ANÁLISE DE ENSAIOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS COM OBSERVAÇÕES PERDIDAS

VALDENIR QUEIROZ RIBEIRO

Engenheiro-Agrônomo

Orientador: Dr. Izaias Rangel Nogueira

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Estatística e Experimentação Agronômica.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Março, 1980

A meus pais Vicente e Corina

A meus sogros Luis e Berenice

À minha esposa Maria de Jesus

A meus filhos Vladimir e Patrícia

D E D I C O.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Izaias Rangel Nogueira, Chefe do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela orientação segura na realização deste trabalho.

À Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), pela oportunidade oferecida para a realização do Curso de Estatística e Experimentação Agronômica.

Ao Professor Dr. F. Pimentel Gomes pelo seu valor humano e dedicação ao Curso de Pós-Graduação.

Ao Professor Dr. Décio Barbin, pelo apoio dispensado.

Ao Professor Dr. Humberto de Campos pelas valiosas sugestões na elaboração deste trabalho.

Ao Professor Dr. Vivaldo Francisco da Cruz pela versão do resumo para o inglês.

Aos demais Professores do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelos ensinamentos recebidos e proveitosos diálogos.

À colega Clarice Garcia Borges Demétrio pela revisão da redação.

Aos colegas: Humberto Coelho, José Fernando Soares Dias, Francisco das Chagas Estevam da Fonseca e Alexandre Reinaldo da Costa Lima, pela amizade e troca de idéias durante o Curso.

Aos demais colegas do Curso de Pós-Graduação, pelo excelente convívio durante o Curso.

Ao Eng^o-Agr^o Antonio Milton de Araújo Rocha, pertencente à Delegacia Estadual do Ministério de Agricultura - DEMA (PI), pelo apoio dispensado e amizade.

Aos funcionários do Departamento de Matemática e Estatística: Maria Izalina Ferreira Alves, Rosa Maria Alves, Octávio Frassetto e Maria Alayde Penteado de Souza, pela amizade e atenção dispensada.

I N D I C E

	Página
1. RESUMO	1
2. INTRODUÇÃO	3
3. REVISÃO DE LITERATURA	5
4. MATERIAIS E MÉTODOS	22
4.1 - Materiais	22
4.2 - Métodos	23
4.2.1 - Equações normais	24
4.2.2 - Estimativas dos efeitos dos parâmetros ..	25
4.2.3 - Estimativas das subparcelas perdidas	26
4.2.4 - Obtenção das somas de quadrados ajustadas	28
4.2.5 - Cálculo das correções "U" para a soma de quadrados da interação TxT'	34
4.2.6 - Análise de variância	35
4.2.7 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de trata- mentos	37
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
5.1 - Caso de Uma Subparcela Perdida	41
5.2 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas Numa Mesma Parce <u>la</u> Composta de $k > 2$ Subparcelas	44
5.3 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam Tra <u>ta</u> mentos T e T' Diferentes	48

5.4 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam <u>T</u> ratamentos T Diferentes e Mesmo Tratamento T'	52
5.5 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam <u>Mes</u> mo Tratamento T e Tratamentos T' Diferentes, em <u>Par</u> celas Distintas	56
5.6 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam <u>Mes</u> mos Tratamentos T e T'	60
5.7 - Caso de Uma Parcela Perdida, Composta de Duas Sub- parcelas	64
5.8 - Caso de Uma Parcela Perdida, Composta de k Subpar- celas	67
6. CONCLUSÕES	71
7. SUMMARY	79
8. LITERATURA CITADA	81
9. APÊNDICE	83

1. RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo determinar fórmulas para estimativas de subparcelas perdidas, correções "U" para as somas de quadrados da interação $T \times T'$ e estimativas das variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, em delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas.

Foram considerados os casos onde se perderam uma e duas subparcelas e uma parcela constituída de $k \geq 2$ subparcelas.

As estimativas das subparcelas foram determinadas utilizando-se da minimização da soma de quadrados do resíduo (b),

$$[SQR(b)] .$$

As expressões das correções "U" foram determinadas através do método do resíduo condicional de R.A. Fisher.

As somas de quadrados da interação $T \times T'$ ajustadas foram obtidas pelo método do resíduo condicional e pela utilização das correções "U".

Foi demonstrado, para os casos de uma e duas subparcelas perdidas, que a soma de quadrados de tratamentos T' ajustada $[SQT'(aj)]$, pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$SQT'(aj) = SQTotal\{usual\} - SQParcelas(ij) \{usual\} - SQT \times T'(aj) - \\ - SQR(b) \quad .$$

Partindo-se das funções lineares de contrastes entre duas médias de tratamento foram determinadas suas respectivas estimativas de variâncias.

Para o caso onde foi perdida uma parcela constituída de $k \geq 2$ subparcelas, foi verificado que as somas de quadrados da interação $T \times T'$ ajustadas e de tratamentos T' ajustadas podem ser determinadas de maneira usual, isto é, sem incluir as estimativas das subparcelas perdidas.

2. INTRODUÇÃO

Apesar de todo o cuidado dispensado ao planejamento e à condução de uma pesquisa, a ocorrência de perdas de parcelas é comun, em trabalhos experimentais, e a análise estatística dos dados se torna mais complicada.

O conceito estatístico de parcela perdida inclui também aquelas que apresentam dados de observações discrepantes dos demais, e cuja causa não é atribuída ao efeito de tratamentos estudados.

Para se efetuar a análise de variância em ensaios com parcelas perdidas, um dos procedimentos é determinar estimativas dos valores perdidos e colocá-las nos lugares das parcelas perdidas e em seguida, proceder à análise como se todos os dados fossem conhecidos.

As estimativas dos valores perdidos não substituem os seus verdadeiros valores, que são desconhecidos, o que acarreta uma análise de variância com vícios ("bias") das somas de quadrados, necessitando, portanto, uma correção das mesmas.

Neste trabalho propõem-se fórmulas para estimativas de subparcelas perdidas em delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas, nos casos onde foram perdidas uma e duas subparcelas e uma parcela constituída de $k \geq 2$ subparcelas.

Além das fórmulas para as estimativas das subparcelas perdidas, foram determinadas as correções "U" para as somas de quadrados e as estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre médias de tratamentos ajustados.

3. REVISÃO DE LITERATURA

As análises estatísticas de ensaios com estimativas de parcelas perdidas, apresentam várias fases: estimativas das parcelas perdidas sob um aspecto matemático rigoroso, análise de variância de maneira usual, correções das somas de quadrados super ou subestimadas e cálculos das estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre médias de tratamentos ajustados.

ALLAN e WISHART (1930) foram os primeiros autores a se preocuparem com a determinação de estimativas de parcelas perdidas, e conceituaram essas parcelas como aquelas cujas observações são imperfeitas, devido a causas além do controle do próprio experimentador.

ANDERSON (1946) definiu parcelas perdidas de maneira análoga a ALLAN e WISHART (1930), e recomendou que sejam rejeitadas

somente em casos extremos, quando comprovado que o tratamento em questão não é responsável pelas aparentes anomalias dos resultados.

Este autor apresentou fórmulas para cálculos de subparcelas perdidas em ensaios com parcelas subdivididas, pela minimização da variância residual.

O mesmo autor aplicou o método da covariância em um experimento com r repetições, α parcelas e β subparcelas, onde a subparcela perdida recebeu os tratamentos a_1 , b_1 , na repetição r_1 , e estabeleceu como a melhor estimativa da subparcela perdida, a fim de minimizar o erro da subparcela, o resíduo do coeficiente b de regressão:

$$y = \frac{r(R_1 A_1) + \beta(A_1 B_1) - A_1}{(r - 1)(\beta - 1)},$$

onde, y : estimativa da subparcela perdida;

A_1 : total das observações com o tratamento a_1 ;

$(R_1 A_1)$: total das observações existentes com o tratamento a_1 na repetição r_1 ;

$(A_1 B_1)$: total das observações com os tratamentos a_1 e b_1 .

PINHO (1973), utilizando o método da soma mínima de quadrados apresentado por YATES (1933), determinou fórmulas para estimativas de uma e duas subparcelas perdidas em um experimento em parcelas subdivididas com a tratamentos A aplicados às parcelas, dispostos em r blocos casualizados, b tratamentos B aplicados às sub-

parcelas, nos seguintes casos:

a) Uma subparcela perdida:

$$y = \frac{rP + b(A_{1k}) - A_{11}}{(r-1)(b-1)} .$$

A autora verificou que esta fórmula coincide com a que la determinada por ANDERSON (1946), o qual utilizou o método da covariância.

b) Duas subparcelas perdidas numa mesma parcela:

$$x = \frac{rP + (b-1)(A_{1k_1}) + (A_{1k_2}) - A_{11}}{(r-1)(b-2)} ,$$

$$y = \frac{rP + (b-1)(A_{1k_2}) + (A_{1k_1}) - A_{11}}{(r-1)(b-2)} ,$$

para $b > 2$.

c) Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos A e B diferentes:

$$x = \frac{rP_1 + b(A_{1k_1}) - A_{11}}{(r-1)(b-1)} ,$$

$$y = \frac{rP_2 + b(A_{1k_2}) - A_{12}}{(r-1)(b-1)} .$$

- d) Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos A diferentes e mesmo tratamento B:

$$x = \frac{rP_1 + b(A_1B_{k1}) - A_{11}}{(r-1)(b-1)},$$

$$y = \frac{rP_2 + b(A_1B_{k2}) - A_{12}}{(r-1)(b-1)}.$$

- e) Duas subparcelas perdidas que receberam mesmo tratamento A e tratamentos B diferentes:

$$x = \frac{(r-1)(b-1) [rP_1 + b(A_1B_{k1}) - A_{11}] - rP_2 - b(A_1B_{k2}) + A_{11}}{(r-1)^2 (b-1)^2 - 1}$$

$$y = \frac{(r-1)(b-1) [rP_2 + b(A_1B_{k2}) - A_{11}] - rP_1 - b(A_1B_{k1}) + A_{11}}{(r-1)^2 (b-1)^2 - 1}$$

- f) Duas subparcelas perdidas que receberam mesmos tratamentos A e B:

$$x = \frac{(r-1)P_1 + P_2 + b(A_1B_k) - A_{11}}{(b-1)(r-2)}$$

$$y = \frac{(r-1)P_2 + P_1 + b(A_1B_k) - A_{11}}{(b-1)(r-2)}$$

Os termos das fórmulas têm os seguintes significados:

A_i : total das observações relativas ao tratamento A atribuído à parcela com a subparcela perdida;

P: total das subparcelas presentes na parcela onde foi perdida uma observação;

$A_i B_k$: total das observações relativas aos tratamentos A_i e B_k correspondentes à subparcela perdida.

Nos casos de duas subparcelas perdidas (x e y), os termos têm os mesmos significados, sendo acompanhados do índice 1 quando se referem à subparcela perdida x e do índice 2 quando se referem à subparcela perdida y.

Esta autora verificou ainda que as fórmulas dos itens c e d não diferem da obtida para a estimativa de uma única subparcela perdida, e que a fórmula apresentada no item a é suficiente para as obtenções das estimativas das subparcelas perdidas, quando x e y receberem tratamentos A e B diferentes, ou tratamentos A diferentes e mesmo tratamento B.

FREITAS (1977) e FREITAS *et alii* (1978), ao analisarem um ensaio em parcelas subdivididas com I tratamentos T aplicados às parcelas, dispostos em J blocos casualizados, K tratamentos T' aplicados às subparcelas, estimaram o valor de uma parcela perdida através da fórmula apresentada por YATES (1933), para delineamentos em blocos casualizados, ou seja,

$$z = \frac{IT + JB - G}{(I-1)(J-1)},$$

onde, z: estimativa da parcela perdida;

T: total das parcelas restantes no tratamento T;

B: total das parcelas restantes no bloco J;

G: total das parcelas disponíveis.

Estes autores, aplicando o método da soma mínima de quadrados, para o caso de uma parcela perdida constituída de duas subparcelas, determinaram valores das estimativas das subparcelas perdidas.

HADDAD (1978), tornando mínima a soma de quadrados do resíduo (b), deduziu fórmulas para as estimativas das subparcelas perdidas em delineamentos com parcelas subdivididas, as quais compõem uma parcela qualquer, como sendo:

a) Uma parcela perdida constituída de duas ou mais subparcelas:

$$x + y + \dots + w = \frac{IT + JB - G}{(I-1)(J-1)},$$

Percebe-se que esta fórmula é a mesma utilizada por FREITAS (1977) e FREITAS *et alii* (1978).

b) Duas subparcelas perdidas, as quais compõem uma parcela qualquer:

$$\bar{x} = \frac{IT + JB - G + (I-1) P_1 - (I-1) P_2}{2(I-1)(J-1)}$$

$$y = \frac{IT + JB - G - (I-1) P_1 + (I-1) P_2}{2(I-1) (J-1)} .$$

c) Três subparcelas perdidas, as quais compõem uma parcela qualquer:

$$x = \frac{2(I-1) P_1 - (I-1) P_2 - (I-1) P_3 + IT + JB - G}{3(I-1) (J-1)}$$

$$y = \frac{2(I-1) P_2 - (I-1) P_1 - (I-1) P_3 + IT + JB - G}{3(I-1) (J-1)}$$

$$z = \frac{2(I-1) P_3 - (I-1) P_1 - (I-1) P_2 + IT + JB - G}{3(I-1) (J-1)}$$

d) Para mais de três subparcelas perdidas, as quais compõem uma parcela qualquer:

$$x = \frac{(I-1) [(K-1) P_1 - P_2 - \dots - P_w] + IT + JB - G}{K(I-1) (J-1)}$$

$$y = \frac{(I-1) [(K-1) P_2 - P_1 - \dots - P_w] + IT + JB - G}{K(I-1) (J-1)}$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$$

$$w = \frac{(I-1) [(K-1) P_w - P_1 - \dots - P_u] + IT + JB - G}{K(I-1)(J-1)}$$

Os termos das fórmulas têm os seguintes significados:

$x + y + \dots + w$: representa a parcela perdida;

$x, y, \dots, w$: representam as subparcelas que compõem a parcela perdida;

T : total das parcelas restantes no tratamento T ;

B : total das parcelas restantes no bloco J ;

G : total das parcelas disponíveis;

I : número de tratamentos T ;

J : número de blocos;

P_1 : total das subparcelas existentes que receberam os mesmos tratamentos T e T' recebidos pela subparcela perdida x ;

P_2 : total das subparcelas existentes que receberam os mesmos tratamentos T e T' recebidos pela subparcela perdida y ;

... ..

P_w : total das subparcelas existentes que receberam os mesmos tratamentos T e T' recebidos pela subparcela perdida w .

CAMPOS (1964) afirmou que uma solução, embora um tanto drástica, seria eliminar os blocos (se for o caso) onde figuram as parcelas perdidas, se o número de parcelas componentes dos blocos restantes fosse suficiente para se efetuar a análise estatística a bom termo.

Este autor salientou que o mais acertado é analisar o experimento com os dados restantes, levando-se em consideração a perda ocorrida.

YATES (1933), ao analisar um experimento em blocos casualizados com uma parcela perdida, afirmou que se o valor estimado for inserido no lugar da observação perdida, e se os dados forem analisados como se nenhuma observação estivesse ausente, algumas importantes propriedades se mantêm:

- a) as estimativas dos efeitos de tratamentos e efeitos de blocos são as mesmas que as obtidas pelo método correto dos quadrados mínimos;
- b) a soma de quadrados do resíduo é exatamente a mesma que a dada pelo procedimento correto;
- c) os números exatos de graus de liberdade, associados ao total e ao resíduo, se obtêm subtraindo uma unidade de cada, respectivamente.

Este autor mostrou que a soma de quadrados de tratamentos, quando se utilizam todos os dados "completos", está sempre superestimada.

ANDERSON (1946) afirmou que, se a estimativa da subparcela perdida for usada no lugar da observação perdida, todas as somas de quadrados, exceto a do resíduo (b), estão superestimadas; e que a estimativa imparcial de qualquer soma de quadrados é determi-

nada subtraindo-se a tendência ("bias"), dada pela expressão:

$$(y - y_1)^2 S(x_1^2) ,$$

onde:

a) Para os tratamentos B dispostos nas subparcelas:

$$y_1 = \frac{r\alpha(R_1A_1) + \alpha\beta(A_1B_1) - \beta B_1 + G}{(\beta - 1)(r\alpha - \alpha + 1)} ,$$

$$S(x_1^2) = \frac{(\beta - 1)(r\alpha - \alpha + 1)}{r\alpha\beta} .$$

b) Para a interação AxB:

$$y_1 = \frac{r\alpha(R_1A_1) + \beta B_1 - G}{(r\alpha - 1)(\beta - 1)} ,$$

$$S(x_1^2) = \frac{(\beta - 1)(r\alpha - 1)}{r\alpha\beta} .$$

sendo, B_1 : total das observações existentes com o tratamento b_1 ;

G: total das observações existentes.

STEEL e TORRIE (1960), ao abordarem um ensaio em parcelas subdivididas com subparcelas perdidas, sugeriram que a análise de variância deve ser feita após a introdução das estimativas dos valores das observações perdidas; e um grau de liberdade deve ser

subtraído do erro (b) para cada subparcela perdida do ensaio.

Estes autores afirmaram que somente a soma de quadrados do erro (b) é imparcial, sendo que o mesmo não acontece com as demais somas de quadrados.

PINHO (1973), aplicando o método do resíduo condicional ao experimento analisado por ANDERSON (1946), demonstrou que a soma de quadrados para a interação AxB pode ser determinada corretamente através da fórmula dada por aquele autor, não acontecendo o mesmo com as demais.

Para o caso de uma subparcela perdida, a autora determinou fórmulas para as correções das somas de quadrados através do método do resíduo condicional, como sendo,

a) Correção para a soma de quadrados da interação AxB:

$$U_{AB} = \frac{(ra - 1)(b - 1)}{rab} (y_1 - y_2)^2;$$

b) Correção para a soma de quadrados de tratamentos B dispostos nas subparcelas:

$$U_B = \frac{b - 1}{rab} y_1^2 + 2y_1 \frac{bB_k - G}{rab} - \frac{(b - 1)(ra - 1)}{rab} y_2^2 + \frac{b - 1}{b} y_3^2,$$

onde, y_1 , y_2 , y_3 : são estimativas das observações perdidas, obtidas através do método do resíduo condicional.

A autora concluiu que as somas de quadrados sem correção, exceto a soma de quadrados da interação $A \times B$, não estão sempre superestimadas como afirmou ANDERSON (1946); podem estar super ou subestimadas.

A mesma autora disse que, quando se tem mais do que uma subparcela perdida, não é conveniente determinar fórmulas para correções das somas de quadrados, sendo mais simples determinar as somas de quadrados diretamente através de Álgebra de Matrizes.

HADDAD (1978) demonstrou que a soma de quadrados de tratamentos T' ajustada é igual à soma de quadrados de tratamentos T' , quando determinada ignorando-se a parcela perdida; e que a soma de quadrados da interação $T \times T'$ ajustada é facilmente obtida pela seguinte expressão:

$$SQT_{T \times T'}(aj) = SQ_{Total}(usual) - SQR(b) - SQT'(usual) - \\ - SQP_{(i,j)}(usual) ,$$

onde, $SQT_{T \times T'}(aj)$: soma de quadrados da interação $T \times T'$ ajustada;

$SQ_{Total}(usual)$: soma de quadrados de totais;

$SQR(b)$: soma de quadrados do resíduo (b) ;

$SQT'(usual)$: soma de quadrados de tratamentos T' dispostos nas subparcelas;

$SQP_{(i,j)}(usual)$: soma de quadrados de parcelas que receberam o i -ésimo nível do tratamento T no j -ésimo bloco,

sendo que a notação $(usual)$ indica que a soma de quadrados foi determinada ignorando-se a parcela perdida.

A mesma autora afirmou que, para cada parcela perdida, o resíduo (a) perde um grau de liberdade e o resíduo (b) perde tantos graus de liberdade quantas forem as subparcelas que compõem a parcela perdida.

COCHRAN e COX (1976) adotaram o seguinte procedimento para analisar um experimento com uma observação perdida:

Inicialmente "estimar" o valor da observação perdida através de fórmula.

Essa estimativa é colocada no lugar da observação per di da, e a análise de variância é efetuada de maneira usual, exceto pela mudança do número de graus de liberdade do erro residual.

A soma de quadrados deve ser corrigida através de mé to dos es pe cia is, possibilitando a aplicação correta do teste F e do teste t.

PIMENTEL GOMES (1978), ao analisar um ensaio em parcelas subdivididas, com observação perdida, adotou o procedimento apresentado por COCHRAN e COX (1976), e afirmou que somente o quadrado médio do resíduo (b) fica corretamente estimado, mas todos os outros estão superestimados, sendo o erro cometido geralmente desprezível, podendo-se usar o método do resíduo condicional para se obterem os valores exatos.

Quando a comparação entre médias de tratamentos, dis po st a s nas parcelas, é aquela em que mais se tem interesse, pode-se com maior rigor, segundo PIMENTEL GOMES (1978), considerar perdida

toda a parcela onde se perdeu uma subparcela e calcular o valor a ser utilizado na análise, pela fórmula:

$$y = \frac{rB + nT - G}{(r-1)(n-1)},$$

onde, y: estimativa da parcela perdida;

r: número de repetições;

B: total das parcelas restantes no bloco em que figura a parcela perdida;

n: número a de tratamentos A;

T: total do tratamento de parcela perdida nos outros blocos;

G: total das parcelas disponíveis.

Para experimentos em blocos casualizados com parcelas subdivididas, ANDERSON (1946) apresentou fórmulas para estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, em que um deles perdeu uma observação, nos casos de:

a) Duas médias dos tratamentos A dispostos nas parcelas:

$$V(\hat{a}_i - \hat{a}_{i'}) = \frac{2}{r\beta} \left[E_a + \frac{E_b}{2(r-1)(\beta-1)} \right];$$

b) Duas médias dos tratamentos B dispostos nas subparcelas:

$$V(\hat{b}_j - \hat{b}_{j'}) = \frac{2E_b}{r\alpha} \left[1 + \frac{\beta}{2\alpha(r-1)(\beta-1)} \right];$$

c) Duas médias de tratamentos B no mesmo nível de A:

$$V(\hat{a}_1 b_j - \hat{a}_1 b_{j'}) = \frac{2E_b}{r} \left[1 + \frac{\beta}{2(r-1)(\beta-1)} \right] ;$$

d) Duas médias de tratamentos A no mesmo nível de B:

$$V(\hat{a}_1 b_j - \hat{a}_{1'} b_j) = \frac{2E_a}{r\beta} + \frac{2E_b}{r\beta} \left[(\beta-1) + \frac{\beta^2}{2(r-1)(\beta-1)} \right] ;$$

onde, E_a : quadrado médio do resíduo (a);

E_b : quadrado médio do resíduo (b).

COCHRAN e COX (1976) apresentaram fórmulas idênticas às apresentadas por ANDERSON (1946) para estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, em que um deles perdeu uma observação, exceto a do item c, que é dada por:

$$V(\hat{a}_1 b_j - \hat{a}_1 b_k) = \frac{2E_b}{r} \left[1 + \frac{\beta}{2a(r-1)(b-1)} \right] .$$

PINHO (1973) deduziu fórmulas para estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, em que um deles perdeu uma observação, nos casos de:

a) Duas médias dos tratamentos T dispostos nas parcelas:

$$V(\hat{t}_i - \hat{t}_{i'}) = \frac{2}{JK} \left[E_a + \frac{(I-2) E_b}{2I(J-1)(K-1)} \right] ;$$

b) Duas médias dos tratamentos T' dispostos nas subparcelas:

$$V(t'_k - t'_{k'}) = \frac{2E_b}{IJ} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] ;$$

c) Duas médias de tratamentos T' no mesmo nível de tratamento T :

$$V[(t'_k - t'_{k'})/t'_1] = \frac{2E_b}{J} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] ;$$

d) Duas médias de tratamentos T no mesmo nível de tratamento T' :

$$V[(t_1 - t_{1'})/t'_k] = \frac{2E_a}{JK} + \frac{2E_b}{JK} \left[(K-1) + \frac{IK^2 - 2}{2I(J-1)(K-1)} \right] ;$$

onde, E_a : quadrado médio do resíduo (a);

E_b : quadrado médio do resíduo (b).

A autora verificou que as fórmulas dos itens a e d não são concordantes com as apresentadas por ANDERSON (1946) e COCHRAN e COX (1976); e que a do item c é concordante com a apresentada por ANDERSON (1946) e discordante da estabelecida por COCHRAN e COX (1976).

HADDAD (1978) deduziu fórmulas para estimativas das variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, em que um deles perdeu uma observação, em experimento em blo

cos casualizados com parcelas subdivididas, nos casos de:

a) Duas médias dos tratamentos T dispostos nas parcelas:

$$V(t_1 - t_{1'}) = \frac{2}{JK} \left[1 + \frac{I}{2(I-1)(J-1)} \right] QMR(a) .$$

Nota-se que esta fórmula é idêntica àquela para se calcular as estimativas das variâncias das estimativas de contrastes entre médias de tratamentos, em experimentos em blocos casualizados com uma parcela perdida, apresentada por YATES (1933).

b) Duas médias dos tratamentos T' no mesmo nível do tratamento T:

$$V[(t'_k - t'_{k'})/t_1] = \frac{2}{J-1} QMR(b) ,$$

onde, QMR(a): quadrado médio do resíduo (a);

QMR(b): quadrado médio do resíduo (b).

4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 - Materiais

Para comprovação dos resultados foram utilizados dados de dois ensaios em delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas, os quais constam no Apêndice (Tabelas 12 e 13).

O experimento A foi compilado de PIMENTEL GOMES(1978), e nele foi aplicada toda a metodologia estudada para os seguintes casos:

- a) Uma subparcela perdida;
- b) Duas subparcelas perdidas numa mesma parcela composta de $k > 2$ subparcelas;
- c) Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos T e T' diferentes;

- d) Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos T diferentes e mesmo tratamento T';
- e) Duas subparcelas perdidas que receberam mesmo tratamento T e tratamentos T' diferentes, em parcelas distintas;
- f) Duas subparcelas perdidas que receberam mesmos tratamentos T e T';
- g) Uma parcela perdida composta de $k > 2$ subparcelas.

O experimento B foi cedido pela Superintendência Geral do PLANALSUCAR em Piracicaba (SP), tendo sido aplicada a metodologia estudada para o caso de uma parcela perdida constituída de duas subparcelas.

4.2 - Métodos

Seja um experimento em delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas, tendo-se I tratamentos T aplicados às parcelas dispostos em J repetições, K tratamentos T' aplicados às subparcelas.

Cada subparcela é representada pelo modelo matemático:

$$x_{ijk} = m + t_i + e_{ij} + t'_k + tt'_{(ik)} + e_{ijk} \quad (4.2.a)$$

$$i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J;$$

$$k = 1, 2, \dots, K;$$

onde, x_{ijk} : valor observado da ik -ésima subparcela na j -ésima repetição;

m : média geral teórica;

t_i : efeito do i -ésimo tratamento T ;

e_{ij} : efeito do i -ésimo tratamento T na j -ésima repetição, onde se supõe e_{ij} com distribuição normal de média zero e variância σ_a^2 , ou seja, $e_{ij} \cap N(0, \sigma_a^2)$;

$tt'_{(ik)}$: efeito da interação do i -ésimo tratamento T com o k -ésimo tratamento T' ;

e_{ijk} : efeito da ik -ésima subparcela na j -ésima repetição, onde se supõe e_{ijk} com distribuição normal de média zero e variância σ_b^2 , ou seja, $e_{ijk} \cap N(0, \sigma_b^2)$.

4.2.1 - Equações normais

Foram obtidas através do método da soma mínima de quadrados, considerando-se as seguintes restrições:

$$\sum_i t_i = 0 \quad ; \quad \sum_k t'_k = 0 \quad ;$$

$$\sum_{i,k} tt'_{(ik)} = 0 \quad ; \quad \sum_i tt'_{(ik)} = 0 \quad ;$$

$$\sum_k tt'_{(ik)} = 0 \quad ; \quad \sum_{i,j} \hat{e}_{ij} = 0 \quad ;$$

$$\sum_i \hat{e}_{ij} = 0 \quad ; \quad \sum_j \hat{e}_{ij} = 0 \quad .$$

As equações normais obtidas foram as que se seguem:

$$a) \quad IJK\hat{m} = G \quad ;$$

$$b) \quad JK\hat{m} + JKt_i = T_i \quad ;$$

$$c) \quad K\hat{m} + Kt_i + K\hat{e}_{ij} = P_{ij} \quad ;$$

$$d) \quad IJ\hat{m} + IJt'_k = T'_k \quad ;$$

$$e) \quad J\hat{m} + Jt_i + Jt'_k + Jt'_{(ik)} = TT'_{(ik)} \quad .$$

onde, G: total geral;

T_i : total do i-ésimo tratamento T;

P_{ij} : total das parcelas que receberam o i-ésimo tratamento T na j-ésima repetição;

T'_k : total do k-ésimo tratamento T';

$TT'_{(ik)}$: total das subparcelas relativas ao i-ésimo tratamento T com o k-ésimo tratamento T'.

4.2.2 - Estimativas dos efeitos dos parâmetros

Partindo-se das equações normais, obtiveram-se as estimativas dos efeitos dos parâmetros, segundo o modelo matemático proposto, ou sejam,

$$\hat{m} = \frac{G}{IJK} \quad ,$$

$$\hat{t}_1 = \frac{T_1}{JK} - \hat{m} \quad ,$$

$$\hat{e}_{1j} = \frac{P_{1j}}{K} - \hat{t}_1 - \hat{m} \quad ,$$

$$\hat{t}'_k = \frac{T'_k}{IJ} - \hat{m} \quad ,$$

$$\hat{t}_{(1k)}' = \frac{TT'_{(1k)}}{J} - \hat{t}_1 - \hat{t}'_k - \hat{m} \quad .$$

4.2.3 - Estimativas das subparcelas perdidas

Utilizando-se o método da soma mínima de quadrados, ou seja, minimizando-se a soma de quadrados do resíduo (b) $[SQR(b)]$, foram determinadas as fórmulas para as estimativas das subparcelas perdidas.

Para melhor compreensão da metodologia proposta, foi estudado, como a seguir, o caso de duas subparcelas perdidas em tratamentos T e T' diferentes.

Seja o mesmo experimento descrito em 4.2, representado pelo modelo em (4.2.a).

Tornando mínima a $SQR(b)$, foram obtidas as estimativas (x_1, x_2) para as subparcelas perdidas, através das fórmulas dadas por:

$$x_1 = \frac{JP_1 + K(T_1 - T'_{k1}) - T_1}{(J-1)(K-1)} \quad (4.2.3.a)$$

$$x_2 = \frac{JP_2 + K(T_{i1} - T'_{k2}) - T_{i1}}{(J-1)(K-1)} \quad (4.2.3.b)$$

Eliminando-se do modelo, dado pela expressão (4.2.a) o parâmetro $tt'_{(ik)}$ e aplicando-se o método da soma mínima de quadrados, obtiveram-se novas estimativas $\{y_1, y_2\}$ para as subparcelas perdidas, dadas por:

$$y_1 = \frac{(IJ-1)(K-1)(IJP_1 + KT'_{k1} - G) - IJP_2 - KT'_{k2} + G}{(IJ-1)^2 (K-1)^2 - 1} \quad (4.2.3.c)$$

$$y_2 = \frac{(IJ-1)(K-1)(IJP_2 + KT'_{k2} - G) - IJP_1 - KT'_{k1} + G}{(IJ-1)^2 (K-1)^2 - 1} \quad (4.2.3.d)$$

Considerando-se o modelo em (4.2.a), sem os parâmetros t'_k e $tt'_{(ik)}$, e aplicando-se o método da soma mínima de quadrados, obtiveram-se novas estimativas $\{z_1, z_2\}$ para as subparcelas perdidas, dadas por:

$$z_1 = \frac{P_1}{K-1} \quad (4.2.3.e)$$

$$z_2 = \frac{P_2}{K-1} \quad (4.2.3.f)$$

onde, P_1 : total das subparcelas existentes na parcela onde foi perdida a subparcela x_1 ;

P_2 : total das subparcelas existentes na parcela onde foi perdida a subparcela x_2 ;

- T'_{k1} : total das subparcelas existentes que receberam o tratamento T'_k atribuído à subparcela perdida x_1 ;
- T'_{k2} : total das subparcelas existentes que receberam o tratamento T'_k atribuído à subparcela perdida x_2 ;
- $T_i T'_{k1}$: total das subparcelas existentes que receberam tratamentos T_i e T'_k correspondente à subparcela perdida x_1 ;
- $T_i T'_{k2}$: total das subparcelas existentes que receberam tratamentos T_i e T'_k correspondente à subparcela perdida x_2 ;
- T_i : total das subparcelas existentes que receberam o tratamento T_i atribuído à parcela que contém a subparcela per dida;
- G: total das subparcelas existentes.

4.2.4 - Obtenção das somas de quadrados ajustadas

As somas de quadrados ajustadas foram obtidas através do método do resíduo condicional de R.A. Fisher, que é baseado no método da soma mínima de quadrados.

Em seguida são apresentadas as notações para somas de quadrados a serem utilizadas no desenvolvimento deste trabalho:

$$SQTratamento(usual) = SQT(usual)$$

$$SQParcelas_{(i,j)}(usual) = SQP(usual)$$

$$SQResíduo(a) = SQR(a)$$

$$\text{SQTratamentos } T'(x) = \text{SQT}'(x)$$

$$\text{SQTratamentos } T(x) = \text{SQT}(x)$$

$$\text{SQTratamentos } T(x) \text{ e Tratamentos } T'(x) = \text{SQT}, T'(x)$$

$$\text{SQInteração } T \times T'(x) = \text{SQT} \times T'(x)$$

$$\text{SQTratamentos } T'(\text{usual}) = \text{SQT}'(\text{usual})$$

$$\text{SQParcelas}_{(i,j)}(x) = \text{SQP}(x)$$

$$\text{SQResíduo } (b) = \text{SQR}(b)$$

onde, $x = x_1, x_2, \dots, x_k$.

O índice(x), indica que as somas de quadrados foram calculadas levando-se em conta as estimativas das subparcelas perdidas, enquanto que, o índice (usual) indica que foram calculadas somente com valores das subparcelas disponíveis.

Para a correção da soma de quadrados de tratamento T, considerou-se um experimento em delineamento inteiramente casualizado com k amostras por parcela, cujo modelo matemático é dado por:

$$x_{ijk} = m + t_i + e_{ijk} \quad (4.2.4.a)$$

Isto se justifica, uma vez que a soma de quadrados de tratamentos T pertence à primeira parte da análise de variância de

um delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas; e a perda de uma ou mais amostras neste tipo de delineamento em nada afetará a soma de quadrados de tratamentos, isto é, sempre se obtém uma soma de quadrados ajustada.

Determinou-se, portanto, a soma de quadrados de resíduo (a), dada por:

$$SQR(a) = SQP(usual) - SQT(usual) \quad .$$

Partindo-se do modelo, dado pela expressão (4.2.a), e levando-se em consideração as estimativas das subparcelas perdidas, determinou-se a soma de quadrados do resíduo (b),

$$SQR(b) = \sum_{ijk} x_{ijk}^2 - SQP(\hat{m}, \hat{t}_i, \hat{e}_{ij}, \hat{t}'_k, \hat{t}t'_{ik}) \quad ,$$

ou seja,

$$SQR(b) = SQR_1 = SQT_{total}(x) - SQP(x) - SQT'(x) - SQTxT'(x) \quad .$$

Como se perdem tantos graus de liberdade para o resíduo (b) quantas forem as subparcelas perdidas, o quadrado médio do resíduo (b) fica sempre corretamente estimado, mas os outros, segundo PINHO (1973), estão super ou subestimados.

Para corrigir a $SQTxT'(x)$, reduziu-se o modelo, dado pela expressão (4.2.a), para

$$x_{ijk} = m + t_i + e_{ij} + t'_k + e_{ijk} \quad (4.2.4.b)$$

Utilizando-se o método descrito em 4.2.3, determinaram-se novas estimativas $\{y\}$ para as subparcelas perdidas, com as quais se obteve nova soma de quadrados para resíduo, denominada de SQR_2 , dada por:

$$SQR_2 = \sum_{ijk} x_{ijk}^2 - SQP(\hat{m}, t_i, \hat{e}_{ij}, t'_k),$$

ou seja,

$$SQR_2 = SQT_{Total}(y) - SQP(y) - SQT'(y),$$

onde, $y = y_1, y_2, \dots, y_k$.

O índice $\{y\}$ indica que as somas de quadrados foram determinadas levando-se em consideração as estimativas $\{y\}$ das subparcelas perdidas.

Logo, a soma de quadrados da interação $T \times T'$ ajustada, é dada por:

$$SQT_{T \times T'}(aj) = SQR_2 - SQR_1.$$

O índice $\{aj\}$ indica que as somas de quadrados foram ajustadas.

Para corrigir a $SQT'(x)$, reduziu-se o modelo(4.2.4.b) para:

$$x_{ijk} = m + t_i + e_{ij} + e_{ijk} \quad (4.2.4.c)$$

Empregando-se o método descrito em 4.2.3, determinaram-se novas estimativas $\{z\}$ para as subparcelas perdidas, com as

quais se obteve nova soma de quadrados para resíduo, denominada de SQR_3 , dada por:

$$SQR_3 = \sum_{ijk} x_{ijk}^2 - SQP(\hat{m}, \hat{t}_i, \hat{e}_{ij}) ,$$

ou seja,

$$SQR_3 = SQTot(z) - SQP(z) ,$$

onde, $z = z_1, z_2, \dots, z_k$.

O índice $\{z\}$ indica que as somas de quadrados foram determinadas levando-se em consideração as estimativas $\{z\}$ das subparcelas perdidas.

Portanto, a soma de quadrados de tratamentos T' ajustada, é dada por:

$$SQT'(aj) = SQR_3 - SQR_2 .$$

Quando foram perdidas k subparcelas, as quais constituíam uma parcela qualquer, a soma de quadrados de tratamentos T' ajustada, foi obtida de maneira usual, segundo HADDAD (1978).

Para os casos onde foram perdidas uma ou duas subparcelas em parcelas de $k > 2$ subparcelas, a soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida pela seguinte expressão:

$$SQT'(aj) = SQTot(usual) - SQP(usual) - SQT \times T'(aj) - SQR_1 .$$

A demonstração será efetuada a seguir, considerando-se que foram perdidas duas subparcelas que receberam tratamentos T

e T' diferentes.

Substituindo-se os valores de SQR_3 e SQR_2 , obteve-se:

$$SQT'(aj) = SQTot(z_1, z_2) - SQP(z_1, z_2) - SQT \times T'(aj) - SQR_1.$$

Desenvolvendo-se as expressões $SQTot(z_1, z_2)$ e $SQP(z_1, z_2)$ obteve-se,

$$\begin{aligned} SQT'(aj) = & z_1^2 + z_2^2 + \sum_{ijk} x_{ijk}^2 - \frac{(P_1 + z_1)^2}{K} - \frac{(P_2 + z_2)^2}{K} - \\ & - \frac{1}{K} \sum_{i,j} P_{ij}^2 - SQT \times T'(aj) - SQR_1. \end{aligned}$$

Substituindo-se z_1 e z_2 pelos seus respectivos valores dados em (4.2.3.e) e (4.2.3.f), obteve-se,

$$\begin{aligned} SQT'(aj) = & \sum_{ijk} x_{ijk}^2 - \frac{1}{K-1} (P_1^2 + P_2^2) - \frac{1}{K} \sum_{ij} P_{ij}^2 - \\ & - SQT \times T'(aj) - SQR_1. \end{aligned}$$

Somando-se e subtraindo-se uma correção $C = \frac{G^2}{IJK-2}$,

ou seja,

$$\begin{aligned} SQT'(aj) = & \sum_{ijk} x_{ijk}^2 - C - \left[\frac{1}{K-1} (P_1^2 + P_2^2) + \frac{1}{K} \sum_{ij} P_{ij}^2 - C \right] - \\ & - SQT \times T'(aj) - SQR_1, \end{aligned}$$

logo,

$$\begin{aligned} \text{SQT}'(a_j) = \text{SQTtotal}\{\text{usual}\} - \text{SQP}\{\text{usual}\} - \text{SQTxT}'(a_j) - \\ - \text{SQR}_1 \end{aligned} \quad (4.2.4.d)$$

onde, $\sum_{ijk} x_{ijk}^2$: somatório dos quadrados das subparcelas existentes;
 $\sum_{ij} P_{ij}^2$: somatório dos quadrados das parcelas onde não ocorreu subparcela perdida.

4.2.5 - Cálculo das correções "U" para a soma de quadrados da interação TxT'

As correções "U" foram obtidas pelo método do resíduo condicional de R.A. Fisher.

Segundo ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978), a $\text{SQTxT}'(x)$ está sempre superestimada. Logo,

$$\text{SQTxT}'(x) > \text{SQTxT}'(a_j) .$$

Portanto, existe um valor "U" tal que,

$$U = \text{SQTxT}'(x) - \text{SQTxT}'(a_j) \quad (4.2.5.a)$$

Considerando-se o caso onde ocorreu uma subparcela perdida, e substituindo-se a $\text{SQTxT}'(a_j)$ pelo seu valor, obteve-se,

$$U = \text{SQTxT}'(x) - \text{SQR}_2 + \text{SQR}_1 \quad (4.2.5.b)$$

Desenvolvendo-se as expressões de SQR_2 e SQR_1 , e substituindo-se em (4.2.5.b), obteve-se,

$$U = \frac{(IJ-1)(K-1)}{IJK} (x_1 - y_1)^2 \quad (4.2.5.c)$$

Com procedimento análogo, foram obtidas as correções "U" para soma de quadrados da interação TxT', em cada caso estudado neste trabalho.

4.2.6 - Análise de variância

Uma vez determinadas as estimativas das subparcelas perdidas, procederam-se às análises de variância de maneira usual, como se não houvessem subparcelas perdidas.

A seguir foram calculadas as somas de quadrados ajustadas pela metodologia descrita em 4.2.4 ou em 4.2.5, para aplicação correta do teste F.

Os esquemas das análises de variâncias encontram-se nas Tabelas 1, 2 e 3.

Tabela 1 - Esquema da análise de variância, para o caso em que foi perdida uma subparcela.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)
Tratamento T	I-1	SQT(usual)	SQT(usual)
Resíduo (a)	I (J-1)	SQR(a)	SQR(a)
Parcelas	IJ-1	SQP(usual)	SQP(usual)
Tratamentos T'	K-1	SQT(x ₁)	
Interação TxT'	(I-1)(K-1)	SQTxT'(x ₁)	SQTxT'(aj)
Resíduo (b)	I(J-1)(K-1)-1	SQR(b)	SQR(b)
T o t a l	IJK-2		SQTotal(usual)

SQ(c): somas de quadrados corrigidas pelo método do resíduo condicional de R.A. Fisher ou com a utilização das correções "U".

Vê-se que na Tabela 1 não foi incluída a $SQ_{Total}(x)$, pois ela não corresponde à soma das diversas fontes de variação.

Os números exatos de graus de liberdade das diversas fontes de variação foram calculados segundo ANDERSON (1946), STEEL e TORRIE (1960) e COCHRAN e COX (1976).

Tabela 2 - Esquema da análise de variância, para os casos em que foram perdidas duas subparcelas numa mesma parcela constituída de $k > 2$ subparcelas, ou cada uma em parcelas distintas.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)
Tratamentos T	I-1	$SQT(usual)$	$SQT(usual)$
Resíduo (a)	$I(J-1)$	$SQR(a)$	$SQR(a)$
<hr/>			
Parcelas	IJ-1	$SQP(usual)$	$SQP(usual)$
<hr/>			
Tratamentos T'	K-1	$SQT'(x)$	$SQT'(aj)$
Interação TxT'	$(I-1)(K-1)$	$SQT \times T'(x)$	$SQT \times T'(aj)$
Resíduo (b)	$I(J-1)(K-1)-2$	$SQR(b)$	$SQR(b)$
<hr/>			
T o t a l	IJK-3		$SQ_{Total}(usual)$

$SQ(c)$: tem o mesmo significado estabelecido na Tabela 1.

Pelo mesmo motivo descrito para a Tabela 1, deixou-se de incluir a $SQ_{Total}(x)$.

Os números exatos de graus de liberdade das diversas fontes de variação, foram calculados segundo ANDERSON (1946), STEEL e TORRIE (1960) e COCHRAN e COX (1976).

Tabela 3 - Esquema da análise de variância, para o caso em que foi perdida uma parcela composta de $k \geq 2$ subparcelas.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)
Tratamentos T	I-1	SQT(usual)	SQT(usual)
Resíduo (a)	I(J-1)-1	SQR(a)	SQR(a)
<hr/>			
Parcelas	IJ-2	SQP(usual)	SQP(usual)
<hr/>			
Tratamentos T'	K-1	SQT'(x)	SQT'(usual)
Interação TxT'	(I-1)(K-1)	SQTxT'(x)	SQTxT'(aj)
Resíduo (b)	I(J-1)(K-1)-K	SQR(b)	SQR(b)
<hr/>			
T o t a l			SQTotal(usual)

S.Q.(c): tem o mesmo significado estabelecido na Tabela 1.

Nota-se que na Tabela 3 não foi incluído o número de graus de liberdade total, pois ele não corresponde à soma das diversas fontes de variação.

Pelo mesmo motivo descrito para a Tabela 1, deixou-se de incluir a SQTotal(x).

Os números exatos de graus de liberdade das diversas fontes de variação foram calculados segundo HADDAD (1978).

4.2.7 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

Fórmulas para os cálculos das estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, foram obtidas partindo-se da função linear de contrastes entre duas

médias de tratamentos, onde em um deles ocorreram subparcelas perdidas ou em ambos, para os seguintes casos:

- a) Duas médias de tratamentos T;
- b) Duas médias de tratamentos T';
- c) Duas médias de tratamentos T', dentro de um mesmo nível de tratamento T.

A seguir, é apresentado o desenvolvimento teórico para o caso de duas subparcelas perdidas em tratamentos T e T' diferentes, em que se deseja estimar a variância das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos T', onde um deles perdeu uma subparcela. A estimativa da média de um tratamento T' qualquer, onde ocorreu a subparcela perdida, é dada por:

$$\hat{m}'_{k_1} = \frac{T'_{k_1} + x_1}{IJ} \quad (4.2.7.a)$$

Substituindo-se na expressão (4.2.7.a) x_1 pelo seu valor encontrado em (4.2.3.a), obteve-se,

$$\hat{m}'_{k_1} = \frac{1}{IJ} \left[T'_{k_1} + \frac{JP_1 + K(T_1 T'_{k_1}) - T_1}{(J-1)(K-1)} \right]$$

mas,

$$T'_{k_1} = \sum_i (T_1 T'_{k_1})$$

$$T_1 = T_1 T'_{k_1} + P_1 + M$$

onde, $\sum_i (T_1 T'_{k_1})$: somatório dos totais das subparcelas existentes que receberam tratamentos T_1 e T'_{k_1} corresponden-

te à subparcela perdida x_1 ;

M: total das subparcelas existentes que receberam o tratamento T_i que contém a subparcela perdida, exceto as que pertencem a P_1 e $(T_1 \ T'_{k1})$.

Ordenando-se convenientemente os termos semelhantes, obteve-se,

$$\hat{m}'_{k1} = \frac{1}{IJ} \left[\frac{J}{J-1} (T_1 \ T'_{k1}) + \frac{1}{K-1} P_1 - \frac{1}{(J-1)(K-1)} M + \sum_i (T_i \ T'_{k1}) \right]$$

logo,

$$V(\hat{m}'_{k1}) = \left[\frac{1}{IJ} + \frac{K}{I^2 J(J-1)(K-1)} \right] \text{QMR}(b)$$

Como,

$$V(\hat{m}'_k) = \frac{1}{IJ} \text{QMR}(b) \quad ,$$

portanto,

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] \text{QMR}(b) \quad .$$

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para melhor compreensão da metodologia proposta, foram apresentadas, separadamente, para cada caso estudado no delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas, as estimativas das observações perdidas, somas de quadrados ajustadas, correções "U", análise de variância e as estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos.

Aos termos já definidos, foram acrescentados os seguintes:

$T_i T'_{k12}$: total das subparcelas existentes que receberam tratamentos T_i e T'_k correspondente às subparcelas perdidas x_1 e x_2 ;

T'_{k12} : total das subparcelas existentes que receberam o tratamento T'_k correspondente às subparcelas perdidas x_1 e x_2 .

5.1 - Caso de Uma Subparcela Perdida

5.1.1 - Fórmula para estimativa de uma subparcela perdida (x_1) e suas novas estimativas (y_1 , z_1) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{JP_1 + K(T_1 - T'_{k_1}) - T_1}{(J-1)(K-1)} \quad (5.1.1.a)$$

$$y_1 = \frac{IJP_1 + K T'_{k_1} - G}{(IJ-1)(K-1)} \quad (5.1.1.b)$$

$$z_1 = \frac{P_1}{K-1} \quad (5.1.1.c)$$

Percebe-se que:

- A fórmula (5.1.1.a) é concordante com a apresentada por ANDERSON (1946), quando o autor aplicou o método da covariância;

- As fórmulas apresentadas em (5.1.1.a), (5.1.1.b) e (5.1.1.c) são idênticas às apresentadas por PINHO (1973), o que era esperado, pois, a segunda parte da análise de variância do delineamento estudado pela autora é a mesma que a deste trabalho.

5.1.2 - Somas de quadrados ajustadas e correção "U"

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $T \times T'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{(IJ-1)(K-1)}{IJK} (x_1 - y_1)^2$$

Esta fórmula é concordante com a apresentada por PINHO (1973), e verifica-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQT \times T'(x)$ estará sempre superestimada como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

A soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida através da expressão dada em (4.2.4.d).

5.1.3 - Análise de variância, para o caso de uma subparcela perdida (x_{513})

Com os dados do experimento A (Tabela 12), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas $[SQ(c)]$ conforme o proposto neste trabalho, quando foi perdida uma subparcela (x_{513}).

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M. ⁽¹⁾ (c)
Tratamentos T	4	33,2643	33,2643	8,3161*
Resíduo (a)	10	16,0589	16,0589	1,6059
Parcelas	14	49,3232	49,3232	
Tratamentos T'	3	21,5291	21,2757	7,0919**
Interações $T \times T'$	12	19,9871	19,8186	1,6516ns
Resíduo (b)	29	45,0649	45,0649	1,5540
Total	58		135,4824	

* : significativo ao nível de 5% de probabilidade;

** : significativo ao nível de 1% de probabilidade;

ns: não significativo ao nível de 5% de probabilidade;

(1): os quadrados médios $[QM(c)]$ foram obtidos a partir das $SQ(c)$.

Analisando-se a Tabela 4, vê-se que a $SQT \times T'(x)$ e $SQT'(x)$ estão superestimadas, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

As estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.1.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.1.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.1.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T , onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \left(\frac{1}{JK} + \frac{1}{JK-1} \right) QMR(a)$$

5.1.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_K - \hat{m}'_{K1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

5.1.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível do tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_K - \hat{m}'_{K1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{2(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

Nota-se que:

- A estimativa da variância em 5.1.4.1 corresponde à estimativa de variância das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos T com número diferente de repetições;
- As estimativas das variâncias em 5.1.4.2 e 5.1.4.3 são concordantes com as apresentadas por ANDERSON (1946) e PINHO (1975);
- A estimativa da variância em 5.1.4.3 é discordante da apresentada por COCHRAN e COX (1976).

5.2 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas Numa Mesma Parcela Composta de $k > 2$ Subparcelas

5.2.1 - Fórmulas para estimativas de duas subparcelas perdidas (x_1 , x_2) e suas novas estimativas (y_1 , y_2 , z_1 , z_2) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{JP_1 + (K-1) (T_{i1} T'_{k1}) + (T_{i1} T'_{k2}) - T_{i1}}{(J-1)(K-2)}$$

$$x_2 = \frac{JP_1 + (K-1) (T_{i1} T'_{k2}) + (T_{i1} T'_{k1}) - T_{i1}}{(J-1)(K-2)}$$

$$y_1 = \frac{IJP_1 + (K-1) T'_{k1} + T'_{k2} - G}{(IJ-1)(K-2)}$$

$$y_2 = \frac{IJP_1 + (K-1) T'_{k2} + T'_{k1} - G}{(IJ-1)(K-2)}$$

$$z_1 = z_2 = \frac{P_1}{K-2} \quad .$$

Verifica-se que estas fórmulas são concordantes com aquelas apresentadas por PINHO (1973), pelas mesmas razões descritas em 5.1.1.

5.2.2 - Somas de quadrados ajustadas e correção "U"

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $T \times T'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{(IJ-1)(K-1)}{IJK} \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \right] - \\ - \frac{2(IJ-1)}{IJK} (x_1 - y_1)(x_2 - y_2)$$

Analisando-se esta fórmula, verifica-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQT \times T'(x)$ estará sempre superestimada, concordando com ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

A soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida através da expressão dada em (4.2.4.d).

5.2.3 - Análise de variância, para o caso de duas subparcelas perdidas (x_{321} , x_{322}) numa mesma parcela composta de $k > 2$ subparcelas

Com os dados do experimento A (Tabela 12), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas [SQ(c)] conforme o proposto neste trabalho, quando foram perdidas duas sub-parcelas (x_{321} , x_{322}) numa mesma parcela.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.(c)
Tratamentos T	4	30,9010	30,9010	7,7252*
Resíduo (a)	10	18,1081	18,1081	1,8108

Parcelas	14	49,0091	49,0091	

Tratamentos T'	3	14,8728	15,8742	5,2914*
Interação TxT'	12	22,6553	21,5020	1,7918ns
Resíduo (b)	28	40,1638	40,1638	1,4344

Total	57		126,5491	

Observando-se a Tabela 5, verifica-se que:

- A $SQT \times T'(x)$ está superestimada como afirmaram ANDERSON(1946), PINHO (1973), HAODAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978);
- A $SQT'(x)$ está subestimada, o que concorda com PINHO (1973), pois a autora afirmou que a $SQT'(x)$ pode estar subestimada.

As estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.2.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.2.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.2.4.1 - Caso de duas médias dos tratamentos T_{on} de um deles perdeu duas subparcelas

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \left(\frac{1}{JK} + \frac{1}{JK-2} \right) QMR(a)$$

5.2.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K-1}{2I(J-1)(K-2)} \right] QMR(b)$$

5.2.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T' , onde cada um perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_{k1} - \hat{m}'_{k2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{1}{I(J-1)} \right] QMR(b)$$

5.2.4.4 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K-1}{2(J-1)(K-2)} \right] QMR(b)$$

5.2.4.5 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde cada um perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2})/T_i] = \frac{2}{J-1} \text{QMR}(b) \quad .$$

Nota-se que:

- A estimativa da variância em 5.2.4.1 corresponde à estimativa de variância das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos T com número diferente de repetições;

- A estimativa da variância em 5.2.4.5 é idêntica àquela apresentada por HADDAD (1978), o que era esperado, pois, a contribuição da única subparcela restante na parcela onde foram perdidas as subparcelas é nula, quanto aos graus de liberdade.

5.3 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam Tratamentos T e T' Diferentes

5.3.1 - Fórmulas para estimativas de duas subparcelas perdidas (x_1 , x_2) e suas novas estimativas (y_1 , y_2 , z_1 , z_2) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{JP_1 + K(T_i - T'_{k_1}) - T_i}{(J-1)(K-1)}$$

$$x_2 = \frac{JP_2 + K(T_i - T'_{k_2}) - T_i}{(J-1)(K-1)}$$

$$y_1 = \frac{(IJ-1)(K-1)(IJP_1 + K T'_{k1} - G) - IJP_2 - K T'_{k2} + G}{(IJ-1)^2 (K-1)^2 - 1}$$

$$y_2 = \frac{(IJ-1)(K-1)(IJP_2 + K T'_{k2} - G) - IJP_1 - K T'_{k1} + G}{(IJ-1)^2 (K-1)^2 - 1}$$

$$z_1 = \frac{P_1}{K-1}$$

$$z_2 = \frac{P_2}{K-1}$$

Vê-se que estas fórmulas são concordantes com aquelas apresentadas por PINHO (1973), pelas mesmas razões descritas em 5.1.1.

5.3.2 - Somas de quadrados ajustadas e correção "U"

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $TxT'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{(IJ-1)(K-1)}{IJK} \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \right] + \frac{2}{IJK} (x_1 - y_1) (x_2 - y_2)$$

Examinando-se esta fórmula, percebe-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQTxT'(x)$ estará sempre superestimada, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

A soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida através da expressão dada em (4.2.4.d).

5.3.3 - Análise de variância, para o caso de duas subparcelas perdidas (x_{222} , x_{313}) que receberam tratamentos T e T' diferentes

Com os dados do experimento A (Tabela 12), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas $[SQ(c)]$ conforme o proposto neste trabalho, quando foram perdidas duas subparcelas (x_{222} e x_{313}) que receberam tratamentos T e T' diferentes.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.(c)
Tratamentos T	4	28,0002	28,0002	7,0000*
Resíduo (a)	10	17,0571	17,0571	1,7057
Parcelas	14	45,0573	45,0573	
Tratamentos T'	3	18,6910	17,3615	5,7872*
Interação $T \times T'$	12	21,3902	20,8469	1,7372ns
Resíduo (b)	28	46,9965	46,9965	1,6784
Total	57		130,2622	

Analisando-se a Tabela 6, verifica-se que as $SQT'(x)$ e $SQT \times T'(x)$ estão superestimadas, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

As estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.3.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.3.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.3.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T, onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \left(\frac{1}{JK} + \frac{1}{JK-1} \right) QMR(a)$$

5.3.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T, onde cada um perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \frac{2}{JK-1} QMR(a)$$

5.3.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T', onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

5.3.4.4 - Caso de duas médias de tratamentos T' ,
onde cada um perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{I(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

5.3.4.5 - Caso de duas médias de tratamentos T' ,
dentro de um mesmo nível de tratamento T ,
onde um deles perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{2(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

Verifica-se que a estimativa da variância em 5.3.4.1
corresponde à estimativa de variância da estimativa de contraste en-
tre duas médias de tratamentos T , com número diferente de repeti-
ções.

5.4 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam Tratamentos
 T Diferentes e Mesmo Tratamento T'

5.4.1 - Fórmulas para estimativas de duas subparcelas per-
didas (x_1, x_2) e suas novas estimativas (y_1, y_2 ,
 z_1, z_2) para utilização do método do resíduo con-
dicional

$$x_1 = \frac{JP_1 + K(T_i - T'_{k_1}) - T_i}{(J-1)(K-1)}$$

$$x_2 = \frac{JP_2 + K(T_1, T'_{k_2}) - T_1}{(J-1)(K-1)}$$

$$y_1 = \frac{(IJ-1)P_1 + P_2 + K T'_{k_1} - G}{(IJ-2)(K-1)}$$

$$y_2 = \frac{(IJ-1)P_2 + P_1 + K T'_{k_1} - G}{(IJ-2)(K-1)}$$

$$z_1 = \frac{P_1}{K-1}$$

$$z_2 = \frac{P_2}{K-1}$$

Vê-se que estas fórmulas são concordantes com aquelas apresentadas por PINHO (1973), pelas mesmas razões descritas em 5.1.1.

5.4.2 - Somas de quadrados ajustadas e correção "U"

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $TxT'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{(IJ-1)(K-1)}{IJK} \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \right] - \frac{2(K-1)}{IJK} (x_1 - y_1) (x_2 - y_2)$$

Observando-se esta fórmula, verifica-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQTxT'(x)$ estará sempre

superestimada, concordando com ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

A soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida através da expressão dada em (4.2.4.d).

5.4.3 - Análise de variância, para o caso de duas subparcelas perdidas (x_{111} , x_{221}) que receberam tratamentos T diferentes e mesmo tratamento T'

Com os dados do experimento A (Tabela 12), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas [SQ(c)] conforme o proposto neste trabalho, quando foram perdidas duas subparcelas (x_{111} , x_{221}) que receberam tratamentos T diferentes e mesmo tratamento T' .

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.(c)
Tratamentos T	4	28,5328	28,5328	7,1332*
Resíduo (a)	10	15,5624	15,5624	1,5562

Parcelas	14	44,0952	44,0952	

Tratamentos T'	3	18,7753	20,3931	6,7977*
Interação $T \times T'$	12	22,0330	20,3268	1,6939ns
Resíduo (b)	28	51,1210	51,1210	1,8258

Total	57		135,9361	

Examinando-se a Tabela 7, percebe-se que:

- A $SQT \times T'(x)$ está superestimada, como afirmaram ANDERSON(1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978);
- A $SQT'(x)$ está subestimada, o que concorda com PINHO (1973), pois, a autora afirmou que a $SQT'(x)$ pode estar subestimada.

As estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.4.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.4.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.4.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T, onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}_i - \hat{m}_{i'}) = \left(\frac{1}{JK} + \frac{1}{JK-1} \right) QMR(a)$$

5.4.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T', onde um deles perdeu duas subparcelas

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{I(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

5.4.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{2(J-1)(K-1)} \right] QMR(b)$$

Verifica-se que a estimativa da variância em 5.4.4.1 corresponde à estimativa de variância da estimativa de contraste entre duas médias de tratamentos T com número diferente de repetições.

5.5 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam Mesmo Tratamento T e Tratamentos T' Diferentes, em Parcelas Distintas

5.5.1 - Fórmulas para estimativas de duas subparcelas perdidas (x_1 , x_2) e suas novas estimativas (y_1 , y_2 , z_1 , z_2) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{(J-1)(K-1)[JP_1 + K(T_i - T'_{k_1}) - T_i] - JP_2 - K(T_i - T'_{k_2}) + T_i}{(J-1)^2 (K-1)^2 - 1}$$

$$x_2 = \frac{(J-1)(K-1)[JP_2 + K(T_i - T'_{k_2}) - T_i] - JP_1 - K(T_i - T'_{k_1}) + T_i}{(J-1)^2 (K-1)^2 - 1}$$

$$y_1 = \frac{(IJ-1)(K-1)(IJP_1 + K T'_{k_1} - G) - IJP_2 - K T'_{k_2} + G}{(IJ-1)^2 (K-1)^2 - 1}$$

$$y_2 = \frac{(IJ-1)(K-1)(IJP_2 + K T'_{k_2} - G) - IJP_1 - K T'_{k_1} + G}{(IJ-1)^2 (K-1)^2 - 1}$$

$$z_1 = \frac{P_1}{K-1}$$

$$z_2 = \frac{P_2}{K-1}$$

Nota-se que estas fórmulas são concordantes com aquelas apresentadas por PINHO (1973), pelas mesmas razões descritas em 5.1.1.

5.5.2 - Somas de quadrados ajustadas e correção "U"

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $TxT'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{(IJ-1)(K-1)}{IJK} \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \right] + \\ + \frac{2}{IJK} (x_1 - y_1) (x_2 - y_2)$$

Examinando-se esta fórmula, verifica-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQTxT'(x)$ estará sempre superestimada, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

A soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida através da expressão dada em (4.2.4.d).

5.5.3 - Análise de variância, para o caso de duas subparcelas perdidas (x_{522} , x_{531}) que receberam mesmo tratamento T e tratamentos T' diferentes, em parcelas distintas

Com os dados do experimento A (Tabela 12), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigida [SQ(c)] conforme o proposto neste trabalho, quando foram perdidas duas subparcelas (x_{522} , x_{531}) que receberam mesmo tratamento T e tratamentos T' diferentes, em parcelas distintas.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.(c)
Tratamentos T	4	27,9978	27,9978	6,9994*
Resíduo (a)	10	15,9090	15,9090	1,5909

Parcelas	14	43,9068	43,9068	

Tratamentos T'	3	9,3289	9,3210	3,1070ns
Interação TxT'	12	15,8696	15,0278	1,2523ns
Resíduo (b)	28	37,3528	37,3528	1,3340

Total	57		105,6084	

Analisando-se a Tabela 8, verifica-se que as $SQT'(x)$ e $SQT \times T'(x)$ estão superestimadas, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

As estimativas de variâncias das estimativas de con

trastes entre duas médias de tratamentos são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.5.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.5.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.5.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T, onde um deles perdeu duas subparcelas

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \left\{ \frac{1}{JK} + \frac{1}{JK-2} \right\} QMR(a)$$

5.5.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T', onde um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left\{ 1 + \frac{K(J-1)(K-1)}{2I[(J-1)^2(K-1)^2 - 1]} \right\} QMR(b)$$

5.5.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T', onde cada um deles perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_{k1} - \hat{m}'_{k2}) = \frac{2}{IJ} \left\{ 1 + \frac{K}{I[(J-1)(K-1) - 1]} \right\} QMR(b)$$

5.5.4.4 - Caso de duas médias de tratamentos T', dentro de um mesmo nível de tratamento T, onde um deles perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1})/T_1] = \frac{2}{IJ} \left\{ 1 + \frac{K(J-1)(K-1)}{2[(J-1)^2(K-1)^2 - 1]} \right\} QMR(b)$$

5.5.4.5 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde cada um perdeu uma subparcela

$$V [(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{(J-1)(K-1) - 1} \right] QMR(b)$$

Vê-se que a estimativa da variância em 5.5.4.1 corresponde à estimativa da variância da estimativa de contraste entre duas médias de tratamentos T , com número diferente de repetições.

5.6 - Caso de Duas Subparcelas Perdidas que Receberam Mesmos Tratamentos T e T'

5.6.1 - Fórmulas para estimativas de duas subparcelas perdidas (x_1, x_2) e suas novas estimativas (y_1, y_2, z_1, z_2) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{(J-1)P_1 + P_2 + K(T_1 - T'_{k_{12}}) - T_1}{(J-2)(K-1)}$$

$$x_2 = \frac{(J-1)P_2 + P_1 + K(T_1 - T'_{k_{12}}) - T_1}{(J-2)(K-1)}$$

$$y_1 = \frac{(IJ-1)P_1 + P_2 + K T'_{k_{12}} - G}{(IJ-2)(K-1)}$$

$$y_2 = \frac{(IJ-1)P_2 + P_1 + K T'_{k_{12}} - G}{(IJ-2)(K-1)}$$

$$z_1 = \frac{P_1}{K-1}$$

$$z_2 = \frac{P_2}{K-1}$$

Nota-se que estas fórmulas são concordantes com aquelas apresentadas por PINHO (1973), pelas mesmas razões descritas em 5.1.1.

5.6.2 - Somas de quadrados ajustadas e correção "U"

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $T \times T'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{2(IJ-1)(K-1)}{IJK} (x_1 - y_1)^2 \quad .$$

Analisando-se esta fórmula, verifica-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQT \times T'(x)$ estará sempre superestimada, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

A soma de quadrados de tratamentos T' ajustada foi obtida através da expressão dada em (4.2.4.d).

5.6.3 - Análise de variância, para o caso de duas subparcelas perdidas (x_{514} , x_{554}), que receberam mesmos tratamentos T e T'

Com os dados do experimento A (Tabela 12), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas [SQ(c)], conforme o proposto neste trabalho, quando foram perdidas duas subparcelas (x_{514} , x_{554}) que receberam mesmos tratamentos T e T'.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.(c)
Tratamentos T	4	27,8176	27,8176	6,9544*
Resíduo (a)	10	16,8167	16,8167	1,6817
Parcelas	14	44,6343	44,6343	
Tratamentos T'	3	20,4342	20,4081	6,8027*
Interação TxT'	12	30,1430	23,3424	1,9452ns
Resíduo (b)	28	46,6145	46,6145	1,6648
Total	57		134,9993	

Examinando-se a Tabela 9, verifica-se que as $SQT'(x)$ e $SQTxT'(x)$ estão superestimadas, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

As estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, são calculadas através das

fórmulas apresentadas em 5.6.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.6.4 - Estimativas das variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.6.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T , onde um deles perdeu duas subparcelas

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \left(\frac{1}{JK} + \frac{1}{JK-2} \right) QMR(a)$$

5.6.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu duas subparcelas

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k12}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{I(J-2)(K-1)} \right] QMR(b)$$

5.6.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu duas subparcelas

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k12})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{(J-2)(K-1)} \right] QMR(b)$$

Verifica-se que a estimativa da variância em 5.6.4.1 corresponde à estimativa da variância de contraste entre duas médias dos tratamentos T , com número diferente de repetições.

5.7 - Caso de Uma Parcela Perdida, Composta de Duas Subparcelas

5.7.1 - Fórmulas para estimativas de duas subparcelas perdidas (x_1 , x_2) e suas novas estimativas (y_1 , y_2 , z_1 , z_2) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{(T_i \ T'_{k_1})}{J-1}$$

$$x_2 = \frac{(T_i \ T'_{k_2})}{J-1}$$

$$y_1 = \frac{(J-1)(2 T'_{k_1} - G) + (IJ-1) T_i}{2(IJ-1)(J-1)}$$

$$y_2 = \frac{(J-1)(2 T'_{k_2} - G) + (IJ-1) T_i}{2(IJ-1)(J-1)}$$

$$z_1 = z_2 = \frac{T_i}{2(J-1)}$$

5.7.2 - Correção "U" para a soma de quadrados da interação $TxT'(x)$

A expressão da correção "U" para a soma de quadrados da interação $TxT'(x)$ é dada por:

$$U = \frac{IJ-1}{IJ} \left[(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \right]$$

Observando-se esta fórmula, verifica-se que a correção "U" será sempre positiva, portanto, a $SQTxT'(x)$ estará sempre

superestimada, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

5.7.3 - Análise de variância, para o caso de uma parcela perdida, constituída de duas subparcelas (x_{111} , x_{112})

Com os dados do experimento B (Tabela 13), procedeu-se à análise de variância, cujos resultados são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Análise de variância do experimento B, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas [SQ(c)] conforme o proposto neste trabalho, quando ocorreu perda de uma parcela, constituída de duas subparcelas (x_{111} , x_{112}).

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.(c)
Tratamentos T	1	61,2274	61,2274	61,2274ns
Resíduo (a)	17	411,7731	411,7731	24,2219

Parcelas	18	473,0005	473,0005	

Tratamentos T'	1	10222,2299	9527,4445	9527,4445**
Interação TxT'	1	333,1855	315,6494	315,6494**
Resíduo (b)	16	412,2111	412,2111	25,7632

Total			10728,3055	

Analisando-se a Tabela 10, verifica-se que as $SQT'(x)$ e $SQTxT'(x)$ estão superestimadas, como afirmaram ANDERSON (1946), PINHO (1973), HADDAD (1978) e PIMENTEL GOMES (1978).

Pelos resultados da análise de variância, pode-se dizer que não há necessidade de ser ajustada a $SQT \times T'(x)$ pelos méto- dos propostos neste trabalho, pois, esta pode ser obtida pela seguin- te expressão:

$$\begin{aligned} SQT \times T'(aj) &= SQTotal(usual) - SQP(usual) - SQT'(usual) \\ &= SQT \times T'(usual) . \end{aligned}$$

Portanto, quando se perde uma parcela, a análise de variância pode ser feita de maneira usual, isto é, sem os cálculos das estimativas das subparcelas perdidas.

As estimativas de variâncias das estimativas de con- trastes entre duas médias de tratamentos, são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.7.4, para aplicação dos Testes de Signi- ficância.

5.7.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de con- trastes entre duas médias de tratamentos

5.7.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T, on- de um deles perdeu duas parcelas

$$V(\hat{m}_i - \hat{m}_{i'}) = \left[\frac{1}{2J} + \frac{1}{2(J-1)} \right] QMR(a)$$

5.7.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T' , onde cada um perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{1}{I(J-1)} \right] QMR(b)$$

5.7.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de T , onde cada um perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2})/T_i] = \frac{2}{J-1} QMR(b)$$

Verifica-se que a estimativa da variância em 5.7.4.3 é concordante com a apresentada por HADDAD (1978).

5.8 - Caso de Uma Parcela Perdida Composta de k Subparcelas

5.8.1 - Fórmulas para estimativas de k subparcelas perdidas ($x_1, x_2, \dots, x_k$) e suas novas estimativas ($y_1, y_2, \dots, y_k, z_1, z_2, \dots, z_k$) para utilização do método do resíduo condicional

$$x_1 = \frac{T_1 T'_{k1}}{J-1}$$

$$x_2 = \frac{T_1 T'_{k2}}{J-1}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$x_k = \frac{T_1 T'_{kk}}{J-1}$$

bela 11.

Tabela 11 - Análise de variância do experimento A, com somas de quadrados (SQ) sem correção e corrigidas [SQ(c)] conforme o proposto neste trabalho, quando foram perdidas quatro subparcelas (x_{531} , x_{532} , x_{533} , x_{534}) as quais constituíam uma parcela.

Fonte de Variação	G.L.	S.Q.	S.Q.(c)	Q.M.
Tratamentos T	4	22,4480	22,4480	5,6120*
Resíduo (a)	9	13,6079	13,6079	1,5120
<hr/>				
Parcelas	13	36,0559	36,0559	
<hr/>				
Tratamentos T'	3	17,7281	15,1205	5,0402ns
Interação TxT'	12	15,5008	14,4015	1,2001ns
Resíduo (b)	26	46,1004	46,1004	1,7731
<hr/>				
Total			111,6783	

Analisando-se a Tabela 11, percebe-se que as discussões referentes à Tabela 10 são válidas para esta tabela.

As estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos, são calculadas através das fórmulas apresentadas em 5.8.4, para aplicação de Testes de Significância.

5.8.4 - Estimativas de variâncias das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos

5.8.4.1 - Caso de duas médias de tratamentos T, onde um deles perdeu k subparcelas numa mesma parcela

$$V(\hat{m}_1 - \hat{m}_{1'}) = \left[\frac{1}{JK} + \frac{1}{K(J-1)} \right] QMR(a)$$

5.8.4.2 - Caso de duas médias de tratamentos T', onde cada um perdeu uma subparcela

$$V(\hat{m}'_{k1} - \hat{m}'_{k2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{1}{I(J-1)} \right] QMR(b)$$

5.8.4.3 - Caso de duas médias de tratamentos T', dentro de um mesmo nível de T, onde cada um perdeu uma subparcela

$$V[(\hat{m}_{k1} - \hat{m}_{k2})/T_1] = \frac{2}{J-1} QMR(b)$$

Verifica-se que a estimativa da variância em 5.8.4.2 e 5.8.4.3, são as mesmas encontradas em 5.7.4.2 e 5.7.4.3.

6. CONCLUSÕES

Com base nos resultados e discussão, podem ser tiradas, para o delineamento inteiramente casualizado com parcelas subdivididas onde ocorreram observações perdidas, as seguintes conclusões:

6.1 - A primeira parte da análise de variância deve ser feita de maneira usual, considerando-se um delineamento inteiramente casualizado com k amostras por parcela.

6.2 - A segunda parte da análise de variância apresentou somente a $SQR(b)$ corretamente estimada, pois, as estimativas das subparcelas perdidas oferecem uma contribuição nula para essa soma de quadrados.

6.3 - A soma de quadrados da interação $T \times T'$, calculada com as estimativas das subparcelas perdidas, estará sempre superestimada.

6.4 - A soma de quadrados de tratamentos T' , calculada com as estimativas das subparcelas perdidas, poderá estar super ou subestimada.

6.5 - A soma de quadrados da interação $T \times T'$ ajustada pode ser obtida pela utilização da correção "U", ao invés do método do resíduo condicional de R.A. Fisher, que é mais trabalhoso.

6.6 - As expressões das correções "U" para as somas de quadrados da interação $T \times T'$, serão sempre positivas, indicando que as $SQT \times T'(x)$ estarão sempre superestimadas.

6.7 - Nos casos onde foram perdidas uma ou duas subparcelas que não constituíam uma parcela qualquer, para se obterem as somas de quadrados de tratamentos T' ajustadas, não será necessário utilizar o método do resíduo condicional, pois, podem ser obtidas pela seguinte expressão:

$$SQT'(aj) = SQTotal(usual) - SQP(usual) - SQT \times T'(aj) - SQR_1$$

6.8 - Quando há perda de uma parcela, constituída de $k \geq 2$ subparcelas, a análise de variância pode ser feita de maneira usual, ou seja, sem os cálculos das estimativas das subparcelas perdidas, as

quais compõem uma parcela.

6.9 - As estimativas de variância das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos T, são obtidas de maneira usual, isto é, considerando-se número diferente de repetições.

6.10 - As estimativas de variância das estimativas de contrastes entre duas médias de tratamentos T', são obtidas através de fórmulas para os seguintes casos:

6.10.1 - Uma subparcela perdida:

a) Caso de duas médias de tratamentos T', onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] QMR(b) ,$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T', dentro de um mesmo nível do tratamento T, onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V [(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) / T_1] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{2(J-1)(K-1)} \right] QMR(b) .$$

6.10.2 - Duas subparcelas perdidas numa mesma parcela composta de $k > 2$ subparcelas:

a) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K-1}{2I(J-1)(K-2)} \right] QMR(b) ;$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde cada um perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_{k1} - \hat{m}'_{k2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{1}{I(J-1)} \right] QMR(b) ;$$

c) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K-1}{2(J-1)(K-2)} \right] QMR(b) ;$$

d) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde cada um perdeu uma subparcela:

$$V[(\hat{m}'_{k1} - \hat{m}'_{k2})/T_i] = \frac{2}{J-1} QMR(b) .$$

6.10.3 - Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos T e T' diferentes:

a) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{2I(J-1)(K-1)} \right] \text{QMR}(b) ;$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde ca da um perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{I(J-1)(K-1)} \right] \text{QMR}(b) ;$$

c) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{2(J-1)(K-1)} \right] \text{QMR}(b) .$$

6.10.4 - Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos T diferentes e mesmo tratamento T' :

a) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu duas subparcelas:

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{I(J-1)(K-1)} \right] \text{QMR}(b) ;$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1})/T_i] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{2(J-1)(K-1)} \right] QMR(b) .$$

6.10.5 - Duas subparcelas perdidas que receberam mesmo tratamento T e tratamentos T' diferentes:

a) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1}) = \frac{2}{IJ} \left\{ 1 + \frac{K(J-1)(K-1)}{2I[(J-1)^2(K-1)^2 - 1]} \right\} QMR(b) ;$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde cada um perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2}) = \frac{2}{IJ} \left\{ 1 + \frac{K}{I[(J-1)(K-1) - 1]} \right\} QMR(b) ;$$

c) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu uma subparcela:

$$V[(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_1})/T_i] = \frac{2}{J} \left\{ 1 + \frac{K(J-1)(K-1)}{2[(J-1)^2(K-1)^2 - 1]} \right\} QMR(b) ;$$

d) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde cada um perdeu uma subparcela:

$$V [(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2})/T_1] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{(J-1)(K-1) - 1} \right] QMR(b) .$$

6.10.6 - Duas subparcelas perdidas que receberam mesmos tratamentos T e T' :

a) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde um deles perdeu duas subparcelas:

$$V(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_{12}}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{K}{I(J-2)(K-1)} \right] QMR(b) ;$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde um deles perdeu duas subparcelas:

$$V [(\hat{m}'_k - \hat{m}'_{k_{12}})/T_1] = \frac{2}{J} \left[1 + \frac{K}{(J-2)(K-1)} \right] QMR(b) .$$

6.10.7 - Uma parcela perdida composta de $k \geq 2$ subparcelas:

a) Caso de duas médias de tratamentos T' , onde cada um perdeu uma subparcela:

$$V(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2}) = \frac{2}{IJ} \left[1 + \frac{1}{I(J-1)} \right] QMR(b) ;$$

b) Caso de duas médias de tratamentos T' , dentro de um mesmo nível de tratamento T , onde cada um perdeu uma subparcela:

$$V [(\hat{m}'_{k_1} - \hat{m}'_{k_2})/T_i] = \frac{2}{J-1} QMR(b) .$$

6.11 - A maneira mais prática para a correção das somas de quadrados é através da utilização das correções "U".

7. SUMMARY

The present study is concerned with the determination of formulae to estimate missing subplots, correction factors "U" for interaction TxT' sum of squares and contrasts variances estimates between treatment means in a completely randomized split-plot design.

It was considered two cases: the case where one or two subplots were missed and the case of a missed whole plot containing $k \geq 2$ subplots.

The missed subplots estimates were determined by minimizing the error sum of squares (b) $[SSR(b)]$. The correction factors "U" were determined through the conditional error method due to R.A. Fisher.

The adjusted interaction TxT' sum of squares were determined by the conditional error method and by using the correction

factors "U".

It was shown for the case of one or two missed subplots that the adjusted treatment T' sum of squares $[SST(adj)]$ can be obtained by

$$SST'(adj) = SSTotal(usual) - SSPlots_{(i,j)}(usual) - SST \times T'(adj) - SSR(b) \quad .$$

The estimated linear functions of contrasts variances between treatment means were also determined.

For the case of a missed plot containing $k \geq 2$ subplots it was shown that the interaction $T \times T'$ and treatment T' adjusted sum of squares are obtained as in the usual way, that is, by ignoring the estimated missed subplots.

8. LITERATURA CITADA

ALLAN, F.E. e J. WISHART, 1930. A method of estimating the yield of a missing plot in field experimental work. Jour. Agr. Sci., 20: 399-406.

ANDERSON, R.L., 1946. Missing-plot techniques. Biometrics, Carolina do Norte, 2: 41-57.

CAMPOS, H., 1964. Estudo sobre a análise de experimentos com parcelas perdidas. Piracicaba, ESALQ/USP, 84 p. (Tese de Doutorado).

COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1976. Diseños experimentales. 1.^a edição, 4.^a reimpressão, México, Editorial Trillas, 661 p.

FREITAS, A.R., 1977. Ensaio realizado pelo Instituto de Pesquisas IRI, em Matão-SP. Seminário apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Experimentação e Estatística. Piracicaba, ESALQ/USP, 25 p.

FREITAS, A.R.; I.R. NOGUEIRA e M.G. FRANCO, 1978. Ensaio em vasos com leguminosas num delineamento em "split-plot" onde ocorreu perda de parcela. Trabalho apresentado na Reunião Comemorativa dos Noventa Anos do Instituto Agronômico de Campinas. I.A.C., São Paulo, 14 p.

HADOAO, M.L., 1978. Estudo sobre parcela perdida em delineamentos em parcelas subdivididas. Piracicaba, ESALQ/USP, 53 p. (Dissertação de Mestrado).

PIMENTEL GOMES, F., 1978. Curso de Estatística Experimental. 8.^a edição, São Paulo, Livraria Nobel, 430 p.

PINHO, S.Z., 1973. Observações perdidas em delineamentos em parcelas subdivididas e parcelas subsubdivididas. Botucatu, FCMBB/UNESP, 173 p. (Tese de Doutorado).

PINHO, S.Z., 1975. Estudo dos componentes de variância nos experimentos em parcelas subdivididas com uma observação perdida. Piracicaba, ESALQ/USP, 45 p. (Dissertação de Mestrado).

STEEL, R.G. e J.H. TORRIE, 1960. Principles and procedures of statistics. Londres, McGraw-Hill, 481 p.

YATES, F., 1933. The analysis of replicated experiments when the field results are incomplete. Emp. Jour. Exp. Agr., 1: 129-142.

9. APÊNDICE

DADOS ORIGINAIS DOS EXPERIMENTOS
APRESENTADOS COMO EXEMPLOS

EXPERIMENTO A:

Tabela 12 - Brix de frutos de 5 variedades de mangueira, colhidos de 3 pés por variedade, e de cada pé se colheram 4 frutos, um de cada um dos pontos cardeais.

VARIEDADES	PONTOS CARDEAIS			
	Norte	Sul	Leste	Oeste
Carlota	18,0	17,1	17,6	17,6
	17,5	18,8	18,1	17,2
	17,8	16,9	17,6	16,5
Extrema	16,3	15,9	16,5	18,3
	16,6	14,3	16,3	17,5
	15,0	14,0	15,9	15,2
Oliveira	16,0	16,2	17,9	16,1
	19,5	14,9	15,0	15,3
	16,3	16,4	16,0	16,4
Bourbon	16,6	15,2	14,2	15,5
	15,9	13,2	18,0	17,3
	17,5	15,8	16,7	18,4
Imperial	18,9	18,6	15,3	17,0
	18,5	13,7	18,2	18,3
	21,5	16,4	18,3	16,6

FONTE: Curso de Estatística Experimental, PIMENTEL GOMES, 1978.

EXPERIMENTO B:

Tabela 13 - Dados de produção (t/ha) de cana-de-açúcar, variedade CB-43-5, obtidos de 2 sistemas de plantio nos dois primeiros cortes (cana planta e cana soca).

SISTEMAS DE PLANTIO	C O R T E S	
	Cana Planta	Cana Soca
Sulcos Simples	92,9	84,5
	128,6	86,7
	121,7	84,5
	122,8	77,0
	118,1	88,1
	115,7	82,4
	121,4	84,0
	126,9	88,8
	118,1	85,7
	122,4	78,8
Sulcos Duplos	122,5	84,5
	110,0	85,0
	115,0	85,5
	125,0	88,0
	105,0	86,7
	110,0	80,7
	115,0	88,3
	105,0	89,3
	108,5	94,3
	118,3	90,0

FONTE: Superintendência Geral do PLANALSUCAR em Piracicaba (SP).

Obs.: Espaçamento entre sulcos simples: 1,40 m.

Espaçamento entre sulcos duplos: 0,60 m x 1,40 m.