A ANÁLISE HARMÔNICA NO ESTUDO DAS PRECIPITAÇÕES PLUVIAIS NO MUNICÍPIO DE BANDEIRANTES, PR.

MARIA APPARECIDA VALÉRIO FELTRIN
Engenheira-Agrônoma

Orientador: Prof. Dr. Humberto de Campos

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Estatística e Experimentação Agronômica.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Junho, 1980

A meus pais,

A meu irmão,

A meu esposo.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Humberto de Campos, pela orientação precisa e segura.

Ao Dr. F. Pimentel Gomes, pelo estímulo e amizade.

Ao Dr. Izaias Rangel Nogueira, pelo incentivo e sabedoria.

Aos demais Professores do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pelos ensinamentos e dedicação.

Aos Funcionários do Departamento de Matemática e Estatística, pela colaboração e convivência.

À Família Kimura, pelo acesso aos dados de propriedade da Fazenda Nomura.

À colega Leda Maria do Amaral Gurgel Garrido, pelo companheirismo em todas as horas.

Ao amigo Carlos Monteiro, pelas sugestões e apoios recebidos.

A todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a execução deste trabalho.

Í N D I C E

	Pág.
1. RESUMO	1
2. INTRODUÇÃO	4
3. REVISÃO DE LITERATURA	7
4. MATERIAL E MÉTODOS	11
4.1 - Material	11
4.2 - Método	11
4.2.1 - Desenvolvimento teórico	12
4.2.2 - Modelo matemático	15
4.2.3 - Estimativa dos parâmetros, suas variâncias e covariâncias	20
4.2.4 - Transformação de dados	29
4.2.5 - Análise de variância	30
4.2.5.1 - Teste de normalidade	30
4.2.5.2 - Quadros de análise de variância ..	32
4.2.6 - Intervalo de confiança para os parâmetros es- timados	37
4.2.7 - Equação de regressão	37
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
5.1 - Estimativa das Precipitações Mensais Para o Período Anual (Janeiro a Dezembro)	40
5.1.1 - Modelo matemático	40
5.1.2 - Estimativa dos parâmetros	41

	Pág.
5.1.3 - Análise de variância	42
5.1.3.1 - Teste de normalidade	42
5.1.3.2 - Quadros de análise de variância ..	43
5.1.4 - Variâncias dos parâmetros estimados	48
5.1.5 - Intervalos de confiança	48
5.1.6 - Equação de regressão	49
5.1.7 - Representação gráfica	51
5.2 - Estimativa das Precipitações Mensais para o Período Seco (Abril a Setembro)	56
5.2.1 - Modelo matemático	56
5.2.2 - Estimativa dos parâmetros	57
5.2.3 - Análise de variância	58
5.2.3.1 - Teste de normalidade	58
5.2.3.2 - Quadros de análise de variância ..	59
5.2.4 - Variâncias dos parâmetros estimados	62
5.2.5 - Intervalos de confiança	63
5.2.6 - Equação de regressão	64
5.2.7 - Representação gráfica	65
5.3 - Estimativa das Precipitações Mensais para o Período Chuvoso (Outubro a Março)	69
5.3.1 - Modelo matemático	69
5.3.2 - Estimativa dos parâmetros	70

	Pág.
5.3.3 - Análise de variância	71
5.3.3.1 - Teste de normalidade	71
5.3.3.2 - Quadros de análise de variância ..	72
5.3.4 - Variâncias dos parâmetros estimados	74
5.3.5 - Intervalos de confiança	74
5.3.6 - Equação de regressão	75
5.3.7 - Representação gráfica	76
6. CONCLUSÕES	81
7. SUMMARY	84
8. BIBLIOGRAFIA	86
9. APÊNDICES	89

1. RESUMO

No presente trabalho foi aplicada a análise harmônica aos valores mensais, de chuvas, referentes ao Município de Bandeirantes (PR), num período de 48 anos (1930 a 1977).

Os dados originais, em milímetros, foram ajustados a meses de trinta dias e, posteriormente, foram transformados para $Y = \sqrt{X}$.

Foram determinados os componentes harmônicos do elemento climático analisado, para três casos distintos: período anual, período seco e período chuvoso.

A estabilidade destes componentes harmônicos foi verificada, através da análise de variância, para cada um dos três casos, após a verificação da normalidade dos componentes envolvidos na análise.

Estabeleceram-se os intervalos de confiança para os contrastes ortogonais e para as amplitudes dos componentes harmônicos considerados e determinaram-se as equações de regressão para os três casos estudados, com os seguintes resultados:

a) Período anual (janeiro a dezembro):

$$\hat{Y}_t = 9,77 + 3,360495 \operatorname{sen} (30 t + 70,590522)^\circ + \\ + 0,252515 \operatorname{sen} (60 t + 60,704294)^\circ + \\ + 1,171624 \operatorname{sen} (90 t + 281,983787)^\circ$$

$$t = 1, 2, 3, \dots, 12$$

$\hat{Y}_t$ é a estimativa da raiz quadrada da precipitação em milímetros, para o mês t .

b) Período seco (abril a setembro):

$$\hat{Y}_t = 7,44 + 0,882221 \operatorname{sen} (60 t + 8,327296)^\circ + \\ + 1,065809 \operatorname{sen} (120 t + 73,821315)^\circ$$

$$t = 1, 2, \dots, 6$$

c) Período chuvoso (outubro a março):

$$\hat{Y}_t = 12,10 + 1,255940 \operatorname{sen} (60 t + 206,899439)^\circ + \\ + 0,675725 \operatorname{sen} (120 t + 295,448617)^\circ + \\ + 0,411450 \operatorname{sen} (180 t + 270)^\circ$$

$$t = 1, 2, \dots, 6$$

As principais conclusões obtidas, foram:

a) Bandeirantes apresenta um período seco (abril a setembro) e um período chuvoso (outubro a março) bem definidos, sendo este o responsável por 69,40% da precipitação anual.

b) Para o período anual, o modelo ora determinado explica 98,02% das variações devidas a meses, e estima-se um máximo de chuvas durante o mês de janeiro, e um mínimo, durante o mês de agosto.

c) Para o período seco, a equação de regressão estimada explica 99,54% das variações devidas a meses e estima-se um mínimo de chuvas para o mês de agosto.

d) Para o período chuvoso, a equação de regressão estimada explica 100% das variações devidas a meses e estima-se um máximo de chuvas durante o mês de janeiro.

2. INTRODUÇÃO

Dia a dia, maior se torna a preocupação do Homem com os fatores responsáveis pela produtividade agrícola. A escassez dos produtos agrícolas, associada a fatores tais como o crescimento populacional, a perda de produção devida à incidência de pragas, doenças e intempéries, tem sido motivo de constantes pesquisas em busca de novas técnicas que aumentem o rendimento por área plantada e garantam colheitas abundantes.

A crise do petróleo, fez com que os olhos da tecnologia se voltassem para fontes energéticas outras, principalmente as renováveis, como o álcool, extraído dos vegetais, que, segundo Buckminster Fuller, é a estrutura básica dos combustíveis e demais derivados do petróleo.

Dentre os muitos problemas enfrentados pelos agricul

tores e técnicos, no processo de produção, encontra-se a principal fonte de água para a agricultura: as chuvas.

Estas, apresentando uma distribuição desuniforme, ora com grandes períodos de estiagem, ora com consideráveis aguaceiros de curta duração que superam a capacidade de retenção de água pelo solo, têm comprometido o desenvolvimento, a colheita, a industrialização, o armazenamento e a distribuição da produção agrícola, bem como a preservação dos recursos naturais.

Embora o termo "precipitação" tenha uma abrangência muito maior, no presente trabalho, será empregado com referência, apenas, ao elemento chuva.

Através de previsões das precipitações mensais para cada local, pode se montar um esquema de suprimento nos períodos de estiagem, por meios de planos de irrigação e captação, e, nos períodos de chuvas excessivas, por meio de dispositivos de drenagem, açudes e barragens.

Em Bandeirantes (PR), embora as alturas pluviométricas diárias venham sendo tomadas desde 1930, não existe nenhum estudo feito a este respeito.

O presente trabalho visa, através de um estudo a respeito das precipitações naquele Município, a auxiliar os responsáveis técnicos pelo planejamento e engenharia rural, no sentido de se obter um aproveitamento mais racional da água na agricultura.

Admitindo a precipitação mensal um fenômeno cíclico,

aconselha-se o emprego da análise harmônica em seu estudo. Desta forma, pretende-se a obtenção de equações interpretativas do fenômeno, para os períodos anual, chuvoso e seco.

3. REVISÃO DE LITERATURA

CONRAD e POLLAK (1950) utilizaram a análise harmônica no estudo de fenômenos climáticos que apresentam tendência periódica. Apresentaram a marcha do método e exemplificaram através da análise de um fenômeno com curso anual e de outro com curso diário.

BLISS (1958) utilizou a regressão periódica no estudo de fenômenos biológicos e climatológicos que apresentam tendência cíclica, não sendo, por isso, explicados pela regressão polinomial. Comprovou que, se os dados de observação mudam simetricamente durante o ciclo, o fenômeno pode ser explicado pela curva da função seno. Nos casos em que a mudança dos dados de observação não é simétrica, o fenômeno pode ser explicado pela síntese de várias curvas senoidais de períodos diferentes.

GODOY *et alii* (1959) apresentaram um trabalho sobre

análise dos totais anuais de alturas pluviométricas em Campinas(SP) durante 57 anos. Para que as observações pudessem ser analisadas, procuraram uma transformação adequada, concluindo que $y = \log(x+5)$ era a que melhor se ajustava para o caso em questão.

AMARAL (1968) estimou as precipitações mensais de Pelotas (RS) para um período de 52 anos (1900 a 1951). Testou a estabilidade dos componentes harmônicos pelo método da análise de variância e concluiu serem significativas as ondas anual, semestral e quadrimestral. Através do teste de complexidade verificou serem estas três ondas responsáveis por 91,2% da variação das precipitações médias mensais.

Aplicando o mesmo método na estimativa das precipitações mensais de Morro Velho (MG), no período de 1855 a 1951, aquele autor discutiu o problema de transformação dos dados de observação e concluiu ser a onda anual responsável por 99,3% da variação entre médias mensais.

ANDERSON (1971) apresentou a teoria sobre funções com tendência cíclica, através de estudo matricial detalhado da análise harmônica, para cálculo dos componentes de regressão.

DUARTE (1974) estabeleceu a curva epidemiológica da Ferrugem do Cafeeiro na Zona da Mata (MG) utilizando a análise harmônica. Verificou que os dados são explicados pela curva do seno, apresentando um máximo de infecção em junho e um mínimo, em dezembro.

THIEBAUT (1976) estimou as precipitações médias mensais em Viçosa (MG) baseando-se em dados de cinquenta anos (1924-1973). Obteve três equações de regressão para os seguintes períodos: período seco (abril a setembro), período chuvoso (outubro a março) e período anual (janeiro a dezembro). Verificou a estabilidade dos componentes harmônicos através da análise de variância e determinou os intervalos de confiança dos contrastes ortogonais envolvidos. Concluiu que, da variação total devida a meses, a onda semestral responde por 91,96% no período chuvoso e por 82,58% no período seco, enquanto que, para o período anual, a onda anual foi responsável por 95,02% da variação devida a meses.

SILVA (1977) estimou as precipitações médias pentadais de Pelotas (RS) através da análise harmônica aplicada a dados referentes ao período de 1900 a 1951. Submeteu os dados originais à transformação $\sqrt[3]{x}$ para posteriormente analisá-los. Sugere que esta transformação seja adotada universalmente para trabalhos em que se utilizem dados de precipitações pluviais.

Pelo teste de estabilidade concluiu serem significativas as ondas semestral, quadrimestral e a 35ª harmônica. Através do teste de completicidade observou que 40,09% da variação entre as precipitações pluviais pentadais é explicada por estas ondas.

PEREIRA (1978) aplicou a Regressão Periódica aos valores das alturas pluviométricas mensais no Município de Grajaú (MA) para um período de 45 anos. Visando a uniformização das variâncias

dos dados, empregou a transformação $y = \log (x+35)$ e determinou a equação de regressão, a partir dos dados transformados, que explica 99,75% das precipitações mensais.

4. MATERIAL E MÉTODOS

4.1 - Material

Os dados de alturas pluviais mensais, em milímetros, foram fornecidos pelo Setor de Meteorologia da Fazenda Nomura, situada no Município de Bandeirantes (PR).

O pluviômetro usado na obtenção dos dados é do tipo "Ville de Paris", instalado a 440 m de altitude, latitude $23^{\circ}15'S$ e longitude $50^{\circ}23'W$.

As observações referem-se ao período de 1930 a 1977, num total de quarenta e oito anos.

4.2 - Método

A metodologia usada na análise harmônica baseia-se nas funções trigonométricas seno e cosseno, sendo desenvolvida pela álgebra matricial.

4.2.1 - Desenvolvimento teórico

Uma função $f(t)$ é periódica de período $T > 0$, se, para todo t , ocorrer

$$f(t \pm T) = f(t)$$

ou ainda,

$$f(t \pm nT) = f(t) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

As funções trigonométricas $\sin t$ e $\cos t$ são funções periódicas, de período $T = 360^\circ$, ou seja:

$$\sin(t \pm n 360^\circ) = \sin t$$

$$\cos(t \pm n 360^\circ) = \cos t \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

A função, representada pela série trigonométrica de FOURIER,

$$f(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \sin(j\theta t + A_j) \quad (1)$$

é periódica, de período T , onde $\theta = \frac{360^\circ}{T}$, sendo θ chamado frequência angular.

Desenvolvendo-se (1), tem-se:

$$\begin{aligned} f(t) = & a_0 + a_1 \sin(\theta t + A_1) + a_2 \sin(2\theta t + A_2) + \dots + \\ & + a_j \sin(j\theta t + A_j) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Budak e Fomin (1973), citados por PEREIRA (1978), consideram esta função uma soma de componentes senoidais com frequências distintas, e sendo T um período comum a todos os componentes.

O componente senoidal com frequência angular $\theta_j = j\theta$ é o j -ésimo harmônico da função periódica. O primeiro harmônico, também chamado onda fundamental, tem o mesmo período e a mesma frequência que a função.

Os coeficientes a_j ($a_j > 0$) e A_j ($0^\circ < A_j < 360^\circ$) são denominados respectivamente, amplitude harmônica e ângulo fase.

Desenvolvendo o seno da soma para cada um dos harmônicos em (2), tem-se:

$$\begin{aligned} f(t) = & a_0 + a_1 (\sin \theta t \cos A_1 + \sin A_1 \cos \theta t) + \\ & + a_2 (\sin 2\theta t \cos A_2 + \sin A_2 \cos 2\theta t) + \dots + \\ & + a_j (\sin j\theta t \cos A_j + \sin A_j \cos j\theta t) + \dots \quad (3) \end{aligned}$$

Fazendo

$$\begin{array}{ll} a_1 \sin A_1 = p_1 & a_1 \cos A_1 = q_1 \\ a_2 \sin A_2 = p_2 & a_2 \cos A_2 = q_2 \\ \dots & \dots \\ a_j \sin A_j = p_j & a_j \cos A_j = q_j \\ \dots & \dots \end{array}$$

e substituindo-se estes valores em (3), tem-se:

$$\begin{aligned} f(t) = & a_0 + q_1 \sin \theta t + p_1 \cos \theta t + \\ & + q_2 \sin 2\theta t + p_2 \cos 2\theta t + \dots + \\ & + q_j \sin j\theta t + p_j \cos j\theta t + \dots \quad (4) \end{aligned}$$

Para o j -ésimo harmônico, tem-se:

$$p_j = a_j \operatorname{sen} A_j \quad \text{e} \quad q_j = a_j \cos A_j \quad ,$$

portanto,

$$a_j^2 = p_j^2 + q_j^2 \quad (5)$$

$$\frac{p_j}{q_j} = \operatorname{tg} A_j \quad (6)$$

ou ainda:

$$a_j = \sqrt{p_j^2 + q_j^2} \quad (7)$$

$$A_j = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{p_j}{q_j} \right) \quad (8)$$

Os parâmetros p_j , q_j , a_j e A_j são representados graficamente na Figura 1.

Figura 1 - Parâmetros do j -ésimo harmônico.

O quadrante ao qual pertence o arco A_j é determinado pelos sinais dos parâmetros p_j e q_j , segundo (6), conforme descrito abaixo:

Sinal do parâmetro p_j	Sinal do parâmetro q_j	Quadrante a que pertence o arco A_j
+	+	1º
+	-	2º
-	-	3º
-	+	4º

4.2.2 - Modelo matemático

Seja Y_t a precipitação mensal observada para $t = 1, 2, \dots, T$, onde t representa os meses em que foram tomadas as medidas, e T é o comprimento do período a ser estudado.

O modelo a ser utilizado, oriundo da série de Fourier, é:

$$Y_t = a_0 + \sum_{j=1}^k a_j \sin(j\theta t + A_j) + e_t \quad (9)$$

onde: a_0 = média geral $\bar{Y}$;

k = maior inteiro que não supera $T/2$;

a_j = amplitude do j -ésimo componente harmônico;

A_j = ângulo fase do j -ésimo componente harmônico;

e_t = efeito residual referente a t-ésima observação,

$$e_t \sim N(0; \sigma^2) .$$

Desenvolvendo o seno da soma em (9), obtém-se:

$$Y_t = a_0 + \sum_{j=1}^k (a_j \sin A_j \cos j\theta t + a_j \cos A_j \sin j\theta t) + e_t \quad (10)$$

Fazendo-se em (10),

$$p_j = a_j \sin A_j \quad (11)$$

$$q_j = a_j \cos A_j \quad (12)$$

$$y_t = Y_t - a_0 \quad (13)$$

de tal modo que

$$a_j = \left| \sqrt{p_j^2 + q_j^2} \right| , \quad p/j=1,2,\dots,(k-1) \quad (14)$$

$$a_k = \left| \sqrt{p_k^2 + q_k^2} \right| \quad (15)$$

para o caso de T ímpar, e

$$a_k = \left| \sqrt{p_k^2} \right| = \left| p_k \right| \quad (16)$$

para o caso de T par

$$A_j = \arctg \left(\frac{p_j}{q_j} \right) \quad (17)$$

o modelo matemático passa a ser apresentado sob a forma,

$$y_t = \sum_{j=1}^k (p_j \cos j\theta t + q_j \sin j\theta t) + e_t \quad (18)$$

para o caso de T ímpar, e

$$y_t = \sum_{j=1}^{k-1} (p_j \cos j\theta t + q_j \sin j\theta t) + p_k \cos k\theta t + e_t \quad (19)$$

para o caso de T par.

Ou, ainda,

$$\begin{aligned} y_t = & p_1 \cos \theta t + p_2 \cos 2\theta t + \dots + p_k \cos k\theta t + \\ & + q_1 \sin \theta t + q_2 \sin 2\theta t + \dots + \\ & + q_k \sin k\theta t + e_t \end{aligned} \quad (20)$$

para o caso de T ímpar, e

$$\begin{aligned} y_t = & p_1 \cos \theta t + p_2 \cos 2\theta t + \dots + p_{(k-1)} \cos (k-1) \theta t + \\ & + p_k \cos k\theta t + q_1 \sin \theta t + q_2 \sin 2\theta t + \\ & + \dots + q_{(k-1)} \sin (k-1) \theta t + e_t \end{aligned} \quad (21)$$

para o caso de T par.

O sistema de equações pode ser representado matricialmente por:

$$Y = X \beta + \epsilon$$

onde: $[Y]$ = vetor das observações y_t ;

$[X]$ = matriz dos coeficientes;

$[\beta]$ = vetor dos parâmetros p_j e q_j ;

$[\epsilon]$ = vetor dos erros aleatórios.

Assim:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \cos \theta & \dots & \cos k\theta & \sin \theta & \dots & \sin k\theta \\ \cos 2\theta & \dots & \cos 2k\theta & \sin 2\theta & \dots & \sin 2k\theta \\ \cos 3\theta & \dots & \cos 3k\theta & \sin 3\theta & \dots & \sin 3k\theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos T\theta & \dots & \cos Tk\theta & \sin T\theta & \dots & \sin Tk\theta \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar, e,

$$X = \begin{bmatrix} \cos \theta & \dots & \cos k\theta & \sin \theta & \dots & \sin (k-1)\theta \\ \cos 2\theta & \dots & \cos 2k\theta & \sin 2\theta & \dots & \sin 2(k-1)\theta \\ \cos 3\theta & \dots & \cos 3k\theta & \sin 3\theta & \dots & \sin 3(k-1)\theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos T\theta & \dots & \cos Tk\theta & \sin T\theta & \dots & \sin T(k-1)\theta \end{bmatrix}$$

quando T é par.

$$\beta = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_k \\ q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_k \end{bmatrix} \quad \text{quando } T \text{ é ímpar;}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_k \\ q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{(k-1)} \end{bmatrix} \quad \text{quando } T \text{ é par;}$$

$$\epsilon = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \vdots \\ e_T \end{bmatrix}$$

4.2.3 - Estimativa dos parâmetros, suas variâncias e covariâncias

Através do método dos quadrados mínimos, chega-se à solução do sistema de equações, obtendo-se

$$\hat{\beta} = S^{-1} X'Y ,$$

onde a matriz S é não-singular, resultante da multiplicação da transposta da matriz X pela própria matriz X , obtendo-se:

$$S = X'X = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T \cos^2 \theta_t & \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \cos 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \cos k\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \sin \theta_t & \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \sin 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \sin k\theta_t \\ \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \cos 2\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos^2 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \cos k\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \sin \theta_t & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \sin 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \sin k\theta_t \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \cos k\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \cos k\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos^2 k\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos k\theta_t \sin \theta_t & \sum_{t=1}^T \cos k\theta_t \sin 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos k\theta_t \sin k\theta_t \\ \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \sin \theta_t & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \sin \theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos k\theta_t \sin \theta_t & \sum_{t=1}^T \sin^2 \theta_t & \sum_{t=1}^T \sin \theta_t \sin 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \sin \theta_t \sin k\theta_t \\ \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \sin 2\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \sin 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos k\theta_t \sin 2\theta_t & \sum_{t=1}^T \sin \theta_t \sin 2\theta_t & \sum_{t=1}^T \sin^2 2\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \sin 2\theta_t \sin k\theta_t \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{t=1}^T \cos \theta_t \sin k\theta_t & \sum_{t=1}^T \cos 2\theta_t \sin k\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \cos k\theta_t \sin k\theta_t & \sum_{t=1}^T \sin \theta_t \sin k\theta_t & \sum_{t=1}^T \sin 2\theta_t \sin k\theta_t & \dots & \sum_{t=1}^T \sin^2 k\theta_t \end{bmatrix}$$

quanto T é par.

ANDERSON (1971) através das fórmulas de Euler,

$$\cos \theta = \frac{1}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta}) ,$$

$$\operatorname{sen} \theta = \frac{1}{2i} (e^{i\theta} - e^{-i\theta}) ,$$

e,

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta ,$$

comprova que:

$$\sum_{t=1}^T \cos^2 j\theta t = \frac{T}{2} , \quad \text{para } j=1,2,\dots,(k-1) ,$$

$$\sum_{t=1}^T \cos^2 k\theta t = \frac{T}{2} , \quad \text{quando } T \text{ é ímpar, e}$$

$$\sum_{t=1}^T \cos^2 k\theta t = T , \quad \text{quando } T \text{ é par}$$

$$\sum_{t=1}^T \operatorname{sen}^2 j\theta t = \frac{T}{2} , \quad \text{para } j=1,2,\dots,K$$

$$\sum_{t=1}^T \cos j\theta t \operatorname{sen} i\theta t = 0 , \quad \text{para } \begin{cases} j=1,2,\dots,K \\ i=1,2,\dots,K \end{cases}$$

$$\sum_{t=1}^T \cos j\theta t \cos i\theta t = 0 , \quad \text{para } j \neq i \begin{cases} j=1,2,\dots,K \\ i=1,2,\dots,K \end{cases}$$

$$\sum_{t=1}^T \operatorname{sen} j\theta t \operatorname{sen} i\theta t = 0 , \quad \text{para } j \neq i \begin{cases} j=1,2,\dots,K \\ i=1,2,\dots,K \end{cases}$$

Desta forma, a matriz S pode ser escrita:

$$S = \begin{bmatrix} T/2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T/2 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & T/2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & T/2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & T/2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & T/2 \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar, e

$$S = \begin{bmatrix} T/2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & T/2 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & T & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & T/2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & T/2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & T/2 \end{bmatrix}$$

quando T é par.

A matriz $X'Y$ resulta em:

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T y_t \cos \theta t \\ \sum_{t=1}^T y_t \cos 2\theta t \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^T y_t \cos k\theta t \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin \theta t \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin 2\theta t \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin k\theta t \end{bmatrix}$$

quando T é ímpar, e

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^T y_t \cos \theta t \\ \sum_{t=1}^T y_t \cos 2\theta t \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^T y_t \cos k\theta t \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin \theta t \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin 2\theta t \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^T y_t \sin (k-1) \theta t \end{bmatrix}$$

quando T é par.

As estimativas dos parâmetros p_j e q_j , através da matriz $\hat{\beta}$, são:

$$\hat{p}_1 = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos \theta t$$

$$\hat{p}_2 = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos 2\theta t$$

$$\vdots$$

$$\hat{p}_k = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos k\theta t \quad , \quad \text{quando } T \text{ é ímpar, e}$$

$$\hat{p}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \cos k\theta t \quad , \quad \text{quando } T \text{ é par.}$$

$$\hat{q}_1 = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \sin \theta t$$

$$\hat{q}_2 = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \sin 2\theta t$$

$$\vdots$$

$$\hat{q}_{(k-1)} = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \sin (k-1) \theta t$$

$$\hat{q}_k = \frac{2}{T} \sum_{t=1}^T y_t \sin k\theta t \quad .$$

As variâncias e covariâncias dos parâmetros estimados são obtidas na matriz de dispersão $D = S^{-1} \sigma^2$, sendo:

$$V(\hat{p}_j) = \frac{2\sigma^2}{T} \quad \text{para } j=1,2,\dots,(k-1) \quad (22)$$

$$V(\hat{p}_k) = \frac{2\sigma^2}{T} \quad \text{quando } T \text{ é ímpar, e} \quad (23)$$

$$V(\hat{p}_k) = \frac{\sigma^2}{T} \quad \text{quando } T \text{ é par} \quad (24)$$

$$V(\hat{q}_j) = \frac{2\sigma^2}{T} \quad \text{para } j=1,2,\dots,k \quad (25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{COV}(\hat{p}_j, \hat{p}_i) = 0 \\ \text{COV}(\hat{q}_j, \hat{q}_i) = 0 \end{array} \right\} \quad \text{para } i \neq j \quad \left\{ \begin{array}{l} i=1,2,\dots,k \\ j=1,2,\dots,k \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\quad \quad \quad (27)$$

$$\text{COV}(\hat{p}_j, \hat{q}_i) = 0 \quad \text{para } \left\{ \begin{array}{l} i=1,2,\dots,k \\ j=1,2,\dots,k \end{array} \right. \quad (28)$$

Como as covariâncias são todas nulas, conclui-se que os parâmetros estimados são independentes.

Será também de interesse determinar as variâncias das estimativas das amplitudes dos componentes harmônicos (a_j).

Devido a complexidade existente para a determinação exata destas variâncias, foi utilizado o processo de diferenciação, para a obtenção de seus valores aproximados.

Se $\hat{a}_j = |\sqrt{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2}|$, da equação (14), e conhecendo-se as variâncias e covariâncias de $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$, equações (22) a (28),

$$\begin{aligned}
d(\hat{a}_j) &= \frac{2\hat{p}_j}{2\sqrt{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2}} d\hat{p}_j + \frac{2\hat{q}_j}{2\sqrt{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2}} d\hat{q}_j \\
[d(\hat{a}_j)]^2 &= \frac{\hat{p}_j^2}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} (d\hat{p}_j)^2 + \frac{\hat{q}_j^2}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} (d\hat{q}_j)^2 + \\
&\quad + \frac{2\hat{p}_j\hat{q}_j}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} (d\hat{p}_j)(d\hat{q}_j) \\
v(\hat{a}_j) &\approx \frac{\hat{p}_j^2}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} v(\hat{p}_j) + \frac{\hat{q}_j^2}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} v(\hat{q}_j) + \\
&\quad + \frac{2\hat{p}_j\hat{q}_j}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} \text{COV}(\hat{p}_j, \hat{q}_j) .
\end{aligned}$$

Como $\text{COV}(\hat{p}_j, \hat{q}_j) = 0$, equação (28),

$$v(\hat{a}_j) \approx \frac{\hat{p}_j^2}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} v(\hat{p}_j) + \frac{\hat{q}_j^2}{\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2} v(\hat{q}_j) \quad (29)$$

Como pelas equações (22) a (25),

$$v(\hat{p}_j) = v(\hat{q}_j) = \frac{2\sigma^2}{T} \quad , \quad \text{para } j=1,2,\dots,(k-1)$$

$$v(\hat{p}_k) = v(\hat{q}_k) = \frac{2\sigma^2}{T} \quad , \quad \text{quando } T \text{ é ímpar, e}$$

$$v(\hat{p}_k) = \frac{\sigma^2}{T} \quad , \quad \text{quando } T \text{ é par,}$$

chega-se, através de (29), a:

$$V(\hat{a}_j) \approx \frac{2\sigma^2}{T} \quad , \quad j=1,2,\dots,(k-1) \quad (30)$$

$$V(\hat{a}_k) \approx \frac{2\sigma^2}{T} \quad , \quad \text{quando } T \text{ é ímpar, e} \quad (31)$$

$$V(\hat{a}_k) \approx \frac{\sigma^2}{T} \quad , \quad \text{quando } T \text{ é par} \quad (32)$$

A $V(\hat{a}_j)$ coincide sempre com $V(\hat{p}_j)$ ($j=1,2,\dots,k$), pelo método aproximado adotado.

4.2.4 - Transformação dos Dados

Uma das exigências do modelo matemático e dos testes de significância é que os erros aleatórios tenham distribuição normal.

Quando isto não ocorre, há necessidade de se fazer a aproximação normal através de transformação nos dados.

AMARAL (1968) aconselha uma transformação baseada na fórmula $\sigma_x = \beta x^a$, onde os valores $\underline{a}$ e $\underline{\beta}$ podem ser determinados para cada grupo de observações, sendo x a média de precipitação mensal num período de N anos e σ_x o desvio padrão das observações utilizadas para o cálculo desta média. Determinado o valor de $\underline{a}$, aconselha a transformação $y = x^{(1-a)}$.

SILVA (1977) sugere a padronização da transformação para dados de precipitação, através da fórmula $y = \sqrt[3]{x}$.

No presente caso, utilizar-se-á uma transformação do

tipo $y = x^{1/c}$, procurando o valor mais adequado para $\underline{c}$, em função do teste de normalidade dos dados.

4.2.5 - Análise de Variância

Considerando-se que as observações mensais foram repetidas durante N períodos ou anos, aconselha-se o emprego da análise de variância para testar a estabilidade dos componentes harmônicos no decorrer dos N períodos estudados.

4.2.5.1 - Teste de normalidade

Para que a análise de variância possa ser aplicada aos contrastes, há necessidade de testarmos a normalidade dos mesmos, visando atender a uma das exigências do teste F.

AMARAL (1968) e THIEBAUT (1976) aconselham que isto seja feito através do teste de normalidade, para grandes amostras, apresentado por Fisher em 1941, no qual se comparam as medidas de assimetria (g_1) e curtose (g_2) dos contrastes, com as respectivas medidas de assimetria ($g_1 = 0$) e curtose ($g_2 = 0$) da distribuição normal, através do teste t .

As estatísticas g_1 e g_2 são estimadas através das fórmulas:

$$\hat{g}_1 = \frac{W_3^2}{W_2^3} \quad , \quad (33)$$

$$\hat{g}_2 = \frac{W_4}{W_2^2} \quad (34)$$

nas quais, para o contraste p_1 , por exemplo, tem-se:

$$W_2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\bar{p}_{1i} - \bar{p}_1)^2}{(N-1)} \quad (35)$$

$$W_3 = \frac{N \sum_{i=1}^N (\bar{p}_{1i} - \bar{p}_1)^3}{(N-1)(N-2)} \quad (36)$$

$$W_4 = \frac{N}{(N-1)(N-2)(N-3)} \left\{ \begin{aligned} & (N+1) \sum_{i=1}^N (\hat{p}_{1i} - \bar{p}_1)^4 - \\ & - \frac{3(N-1)}{N} \left[\sum_{i=1}^N (\hat{p}_{1i} - \bar{p}_1)^2 \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Segundo aquele autor, g_1 e g_2 têm distribuição normal de média zero e desvios padrões dados por

$$s(\hat{g}_1) = \sqrt{\frac{6N(N-1)}{(N-2)(N+1)(N+3)}} \quad (38)$$

$$s(\hat{g}_2) = \sqrt{\frac{24N(N-1)^2}{(N-3)(N-2)(N+3)(N+5)}} \quad (39)$$

A distribuição de cada contraste será considerada como aproximadamente normal se a um nível α de significância os valores de t calculados não superarem os da tabela, com $N-1$ graus de liberdade, comprovando-se as seguintes hipóteses de nulidade:

$$H_0: g_1 = 0$$

$$H_1: g_1 \neq 0$$

$$H_0: g_2 = 0$$

$$H_1: g_2 \neq 0$$

$$t_1 = \frac{\hat{g}_1}{s(\hat{g}_1)} \quad (40)$$

$$t_2 = \frac{\hat{g}_2}{s(\hat{g}_2)} \quad (41)$$

4.2.5.2 - Quadros de análise de variância

Comprovada a normalidade dos contrastes, pode-se, então, aplicar a análise de variância, utilizando-se o teste F.

De acordo com BLISS (1958), AMARAL (1968) e PEREIRA (1978), a análise de variância para o presente caso, assemelha-se ao modelo empregado para blocos ao acaso, usando-se, para cada componente harmônico, uma variância residual específica, relativa à variação apresentada no decorrer dos anos, conforme mostram as Tabelas 1 e 2.

Devido ao emprego de um resíduo específico para cada contraste, as estimativas das variâncias para as amplitudes estimadas deverão ser calculadas através da equação (29) em 4.2.3, pois, neste caso, não teremos necessariamente $\hat{V}(\hat{p}_j) = \hat{V}(\hat{q}_j)$.

Segundo AMARAL (1968) deve-se aplicar a análise de variância, não apenas aos contrastes, mas também a cada amplitude dos componentes harmônicos, através da junção dos contrastes que a compõe, desde que as variâncias residuais destes contrastes sejam

homogêneas. A junção acima citada, encontra-se representada nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 1 - Análise de variância dos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$, para o caso de T ímpar.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.
Contraste $\hat{p}_1$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{1i})^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{p}_1^2 = P_1$
Contraste $\hat{q}_1$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{1i})^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{q}_1^2 = Q_1$
Contraste $\hat{p}_2$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{2i})^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{p}_2^2 = P_2$
...	...	...
Contraste $\hat{p}_k$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{ki})^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{p}_k^2 = P_k$
Contraste $\hat{q}_k$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{ki})^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{q}_k^2 = Q_k$
Regressão	T-1=2K	$\frac{T}{2} \left[\sum_{j=1}^k (\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2) \right] = \sum_{j=1}^k (P_j + Q_j)$
Anos	N-1	$\frac{1}{T} \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T y_{ti} \right)^2 \right]$
Anos x $\hat{p}_1$	N-1	$\frac{T}{2} \left(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{1i}^2 \right) - P_1$
Anos x $\hat{q}_1$	N-1	$\frac{T}{2} \left(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{1i}^2 \right) - Q_1$
...	...	...
Anos x $\hat{p}_k$	N-1	$\frac{T}{2} \left(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{ki}^2 \right) - P_k$
Anos x $\hat{q}_k$	N-1	$\frac{T}{2} \left(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{ki}^2 \right) - Q_k$
Total	NT-1	$\sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N y_{ti}^2$

Tabela 2 - Análise de variância dos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$ para o caso de T par.

Causa da Variação	G.L.	S.Q.
Contraste $\hat{p}_1$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{1i} \right)^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{p}_1^2 = p_1$
Contraste $\hat{q}_1$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{1i} \right)^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{q}_1^2 = q_1$
...	...	...
Contraste $\hat{p}_{k-1}$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{(k-1)i} \right)^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{p}_{k-1}^2 = p_{k-1}$
Contraste $\hat{q}_{k-1}$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{(k-1)i} \right)^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{q}_{k-1}^2 = q_{k-1}$
Contraste $\hat{p}_k$	1	$\frac{T}{2} \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{ki} \right)^2}{N} \right] = \frac{T}{2} \hat{p}_k^2 = p_k$
Regressão	T-1	$\frac{T}{2} \left[\sum_{j=1}^{k-1} (\hat{p}_j^2 + \hat{q}_j^2) \right] + \frac{T}{2} \hat{p}_k^2 = \sum_{j=1}^{k-1} (p_j + q_j) + p_k$
Anos	N-1	$\frac{1}{T} \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T y_{ti} \right)^2 \right]$
Anos x $\hat{p}_1$	N-1	$\frac{T}{2} \left(\sum_{i=1}^N \hat{p}_{1i}^2 \right) - p_1$
Anos x $\hat{q}_1$	N-1	$\frac{T}{2} \left(\sum_{i=1}^N \hat{q}_{1i}^2 \right) - q_1$
...	...	...
Anos x $\hat{p}_{k-1}$	N-1	$\frac{T}{2} \left[\sum_{i=1}^N \hat{p}_{(k-1)i}^2 \right] - p_{k-1}$
Anos x $\hat{q}_{k-1}$	N-1	$\frac{T}{2} \left[\sum_{i=1}^N \hat{q}_{(k-1)i}^2 \right] - q_{k-1}$
Anos x $\hat{p}_k$	N-1	$\frac{T}{2} \left[\sum_{i=1}^N \hat{p}_{ki}^2 \right] - p_k$
Total	NT-1	$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{ti}^2$

Tabela 3 - Análise de variância das amplitudes $\hat{a}_j$, para o caso de T ímpar.

Causas da Variação	G.L.	S.Q.
Amplitude $\hat{a}_1$	2	$\hat{P}_1 + \hat{Q}_1$
Amplitude $\hat{a}_2$	2	$\hat{P}_2 + \hat{Q}_2$
...	...	...
Amplitude $\hat{a}_k$	2	$\hat{P}_k + \hat{Q}_k$
Regressão	$T-1=2k$	$\sum_{j=1}^k (\hat{P}_j + \hat{Q}_j)$
Anos	$N-1$	$\frac{1}{T} \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T y_{ti} \right)^2 \right]$
Anos $\times \hat{a}_1$	$2(N-1)$	$\frac{T}{2} \sum_{i=1}^N (\hat{p}_{1i}^2 + \hat{q}_{1i}^2) - (\hat{P}_1 + \hat{Q}_1)$
...	...	...
Anos $\times \hat{a}_k$	$2(N-1)$	$\frac{T}{2} \sum_{i=1}^N (\hat{p}_{ki}^2 + \hat{q}_{ki}^2) - (\hat{P}_k + \hat{Q}_k)$
Total	$NT-1$	$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{ti}^2$

Tabela 4 - Análise de variância das amplitudes $\hat{a}_j$, para o caso de T par.

Causas da Variação	G.L.	S.Q.
Amplitude $\hat{a}_1$	2	$\bar{p} + \bar{q}$
...	...	...
Amplitude $\hat{a}_{(k-1)}$	2	$\bar{p}_{(k-1)} + \bar{q}_{(k-1)}$
Amplitude $\hat{a}_k$	1	$\bar{p}_k$
Regressão	(T-1)	$\left[\sum_{j=1}^{k-1} (\bar{p}_j + \bar{q}_j) \right] + \bar{p}_k$
Anos	(N-1)	$\frac{1}{T} \left[\sum_{i=1}^N \left(\sum_{t=1}^T y_{ti} \right)^2 \right]$
Anos $\times \hat{a}_1$	2(N-1)	$\frac{T}{2} \left[\sum_{i=1}^N (\hat{p}_{1i}^2 + \hat{q}_{1i}^2) \right] - (\bar{p}_1 + \bar{q}_1)$
...	...	...
Anos $\times \hat{a}_{(k-1)}$	2(N-1)	$\frac{T}{2} \sum_{i=1}^N \left[\hat{p}_{(k-1)i}^2 + \hat{q}_{(k-1)i}^2 \right] - \left[\bar{p}_{(k-1)} + \bar{q}_{(k-1)} \right]$
Anos $\times \hat{a}_k$	N-1	$T \sum_{i=1}^N \hat{p}_{ki}^2 - \bar{p}_k$
Total	NT-1	$\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T y_{ti}^2$

4.2.6 - Intervalo de confiança para os parâmetros estimados

De posse das estimativas $\hat{p}_j$, $\hat{q}_j$ e $\hat{a}_j$, e, dos quadrados médios de suas respectivas interações com anos, obtidos na análise de variância (Tabelas 1, 2, 3 e 4), pode-se determinar os intervalos de confiança para os parâmetros.

Para p_j e q_j , o intervalo de confiança é dado por:

$$\hat{p}_j - t \cdot s(\hat{p}_j) \leq p_j \leq \hat{p}_j + t \cdot s(\hat{p}_j) \quad (42)$$

$$\hat{q}_j - t \cdot s(\hat{q}_j) \leq q_j \leq \hat{q}_j + t \cdot s(\hat{q}_j) \quad (43)$$

onde t é obtido na tabela de $\underline{t}$, para o teste bilateral com $N-1$ graus de liberdade, a um determinado nível α de significância.

Para a_j , o intervalo de confiança é dado por:

$$\hat{a}_j - t \cdot s(\hat{a}_j) \leq a_j \leq \hat{a}_j + t \cdot s(\hat{a}_j) \quad (44)$$

onde t é obtido na tabela de $\underline{t}$, para o teste bilateral, a um determinado nível α de significância, com $2(N-1)$ graus de liberdade, exceto no caso de a_k , para T par, quando o número de graus de liberdade será $N-1$.

4.2.7 - Equação de regressão

Determinados os componentes harmônicos significativos, através da análise de variância, pode-se estabelecer a equação de regressão para os dados observados.

Para tanto, serão considerados todos os componentes harmônicos até o último significativo.

Para melhor visualização utiliza-se, ainda, a representação gráfica de cada componente harmônico considerado, e a função resultante do conjunto destes componentes, através de curvas representadas em eixos ortogonais.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A metodologia descrita foi empregada considerando-se três casos distintos: primeiramente, foram estimadas as precipitações mensais para o período anual, de janeiro a dezembro; a seguir, foram estimadas as precipitações mensais apenas para o período seco, de abril a setembro; por último, foram estimadas as precipitações mensais apenas para o período chuvoso, de outubro a março.

Os dados originais de precipitação mensal, em milímetros, utilizados nos três casos, para a série de 48 anos, são encontrados no Apêndice 1, e seu ajuste para meses de trinta dias, no Apêndice 2.

Nos três casos estudados, houve necessidade de se transformar os dados ajustados para meses de trinta dias, conforme citado em 4.2.4, visando-se a homogeneização das variâncias, atra-

vés da fórmula

$$Y = \sqrt{X} = X^{1/2} \quad .$$

Os dados transformados são encontrados no Apêndice 3.

5.1 - Estimativa das Precipitações Mensais Para o Período Anual (janeiro a dezembro)

Foi calculada a média aritmética dos 576 dados constantes do Apêndice 3, cujo valor obtido foi 9,77. A seguir foram obtidos os desvios dos dados em relação à média, desvios estes constantes do Apêndice 4.

5.1.1 - Modelo matemático

Nestas condições, para o período anual, ou seja, para $T = 12$, o modelo matemático oriundo de (21) em 4.2.2, é:

$$\begin{aligned} y_t = & p_1 \cos \theta t + p_2 \cos 2\theta t + p_3 \cos 3\theta t + \\ & + p_4 \cos 4\theta t + p_5 \cos 5\theta t + \\ & + p_6 \cos 6\theta t + q_1 \sin \theta t + \\ & + q_2 \sin 2\theta t + q_3 \sin 3\theta t + \\ & + q_4 \sin 4\theta t + q_5 \sin 5\theta t + e_t \end{aligned} \quad (45)$$

onde:

$$\theta = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

$$t = 1, 2, \dots, 12 \quad .$$

Os componentes harmônicos considerados em (45), têm os seguintes períodos: $T = 12$ meses (para $j = 1$), $\frac{T}{2} = 6$ meses (para $j = 2$), $\frac{T}{3} = 4$ meses (para $j = 3$), $\frac{T}{4} = 3$ meses (para $j = 4$), $\frac{T}{5} = 2,4$ meses (para $j = 5$) e $\frac{T}{6} = 2$ meses (para $j = 6$).

Como para cada mês tem-se $N = 48$ repetições,

$$\begin{aligned}
 y_{ti} = & p_{1i} \cos \theta t + p_{2i} \cos 2\theta t + p_{3i} \cos 3\theta t + \\
 & + p_{4i} \cos 4\theta t + p_{5i} \cos 5\theta t + \\
 & + p_{6i} \cos 6\theta t + q_{1i} \sin \theta t + \\
 & + q_{2i} \sin 2\theta t + q_{3i} \sin 3\theta t + \\
 & + q_{4i} \sin 4\theta t + q_{5i} \sin 5\theta t + e_{ti} \quad (46)
 \end{aligned}$$

Desta forma, a matriz Y terá dimensões $T \times N$, ou seja, 12×48 , sendo encontrada no Apêndice 4, na forma de Y' .

5.1.2 - Estimativa dos parâmetros

Conforme 4.2.3, a solução do sistema de equações, calculada através de computador, resulta numa matriz $\hat{\beta}$, cujas dimensões são 11×48 , contendo todos os $T-1 = 11$ contrastes estimados, para cada um dos $N = 48$ anos.

Os Apêndices 5, 6 e 7 apresentam, respectivamente, as matrizes S^{-1} , X' e $\hat{\beta}'$.

Para efeito de obtenção da equação de regressão referente ao período anual, cada um dos $T-1 = 11$ contrastes foi obtido através da média de seus valores estimados durante os $N = 48$ anos.

Com estes valores médios, foram calculadas as estimativas de a_j e A_j , conforme descrito em 4.2.2, equações (14), (16) e (17).

A Tabela 5 contém as estimativas dos valores dos contrastes (p_j e q_j), bem como dos parâmetros a_j e A_j .

Tabela 5 - Valores estimados de p_j , q_j , a_j e A_j , referentes ao período anual.

j	$\hat{p}_j$	$\hat{q}_j$	$\hat{a}_j$	$\hat{A}_j$
1	3,16951	1,11675	3,360495	70,590522
2	0,22022	0,12356	0,252515	60,704294
3	-1,14609	0,24327	1,171624	281,983787
4	0,20672	0,29366	0,359123	35,143375
5	0,00822	0,11695	0,117239	4,020505
6	0,23884	-	0,238840	90,000000

5.1.3 - Análise de variância

5.1.3.1 - Teste de normalidade

Visando atender às exigências do teste F, empregado na análise de variância, foi aplicado um teste de normalidade aos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$ obtidos para os $N = 48$ anos, conforme descrito em 4.2.5.1.

Os resultados finais dos cálculos, obtidos por computador, são encontrados na Tabela 6.

Tabela 6 - Valores dos coeficientes de assimetria (g_1) e curtose (g_2) e os respectivos valores de t calculados para os contrastes p_j e q_j , dos componentes que farão parte da equação de regressão, para o período anual.

Contrastes	$\hat{g}_1$	$\hat{g}_2$	t_1	t_2
$\hat{p}_1$	0,689551	1,215114	2,009480	1,801778
$\hat{q}_1$	0,574995	1,344591	1,675641	1,993768
$\hat{p}_2$	0,093340	1,062189	0,272010	1,575021
$\hat{q}_2$	0,070757	0,477879	0,206200	0,708602
$\hat{p}_3$	0,465199	0,835950	1,355677	1,239551
$\hat{q}_3$	0,139887	0,556569	0,407658	0,825284

Os desvios padrões de g_1 e g_2 , utilizados no "teste de t", apresentaram os seguintes valores:

$$s(\hat{g}_1) = 0,343149 \quad , \quad s(\hat{g}_2) = 0,674397 \quad .$$

Os valores de t calculados mostraram-se não significativos, o que permite aceitar as hipóteses de nulidade, ou seja: $g_1 = 0$ e $g_2 = 0$.

Neste caso, admite-se que os dados podem ser estudados através da distribuição normal.

5.1.3.2 - Quadros de análise de variância

As Tabelas 7 e 8 apresentam os resultados obtidos nas análises de variância aplicadas aos contrastes p_j e q_j .

Tabela 7 - Análise de variância aplicada aos contrastes p_j e q_j das precipitações mensais em Bandeirantes-PR, para o período anual.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Contraste p_1	1		2893,196936	228,92**
Contraste q_1	1		359,174272	27,64**
Contraste p_2	1		13,967462	1,59
Contraste q_2	1		4,397362	0,40
Contraste p_3	1		378,297995	34,58**
Contraste q_3	1		17,044537	1,73
Contraste p_4	1		12,307373	0,95
Contraste q_4	1		24,837152	3,33
Contraste p_5	1		0,019486	0,002
Contraste q_5	1		3,939189	0,44
Contraste p_6	1		32,859722	3,61
Regressão	{11}	3740,041486		
Anos	47	787,075492	16,746287	1,58**
Anos x p_1	47	594,019072	12,638704	
Anos x q_1	47	610,737278	12,994410	
Anos x p_2	47	412,708864	8,781040	
Anos x q_2	47	521,800898	11,102147	
Anos x p_3	47	514,089781	10,938080	
Anos x q_3	47	462,020147	9,830216	
Anos x p_4	47	606,280699	12,899589	
Anos x q_4	47	350,353066	7,454321	
Anos x p_5	47	566,766098	12,058853	
Anos x q_5	47	419,348427	8,922307	
Anos x p_6	47	428,010898	9,106615	
Resíduo	{517}	{5486,135228}	10,611480	
Total	575	10013,252206		

Tabela 8 - Análise de variância aplicada aos contrastes p_j e q_j das precipitações mensais em Bandeirantes-PR, para o período anual, isolando apenas os contrastes referentes aos componentes harmônicos que farão parte da equação de regressão, para o período anual.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Contraste p_1	1		2893,196936	228,92**
Contraste q_1	1		359,174272	27,64**
Contraste p_2	1		13,967462	1,59
Contraste q_2	1		4,397362	0,40
Contraste p_3	1		378,297995	34,58**
Contraste q_3	1		17,044537	1,73
Desvios da Regressão	5	73,962922		
Anos	47	787,075492	16,746287	1,58**
Anos x p_1	47	594,019072	12,638704	
Anos x q_1	47	610,737278	12,994410	
Anos x p_2	47	412,708864	8,781040	
Anos x q_2	47	521,800898	11,102147	
Anos x p_3	47	514,089781	10,938080	
Anos x q_3	47	462,020147	9,830216	
Anos x Desvios	235	2370,759188	10,088337	
Resíduo	(517)	5486,135228	10,611480	
Total	575	10013,252206		

De acordo com AMARAL (1968), citado em 4.2.5.2, as Tabelas 9 e 10 apresentam a análise de variância das amplitudes dos componentes harmônicos.

Tabela 9 - Análise de variância aplicada às amplitudes a_j das precipitações mensais em Bandeirantes-PR, para o período anual.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Amplitude a_1	2	3252,371208	1626,185604	126,88**
Amplitude a_2	2	18,364824	9,182412	0,92
Amplitude a_3	2	395,342532	197,671266	19,04**
Amplitude a_4	2	37,144525	18,572262	1,82
Amplitude a_5	2	3,958675	1,979338	0,19
Amplitude a_6	1	32,859722	32,859722	3,61
Regressão	(11)	(3740,041486)		
Anos	47	787,075492	16,746287	1,58**
Anos x a_1	94	1204,756350	12,816557	
Anos x a_2	94	934,509762	9,941593	
Anos x a_3	94	976,109928	10,384148	
Anos x a_4	94	956,633765	10,176955	
Anos x a_5	94	986,114525	10,490580	
Anos x a_6	47	428,010898	9,106615	
Resíduo	(517)	(5486,135228)	10,611480	
Total	575	10013,252206		

Tabela 10 - Análise de variância aplicada às amplitudes a_j das precipitações mensais, em Bandeirantes-PR, para o período anual, isolando apenas os componentes harmônicos que fazem parte da equação de regressão.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Amplitude a_1	2	3252,371208	1626,185604	126,88**
Amplitude a_2	2	18,364824	9,182412	0,92
Amplitude a_3	2	395,342532	197,671266	19,04**
Desvios da Regressão	5	73,962922		
Anos	47	787,075492	16,746287	1,58**
Anos x a_1	94	1204,756350	12,816557	
Anos x a_2	94	934,509762	9,941593	
Anos x a_3	94	976,109928	10,384148	
Anos x Desvios	235	2370,759188	10,088337	
Resíduo	(517)	(5486,135228)	10,611480	
Total	575	10013,252206		

Pelos resultados obtidos, comprova-se que os componentes harmônicos que têm períodos anual, semestral e quadrimestral foram os responsáveis pela maior parte das variações observadas, respectivamente 86,96%, 0,49% e 10,57%.

5.1.4 - Variâncias dos parâmetros estimados

Conforme foi descrito em 4.2.3, equações de (22) a (28), através da matriz de dispersão, foram estimadas as variâncias dos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$ referentes aos componentes harmônicos considerados na equação de regressão, para o período anual, a saber:

$$\begin{aligned} V(\hat{p}_1) &= 2,1064 & V(\hat{q}_1) &= 2,1657 \\ V(\hat{p}_2) &= 1,4635 & V(\hat{q}_2) &= 1,8504 \\ V(\hat{p}_3) &= 1,8230 & V(\hat{q}_3) &= 1,6384 \end{aligned}$$

Como as covariâncias são nulas, os parâmetros estimados são ditos não correlacionados e as variâncias estimadas para $\hat{a}_j$, segundo (29), são:

$$\begin{aligned} V(\hat{a}_1) &\approx 2,1129 \\ V(\hat{a}_2) &\approx 1,5561 \\ V(\hat{a}_3) &\approx 1,8150 \end{aligned}$$

5.1.5 - Intervalos de confiança

De posse das estimativas $\hat{p}_j$, $\hat{q}_j$ e $\hat{a}_j$, bem como de suas variâncias, foram calculados seus respectivos intervalos de confiança, para $\alpha = 0,05$, encontrados na Tabela 11.

Tabela 11 - Intervalos de confiança para os parâmetros p_j , q_j e a_j , empregados na equação de regressão, para o período anual.

$0,2523 \leq p_1 \leq 6,0867$
$-1,8412 \leq q_1 \leq 4,0747$
$0,4679 \leq a_1 \leq 6,2531$
$-2,2114 \leq p_2 \leq 2,6518$
$-2,6106 \leq q_2 \leq 2,8578$
$0,0000 \leq a_2 \leq 2,7349$
$-3,8600 \leq p_3 \leq 1,5678$
$-2,3295 \leq q_3 \leq 2,8161$
$0,0000 \leq a_3 \leq 3,8526$

5.1.6 - Equação de regressão

Determinados os componentes a serem considerados, foi estabelecida a equação de regressão para estimar as precipitações mensais, em Bandeirantes (PR), referentes ao período anual.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t = & 9,77 + 3,360495 \operatorname{sen} (30 t + 70,590522)^{\circ} + \\ & + 0,252515 \operatorname{sen} (60 t + 60,704294)^{\circ} + \\ & + 1,171624 \operatorname{sen} (90 t + 281,983787)^{\circ} \end{aligned} \quad (47)$$

onde: $\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada do valor observado para o mês t .

A presente equação de regressão explica 98,02% das variações devidas a meses.

Através da equação, foram estimadas as raízes quadradas das precipitações mensais para o período anual, encontradas na Tabela 12.

Tabela 12 - Estimativas e componentes harmônicos das raízes quadradas das precipitações mensais para o período anual, em Bandeirantes (PR).

t	Mês	$\bar{Y}$	A	B	C	$\hat{Y}_t$
1	Jan	9,77	3,303252	0,217116	0,243270	13,534372
2	Fev	9,77	2,551889	-0,003104	1,146090	13,465609
3	Mar	9,77	1,116750	-0,220220	-0,243270	10,423994
4	Abr	9,77	-0,617621	-0,217116	-1,146090	7,789907
5	Mai	9,77	-2,186501	0,003104	0,243270	7,830607
6	Jun	9,77	-3,169510	0,220220	1,146090	7,967534
7	Jul	9,77	-3,303250	0,217116	-0,243270	6,441328
8	Ago	9,77	-2,551889	-0,003104	-1,146090	6,069651
9	Set	9,77	-1,116750	-0,220220	0,243270	8,677034
10	Out	9,77	0,617621	-0,217116	1,146090	11,317329
11	Nov	9,77	2,186501	0,003104	-0,243270	11,717069
12	Dez	9,77	3,169510	0,220220	-1,146090	12,014374

onde: $\bar{Y}$ = média geral;

A = componente harmônico anual;

B = componente harmônico semestral;

C = componente harmônico quadrimestral;

Elaborado pelo autor
a partir dos dados da Tabela 11

$\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada de precipitação para o mês t .

5.1.7 - Representação gráfica

Para melhor visualização, as Figuras 2, 3, 4 e 5 apresentam a representação gráfica de cada componente harmônico considerado na equação de regressão e da função resultante do conjunto destes componentes, para o período anual.

Figura 2 - Gráfico do componente harmônico anual.

$$C.H.A.(t) = 3,360495 \sin (30 t + 70,590522)^{\circ}$$

Figura 3 - Gráfico do componente harmônico semestral.
 $C.H.S.(t) = 0,252515 \text{ sen } (60 t + 60,704294)^{\circ}$

Figura 4 - Gráfico do componente harmônico quadrimestral.

$$C.H.Q.(t) = 1,171624 \sin (90 t + 281,983787)^{\circ}$$

Figura 5 - Gráfico da equação de regressão para o período anual.

$$\hat{Y}_t = 9,77 + 3,360495 \text{ sen } (30 t + 70,590522)^\circ + \\ + 0,252515 \text{ sen } (60 t + 60,704294)^\circ + \\ + 1,171624 \text{ sen } (90 t + 281,983787)^\circ .$$

5.2 - Estimativa das Precipitações Mensais Para o Período Seco (Abril a Setembro)

A média aritmética dos 288 dados, contidos no Apêndice 3, estudados neste caso, apresentou valor igual a 7,44 e os desvios daqueles em relação a esta encontram-se no Apêndice 8.

5.2.1 - Modelo matemático

No presente caso, onde $T = 6$, o modelo matemático, oriundo de (21), em 4.2.2, tem a forma,

$$y_t = p_1 \cos \theta t + p_2 \cos 2\theta t + p_3 \cos 3\theta t + \\ + q_1 \sin \theta t + q_2 \sin 2\theta t + e_t \quad (48)$$

$$\text{onde: } \theta = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$$t = 1, 2, \dots, 6.$$

Os componentes harmônicos, considerados em (48), têm os seguintes períodos: $T = 6$ meses (para $j = 1$), $\frac{T}{2} = 3$ meses (para $j = 2$) e $\frac{T}{3} = 2$ meses (para $j = 3$).

Como tem-se N repetições para cada mês, pode-se escrever:

$$y_{ti} = p_{1i} \cos \theta t + p_{2i} \cos 2\theta t + p_{3i} \cos 3\theta t + \\ + q_{1i} \sin \theta t + q_{2i} \sin 2\theta t + e_{ti} \quad (49)$$

Desta forma, a matriz Y terá dimensões $T \times N$, ou seja, 6×48 , sendo encontrada no Apêndice 8, na forma de Y' .

5.2. 2 - Estimativa dos parâmetros

A solução do sistema, descrita em 4.2.3, é a matriz $\hat{\beta}'$, cujas dimensões são 5×48 , contendo todos os $T-1 = 5$ contrastes estimados para cada um dos $N = 48$ anos.

Os Apêndices 9, 10 e 11 apresentam, respectivamente, as matrizes S^{-1} , X' e $\hat{\beta}'$.

As médias dos valores estimados para cada contraste, no decorrer dos 48 anos, resultaram nas estimativas dos valores de p_j e q_j , a partir dos quais, foram calculadas as amplitudes e ângulos fases dos componentes harmônicos, para a equação de regressão, de acordo com (14), (16) e (17) em 4.2.2. Estes valores são encontrados na Tabela 13.

Tabela 13 - Valores estimados de p_j , q_j , a_j e A_j , referentes ao período seco.

j	$\hat{p}_j$	$\hat{q}_j$	$\hat{a}_j$	$\hat{A}_j$
1	0,12777	0,87292	0,882221	8,327296
2	1,02360	0,29697	1,065809	73,821335
3	-0,06624	-	0,066240	270,000000

5.2.3 - Análise de variância

5.2.3.1 - Teste de normalidade

Como no caso anterior, o teste de normalidade empregado, baseado nos coeficientes de assimetria e curtose, apresentou os resultados constantes da Tabela 14.

Tabela 14 - Valores dos coeficientes de assimetria (g_1) e curtose (g_2) e os respectivos valores de t calculados para os contrastes p_j e q_j , dos componentes que farão parte da equação de regressão para o período seco.

Contrastes	$\hat{g}_1$	$\hat{g}_2$	t_1	t_2
$\hat{p}_1$	0,434481	1,009178	1,266157	1,496416
$\hat{q}_1$	0,051432	0,397690	0,149883	0,589697
$\hat{p}_2$	0,289267	0,685752	0,842977	1,016837
$\hat{q}_2$	0,040555	0,311727	0,118186	0,462230

$$s(\hat{g}_1) = 0,343149 \quad , \quad s(\hat{g}_2) = 0,674397$$

Comparados ao valor da tabela de t, para $N-1 = 47$ graus de liberdade e $\alpha = 0,05$, os valores de t calculados mostraram-se não significativos, o que nos permite aceitar as hipóteses de nulidade, ou seja: $g_1 = 0$ e $g_2 = 0$. Neste caso, admite-se que os dados podem ser estudados através da distribuição normal.

5.2.3.2 - Quadros de análise de variância

As Tabelas 15 e 16 apresentam os resultados obtidos nas análises de variância aplicadas aos contrastes p_j e q_j .

Tabela 15 - Análise de variância aplicada aos contrastes p_j e q_j das precipitações mensais em Bandeirantes-PR, para o período seco.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Contraste $\hat{p}_1$	1		2,351162	0,26
Contraste $\hat{q}_1$	1		109,728296	7,82**
Contraste $\hat{p}_2$	1		150,878415	13,26**
Contraste $\hat{q}_2$	1		12,699726	1,71
Contraste $\hat{p}_3$	1		1,263732	0,10
Regressão	(5)	(276,921331)		
Anos	47	1080,952002	22,998979	2,09**
Anos $\times \hat{p}_1$	47	427,136322	9,088007	
Anos $\times \hat{q}_1$	47	659,585377	14,033731	
Anos $\times \hat{p}_2$	47	534,688794	11,376357	
Anos $\times \hat{q}_2$	47	349,390059	7,433831	
Anos $\times \hat{p}_3$	47	609,920718	12,977037	
Resíduo	(235)	(2580,721270)	10,981793	
Total	287	3938,594603		

Como o único componente harmônico não significativo foi o bimestral ($\hat{p}_3 = \hat{a}_3$), este passa a ser considerado como des-

vios da regressão e seu resíduo específico, como a interação entre anos e desvios, conforme a Tabela 16.

Tabela 16 - Análise de variância aplicada aos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$ das precipitações mensais em Bandeirantes-PR, para o período seco, isolando apenas os contrastes referentes aos componentes harmônicos significativos para o período seco.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Contraste $\hat{p}_1$	1		2,351162	0,26
Contraste $\hat{q}_1$	1		109,728296	7,82**
Contraste $\hat{p}_2$	1		150,878415	13,26**
Contraste $\hat{q}_2$	1		12,699726	1,71
Desvios da Regressão	1		1,263732	0,10
Anos	47	1080,952002	22,998979	2,09**
Anos x $\hat{p}_1$	47	427,136322	9,088007	
Anos x $\hat{q}_1$	47	659,585377	14,033731	
Anos x $\hat{p}_2$	47	534,688794	11,376357	
Anos x $\hat{q}_2$	47	349,390059	7,433831	
Anos x Desvios	47	609,920718	12,977037	
Resíduo	(235)	(2580,721067)	10,981793	
Total	287	3938,594603		

Comparados os quadrados médios residuais dos contrastes e verificadas suas homogeneidades, foram feitas as análises de variância para os componentes harmônicos, encontrados nas Tabelas 17 e 18.

Tabela 17 - Análise de variância aplicada às amplitudes $\hat{a}_j$ das precipitações mensais em Bandeirantes-PR, para o período seco.

Causas da Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Amplitude $\hat{a}_1$	2	112,079458	56,039729	4,85**
Amplitude $\hat{a}_2$	2	163,578141	81,789070	8,70**
Amplitude $\hat{a}_3$	1	1,263732	1,263732	0,10
Anos	47	1080,952002	22,998979	2,09**
Anos x $\hat{a}_1$	94	1086,721699	11,560869	
Anos x $\hat{a}_2$	94	884,078853	19,405094	
Anos x $\hat{a}_3$	47	609,920718	12,977037	
Resíduo	(235)	(2580,721067)	10,981793	
Total	287	3958,594603		

O único componente harmônico não significativo foi o bimestral, passando, portanto a ser considerado como desvios da regressão, conforme Tabela 18.

Tabela 18 - Análise de variância aplicada às amplitudes $\hat{a}_j$ dos componentes harmônicos isolando apenas aqueles significativos, para o período seco.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Amplitude $\hat{a}_1$	2	112,079458	56,039729	4,85**
Amplitude $\hat{a}_2$	2	163,578141	81,789070	8,70**
Desvios da Regressão	1	1,263732	1,263732	0,10
Anos	47	1080,952002	22,998979	2,09**
Anos x $\hat{a}_1$	94	1086,721699	11,560869	
Anos x $\hat{a}_2$	94	884,078853	9,405094	
Anos x Desvios	47	609,920718	12,977037	
Resíduo	(235)	(2580,721067)	10,981793	
Total	287	3958,594603		

Pelos resultados das análises de variância fica comprovado serem os componentes harmônicos semestral e trimestral os responsáveis pela maior parte, correspondendo, respectivamente, a 40,47% e 59,07% da variação devida a meses.

5.2.4 - Variâncias dos parâmetros estimados

De acordo com o descrito em 4.2.3, equações (22) a (28), através da matriz de dispersão, foram estimadas as variâncias dos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$, referentes aos componentes considerados na equação de regressão, para o período seco, a saber:

$$\hat{V}(\hat{p}_1) = 3,0293$$

$$\hat{V}(\hat{q}_1) = 4,6779$$

$$\hat{V}(\hat{p}_2) = 3,7921$$

$$\hat{V}(\hat{q}_2) = 2,4779$$

Como as covariâncias são nulas, os parâmetros estimados são ditos não correlacionados, e, as variâncias estimadas para $\hat{a}_j$, segundo (29), são:

$$\hat{V}(\hat{a}_1) \approx 4,6433$$

$$\hat{V}(\hat{a}_2) \approx 3,6901$$

5.2.5 - Intervalos de confiança

De posse das estimativas $\hat{p}_j$, $\hat{q}_j$ e $\hat{a}_j$, bem como de suas variâncias, foram calculados seus respectivos intervalos de confiança, para $\alpha = 0,05$, encontrados na Tabela 19.

Tabela 19 - Intervalos de confiança para os parâmetros p_j , q_j e a_j , empregados na equação de regressão, para o período seco.

$$-3,3706 \leq p_1 \leq 3,6262$$

$$-3,4744 \leq q_1 \leq 5,2202$$

$$0,0000 \leq a_1 \leq 5,1703$$

$$-2,8905 \leq p_2 \leq 4,9377$$

$$-2,8670 \leq q_2 \leq 3,4610$$

$$0,0000 \leq a_2 \leq 4,8885$$

5.2.6 - Equação de regressão

Determinados os componentes a serem considerados, foi estabelecida a equação de regressão para estimar as precipitações mensais em Bandeirantes (PR), referentes ao período seco:

$$\hat{Y}_t = 7,44 + 0,882221 \operatorname{sen} (60 t + 8,327296)^0 + \\ + 1,065809 \operatorname{sen} (120 t + 73,821335)^0 \quad (50)$$

onde: $\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada da precipitação para o mês t .

A presente equação explica 99,54% das variações devidas a meses.

Através da equação determinada, foram calculadas as estimativas das raízes quadradas das precipitações mensais para o período seco, encontradas na Tabela 20.

Tabela 20 - Estimativas e componentes harmônicos das raízes quadradas das precipitações mensais para o período seco, em Bandeirantes (PR).

t	Mês	$\bar{Y}$	A	B	$\hat{Y}_t$
1	Abr	7,44	0,819856	-0,254617	8,008054
2	Mai	7,44	0,692086	-0,768984	7,365917
3	Jun	7,44	-0,127770	1,023600	8,338645
4	Jul	7,44	-0,819856	-0,254617	6,368342
5	Ago	7,44	-0,692086	-0,768984	5,981745
6	Set	7,44	0,127770	1,023600	8,594185

onde: $\bar{Y}$ = média geral;

A = componente harmônico semestral;

B = componente harmônico trimestral;

$\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada de precipitação para o mês t.

5.2.7 - Representação gráfica

As Figuras 6 e 7 apresentam, respectivamente, os componentes harmônicos semestral e trimestral para o período seco.

A Figura 8 contém a função resultante do conjunto dos componentes harmônicos considerados na equação de regressão, para o período seco.

Figura 6 - Gráfico do componente harmônico semestral.
 $C.H.S._{(t)} = 0,882221 \text{ sen } (60 t + 8,327296)^{\circ}$

Figura 7 - Gráfico do componente harmônico trimestral.
 $C.H.T.(t) = 1,065809 \sin (120 t + 73,821335)^{\circ}$

Figura 8 - Gráfico da equação de regressão para o período seco.

$$\hat{Y}_t = 7,44 + 0,882221 \sin (60 t + 8,327296)^0 + \\ + 1,065809 \sin (120 t + 73,821335)^0$$

5.3 - Estimativa das Precipitações Mensais Para o Período Chuvoso (Outubro a Março)

A média aritmética dos 288 dados contidos no Apêndice 3, referentes aos meses estudados neste caso, apresentou valor igual a 12,10 e os desvios daqueles em relação a esta, encontram-se no Apêndice 12.

5.3.1 - Modelo matemático

Para o período chuvoso, onde $T = 6$, o modelo matemático, a partir de (21), em 4.2.2, apresenta a seguinte forma:

$$y_t = p_1 \cos \theta t + p_2 \cos 2\theta t + p_3 \cos 3\theta t + q_1 \sin \theta t + q_2 \sin 2\theta t + e_t \quad (51)$$

$$\text{onde: } \theta = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ ;$$

$$t = 1, 2, \dots, 6.$$

Os componentes harmônicos a serem estudados, para o presente caso, apresentam os seguintes períodos: $T = 6$ meses (para $j = 1$); $\frac{T}{2} = 3$ meses (para $j = 2$) e $\frac{T}{3} = 2$ meses (para $j = 3$).

Como para cada mês tem-se $N = 48$ repetições,

$$y_{ti} = p_{1i} \cos \theta t + p_{2i} \cos 2\theta t + p_{3i} \cos 3\theta t + q_{1i} \sin \theta t + q_{2i} \sin 2\theta t + e_{ti} \quad (52)$$

Desta forma, a matriz Y terá dimensões $T \times N$, ou seja, 6×48 e pode ser encontrada no Apêndice 12, na forma Y' .

5.3.2 - Estimativa dos parâmetros

Conforme a metodologia descrita em 4.2.3, a solução do sistema de equações obtida através de computador resulta numa matriz $\hat{\beta}$, cujas dimensões são 5×48 , contendo todos os $T-1 = 5$ contrastes estimados, para cada um dos $N = 48$ anos.

As matrizes S^{-1} , X' e $\hat{\beta}'$ são encontradas, respectivamente, nos Apêndices 9, 10 e 13.

Para efeito da obtenção da equação de regressão referente ao período chuvoso, cada um dos $T-1 = 5$ contrastes é obtido através da média aritmética de seus valores estimados durante os $N = 48$ anos.

Com estes valores médios, foram calculadas as estimativas $\hat{a}_j$ e $\hat{A}_j$, conforme descrito em 4.2.2, equações (14), (16) e (17).

A Tabela 21 contém as estimativas dos valores dos contrastes (p_j e q_j), bem como dos parâmetros a_j e A_j .

Tabela 21 - Valores estimados de p_j , q_j , a_j e A_j , referentes ao período chuvoso.

j	$\hat{p}_j$	$\hat{q}_j$	$\hat{a}_j$	$\hat{A}_j$
1	-0,56822	-1,12005	1,255940	206,899439
2	-0,61016	0,29036	0,675725	295,448617
3	-0,41145	-	0,411450	270,000000

5.3.3 - Análise de variância

5.3.3.1 - Teste de normalidade

Visando atender às exigências do teste F, empregado na análise de variância, foi aplicado o teste de normalidade descrito em 4.2.5.1 aos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$, obtendo-se os resultados constantes da Tabela 22.

Tabela 22 - Valores dos coeficientes de assimetria (g_1) e curtose (g_2) e valores de t calculados relativos a estes coeficientes, respectivamente t_1 e t_2 .

Contrastes	$\hat{g}_1$	$\hat{g}_2$	t_1	t_2
$\hat{p}_1$	0,384616	0,248161	1,120843	0,367974
$\hat{q}_1$	0,092864	0,456767	0,270624	0,677297
$\hat{p}_2$	0,303608	0,888740	0,884769	1,317829
$\hat{q}_2$	0,036602	0,112991	0,106664	0,167544
$\hat{p}_3$	0,449940	0,646311	1,311207	0,958354

Os desvios padrões de $\hat{g}_1$ e $\hat{g}_2$, utilizados no teste t apresentaram os seguintes valores:

$$s(\hat{g}_1) = 0,343149 \quad , \quad s(\hat{g}_2) = 0,674397 \quad .$$

Comparados ao valor da tabela de t, para $N-1 = 47$ graus de liberdade e $\alpha = 0,05$, os valores de t calculados mostraram-se não significativos, o que torna possível a aceitação das hipóteses de nulidade, ou seja, $g_1 = 0$ e $g_2 = 0$. Conclui-se, pois, que a

distribuição de frequências de cada contraste não difere da distribuição normal de frequência, o que torna possível a aplicação do teste F.

5.3.3.2 - Quadros de análise de variância

A Tabela 23 apresenta os resultados obtidos na análise de variância aplicada aos contrastes p_j e q_j .

Tabela 23 - Análise de variância aplicada aos contrastes $\hat{p}_j$ e $\hat{q}_j$, das precipitações mensais, em Bandeirantes-PR, para o período chuvoso.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Contraste $\hat{p}_1$	1		46,494738	5,61*
Contraste $\hat{q}_1$	1		180,652887	18,94**
Contraste $\hat{p}_2$	1		53,610659	4,67*
Contraste $\hat{q}_2$	1		12,140573	1,15
Contraste $\hat{p}_3$	1		48,756628	6,12*
Anos	47	364,714833	7,759890	0,81
Anos $\times \hat{p}_1$	47	389,340027	8,283830	
Anos $\times \hat{q}_1$	47	448,369839	9,539784	
Anos $\times \hat{p}_2$	47	539,148028	11,471235	
Anos $\times \hat{q}_2$	47	495,535804	10,543315	
Anos $\times \hat{p}_3$	47	374,428382	7,966561	
Resíduo	(235)	(2246,822080)	9,560945	
Total	287	2953,192398		

Devido à homogeneidade dos quadrados médios residuais, foi possível a junção dos contrastes referentes ao mesmo componente harmônico, sendo obtida a análise de variância das amplitudes harmônicas, apresentada na Tabela 24.

Tabela 24 - Análise de variância aplicada às amplitudes harmônicas $\hat{a}_j$, para o período chuvoso.

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Amplitude $\hat{a}_1$	2	227,147625	113,573812	12,74**
Amplitude $\hat{a}_2$	2	65,751232	32,875612	2,99
Amplitude $\hat{a}_3$	1	48,756628	48,756628	6,12*
Anos	47	364,714833	7,759890	0,81*
Anos x $\hat{a}_1$	94	837,709866	8,911807	
Anos x $\hat{a}_2$	94	1034,683832	11,007275	
Anos x $\hat{a}_3$	47	374,428382	7,966561	
Resíduo	(235)	(2246,822080)	9,560945	
Total	287	2953,192398		

Pelos resultados obtidos fica comprovado que os três componentes harmônicos são responsáveis pelas variações observadas, correspondendo, respectivamente, a 66,48% (componente semestral), 19,25% (componente trimestral) e 14,27% (componente bimestral).

5.3.4 - Variâncias dos parâmetros estimados

De acordo com o descrito em 4.2.3, equações (22) a (28), as estimativas das variâncias dos parâmetros estimados apresentam os seguintes valores:

$$\hat{V}(\hat{p}_1) = 2,7613 \quad \hat{V}(\hat{q}_1) = 3,1799$$

$$\hat{V}(\hat{p}_2) = 3,8237 \quad \hat{V}(\hat{q}_2) = 3,5144$$

$$\hat{V}(\hat{p}_3) = 1,3278$$

Como as covariâncias são nulas, os parâmetros estimados são ditos não correlacionados e as variâncias estimadas para $\hat{a}_j$, segundo (29), são:

$$\hat{V}(\hat{a}_1) \approx 3,0942$$

$$\hat{V}(\hat{a}_2) \approx 3,7666$$

$$\hat{V}(\hat{a}_3) \approx 1,3278$$

5.3.5 - Intervalos de confiança

De posse das estimativas $\hat{p}_j$, $\hat{q}_j$ e $\hat{a}_j$, bem como de suas variâncias, foram calculados seus respectivos intervalos de confiança, para $\alpha = 0,05$, encontrados na Tabela 25.

Tabela 25 - Intervalos de confiança para os parâmetros p_j , q_j e a_j , empregados na equação de regressão, para o período chuvoso.

$-3,9083 \leq p_1 \leq 2,7718$
$-4,7043 \leq q_1 \leq 2,4642$
$0,0000 \leq a_1 \leq 4,7564$
$-4,5406 \leq p_2 \leq 3,3202$
$-3,4777 \leq q_2 \leq 4,0585$
$0,0000 \leq a_2 \leq 4,5379$
$-2,7276 \leq p_3 \leq 1,9047$
$0,0000 \leq a_3 \leq 2,7276$

5.3.6 - Equação de regressão

Utilizando-se todos os componentes harmônicos, ficou estabelecida a equação de regressão para estimar as precipitações mensais, em Bandeirantes (PR), referentes ao período chuvoso.

$$\begin{aligned} \hat{Y}_t = & 12,10 + 1,255940 \operatorname{sen} (60 t + 206,899439)^{\circ} + \\ & + 0,675725 \operatorname{sen} (120 t + 295,448617)^{\circ} + \\ & + 0,411450 \operatorname{sen} (180 t + 270)^{\circ} \end{aligned} \quad (53)$$

onde, $\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada da precipitação para o mês t .

A presente equação explica 100% das variações devidas a meses.

Através da equação determinada, foram calculadas as estimativas de precipitação mensal, para o período chuvoso, encontradas na Tabela 26.

Tabela 26 - Estimativas dos componentes harmônicos e das raízes quadradas das precipitações mensais, em Bandeirantes (PR), para o período chuvoso.

t	Mês	$\bar{Y}$	A	B	C	$\hat{Y}_t$
1	Out	12,10	-1,254101	0,556539	0,411450	11,812542
2	Nov	12,10	-0,685882	0,053621	-0,411450	11,054943
3	Dez	12,10	0,568220	-0,610160	0,411450	12,468164
4	Jan	12,10	1,254101	0,556539	-0,411450	13,497844
5	Fev	12,10	0,685882	0,053621	0,411450	13,249607
6	Mar	12,10	-0,568220	-0,610160	-0,411450	10,508824

onde: $\bar{Y}$ = média geral;

A = componente harmônico semestral;

B = componente harmônico trimestral;

C = componente harmônico bimestral;

$\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada de precipitação para o mês t.

5.3.7 - Representação gráfica

As Figuras 9, 10 e 11 apresentam, respectivamente, os componentes harmônicos semestral, trimestral e bimestral, para o período chuvoso.

A Figura 12 contém a função resultante do conjunto dos componentes harmônicos considerados na equação de regressão para o período chuvoso.

Figura 9 - Gráfico do componente harmônico semestral.
 $C.H.S._{(t)} = 1,255940 \text{ sen } (60 t + 206,899439)^{\circ}$

Figura 10 - Gráfico do componente harmônico trimestral.
 $C.H.T.(t) = 0,675725 \text{ sen } (120 t + 295,448617)^{\circ}$

Figura 11 - Gráfico do componente harmônico bimestral.
 $C.H.B.(t) = 0,411450 \text{ sen } (180 t + 270)^{\circ}$

Figura 12 - Gráfico da equação de regressão para o período chuvoso.

$$\begin{aligned}\hat{y}_t = & 12,10 + 1,255940 \operatorname{sen}(60t + 208,899439)^\circ + \\ & + 0,675725 \operatorname{sen}(120t + 295,448617)^\circ + \\ & + 0,411450 \operatorname{sen}(180t + 270)^\circ\end{aligned}$$

6. CONCLUSÕES

De forma geral, pode-se concluir que:

6.1 - Bandeirantes apresenta um período seco (abril a setembro) e um período chuvoso (outubro a março), bem definidos. O período chuvoso é o responsável por 69,40% da precipitação anual.

6.2 - Para o período anual, a equação de regressão estimada foi:

$$\begin{aligned}\hat{Y}_t = & 9,77 + 3,360495 \operatorname{sen} (30 t + 70,590522)^{\circ} + \\ & + 0,252515 \operatorname{sen} (60 t + 60,704294)^{\circ} + \\ & + 1,171624 \operatorname{sen} (90 t + 281,983787)^{\circ} ,\end{aligned}$$

onde: $\hat{Y}_t$ = estimativa da raiz quadrada da precipitação referente ao mês t .

6.2.1 - Para o período anual, o modelo explica 98,02% das variações devidas a meses.

6.2.2 - Somente o componente anual é responsável por 86,96% das variações devidas a meses.

6.2.3 - Pela equação obtida, estima-se a ocorrência de um máximo de chuvas, durante o mês de janeiro ($\hat{Y}_1 = 13,534372$) e, um mínimo, durante o mês de agosto ($\hat{Y}_8 = 6,069651$).

6.3 - Para o período seco, a equação de regressão estimada foi:

$$\hat{Y}_t = 7,44 + 0,882221 \text{ sen } (60 t + 8,327296)^\circ + \\ + 1,065809 \text{ sen } (120 t + 73,821335)^\circ ,$$

onde: $\hat{Y}_t$ é a estimativa da raiz quadrada da precipitação para o mês t.

6.3.1 - Para o período seco, o modelo explica 99,54% das variações devidas a meses.

6.3.2 - Apenas o componente semestral é responsável por 40,47% das variações devidas a meses.

6.3.3 - Pela equação obtida verifica-se um valor mínimo de chuva, durante o mês de agosto ($\hat{Y}_5 = 5,981745$).

6.4 - Para o período chuvoso, a equação de regressão estimada foi:

$$\hat{Y}_t = 12,10 + 1,255940 \text{ sen } (60 t + 206,899439)^\circ + \\ + 0,675725 \text{ sen } (120 t + 295,448617)^\circ + \\ + 0,411450 \text{ sen } (180 t + 270)^\circ ,$$

onde: $\hat{Y}_t$ é a estimativa da raiz quadrada da precipitação referente ao mês t.

6.4.1 - Para o período chuvoso, o modelo explica 98,02% das variações devidas a meses.

6.4.2 - Apenas o componente semestral é responsável por 66,48% das variações devidas a meses.

6.4.3 - Pela equação obtida verifica-se a ocorrência de um máximo de chuvas durante o mês de janeiro ($\hat{Y}_4 = 13,497844$).

7. SUMMARY

On this study, the harmonic analysis were applied of monthly quantities of rainfall in Bandeirantes County, during 48 years (1930-1977).

The original data were adjusted for months of thirty days and after were transformed into $Y = \sqrt{X}$.

The harmonic components of analysed elements were settled for three different cases: annual period, dry period, rainy period.

Statistical analyses of variance demonstrated the stability of harmonics components to each one of the three cases, after the test of normality of the components were involving in analysis.

The confidence intervals were established to orthogo-

nal contrasts and their corresponding period oscillations, and regression equations obtained, are given as:

a) Annual period (january - december):

$$\begin{aligned}\hat{Y}_t = & 9,77 + 3,360495 \sin (30 t + 70,590522)^{\circ} + \\ & + 0,252515 \sin (60 t + 60,7044294)^{\circ} + \\ & + 1,171624 \sin (90 t + 281,983787)^{\circ}\end{aligned}$$

$$t = 1, 2, \dots, 12$$

$\hat{Y}_t$ = the estimate of square root of rainfall occurs in t month.

b) Dry period (april - september):

$$\begin{aligned}\hat{Y}_t = & 7,44 + 0,882221 \sin (60 t + 8,327296)^{\circ} + \\ & + 1,065809 \sin (120 t + 73,821315)^{\circ}\end{aligned}$$

$$t = 1, 2, \dots, 6.$$

c) Rainy period (october - march):

$$\begin{aligned}\hat{Y}_t = & 12,10 + 1,255940 \sin (60 t + 206,899439)^{\circ} + \\ & + 0,675725 \sin (120 t + 295,448617)^{\circ} + \\ & + 0,411450 \sin (180 t + 270)^{\circ}\end{aligned}$$

$$t = 1, 2, \dots, 6 .$$

8. BIBLIOGRAFIA

AMARAL, E., 1968. Análise Harmônica. Pesquisa Agropecuária Brasileira, 3: 7-43.

AMARAL, E., 1975. Análise Harmônica e Previsão a Longo Prazo. Apresentado na Reunião Comemorativa do 20º Aniversário da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria. Piracicaba, 34 pp. Anais.

ANDERSON, T.W., 1971. The Statistical Analysis of Time Series. Nova York, John Wiley and Sons, 704 pp.

BLISS, C.I., 1958. Periodic Regression in Biology and Climatology. New Haven, Connecticut Agr. Exp. Station, 55 pp. (Bol. 615).

COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1978. Diseños Experimentales. 1ª Ed., 5ª Reimpressão, México, Ed. Trillas, 661 pp.

CONRAD, V. e L.W. POLLAK, 1950. Methods in Climatology. Massachusetts. Harvard University Press, 459 pp.

DUARTE, G.S., 1974. Curva Epidemiológica da Ferrugem Alaranjada do Cafeeiro na Zona da Mata - MG. Piracicaba, ESALQ/USP, 65 pp. (Dissertação de Mestrado).

GODOY, H.; F. PIMENTEL GOMES e I.R. NOGUEIRA, 1961. Análise Estatística de Dados Pluviométricos de Campinas. Bragantia, Campinas, 20: 357-371.

PEREIRA, N.S.C., 1978. Regressão Periódica Aplicada a Dados Pluviométricos Mensais do Município de Grajaú - MA. Piracicaba, ESALQ/USP, 66 pp. (Dissertação de Mestrado).

PIMENTEL GOMES, F., 1976. Curso de Estatística Experimental. 6ª Edição, Piracicaba, ESALQ, 430 pp + 15 tabelas.

POMPEU MEMÓRIA, J.M., 1955. Análise Estatística das Precipitações Pluviométricas Mensais de Morro Velho (MG). Boletim de Agricultura da Secretaria da Agricultura do Estado de Minas Gerais, nºs 5 e 6.

SILVA, J.B., 1977. Análise Harmônica das Precipitações Pluviométricas Pentadais. Pelotas, UFPel. 216 pp. (Tese de Livre-Docência).

SNEDECOR, G.W. e W.G. COCHRAN, 1976. Statistical Methods. 6ª Edição, Iowa, The Iowa State University Press, 593 pp.

SPIEGEL, M.R., 1976. Análise de Fourier. São Paulo, McGraw Hill do Brasil, 249 pp. Coleção Schawn.

THIEBAUT, J.T.L., 1976. O Emprego da Análise Harmônica no Estudo das Precipitações Mensais do Município de Viçosa - MG. Piracicaba, ESALQ/USP, 92 pp. (Dissertação de Mestrado).

9. APÊNDICES

APÊNDICE 1. Valores originais das precipitações pluviométricas mensais, em mm, em Bandeirantes (PR), durante o período 1.930-1.977.

ANOS	JAN	FEB	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
1930	132,5	169,0	37,0	1,0	35,0	30,5	45,0	109,2	41,5	148,0	53,1	203,7
1931	101,3	190,8	60,3	100,1	90,3	26,2	29,9	50,5	42,5	64,0	262,5	225,7
1932	97,5	243,5	149,5	95,0	116,0	134,4	43,0	87,1	45,5	145,0	250,5	236,0
1933	229,0	175,5	110,2	0,5	41,0	48,0	32,5	26,9	116,0	109,5	123,8	126,0
1934	176,0	79,4	117,2	15,8	0,0	92,0	8,4	20,2	122,0	106,4	179,3	300,7
1935	110,8	160,1	159,8	95,5	21,5	139,0	33,4	89,8	226,8	316,9	44,4	278,8
1936	142,0	66,7	37,6	54,7	39,6	74,0	18,6	186,9	122,6	69,5	47,7	269,0
1937	246,8	167,0	130,6	127,3	28,7	94,7	3,2	150,7	45,6	271,7	211,7	32,9
1938	347,7	94,8	51,6	86,8	162,6	24,2	34,7	69,8	84,6	127,0	40,8	140,3
1939	214,8	254,8	66,4	47,0	96,5	76,2	65,4	0,0	44,1	48,9	339,9	149,8
1940	149,8	125,2	80,6	20,2	32,8	1,0	9,2	14,6	22,8	82,0	147,8	111,7
1941	153,3	144,4	180,0	43,6	57,4	30,0	137,6	101,1	193,4	145,6	187,6	249,2
1942	142,8	198,4	228,4	154,0	34,4	136,6	87,0	1,0	118,6	49,0	34,0	128,6
1943	237,0	66,8	102,4	37,0	20,6	40,8	2,0	16,4	99,8	234,0	172,8	146,6
1944	94,8	163,5	84,7	25,3	10,5	37,8	1,4	0,0	22,7	17,1	110,9	58,2
1945	193,4	179,0	66,2	37,8	28,6	127,6	59,0	15,8	88,2	99,0	157,7	65,8
1946	303,3	325,9	98,4	25,0	100,8	53,8	111,2	0,0	22,8	139,8	72,2	108,3
1947	298,3	184,8	119,6	39,6	154,9	14,7	70,4	48,0	207,5	107,0	97,7	122,6
1948	244,5	242,5	73,0	39,5	35,0	5,0	147,5	40,8	44,2	107,9	126,2	95,3
1949	162,4	184,5	226,6	181,0	60,2	58,0	0,0	14,2	70,2	92,8	82,4	271,1
1950	229,8	124,1	147,2	96,3	46,0	16,6	41,1	0,0	37,6	213,6	140,0	111,2
1951	332,5	230,5	215,5	13,0	12,5	78,5	0,0	23,5	37,5	61,4	267,0	113,0
1952	114,0	116,5	271,0	5,0	0,0	102,5	15,0	20,0	30,0	212,0	166,6	153,5
1953	168,0	209,4	59,8	68,5	54,0	21,8	40,6	4,9	90,1	175,0	79,7	51,7
1954	210,5	253,1	211,5	147,7	284,2	115,0	80,4	0,0	62,0	126,2	6,7	146,1
1955	111,9	101,4	123,4	122,1	61,5	99,3	49,2	148,2	0,0	107,1	108,3	271,6
1956	114,6	115,3	112,5	202,3	385,3	87,0	128,5	117,5	114,3	119,0	21,5	89,2
1957	269,0	194,5	148,0	60,5	6,0	112,0	270,5	97,0	199,5	154,5	51,0	185,5
1958	96,2	147,5	125,0	85,5	154,5	72,0	43,5	29,0	182,0	192,5	230,0	204,0
1959	235,0	170,0	93,0	131,0	147,0	24,0	12,0	63,0	53,0	76,0	174,0	112,0
1960	197,0	177,5	36,0	279,5	89,0	57,5	11,0	59,0	43,0	254,0	179,0	83,5
1961	164,0	144,0	192,5	266,5	29,5	50,0	0,0	27,0	27,6	190,5	194,0	115,0
1962	112,0	144,0	219,0	54,0	26,0	73,5	31,0	55,0	56,0	249,5	59,5	191,5
1963	289,7	118,6	67,5	15,0	8,0	40,5	2,5	0,5	90,0	211,0	160,4	62,8
1964	88,8	503,3	123,6	49,9	44,4	34,5	68,3	31,0	64,2	174,9	152,5	307,5
1965	197,0	201,5	119,0	197,0	163,5	57,5	137,5	35,0	125,5	153,0	111,8	190,5
1966	103,8	311,0	79,2	74,2	59,3	41,5	54,0	53,0	53,9	156,6	57,7	123,0
1967	242,6	95,2	74,9	2,2	0,0	180,7	67,5	1,0	27,3	200,3	181,3	61,1
1968	336,5	84,8	179,4	37,5	29,0	331,1	10,5	22,2	14,6	145,3	136,0	153,0
1969	114,0	208,0	86,0	126,0	76,0	172,0	27,0	17,0	117,0	212,1	207,8	103,0
1970	246,5	118,0	83,4	36,0	46,5	126,0	16,5	125,5	106,0	145,0	70,0	402,0
1971	297,0	187,0	88,0	61,0	77,0	156,0	120,0	22,0	125,0	35,0	82,0	241,5
1972	275,0	293,0	116,0	44,0	80,0	22,0	181,0	103,0	161,0	371,0	159,0	126,5
1973	360,0	128,0	64,5	31,0	109,6	113,2	78,6	98,6	48,6	208,8	74,6	271,5
1974	218,0	80,0	236,1	70,7	91,4	188,8	6,5	42,4	21,6	214,7	67,0	342,2
1975	62,0	120,8	148,4	82,4	19,8	57,2	63,4	42,0	80,6	187,4	292,8	145,3
1976	190,9	224,0	109,2	94,6	112,4	128,4	81,8	200,0	199,4	236,4	107,8	205,8
1977	276,6	92,4	94,2	97,0	22,0	105,2	49,4	18,6	41,0	115,2	144,4	365,8

APÊNDICE 2. Valores das precipitações pluviométricas mensais, em Bandeirantes (PR), reduzidos a meses de 30 dias, para o período 1.930-1.977.

ANOS	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
1930	128,2	181,1	35,8	1,0	33,9	30,5	43,5	105,7	41,5	143,2	53,1	197,1
1931	98,0	204,4	58,4	100,1	87,4	26,2	28,9	48,9	42,5	61,9	262,5	218,4
1932	94,4	251,9	144,7	95,0	112,3	134,4	41,6	84,3	45,5	140,3	250,5	228,4
1933	221,6	188,0	106,6	0,5	39,7	48,0	31,5	26,0	116,0	106,0	123,8	121,9
1934	170,3	85,1	113,4	15,8	0,0	92,0	8,1	19,5	122,0	103,0	179,3	291,0
1935	107,2	171,5	154,6	95,5	20,8	139,0	32,3	86,9	226,8	306,7	44,4	269,8
1936	137,4	69,0	36,4	54,7	38,3	74,0	18,0	180,9	122,6	67,3	47,7	260,3
1937	238,8	178,9	126,4	127,3	27,8	94,7	3,1	145,8	45,6	262,9	211,7	31,8
1938	336,5	101,6	49,9	86,8	157,4	24,2	33,6	67,5	84,6	122,9	40,8	135,8
1939	207,9	273,0	64,3	47,0	93,4	76,2	63,3	0,0	44,1	47,3	339,9	145,0
1940	145,0	129,5	78,0	20,2	31,7	1,0	8,9	14,1	22,8	79,4	147,8	108,1
1941	148,4	154,7	174,2	43,6	55,5	30,0	133,2	97,8	193,4	140,9	187,6	241,2
1942	138,2	212,6	221,0	154,0	33,3	136,6	84,2	1,0	118,6	47,4	34,0	124,5
1943	229,4	71,6	99,1	37,0	19,9	40,8	1,9	15,9	99,8	226,5	172,8	141,9
1944	91,7	169,1	82,0	25,3	10,2	37,8	1,4	0,0	22,7	16,5	110,9	56,3
1945	187,2	191,8	64,1	37,8	27,7	127,6	57,1	15,3	88,2	95,8	157,7	63,7
1946	293,5	349,2	95,2	25,0	97,5	53,8	107,6	0,0	22,8	135,3	72,2	104,8
1947	288,7	198,0	115,7	39,6	149,9	14,7	68,1	46,5	207,5	103,5	97,7	118,6
1948	236,6	250,9	70,6	39,5	33,9	5,0	142,7	39,5	44,2	104,4	126,2	92,2
1949	157,2	197,7	219,3	181,0	58,3	58,0	0,0	13,7	70,2	89,8	82,4	262,4
1950	222,4	133,0	142,5	96,3	44,5	16,6	39,8	0,0	37,6	206,7	140,0	107,6
1951	321,8	247,0	208,5	13,0	12,1	78,5	0,0	22,7	37,5	59,4	267,0	109,4
1952	110,3	120,5	262,3	5,0	0,0	102,5	14,5	19,4	30,0	205,2	166,6	148,5
1953	162,6	224,4	57,9	68,5	52,3	21,8	39,3	4,7	90,1	169,4	79,7	50,0
1954	203,7	271,2	204,7	147,7	240,2	115,0	77,8	0,0	62,0	122,1	6,7	141,4
1955	108,3	108,6	119,4	122,1	59,5	99,3	47,6	143,4	0,0	103,6	108,3	262,8
1956	110,9	119,3	108,9	202,3	372,9	87,0	124,4	113,7	114,3	115,2	21,5	86,3
1957	260,3	208,4	143,2	60,5	5,8	112,0	261,8	93,9	199,5	149,5	51,0	179,5
1958	93,1	158,0	121,0	85,5	149,5	72,0	42,1	28,1	182,0	186,3	230,0	197,4
1959	227,4	182,1	90,0	131,0	142,3	24,0	11,6	61,0	53,0	73,5	174,0	108,4
1960	190,6	183,6	34,8	279,5	86,1	57,5	10,6	57,1	43,0	245,8	179,0	80,8
1961	158,7	154,3	186,3	266,5	28,5	50,0	0,0	26,1	27,6	184,4	194,0	111,3
1962	108,4	154,3	211,9	54,0	25,2	73,5	30,0	53,2	56,0	241,5	59,5	185,3
1963	280,4	127,1	65,3	15,0	7,7	40,5	2,4	0,5	90,0	204,2	160,4	60,8
1964	85,9	520,7	119,6	49,9	43,0	34,5	66,1	30,0	64,2	169,3	152,5	297,6
1965	190,6	215,9	115,2	197,0	158,2	57,5	133,1	33,9	125,5	148,1	111,8	184,4
1966	100,5	333,2	76,6	74,2	57,4	41,5	52,3	51,3	53,9	151,5	57,7	119,0
1967	234,8	102,0	72,5	2,2	0,0	180,7	65,3	1,0	27,3	193,8	181,3	59,1
1968	325,6	87,7	173,6	37,5	28,1	331,1	10,2	21,5	14,6	140,6	136,0	148,1
1969	110,3	222,9	83,2	126,0	73,5	172,0	26,1	16,5	117,0	205,3	207,8	99,7
1970	238,5	126,4	80,7	36,0	45,0	126,0	16,0	121,5	106,0	140,3	70,0	389,0
1971	287,4	200,4	85,2	61,0	74,5	156,0	116,1	21,3	125,0	33,9	82,0	233,7
1972	266,1	303,1	112,3	44,0	77,4	22,0	175,2	99,7	161,0	359,0	159,0	122,4
1973	348,4	137,1	62,4	31,0	106,1	113,2	76,1	95,4	48,6	202,1	74,6	262,7
1974	211,0	85,7	228,5	70,7	88,5	188,8	6,3	41,0	21,6	207,8	67,0	331,2
1975	60,0	129,4	143,6	82,4	19,2	57,2	61,4	40,6	80,6	181,4	292,8	140,6
1976	184,7	231,7	105,7	94,6	108,8	128,4	79,2	193,5	199,4	228,8	107,8	199,2
1977	267,7	99,0	91,2	97,0	21,3	105,2	47,8	18,0	41,0	111,5	144,4	354,0

APÊNDICE 3. Valores das raízes quadradas das precipitações pluviiais mensais reduzidas a meses de 30 dias, em Bandeirantes (PR), no período 1.930-1.977.

ANOS	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
1930	11,3225	13,4573	5,9833	1,0000	5,8224	5,5227	6,5955	10,2810	6,4421	11,9665	7,2870	14,0391
1931	9,8994	14,2968	7,6420	10,0049	9,3488	5,1186	5,3759	6,9929	6,5192	7,8677	16,2018	14,7783
1932	9,7160	15,8713	12,0290	9,7468	10,5971	11,5930	6,4498	9,1815	6,7454	11,8447	15,8271	15,1128
1933	14,8862	13,7112	10,3246	0,7071	6,3008	6,9282	5,6125	5,0990	10,7702	10,2955	11,1265	11,0407
1934	13,0498	9,2250	10,6489	3,9749	0,0000	9,5917	2,8461	4,4159	11,0453	10,1488	13,3902	17,0586
1935	10,3537	13,0957	12,4337	9,7723	4,5607	11,7897	5,6833	9,3220	15,0598	17,7421	6,6633	16,4255
1936	11,7217	8,3066	6,0333	7,3960	6,1887	8,6023	4,2427	13,4498	11,0724	8,2037	6,9065	16,1337
1937	15,4531	13,3753	11,2427	11,2826	5,2726	9,7314	1,7607	12,0747	6,7528	16,2141	14,5898	5,6392
1938	18,3439	10,0796	7,0640	9,3167	12,5458	4,9194	5,7966	8,2159	9,1978	11,0859	6,3875	11,6532
1939	14,4187	16,5226	8,0187	6,8557	9,6644	8,7293	7,9561	0,0000	6,6408	6,8775	18,4363	12,0415
1940	12,0415	11,3797	8,8318	4,4945	5,6303	1,0000	2,9833	3,7550	4,7750	8,9107	12,1572	10,3970
1941	11,9119	12,4378	13,1984	6,6030	7,4498	5,4772	11,5411	9,8893	13,8967	11,8700	13,6966	15,5305
1942	11,7558	14,5807	14,8660	12,4096	5,7706	11,6875	9,1761	1,0000	10,8903	6,8848	5,8310	11,1579
1943	15,1459	8,4617	9,9548	6,0828	4,4610	6,3875	1,3784	3,9875	9,9899	15,0498	13,1453	11,9121
1944	9,5760	13,0038	9,0554	5,0299	3,1938	6,4482	1,1832	0,0000	4,7645	4,0620	10,5308	7,5033
1945	13,6820	13,8491	8,0063	6,1482	5,2631	11,2959	7,5565	3,9115	9,3915	9,7877	12,5578	7,9812
1946	17,1318	18,6868	9,7571	5,0000	9,8741	7,3349	10,3730	0,0000	4,7750	11,6318	8,4971	10,2371
1947	16,9911	14,0712	10,7563	6,2929	12,2433	3,8341	8,2523	6,8191	14,4048	10,1734	9,8842	10,8903
1948	15,3817	15,8397	8,4024	6,2849	5,8224	2,2361	11,9456	6,2849	6,6483	10,2175	11,2338	9,6021
1949	12,5379	14,0605	14,8087	13,4535	7,6355	7,6158	0,0000	3,7014	8,3786	9,4763	9,0775	16,1987
1950	14,9130	11,5325	11,9373	9,8132	6,6708	4,0743	6,3087	0,0000	6,1319	14,3770	11,8321	10,3730
1951	17,9387	15,7161	14,4394	3,6056	3,4785	8,0600	0,0000	4,7645	6,1237	7,7072	16,3401	10,4594
1952	10,5023	10,9772	16,1956	2,2361	0,0000	10,1241	3,8079	4,4046	5,4772	14,3247	12,9073	12,1860
1953	12,7514	14,9799	7,6092	8,2765	7,2319	4,6691	6,2690	2,1680	9,4921	13,0153	8,9275	7,0711
1954	14,2723	16,4681	14,3073	12,1531	15,4983	10,7237	8,8204	0,0000	7,8740	11,0498	2,5885	11,8911
1955	10,4066	10,4210	10,9269	11,0498	7,7136	9,9649	6,8993	11,9749	0,0000	10,1783	10,4066	16,2110
1956	10,5308	10,9224	10,4354	14,2231	19,3105	9,3274	11,1534	10,6629	10,6910	10,7330	4,6368	9,2898
1957	16,1337	14,4360	11,9665	7,7782	2,3624	10,5829	16,1802	9,6902	14,1244	12,2269	7,1414	13,3977
1958	9,6488	12,5697	10,9999	9,2466	12,2269	8,4853	6,4885	5,3010	13,4907	13,6491	15,1657	14,0498
1959	15,0797	13,4944	9,4868	11,4454	11,9289	4,8990	3,4059	7,8103	7,2801	8,5732	13,1908	10,4114
1960	13,8057	13,5498	5,8992	16,7182	9,2790	7,5829	3,2558	7,5565	6,5575	15,6779	13,3790	8,9889
1961	12,5975	12,4217	13,6491	16,3247	5,3386	7,0711	0,0000	5,1088	5,2536	13,5793	13,9283	10,5498
1962	10,4114	12,4217	14,5567	7,3485	5,0200	8,5732	5,4772	7,2938	7,4833	15,5402	7,7136	13,6124
1963	16,7451	11,2738	8,0809	3,8730	2,7749	6,3640	1,5492	0,7071	9,4868	14,2898	12,6648	7,7975
1964	9,2682	22,8188	10,9361	7,0640	6,5575	5,8737	8,1302	5,4772	8,0125	13,0114	12,3490	17,2510
1965	13,8057	14,6935	10,7330	14,0356	12,5777	7,5829	11,5368	5,8224	11,2026	12,1695	10,5735	13,5793
1966	10,0249	18,2537	8,7522	8,6140	7,5763	6,4421	7,2319	7,1624	7,3417	12,3084	7,5961	10,9086
1967	15,3231	10,0994	8,5147	1,4833	0,0000	13,4424	8,0809	1,0000	5,2250	13,9211	13,4647	7,6877
1968	18,0443	9,3648	13,1757	6,1237	5,3010	18,1961	3,1938	4,6368	3,8210	11,8574	11,6818	12,1695
1969	10,5023	14,9298	9,1214	11,2249	8,5732	13,1148	5,1088	4,0620	10,8166	14,3282	14,4152	9,9849
1970	15,4434	11,2427	8,9833	6,0000	6,7082	11,2249	4,0000	11,0226	10,2955	11,8447	8,3666	19,7230
1971	16,9528	14,1562	9,2304	7,8103	8,6314	12,4899	10,7749	4,6152	11,1803	5,8224	9,0554	15,2872
1972	16,3125	17,4097	10,5971	6,6333	8,7977	4,6904	13,2362	9,9849	12,6885	18,9472	12,6094	11,0634
1973	18,6654	11,7089	7,8994	5,5678	10,3004	10,6395	8,7235	9,7673	6,9714	14,2161	8,6371	16,2079
1974	14,2558	9,2574	15,1161	8,4083	9,4075	13,7404	2,5100	6,4031	4,6476	14,4152	8,1854	18,1988
1975	7,7460	11,3753	11,9832	9,0775	4,3818	7,5631	7,8358	6,3718	8,9778	13,4684	17,1113	11,8574
1976	13,5904	15,2216	10,2810	9,7263	10,4306	11,3313	8,8959	13,9103	14,1208	15,1261	10,3826	14,1137
1977	16,3615	9,9498	9,5499	9,8488	4,6152	10,2566	6,9138	4,2427	6,4031	10,5593	12,0166	18,8148

APÉNDICE 4. Matriz Y' para o período anual.

1,5518	3,6866	-3,7874	-8,7707	-3,9483	-4,2480	-3,1752	0,5103	-3,3286	2,1958	-2,4837	4,2684
0,1287	4,5261	-2,1287	0,2342	-0,4219	-4,6521	-4,3948	-2,7778	-3,2515	-1,9030	6,4311	5,0076
-0,0547	6,1006	2,2583	-0,0239	0,8264	1,8223	-3,3209	-0,5892	-3,0253	2,0740	0,0564	5,3421
5,1155	3,9405	0,5539	-9,0636	-3,4699	-2,8425	-4,1582	-4,6717	0,9995	0,5248	1,3558	1,2700
3,2791	-0,5457	0,8782	-5,7958	-9,7707	-0,1790	-6,9246	-5,3548	1,2746	0,3781	3,6195	7,2879
0,5830	3,3250	2,6630	0,0016	-5,2100	2,0190	-4,0874	-0,4487	5,2891	7,7421	-3,1074	6,6548
1,9510	-1,4641	-3,7374	-2,3747	-3,5820	1,1684	-5,5280	3,6791	1,3017	-1,5670	-2,8642	6,3630
5,6824	3,6046	1,4720	1,5119	-4,4981	-0,0393	-8,0100	2,3040	-3,0179	6,4434	4,7791	-4,1315
8,5732	0,3089	-2,7067	-0,4540	2,7751	-4,8513	-3,9741	-1,5548	-0,5729	1,3152	-3,3832	1,8825
4,6480	6,7519	-1,7520	-2,9150	-0,1063	1,0414	-1,8146	-9,7707	-3,1299	-2,8932	8,6656	2,2708
2,2708	1,6090	-0,9389	-5,2762	-4,1404	-8,7707	-6,7874	-6,0157	-4,19957	-0,8600	2,3865	0,6263
2,4112	2,6671	3,4277	-3,1677	-2,3209	-4,2935	1,7704	0,1186	4,1360	2,0993	3,9259	5,7598
1,9851	4,8100	5,0953	2,6389	-4,0001	1,9168	-0,5946	-8,7707	1,1196	-2,8859	-3,9397	1,3872
5,3752	1,3090	0,1841	3,6879	-5,3097	-3,3832	-8,3923	-5,7832	0,2192	5,2791	3,3746	2,1414
-0,1947	3,2331	-0,7153	-4,7408	-6,5769	-3,6225	-8,5875	-9,7707	-5,0062	-5,7087	0,7601	-2,2674
3,9113	4,0784	-1,7644	-3,6225	-4,5076	1,5252	-2,2142	-5,8592	-0,3792	0,0170	2,7871	-1,7895
7,3611	8,9161	-0,0136	-4,7707	0,1034	-2,4358	0,6023	-9,7707	-4,19957	1,8611	-1,2736	0,4664
7,2204	4,3005	0,9856	-3,4778	2,4726	-5,9366	-1,5184	-2,9516	4,6341	0,4027	0,1135	1,1196
5,6110	6,0690	-1,3683	3,4858	-3,9483	-7,5346	2,1749	-3,4858	-3,1224	0,4468	1,4631	-0,1686
2,7672	4,2898	5,0380	3,6828	-2,1352	-2,1549	-9,7707	-6,0693	-1,3921	-0,2944	-0,6932	6,4280
5,1423	1,7618	2,1666	0,0425	-3,0999	-5,6964	-3,4620	-9,7707	-3,6388	4,6063	2,0614	0,6023
8,1680	5,9454	4,6687	-6,1651	-6,2922	-0,9107	-9,7707	-5,0062	-3,6470	-2,0635	6,5694	0,6887
0,7316	1,2065	6,4249	-7,5346	-9,7707	0,3534	-5,9628	-5,3661	-4,2935	4,5540	3,1366	2,4153
2,9807	5,2092	-2,1615	-1,4942	-2,5388	-5,1016	-3,5017	-7,6027	-0,2786	3,2446	-0,8432	-2,6996
4,5016	6,6974	4,5366	2,3824	5,7276	0,9503	-0,9503	-9,7707	-1,8967	1,2791	1,2791	2,1204
0,6359	0,6503	1,1562	1,2791	-2,0571	0,1942	-2,8714	2,2042	-9,7707	0,4076	0,6359	6,4403
0,7601	1,1517	0,6647	4,4524	9,5398	-0,4433	1,3827	0,8922	0,9203	0,9623	-5,1339	-0,4809
6,3630	4,6653	2,1958	-1,9925	-7,3624	0,8122	6,4095	-0,0805	4,3537	2,4562	-2,6293	3,6270
-0,1219	2,7990	1,2292	-0,5241	2,4562	-1,2854	-3,2822	-4,4697	3,7200	3,8784	5,3950	4,2791
5,3030	3,7237	-0,2839	1,6747	2,1582	-4,8717	-6,3648	-1,9604	-2,4906	-1,1975	3,4201	0,6407
4,0350	3,7791	-3,8715	6,9475	-0,4917	-2,1878	-6,5149	-2,2142	-3,2132	5,9072	3,6083	-0,7818
2,8268	2,6510	3,8784	6,5540	-4,4321	-2,6996	-9,7707	-4,6619	-4,5171	3,8086	4,1576	0,7791
0,6407	2,6510	4,7860	-2,4222	-4,7507	1,1975	-4,2935	-2,4769	-2,2874	5,7695	-2,0571	3,8417
6,9744	1,5031	-1,6898	-5,8977	-6,9958	-3,4067	-8,2215	-9,0636	-0,2839	4,5191	2,8941	-1,9732
-0,5025	13,0471	1,1654	-2,7067	-3,2132	-3,8970	-1,6405	-4,2935	-1,7582	3,2407	2,5783	7,4703
4,0350	4,9227	0,9623	4,2649	-2,8070	-2,1878	1,7661	-3,9483	1,4319	2,3988	0,8028	3,8086
0,2542	8,4830	-1,0185	-1,1567	-2,1944	-3,3286	-2,5388	-2,6083	-2,4290	2,5377	-2,1746	1,1379
5,5524	0,3287	-1,2560	-8,2874	-9,7707	3,6717	-1,6898	-8,7707	-4,5457	4,1504	3,6940	-2,0830
8,3736	-0,4059	3,4050	-3,6470	-4,4697	8,4254	-6,5769	-5,1339	-5,9497	2,0867	1,8911	2,3988
0,7316	5,1591	-0,6493	1,4542	-1,1975	3,3441	-4,6619	-5,7087	1,0459	4,5575	4,6445	0,2142
5,6727	1,4720	-0,7874	-3,7707	3,0625	1,4542	-5,7707	1,2519	0,5248	2,0740	-1,4041	9,9523
7,1821	4,3855	-0,5403	-1,9604	-1,1393	2,7192	1,0042	-5,1555	1,4096	-3,9483	0,7153	5,5165
6,5418	7,6390	0,8264	-3,1374	-0,9730	-5,0803	3,4655	0,2142	2,9178	9,1765	2,8387	1,2927
8,8947	1,9382	-1,8713	-4,2029	0,5297	0,8688	-1,0472	-0,0034	-2,7993	4,4454	-1,1336	6,4372
4,7551	-0,5133	5,3454	-1,3624	-0,3632	3,9697	-7,2607	-3,3676	-5,1231	4,6445	-1,5853	8,4281
-2,0247	1,6046	2,2125	-0,6932	-5,3889	-2,2076	-1,9349	-3,3989	-2,7929	3,6977	7,3406	2,0867
3,8197	5,4509	0,5103	-0,0444	0,6599	1,5606	-0,9712	4,1396	4,3501	5,3554	0,6119	4,3430
6,5908	0,1791	-0,2208	0,0781	-5,1555	0,4859	-2,8569	-5,5280	-3,3676	0,7886	2,2459	9,0441

APÊNDICE 5. Matriz S^{-1} para o período anual.

[illegible]

APÊNDICE 6. Matriz X' para o período anual.

0,86602	0,50000	0,00000	-0,49999	-0,86602	-1,00000	0,49999	0,86602	1,00000	0,86602	0,50000
0,50000	-0,49999	-1,00000	-0,50000	0,49999	1,00000	0,86602	0,86602	0,00000	-0,86602	-0,86602
0,00000	-1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	-1,00000	1,00000	0,00000	-1,00000	0,00000	1,00000
-0,49999	-0,50000	1,00000	-0,49999	-0,50000	1,00000	0,86602	-0,86602	0,00000	0,86602	-0,86602
-0,86602	0,49999	0,00000	-0,50000	0,86602	-1,00000	0,50000	-0,86602	1,00000	-0,86602	0,49999
-1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000	-1,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
-0,86602	0,50000	0,00000	-0,49999	0,86602	-1,00000	-0,49999	0,86602	-1,00000	0,86602	-0,50000
-0,50000	-0,49999	1,00000	-0,50000	-0,49999	1,00000	-0,86602	0,86602	0,00000	-0,86602	0,86602
0,00000	-1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	-1,00000	-1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	-1,00000
0,49999	-0,50000	-1,00000	-0,49999	0,50000	1,00000	-0,86602	-0,86602	0,00000	0,86602	0,86602
0,86602	0,50000	0,00000	-0,49999	-0,86602	-1,00000	-0,49999	-0,86602	-1,00000	-0,86602	-0,49999
1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000

APÊNDICE 7. Matriz $\hat{\beta}^1$ para o período anual.

3,49169	0,71628	-0,93772	-0,31315	1,70430	1,06785	-0,92902	2,24884	0,62020	-0,86070	1,31985
3,68259	1,09459	0,74885	-0,98934	0,39843	0,33934	1,35575	-0,98990	-0,57536	-1,97631	-1,36972
2,54527	0,98405	-0,87801	0,14386	0,09264	0,99882	1,37974	-0,98111	-1,20793	-1,98028	0,05419
4,23726	0,15507	-2,34803	0,86575	0,16708	-0,93658	0,15549	1,57024	0,18560	-0,68361	0,43730
5,55528	0,95281	-0,58599	3,30320	-1,24575	0,28620	-0,52861	0,29195	-0,46500	0,43137	-0,13460
2,70975	-1,74988	-1,14641	2,87117	0,75453	1,93030	-0,79623	0,00785	0,86564	1,39725	0,34884
2,07707	0,58036	1,97784	1,43899	-0,28917	1,32724	-1,13538	1,30280	1,96676	-0,47454	0,58252
3,15270	-1,76339	-1,72071	-1,93759	-3,47811	1,10714	0,59218	-0,67195	-0,01247	-0,08109	1,64033
2,34726	0,41645	0,51679	-1,34192	0,50293	-0,33873	1,21681	0,44743	3,47327	1,05571	1,18954
4,12969	2,70353	-2,20537	-0,82256	-0,26815	-1,17570	2,41890	-0,42382	-0,61455	-1,22909	-2,34448
4,81915	-0,01221	-0,44065	-0,94539	0,32005	-0,54017	1,35019	-0,14910	-0,25425	-0,64842	0,42395
3,32100	-0,67713	0,37297	0,87968	1,33272	-0,84723	-0,97764	0,92819	-0,81630	-0,18438	-0,19283
0,96412	-0,68029	-1,43092	2,48293	0,20198	-0,04742	3,63024	0,81070	-0,24270	1,88273	-1,88510
5,28155	-0,22847	-1,31944	0,73138	-1,19976	-0,18283	-0,23075	-1,40952	0,85304	1,09719	1,06624
3,49928	0,17095	-1,78013	0,69691	-1,04156	-0,21303	2,81977	0,13661	-0,53921	-0,99265	-1,21352
2,51604	0,76015	-2,81533	0,04948	-1,35810	-0,29028	0,58074	0,75667	0,03601	0,22990	-1,23735
3,37039	1,38645	-3,73606	-1,41557	1,81684	-0,62644	3,24834	1,61494	0,52563	1,02170	-0,23164
3,02463	-0,90493	-0,67941	-0,41304	1,18292	-1,70427	0,80338	1,08826	2,45773	-0,18882	-0,16988
3,62868	-0,05571	-1,02027	-2,43611	1,07459	-0,74742	0,93922	2,29402	-0,62158	0,67103	-0,68376
3,98015	-0,84888	0,36684	2,00508	-0,05550	1,00568	4,06567	-1,34853	0,77761	0,14333	-0,07293
4,37805	-0,27015	-1,63293	0,86787	0,40424	-0,63531	2,26034	-1,43456	-0,39373	2,21941	0,24864
5,96667	0,28970	-2,24232	0,85122	-2,92463	-0,60065	2,79780	1,05195	-0,53977	-1,59461	0,82032
4,72804	-0,28752	-2,76660	2,40050	-0,93052	0,44686	0,47249	0,03230	-2,82188	0,37267	2,06484
3,04332	-1,16519	-2,52482	-1,32806	0,68250	-0,17510	1,25034	-0,18516	1,11163	1,01108	-1,08016
0,29849	0,19796	-2,36624	0,72848	2,55143	-0,08956	5,13859	-0,24959	1,98808	1,69465	0,06615
-1,73389	1,85833	1,44524	-0,40371	-0,05605	1,95392	1,79054	0,05101	-1,68544	-0,28610	1,98752
-2,48333	-0,49408	0,53217	1,05717	1,93235	-0,13328	1,66953	0,81318	2,38447	0,15990	0,98713
1,91181	-0,54068	-1,06332	1,17903	0,55888	0,01311	-0,71506	3,88056	-0,43695	2,69091	-0,80080
2,78038	-0,09563	-1,01779	0,81293	1,01972	-0,39325	0,01706	-2,34989	0,45206	-0,89928	-0,81036
3,02021	-0,05256	0,45011	-1,73117	-0,71404	-0,31154	2,47047	-0,77195	1,36753	-1,14317	0,00042
2,76166	-0,46271	-0,59120	-2,93046	-1,46745	1,49151	1,44300	-2,43734	1,18470	0,82176	-0,58744
4,01857	-1,51115	-0,18144	-0,52099	-2,09771	1,19070	3,18504	-2,74861	-0,73130	0,82335	0,28144
3,05085	-1,14089	-1,38007	1,43541	0,84885	1,17729	0,92339	-0,00259	-0,80547	0,91341	1,80786
5,60839	-0,26851	-3,25835	-0,03498	-1,63330	-0,58305	0,22946	0,48025	1,11865	1,30429	0,18619
4,83721	-0,30954	-1,98529	-0,04414	2,83678	1,35356	1,74407	0,96885	-1,26280	-1,40421	-1,54511
1,62138	0,01881	-0,16810	-0,75158	1,54497	-0,21219	1,82761	-0,50489	0,89044	1,13749	-1,27194
2,38260	-0,94962	-1,71988	0,98989	1,57060	1,26386	1,53382	0,94948	0,22714	-0,34773	-0,60144
3,82446	2,09548	-4,54871	0,53056	-2,15316	-0,24786	-0,45210	0,81324	-1,58536	2,05597	0,51162
2,92902	2,74635	-2,74805	2,04510	-3,19423	0,59591	2,12143	0,04268	-0,14417	1,19148	2,41176
2,26433	0,03151	-2,85017	0,24425	-0,97910	0,75893	0,80079	-2,01187	0,20779	-0,11776	-1,44062
3,81284	1,47884	0,40553	2,15212	0,03067	1,43843	-0,21516	1,26862	1,84956	-0,00750	1,40856
2,04855	2,31196	-0,79265	1,54644	0,14273	-0,47033	1,81855	2,19103	1,28396	0,70758	-1,50956
3,70127	-1,42357	-2,22763	-2,15435	1,71287	-0,45939	-1,11556	1,43700	0,22597	0,91328	0,29584
3,00549	2,41833	-0,83693	-0,34585	0,61567	0,57586	0,15373	1,46411	1,77955	0,97558	2,08980
3,03945	1,70796	-0,73379	2,52446	-0,07643	1,33592	2,39289	-1,11428	0,45155	0,95350	3,30297
3,32301	-0,52493	-0,85003	0,28292	-0,32577	0,13980	-0,47894	-1,54586	-2,63750	-0,16060	-0,65577
1,69315	-0,71622	-0,65478	0,20054	0,35285	0,97703	-0,83519	0,85970	1,42981	-0,37574	0,34508
4,39315	2,62863	0,35674	1,29510	-0,47080	0,65101	1,41620	0,06174	-0,18340	1,85605	-0,02623

APENDICE 8. Matriz Y' para o período seco.

-6,4428	-1,6204	-1,9201	-0,8473	2,8382	-1,0007
2,5621	1,9059	-2,3242	-2,0669	-0,4499	-0,9236
2,3039	3,1543	4,1502	-0,9930	1,7386	-0,6974
-6,7357	-1,1420	-0,5146	-1,8303	-2,3437	3,3275
-3,4678	-7,4428	2,1488	-4,5967	-3,0269	3,6025
2,3295	-2,8821	4,3470	-1,7595	1,8792	7,6170
-0,0468	-1,2541	1,1595	-3,2001	6,0070	3,6296
3,8399	-2,1702	2,2885	-5,6821	4,6319	-0,6900
1,8738	5,1031	-2,5234	-1,6462	0,7730	1,7550
-0,5871	2,2215	1,2864	0,5133	-7,4428	-0,8020
-2,9483	-1,8125	-6,4428	-4,4595	-3,6878	-2,6778
-0,8397	0,0070	-1,9655	4,0984	2,4465	6,4640
4,9668	-1,6722	4,2447	1,7332	-6,4428	3,4475
-1,3600	-2,9818	-1,0553	-6,0644	-3,4553	2,5471
-2,4129	-4,2490	-1,2946	-6,2595	-7,4428	-2,6783
-1,2946	-2,1797	3,8532	0,1136	-3,5312	1,9486
-2,4428	2,4313	-0,1079	2,9302	-7,4428	-2,6678
-1,1499	4,8005	-3,6087	0,8094	-0,6237	6,9620
-1,1579	-1,6204	-5,2067	4,5028	-1,1579	-0,7945
6,0108	0,1926	0,1729	-7,4428	-3,7414	0,9357
2,3704	-0,7719	-3,3685	-1,1340	-7,4428	-1,3109
-3,8372	-3,9643	1,4172	-7,4428	-2,6783	-1,3190
-5,2067	-7,4428	2,6814	-3,6349	-3,0382	-1,9655
0,8336	-0,2109	-2,7737	-1,1738	-5,2748	2,0492
4,7103	8,0555	3,2809	1,3776	-7,4428	0,4311
3,6070	0,2708	2,5221	-0,5435	4,5321	-7,4428
6,7804	11,8678	1,8845	3,7106	3,2202	3,2483
0,3353	-5,0344	3,1401	8,7374	2,2473	6,6816
1,8038	4,7842	1,0424	-0,9543	-2,1418	6,0479
4,0027	4,4861	-2,5438	-4,0369	0,3674	-0,1627
9,2754	1,8361	0,1400	-4,1870	0,1136	-0,8853
8,8820	-2,1042	-0,3717	-7,4428	-2,3339	-2,1892
-0,0943	-2,4228	1,1303	-1,9655	-0,1489	0,0404
-3,5698	-4,6679	-1,0788	-5,8936	-6,7357	2,0440
-0,3788	-0,8853	-1,5691	0,6873	-1,9655	0,5696
6,5928	5,1349	0,1400	4,0940	-1,6204	3,7598
1,1711	0,1334	-1,0007	-0,2109	-0,2804	-0,1011
-5,9595	-7,4428	5,9996	0,6380	-6,4428	-2,2178
-1,3190	-2,1418	10,7533	-4,2490	-2,8060	-3,6218
3,7821	1,1303	5,6720	-2,3339	-3,3807	3,3738
-1,4428	-0,7346	3,7821	-3,4428	3,5798	2,8528
0,3674	1,1885	5,0471	3,3321	-2,8276	3,7375
-0,8095	1,3549	-2,7523	5,7934	2,5421	5,2457
-1,8750	2,8576	3,1967	1,2807	2,3244	-0,4714
0,9655	1,9646	6,2976	-4,9328	-1,0396	-2,7952
1,6346	-3,0610	0,1202	0,3929	-1,0710	1,5349
2,2834	2,9879	3,8885	1,4566	6,4676	6,6780
2,4060	-2,8276	2,8138	-0,5290	-3,2001	-1,0396

APÊNDICE 9. Matriz S^{-1} para os períodos seco e chuvoso.

0,333333	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,000000	0,333333	0,000000	0,000000	0,000000
0,000000	0,000000	0,166666	0,000000	0,000000
0,000000	0,000000	0,000000	0,333333	0,000000
0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,333333

APÊNDICE 10. Matriz X' para os períodos seco e chuvoso.

0,50000	-0,49999	-1,00000	0,86602	0,86602
-0,49999	-0,50000	1,00000	0,86602	-0,86602
-1,00000	1,00000	-1,00000	0,00000	0,00000
-0,50000	-0,49999	1,00000	-0,86602	0,86602
0,49999	-0,50000	-1,00000	-0,86602	-0,86602
1,00000	1,00000	1,00000	0,00000	0,00000

APENDICE 11. Matriz β' para o período seco.

0,11699	0,03843	0,34269	-2,90237	-2,45603
0,84573	-1,40782	-0,14542	2,01641	-0,27735
-1,30235	0,11694	-1,12150	1,36042	-1,03405
0,26284	2,94627	1,65821	-1,06913	-1,46653
1,40869	5,00619	-0,68184	-0,94887	0,69428
2,56508	4,06016	-0,93006	-0,19405	0,45408
2,55913	1,34540	-1,32405	-1,18584	-2,30940
1,72783	0,42959	-3,21714	0,78515	-1,24243
1,29116	-1,27343	0,84807	2,26615	-1,63059
-2,49029	1,04398	1,44606	2,47218	1,48593
1,19762	-0,88552	0,68984	0,97757	-0,55066
2,39342	0,54743	1,82137	-2,12977	0,23239
-0,52191	2,79993	0,12329	2,31062	4,27675
1,90598	2,80756	-0,10473	1,49470	-0,28499
-0,35241	2,06972	-0,33944	2,03239	0,87162
-1,09481	3,08263	0,14255	-0,01637	1,30770
-3,39451	-0,17128	2,11455	1,29937	1,58737
2,29298	0,47837	2,99241	1,00021	-1,30404
0,60436	-2,09485	1,60175	-1,76765	1,76765
1,84084	1,19970	-1,45946	5,01940	0,61107
0,15814	-0,39673	0,87064	2,93737	2,72831
-0,09684	3,01983	-1,27129	0,66961	-1,33870
-1,07688	3,45906	-1,24662	-1,72522	0,47325
1,09828	0,72950	1,31324	2,04134	1,48541
-2,97753	0,12060	1,55263	5,43608	1,58056
-1,91965	-2,95131	-3,06281	-0,03196	-0,50213
-0,47506	-2,55222	1,15693	3,38250	-1,32702
0,99378	2,22632	0,77693	-4,52756	3,42365
0,97383	1,78150	1,52889	2,79560	-0,51756
1,44720	-1,70540	-0,25663	3,50981	-1,41098
1,61484	-1,42147	-2,12756	4,38354	0,90602
2,07668	-0,35381	-2,98543	4,77888	1,69668
0,32755	1,16226	-0,87250	-0,11622	0,14777
1,08362	3,79956	0,47781	1,26773	0,56008
0,35520	0,09057	0,71420	0,00404	0,91207
0,49716	-1,06693	1,31273	2,67144	2,07050
0,46123	-0,50284	-0,01142	0,51844	0,31960
-3,67211	4,46178	-0,43665	-2,19323	2,47223
-4,41407	4,12984	-2,77350	1,03753	-0,17906
-0,49858	3,14900	-0,65053	3,06785	1,06768
0,74263	2,55171	-1,20730	-0,66813	-2,23172
-1,60002	2,58482	0,94520	0,30352	1,54114
1,76342	-0,64904	2,23566	-2,24887	0,31374
-1,83755	0,14379	0,00346	-0,75707	-1,66752
-2,54861	1,67453	-1,99781	2,56997	-1,41227
1,01017	0,90246	-0,30282	-0,21604	1,77814
1,64759	1,32295	-0,25283	-0,76582	-1,64991
-0,85743	1,28320	-1,06935	0,95483	2,28191

APÊNDICE 12. Matriz Y' para o período chuvoso.

-0,1320	-4,8116	1,9405	-0,7761	1,3586	-6,1153
-4,2309	4,1031	2,6797	-2,1991	2,1981	-4,4566
-0,2538	3,7285	3,0142	-2,3826	3,7727	-0,0695
-1,8030	-0,9721	-1,0578	2,7875	1,6126	-1,7739
-1,9497	1,2916	4,9600	0,9512	-2,8736	-1,4497
5,4141	-5,4353	4,3269	-1,7449	0,9971	0,3351
-3,8949	-5,1921	4,0351	-0,3768	-3,7920	-6,0654
4,1155	2,4512	-6,4595	3,3545	1,2766	-0,8558
-1,0126	-5,7111	-0,4453	6,2452	-2,0189	-5,0346
-5,2211	6,3377	-0,0570	2,3200	4,4240	-4,0799
-3,1879	0,0586	-1,7015	-0,0570	-0,7188	-3,2668
-0,2285	1,5980	3,4319	0,0832	0,3391	1,0998
-5,2138	-6,2677	-0,9406	-0,3428	2,4821	2,7674
2,9512	1,0466	-0,1864	3,0473	-3,6369	-2,1437
-8,0366	-1,5677	-4,5953	-2,5226	0,9051	-3,0432
-2,3109	0,4592	-4,1174	1,5834	1,7505	-4,0924
-0,4668	-3,6015	-1,8614	5,0331	6,5882	-2,3416
-1,9251	-2,2143	-1,2082	4,8925	1,9725	-1,3422
-1,8810	-0,8647	-2,4965	3,2831	3,7411	-3,6962
-2,6223	-3,0212	4,1001	0,4392	1,9619	2,7101
2,2784	-0,2664	-1,7256	2,8144	-0,5660	-0,1613
-4,3915	4,2414	-1,6392	5,8401	3,6175	2,3408
2,2261	0,8087	0,0874	-1,5962	-1,1214	4,0970
0,9167	-3,1711	-5,0275	0,6528	2,8813	-4,4894
-1,0487	-9,5102	-0,2074	2,1736	4,3694	2,2086
-1,9202	-1,6919	4,1124	-1,6919	-1,6775	-1,1716
-1,3655	-7,4618	-2,8088	-1,5677	-1,1762	-1,6631
0,1283	-4,9572	1,2991	4,0351	2,3374	-0,1320
1,5505	3,0670	1,9512	-2,4498	0,4711	-1,0986
-3,5254	1,0922	-1,6871	2,9811	1,3957	-2,6118
3,5793	1,2804	-3,1097	1,7071	1,4512	-6,1995
1,4807	1,8297	-1,5487	0,4989	0,3231	1,5505
3,4416	-4,3850	1,5138	-1,6871	0,3231	2,4581
2,1912	0,5662	-4,3012	4,6464	-0,8247	-4,0178
0,9128	0,2504	5,1524	-2,8304	10,7201	-1,1624
0,0709	-1,5251	1,4807	1,7071	2,5948	-1,3655
0,2098	-4,5026	-1,1899	-2,0736	6,1551	-3,3465
1,8225	1,3661	-4,4110	3,2245	-1,9991	-3,5839
-0,2411	-0,4367	0,0709	5,9457	-2,7338	1,0770
2,2296	2,3166	-2,1136	-1,5962	2,8311	-2,9772
-0,2538	-3,7320	7,6244	3,3447	-0,8558	-3,1153
-6,2762	-3,0432	3,1885	4,8542	2,0576	-2,8682
6,8486	0,5108	-1,0352	4,2139	5,3111	-1,5014
2,1175	-3,4615	4,1093	6,5668	-0,3896	-4,1992
2,3166	-3,9133	6,1002	2,4271	-2,8412	3,0175
1,3698	5,0127	-0,2411	-4,3526	-0,7232	-0,1153
3,0274	-1,7159	2,0151	1,4917	3,1230	-1,8176
-1,5392	-0,0819	6,7162	4,2628	-2,1487	-2,5487

APÊNDICE 13. Matriz $\hat{\beta}$ para o período chuvoso.

-1,54956	-0,66473	-2,47839	-1,59530	0,73463
-3,03493	-0,57085	-0,53325	-0,03661	-3,67528
-0,66575	0,17078	-0,87613	0,61080	-2,92651
-0,57300	-1,21476	0,21495	-2,07135	0,09930
-3,31431	1,60021	0,10942	0,36497	0,16845
0,93467	1,68218	-2,93055	0,20976	2,34042
-3,71986	1,53258	-1,33042	-1,41976	1,36032
1,79895	-4,30479	1,00285	0,55875	1,08024
-2,12406	-1,41041	-0,17060	-3,16102	3,74203
-2,91677	-2,68911	0,90533	-1,62454	-3,94412
-1,17318	-1,00526	0,39051	-0,67937	-0,74618
-1,03915	1,21192	-0,12690	0,27338	-0,60115
1,88249	2,16594	-0,02844	-3,93202	-0,51128
-1,44904	-1,34478	0,47040	1,32433	2,47938
0,01050	-0,67589	0,76551	-2,30562	-2,85693
-0,42549	-2,98365	0,43800	-1,49697	-0,84789
0,62159	-2,65986	-0,86166	-4,52926	0,45603
-0,48311	-1,30445	0,41613	-3,17675	0,92638
-0,49293	-2,77736	-0,10691	-2,82039	-0,42558
-0,14308	2,81047	-0,55191	-2,32233	-0,32441
0,38216	-1,33901	0,39998	-0,06824	1,71052
-0,48256	-1,31739	2,47260	-2,77351	-1,85053
1,65192	1,34194	0,35288	1,66061	0,27209
1,23211	-3,38562	-0,96304	-1,67102	0,53675
2,58159	1,33636	-1,37351	-4,93697	1,80873
-1,79701	2,14387	-0,84502	-0,07006	-0,07006
1,46322	0,43788	-0,89035	-1,75613	1,64682
0,08759	0,13173	-0,80316	-3,23357	1,95818
-0,78257	-0,15562	-0,74238	1,90418	-1,28100
-1,34207	-1,75693	0,87972	-1,96590	-0,87536
-0,68940	-4,43945	-0,85546	0,49115	0,73751
0,94562	-0,68817	0,60402	0,71834	-0,04997
1,95424	1,70856	-1,48209	0,12141	1,67905
-0,54658	-3,86953	0,68829	-0,30722	2,04850
0,26387	-0,17886	-3,42132	-1,94176	-3,72049
-0,53478	-0,43624	-0,88834	-1,66165	0,20448
1,43802	-1,47693	-2,51630	-2,41740	-1,01507
-0,51886	-3,40066	0,93238	0,56675	1,63970
-1,07862	-0,03964	1,58167	-1,12289	2,56203
0,43555	-2,66049	-0,86734	0,95590	-1,30320
-3,70032	1,75252	-1,66955	-1,86911	2,21670
-3,02389	0,50806	-0,00454	-4,68559	-0,12598
1,08373	-3,65965	-1,31687	-0,62513	1,51282
-2,99912	-0,83549	-1,15520	-2,17116	3,61870
-0,86731	3,37439	-0,67403	-0,34140	3,31928
0,03969	-0,33660	0,02321	3,30778	-2,09935
-0,21513	-0,92186	-1,70124	-0,95358	0,89841
-4,39983	1,30701	-0,23267	-1,07831	1,43020