabelas de $\sqrt{X_i^*}$, totalizando desta forma uma amostra de 600 valores a serem distribuídos nas respectivas classes. As tabelas 9, 10, 11 e 12 fornecem quarenta conjuntos de frequências cada uma. Cada tabela está dividida em duas partes. Na primeira existem vinte doses do tipo que chamamos doses altas, e a segunda parte contém vinte doses do tipo que chamamos de doses baixas ou mistas. Uma dose é chamada mista se as doses básicas que a compõem são do tipo doses altas e doses baixas. Nas quatro tabelas estão listadas as mesmas doses, sendo uma tabela para cada variância utilizada.

Também são fornecidas dezesseis figuras com os histogramas das tabelas de frequências das doses 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195) e 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60), com uma figura para cada variância. Como se vê, são duas doses do tipo dose baixa e duas do tipo dose alta. Nos histogramas, registram-se as classes de 0 até 15. Os valores $\sqrt{X_i}$ > > 15 não estão registrados, mas pode-se ver quantos são subtraindo-se de N os números de casos favoráveis, registrados nos histogramas.

Uma consulta ao Apêndice I mostrará que as doses contidas nas tabelas são:

(330) 0-65-195 ; 0-65-195 ; 0-65-195

(315) 0-50-150 ; 0-65-195 ; 0-65-195

(310) 0-40-120 ; 0-50-150 ; 0-65-195

(225) 0-65-130 ; 0-50-150 ; 0-65-195

(230) 0-65-130 ; 0-50-150 ; 0-65-195

(224) 0-65-130 ; 0-50-150 ; 0-50-150

(289) 0-40-120 ; 0-50-150 ; 0-65-195

(309) 0-50-150 ; 0-50-150 ; 0-50-150

(294) 0-40-120 ; 0-65-195 ; 0-65-195

(288) 0-40-120 ; 0-50-150 ; 0-50-150

(203) 0-65-130 ; 0-65-130 ; 0-50-150

(283) 0-40-120 ; 0-40-120 ; 0-65-195

(218) 0-65-130 ; 0-40-120 ; 0-50-150

(202) 0-65-130 ; 0-65-130 ; 0-40-120

(204)	0-65-130	0-65-130	0-65-195
(219)	0-65-130	0-40-120	0-65-195
(217)	0-65-130	0-40-120	0-40-120
(281)	0-40-120	0-40-120	0-40-120
(179)	0-50-100	0-50-150	0-50-150
(282)	0-40-120	0-40-120	0-50-150
(357)	0-50-75	0-50-75	0-65-97,5
(271)	0-20-60	0-40-60	0-40-60
(96)	0-40-80	0-50-100	0-40-60
(250)	0-20-60	0-20-60	0-50-75
(12)	0-30-60	0-30-60	0-65-97,5
(321)	0-50-150	0-40-60	0-50-75
(352)	0-40-60	0-60-90	0-60-90
(348)	0-40-60	0-40-60	0-65-97,5
(9)	0-30-60	0-30-60	0-40-60
(360)	0-50-75	0-65-97,5	0-65-97,5
(190)	0-50-100	0-40-60	0-40-60
(356)	0-50-75	0-50-75	0-60-90
(138)	0-40-80	0-40-60	0-65-97,5
(324)	0-50-150	0-50-75	0-50-75
(349)	0-40-60	0-50-75	0-50-75
(63)	0-30-60	0-50-150	0-65-97,5
(123)	0-40-80	0-40-120	0-65-97,5
(195)	0-50-100	0-50-75	0-60-90
(135)	0-40-80	0-40-60	0-40-60

Na verdade foram estudadas 364 doses diferentes, mas as 40 relacionadas acima formam uma amostra expressiva, e os resultados nas doses ausentes são perfeitamente análogos aos destas.

Na tabela 9, onde, para a variância V_1, com coeficiente de variação de aproximadamente 5%, é flagrante a influência das doses sobre os valores de $\sqrt{X^*}$. Vê-se com bastante nitidez a diferença entre a primeira e a segunda parte da tabela. Lembrando que o valor de referência é 8, vê-se na primeira parte da tabela 9 que o aproveitamento é total, isto é, todos os 600 valores estão presentes e concentrados nas classes 7 e 8. Nota-se, porém, uma certa dispersão mais ao fim da primeira parte da tabela. A dose 330 forneceu o melhor resultado, mas é de se notar que a dose básica 0-65-195 faz-se presente em boa parte das doses que formam a primeira parte da tabela. A classe modal, assinalada por uma elípse, oscila entre a classe 7 e 8, mostrando que nestes casos obtém-se uma excelente estimativa de $\sqrt{X^*}$. Já na segunda parte da tabela a situação fica diferente. Já se nota que o aproveitamento não é total, há uma maior dispersão dos valores e já aparecem estimativas maiores do que 30. A classe modal, que oscilava entre 7 e 8, com valores próximos a 300, concentra-se agora na classe 7, e em três casos a classe modal é 6. Além disso as frequências que aparecem na classe modal são aproximadamente a metade das que aparecem na primeira parte da tabela. Nota-se então que, mesmo com um pequeno coeficiente de

variação, as doses baixas e mistas fornecem poucas estimativas de $\sqrt{X^*}$ realmente próximas do verdadeiro valor.

Nas tabelas 10, 11, 12 a situação torna-se mais crítica à medida que aumentam os coeficientes de variação. Na tabela 10, onde o coeficiente de variação é aproximadamente de 15%, já se nota uma maior dispersão das estimativas, se bem que um pouco menor na sua primeira parte. Ainda na primeira parte vê-se que a classe modal é a classe 7, com uma única exceção. A classe 6 agora tem uma presença maior, e as classes acima de 8 também aparecem significativamente, com maior dispersão, ou seja, a classe 6, sozinha, apresenta uma frequência aproximadamente igual à soma das frequências que aparecem na classe 9 e nas seguintes. Em outras palavras, o que se nota é um certo enviezamento à esquerda. Já na segunda parte da tabela 8, o que se vê é que a classe modal deslocou-se mais à esquerda. Agora ela oscila entre 5 e 6. Como se pode observar, as frequências que aparecem nas classes modais são da ordem das centenas, e nas classes 7 e 8 temos uma frequência já bem menos expressiva. Ocorre também uma maior dispersão e tem-se frequência maior de estimativas maiores do que 30.

Na tabela 11, para um coeficiente de variação de aproximadamente 25%, a situação é similar à anterior, mas mostrando a tendência de assimetria positiva. Na primeira parte da tabela 11 vemos que a classe modal é 7. Agora, a classe 5 já mostra uma maior presença, e a dispersão já é bem maior que na primeira parte da tabela anterior (tabela 10). Já na

segunda parte da tabela 11, onde temos as doses baixas e mistas, vê-se que a classe modal passou a ser a classe 5. Também se nota um maior crescimento das frequências que aparecem nas classes 4 e 5, e uma certa diminuição das frequências presentes nas classes acima de 8. Convém comparar as frequências que aparecem nas classes 7 e 8, nesta segunda parte da tabela 11, com as que figuram na primeira parte da dita tabela: é uma transição de 200 para 50 unidades, aproximadamente. O aproveitamento diminuiu em relação às tabelas anteriores. O que se vê na tabela 11 é um aproveitamento da ordem de cinco centenas na primeira parte, e um aproveitamento de três centenas na segunda parte, para um total de 600.

Na tabela 12, finalmente, vemos confirmada o enviesamento à esquerda. Agora, na primeira parte da tabela, temos ainda a classe 7 como classe modal, mas ela já não é a predominante. A classe 6 passou a ser a predominante nas doses apresentadas. Agora já são mais expressivas as frequências que aparecem nas classes 4 e 5, e a dispersão também é grande. O índice de aproveitamento é da ordem de 400 para um total de 600, considerando-se o número de casos favoráveis. Entretanto, se forem consideradas as frequências que aparecem nas classes 7 e 8, vemos que o aproveitamento é da ordem de 150 para um total de 600. Já na segunda parte da tabela 12 a situação tende a piorar. Agora o número de casos favoráveis é aproximadamente a metade do total de casos. A classe modal oscila entre as classes 4 e 5, ou seja, a assimetria positiva

acentua-se ainda mais, e a soma dos números que aparecem nas classes 7 e 8 é da ordem de 50 para um total de 600, ou seja, um índice de aproveitamento da ordem de 8%.

No conjunto das quatro tabelas observa-se, de comum, o fato de que as distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$ são assimétricas, com a classe modal tendendo a se colocar à esquerda da média. Para uma mesma variância, a primeira parte da tabela (doses altas) apresentou melhores índices de aproveitamento, tanto no número de casos favoráveis, como nas frequências que aparecem nas classes 7 e 8.

É bem verdade que, à medida que crescia o coeficiente de variação (variâncias V_1, V_2, V_3, V_4) as distribuições sofriam uma maior dispersão e isto diminuia o número de casos realmente úteis, pois, sendo 8 o valor de referência, a dose ideal é 64. Desta forma, uma estimativa de 4 ou 9 para $\sqrt{X^*}$, por exemplo, forneceria uma estimativa de 16 ou 81 para X^*, e estes são valores bem distantes do real.

Nas figuras 1 a 16 são mostrados os histogramas de frequências das doses 1, 281, 300 e 345. São duas doses do tipo doses altas e duas do tipo doses baixas. Nas figuras tem-se uma indicação visual das tendências e das situações discutidas. Uma comparação entre as diversas figuras mostrará tanto o efeito das doses como o efeito das variâncias. Pode-se ver também como as doses tendem a manter o mesmo comportamento dentro das diversas variâncias.

TABELA 9 - Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_1 (σ^2=4000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas".

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
330	600								330	270																						
315	600								294	300	6																					
310	600								292	302	6																					
225	600								330	265	5																					
230	600								336	256	8																					
224	600								294	294	12																					
289	600								324	262	14																					
309	600								283	292	25																					
294	600								329	255	16																					
288	600								263	308	29																					
203	600								321	247	27	5																				
283	600								296	274	19	8	3																			
218	600								245	301	45	9																				
202	600								327	221	49	2	1																			
204	600								336	226	32	5	1																			
219	600							1	278	279	38	2	2																			
217	600							2	313	218	61	6																				
281	600								278	274	36	9	3																			
179	600							2	273	259	50	15	1																			
282	600							1	313	224	50	9			1	2																

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*}$ 30.

TABELA 9 - Continuação

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
357	588							122	178	123	39	34	10	5	16	13	4	2	6	2	1	4	4		5	5	2	3	1			9
271	588						38	125	120	95	46	49	13	15	12	9	8	3	3	3	5	2	4	2	1	3	2	5	4	1	1	19
96	597						1	132	179	104	64	25	22	9	14	6	8	4	1	3	1	2	2	1	1		1	1	1	1	1	13
250	591						11	101	152	131	67	44	29	3	12	8	2	1		2	4	1	4	4	2	1						12
12	585						7	152	159	90	42	38	20	18	12	7	7		1	4	4	4	2					1			2	15
321	594						6	135	136	110	73	29	21	14	9	4	7	5	6	6	6	5		1	1			2				18
352	579						18	122	175	90	53	29	25	8	5	10	6	11	5	2	1	4	1	4			1					9
348	573						40	154	89	79	57	40	32	14	8	9	9	4	2					4	3	3	2	1	2		1	20
358	588						4	111	176	85	62	27	39	17	16	6	3	3	2	2	2	2	1	1	2	1	1		3			22
9	579						16	131	140	64	59	30	25	12	22	11	6	6	1	1	1	4	7	4	1	4		1	2	2	1	28
360	594							102	171	101	49	49	30	15	15	12	4	4	9	5	2	2	1		3	2	2	1	1	1	1	12
190	558						7	155	142	75	35	36	24	23	7	6	9	3	2	3	1		2	1				3	1	1	1	21
356	576						7	111	145	80	71	51	27	15	14	7	5	3	1	2	3	4	1	5	3	2	5	2	1	1	1	9
138	588						6	106	140	117	78	36	30	14	8	3	6	3	5	4	3	1	1			1	1	1	1	1	1	21
324	600						1	90	172	119	82	45	30	7	14	10	4	2		2	2	1	1	1	1	1						15
349	585						25	135	168	99	49	19	13	11	9	7	7	6	5	10	4	3		3								12
63	600							101	190	127	57	46	27	7	5	5	3	6	7	4								2				13
123	600							48	254	165	68	26	24	3	4	2															1	5
195	591						2	103	194	95	64	50	24	18	6	4	4	2	2	6	2											15
135	585						16	119	157	98	50	31	18	14	13	5	8	9	2		4	5	2	4	2	3			1			24

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*} \geq 30$.

TABELA 10 - Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_2 (σ^2=35000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas".

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
330	600						3	33	215	249	62	21	6	5	3		1	2														
315	594							37	256	189	64	19	17	3	3	2	2	2														
310	597							36	232	160	76	45	9	9	5	7	5	3	4			3										3
225	582							62	248	142	60	28	10	7	5	7	6	1		3					1	1		1				
230	588							59	243	145	74	28	7	5	8	3	1		4		5	1	3	1	1							
224	573					3		60	241	104	81	32	18	6	2	6	2	4	1	1					1	2	2	1				6
289	582						3	80	228	124	50	24	20	10	11	8	6	4	2			3	2	1								6
309	588						7	59	213	181	50	16	8	11	6	5	3	6	3	1	1					1	1	3		3	1	9
294	591				1	2	6	86	178	133	68	34	16	11	11	2	5	2	4	2	1	2	2	1	2	1						21
288	579							102	205	102	63	29	15	9	10	10	4		5	5	7	4	3	1	2					1	2	
203	576							100	217	100	65	29	23	16	4	1	1	4	4	3	1	1	1							1	1	4
283	582						12	97	186	136	39	36	32	4	9	8	4	1				1	2		2	3	2	2				6
218	579							114	191	123	6[illegible]	31	16	11	4	2		1	1		2	2	1	3	2	1	2					12
202	561						1	84	187	108	46	33	22	13	10	10	6	3	2	6	2	1				1			4	2	1	19
204	567							99	210	113	37	24	24	11	6	4	9	8	4	4	2		1		2			1	1	1		6
219	561						2	116	201	118	38	19	16	11	7	3	4	7	3	2	1	1			3	3	2		1			3
217	573						8	94	189	89	56	22	29	15	7	4	5	6	3	3	2	6	3	7	2	1	3	3	1	2	2	11
281	564						2	144	184	85	39	28	15	15	5	2	1	3	2	4	2				1	2	8	3		1		18
179	573						16	128	151	112	64	24	17	6	2	5	4	3	3	2			3	2	1		1	5	1			23
282	573							92	189	105	57	40	13	19	9	9	7	5	6	1	1	1	1	1		1		1				15

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*} \geq 30$.

TABELA 10 - Continuação

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
357	411					10	76	93	78	41	23	9	14	6	7	6	2	4	4	1	2	1	1	2	1		4			2	4	20
271	369					26	105	53	24	23	17	14	19	10	3	6	9	2	3	2	3	6	1		1			1	2	1	2	36
96	444					7	112	110	59	29	29	23	10	10	7	5	4	2	2		2	1	1	3		1	1	1	3	3	2	17
250	450				6	23	104	88	57	45	27	17	9	7	5	8	6	5	2	2	3	2	3	2	1	2	1	1			1	25
12	435					11	102	108	80	35	15	18	8	7	9	5	3	2	1	1		1	2	2	1	4			1	1	2	16
321	405					26	91	95	53	31	15	18	10	7	6	5	4	1	3		1	2	2	1	3	2	2		1			26
352	441					28	121	114	41	34	19	10	6	7	4	7	4	2	4	3	2	4	4	1	4	1	2	2	1	1		15
348	423					49	121	65	43	27	21	10	11	10	8	6	6	2	7	6	4	4	3	1	4		4	2	1		1	7
358	405					9	77	103	56	40	21	18	5	6	1	3	3	4	3	3	1	5	2	2	5	1	1	2	1	1		32
9	411					31	105	70	42	29	21	15	12	11	6	9	4	8	4	1	3		2	1	2	1		1		1		32
360	426					5	76	102	70	32	26	13	13	6	11	12	6	4	5	6	4	6	3	1	1	2	2	4	4	2	2	8
190	417					32	108	74	51	26	22	13	7	9	6	5	5	10	3	3	3	2	3	3	2	3	1	1	1	1		23
356	417					2	91	91	54	27	22	15	19	11	7	10	5	3	3	1	3	2	5	2	5	2	1		1	4	2	29
138	420					11	113	81	61	24	16	15	12	8	4	2	6	4	5	7	3	3	2	3	1	2	1			1	2	33
324	435					5	110	112	41	30	24	32	13	13	5	10	4	2	5	2	2	1		2	3		1		3			15
349	447					35	147	91	37	45	18	11	7	8	5	7	2	2	2	2	3		1	4		1	2	1				16
63	507					10	73	118	79	53	39	15	21	11	19	13	9	3	2	1	2				2	2	1	3	1	1	1	28
123	513					1	47	153	78	47	43	28	15	13	12	10	2	3	5	5	1		5	2	1	1	3	5	3	3	4	23
195	438					19	86	101	75	45	25	11	8	7	13	7	2	4	3	4	4		5	3	2	1			1		1	11
135	384					42	129	68	32	12	14	10	7	4	4	3	2	7	3	2	3	3	2	5	2	5	2		1	2		20

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*} \geq 30$.

TABELA 11 - Distribuições de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_3 (σ^2=98000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas".

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
330	573				3	3	11	89	243	158	28	11		5	1	6	5	2	4	1													3
315	555					9	8	82	175	138	79	21	7	7	3	4	2	5	1	3	2	1	1			1							6
310	546	1	2	1	5		14	100	191	98	53	18	17	11	8	4	5		2		9			2		1		1	1		2	
225	516					7	14	120	154	79	51	25	11	8	3	4	4	2	3	2	2	3	2	1						1		20
230	543		3			1	14	94	165	106	43	21	27	8	12	6	5	1	1	2	1		1	1	2	1	1	1		1	2	23
224	513					4	30	123	146	94	27	27	7	10	4	2	5	2	4	2	1		1		2	1	2		2			17
289	498			3		3	24	120	133	83	41	25	20	7	9	3	1	6	4	1	2	1				3	1	1				7
309	510	1	1	1		3	13	92	153	88	38	27	22	11	11	7	7	1	3	1	3	2	1	2	1							21
294	531					4	21	105	177	96	46	19	8	2	6	8	3	4	6	4	3	4	3	2				1		4	1	4
288	525			3	1	5	14	124	135	64	52	31	19	6	6	5	4	7	4	6	7	2	1	2	2	1	1	2	4		1	16
203	465				3		39	152	114	47	34	17	14	3	7	4	5	3	4	3	1							1	2			12
283	531					2	12	125	109	70	59	45	27	14	4	5	7	4	1	7	2	1			1			1	2		3	30
218	501					9	29	109	119	102	43	16	11	14	7	6	5	4	3	3		1	2	3	1		2			1		11
202	504					2	32	136	115	51	48	29	8	17	7	7	7	8	2	4	6	3	2	1	2		1	1				15
204	507				1	7	37	124	94	62	43	24	12	18	10	9	5	4	6	3	3	7	4	1	7	5	1	2	1	1		16
219	486				3		17	127	143	78	30	13	14	20	8	7	5	3	2		1		2		3	1						9
217	495					2	33	157	96	55	31	25	15	9	9	6	11	10	6	4	3	1		1		1	1	1				18
281	468			1	2	4	36	125	73	53	45	24	18	10	12	4	6	4	1	5	2	4	2	2	2	1						32
179	489					6	55	134	107	61	31	22	10	13	7	4	2	3	3	2	1	5	2	3				1	1			16
282	522				1	8	34	136	86	73	44	32	20	13	8	7	5	5	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2	2	2	3	23

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*} \geq 30$.

TABELA 11 - Continuação

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
357	345					45	84	59	33	28	15	13	6	9	3	5	5	2	5	4	4	3	1	1			1	1		1		17
271	306				14	97	61	40	29	18	12	10	5	5	1	4	3	1			1	2	2				1	3				6
96	381				11	59	98	50	33	20	19	5	12	7	7	6	5	6	3	2	4	2	6		2		1		2	1	1	19
250	303				1	37	81	60	32	17	20	7	6	9	4	4	1			3	1	3	2		1	1					2	11
12	348		2	1	5	45	91	65	35	10	13	12	3	6	3	4	5	6	2	4	2		2	3				2	3	1	2	21
321	381		2	4	1	53	120	64	39	22	9	6	6	4	3	8	6	3	3	3	2		3	4	4	1	2	2				7
352	357	1	5	6	7	74	117	39	32	21	11	10	5	1	3	4	2	2	1		1	2		1		1			2			9
348	318			1	11	94	76	31	24	16	9	5	5	1	2	1	6		1	1	3		3	1		3	1	1	2	1	1	18
358	348		2	1	1	54	94	54	30	21	11	18	8	11		4	4	2		1	2	1				1	1		1		4	22
9	291				7	78	57	47	26	23	9	9	3	1	3	2		1	4		2	2	2		2					1		12
360	291			1	2	17	72	59	40	21	19	12	6	2	5	2	3	2	2	4		2		2	1	2	1	1	2			13
190	321			3	8	51	84	56	30	18	19	4	4	6	1	3	3	2	1	2		1	1	1				1				
356	366				6	72	99	64	27	22	13	10	8	7	2	9	1	1	3	1	1	1		1		2		3		1	1	11
138	330				1	62	101	41	29	17	14	12	10	9	3	1	4	1	1	4	1		1	3		4		1	1	1		8
324	396					35	117	81	50	24	30	14	7	2	3	4	1	3	2	1	4		1	1						1		15
349	312			1	10	82	89	43	25	9	14	8	8	4	5	1	1	3	2	2			2		1		1			1		
63	390				7	37	84	66	49	28	33	22	13	6	5	4	5	3	3	1	1	1	1									21
123	393					2	68	108	74	39	22	11	7	4	1	8	2	4	1	3	5	2	1			4	2	2	2	1	2	18
195	402				3	31	117	82	33	27	20	12	13	12	8	3	5	6	1	2	1	1		2	1			1	1	1		19
135	369			2	16	96	100	57	23	14	11	5	12	9	6	1	5	5			1			1	1				1			3

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^2} \geq 30$.

TABELA 12 - Distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, em intervalos de uma unidade, para V_4 (σ^2=198000). Estão relacionadas 20 doses "altas" e 20 doses "baixas".

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
330	522		3	2	5	7	21	80	148	87	77	28	22	9	5	3	4	1	1	1	2		1		2		1		1	1		10
315	462	1	2		1	5	35	88	129	66	46	24	13	7	12	2	6	4	2	1		3		2	1	2	1	2	2			5
310	501			1	3	9	33	99	136	77	51	25	19	11	3	5	10	4	1	2	1		1	1								9
225	462				4	13	45	106	111	67	22	22	16	9	5	2	3	3	4	1	2		1	2	1	1	3	1	2		2	14
230	459			1	7	9	37	101	133	55	27	23	7	6	3	1	6	4	3	3		1	1	3		2		2				24
224	465			2	1	7	41	[illegible]	90	58	31	19	18	10	13	8	6	4		2	5	3		1	1	4	1	1	2			19
289	444		1		4	13	31	96	98	53	31	28	19	11	7	3	5	6	3		1	3	1			1	3		2	1		23
309	456				2	13	39	109	89	52	41	20	20	9	8	7	2	3	3	1		1	2	3	2				1	3	3	23
294	444		1	1	5	6	28	110	124	63	34	22	9	8	5	2	4	1	1		2		2	2	1		1	1	2	1		8
288	414		2	4	1	6	34	101	92	55	23	21	14	5	8	6	5	5	2	2	1	2	1	2	1	2	2	2	1	2		12
203	432				3	5	54	104	69	50	34	23	14	7	12	2	9	3	6	1	3	4	3	2	2	2	3	2	1	2	2	10
283	441				3	10	42	122	77	71	33	35	6	3	4	6	6	6	3	2										1		11
218	417				2	6	42	114	117	40	31	14	5	2	4	2	4	4	6	2		1	3			2	1	4	2	1	1	7
202	408	1		5	3	10	69	115	55	34	30	24	9	5	7	5	1	1	2	3		2		1		1	2	1		2		20
204	417		1	6	11	12	36	90	90	59	34	21	11	11	2		2	1	2	1	2	3	1			1	2				1	17
219	435			2	1	4	35	121	95	73	26	13	9	8	7	7	3	5	1	2	1	1	3	4	2	1	2	1			1	7
217	417					7	60	93	81	45	38	26	13	6	4	5	7	7	1	6	7	1	3								1	6
281	462					20	80	125	83	46	21	16	5	5	1	4	3	7	9	4	6	1	1	2		2	1		1	1		17
179	420	2	1	5	4	19	60	128	69	40	11	13	14	5	6	4	3	3	3	1	2	4	4		1		3	2	1			12
282	426			1	2	17	50	116	81	35	36	15	13	6	4	13	6	6	4	2		4		2	2	1			1			9

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*} \geq 30$.

TABELA 12 - Continuação

DOSES	CASOS FAVORÁVEIS	CLASSES																															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30*
357	270				8	64	88	32	17	10	10	3	3	6	5	1	4	2	1	3			2		1			2			1	7
271	252			3	30	100	51	25	10	7	3	2	3	3	1		1	1					2	1								9
96	321				15	66	76	52	30	17	13	9	3	6	3	3	1	2	3	2	1	1	4		1	1	1				1	10
250	324			1	9	63	94	28	22	16	16	8	11	3	3	5	5	1	2	7	2	2	3	1		1	1	1			1	18
12	312			1	18	83	77	45	20	14	12	4	6	4	3	4	1		1		6		1				1		1		1	9
321	300			2	12	86	72	43	21	14	13	3	7	3	3	5	4	1	2	2	1		1									5
352	252				14	79	64	32	15	5	7	1	2	3	7	4		2		1		3			2		3			1	2	5
348	249			4	13	71	49	36	16	17	6	6	4	2	3	2	2	3	3		1	3		1	1							7
358	273				9	55	91	46	24	18	4	4	1	1	2	4	2	1	1		1						1	1	1	1	1	4
9	258			4	23	75	51	35	16	12	7	3	4	6	5	1	1			2			2				1	2				7
360	303	1	1	2	7	63	95	54	24	17	11	3	4	2	3	1	1	1		1	2				1		1		1			7
190	291			5	18	68	84	35	23	8	5	5	4	1	6	2	3	2	2	2	3	1	1	1		1		1		2	1	6
356	291				6	50	97	37	24	14	9	5	8	7	7	2	3	1	1	1								1				18
138	261				11	51	81	26	15	9	10	14	6	4	4	5	4	2	1			1				1	1	2	1	2		10
324	345		1	3	9	57	100	52	34	28	10	10	10	6	4	1	4		2	3	1	1	1	2								6
349	225		2	4	12	60	59	26	13	10	8	9		2	2	2	3					2	1	1		1		1	1		1	5
63	321			6	9	39	90	60	33	22	11	8	10	4	4	2	1		1	2		3	2	2		1					1	10
123	339			1	3	34	108	73	28	17	15	8	5	4		2	2	5	3		2	1	2	2	1	1	1		3			18
195	246				1	31	79	38	23	23	6	5	8	4	1	4	4	2	2		1		1	2						1		10
135	264			1	17	97	52	29	13	9	7	4	5	3	4	1	2			1	1		2		2	2	1				1	10

* Esta classe contém os valores $\sqrt{X^*} \geq 30$.

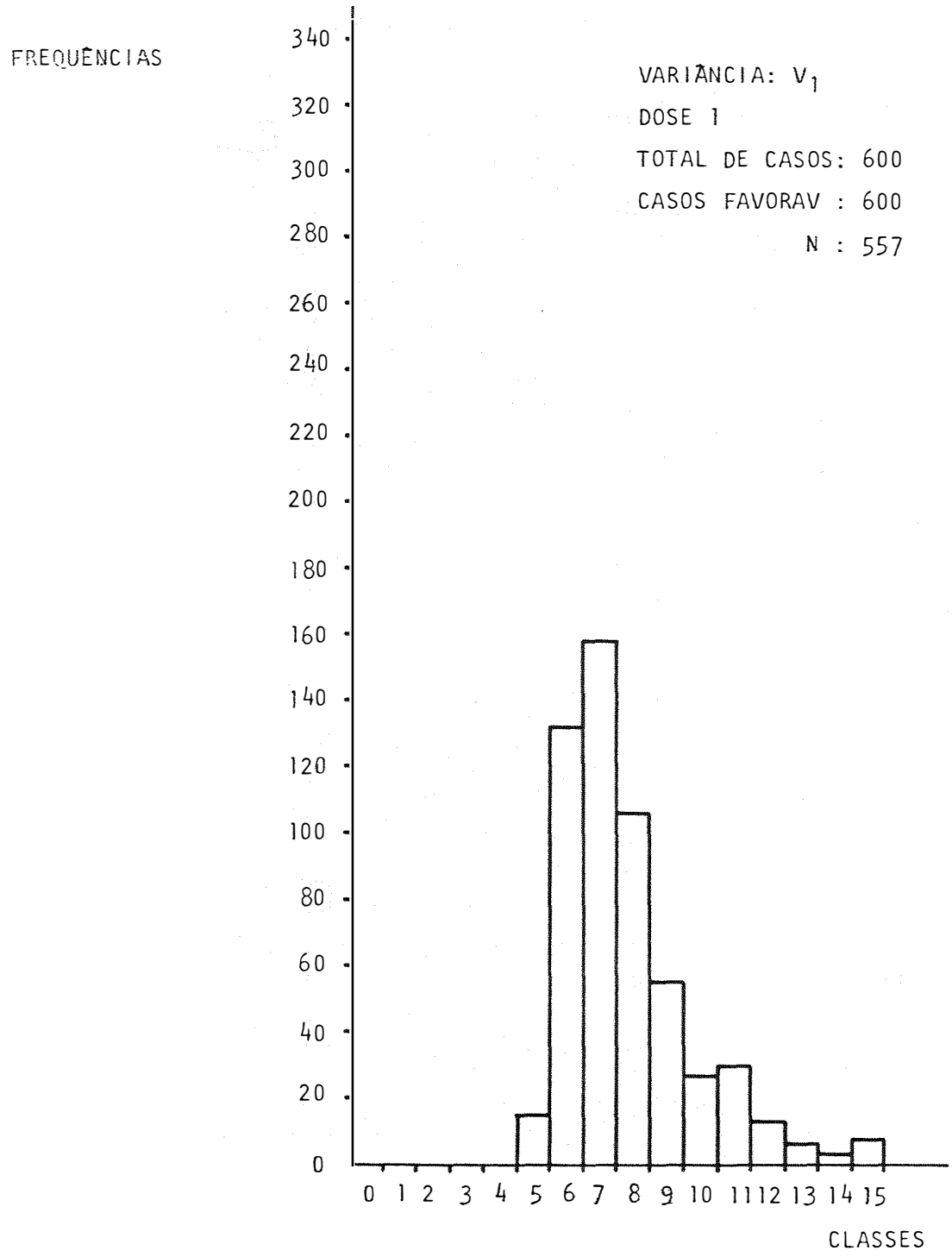

FIGURA 1 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância V_1 ($\sigma^2 = 4000$), até a classe $14 \leq \sqrt{X^*} < 15$.

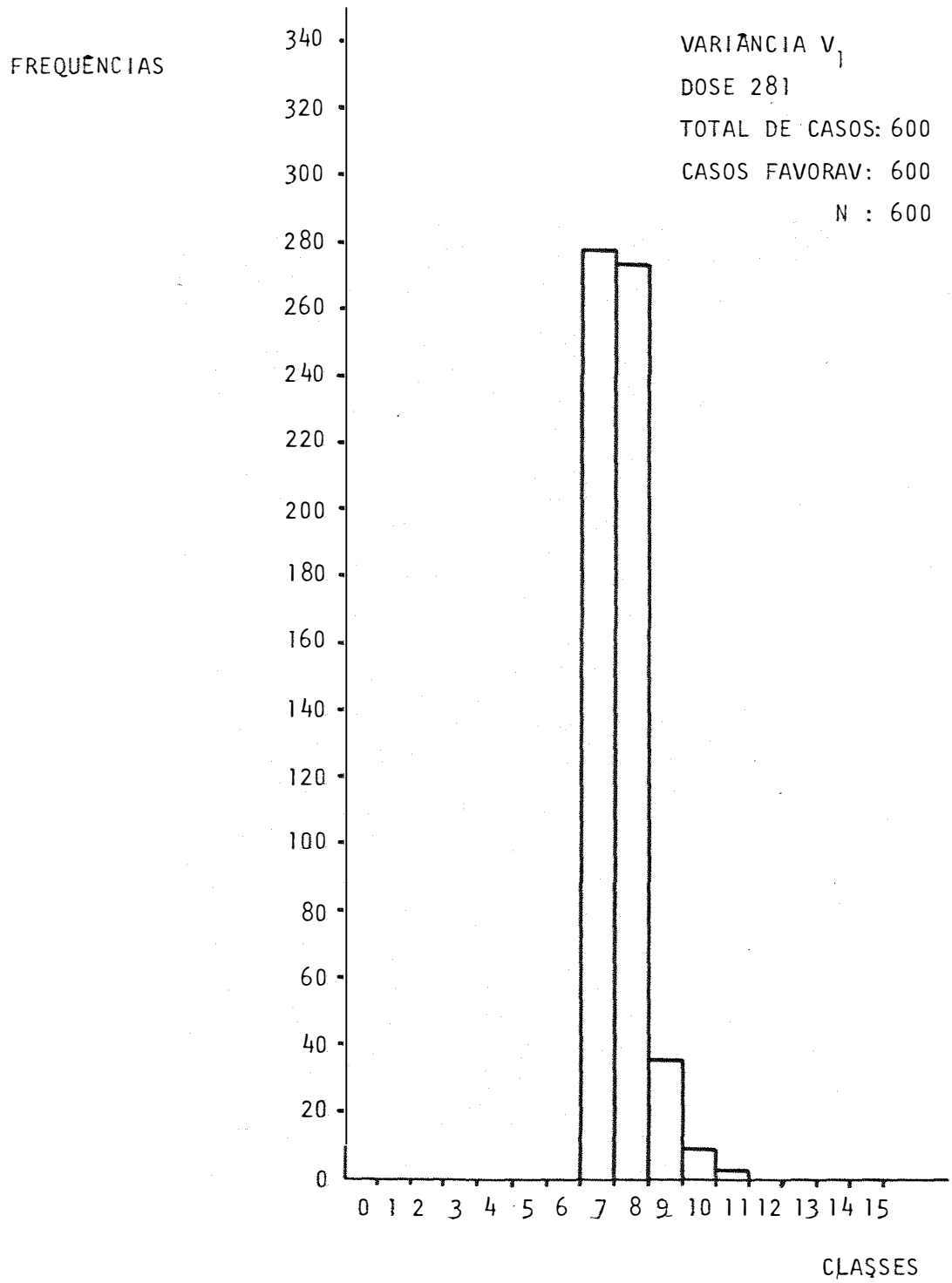

FIGURA 2 - Histograma de distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281(0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância $V_1(\sigma^2=4000)$, até a classe $14 \leq \sqrt{X^*} < 15$.

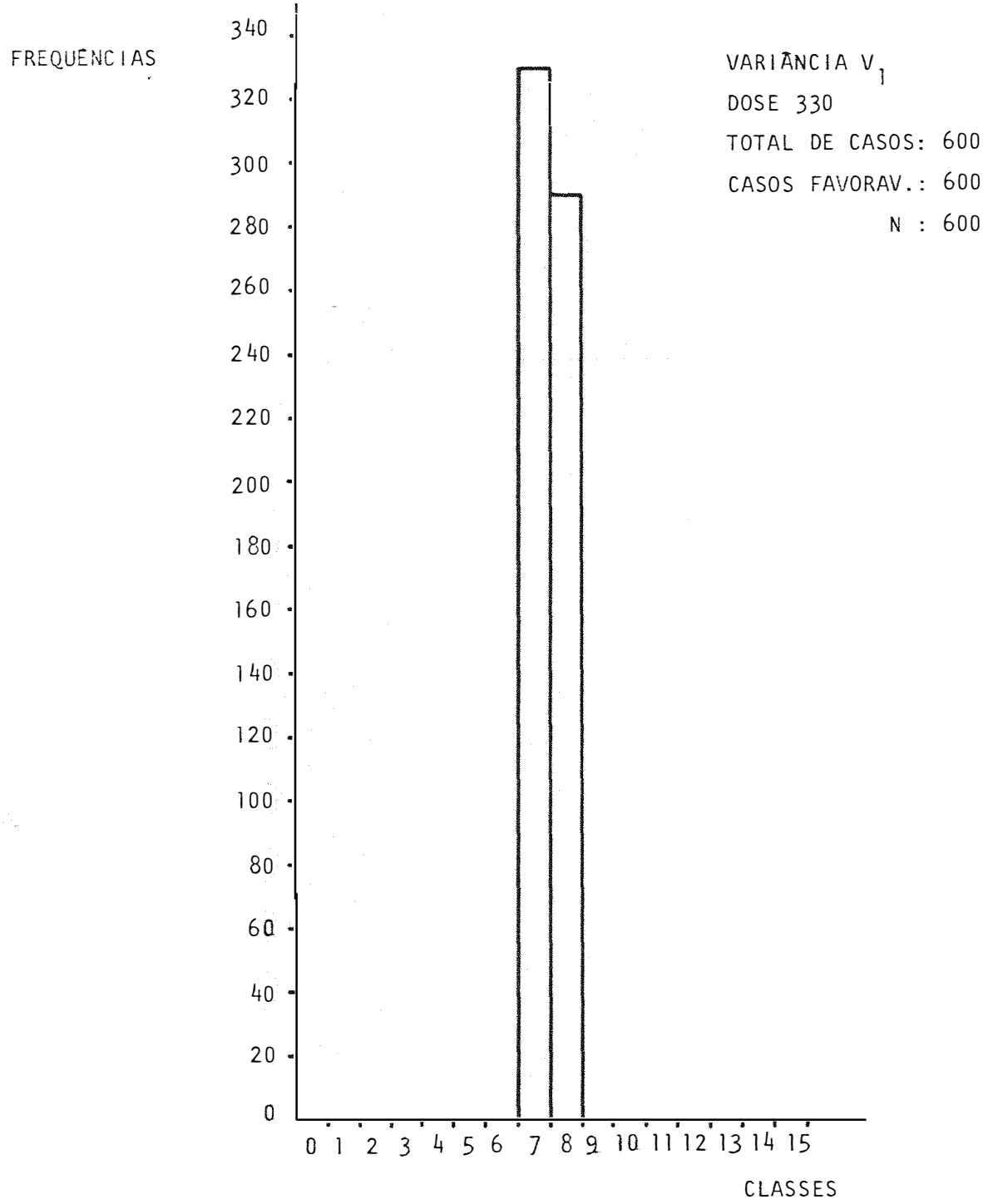

FIGURA 3 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância $V_1(\sigma^2=4000)$, até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

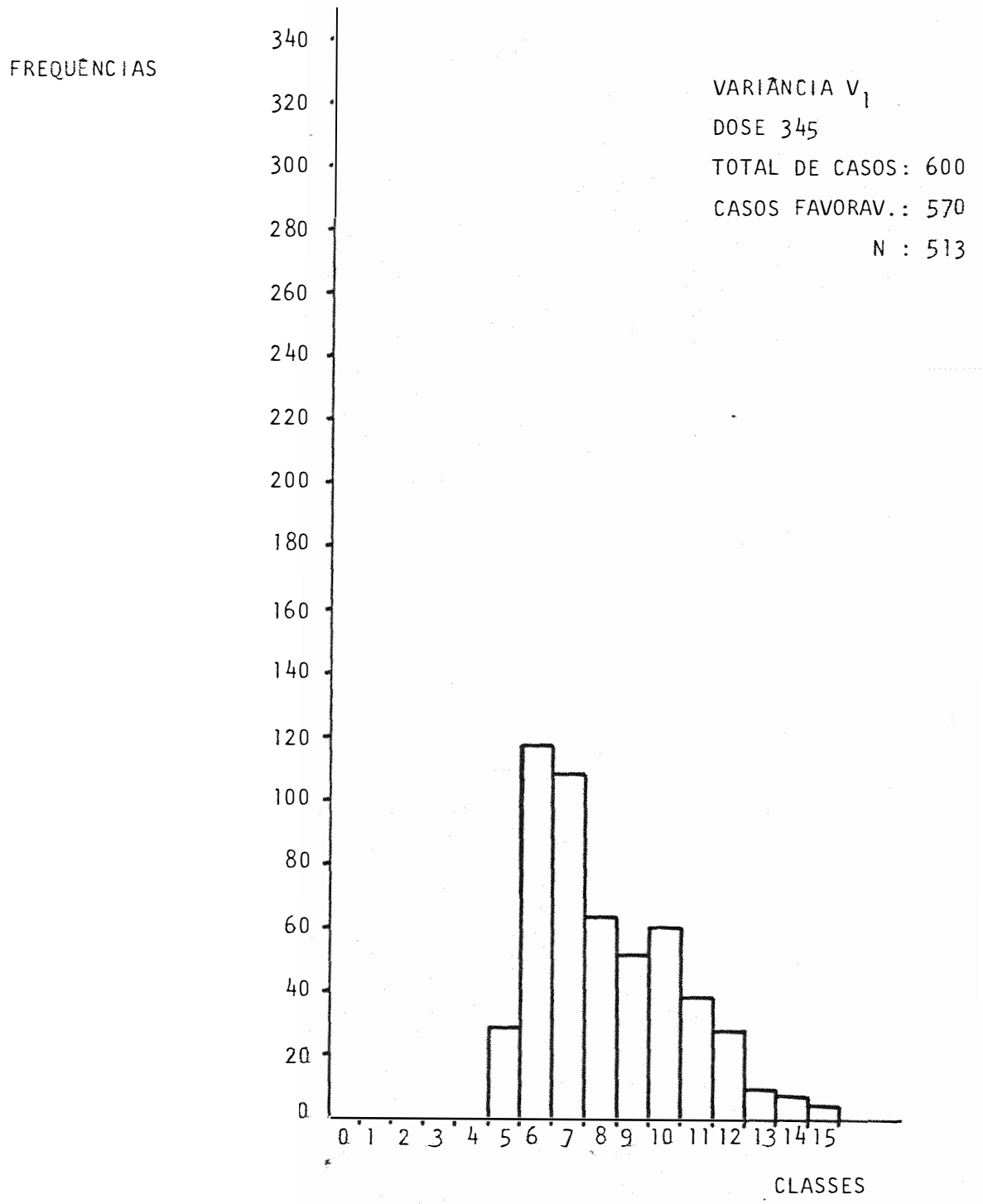

FIGURA 4 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60) com a variância V_1 (σ^2=4000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

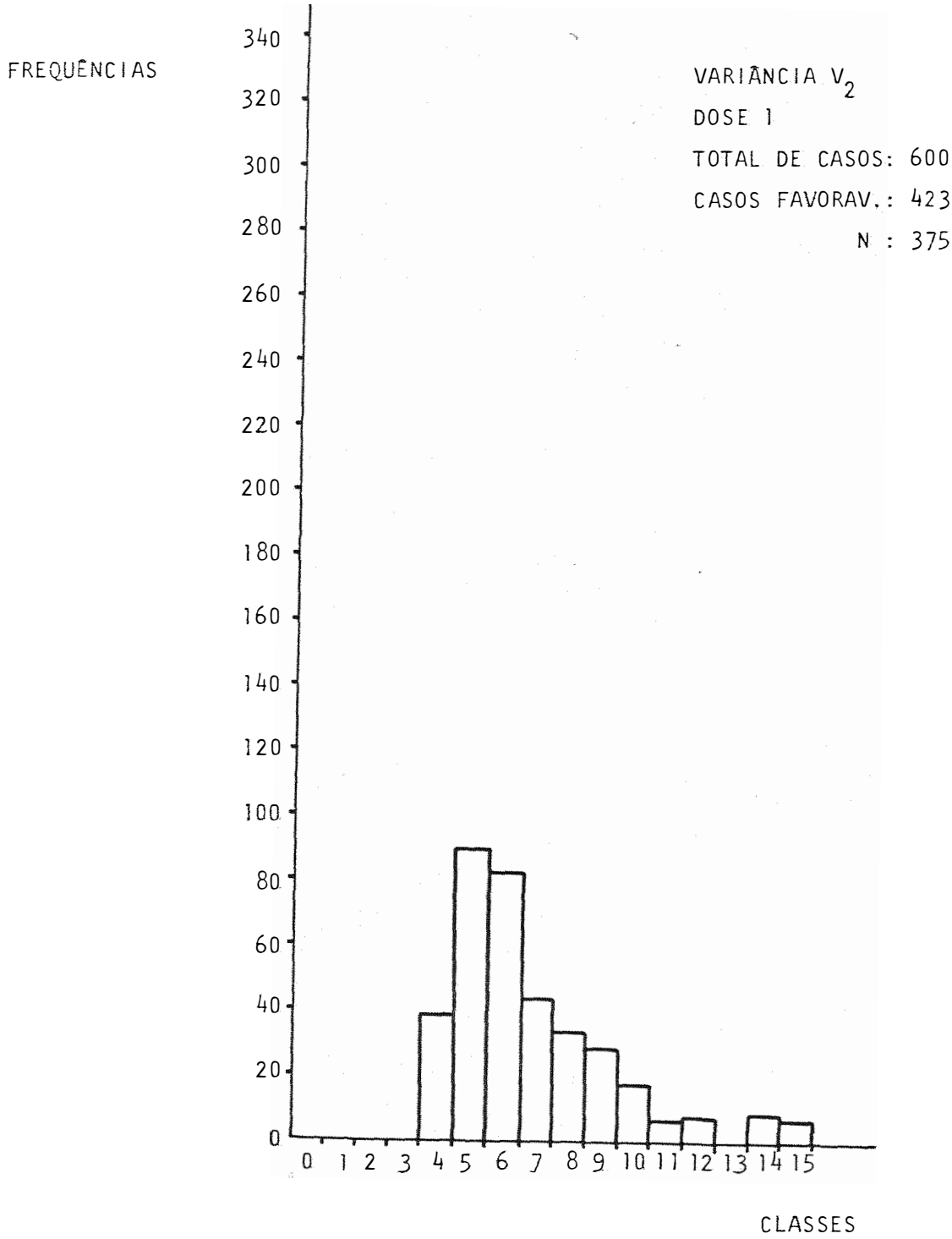

FIGURA 5 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância $V_2(\sigma^2 = 35000)$, até a classe $14 \leq \sqrt{X^*} < 15$.

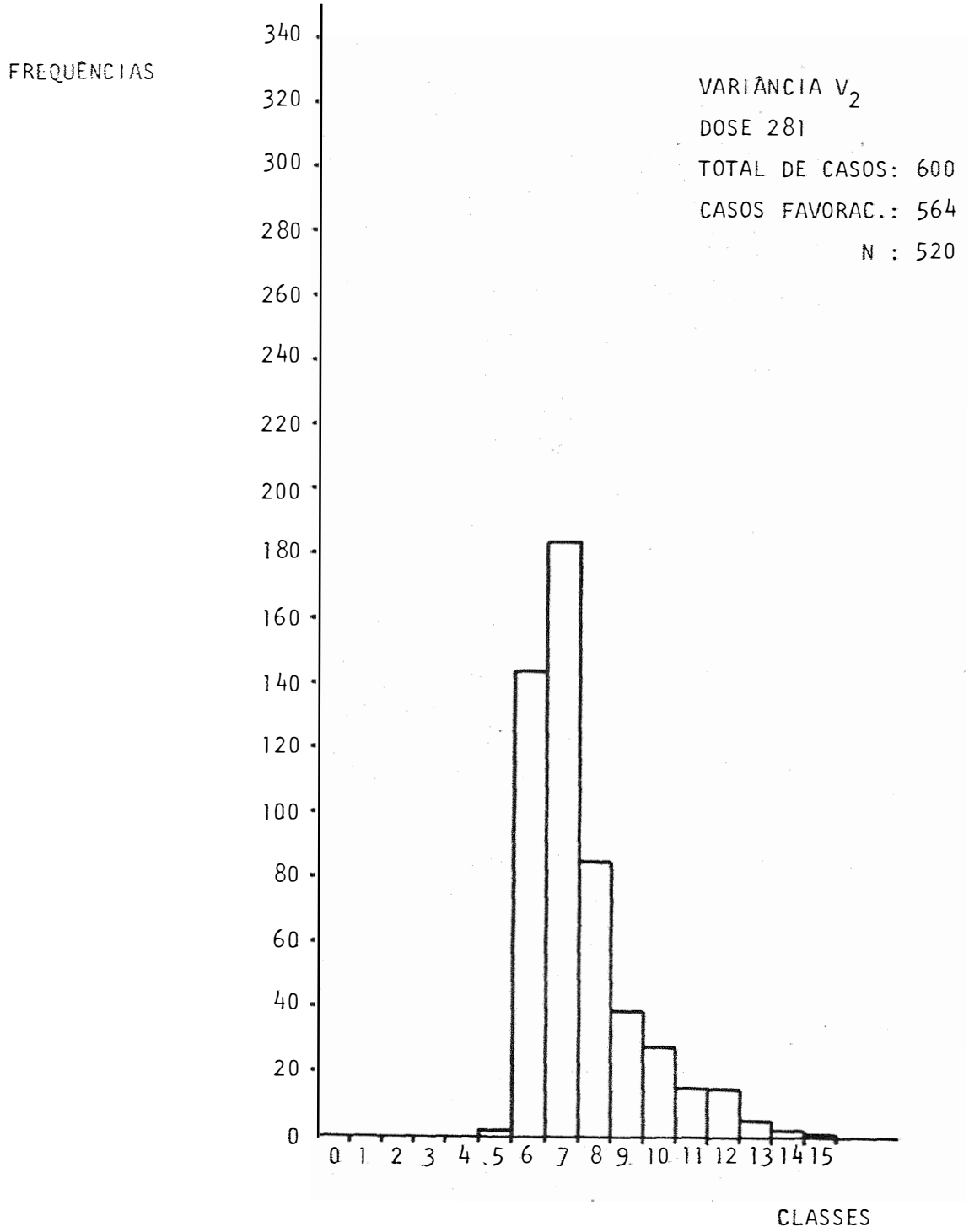

FIGURA 6 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância V_2 (σ^2=35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

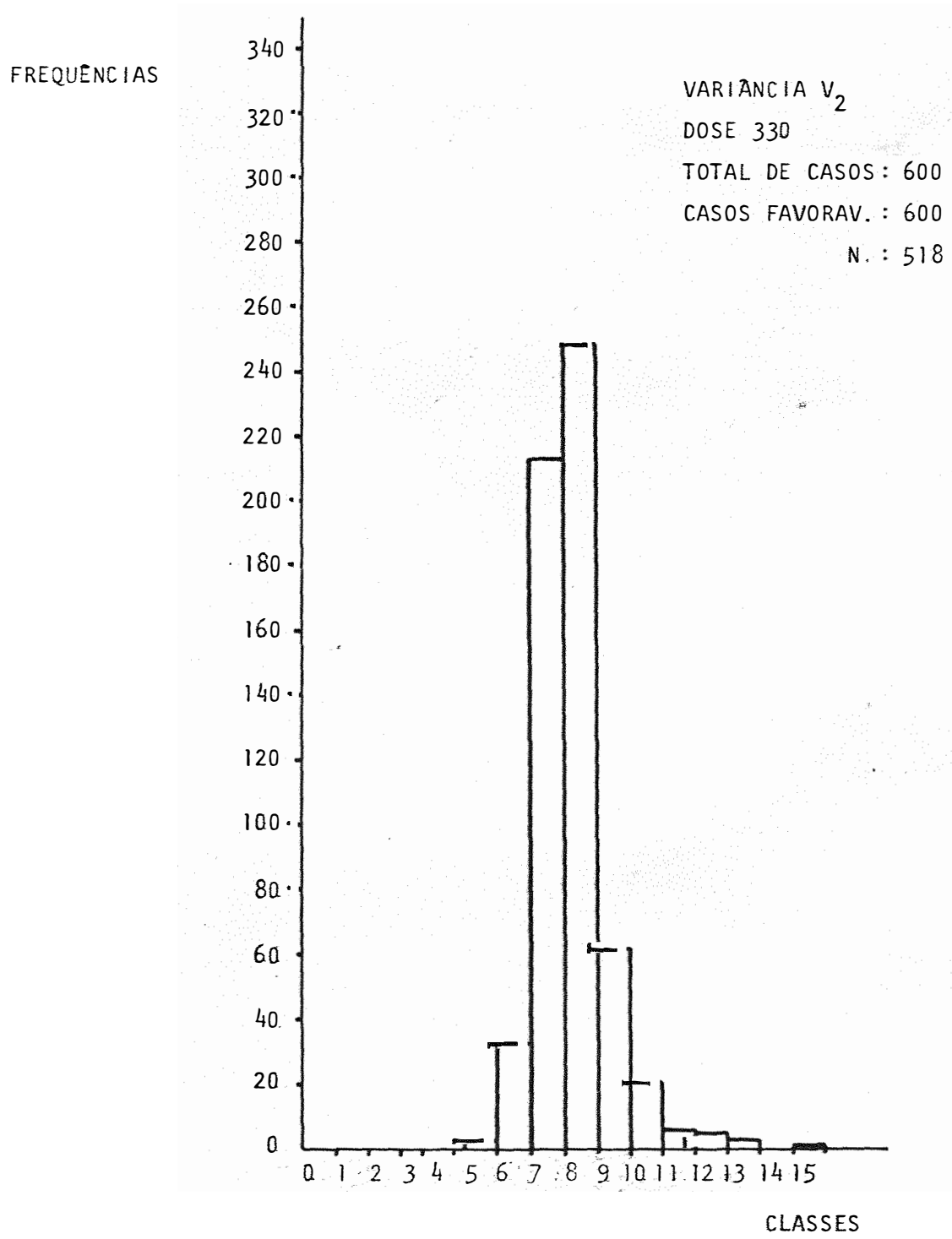

FIGURA 7 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância V_2 (σ^2 = 35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

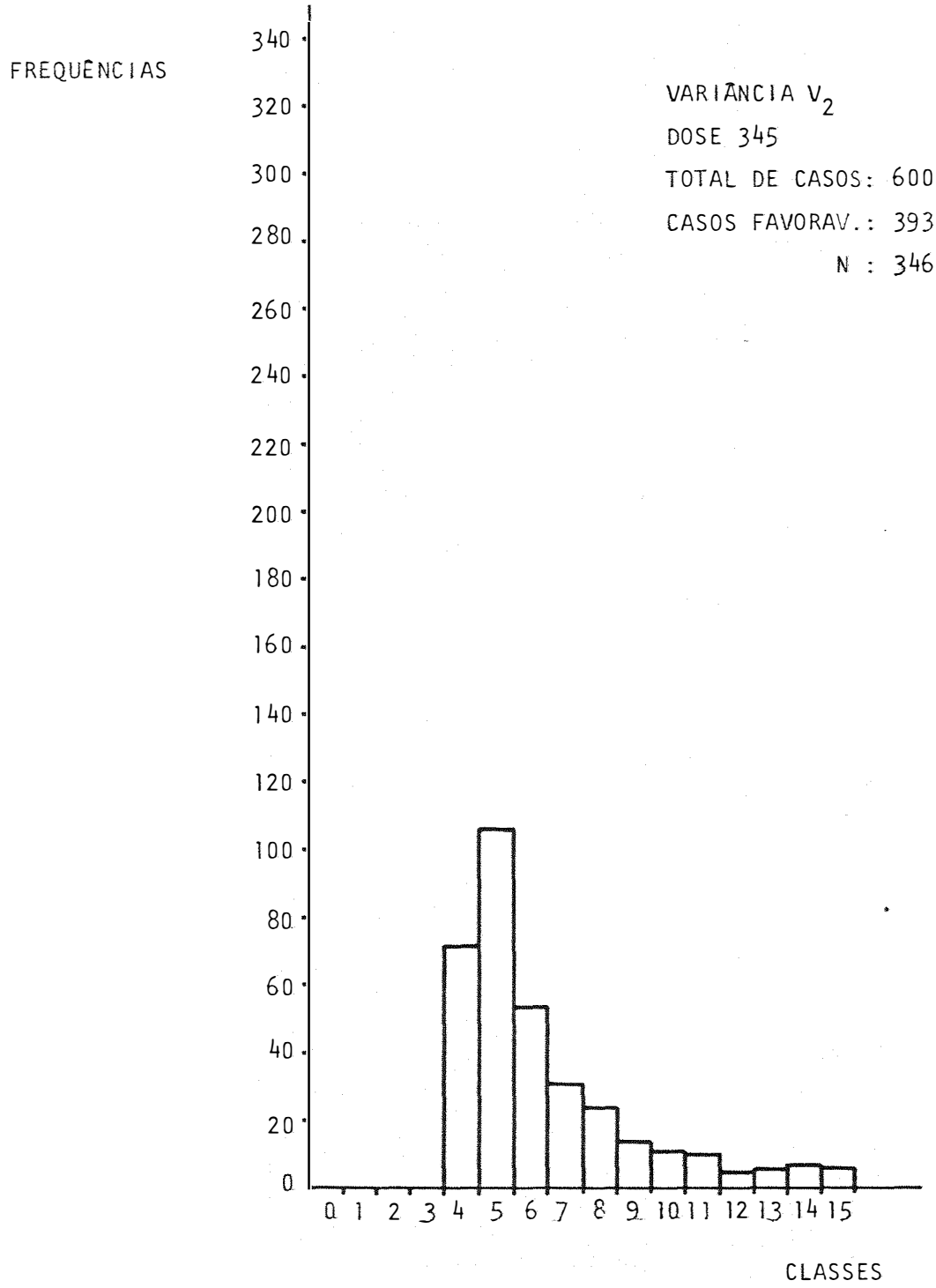

FIGURA 8 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60), com a variância V_2 (σ^2 = 35000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

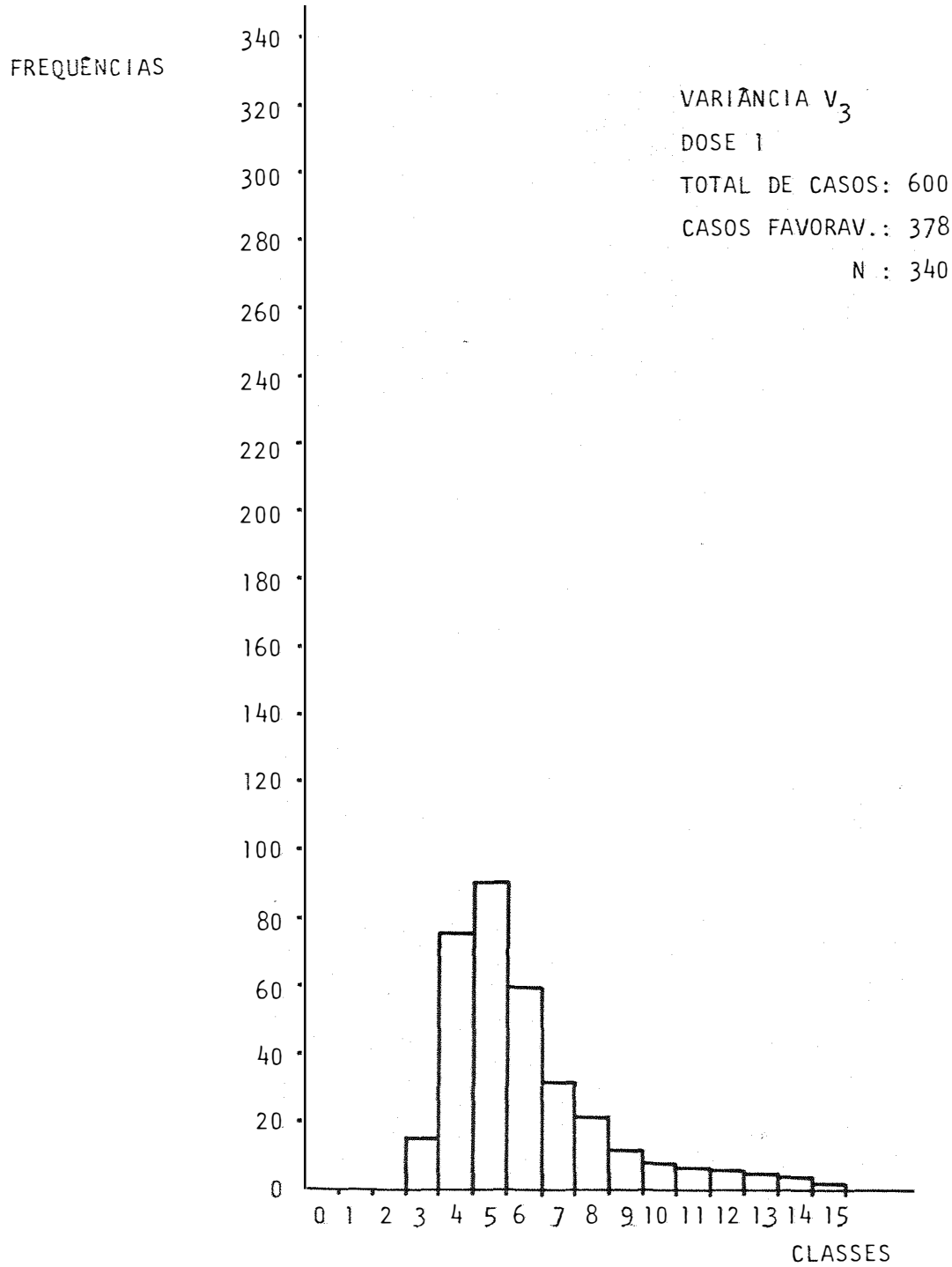

FIGURA 9 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60, 0-30-60), com a variância V_2 (σ^2=98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

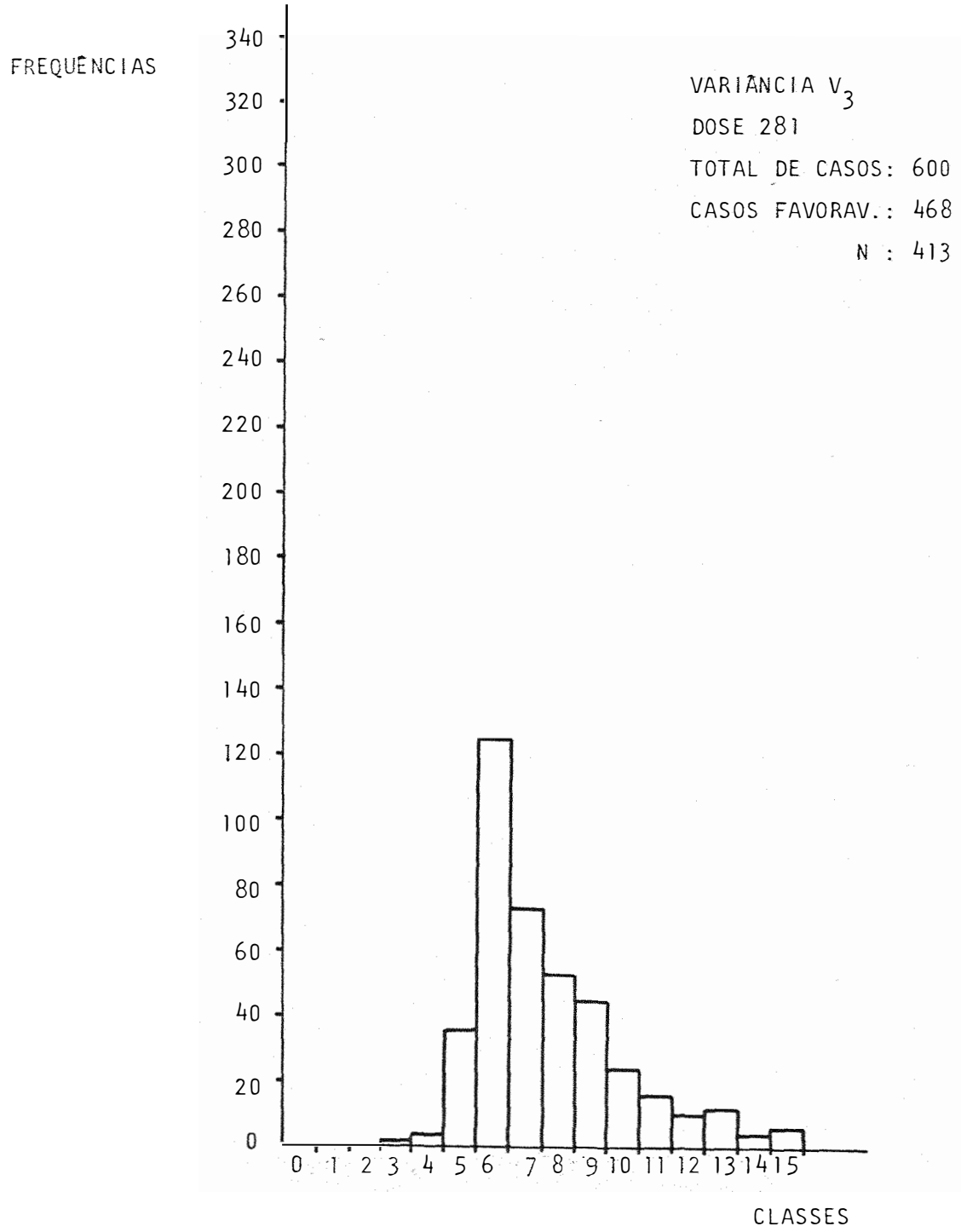

FIGURA 10 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância V_3 (σ^2 = 98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

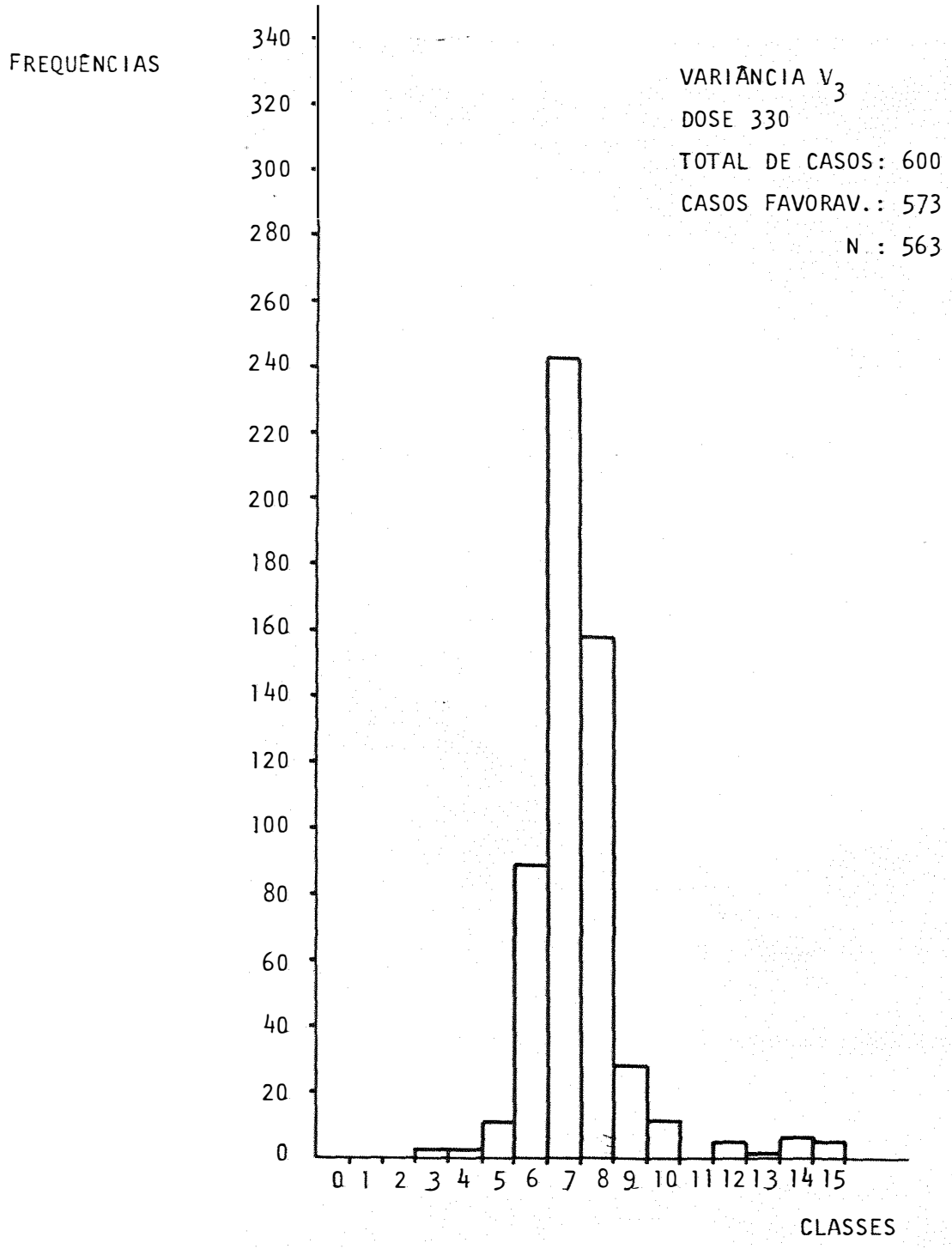

FIGURA 11 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância V_3 (σ^2 = 98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

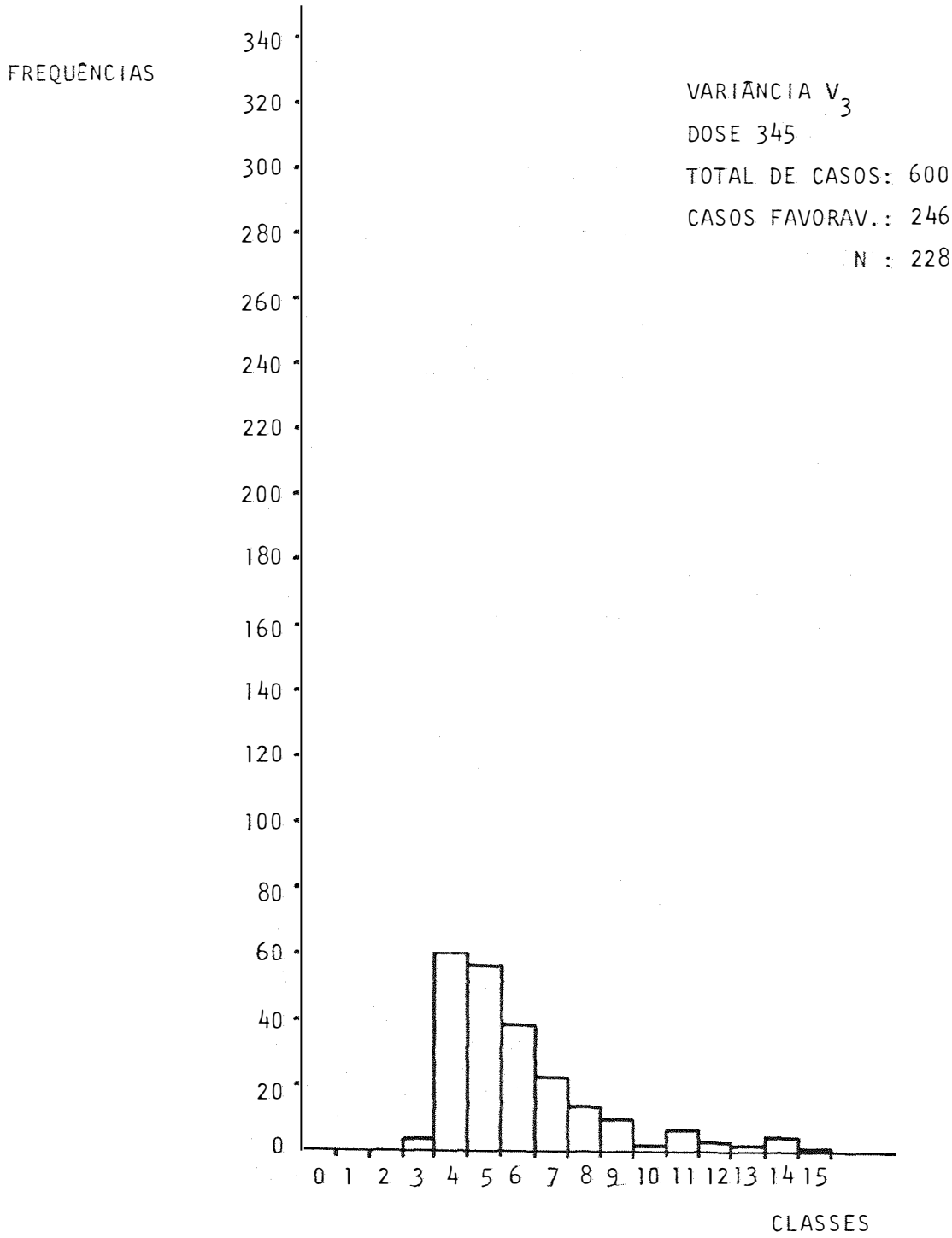

FIGURA 12 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60), com a variância V_3 (σ^2 = 98000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

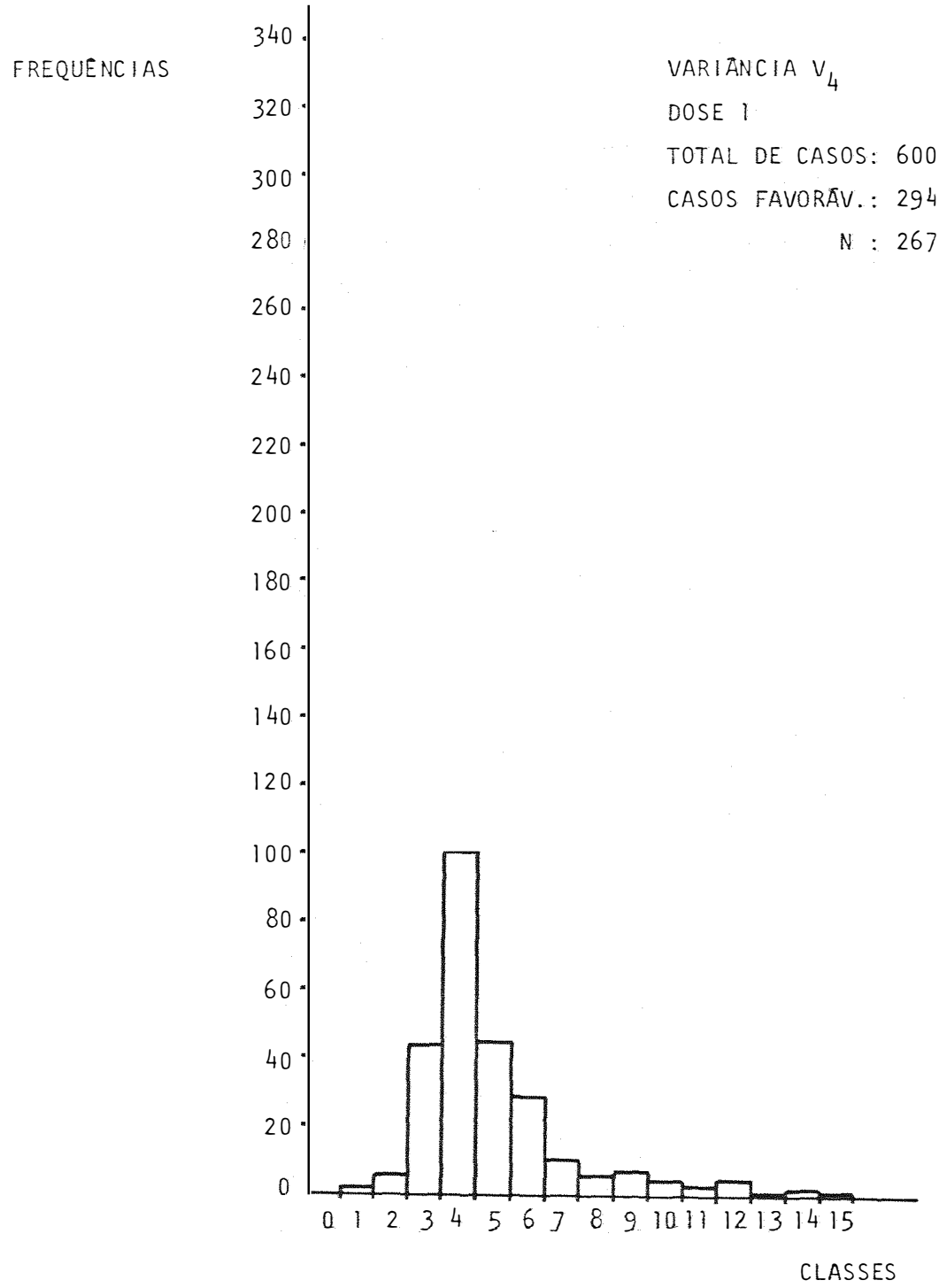

FIGURA 13 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 1 (0-30-60, 0-30-60; 0-30-60), com a variância V_4 (σ^2 = 190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

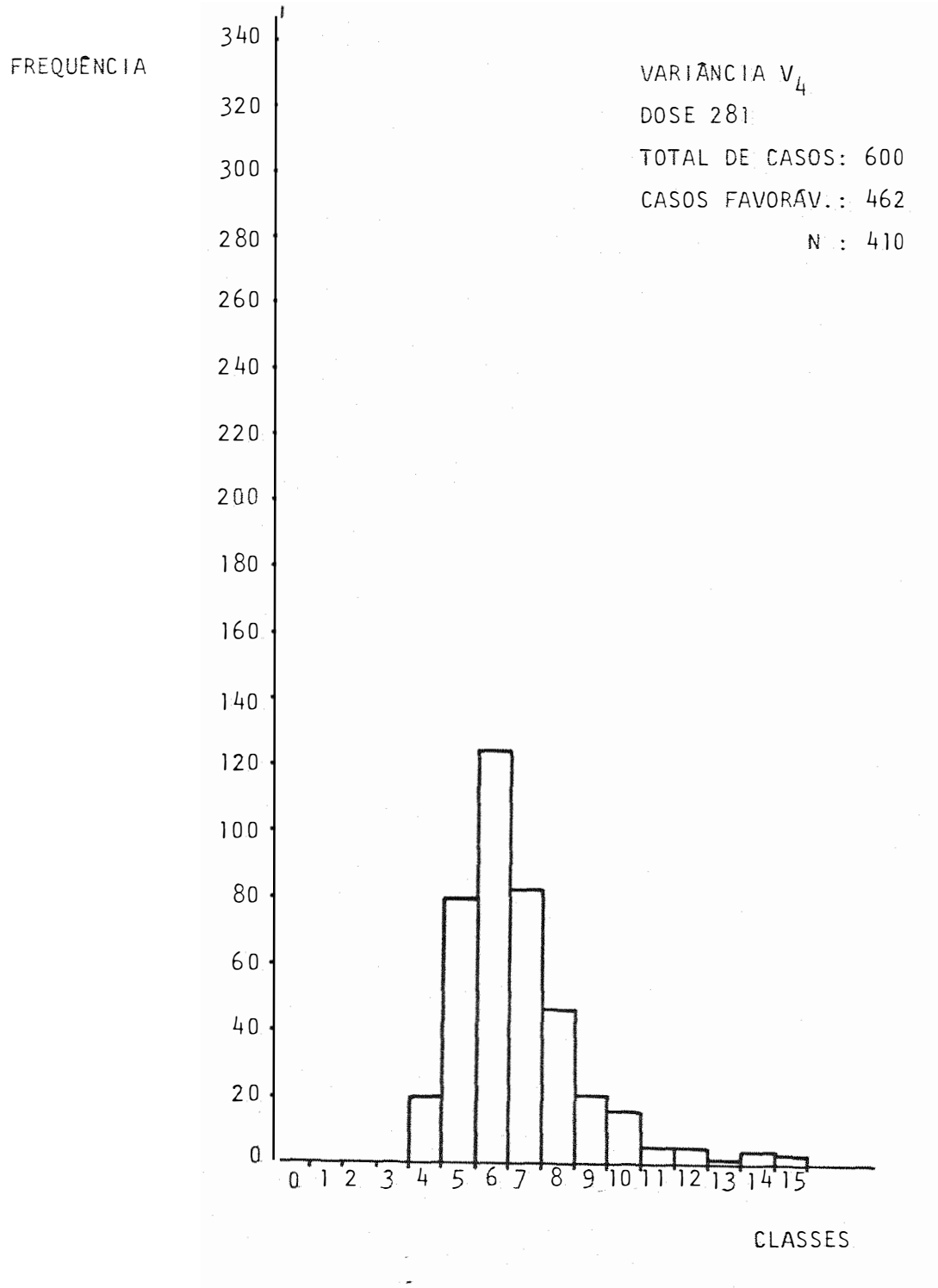

FIGURA 14 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 281 (0-40-120, 0-40-120, 0-40-120), com a variância V_4 (σ^2 = 190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

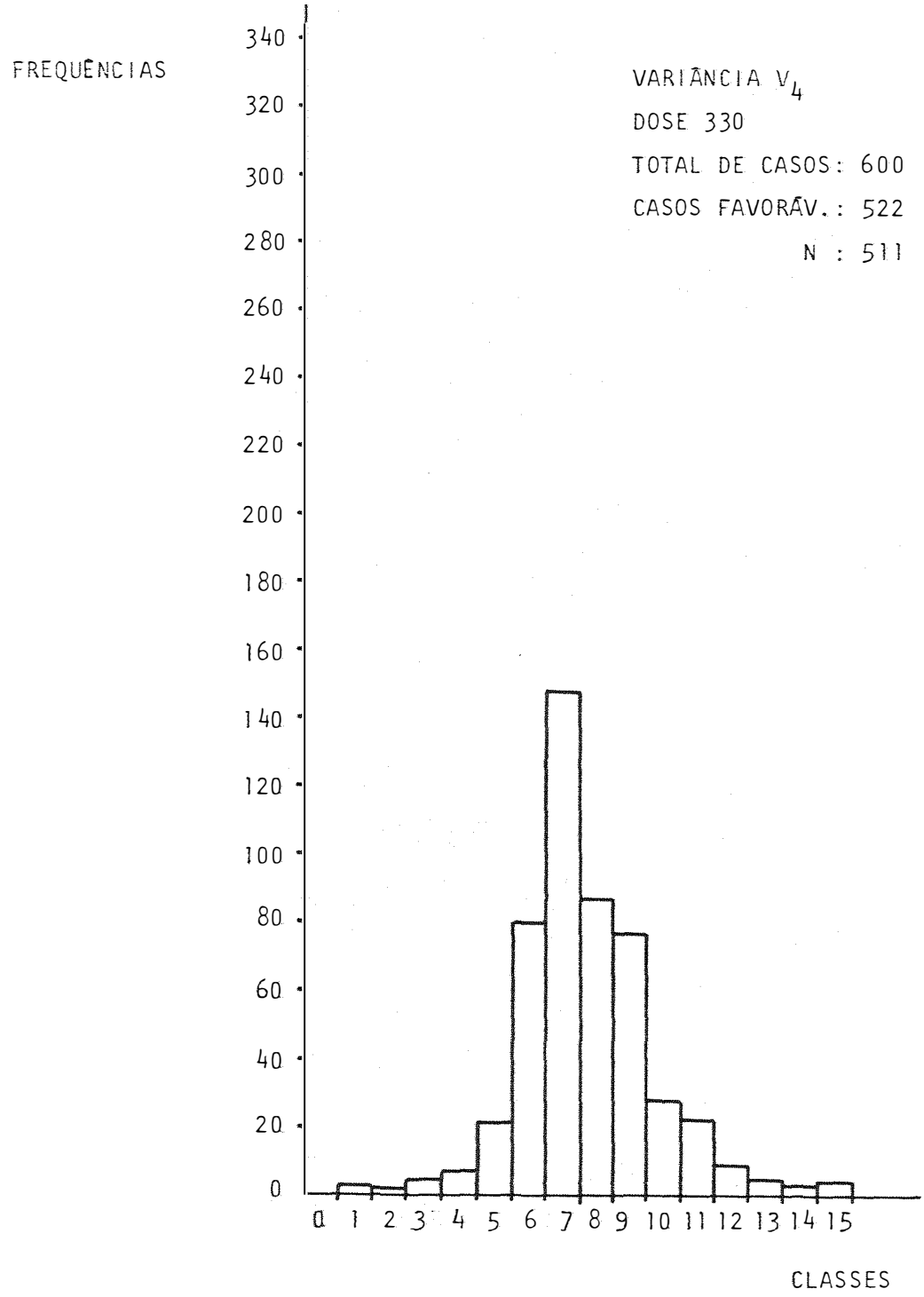

FIGURA 15 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 330 (0-65-195, 0-65-195, 0-65-195), com a variância V_4 (σ^2 = 190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

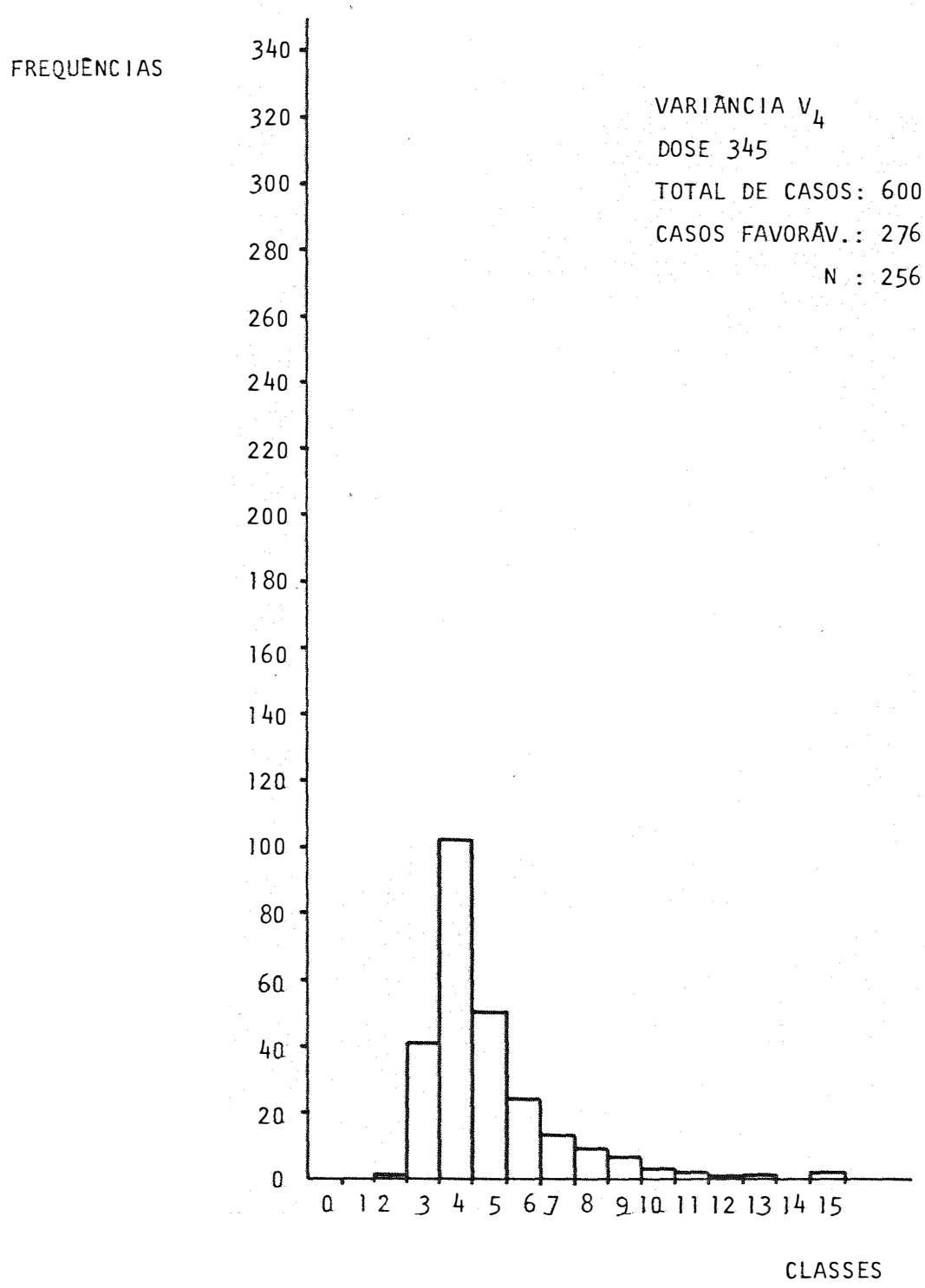

FIGURA 16 - Histograma da distribuição de frequências de $\sqrt{X^*}$, para a dose 345 (0-40-60, 0-40-60, 0-40-60), com a variância V_4 (σ^2 = 190000), até a classe $14 \leqslant \sqrt{X^*} < 15$.

6. CONCLUSÕES

Levando em conta os resultados obtidos com a simulação pode-se concluir:

6.1. As doses utilizadas no experimento realmente têm influência no comportamento do ponto de máximo da função $\hat{Y}$(ou L). Esta influência foi mais notável no que toca ao aparecimento de casos desfavoráveis, principalmente pontos de sela, e na distribuição de frequências das estimativas de $\sqrt{X_i^*}$ (i = 1,2,3).

6.2. O tipo de comportamento das coordenadas do ponto de máximo foi análogo para os quatro coeficientes de variação usados. Entretanto, à medida que crescia o coeficiente de variação, a porcentagem de "resultados utilizáveis" diminuia sensivelmente, seja pelo maior aparecimento de casos desfavoráveis, seja pela pouca concentração das estimativas de $\sqrt{X_i^*}$ (i=1,2,3) em torno do seu verdadeiro valor.

6.3. As doses para as quais o nível $q_{i2}(i=1,2,3)$ era alto e $q_{i2} = 3q_{i1}$ apresentaram os melhores resultados, isto é, propiciaram o aparecimento de um pequeno número de pontos de sela e de outros casos desfavoráveis, além de estimativas de $\sqrt{X_i^*}$ bem concentradas em torno do valor real. A dose 330, formada pela combinação das doses básicas 0-65-195, 0-65-195, foi a que apresentou os melhores resultados dentre todas as utilizadas. Além disso, as doses básicas dos tipos I e II, onde os valores q_{i2} eram altos, também apresentaram bons resultados, com uma ligeira predominância das doses do tipo II, ao qual pertence a dose básica 0-65-195.

6.4. Se, ao ser planejado um experimento, possuir-se um conhecimento prévio de valores aproximados das coordenadas do ponto de máximo, a sugestão seria colocar os níveis intermediários $q_{i1}(i=1,2,3)$ na proximidade do valor conhecido, e o nível q_{i2} como sendo $2q_{i1}$, ou, de preferência, $3q_{i1}$. Isto concorda com as conclusões de NOGUEIRA (1960), muito embora ele tenha trabalhado com regressão exponencial (lei de Mitscherlich).

6.5. Quando nenhuma indicação ou informação for disponível, o mais aconselhável seria definir o nível máximo $2q_{i1}$ ou $3q_{i1}$ $(i=1,2,3)$ como sendo o máximo que as condições reais sugerirem ou permitirem.

6.6. Notou-se uma certa tendência à subestimação do verdadeiro valor de $\sqrt{X_i^*}$, manifestada nas classes mo-

dais das distribuições de frequências, as quais mostraram uma tendência de se colocarem à esquerda do verdadeiro valor. Por esta razão sugere-se usar valores maiores que o centro dos intervalos de confiança, quando estes tiverem boa precisão e estiverem dentro dos limites observados em experimentos anteriores.

6.7. Em relação às doses para as quais o valor $q_{i2}(i=1,2,3)$ é baixo ou está próximo do valor real, ou então quando a diferença entre q_{i1} e q_{i2} for pequena, mesmo q_{i1} sendo grande (doses do tipo III), observaram-se péssimos resultados: uma maior ocorrência de pontos de sela e uma distribuição de frequências com grande dispersão, mesmo para pequenos valores do coeficiente de variação. Se por acaso for instalado um experimento com doses deste tipo e o verdadeiro valor for próximo ao nível mais alto, os resultados porventura obtidos serão de muito pouca confiança.

6.8. Tendo em vista que, em condições reais, as hipóteses usuais de aditividade, independência, homocedasticidade e normalidade não são comumente satisfeitos, deve-se ter muito cuidado ao usar superfícies de resposta com raiz quadrada. Nos ensaios de adubação ocorre frequentemente que a homocedasticidade não é satisfeita. Em vista disso devem-se seguir os preceitos já consagrados: o uso de superfícies de resposta deve ser restrito a grupos de ensaios, numerosos e de boa precisão.

6.9. Mesmo para experimentos industriais ou de laboratório, onde as condições são mais controláveis, se os níveis usados nos experimentos não forem altos e não se conseguir um pequeno coeficiente de variação, os resultados em geral não serão satisfatórios.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARRUDA, H.V., 1959. Contribuição para o Estudo da Adubação Mineral do Milho nas Terras Roxas do Município de Ribeirão Preto. (Tese). Piracicaba. 39p.

BAUM, E.L., E.O. HEADY e J. BLACKMORE, 1956. Methodological Procedures in the Economic Analysis of Fertilizer Use Data. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press, 218p.

BAUM, E.L., E.O. HEADY, J.T. PESEK e C.G. HILDRETH, 1957. Economic and Technical Analisys of Fertilizer Innovations and Resource Use. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press. 393p.

BAULE, B., 1921. Zu Mirscherlich Gesetz der Physiologischen Beziehungen. Landwirtschaftliche Jahrbücher 51: 363-385.

BOX, G.E.P. e K.B. WILSON, 1951. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. Jour. Roy. Stat. Soc. Serie B-13: 1-45.

BOX, G.E.P. e J.S. HUNTER, 1954. A Confidence Region for the Solution of a Set of Simultaneous Equations with an Application to Experimental Design. Biometrika 41: 190-199.

BOX, G.E.P. e J.S. HUNTER, 1957. Mulfifactor Experimental Designs. Ann Math Stat. 28: 195-241.

CAMPOS, H., 1967. Aspectos da Aplicação das Superfícies de Resposta a Ensaios Fatoriais 3^3 de Adubação. (Tese). Piracicaba. 82p.

COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1957. Experimental Designs. 2ª Ed. Nova York, John Wiley, 611p.

DAVIES, O.L. (Editor), 1956. Design and Analysis of Industrial Experiments. 2ª Ed., Nova York, Hafner. 636p.

FRENCH, B.L., 1965. Functional relationships for Irrigated Corn Response to Nitrogen. Journal of Farm Econimics 38: 736-747.

GODOY, C.R.M., 1978. Sobre a Simulação de Variáveis Binormais. Ciência e Cultura 30: 697-702.

GODOY, C.R.M., 1978a. Um Algoritmo Eficiente para Simulação de Vetores com Distribuição Multinormal. Ciência e Cultura 30: 702-705.

HEADY, E.O., 1952. Economics of Agricultural Production and Recource Use. Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall.

HEADY, E.O., 1956. Methodological Problems in Fertilizers Use. Em BAUM (1956).

HEADY, E.O. e J.L. DILLON, 1961. Agricultural Production Functions. Ames, Iowa. Iowa State Univ. Press.

HEADY, E.O., J.T. PESEK, W.G. BROWN e J.P. DOLL, 1961. Crop Response Surfaces and Economic Optima in Fertilizer Use. Em HEADY e DILLON (1961).

HEADY, E.O. e J.T. PESEK, 1954. A Fertilizer Production Surface with Specification of Economic Optima for Corn on Calcareous Ida Silt Loam. Jour. Farm. Econ. 36: 466-482.

HEADY, E.O. e J.T. PESEK, 1955. Crop Response Surface and Economic in Fertilizer Use. Iowa Agric. Exp. Sta. Bull. 424: 292-332.

KENDALL, M.G. e A. STUART, 1963. The Advanced Theory of Statistics. Charles Griffin. Londres. 3º volume.

MASON, D.D., 1956. Functional Models and Experimental Designs for Characterizing Response Curve and Surface. Em BAUM (1956).

MORRISON, D.F., 1978. Multivariate Statistical Methods, Nova York, McGraw Hill. 415p.

MORAES, R.S., 1969. Superfície Polinomial de Resposta num Ensaio de Adubação com Níveis não Equidistantes. (Tese). Piracicaba. 58p.

MYERS, R.H., 1971. Response Surface Methodology. Allyn and Bacon, Boston. 246p.

NOBLE, B., 1969. Applied Linear Algebra. Nova York. Prentice Hall. 523p.

NOGUEIRA, I.R., 1960. Pesquisa sobre o Planejamento Experimental de Ensaios de Adubação. (Tese). Piracicaba. 44p.

PESEK, J.T., 1956. Agronomic Problems in Securing Fertilizer Response Data Desirable for Economic Analysis. Em BAUM (1956).

PIMENTEL GOMES, F., 1963. The Use of Mitscherlich Law in the Analysis of Experiments with Fertilizers. Biometrics 9: 498-517.

PIMENTEL GOMES, F., 1961. On a Formula for the Estimation of the Optimum Dressing of a Fertilizer. Biometrics 17: 492-494.

PIMENTEL GOMES, F., 1968. Recent Developments of the Use of Mitscherlich's Law. (Conferência proferida em Hanover, A. O., em Julho de 1978, na Região Alemã da "The Biometric Society") (mimeografado). Piracicaba.

PIMENTEL GOMES, F., 1969. Novos Aspectos do Estudo Econômico de Adubação. Fertilité 34: 3-9.

PIMENTEL GOMES, F., 1951. A Interpolação da Lei de Mitscherlich e a Análise da Variância em Experimentos de Adubação. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 8: 185-204.

PIMENTEL GOMES, F., 1978. A Lei de Mitscherlich Aplicada a Ensaios de Adubação. Anais da Reunião Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria na Comemoração do 90º Aniversário do Instituto Agronômico de Campinas.

PIMENTEL GOMES, F. e C.P. ABREU, 1959. Sobre uma Fórmula para o Cálculo da Dose mais Econômica de Adubo. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 16: 191-198.

PIMENTEL GOMES, F. e H. CAMPOS, 1966. Resultados de Ensaios de Adubação. Em Cultura e Adubação do Milho. Instituto Brasileiro da Potassa. Brasil.

PIMENTEL GOMES, F. e MARLI DE B. GOMES, 1979. A Serious Problem Related to Confidence Interval of Points of Maximum or Minimum of Second Degreee Regression Equations. Conferência proferida na 10ª Conferência Internacional da Biometria em Guarujá, São Paulo. Em publicação nos Anais.

PIMENTEL GOMES, F. e E. MALAVOLTA, 1949. Aspectos Matemáticos e Estatísticos da Lei de Mitscherlich. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz" 6: 193-229.

VIEIRA, SONIA, 1970. Aspectos das Funções de Produção Ajustadas aos Ensaios Fatoriais 3^3 de Adubação. (Tese). Piracicaba, 160p.

SANCHEZ, A., E. LAZO, J.P. ZAMAVILDE e J. MOLFINO, 1966. Análisis Cuantitativo del Uso Económico de Fertilizantes. Seminário Internacional sobre Investigación Económica y Experimentacion Agrícola. Santiago, Chile.

SÃO PAULO. INSTITUTO DE ECONOMIA AGRÍCOLA, 1981. Avaliação Econômica de Resultados Experimentais. Volumes 5 e 6. Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Estado de São Paulo. 394p.

TEJEDA, H., 1966. Evaluación de Algunos Aspectos de la Metologia para Determinar Funciones de Respuesta a la Fertilización y su Utilización Económica. Seminário Internacional sobre Investigación Económica y Experimentación Agrícola. Santiago, Chile.

ZAGATTO, A.G. e PIMENTEL GOMES, F., 1960. O Problema Técnico Econômico da Adubação. Anais da E.S.A. "Luiz de Queiróz" 17: 149-164.

ZAGATTO, A.G. e PIMENTEL GOMES; F., 1967. Aspectos Econômicos da Adubação. Em MALAVOLTA, E. Manual de Química Agrícola. Adubos e Adubação. 2ª Ed. Biblioteca Agronômica "Ceres".

APÊNDICE I - Listagem das Doses utilizadas

LISTAGEM DAS DOSES UTILIZADAS

NO.	DOSES								
1	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00
2	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00
3	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00
4	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00
5	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00
6	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00
7	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00
8	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	195.00
9	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	60.00
10	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	75.00
11	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	60.00	90.00
12	0.00	30.00	60.00	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	97.50
13	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00
14	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00
15	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00
16	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00
17	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00
18	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00
19	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00
20	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	60.00
21	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	75.00
22	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	60.00	90.00
23	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	97.50
24	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00
25	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00
26	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00
27	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00
28	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00
29	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00
30	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00
31	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	75.00
32	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	60.00	90.00
33	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	97.50
34	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00
35	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00
36	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00
37	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00
38	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00
39	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00
40	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00
41	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	60.00	90.00
42	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	97.50
43	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00
44	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00
45	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00
46	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00
47	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00
48	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00
49	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00

50	0.00	30.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	97.50
51	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00
52	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00
53	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00
54	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00
55	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00
56	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00
57	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50
58	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
59	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
60	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
61	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
62	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
63	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50
64	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
65	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
66	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
67	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
68	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
69	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
70	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
71	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
72	0.00	30.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
73	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
74	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
75	0.00	30.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
76	0.00	30.00	60.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
77	0.00	30.00	60.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
78	0.00	30.00	60.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
79	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00
80	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00
81	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00
82	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00
83	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00
84	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00
85	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00
86	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	60.00
87	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	75.00
88	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	60.00	90.00
89	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	97.50
90	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00
91	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00
92	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00
93	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00
94	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00
95	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00
96	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00
97	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	75.00
98	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	60.00	90.00
99	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	97.50
100	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00
101	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00
102	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00
103	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00

104	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00
105	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00
106	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00
107	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	60.00	90.00
108	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	97.50
109	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00
110	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00
111	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00
112	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00
113	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00
114	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00
115	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00
116	0.00	40.00	80.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	97.50
117	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00
118	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00
119	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00
120	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00
121	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00
122	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00
123	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50
124	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
125	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
126	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
127	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
128	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
129	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50
130	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
131	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
132	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
133	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
134	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
135	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
136	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
137	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
138	0.00	40.00	80.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
139	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
140	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
141	0.00	40.00	80.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
142	0.00	40.00	80.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
143	0.00	40.00	80.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
144	0.00	40.00	80.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
145	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00
146	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00
147	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00
148	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00
149	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00
150	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00
151	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00
152	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	75.00
153	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	60.00	90.00
154	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	97.50
155	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00
156	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00
157	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00

158	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00
159	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00
160	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00
161	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00
162	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	60.00	90.00
163	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	97.50
164	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00
165	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00
166	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00
167	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00
168	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00
169	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00
170	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00
171	0.00	50.00	100.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	97.50
172	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00
173	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00
174	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00
175	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00
176	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00
177	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00
178	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50
179	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
180	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
181	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
182	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
183	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
184	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50
185	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
186	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
187	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
188	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
189	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
190	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
191	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
192	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
193	0.00	50.00	100.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
194	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
195	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
196	0.00	50.00	100.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
197	0.00	50.00	100.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
198	0.00	50.00	100.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
199	0.00	50.00	100.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
200	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00
201	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00
202	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00
203	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00
204	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00
205	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00
206	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00
207	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	60.00	90.00
208	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	97.50
209	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00
210	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00
211	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00

212	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00
213	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00
214	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00
215	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00
216	0.00	65.00	130.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	97.50
217	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00
218	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00
219	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00
220	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00
221	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00
222	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00
223	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50
224	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
225	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
226	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
227	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
228	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
229	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50
230	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
231	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
232	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
233	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
234	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
235	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
236	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
237	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
238	0.00	65.00	130.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
239	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
240	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
241	0.00	65.00	130.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
242	0.00	65.00	130.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
243	0.00	65.00	130.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
244	0.00	65.00	130.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
245	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00
246	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00
247	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00
248	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00
249	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00
250	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00
251	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00
252	0.00	20.00	60.00	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	97.50
253	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00
254	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00
255	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00
256	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00
257	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00
258	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00
259	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50
260	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
261	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
262	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
263	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
264	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
265	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50

266	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
267	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
268	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
269	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
270	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
271	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
272	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
273	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
274	0.00	20.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
275	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
276	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
277	0.00	20.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
278	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
279	0.00	20.00	60.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
280	0.00	20.00	60.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
281	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00
282	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00
283	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00
284	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00
285	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00
286	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00
287	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50
288	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
289	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
290	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
291	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
292	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
293	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50
294	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
295	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
296	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
297	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
298	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
299	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
300	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
301	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
302	0.00	40.00	120.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
303	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
304	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
305	0.00	40.00	120.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
306	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
307	0.00	40.00	120.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
308	0.00	40.00	120.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
309	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00
310	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00
311	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00
312	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00
313	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00
314	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50
315	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
316	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
317	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
318	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
319	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50

320	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
321	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
322	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
323	0.00	50.00	150.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
324	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
325	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
326	0.00	50.00	150.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
327	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
328	0.00	50.00	150.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
329	0.00	50.00	150.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
330	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00
331	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00
332	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00
333	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00
334	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50
335	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
336	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
337	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
338	0.00	65.00	195.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
339	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
340	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
341	0.00	65.00	195.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
342	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
343	0.00	65.00	195.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
344	0.00	65.00	195.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
345	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00
346	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00
347	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00
348	0.00	40.00	60.00	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50
349	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
350	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
351	0.00	40.00	60.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
352	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
353	0.00	40.00	60.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
354	0.00	40.00	60.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
355	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00
356	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00
357	0.00	50.00	75.00	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50
358	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
359	0.00	50.00	75.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
360	0.00	50.00	75.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
361	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00
362	0.00	60.00	90.00	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50
363	0.00	60.00	90.00	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50
364	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50	0.00	65.00	97.50

FIM DA LISTAGEM

APÊNDICE II - Listagem do programa de Computador e respectivas subrotinas

LISTAGEM

ESTA LISTAGEM CONTEM O PROGRAMA QUE FOI UTILIZADO E AS RESPECTIVAS SUB-ROTINAS. PARA EXECUTA-LO FOI UTILIZADO UM COMPUTADOR IBM 4341 DE PROPRIEDADE DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA.

PROGRAMA PRINCIPAL

```
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION IIX(200),VAR(4),DX(3),DZ(3),S(10,10),DT(3)
      DIMENSION RX(200),RZ(200),RT(200),SI(10,10)
      DIMENSION YY(10,10),EE(10,10),XM(10),XX(10,10),BB(10),C(3,3)
      DIMENSION RXZ(200),RZZ(200),RTZ(200)
      DIMENSION V(10,10),AU(3,3),AAU(3,3),F(3,3),RAI(3),RTI(3)
      DIMENSION ITB(31),JTB(31),KTB(31)
      WRITE(6,6799)
 6799 FORMAT(1X,'       FUNCAO USADAO   Y= 2000+32*(SQRT(X)+SQRT(Z)+SQRT(T
     *))-20*(X+Z+T)+18*(SQRT(XZ)+SQRT(XY)+SQRT(ZT))',//)
      READ(5,315)(XM(I),I=1,10)
  315 FORMAT(10F8.0)
      READ(5,202)IX
      WRITE(6,7512)IX
 7512 FORMAT(1X,'   SEMENTE INICIALO',I10)
202   FORMAT(I12)
      READ(5,311)(VAR(J),J=1,4)
311   FORMAT(4F10.2)
   12 READ(5,312)DX(2),DX(3),DZ(2),DZ(3),DT(2),DT(3)
      DX(1)=0.
      DZ(1)=0.
      DT(1)=0.
  312 FORMAT(6F6.2)
      IF(DX(2)-1.)13,14,13
  13  XA=DSQRT(DX(2))+DSQRT(DX(3))
      XB=DX(2)+DX(3)
      XC=DX(2)*DSQRT(DX(2))+DX(3)*DSQRT(DX(3))
      ZA=DSQRT(DZ(2))+DSQRT(DZ(3))
      ZB=DZ(2)+DZ(3)
      ZC=DZ(2)*DSQRT(DZ(2))+DZ(3)*DSQRT(DZ(3))
      TA=DSQRT(DT(2))+DSQRT(DT(3))
      TB=DT(2)+DT(3)
      TC=DT(2)*DSQRT(DT(2))+DT(3)*DSQRT(DT(3))
      S(1,1)=27.
      S(2,1)=9*XA
      S(3,1)=9*ZA
      S(4,1)=9*TA
      S(5,1)=9*XB
      S(6,1)=9*ZB
      S(7,1)=9*TB
      S(8,1)=3*XA*ZA
      S(9,1)=3*XA*TA
      S(10,1)=3*ZA*TA
      S(2,2)=9*XB
      S(3,2)=3*XA*ZA
      S(4,2)=3*XA*TA
```

```
      S(5,2)=9*XC
      S(6,2)=3*XA*ZB
      S(7,2)=3*XA*TB
      S(8,2)=3*XB*ZA
      S(9,2)=3*XB*TA
      S(10,2)=XA*ZA*TA
      S(3,3)=9*ZB
      S(4,3)=3*ZA*TA
      S(5,3)=3*ZA*XB
      S(6,3)=9*ZC
      S(7,3)=3*ZA*TB
      S(8,3)=3*ZB*XA
      S(9,3)=ZA*XA*TA
      S(10,3)=3*ZB*TA
      S(4,4)=9*TB
      S(5,4)=3*TA*XB
      S(6,4)=3*TA*ZB
      S(7,4)=9*TC
      S(8,4)=TA*XA*ZA
      S(9,4)=3*TB*XA
      S(10,4)=3*TB*ZA
      S(5,5)=9*(DX(2)**2+DX(3)**2)
      S(6,5)=3*XB*ZB
      S(7,5)=3*XB*TB
      S(8,5)=3*XC*ZA
      S(9,5)=3*XC*TA
      S(10,5)=XB*ZA*TA
      S(6,6)=9*(DZ(2)**2+DZ(3)**2)
      S(7,6)=3*ZB*TB
      S(8,6)=3*ZC*XA
      S(9,6)=ZB*XA*TA
      S(10,6)=3*ZC*TA
      S(7,7)=9*(DT(2)**2+DT(3)**2)
      S(8,7)=TB*XA*ZA
      S(9,7)=3*TC*XA
      S(10,7)=3*TC*ZA
      S(8,8)=3*XB*ZB
      S(9,8)=XB*ZA*TA
      S(10,8)=XA*ZB*TA
      S(9,9)=3*XB*TB
      S(10,9)=XA*ZA*TB
      S(10,10)=3*ZB*TB
      DO 19 I=1,9
      II=I+1
      DO 19 J=II,10
   19 S(I,J)=S(J,I)
      N=10
      CALL MINVER(S,SI,N,KL)
      DO 15 II=1,4
      WRITE(6,251)DX(2),DX(3),DZ(2),DZ(3),DT(2),DT(3),VAR(II)
  251 FORMAT(/,'      DOSES    ',6(2X,F6.2),5X,'  VARIANCIA ', F5.2)
      DO 51 I=1,10
      DO 51 J=1,10
51    XX(I,J)=SI(I,J)*VAR(II)
      CALL MNCR1(XX,YY,EE,N)
```

```
      CALL JVEAL(IIX,IX,200)
      ISELA=0
      INDET=0
      MINI=0
      DO 954 JJ=1,200
      IX=IIX(JJ)
      CALL MNCR2(BB,XM,YY,EE,N,IX)
      H(1,1)=BB(5)*2
      H(1,2)=BB(8)
      H(1,3)=BB(9)
      H(2,1)=BB(8)
      H(2,2)=BB(6)*2
      H(2,3)=BB(10)
      H(3,1)=BB(9)
      H(3,2)=BB(10)
      H(3,3)=BB(7)*2
      RAI(1)=-BB(2)
      RAI(2)=-BB(3)
      RAI(3)=-BB(4)
      CALL SOLUC(H,RAI,RTI)
      AU(1,1)=-(BB(2)+BB(8)*RTI(2)+BB(9)*RTI(3))/(4*RTI(1)*RTI(1)*RTI(1)
     *)
      AU(1,2)=BB(8)/(4*RTI(1)*RTI(2))
      AU(1,3)=BB(9)/(4*RTI(1)*RTI(3))
      AU(2,1)=AU(1,2)
      AU(2,2)=-(BB(3)+BB(8)*RTI(1)+BB(10)*RTI(3))/(4*RTI(2)*RTI(2)*RTI(
     *))
      AU(2,3)=BB(10)/(4*RTI(2)*RTI(3))
      AU(3,1)=AU(1,3)
      AU(3,2)=AU(2,3)
      AU(3,3)=-(BB(4)+BB(9)*RTI(1)+BB(10)*RTI(2))/(4*RTI(3)*RTI(3)*RTI(
     *))
      CALL AUVAL(AU,AAU,C,NR,3)
      VP1=AU(1,1)
      VP2=AU(2,2)
      VP3=AU(3,3)
      IF(VP1)300,301,302
300   IF(VP2)400,401,402
400   IF(VP3)500,501,502
500   RX(JJ)=RTI(1)
      RZ(JJ)=RTI(2)
      RT(JJ)=RTI(3)
      GO TO 954
501   INDET=INDET+1
      GO TO 701
502   ISELA=ISELA+1
      GO TO 701
401   GO TO 501
402   IF(VP3)503,504,505
503   GO TO 502
504   GO TO 501
505   GO TO 502
301   GO TO 501
302   IF(VP2)403,404,405
403   IF(VP3)506,507,508
```

```
506   GO TO 502
507   GO TO 501
508   GO TO 502
404   GO TO 501
405   IF(VP3)509,510,511
509   GO TO 502
510   GO TO 501
511   MINI=MIN1+1
701   RX(JJ)=0.
      RZ(JJ)=0.
      RT(JJ)=0.
954   CONTINUE
      ICONE=0
      JCONE=0
      KCONE=0
      DO 789 KJ=1,200
      IF(RX(KJ))540,789,789
540   RX(KJ)=0.
      RZ(KJ)=0.
      RT(KJ)=0.
      ICONE=ICONE+1
789   CONTINUE
      DO 790 KJ=1,200
      IF(RZ(KJ))541,790,790
541   RX(KJ)=0.
      RZ(KJ)=0.
      RT(KJ)=0.
      JCONE=JCONE+1
790   CONTINUE
      DO 791 KJ=1,200
      IF(RT(KJ))542,791,791
542   RX(KJ)=0.
      RZ(KJ)=0.
      RT(KJ)=0.
      KCONE=KCONE+1
791   CONTINUE
      NL=0
      SOX=0.
      SOZ=0.
      SOT=0.
      SOXX=0.
      SOXZ=0.
      SOXT=0.
      SOZZ=0.
      SOZT=0.
      SOXT=0.
      SOTT=0.
      DO 95 JK=1,200
      IF(RX(JK))603,95,603
603   SOX=SOX+RX(JK)
      SOXX=SOXX+RX(JK)*RX(JK)
      SOZ=SOZ+RZ(JK)
      SOZZ=SOZZ+RZ(JK)*RZ(JK)
      SOT=SOT+RT(JK)
      SOTT=SOTT+RT(JK)*RT(JK)
```

```
      SOXZ=SOXZ+RZ(JK)*RX(JK)
      SOXT=SOXT+RT(JK)*RX(JK)
      SOZT=SOZT+RZ(JK)*RT(JK)
      NL=NL+1
95    CONTINUE
      XNL=DFLOAT(NL)
      XMED=SOX/XNL
      ZMED=SOZ/XNL
      TMED=SOT/XNL
      XVAR=(SOXX-XNL*XMED*XMED)/(XNL-1.)
      ZVAR=(SOZZ-XNL*ZMED*ZMED)/(XNL-1.)
      TVAR=(SOTT-XNL*TMED*TMED)/(XNL-1.)
      COXZ=(SOXZ-(SOX*SOZ)/XNL)/DSQRT(XVAR*ZVAR)
      COXT=(SOXT-(SOX*SOT)/XNL)/DSQRT(XVAR*TVAR)
      COZT=(SOZT-(SOT*SOZ)/XNL)/DSQRT(TVAR*ZVAR)
      COXZ=COXZ/(XNL-1.)
      COXT=COXT/(XNL-1.)
      COZT=COZT/(XNL-1.)
      CALL ORSEQ(RX,RXZ,200)
      CALL ORSEQ(RZ,RZZ,200)
      CALL ORSEQ(RT,RTZ,200)
      CALL TABFE(RXZ,ITB,200)
      CALL TABFE(RZZ,JTB,200)
      CALL TABFE(RTZ,KTB,200)
      INO=ISELA+INDET+MINI+ICONE+JCONE+KCONE
      ITB(1)=ITB(1)-INO
      JTB(1)=JTB(1)-INO
      KTB(1)=KTB(1)-INO
      ICF=0.
      JCF=0.
      KCF=0.
      DO 387 JN=1,31
      ICF=ITB(JN)+ICF
      KCF=KTB(JN)+KCF
 387  JCF=JTB(JN)+JCF
      ITOT=ICF+INO
      JTOT=JCF+INO
      KTOT=KCF+INO
      WRITE(6,1004)XMED,ZMED,TMED
 1004 FORMAT(1X,' MEDIAS      ',3F16.4)
      WRITE(6,1005)XVAR,ZVAR,TVAR
 1005 FORMAT(1X,' VARIANCIAS ',3F16.4)
      WRITE(6,1006)COXZ,COXT,COZT
 1006 FORMAT(1X,' CORRELACOES DE X-Z,X-T E Z-T ',3F10.4)
      IX=IIX(200)
      WRITE(6,1516)
1516  FORMAT(1X,'    TABELA DE FREQUENCIA DE RAIZ DE X',/)
      WRITE(6,2516)(ITB(J),J=1,31)
2516  FORMAT(1X,15I5)
      WRITE(6,9999)
9999  FORMAT(/)
      WRITE(6,1517)
1517  FORMAT(1X,'    TABELA DE FREQUENCIA DE RAIZ DE Z',/)
      WRITE(6,2516)(JTB(I),I=1,31)
      WRITE(6,9999)
```

```
      WRITE(6,1518)
 1518 FORMAT(1X,'     TABELA DE FREQUENCIA DE RAIZ DE T',/)
      WRITE(6,2516)(KTB(I),I=1,31)
      WRITE(6,9898)INDET,ISELA,MINI,ICONE
 9898 FORMAT(1X,'INDETERM.O',I5,'  PTO. SELAO',I5,'  PTO. MINIMOO'I5,'
     *SOL. NEGAT.O',I5)
      WRITE(6,9899)ICF,INO
 9899 FORMAT(1X,' NUMERO DE CASOS FAVORAVEISO',I5,'   NUMERO DE CASOS DE
     *SFAVORAVEISO',I5,/)
      WRITE(6,931)IX
931   FORMAT(1X,' ULTIMA SEMENTE USADA',I15,/)
   15 CONTINUE
      GO TO 12
  14  CONTINUE
      STOP
      END

      SUBROTINA JVEAL

      SUBROUTINE JVEAL(IIX,IX,N)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION IIX(200)
      DO 1 J=1,N
      CALL RANDU(IX,IY,YFL)
      IIX(J)=IY
      IX=IY
1     CONTINUE
      RETURN
      END

      SUB-ROTINA MNOR2

      SUBROUTINE MNOR2(X,XM,B,E,N,IX)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION X(10),XM(10),B(10,10),E(10)
      E1=E(1)
      XM1=XM(1)
      CALL UNNOR(X1,XM1,E1,IX)
      X(1)=X1
      N1=N-1
      DO 1 K=1,N1
      M=K+1
      A=XM(M)
      ER=E(M)
      DO 2 I=1,K
    2 A=A+B(I,M)*(X(I)-XM(I))
      CALL UNNOR(OBA,A,ER,IX)
    1 X(M)=OBA
      RETURN
      END

      SUB-ROTINA UNNOR

      SUBROUTINE UNNOR(X1,XM,E,IX)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
```

```
      DIMENSION U(2)
      DO 1 I=1,2
      IY=IX*58918663
      IF(IY) 5,6,6
5     IY=IY+2147483647+1
6     YFL=IY
      YFL=YFL/2147483647.
      U(I)=YFL
1     IX=IY
      U(1)=6.2831854*U(1)
      U(2)=DSQRT(-2*DLOG10(U(2)))
      X1=U(2)*DCOS(U(1))
      X1=XM+E*X1
      RETURN
      END
```

SUB-ROTINA MNOR1

```
      SUBROUTINE MNOR1(V,B,E,N)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION V(10,10),B(10,10),E(10)
      DO 1 I=1,N
      DO 1 J=1,N
    1 B(I,J)=0
      E(1)=DSQRT(V(1,1))
      V(1,1)=1./V(1,1)
      N1=N-1
      DO 6 K=1,N1
      M=K+1
      E(M)=0
      DO 2 I=1,K
      DO 2 J=1,K
    2 B(I,M)=B(I,M)+V(I,J)*V(J,M)
      DO 3 I=1,K
    3 E(M)=E(M)+B(I,M)*V(I,M)
      E(M)=V(M,M)-E(M)
      DO 4 L1=1,K
      DO 4 L2=1,K
    4 V(L1,L2)=V(L1,L2)+B(L1,M)*B(L2,M)/E(M)
      DO 5 I=1,K
      V(I,M)=-B(I,M)/E(M)
    5 V(M,I)=V(I,M)
    6 V(M,M)=1./E(M)
      DO 7 I=2,N
    7 E(I)=DSQRT(E(I))
      RETURN
      END
```

SUBROTINA ORSEQ

```
      SUBROUTINE ORSEQ(XZ,YZ,N)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION XZ(200),YZ(200)
      DO 1 J=1,N
1     YZ(J)=XZ(J)
```

```
      DO 3 I=1,N
      DO 3 J=I,N
      IF(YZ(I)-YZ(J))3,3,4
4     AZ=YZ(I)
      YZ(I)=YZ(J)
      YZ(J)=AZ
3     CONTINUE
      RETURN
      END
```

SUBROTINA RANDU

```
      SUBROUTINE RANDU(IX,IY,YFL)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      IY=IX*58518663
      IF(IY)5,6,6
5     IY=IY+2147483647+1
6     YFL=IY
      YFL=YFL/2147483647
      RETURN
      END
```

SUB-ROTINA TABFE

```
      SUBROUTINE TABFE(YZ,ITB,N)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION YZ(200),ITB(31)
      DO 3 I=1,31
3     ITB(I)=0.
      DO 31 I=1,30
      XI=DFLOAT(I-1)
      XS=DFLOAT(I)
      DO 31 J=1,N
      IF(XI-YZ(J))11,11,31
11    IF(YZ(J)-XS)12,31,31
12    ITB(I)=ITB(I)+1
31    CONTINUE
      DO 4 J=1,N
      IF(30.-YZ(J))5,5,4
5     ITB(31)=ITB(31)+1
4     CONTINUE
      RETURN
      END
```

SUB-ROTINA MINVER

```
      SUBROUTINE MINVER(A,AI,N,KL)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(10,10),AI(10,10)
      KL=0
      KK=0
      DO 3 I=1,N
      DO 3 J=1,N
      AI(I,J)=0.0
      IF(I.EQ.J)AI(I,J)=1.0
```

```
    3  CONTINUE
   88  KK=KK+1
       IF(KK.EQ.15)GO TO 971
       ICHAVE=0
       DO 200 J=1,N
       IPIVO=J
       DO 300 I=J,N
       IF(DABS(A(I,J)).GT.DABS(A(IPIVO,J)))IPIVO=I
  300  CONTINUE
       IF(A(IPIVO,J).EQ.0.0)GO TO 400
       GO TO 77
  400  ICHAVE=1
       IPIVO=1
       DO 63 I=1,J
       IF(DABS(A(I,J)).GT.DABS(A(IPIVO,J)))IPIVO=I
   63  CONTINUE
       IF(A(IPIVO,J).EQ.0.0)GO TO 971
   77  DO 305 K=1,N
       AUC=A(J,K)
       A(J,K)=A(IPIVO,K)
       A(IPIVO,K)=AUC
       AUC=AI(J,K)
       AI(J,K)=AI(IPIVO,K)
       AI(IPIVO,K)=AUC
  305  CONTINUE
       IF(ICHAVE.EQ.1)GO TO 88
       SAL=A(J,J)
       DO 235 K=1,N
       A(J,K)=A(J,K)/SAL
       AI(J,K)=AI(J,K)/SAL
  235  CONTINUE
       DO 236 I=1,N
       IF(I.EQ.J)GO TO 236
       SALVA= A(I,J)
       DO 931 K=1,N
       A(I,K)=A(I,K)-SALVA *A(J,K)
       AI(I,K)=AI(I,K)-SALVA *AI(J,K)
  931  CONTINUE
  236  CONTINUE
  200  CONTINUE
       GO TO 1001
  971  KL=1
 1001  RETURN
       END

       SUBRROTINA SOLUC

       SUBROUTINE SOLUC(H,XH,YH)
       IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
       DIMENSION H(3,3),XH(3),YH(3),HI(3,3)
       CALL TINVER(H,HI,3,KJ)
       DO 4 I=1,3
  4    YH(I)=0.
       DO 3 I=1,3
       DO 3 K=1,3
```

```
3     YH(I)=YH(I) +HI(I,K)*XH(K)
      RETURN
      END

      SUB-ROTINA TINVER

      SUBROUTINE TINVER(A,AI,N,KJ)
       IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
       DIMENSION A(3,3),AI(3,3)
       KJ=0
       KK=0
       DO 3 I=1,N
          DO 3 J=1,N
             AI(I,J)=0.0
             IF(I.EQ.J)AI(I,J)=1.0
  3    CONTINUE
 88    KK=KK+1
       IF(KK.EQ.15)GO TO 971
       ICHAVE=0
       DO 200 J=1,N
          IPIVO=J
          DO 300 I=J,N
               IF(DABS(A(I,J)).GT.DABS(A(IPIVO,J)))IPIVO=I
300       CONTINUE
          IF(A(IPIVO,J).EQ.0.0)GO TO 400
               GO TO 77
400       ICHAVE=1
          IPIVO=1
          DO 63 I=1,J
               IF(DABS(A(I,J)).GT.DABS(A(IPIVO,J)))IPIVO=I
 63       CONTINUE
          IF(A(IPIVO,J).EQ.0.0)GO TO 971
 77       DO 305 K=1,N
             AUC=A(J,K)
             A(J,K)=A(IPIVO,K)
             A(IPIVO,K)=AUC
             AUC=AI(J,K)
             AI(J,K)=AI(IPIVO,K)
             AI(IPIVO,K)=AUC
305     CONTINUE
        IF(ICHAVE.EQ.1)GO TO 88
        SAL=A(J,J)
        DO 235 K=1,N
               A(J,K)=A(J,K)/SAL
               AI(J,K)=AI(J,K)/SAL
235     CONTINUE
        DO 236 I=1,N
            IF(I.EQ.J)GO TO 236
                SALVA= A(I,J)
                DO 931 K=1,N
                  A(I,K)=A(I,K)-SALVA *A(J,K)
                  AI(I,K)=AI(I,K)-SALVA *AI(J,K)
931             CONTINUE
236     CONTINUE
200    CONTINUE
```

```
      GO TO 1001
 971  KJ=1
1001  RETURN
      END
```

SUB-ROTINA AUVAL

```
      SUBROUTINE AUVAL(A,AA,C,NR,N)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(3,3),AA(3,3)
      DIMENSION B(3,3), BB(3,3)
      DIMENSION C(3,3)
      EPS=1.E-20
      IF(N-1)15,15,68
 68   CONTINUE
      XNOR=0.
      DO 53 I=1,N
      DO 53 J=1,N
      C(I,J)=A(I,J)
      IF(I-J)57,53,57
57    XNOR=XNOR+DABS(A(I,J))
53    CONTINUE
      XNNR=XNOR*1.E-24
      NR=0
      DO 31 I=1,N
      DO 31 J=1,N
      IF(I-J)51,52,51
   52 AA(I,J)=1.
      GO TO 31
   51 AA(I,J)=0.
   31 CONTINUE
 26   XMAX=0.
      NN=N-1
      DO 2 I=1,NN
      JJ=I+1
      DO 2 J=JJ,N
      IF(XMAX-DABS(A(I,J)))13,13,2
 13   XMAX=DABS(A(I,J))
      NI=I
      NJ=J
  2   CONTINUE
      IF(XMAX-EPS)15,15,16
16    IF(DABS(A(NI,NI)-A(NJ,NJ))-XNNR)19,19,18
   19 CONTINUE
      Y=0.
      X=A(NI,NJ)/DABS(A(NI,NJ))
      XME=0.5
      XSIN=X*DSQRT(XME)
      XCOS=DSQRT(XME)
      GO TO 20
   18 ALFA=(2*A(NI,NJ))/(A(NI,NI)-A(NJ,NJ))
      RR=DSQRT(1+ALFA*ALFA)
      SI=ALFA/DABS(ALFA)
      X=ALFA/RR
      Y=1./RR
```

```
      XCOS=DSQRT(0.5*(1.+Y))
      XSIN=ST*DSQRT(0.5*(1.-Y))
   20 AUX=XCOS*XCOS
      NR=NR+1
      BUX=XCOS*XSIN
      CUX=XSIN*XSIN
      B(NI,NI)=A(NI,NI)*AUX+2*A(NI,NJ)*BUX+A(NJ,NJ)*CUX
      B(NJ,NJ)=A(NI,NI)*CUX-2*A(NI,NJ)*BUX+A(NJ,NJ)*AUX
      B(NI,NJ)=A(NI,NJ)*Y+((A(NJ,NJ)-A(NI,NI))*X)/2.
      A(NI,NI)= B(NI,NI)
      A(NJ,NJ)=B(NJ,NJ)
      A(NI,NJ)=B(NI,NJ)
      A(NJ,NI)=A(NI,NJ)
      DO 24 K=1,N
      IF(K-NI)22,24,22
 22   IF(K-NJ)23,24,23
   23 B(NI,K)=A(NI,K)*XCOS+A(NJ,K)*XSIN
      B(NJ,K)=-A(NI,K)*XSIN+A(NJ,K)*XCOS
      A(NI,K)=B(NI,K)
      A(NJ,K)=B(NJ,K)
      A(K,NI)=A(NI,K)
      A(K,NJ)=A(NJ,K)
 24   CONTINUE
      DO 25 K=1,N
      BB(NI,K)=AA(NI,K)*XCOS+AA(NJ,K)*XSIN
      BB(NJ,K)=-AA(NI,K)*XSIN+AA(NJ,K)*XCOS
      AA(NI,K)=BB(NI,K)
      AA(NJ,K)=BB(NJ,K)
 25   CONTINUE
      GO TO 26
15    RETURN
      END
```

FIM DO PROGRAMA E DAS SUB-ROTINAS