ESTUDO SOBRE A OCORRÊNCIA DE AGUACEIROS E ESTIAGENS EM PRESIDENTE PRUDENTE, AVARÉ E ITAPEVA

ANTONIO ASSIZ DE CARVALHO FILHO

Orientador: Prof. Dr. VIVALDO FRANCISCO DA CRUZ

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia. Área de concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Dezembro, 1982

*A meus pais, Antonio Assiz
e Maria Aparecida,
e a meu filho Antonio Assiz de Carvalho Neto,
OFEREÇO.*

*A minha esposa Rosângela,
DEDICO.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz, pelo estímulo durante o Curso de Pós-Graduação, e pela sua orientação e amizade.

Ao Prof. Dr. Humberto de Campos, por suas recomendações e amizade.

Ao Prof. Dr. David Ariovaldo Banzatto, por suas sugestões e pela revisão minuciosa que efetuou neste trabalho.

À Universidade Estadual Paulista, "Campus" de Presidente Prudente, em especial à pessoa do Dr. Roberto Pannain, por ter incentivado e dado apoio aos professores do I.P.E.A. para fazerem cursos de Pós-Graduação.

À Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" (ESALQ/USP), a seus professores e Funcionários, pela amizade e apoio recebidos.

À Kikuko Abe, do Departamento de Águas e Energia Elétrica do Estado de São Paulo, por seu valioso auxílio na obtenção dos dados de precipitação pluviométrica utilizados no presente trabalho.

Às alunas Vilma Lucia Macagnan e Tânia Maria Fresca, do Curso de Geografia, pela colaboração no levantamento dos dados.

Às Srtas. Maria Izalina Ferreira Alves e Rosa Maria Alves, pela atenção e apoio dados durante o Curso.

À Srta. Carmen Lucia Mazzarotto Negrini, do I.P.E.A. pela datilografia da revisão final deste trabalho.

Í N D I C E

	Pág.
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
3. MATERIAL E MÉTODOS	8
3.1 - Dados Utilizados	9
3.2 - Metodologia	19
3.2.1 - A distribuição de Gumbel	21
3.2.1.1 - A obtenção dos parâmetros α e u ..	21
3.2.1.2 - A estimativa dos parâmetros α e u	25
3.2.2 - A distribuição de Poisson	25
3.3 - Método de Cálculo	26
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	28
4.1 - Sugestões Para Pesquisas Posteriores	70
5. CONCLUSÕES	72
6. LITERATURA CITADA	75

LISTA DE TABELAS

TABELA		Pág.
1	Ordem cronológica da duração (em número de dias secos consecutivos) das estiagens mais longas e das precipitações máximas (em mm) no período de um dia, observadas na cidade de Presidente Prudente, SP, no período de 1942 a 1981	11
2	Ordem cronológica do número de ocorrências anuais de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm de precipitação diária, observadas na cidade de Presidente Prudente, SP, no período de 1942 a 1981	12
3	Ordem cronológica da duração (em número de dias secos consecutivos) das estiagens mais longas e das precipitações máximas (em mm) no período de um dia, observadas na cidade de Avaré, SP, nos anos de 1942 a 1981 .	13
4	Ordem cronológica do número de ocorrências anuais de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm de precipitação diária, observadas na cidade de Avaré, SP, no período de 1942 a 1981	14
5	Ordem cronológica da duração (em número de dias secos consecutivos) das estiagens mais longas e das precipitações máximas (em mm) no período de um dia, observadas na cidade de Itapeva, SP, nos anos de 1942 a 1981	15

TABELA

Pág.

6	Ordem cronológica do número de ocorrências anuais de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm, observadas na cidade de Itapeva, SP, no período de 1942 a 1981	16
7	Dados originais, referentes a Presidente Prudente, SP, no ano de 1958, para precipitação máxima e estiagem	17
8	Dados originais, referentes a Presidente Prudente, SP., no ano de 1958, para ocorrências de aguaceiros e estiagens	18
9	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição Normal	29
10	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal	31
11	Estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, em número de dias secos consecutivos e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Presidente Prudente, SP	32
12	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição de Gumbel	33

TABELA

Pág.

13	Ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, durante 40 anos (1942, 1981) na cidade de Presidente Prudente, SP	34
14	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição Normal ..	37
15	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal	38
16	Estimativas da precipitação máxima provável no período de um dia, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Presidente Prudente, SP	39
17	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição de Gumbel	40
18	Ocorrência de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Presidente Prudente, SP	41
19	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Avaré, SP. F(x): Função de Distribuição Normal	43

TABELA

Pág.

20	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Avaré, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal	45
21	Estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, em número de dias secos consecutivos, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Avaré, SP	46
22	Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Avaré, SP. F(x): Função de distribuição de Gumbel	47
23	Ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Avaré, SP	48
24	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Avaré, SP. F(x): Função de Distribuição Normal	50
25	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Avaré, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal	52
26	Estimativas de precipitação máxima provável no período de um dia, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Avaré, SP	53

TABELA

Pág.

27	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Avaré, SP. F(x): Função de Distribuição de Gumbel	54
28	Ocorrência de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Avaré, SP	55
29	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Itapeva, SP. F(x): Função de Distribuição Normal	58
30	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Itapeva, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal	59
31	Estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, em número de dias secos consecutivos, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Itapeva, SP	60
32	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Itapeva, SP. F(x): Função de Distribuição de Gumbel	61
33	Ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias consecutivos durante 40 anos (1942, 1981), para a cidade de Itapeva, SP	62

TABELA

Pág.

34	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Itapeva, SP. F(x): Função de Distribuição Normal	64
35	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Itapeva, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal	65
36	Estimativas da precipitação máxima provável no período de um dia, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Itapeva, SP ..	67
37	Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Itapeva, SP. F(x): Função de Distribuição de Gumbel	68
38	Ocorrência de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Itapeva, SP	69

ESTUDO SOBRE A OCORRÊNCIA DE AGUACEIROS E ESTIAGENS
EM PRESIDENTE PRUDENTE, AVARÉ E ITAPEVA

Candidato: Antonio Assiz de Carvalho Filho

Orientador: Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz

R E S U M O

Com o fim de estudar:

a) a duração máxima provável, em número de dias secos consecutivos, da estiagem mais longa do ano;

b) a precipitação pluviométrica máxima provável no período de um dia, do ano;

c) a probabilidade de ocorrência anual de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm diários;

d) a probabilidade de ocorrência anual de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos;

tomaram-se, então, os dados de precipitação pluviométrica referentes aos anos de 1942 a 1981, inclusive, de Presidente Prudente, Avaré e Itapeva, Estado de São Paulo.

As estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano e da precipitação pluviométrica máxima provável no período de um dia, do ano, foram feitas utilizando-se a função de distribuição de valores extremos proposta por Gumbel; e as estimativas das probabilidades de ocorrências de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura igual ou superior a 50 mm diários, foram feitas utilizando-se a função de distribuição de Poisson.

As seguintes conclusões foram tiradas:

- 1) A estimativa da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, com probabilidade de 5% dessa estimativa ser ultrapassada, para a cidade de Presidente Prudente é de 78 dias secos consecutivos, para a cidade de Avaré é de 74 dias e para a cidade de Itapeva é de 62 dias respectivamente.
- 2) Durante o ano, a probabilidade de que ocorra no máximo uma estiagem de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos é estimada em 71,73% para a cidade de Presidente Prudente, 83,54% para a cidade de Avaré e 90,98% para a cidade de Itapeva.
- 3) Durante o ano, a precipitação máxima provável no período de um dia é estimada em 106,5 mm para a cidade de Itapeva.

- 4) A probabilidade de ocorrer no ano pelo menos um aguaceiro de altura não inferior a 50 mm diários é estimada em 96,83% para a cidade de Avaré.
- 5) A função do tipo exponencial indicada para o estudo de dados de estiagem e precipitação pluviométrica (máximas registradas de cada ano) é a função lognormal.

STUDY ON OCCURRENCE OF HEAVY DOWNPOUR AND DROUGHT
FOR PRESIDENTE PRUDENTE, AVARÉ AND ITAPEVA

Candidate: Antonio Assiz de Carvalho Filho
Adviser: Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz

S U M M A R Y

In order to study:

- a) the maximum probable duration of drought (dry days consecutive) of the year;
- b) the maximum probable rainfall with one day period of the year;
- c) the annual probability occurrence of heavy downpour of a height greater than 50 mm;
- d) the annual probability occurrence of drought of height greater than 30 dry days consecutive;

to this, the data of rain precipitation for Presidente Prudente, Avaré and Itapeva, São Paulo State, were taken.

The annual frequency of drought and heavy downpours were studied by a Poisson's theory, and the maximum probable rainfall and drought were studied by the extreme values distribution proposed by Gumbel.

According to the data, the following conclusions were drawn:

- 1) The estimative of the maximum probable duration of drought of the year where 78 dry days consecutive for Presidente Prudente, 74 dry days consecutive for Avare and 62 dry days consecutive for Itapeva.
- 2) In the year, the probability of occurrence of no more than one drought of height greater than 30 dry days consecutive were 71,73% for Presidente Prudente, 83,54% for Avare and 90,98% for Itapeva.
- 3) The maximum probable rainfall with one day period, of the year to Itapeva were 106,5 mm.
- 4) In the year, the probability of occurrence of at least one heavy downpour of height greater than 50 mm were 96,83% for Avare.
- 5) The best distribution of exponential type for the data concerning to Presidente Prudente, Avare and Itapeva (rain data and drought data) were the lognormal distribution.

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento antecipado da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano e da precipitação pluviométrica máxima provável (período de um dia) do ano, assim como da probabilidade anual de ocorrência de aguaceiros de altura $h \geq 50$ mm e de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, é de importância considerável aos agricultores e àqueles que exercem suas atividades junto a eles, proporcionando dados que possibilitam planejamentos mais precisos, tais como nos projetos de irrigação e abastecimento de água, em que há necessidade de se conhecerem as grandezas das estiagens e das precipitações que adviriam.

Em estudos sobre precipitação máxima provável, vários autores têm se utilizado da função estabelecida por Gumbel para a análise de dados extremos; e em estudos sobre frequência de ocorrên

cia de aguaceiros de altura $h \geq 50$ mm, alguns autores têm se utilizado da função de distribuição de Poisson.

Já foram feitos estudos sobre a estimativa de precipitações máximas prováveis para o Estado de São Paulo, e também sobre a ocorrência de aguaceiros de altura excepcional para uma cidade desse mesmo Estado, mas nada se encontrou sobre estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, utilizando-se a função de distribuição de valores extremos proposta por Gumbel, e da frequência anual de ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, utilizando-se a distribuição de Poisson.

Pelo exposto, o presente trabalho tem por objetivo estimar:

- 1) A duração máxima provável, em número de dias secos consecutivos, da estiagem mais longa do ano;
- 2) a probabilidade anual de ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos;
- 3) a precipitação pluviométrica máxima provável (período de um dia) do ano;
- 4) a probabilidade anual de ocorrência de aguaceiros de altura $h \geq 50$ mm.

Um dia seco é definido como um dia com menos de 1 mm de chuva.

Optou-se em coletar os dados para o presente estudo nas cidades de Presidente Prudente, Avaré e Itapeva, por possuírem séries com mais de 30 anos de observação.

2. REVISÃO DE LITERATURA

As propriedades estatísticas dos valores extremos dependem principalmente das propriedades da função de distribuição inicial para valores grandes (extremos superiores) ou pequenos (extremos inferiores) da variável de interesse.

Uma função de distribuição estabelecida exclusivamente para a análise de valores extremos com base na distribuição tipo I de Fisher e Tipett, foi demonstrada em teoria desenvolvida por GUMBEL (1941).

De acordo com Hidrometeorologistas, Hidrólogos e outros interessados na frequência de valores extremos de grandezas meteorológicas, climatológicas ou hidrológicas, verifica-se que a distribuição desses valores extremos aproxima-se satisfatoriamente da distribuição tipo I de Fisher e Tipett, conhecida também como distribuição de Gumbel (OCCHIPINTI e SANTOS, 1965).

Segundo GARCEZ (1967), Gumbel, através da teoria dos valores extremos, forneceu um método para previsões de enchentes, onde os parâmetros são estimados a partir de amostras constituídas pelas maiores vazões diárias de cada ano, presumindo-se que os dados da amostra têm distribuição do tipo exponencial, o que é confirmado por CHOW (1964) e BANZATTO (1973).

Como a medida de dados pluviométricos é, quase sempre, mais fácil que a das vazões, com frequência faz-se o estudo das vazões máximas de modo indireto, através de dados pluviométricos (GARCEZ, 1967).

OCCHIPINTI e SANTOS (1965), SILVA e ASSIS (1969), e KRISHNAM e KUSHWAHA (1978), em seus estudos, não verificaram se os dados de precipitação pluviométrica ajustam-se a alguma função de distribuição do tipo exponencial, assim como não mencionam que tal procedimento seja desnecessário.

GARCEZ (1967), e VILLELA e MATTOS (1980) afirmam que séries longas de alturas pluviométricas anuais (mais que 30 anos) se adaptam bem à Lei de Gauss, desde que os elementos da série sejam considerados sem ordem de sucessão.

Na bibliografia disponível, nada se encontrou no que se refere ao ajuste de séries de alturas pluviométricas (máximas registradas durante o ano no período de um dia) e de séries de estiagens mais longas do ano, para diversos anos em estudo, a alguma distribuição do tipo exponencial.

Observa-se, entretanto, que a distribuição de Gumbel é considerada atualmente uma das mais usuais em estudos de estimativas de precipitações máximas prováveis, mas pouco se encontra sobre a aplicação da mesma em estudos de estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano.

Aplicações da teoria dos valores extremos, desenvolvida por Gumbel para estimativa das precipitações máximas prováveis, podem ser observadas em estudos realizados por OCCHIPINTI e SANTOS (1965) para a cidade de São Paulo, por BANZATTO (1973), para o Estado de São Paulo, e por KRISHNAM e KUSHWAHA (1978) para a Índia. Para a estimativa da duração das estiagens mais longas do ano no Triângulo Mineiro, SILVA e ASSIS (1979) afirmam terem utilizado a função de distribuição de Gumbel, mas não apresentam nada além da estimativa da duração do período seco mais longo do ano.

SCOTON e CRUZ (1966), através da distribuição de Poisson, calcularam a probabilidade de ocorrência de aguaceiros de altura excepcional ($h \geq 50$ mm) em Piracicaba. Inspirando-se nesse estudo, pensou-se que também a probabilidade de ocorrência de estiagens poderiam ser estudadas por esta distribuição.

Segundo HOEL *et alii* (1978), sabe-se de experiência que muitos fenômenos aleatórios que envolvem contagem seguem aproximadamente a distribuição de Poisson.

Segundo GNEDENKO (1978), com relação a um processo de Poisson, pressupõe-se que:

1. o processo seja estacionário;
2. haja ausência de efeito posterior;
3. haja ordinariedade.

De acordo com BHAT (1972), se $X(t)$ é o número de eventos ocorridos no intervalo de tempo $(0, t]$, obedecendo as pressuposições 1, 2, 3; demonstra-se que $X(t)$ tem distribuição de Poisson com média λt , e o processo de ocorrência $\{X(t)\}$ é denominado processo de Poisson.

As ocorrências de aguaceiros ($h \geq 50$ mm) e estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos são fenômenos pouco frequentes nesta região. Pode-se, pois, considerar o número de ocorrências durante o ano desses dois fenômenos como uma variável casual, que pode ser estudada através da distribuição de Poisson.

3. MATERIAL E MÉTODOS

De acordo com o Departamento de Águas e Energia Elétrica do Estado de São Paulo, constitui a 4.^a Zona Hidrográfica deste Estado a bacia do Rio Paranapanema, a montante de sua confluência com o rio Itararé, a vertente leste deste último, a vertente Norte do rio Paranapanema, a jusante do Itararé, a bacia do rio Santo Anastácio e o Paranapanema, drenando diretamente o rio Paraná. A área total da 4.^a zona é de aproximadamente 23% da área do Estado de São Paulo,

Os dados utilizados no presente estudo foram obtidos dos boletins pluviométricos publicados pelo Departamento de Águas e Energia Elétrica da Secretaria de Serviços e Obras Públicas do Estado de São Paulo.

3.1 - Dados Utilizados

Dos postos instalados na 4.^a Zona Hidrográfica, apenas os de Presidente Prudente, Avaré e Itapeva possuem séries com mais de 30 anos de registro.

Na Figura 1 tem-se o mapa da 4.^a Zona Hidrográfica e as cidades de Presidente Prudente, Avaré e Itapeva.

Os dados obtidos dessas cidades encontram-se nas Tabelas 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

Os números das Tabelas 1, 3 e 5 indicam:

Estiagem: quantos dias secos consecutivos teve a estiagem mais longa verificada naquele ano.

Precipitação: a precipitação máxima em milímetros (no período de um dia) registrada no ano.

Na Tabela 7 mostra-se como os dados para essas tabelas foram obtidos.

Os números das Tabelas 2, 4 e 6 indicam:

Estiagem: quantas estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos ocorreram naquele ano.

Aguaceiro: quantos aguaceiros de altura excepcional ($h \geq 50$ mm) ocorreram em cada ano.

Na Tabela 8 mostra-se como os dados para essas tabelas foram obtidos.

Figura 1 - Localização geográfica das cidades de Presidente Prudente, Avaré e Itapeva na

4.^a Zona Hidrográfica do Estado de São Paulo.

Tabela 1 - Ordem cronológica da duração (em número de dias secos consecutivos) das estiagens mais longas e das precipitações (em mm) máximas no período de um dia, observadas na cidade de Presidente Prudente, SP, no período de 1942 a 1981.

ANO	Estiagem	Precipitação	ANO	Estiagem	Precipitação
1942	25	75,0	1962	63	60,1
1943	82	51,5	1963	64	81,1
1944	59	54,3	1964	25	246,5
1945	36	72,0	1965	25	80,0
1946	63	80,0	1966	31	59,2
1947	46	90,0	1967	61	106,7
1948	46	102,5	1968	29	140,3
1949	70	40,0	1969	43	66,6
1950	58	77,1	1970	43	103,0
1951	46	70,0	1971	37	108,0
1952	70	78,0	1972	23	89,4
1953	36	53,0	1973	19	82,0
1954	85	152,0	1974	27	113,0
1955	40	83,0	1975	66	95,8
1956	36	65,5	1976	25	70,0
1957	24	111,5	1977	22	85,0
1958	33	66,2	1978	45	89,1
1959	54	50,9	1979	23	50,7
1960	34	79,2	1980	28	181,4
1961	70	80,5	1981	46	76,5

Tabela 2 - Ordem cronológica do número de ocorrências anuais de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm de precipitação diária, observadas na cidade de Presidente Prudente, SP, no período de 1942 a 1981.

ANO	Estiagem	Aguaceiro	ANO	Estiagem	Aguaceiro
1942	0	4	1962	1	3
1943	2	1	1963	2	3
1944	1	1	1964	0	3
1945	1	2	1965	0	5
1946	1	1	1966	1	0
1947	1	5	1967	2	3
1948	2	2	1968	0	4
1949	1	0	1969	1	3
1950	2	2	1970	1	3
1951	2	5	1971	1	6
1952	2	3	1972	0	6
1953	1	1	1973	0	6
1954	1	4	1974	0	7
1955	1	1	1975	2	3
1956	1	5	1976	0	3
1957	0	5	1977	0	4
1958	1	3	1978	3	1
1959	2	1	1979	0	1
1960	1	5	1980	0	3
1961	2	5	1981	3	1

Tabela 3 - Ordem cronológica da duração (em número de dias secos consecutivos) das estiagens mais longas e das precipitações máximas no período de um dia, observadas na cidade de Avaré, SP, nos anos de 1942 a 1981.

ANO	Estiagem	Precipitação	ANO	Estiagem	Precipitação
1942	47	58,6	1962	27	89,2
1943	76	69,8	1963	99	81,0
1944	58	63,4	1964	27	116,5
1945	34	80,4	1965	26	89,3
1946	30	69,8	1966	31	97,7
1947	19	77,0	1967	46	68,1
1948	37	83,7	1968	22	47,4
1949	75	52,0	1969	28	44,0
1950	61	80,7	1970	30	93,7
1951	27	70,5	1971	26	63,3
1952	57	87,6	1972	18	89,9
1953	30	74,9	1973	16	66,7
1954	58	69,8	1974	46	63,0
1955	43	135,4	1975	68	59,5
1956	24	83,7	1976	21	106,5
1957	17	64,1	1977	35	167,2
1958	29	63,0	1978	32	69,9
1959	28	66,0	1979	37	56,2
1960	44	88,8	1980	27	86,4
1961	64	80,5	1981	20	62,4

Tabela 4 - Ordem cronológica do número de ocorrências anuais de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm de precipitação diária, observadas na cidade de Avaré, SP, no período de 1942 a 1981.

ANO	Estiagem	Aguaceiro	ANO	Estiagem	Aguaceiro
1942	1	1	1962	0	3
1943	1	2	1963	1	4
1944	1	3	1964	0	3
1945	2	3	1965	0	9
1946	1	3	1966	1	4
1947	0	6	1967	2	4
1948	2	2	1968	0	0
1949	1	2	1969	0	0
1950	2	2	1970	1	3
1951	0	3	1971	0	2
1952	3	6	1972	0	6
1953	1	1	1973	0	8
1954	1	2	1974	1	3
1955	1	5	1975	1	4
1956	0	5	1976	0	5
1957	0	2	1977	1	4
1958	0	6	1978	1	5
1959	0	1	1979	1	2
1960	1	5	1980	0	4
1961	1	2	1981	0	3

Tabela 5 - Ordem cronológica da duração (em número de dias secos consecutivos) das estiagens mais longas e das precipitações máximas no período de um dia, observadas na cidade de Itapeva, SP, nos anos de 1942 a 1981.

ANO	Estiagem	Precipitação	ANO	Estiagem	Precipitação
1942	45	66,1	1962	26	67,3
1943	59	62,0	1963	75	80,1
1944	62	69,6	1964	27	91,6
1945	31	85,6	1965	21	131,1
1946	17	82,7	1966	23	70,3
1947	19	77,5	1967	49	58,7
1948	34	65,6	1968	29	55,4
1949	30	98,8	1969	24	58,6
1950	57	52,6	1970	40	104,6
1951	27	39,6	1971	21	68,2
1952	39	83,5	1972	21	68,7
1953	31	65,5	1973	18	105,2
1954	58	75,5	1974	28	101,2
1955	29	59,0	1975	25	68,8
1956	20	59,1	1976	16	74,1
1957	19	75,1	1977	23	93,5
1958	24	49,9	1978	24	54,6
1959	29	58,5	1979	23	73,8
1960	49	57,2	1980	17	79,2
1961	71	59,9	1981	21	59,7

Tabela 6 - Ordem cronológica do número de ocorrências anuais de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm, observadas na cidade de Itapeva, SP, no período de 1942 a 1981.

ANO	Estiagem	Aguaceiro	ANO	Estiagem	Aguaceiro
1942	1	5	1962	0	1
1943	4	3	1963	2	1
1944	1	1	1964	0	2
1945	1	4	1965	0	2
1946	0	7	1966	0	2
1947	0	4	1967	2	2
1948	1	1	1968	0	1
1949	0	2	1969	0	1
1950	1	4	1970	1	5
1951	0	0	1971	0	1
1952	1	2	1972	0	5
1953	1	1	1973	0	4
1954	1	3	1974	0	2
1955	0	3	1975	0	1
1956	0	1	1976	0	4
1957	0	6	1977	0	2
1958	0	1	1978	0	2
1959	0	1	1979	0	4
1960	2	4	1980	0	2
1961	1	0	1981	0	2

Por exemplo, no ano de 1958, para a Tabela 7 tem-se: a estiagem mais longa desse ano tem 33 dias secos consecutivos (27/07, 28/08), e a precipitação máxima registrada no ano foi 66,2 mm (15/06).

Na Tabela 1:	ANO	ESTIAGEM	PRECIPITAÇÃO
	1958	33	66,2

Para a Tabela 8, no ano de 1958, tem-se que ocorreu uma estiagem com duração não inferior a 30 dias secos consecutivos (27/07, 28/08) e ocorreram três aguaceiros de altura não inferior a 50 mm: 60,9 (18/01), 66,2 (15/06) e 61,2 (28/10).

Na Tabela 2:	ANO	ESTIAGEM	AGUACEIRO
	1958	1	3

3.2 - Metodologia

De acordo com a teoria dos valores extremos de Gumbel, verificar-se-á inicialmente se alguma distribuição do tipo exponencial ajusta-se aos dados das Tabelas 1, 3 e 5.

A distribuição normal e a distribuição lognormal, indicadas para o estudo de dados pluviométricos, são do tipo exponencial. Para dados de estiagem não há na bibliografia disponível indicações de alguma distribuição tipo exponencial para o estudo desses dados. Optou-se, então, pelas duas distribuições do tipo exponencial indicadas por VILLELA e MATTEOS (1980) para o estudo de dados pluviométricos.

As funções de densidade de probabilidade da distribuição normal e da distribuição lognormal são dadas por:

a) NORMAL

$$f_x(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\mu)^2/2\sigma^2]} ; \quad \begin{array}{l} -\infty < x < \infty \\ -\infty < \mu < \infty \\ \sigma > 0 \end{array}$$

b) LOGNORMAL

$$f_x(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \mu)^2/2\sigma^2]} ; \quad \begin{array}{l} 0 < x < \infty \\ 0 < \mu < \infty \\ \sigma > 0 \end{array}$$

Para verificar se os dados, tanto de estiagens como os de precipitação, se ajustam às funções de distribuição normal e lognormal, pode ser feita pelo teste de qui-quadrado, de acordo com FISZ (1963), observando as restrições apontadas por CAMPOS (1979). Tais restrições são:

- a) Se o número de classes é $K=2$, a frequência esperada mínima deve ser ≥ 5 ;
- b) Se $K > 2$, o teste de χ^2 não deve ser usado se mais de 20% das frequências esperadas forem abaixo de 5 (cinco) ou se qualquer uma delas for inferior a 1 (um).

O objetivo desta parte do presente trabalho é poder obter a função de distribuição do tipo exponencial mais indicada para esses tipos de dados obtidos (Tabelas 1, 3 e 5).

3.2.1 - A distribuição de Gumbel

A função de distribuição dada por

$$F(x; \alpha, u) = \exp(-e^{-\alpha(x-u)}) \quad , \quad \begin{aligned} -\infty < x < \infty \\ -\infty < \alpha < \infty \\ u > 0 \end{aligned} \quad (1)$$

é chamada de Distribuição de Gumbel, também conhecida por função de distribuição de valores extremos. A função de densidade correspondente é:

$$f(x) = \alpha \exp [-\alpha(x-u)] \cdot \exp [-e^{-\alpha(x-u)}] \quad , \quad -\infty < x < \infty$$

Na expressão 1 tem-se então que

$$P = P [X \leq x] = F(x; \alpha, u) = \exp \{-e^{-\alpha(x-u)}\},$$

onde P é a probabilidade de um valor extremo ser menor ou igual a x.

3.2.1.1 - A obtenção dos parâmetros α e u

A Distribuição de Gumbel contém apenas dois parâmetros, sendo um parâmetro de posição (u) e um parâmetro de dispersão (α). De acordo com BANZATTO (1973), esses parâmetros dependem da distribuição inicial e do tamanho da amostra.

Para a obtenção das estimativas dos parâmetros, pode-se utilizar o Método dos Momentos. Para sua aplicação necessita-se apenas da definição de momento.

Definição: Se X é uma variável aleatória com função de densidade $f(x)$, o momento de ordem r em relação à origem da variável aleatória X é definido como sendo o valor esperado de x^r , isto é, $E [x^r]$. Tem-se, então, no caso da distribuição de Gumbel,

$$\mu_r' = E [x^r] = \int_{-\infty}^{\infty} x^r \alpha e^{-\alpha(x-u)} e^{-e^{-\alpha(x-u)}} dx .$$

O primeiro momento em relação à origem da v.a. X é a média, isto é, $\mu_x = \mu_1'$.

Para a distribuição de Gumbel, a média da distribuição define-se por:

$$\mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \alpha e^{-\alpha(x-u)} e^{-e^{-\alpha(x-u)}} dx \quad (1)$$

Na resolução da integral (1) utiliza-se a transformação

$$z = e^{-\alpha(x-u)} ,$$

o intervalo $(-\infty, \infty)$ torna-se $(\infty, 0)$, e

$$x = u - \frac{1}{\alpha} \ln z \quad ; \quad dx = - \frac{1}{\alpha z} dz$$

Tem-se, então,

$$\mu_x = \int_{\infty}^0 \left(u - \frac{1}{\alpha} \ln z \right) \alpha z e^{-z} \cdot \frac{-1}{\alpha z} dz$$

$$\mu_x = - \int_0^{\infty} \left(u - \frac{1}{\alpha} \ln z \right) e^{-z} dz$$

$$\mu_x = \int_0^{\infty} u e^{-z} dz - \frac{1}{\alpha} \int_0^{\infty} \ln z e^{-z} dz ;$$

mas,

$$\int_0^{\infty} e^{-z} dz = 1$$

e

$$\int_0^{\infty} \ln z e^{-z} dz = \Gamma'(1) = -\gamma = -0,577216 \text{ (constante de Euler)}$$

tem-se, então:

$$\mu_x = u + \frac{1}{\alpha} \gamma$$

$$\mu_x = u + \frac{1}{\alpha} \cdot 0,577216 ,$$

que é a média da variável aleatória X com distribuição de Gumbel.

A variância da v.a. X é dada por

$$\sigma^2 = \mu_2' - [\mu_1']^2 = E[X^2] - \{E[X]\}^2 .$$

Tem-se, então:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \alpha e^{-\alpha(x-u)} e^{-e^{-\alpha(x-u)}} dx - [\mu_x]^2 \quad (2)$$

Na resolução da integral (2) utiliza-se novamente a transformação

$$z = e^{-\alpha(x-u)} ,$$

obtendo-se, então:

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= \int_0^{\infty} \left(u - \frac{1}{\alpha} \ln z\right)^2 e^{-z} dz - [\mu_x]^2 \\
&= \int_0^{\infty} \left(u^2 - \frac{2u}{\alpha} \ln z + \frac{1}{\alpha^2} \ln^2 z\right) e^{-z} dz - [\mu_x]^2 \\
&= \int_0^{\infty} u^2 e^{-z} dz - \frac{2u}{\alpha} \int_0^{\infty} \ln z e^{-z} dz + \frac{1}{\alpha^2} \int_0^{\infty} \ln^2 z e^{-z} dz - [\mu_x]^2 \quad (3)
\end{aligned}$$

Mas,

$$\int_0^{\infty} \ln^2 z e^{-z} dz = \Gamma''(1) = \gamma^2 + \frac{\pi^2}{6},$$

então (3) torna-se

$$\sigma^2 = u^2 - \frac{2u}{\alpha} (-\gamma) + \frac{1}{\alpha^2} (\gamma^2 + \frac{\pi^2}{6}) - [\mu_x]^2 \quad (4)$$

Mas,

$$\mu_x = u + \frac{1}{\alpha} \gamma \implies [\mu_x]^2 = u^2 + \frac{2u}{\alpha} \gamma + \frac{1}{\alpha^2} \gamma^2$$

então (4) torna-se

$$\begin{aligned}
\sigma^2 &= u^2 + \frac{2u}{\alpha} \gamma + \frac{1}{\alpha^2} (\gamma^2 + \frac{\pi^2}{6}) - u^2 - \frac{2u\gamma}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} \gamma^2 \\
\sigma^2 &= \frac{1}{\alpha^2} \frac{\pi^2}{6},
\end{aligned}$$

que é a variância da v.a. X, que tem distribuição de Gumbel.

Para os parâmetros obtêm-se, então

$$u = \mu_x - \frac{1}{\alpha} \gamma \quad \text{e} \quad \hat{\alpha} = \frac{1}{1,282431 \cdot \sigma}$$

3.2.1,2 - A estimativa dos parâmetros α e u

De acordo com GUMBEL (1941), para uma série de N observações de valores extremos, os parâmetros podem ser estimados a partir das estimativas da média aritmética ($\hat{m}$) e do desvio padrão ($\hat{s}$) da série. Tem-se, então:

$$\hat{u} = \hat{m} - 0,577216 \cdot \frac{1}{\hat{\alpha}}$$

$$\frac{1}{\hat{\alpha}} = 0,779769 \text{ s .}$$

3.2.2 - A Distribuição de Poisson

Uma variável aleatória discreta X tem distribuição de Poisson se sua função de densidade é dada por:

$$f(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad \lambda > 0 ; x=0,1,2,\dots$$

A função geradora de momentos da variável aleatória X com função de distribuição de Poisson é dada por:

$$\begin{aligned} m_X(t) &= E \left[e^{tX} \right] = \sum_x e^{tx} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \\ &= e^{-\lambda} \sum_x \frac{e^{tx} \lambda^x}{x!} \\ m_X(t) &= e^{-\lambda} \sum_x \frac{(\lambda e^t)^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{\lambda e^t} \end{aligned}$$

A Esperança, $E [X]$, e a Variância, $V(x)$, da variável aleatória X são dadas por:

$$m_X'(t) = \lambda e^{-\lambda} e^t e^{\lambda e^t}$$

$$\mu_1' = m_X'(0) = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda = E [X]$$

$$m_X''(t) = \lambda e^{-\lambda} e^t e^{\lambda e^t} [\lambda e^t + 1]$$

$$\mu_2' = m_X''(0) = \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} [\lambda + 1]$$

$$= \lambda^2 + \lambda = E [X^2]$$

$$V [X] = E [X^2] - E [X]^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - (\lambda)^2$$

$$V [X] = \lambda \quad ; \quad E [X] = \lambda \quad .$$

3.3 - Método de Cálculo

A estimativa das durações máximas prováveis da estiagem mais longa do ano e das precipitações máximas prováveis em um dia foram calculadas utilizando-se a função dada pela equação:

$$F(x) = e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} \quad ,$$

para valores de $F(x)$ iguais a 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95; 0,96; 0,98 e 0,99.

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 , observando-se as restrições mencionadas por CAMPOS (1979).

O cálculo da probabilidade de ocorrência de estiagens com duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, e de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm, foi feito mediante a aplicação da função de distribuição de Poisson. Para o cálculo da probabilidade de ocorrerem exatamente K estiagens ou K aguaceiros durante o ano utiliza-se, então, a equação:

$$P [X=K] = e^{-\hat{\lambda}t} \frac{(\hat{\lambda}t)^K}{K!}, \quad K=0,1,2,\dots$$

onde $\hat{\lambda}$ é a média aritmética das ocorrências de estiagens e de aguaceiros no período de tempo(t) considerado (SCOTON E CRUZ, 1976).

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 .

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para verificar, através do teste de qui-quadrado ao nível de 5% de probabilidade, se é razoável admitir que os dados de estiagens da cidade de Presidente Prudente (Tabela 1) podem ser enquadrados numa distribuição normal, com média estimada $\hat{\mu} = 43,95$ e desvio padrão estimado $s = 18,144647$, organizou-se uma distribuição de frequência com 6 classes, e a seguir estruturou-se o teste de χ^2 (Tabela 9).

Com 2 graus de liberdade, obteve-se:

$$P[\chi^2 > 3,741556] = 0,1540.$$

De acordo com o teste de χ^2 , os dados da estiagens da cidade de Presidente Prudente (Tabela 1) se ajustam à distribuição normal com parâmetros estimados $\hat{m} = 43,95$ e $s = 18,144647$.

Tabela 9 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. $F(x)$: Função de Distribuição Normal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	5	0,148154	5,9262	1,129593
2	[25, 30)	7	0,072846	2,9138	
3	[30, 40)	7	0,192834	7,7134	0,065981
4	[40, 50)	8	0,216762	8,6705	0,051851
5	[50, 70)	8	0,293858	11,7543	1,199116
6	≥ 70	5	0,075546	3,0218	1,295015

$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 3,741556$				
--	--	--	--	--

$$n = 40 \quad ; \quad F(b) = \int_{-\infty}^b \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\hat{m})^2/2s^2]} dx \quad ; \quad \hat{m} = 43,95 \quad ; \quad s = 18,144647$$

Verificou-se, a seguir, que esses dados podem ser enquadrados numa distribuição lognormal, com parâmetros estimados $\hat{m} = 3,699343$ e $s = 0,417078$.

Com 2 graus de liberdade, obteve-se:

$$P \left[\chi^2 \geq 2,053497 \right] = 0,3582 \quad .$$

De acordo com o teste de χ^2 (Tabela 10), os dados de estiagens referentes à cidade de Presidente Prudente se ajustam à distribuição lognormal, com parâmetros estimados $\hat{m} = 3,699343$ e $s = 0,417078$.

Aplicando-se a esses dados a teoria proposta por Gumbel, estimou-se a duração máxima provável da estiagem mais longa do ano (civil) e a probabilidade dessa estimativa não ser ultrapassada (Tabela 11).

Da Tabela 11 tem-se, por exemplo, que a duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, com probabilidade de 95% dessa estimativa não ser ultrapassada, é de 78 dias secos consecutivos.

A compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 (Tabela 12).

Com 2 graus de liberdade obteve-se:

$$P \left[\chi^2 \geq 2,963189 \right] = 0,2273.$$

Tabela 10 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Prudente Prudente, SP. F(x): Função de Distribuição Lognormal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f _i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: n Π_i	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	5	0,124664	4,9866	0,661355
2	[25, 30)	12			
		7	0,112689	4,5076	9,4942
3	[30, 40)	7	0,252640	10,1056	0,954397
4	[40, 50)	8	0,204957	8,1983	0,004796
5	[50, 70)	8	0,211075	8,4430	0,023244
6	≥ 70	5	0,093975	3,7590	0,409705

$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 2,053497$
--

$$n = 40 ; F(a) = \int_0^a \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \hat{m})^2 / 2s^2]} dx ; \hat{m} = 3,699343 ; s = 0,417078$$

Tabela 11 - Estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, em número de dias secos consecutivos e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Presidente Prudente, SP. .

Estimativas da duração máxima provável	Probabilidade das estimativas não serem ultrapassadas
101	0,99
91	0,98
81	0,96
78	0,95
68	0,90
57	0,80
50	0,70
45	0,60
41	0,50
37	0,40
33	0,30
29	0,20
24	0,10

Tabela 12 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. $F(x)$: Função de Distribuição de Gumbel.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	frequência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	frequência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	5	0,117320	4,6928	1,095143
2	[25, 30)	7	0,104713	4,1885	
3	[30, 40)	7	0,253997	10,1599	0,982782
4	[40, 50)	8	0,217396	8,6958	0,055675
5	[50, 70)	8	0,221360	8,8544	0,082445
6	≥ 70	5	0,085124	3,3006	0,747144
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 2,963189$					

$$n = 40 \quad ; \quad F(b) = \int_{-\infty}^b \hat{\alpha} e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})} \cdot e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} dx \quad ; \quad \hat{\alpha} = 0,070678 \quad ; \quad \hat{u} = 35,783190$$

De acordo com o teste de χ^2 , os dados em estudo se ajustam à distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,070678$ e $\hat{u} = 35,783190$.

Nos 40 anos em estudo ocorreram 42 estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos (Tabela 2). Logo, a média anual é de 1,05.

Para o cálculo das probabilidades utilizou-se a distribuição de Poisson

$$P [X=K] = e^{-1,05} \frac{(1,05)^K}{K!} ; K=0,1,2,3,4,\dots$$

Os resultados se encontram na Tabela 13.

Tabela 13 - Ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, durante 40 anos (1942, 1981) na cidade de Presidente Prudente, SP.

VALORES DA VARIÁVEL X	FREQUÊNCIA		PROBABILIDADE P_i
	Observada (f_i)	Esperada (nP_i)	
0	12	13,9960	0,3499
1	16	14,6960	0,3674
2	10	7,7160	0,1929
3	2 } 2	2,7000	0,0675
≥ 4		0,8920	
		3,5920	0,0223

Os valores da Tabela 13 permitem concluir que a probabilidade de que ocorra uma ou mais estiagem de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos durante o ano é estimada em 0,6501 ou 65,01%.

$$P [X \geq 1] = 0,6501 \quad .$$

Da Tabela 13 tira-se, ainda,

$$P [X \leq 2] = 0,9102 \quad .$$

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = 0,2847 + 0,1157 + 0,6761 + 0,7056$$

$$\chi^2 = 1,7820 \quad .$$

Com 2 graus de liberdade tem-se:

$$P [\chi^2 \geq 1,7820] = 0,4102 \quad .$$

Verifica-se, pois, a validade da hipótese feita (isto é, os dados se ajustam à distribuição de Poisson).

Com os dados de precipitação da Tabela 1, procedeu-se de maneira análoga à anterior.

De acordo com a Tabela 14, para a distribuição normal com parâmetros estimados $\hat{m} = 87,915$ e $s = 38,136836$, obteve-se, para o teste de χ^2 com 3 graus de liberdade

$$P[\chi^2 \geq 13,457847] = 0,0037 ,$$

e de acordo com a Tabela 15, para a distribuição lognormal com parâmetros estimados $\hat{m} = 4,407467$ e $s = 0,357548$, obteve-se

$$P[\chi^2 \geq 5,853470] = 0,1190 .$$

Tem-se, então, de acordo com o teste de χ^2 , que os dados em estudo podem ser enquadrados numa distribuição do tipo lognormal, com parâmetros estimados $\hat{m} = 4,407468$ e $s = 0,357548$.

Aplicando-se aos dados de precipitação da Tabela 1 a distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,033627$ e $\hat{u} = 70,749796$, estimou-se, para o ano (civil) a precipitação máxima provável para o período de um dia, e a probabilidade dessa estimativa não ser ultrapassada. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 16.

A compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 .

De acordo com a Tabela 17, com 3 graus de liberdade, obteve-se

$$P[\chi^2 \geq 8,697937] = 0,0336 .$$

Tabela 14 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. $F(x)$: Função de Distribuição Normal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 55	6	0,194048	7,7619	0,399943
2	[55, 70)	5	0,125217	5,0087	0,000015
3	[70, 80)	8	0,098529	3,9412	10,618330
4	[80, 85)	6	0,051743	2,0697	
5	[85, 100)	5	0,154798	6,1919	0,229444
6	[100, 115)	5	0,136877	5,4751	0,041225
7	> 115	5	0,238788	9,5515	2,168890
$\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 13,457847$					

$$n = 40 ; F(b) = \int_{-\infty}^b \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\hat{m})^2/2s^2]} dx ; \hat{m} = 87,915 ; s = 38,136836$$

Tabela 15 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. $F(x)$: Função de Distribuição Lognormal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 55	6	0,131547	5,2619	0,103536
2	[55, 70)	5	0,196751	7,8700	1,046633
3	[70, 80)	8	0,143340	5,7336	8,4358
4	[80, 85)	6	0,067556	2,7022	
5	[85, 100)	5	0,170654	6,8262	0,488540
6	[100, 115)	5	0,117524	4,7010	0,019023
7	≥ 115	5	0,172628	6,9051	0,525627
$\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 5,853470$					

$$n = 40 ; \quad F(a) = \int_0^a \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \hat{m})^2 / 2s^2]} dx ; \quad \hat{m} = 4,407467 ; \quad s = 0,357548$$

Tabela 16 - Estimativas da precipitação máxima provável no período de um dia, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Presidente Prudente, SP.

Estimativas da precipitação máxima provável (mm)	Probabilidade das estimativas não serem ultrapassadas
207,5	0,99
186,8	0,98
165,9	0,96
159,1	0,95
137,7	0,90
115,4	0,80
101,4	0,70
90,7	0,60
81,7	0,50
73,3	0,40
65,2	0,30
56,6	0,20
45,9	0,10

Tabela 17 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Presidente Prudente, SP. $F(x)$: Função de Distribuição de Gumbel.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 55	6	0,182976	7,3190	0,238000
2	[55, 70)	5	0,175608	7,0243	0,583374
3	[70, 80)	8	0,122018	4,8807	6,452875
4	[80, 85)	6	0,057707	2,3083	
5	[85, 100)	5	0,149672	5,9869	0,162684
6	[100, 115)	5	0,109 57	4,3943	0,083488
7	≥ 115	5	0,202141	8,0865	1,177516

$\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 8,697937$
--

$$n = 40 ; F(b) = \int_{-\infty}^b \hat{\alpha} e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})} e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} dx ; \hat{\alpha} = 0,033627 ; \hat{u} = 70,749796$$

Segundo o teste de χ^2 , os dados em estudo não se ajustam à distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,033627$ e $\hat{u} = 70,749796$; não se justificando portanto a estimativa da precipitação máxima provável por esta distribuição.

Nos 40 anos em estudo, ocorreram 124 aguaceiros de altura não inferior a 50 mm (Tabela 2). Logo, a média anual é aproximadamente 2,9524.

Para o cálculo das probabilidades utilizou-se a distribuição de Poisson

$$P [X=K] = e^{-2,9524} \frac{(2,9524)^K}{K!} ; K=0,1,2,3,4,\dots$$

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 18.

Tabela 18 - Ocorrência de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Presidente Prudente, SP.

VALORES DA VARIÁVEL X	FREQUÊNCIA		PROBABILIDADE P _i
	Observada (f _i)	Esperada (nP _i)	
0	2	1,4040	0,0351
1	9	4,7040	0,1176
2	3	7,8760	0,1969
3	11	8,7920	0,2198
4	4	7,3640	0,1841
5	7	4,9360	0,1234
6	3	2,7560	0,0689
7	1	1,3200	0,0330
≥ 8	0	> 0,8560	0,0214

Da Tabela 18 tem-se que a probabilidade de que pelo menos um aguaceiro de altura excepcional ocorra durante o ano é estimada em 96,49%.

$$P [X \geq 1] = 0,9649 \quad .$$

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = 3,9181 + 3,0187 + 0,5545 + 1,5367 + 0,8631 + 0,1761$$

$$\chi^2 = 10,0672$$

Com 5 graus de liberdade, tem-se

$$P [\chi^2 \geq 10,0672] = 0,0734 \quad , \quad \text{e o ajustamento}$$

dos dados com a distribuição de Poisson é aceitável.

Para a cidade de Avaré, verificou-se, através do testes de qui-quadrado (χ^2), ao nível de 5% de probabilidade, se é razoável admitir que os dados de estiagens da Tabela 3 podem ser enquadrados numa das distribuições do tipo exponencial selecionadas nesse estudo.

De acordo com a Tabela 19, para a distribuição normal com parâmetros estimados $\hat{m} = 38,5$ e $s = 19,059959$, obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 10,001878] = 0,0067 \quad (2 \text{ g.l.}) \quad ,$$

Tabela 19 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Avaré, SP.
 $F(x)$: Função de Distribuição Normal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	8	0,239382	9,5753	0,259164
2	[25, 30)	9	0,088431	3,5372	7,5132 7,460493
3	[30, 35)	6	0,099399	3,9760	
4	[35, 45)	5	0,206308	8,2523	1,281758
5	[45, 65)	8	0,284329	11,3732	1,000464
6	> 65	4	0,082151	3,2860	0,155142
$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 10,001879$					

$$n = 40 ; F(b) = \int_{-\infty}^b \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\hat{m})^2/2s^2]} dx ; \hat{m} = 38,5 ; s = 19,059959$$

e de acordo com a Tabela 20, para a distribuição lognormal com parâmetros estimados $\hat{m} = 3,545936$ e $s = 0,453378$, obteve-se:

$$P \left[\chi^2 \geq 3,888932 \right] = 0,273700 \quad (3 \text{ g.l.}) .$$

Os dados de estiagens, divididos em 6 classes de frequência, ajustam-se à distribuição lognormal com parâmetros estimados $\hat{m} = 3,545936$ e $s = 0,453378$.

Aplicando-se a função de distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,067284$ e $\hat{u} = 29,921205$ aos dados de estiagem da Tabela 3, estimou-se a duração máxima provável (em número de dias secos consecutivos) da estiagem mais longa do ano (civil) e a probabilidade dessa estimativa não ser ultrapassada. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 21.

A compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 .

De acordo com a Tabela 22, obteve-se:

$$P \left[\chi^2 \geq 4,567145 \right] = 0,1019 \quad (2 \text{ g.l.}).$$

Tem-se, então, que os dados de estiagens da Tabela 3 ajustam-se à distribuição de Gumbel, com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,067284$ e $\hat{u} = 29,921205$.

Tabela 20 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Avaré, SP:
F(x): Função de Distribuição Lognormal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	8	0,235336	9,4134	0,212219
2	[25, 30)	9	0,139434	5,5774	2,100296
3	[30, 35)	6	0,133511	5,3404	0,081468
4	[35, 45)	5	0,209098	8,3639	1,352936
5	[45, 65)	8	0,199770	7,9908	0,000011
6	> 65	4	0,082850	3,3140	0,142002

$\chi^2 = \sum_{i=1}^6 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 3,888932$				
--	--	--	--	--

$$n = 40 ; F(a) = \int_0^a \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \hat{m})^2 / 2s^2]} dx ; \hat{m} = 3,545936 ; s = 0,453378$$

Tabela 21 - Estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, em número de dias secos consecutivos, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Avaré, SP.

Estimativas da duração máxima provável	Probabilidade das estimativas não serem ultrapassadas
98	0,99
88	0,98
77	0,96
74	0,95
63	0,90
52	0,80
45	0,70
40	0,60
35	0,50
31	0,40
27	0,30
23	0,20
18	0,10

Tabela 22 - Estruturação do teste de χ^2 para os dados de estiagens referentes à cidade de Avaré, SP.
 $F(x)$: Função de Distribuição de Gumbel.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	8	0,2484447	9,9379	0,377892
2	[25, 30)	9	0,121382	4,8553	9,7171 2,872157
3	[30, 35)	6	0,121546	4,8618	
4	[35, 45)	5	0,204516	8,1806	1,236611
5	[45, 65)	8	0,214030	8,5612	0,036788
6	> 65	4	0,090079	3,6032	0,043697
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 4,567145$					

$$n = 40 ; \quad F(a) = \int_{-\infty}^a \hat{\alpha} e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})} e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} dx ; \quad \hat{\alpha} = 0,067284 ; \quad \hat{u} = 29,921205$$

Nos 40 anos em estudo, ocorreram 29 estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos (Tabela 4). Logo, a média anual é aproximadamente 0,7222.

Para o cálculo das probabilidades utilizou-se a distribuição de Poisson

$$P [X=K] = e^{-0,7222} \frac{(0,7222)^K}{K!} ; K=0,1,2,3,\dots$$

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 23.

Tabela 23 - Ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Avaré, SP.

VALORES DA VARIÁVEL X	FREQUÊNCIA		PROBABILIDADE P_i
	Observada (f_i)	Esperada (nP_i)	
0	17	19,3720	0,4843
1	18	14,0440	0,3511
2	4	5,0920	0,1273
3	1	1,2280	0,0307
≥ 4	0	0,2640	0,0066

Da Tabela 23 tem-se que a probabilidade de ocorrência de pelo menos uma estiagem de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos é estimada em 51,57%,

$$P [X \geq 1] = 0,5157$$

Pode-se observar, também, que

$$P [X \leq 1] = 0,8354 \quad .$$

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = 0,2904 + 1,1144 + 0,2342 + \\ + 0,1622$$

$$\chi^2 = 1,8012 \quad .$$

Com 2 graus de liberdade, tem-se:

$$P [\chi^2 \geq 1,8012] = 0,5937 \quad .$$

Tem-se, então, que os dados se ajustam à distribuição de Poisson.

A seguir, verificou-se, através do teste de qui-quadrado, que os dados de precipitação da Tabela 3 não podem ser enquadrados numa das distribuições do tipo exponencial selecionadas nesse trabalho.

De acordo com a Tabela 24, para a distribuição normal com parâmetros estimados $\hat{m} = 78,44$ e $s = 23,161653$, obteve-se

$$P[\chi^2 \geq 15,597710] = 0,0004 \quad (2 \text{ g.l.}) \quad ,$$

Tabela 24 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Avaré, $\mathbf{F(x)}$: Função de Distribuição Normal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	frequência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	frequência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 60	6	0,212974	8,5190	0,744848
2	[60, 65)	6	0,067892	2,7157	5,7923 8,968966
3	[65, 70)	7	0,076915	3,0766	
4	[70, 85)	9	0,253717	10,1487	0,130018
5	[85, 90)	6	0,079647	3,1859	2,485690
6	≥ 90	6	0,308854	12,3542	3,268189
$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 15,597710$					

$$n = 40 ; \quad F(b) = \int_{-\infty}^b \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\hat{m})^2/2s^2]} dx ; \quad \hat{m} = 78,44 ; \quad s = 23,161653$$

e de acordo com a Tabela 25, para a distribuição lognormal com parâmetros estimados $\hat{m} = 4,326446$ e $s = 0,263295$, obteve-se

$$P \left[\chi^2 \geq 9,164959 \right] = 0,0102 \quad (2 \text{ g.l.}).$$

Aplicando-se a esses dados a função de distribuição de Gumbel, com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,055370$ e $\hat{u} = 68,015272$, estimou-se, para o ano (civil), a precipitação máxima provável para o período de um dia e a probabilidade dessa estimativa não ser ultrapassada. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 26.

A compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 .

De acordo com a Tabela 27, com 2 graus de liberdade, obteve-se:

$$P \left[\chi^2 \geq 10,120347 \right] = 0,0063 \quad .$$

Pelo teste de qui-quadrado, os dados em estudo não aderem à distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,055370$ e $\hat{u} = 68,015272$.

Tabela 25 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Avaré, SP, F(x): Função de Distribuição Lognormal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$H_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: nH_i	$\frac{(f_i - nH_i)^2}{nH_i}$
1	< 60	6	0,189017	7,5607	0,322164
2	[60, 65)	6	0,092777	3,7111	7,7831 3,496813
3	[65, 70)	7	0,101799	4,0720	
4	[70, 85)	9	0,286927	11,4771	0,534632
5	[85, 90)	6	0,074352	2,9741	3,078602
6	> 90	6	0,255128	10,2051	1,732748

$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - nH_i)^2}{nH_i} = 9,164959$
--

$$n = 40 ; \quad F(b) = \int_0^b \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \hat{m})^2 / 2s^2]} dx ; \quad \hat{m} = 4,326446 ; \quad s = 0,263295$$

Tabela 26 - Estimativas da precipitação máxima provável no período de um dia, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Avaré, SP.

Estimativas da precipitação máxima provável (mm)	Probabilidade das estimativas não serem ultrapassadas
151,1	0,99
138,5	0,98
125,8	0,96
121,7	0,95
108,7	0,90
95,1	0,80
86,6	0,70
80,1	0,60
74,6	0,50
69,6	0,40
64,7	0,30
59,4	0,20
53,0	0,10

Tabela 27 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Avaré, SP. $F(x)$: Função de Distribuição de Gumbel.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 60	6	0,210432	8,4170	0,694058
2	[60, 65)	6	0,096330	3,8532	7,9121
3	[65, 70)	7	0,101470	4,0589	
4	[70, 85)	9	0,268515	10,7408	0,282138
5	[85, 90)	6	0,067015	2,6306	4,110429
6	> 90	6	0,256239	10,2496	1,761932
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 10,120347$					

$$n = 40 ; F(a) = \int_{-\infty}^a \hat{\alpha} e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})} e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} dx ; \hat{\alpha} = 0,055370 ; \hat{u} = 68,015272$$

Nos 40 anos em estudo, ocorreram 138 aguaceiros de altura não inferior a 50 mm (Tabela 4). Logo, a média anual é 3,45.

Para o cálculo das probabilidades utilizou-se a distribuição de Poisson

$$P [X=K] = e^{-3,45} \frac{(3,45)^K}{K!} \quad ; \quad K=0,1,2,\dots$$

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 28.

Tabela 28 - Ocorrência de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Avaré, SP.

VALORES DA VARIÁVEL X	FREQUÊNCIA		PROBABILIDADE P_i
	Observada (f_i)	Esperada (nP_i)	
0	2	1,2680	0,0317
1	3	4,3800	0,1095
2	9	7,5560	0,1889
3	9	8,6920	0,2173
4	6	7,4960	0,1874
5	5	5,1720	0,1293
6	4	2,9720	0,0743
7	0	1,4640	0,0366
≥ 8	2	1,0000	0,0250

Da Tabela 28 tem-se que a probabilidade de que ocorra pelo menos um aguaceiro de altura excepcional durante o ano é estimada em 96,83%,

$$P [X \geq 1] = 0,9683 \quad .$$

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = 0,0743 + 0,2760 + 0,0109 + \\ + 0,2986 + 0,0057 + 0,3556 + \\ + 0,0873$$

$$\chi^2 = 1,1084 \quad .$$

Com 6 graus de liberdade, tem-se:

$$P [\chi^2 \geq 1,1084] = 0,9535 \quad .$$

Tem-se, então, que os dados se ajustam à distribuição de Poisson.

Para a cidade de Itapeva, verificou-se, através do teste de qui-quadrado (χ^2) ao nível de 5% de probabilidade, se é razoável admitir que os dados de estiagens da Tabela 5 podem ser enquadrados numa das distribuições do tipo exponencial selecionadas nesse estudo.

De acordo com a Tabela 29, para a distribuição normal com parâmetros estimados $\hat{m} = 32,525$ e $s = 15,721922$, obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 7,644733] = 0,0219 \quad (2 \text{ g.l.}) ,$$

e de acordo com a Tabela 30, para a distribuição lognormal com parâmetros estimados $\hat{m} = 3,386552$ e $s = 0,425367$, obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 4,318763] = 0,1154 \quad (2 \text{ g.l.}) .$$

Aplicando-se a função de distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,081570$ e $\hat{u} = 25,448639$ aos dados de estiagem da Tabela 5, estimou-se a duração máxima provável (em número de dias secos consecutivos) da estiagem mais longa do ano (civil) e a probabilidade dessa estimativa não ser ultrapassada. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 31.

A compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 .

De acordo com a Tabela 32 obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 3,962216] = 0,131880 \quad (2 \text{ g.l.}) .$$

Tem-se, então, que os dados da Tabela 5 se ajustam à distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,081570$ e $\hat{u} = 25,448639$.

Tabela 29 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Itapeva, SP. $F(x)$: Função de Distribuição Normal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	17	0,316101	12,6440	1,500691
2	[25, 30)	8	0,120102	4,8041	2,126054
3	[30, 40)	5	0,246564	9,8626	2,397429
4	[40, 50)	4	0,184057	7,3623	1,535534
5	> 50	6	0,133176	5,3270	0,085025
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 7,644733$					

$$n = 40 ; \quad F(b) = \int_{-\infty}^b \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\hat{m})^2/2s^2]} dx ; \quad \hat{m} = 32,525 ; \quad s = 15,721922$$

Tabela 30 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Itapeva, SP. . F(x): Função de Distribuição Lognormal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f _i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: n Π_i	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	17	0,346719	13,8688	0,706940
2	[25, 30)	8	0,167013	6,6805	0,260621
3	[30, 40)	5	0,247646	9,9048	2,429574
4	[40, 50)	4	0,130268	5,2107	0,281305
5	≥ 50	6	0,108353	4,3301	0,640323
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 4,318763$					

$$n = 40 ; \quad F(a) = \int_0^a \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \hat{m})^2 / 2s^2]} dx \quad \hat{m} = 3,386552 ; \quad s = 0,425367$$

Tabela 31 - Estimativas da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, em número de dias secos consecutivos, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Itapeva, SP.

Estimativas da duração máxima provável	Probabilidade das estimativas não serem ultrapassadas
82	0,99
73	0,98
65	0,96
62	0,95
53	0,90
44	0,80
38	0,70
34	0,60
30	0,50
27	0,40
23	0,30
20	0,20
15	0,10

Tabela 32 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de estiagens referentes à cidade de Itapeva, SP. $F(x)$: Função de Distribuição de Gumbel.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 25	17	0,354420	14,1768	0,562218
2	[25, 30)	8	0,147222	5,8889	0,756804
3	[30, 40)	5	0,235371	9,4148	2,070194
4	[40, 50)	4	0,136723	5,4689	0,394534
5	≥ 50	6	0,126610	5,0644	0,178466
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 3,962216$					

$$n = 40 ; F(b) = \int_{-\infty}^b e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})} e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} dx ; \hat{\alpha} = 0,081570 ; \hat{u} = 25,448639$$

Nos 40 anos em estudo, ocorreram 20 estiagens de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos (Tabela 6). Logo, a média anual é 0,5.

Para o cálculo das probabilidades utilizou-se a distribuição de Poisson

$$P [X=K] = e^{-0,5} \frac{(0,5)^K}{K!} ; \quad K=0,1,2,\dots$$

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 33.

Tabela 33 - Ocorrência de estiagens de duração não inferior a 30 dias consecutivos durante 40 anos (1942, 1981), para a cidade de Itapeva, SP.

VALORES DA VARIÁVEL X	FREQUÊNCIA		PROBABILIDADE P_i
	Observada (f_i)	Esperada (nP_i)	
0	26	24,2600	0,6065
1	10	12,1320	0,3033
2	3	3,0400	0,0760
3	0	0,5040	0,0126
≥ 4	1	0,0640	0,0016

Da Tabela 33 tem-se que a probabilidade de que não ocorra nenhuma estiagem de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos durante o ano é estimada em 60,65% ,

$$P [X=0] = 0,6065 \quad .$$

Tem-se, também, que

$$P [X \leq 1] = 0,9098 \quad .$$

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 .

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = 0,1248 + 0,3747 + 0,0426$$

$$\chi^2 = 0,5421 \quad .$$

Com 1 grau de liberdade, tem-se:

$$P [\chi^2 \geq 0,5421] = 0,4616 \quad .$$

Tem-se, então, que os dados se ajustam à distribuição de Poisson.

Foi verificado, através do teste de qui-quadrado, que os dados de precipitação da Tabela 5 podem ser enquadrados numa das distribuições do tipo exponencial seleccionadas nesse trabalho.

De acordo com a Tabela 34, para a distribuição normal com parâmetros estimados $\hat{m} = 72,7$ e $s = 18,139375$, obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 3,000768] = 0,2230 \quad (2 \text{ g.l.}) \quad ,$$

e de acordo com a Tabela 35, para a distribuição lognormal com parâmetros estimados $\hat{m} = 4,258208$ e $s = 0,237381$, obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 1,914882] = 0,3838 \quad (2 \text{ g.l.}) \quad .$$

Tabela 34 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Itapeva, SP. $F(x)$: Função de Distribuição Normal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f _i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: n Π_i	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 55	4	0,164587	6,5835	9,4769
2	[55, 60)	9	0,072334	2,8934	
3	[60, 70)	9	0,198915	7,9566	0,136828
4	[70, 80)	7	0,215483	8,6193	0,304216
5	[80, 95)	6	0,234214	9,3686	1,211223
6	> 95	5	0,114467	4,5787	0,038765
$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 3,000768$					

$$n = 40 \quad ; \quad F(a) = \int_{-\infty}^a \frac{1}{s \sqrt{2\pi}} e^{-[(x-\hat{m})^2/2s^2]} dx \quad ; \quad \hat{m} = 72,7 \quad ; \quad s = 18,139375$$

Tabela 35 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Itapeva, SP. $F(x)$: Função de Distribuição Lognormal.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 55	4	0,145292	5,8117	9,8002 1,044746
2	[55, 60)	9	0,099712	3,9885	
3	[60, 70)	9	0,238678	9,5471	0,031352
4	[70, 80)	7	0,215345	8,6138	0,302346
5	[80, 95)	6	0,194507	7,7803	0,407371
6	> 95	5	0,106465	4,2586	0,129067
$\chi^2 = \sum_{i=1}^s \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 1,914882$					

$$n = 40 ; F(b) = \int_0^b \frac{1}{x s \sqrt{2\pi}} e^{-[(\ln x - \hat{m})^2 / 2s^2]} dx ; \hat{m} = 4,258208 ; s = 0,237381$$

Os resultados obtidos através da Tabela 35 permitem afirmar que, de acordo com o teste de qui-quadrado, os dados de precipitação da Tabela 5 se ajustam à distribuição lognormal.

Aplicando-se a esses dados a função de distribuição de Gumbel, com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,070699$ e $\hat{u} = 64,535556$, estimou-se, para o ano (civil), a precipitação máxima provável para o período de um dia e a probabilidade dessa estimativa não ser ultrapassada. Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 36.

A compatibilidade dos dados com a distribuição de Gumbel pode ser feita pelo teste de χ^2 .

De acordo com a Tabela 37, obteve-se:

$$P [\chi^2 \geq 1,429165] = 0,4894 \quad (2 \text{ g.l.}) \quad .$$

Segundo o teste de qui-quadrado, os dados em estudo aderem à distribuição de Gumbel com parâmetros estimados $\hat{\alpha} = 0,070699$ e $\hat{u} = 64,535556$.

Tabela 36 - Estimativas da precipitação máxima provável no período de um dia, e a probabilidade dessas estimativas não serem ultrapassadas, para a cidade de Itapeva, SP.

Estimativas da precipitação máxima provável (mm)	Probabilidade das estimativas não serem ultrapassadas
129,6	0,99
119,7	0,98
109,8	0,96
106,5	0,95
96,4	0,90
85,8	0,80
79,1	0,70
74,0	0,60
69,7	0,50
65,8	0,40
61,9	0,30
57,8	0,20
52,7	0,10

Tabela 37 - Estruturação do teste de χ^2 aos dados de precipitação pluviométrica referentes à cidade de Itapeva, SP. $F(x)$: Função de Distribuição de Gumbel.

i	nº de dias secos consecutivos [a, b)	freqüência ocorrida na classe: f_i	$\Pi_i = F(b) - F(a)$	freqüência esperada na classe: $n\Pi_i$	$\frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i}$
1	< 55	4	0,140525	5,6210	10,0829 0,843951
2	[55, 60)	9	0,111548	4,4619	
3	[60, 70)	9	0,254774	10,1910	0,139190
4	[70, 80)	7	0,208418	8,3367	0,214325
5	[80, 95)	6	0,175173	7,0069	0,144693
6	> 95	5	0,109562	4,3825	0,087007
$\chi^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(f_i - n\Pi_i)^2}{n\Pi_i} = 1,429165$					

$$n = 40 \quad ; \quad F(a) = \int_{-\infty}^a \hat{\alpha} e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})} e^{-e^{-\hat{\alpha}(x-\hat{u})}} dx \quad ; \quad \hat{\alpha} = 0,070699 \quad ; \quad \hat{u} = 64,535556$$

Nos 40 anos em estudo, ocorreram 99 aguaceiros de altura não inferior a 50 mm (Tabela 6). Logo, a média anual é 2,475.

Para o cálculo das probabilidades utilizou-se a distribuição de Poisson

$$P [X=K] = e^{-2,475} \frac{2,475^K}{K!} ; \quad K=0,1,2,\dots$$

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 38.

Tabela 38 - Ocorrência de aguaceiros de altura não inferior a 50 mm durante 40 anos (1942, 1981), na cidade de Itapeva, SP.

VALORES DA VARIÁVEL X	FREQUÊNCIA		PROBABILIDADE P_i
	Observada (f_i)	Esperada (nP_i)	
0	2	1,7160	0,0429
1	12	5,4000	0,1350
2	11	8,5040	0,2126
3	3	8,9280	0,2232
4	7	7,0320	0,1758
5	3	4,4320	0,1108
6	1	2,3240	0,0581
≥ 7	1	1,6640	0,04116

Da Tabela 38 tem-se que a probabilidade de que ocorra pelo menos um aguaceiro de altura não inferior a 50 mm é estimada em 0,9571, ou 95,71%.

A verificação da compatibilidade dos dados com a distribuição de Poisson pode ser feita pelo teste de χ^2 ,

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(f_i - nP_i)^2}{nP_i} = 0,0470 + 8,0667 + 0,7326 + 3,9361 + \\ + 0,0001 + 1,3891$$

$$\chi^2 = 14,1716$$

Com 4 graus de liberdade tem-se:

$$P [\chi^2 \geq 14,1716] = 0,0068.$$

Tem-se, então, que os dados em estudo não se ajustam à distribuição de Poisson.

4.1 - Sugestões Para Pesquisas Posteriores

Com base nos resultados obtidos no presente estudo, e com o fim de esclarecer certas dúvidas, pretende-se:

- a) Verificar a validade da seguinte hipótese: Se os dados de precipitação pluviométrica e de estiagens (máximas de cada ano) para séries com mais de 30 anos podem ser ajustadas à função de distribuição de Gumbel, então, também se ajustam à distribuição lognormal, que é do tipo exponencial.

b) Realizar um estudo com as diversas funções de distribuição do tipo exponencial, a fim de se deduzir uma, tal que a recíproca da hipótese (a) seja verdadeira.

c) Verificar se a ocorrência de estiagens com duração não inferior a 20, 40, 50 e 60 dias secos consecutivos podem ser estudados pela distribuição de Poisson.

Para isso, pretende-se levantar dados das diversas estações meteorológicas do Estado de São Paulo.

5. CONCLUSÕES

5.1 - A estimativa da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, com probabilidade de 95% dessa estimativa não ser ultrapassada, para a cidade de Presidente Prudente, é de 78 dias secos consecutivos.

5.2 - A probabilidade de que não ocorram durante o ano estiagens com duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, na cidade de Presidente Prudente, é estimada em 34,99%, e a probabilidade de que ocorra no máximo uma é estimada em 71,73%.

5.3 - Os dados correspondentes à ocorrência de aguaceiros se ajustam à função de distribuição de Poisson, de acordo com o teste de χ^2 para a cidade de Presidente Prudente.

- 5.4 - Na cidade de Avaré, a estimativa da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, com probabilidade de 95% dessa estimativa não ser ultrapassada, é de 74 dias secos consecutivos.
- 5.5 - Na cidade de Avaré, a probabilidade de que ocorra durante o ano no máximo uma estiagem com duração não inferior a 30 dias secos consecutivos, é estimada em 83,54%, e a probabilidade de que não ocorra nenhuma é estimada em 48,43%.
- 5.6 - Durante o ano, a probabilidade de que ocorra na cidade de Avaré pelo menos um aguaceiro de altura $h \geq 50$ mm, é estimada em 96,83%, e a probabilidade de que não ocorra é estimada em 3,17%.
- 5.7 - Nas cidades de Avaré e Presidente Prudente, os dados de precipitação pluviométrica obtidos, divididos em classes de frequência, não se ajustam à distribuição de Gumbel, de acordo com o teste de χ^2 , ao nível de 5% de probabilidade.
- 5.8 - Na cidade de Itapeva, a estimativa da duração máxima provável da estiagem mais longa do ano, com probabilidade de 95% dessa estimativa não ser superada, é de 62 dias secos consecutivos.
- 5.9 - A probabilidade de que na cidade de Itapeva ocorra no máximo uma estiagem de duração não inferior a 30 dias secos consecutivos é estimada em 90,98%.

- 5.10 - Durante o ano, a estimativa da precipitação máxima provável, no período de um dia, com probabilidade de 95% dessa estimativa não ser ultrapassada, é de 106,5 mm, para a cidade de Itapeva.
- 5.11 - Na cidade de Itapeva, os dados correspondentes à ocorrência de aguaceiros de altura excepcional não se ajustaram à função de distribuição de Poisson, de acordo com o teste de χ^2 , ao nível de 5% de probabilidade.
- 5.12 - A função de distribuição do tipo exponencial, indicada para os dados de estiagens e precipitações pluviométricas (máximas de cada ano) é a função de distribuição lognormal.
- 5.13 - No presente estudo, verificou-se que, se os dados obtidos se ajustam à função de distribuição de Gumbel, então se ajustam à função de distribuição lognormal.
- 5.14 - No presente estudo, verificou-se que os dados referentes a estiagens se ajustam bem à função de distribuição de Gumbel.

6. LITERATURA CITADA

- BANZATTO, D.A., 1973. Estimativa das Precipitações Máximas Prováveis no Estado de São Paulo. Jaboticabal, UNESP. 119 p. (Tese de Doutorado).
- BHAT, U.N., 1972. Elements of Applied Stochastic Processes. John Wiley, Nova York. 415 p.
- CAMPOS, H., 1979. Estatística Experimental Não Paramétrica. ESALQ/USP. Piracicaba. 343 p.
- CHOW, V.T., 1964. Handbook of Applied Hydrology. McGraw-Hill Book, Nova York. 1453 p.
- FISZ, M., 1963. Probability Theory and Mathematical Statistics. John Wiley, Nova York. 677 p.
- GARCEZ, L.N., 1967. Hidrologia. Editora Edgard Blucher, São Paulo. 249 p.

- GNEDENKO, B.V., 1978. The Theory of Probability. Mir Publishers, Moscou. 392 p.
- GUMBEL, E.J., 1941. The return period of flows. Ann. Math. Statistics. Baltimore, 12: 163-190.
- HOEL, P.G.; S.C. PORT e C.J. STONE, 1978. Introdução à Teoria da Probabilidade. Editora Interciência, Rio de Janeiro. 269 p.
- KRISHNAM, A. e R.S. KUSHWAHA, 1978. Comparison of Gumbel and Jenkinson's Methods of Estimating Probable Maximum Rainfall Intensities Over India for Different Return Periods. Journal of the Indian Geophysical Union. (s.l.), 4: 50-70.
- OCCHIPINTI, A.G. e P.M. SANTOS, 1965. Análise das Máximas Intensidades de Chuva na Cidade de São Paulo. Instituto Astronômico e Geofísico da USP, São Paulo. 41 p.
- SILVA, M.M.P. e S.V. Assis, 1979. Probabilidades de ocorrência de Estiagem no triângulo Mineiro e sua influência na cultura do milho. Boletim da Sociedade Brasileira de Meteorologia. 2: 43-56.
- SCOTON, L.C. e V.F. da CRUZ, 1966. Ocorrência de aguaceiros de altura excepcional em Piracicaba. D.A.E. São Paulo, 62: 3-10.