COMPARAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS
A ENSAIOS DE CALAGEM COM A CULTURA DA SOJA
(*Glycine max* [L.] Merrill)

MARIA CRISTINA NEVES DE OLIVEIRA

Orientador: Prof. Dr. ROBERTO SIMIONATO MORAES

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia, Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agrônômica.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Junho - 1986

Aos meus pais,
pela dedicação e perseverança.

Ao meu esposo, Edilson (*in memoriam*),
pelo amor e incentivos;

E ao meu filho, Rodrigo,
pela força que me transmite;

D E D I C O

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Dr. Roberto Simionato Moraes, pelos ensinamentos, orientação, encorajamento e amizade.

À Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, pela oportunidade dada para a finalização deste trabalho.

A todos os funcionários do Centro Nacional de Pesquisa de Soja que me acolheram, incentivaram e deram apoio, para que esta dissertação se realizasse.

Aos pesquisadores da Área de Nutrição de Plantas, do Centro Nacional de Pesquisa de Soja, pelo fornecimento dos dados experimentais utilizados neste trabalho.

Ao Dr. Gedi Jorge Sfredo, pela compreensão, amizade e ensinamentos.

Aos pesquisadores do Departamento de Técnicas Experimentais, do Instituto Agronômico de Campinas, em especial a Dra Violeta Nagai, pelo carinho, amizade e sugestões.

Ao Dr. Renato César Dittrich pelas sugestões, amizade e ensinamentos transmitidos.

Ao Dr. Norberto Antonio Lavorenti, pelo apoio, amizade e pelo processamento das análises estatísticas desta dissertação.

Aos colegas do curso de pós-graduação, pela união, incentivo, carinho, amizade, em especial aos colegas: Antonio Carlos Gomes, César Pereira, Édio Vizoni, Eliana Schammas, Inês Fumiko Ubukata, Maria Elizabeth Vasconcellos, Maria Imaculada de Lima, Maria Luiza Meneqhetti, Norberto Antonio Lavorenti e Tiemi Matsuo.

A Srta. Rosa Maria Alves, pela versão do resumo deste trabalho para o inglês.

Aos mestres do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelos ensinamentos transmitidos durante o curso de pós-graduação.

Ao Dr. Humberto de Campos, pelo auxílio prestado na obtenção de bolsas de estudos, através do CNPq e CAPES.

Ao CNPq e CAPES, pelo apoio à pesquisa.

A todos os funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, em especial ao Sr. Octávio Frassetto.

As Srtas. Maria Izalina Ferreira Alves e Luciane Brajão, pelo excelente trabalho datilográfico.

As Sr^{as} Marisa Santos Eumann e Nilza Brito Goulart, pela colaboração nas análises estatísticas e datilografia preliminares.

A todos que direta ou indiretamente colaboraram.

Agradeço especialmente a meus pais, irmãos, cu
nhados, cunhadas, sobrinhos, minha companheira Ivonice, ao Tiaa
go, e ao meu filho Rodrigo, que me tem dado força, amor, carii
nho, dedicação, confiança, fatores estes que muito me auxiliaa
ram para valorizar minha vida e o meu trabalho.

Í N D I C E

	Pág.
RESUMO	ix
SUMMARY	xii
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
2.1 - Ajustamento de Modelos Matemáticos a Dados de Produção	4
2.2 - Determinação da Dose Econômica	20
3. MATERIAL	25
4. MÉTODOS	28
4.1 - Modelos	28
4.2 - Estimativa dos Parâmetros	29
4.2.1 - Método para ajuste dos modelos qua- drático e raiz quadrada	29
4.2.2 - Método para ajuste da equação de Mi- tscherlich 2ª aproximação	31
4.2.2.1 - Método do gradiente	31
4.2.2.2 - Processo iterativo	32
4.2.2.3 - Aceitabilidade	33
4.2.2.4 - Finalização do processo ite- rativo	36
4.2.2.5 - Método de Marquardt para as estimativas dos parâmetros	38

	Pág.
4.3 - Cálculo do Máximo da Função	44
4.3.1 - Modelo quadrático	44
4.3.2 - Modelo raiz quadrada	45
4.3.3 - 2ª aproximação de Mitscherlich	46
4.3.3.1 - Método de Newton Raphson ..	47
4.3.3.2 - Método direto através do te <u>o</u> rema de Rolle	47
4.4 - Dose Econômica do Calcário	48
4.5 - Análise de Variância	50
4.6 - Critérios para Avaliar o Ajuste dos Modelos Estudados	53
4.6.1 - Critério de informação de Akaike ...	54
4.6.2 - Critério do total de postos	55
4.7 - Programação da Metodologia	57
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	58
5.1 - Valores Iniciais das Estimativas dos Parâme- tros da 2ª Equação de Mitscherlich	59
5.2 - Ajuste dos Modelos	60
5.2.1 - Ajustamento dos modelos aos dados ex- perimentais de Campo Mourão	60
5.2.1.1 - Modelo quadrático e modelo raiz quadrada	60
5.2.1.2 - Modelo da 2ª aproximação de Mitscherlich	62

	Pág.
5.2.2 - Ajustamento dos Modelos aos Dados Experimentais de Guarapuava	67
5.2.2.1 - Modelo quadrático e raiz quadrada	67
5.2.2.2 - Modelo da 2ª aproximação de Mitscherlich	69
5.3 - Cálculo do Ponto de Máximo	73
5.3.1 - Cálculo do ponto de máximo para os modelos quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich com os dados experimentais de Campo Mourão ...	73
5.3.2 - Cálculo do ponto de máximo para os modelos quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich com os dados experimentais de Guarapuava	81
5.4 - Determinação da Dose Econômica	89
5.4.1 - Determinação da dose econômica aconselhável para os experimentos de Campo Mourão e Guarapuava	89
5.4.1.1 - Modelo quadrático	89
5.4.1.2 - Modelo raiz quadrada	89
5.4.1.3 - 2ª aproximação de Mitscherlich	90
6. CONCLUSÕES	93
7. BIBLIOGRAFIA	95
8. APÊNDICE	104

COMPARAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS A ENSAIOS DE
CALAGEM COM A CULTURA DA SOJA (*Glycine max* [L.] Merrill)

Candidata: Maria Cristina Neves de Oliveira

Orientador: Prof. Dr. Roberto Simionato Moraes

R E S U M O

As funções de produção desempenham importante papel nos estudos de ensaios de adubação e correção dos solos. O emprego destes corretivos, em doses tecnicamente determinadas, é considerado o meio mais viável e mais rápido para o aumento da produção agrícola.

O presente trabalho teve como objetivo principal, o estudo de modelos matemáticos que melhor se ajustam aos dados de aplicação de calcário na cultura da soja, e também o estudo de uma dose de calcário que possibilite obter a produção máxima econômica. Estes dados foram obtidos por pesquisadores do Centro Nacional de Pesquisa de Soja, nos locais de Campo Mourão e Guarapuava, (em Latossolos Roxo distrófico e Bruno distrófico), a partir do ano agrícola 1978/79 até 1983/84, no Estado do Paraná, Brasil.

Aos dados de produção de soja, com aplicação de diferentes doses de calcário, foram empregados os modelos: Quadrático, Raiz Quadrada e 2ª Aproximação de Mitscherlich, os quais são expressos por:

$$[I] \quad Y = A + BX + CX^2 + e$$

$$[II] \quad Y = A + B\sqrt{X} + CX + e$$

$$[III] \quad Y = A[1 - 10^{-c(X+b)}] 10^{-k(X+b)^2} + e$$

Para as estimativas dos parâmetros dos modelos quadrático e raiz quadrada, foi utilizado o método dos quadrados mínimos.

Sendo o modelo da 2ª aproximação de Mitscherlich não linear nos parâmetros, o método empregado para estimar os parâmetros do mesmo foi o método de Marquardt.

Inicialmente foram realizadas as análises de variância para cada ano agrícola nos dois locais. Em seguida fez-se o desdobramento dos graus de liberdade do calcário, levando em conta a regressão.

Através das análises de regressão, pôde-se comparar os três modelos, com o objetivo de selecionar o melhor deles. Para isto foram utilizados os critérios usuais, do teste F, coeficientes de determinação, Quadrado Médio do Desvio de Regressão Mínimo (QMDRM), bem como o Critério de In-

formação de Akaike (AIC), e o Total de Postos (estatística de ordem).

Estes dois últimos foram consistentes quando comparados com os critérios convencionais.

Determinaram-se também as doses máximas econômicas para os três modelos.

A partir destes resultados pôde-se concluir que:

- para os experimentos de Campo Mourão, o modelo que melhor se ajustou foi o quadrático e, em seguida, a 2ª aproximação de Mitscherlich;
- para os experimentos de Guarapuava, obteve-se como o melhor modelo a 2ª aproximação de Mitscherlich e, em seguida, o modelo raiz quadrada;
- na determinação da dose econômica, utilizando os modelos quadrático e 2ª aproximação de Mitscherlich, obtiveram-se as doses econômicas próximas às recomendadas pelo método de saturação de bases (70%).

COMPARISON AMONG MATHEMATICAL MODELS APPLIED IN EXPERIMENTS
USING LIMING WITH SOYBEAN CULTURE (*Glycine max* [L.] MERRILL),

Candidate: Maria Cristina Neves de Oliveira
Adviser: Prof. Dr. Roberto Simionato Moraes

S U M M A R Y

The yield response functions represent an important part in the fertilizer experiment studies and soil correction. The employment of this correctives, in technically determined levels, is considered the most practical and the fastest for the increasing of the agricultural production.

The present dissertation has as a principal objective the study of mathematical models that best fit lime data in soybean culture and also the finding of economical level of the corrective. These data were collected by researches by the Centro Nacional de Pesquisa de Soja (CNPSo), both soils Harlustox, from Campo Mourão and Guarapuava locals, in State of Paraná, Brazil, in the agronomic years of 1978/79 to 1983/84.

The models employed as response functions to soybean yield data were Quadratic, Square Root and Mitscherlich II Model, expressed by

$$[I] \quad Y = A + BX + CX^2 + e$$

$$[II] \quad Y = A + B\sqrt{X} + CX + e$$

$$[III] \quad Y = A[1 - 10^{-c(X+b)}] 10^{-k(X+b)^2} + e$$

For the parameter estimation of the square root and quadratic models, the least square method was used.

Because of the non-linearity of the parameter of Mitscherlich II model, the Marquardt method of parameter estimation was used.

Initially the variance analysis were calculated for each agronomic year. Afterwards the degrees of freedom for lime was partitioned, take in care of the non linear regression.

Through the regression analysis the three models could be compared and the best selected. For this purpose the usual criteria commonly used like F test, determination coefficient, lack of fit mean square, the information criteria of Akaike (AIC) and rank total (statistical order).

The last two above should consistence when compared with the conventional criteria. The economical level was also determined for each model. From this results we

conclude that:

- for the Campo Mourão local, the best model was the quadratic, followed by Mitscherlich II;
- for the Guarapuava experiments, Mitscherlich II was the best, followed by the square root;
- in the economical level determination the quadratic and Mitscherlich II model were those that best approximate the economic level recommended by the method to saturate about (70%).

1. INTRODUÇÃO

A soja vem sendo cultivada em grande escala devido a sua utilização como alimento protéico e como óleo de soja comestível. Devido a boa qualidade de proteína vegetal nela encontrada, a soja vem auxiliando no desenvolvimento de rebanhos de pequenos animais. Além disso, outros fatores vieram contribuir para sua expansão, tais como: as elevações de cotações internacionais e alterações na política cambial, propiciando desta maneira um maior retorno econômico.

Na safra 85/86, o Brasil produziu 13,3 milhões de toneladas de grãos de soja, contribuindo com uma parcela representativa em nossa economia e poderá contribuir ainda mais se estender o plantio a solos devidamente

apropriados para essa cultura. A quantidade produzida seria teoricamente suficiente para suprir as necessidades anuais em proteína de mais de 2 vezes a população brasileira.

Essa expansão da cultura da soja fez com que ela fosse levada para solos de acidez elevada , pois a grande maioria dos solos nacionais possuem essa característica.

Sendo a acidez do solo um dos principais problemas limitantes no desenvolvimento das plantas, a prática da calagem deve ser utilizada, para obtenção de maior rendimento das culturas nesses tipos de solos. Frequentemente, nos solos com esta característica, detectam-se concentrações muito elevadas de alumínio e manganês trocáveis. Através de pesquisas, tenta-se verificar a eficiência do calcário, com o intuito de anular o efeito da acidez dos solos brasileiros. Determinada essa eficiência, é fundamental fazer-se um estudo econômico dessa aplicação.

O principal objetivo deste trabalho é obter uma função matemática de resposta à calagem e, com isso, proporcionar estudos de aumento de produção e obtenção de doses econômicas de calcário.

Para esse fim foram testadas as funções: quadrática, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, aos dados experimentais de ensaios de calagem .

No ajuste dessas funções foram utilizados os métodos:

- mínimos quadrados para as funções polinomiais quadráticas;
- método iterativo de Marquardt para uma função não linear nos parâmetros, a 2ª aproximação da equação de Mitscherlich.

A comparação dessas funções foi baseada no valor do coeficiente de determinação (R^2), do coeficiente de determinação ajustado ($\bar{R}_A^2$), do Quadrado Médio do Desvio de Regressão Mínimo (QMDRM), do critério de informação de Akaike (AIC) e do total dos postos de classificação (ou ordem de classificação), onde obteve-se o maior número de quadrados médios residuais mínimos, intermediários e máximos.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 - Ajustamento de Modelos Matemáticos a Dados de Produção

Neste capítulo será feita uma revisão de trabalhos referentes ao ajuste de modelos matemáticos a dados de produção, e à determinação de doses econômicas de nutrientes.

Um dos primeiros trabalhos onde se estudou o ajuste de funções de produção, foi o de MITSCHERLICH (1909), onde o autor utilizou a função:

$$y = A[1 - 10^{-c(x+b)}] \quad [2.1.a]$$

para representar a produção vegetal, onde o parâmetro A é a produção máxima teórica, c é o coeficiente de eficácia, b é a quantidade de corretivo contido no solo e x é a quantidade de corre

tivo adicionada ao solo, medidos em toneladas por hectare.

Esta função não se adaptou bem aos dados de produção, quando dosagens muito altas de nutrientes eram aplicadas, pois à medida em que se aumentavam as doses de nutrientes, a produção também aumentava, até um certo ponto, para daí começar a decrescer.

Assim, foi proposto pelo mesmo autor, em 1928, uma modificação da 1ª equação, na qual foi acrescido um novo parâmetro quadrático, passando a ser denominada de segunda aproximação de Mitscherlich, expressa por:

$$Y = A[1 - 10^{-C(x+b)}] 10^{-k(x+b)^2} \quad . \quad [2.1.b]$$

O valor de k foi denominado de fator prejuízo. Esta modificação, proposta por MITSCHERLICH, partiu da seguinte equação diferencial:

$$\frac{1}{Y} \cdot \frac{dY}{dx} = C_1 \frac{10^{-Cx}}{1 - 10^{-Cx}} - 2k \cdot x \quad , \quad [2.1.c]$$

obtendo-se, então, a 2ª aproximação de Mitscherlich.

O autor afirmou que esta função se adaptava melhor aos dados, tendo apenas o inconveniente de ser uma função mais complicada.

PIMENTEL GOMES e MALAVOLTA (1949 a e b) fizeram estudos teóricos da 1ª e 2ª aproximação de Mitscherlich. Os autores neste estudo mostraram como a equação [2.1.a] pode ser aplicada a dados experimentais e, discutiram também o problema da determinação

da dose de nutrientes econômica. Comentam sobre a não arbitrariedade desta equação quando aplicadas a ensaios de adubação.

Os autores discutem a equação expressa [2.1.b] e mostram como chegar nesta, a partir da equação diferencial [2.1.c].

Confirmam os resultados de MITSCHERLICH (1928), de que a equação [2.1.b] se adaptava melhor aos dados experimentais de adubação, tendo o inconveniente desta equação, ser mais complicada e com um parâmetro a mais. Segundo os autores é preferível utilizar-se da equação [2.1.a] quando houver adubações excessivas. Os autores também desenvolveram estudos para determinar os parâmetros da 1.^a aproximação, pelo método dos quadrados mínimos. Este método leva a um sistema de 3 equações e uma incógnita, resolvido pelo teorema de Rouché-Cappeli.

BOX e WILSON (1951), em seu trabalho, difundiram a metodologia de superfícies de resposta ajustando a regressão polinomial. Discutiram os delineamentos experimentais com o objetivo de se determinar, com um reduzido número de observações, o ponto de resposta máxima. Introduziram também os delineamentos compostos, os quais muito tem contribuído na pesquisa agrícola.

Muitas tentativas foram feitas no sentido de ajustar novos modelos matemáticos a ensaios de adubação. HEADY e PESEK (1954) estudaram cinco funções: três do tipo Cobb-Douglas, uma função raiz quadrada e uma quadrática. Estas funções foram aplicadas a um ensaio fatorial incompleto

de adubação com N e P , cada um com cinco nutrientes, com a cultura do milho, as funções foram comparadas através dos valores dos testes t dos parâmetros e seus respectivos coeficientes de correlação.

Os autores concluíram que o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o modelo raiz quadrada.

Neste mesmo ano, MITSCHERLICH (1954) deu continuidade aos estudos da 2ª aproximação, reafirmando que esta equação deve ser empregada, pois através dela é possível determinar quando o efeito do adubo é prejudicial à planta. Concluiu seu trabalho mostrando que esta função reflete melhor a queda de produção, a qual se dá de maneira lenta e mais próxima da realidade.

FRENCH (1956) estudou os modelos: quadrático, raiz quadrada, Spillman, Gompertz e Cobb-Douglas, aplicados a dados de produção de milho obtidos de um ensaio de adubação nitrogenada. O autor verificou que, através do modelo raiz quadrada obtiveram-se as produções máximas com os níveis mais altos de nitrogênio do que no modelo quadrático, e que para a obtenção de estimativas econômicas, os modelos raiz quadrada e exponencial foram os que se comportaram melhor.

HEADY e DILLON (1964), estudando o ajuste de funções, empregaram também os modelos quadrático e raiz quadrada, a dados de produção de três ensaios de adubação, com

as culturas de: milho, trevo vermelho e alfafa. Os autores verificaram que o modelo raiz quadrada se adaptou melhor aos dados, em decorrência do menor desvio de regressão e ao maior coeficiente de determinação R^2 . Continuaram enfatizando que este modelo é apropriado ao estudo de funções de produção com fertilizantes, que incluam os elementos do solo e os que são aplicados aos mesmos.

NELDER (1966) propôs um modelo muito interessante, o polinomial quadrático inverso, dado pelo modelo:

$$Y = \frac{X}{\beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2} \quad [2.1.d]$$

O autor inicialmente fez um estudo teórico do modelo quadrático inverso comparando-o com o modelo quadrático comum, enumerando as seguintes vantagens do modelo em estudo:

- o modelo polinomial inverso geralmente não é negativo;
- é limitado;
- tem forma quadrática assimétrica;
- além disso não conduz a absurdos como valores de y negativos.

Estas vantagens do modelo quadrático inverso refletem melhor a queda da produção, que deve ser sempre assimétrica, o que não ocorre no quadrático.

NELDER (1966) concluiu que o modelo polinomial quadrático inverso é o modelo mais adequado para estudos de superfície de resposta, e que o mesmo é de fácil utilização em relação ao quadrático comum.

MORAES (1969) estudou a regressão polinomial ajustada a dados de um ensaio fatorial 3^3 com a cultura de milho. O autor ajustou o modelo quadrático a um ensaio fatorial com doses não igualmente espaçadas, determinando os intervalos de confiança para os parâmetros, as estimativas das produções e os seus respectivos intervalos de confiança. Concluiu ainda, que o modelo de regressão polinomial levou a intervalos muito amplos para os parâmetros. Discute também a necessidade do uso do computador quando não se utiliza a variável transformada, no caso das doses de nutrientes não equidistantes. Foram também determinadas as rendas líquidas para o modelo em estudo.

VIEIRA (1970) estudou os modelos: quadrático, raiz quadrada, potência $3/2$ e Mitscherlich 1^a aproximação. Estes modelos foram ajustados aos dados de experimentos fatoriais 3^3 em adubação. Também foram estudados os níveis ótimos em cada modelo.

Resumindo, a autora comentou que:

- a) Os parâmetros das quatro funções ajustadas obtiveram intervalos de confiança bastante amplos, mas foi possível obter estimativas razoáveis para os rendimentos, pois a precisão das mesmas depende da grandeza relativa das variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros.
- b) Os modelos quadrático e o de potência $3/2$ obtiveram ajustes semelhantes, sendo que o modelo potência $3/2$ apresentou maiores dificuldades nos cálculos da renda líquida.
- c) Dos três modelos polinomiais, o raiz quadrada apresentou maior coeficiente de determinação, consequentemente, obteve o melhor ajuste.
- d) Para a determinação da dose econômica foi indicado o uso da lei de Mitscherlich, para o caso onde se tem três níveis, facilitando os cálculos matemáticos. Caso existam interações significativas, a dose econômica deve ser calculada através da regressão polinomial, dando preferência ao modelo raiz quadrada.

STEFANELO (1975), com o objetivo de ajustar modelos matemáticos, estimando a superfície de produção em função da quantidade de nutriente aplicado, estudou os modelos: Cobb-Douglas, raiz quadrada, quadrático e potência $3/2$, ajustando-os a dados experimentais de produção de trigo. O autor obteve uma resposta diferente da encontrada por VIEIRA (1970), pois o modelo que melhor se ajustou foi o quadrático.

Os modelos matemáticos possuem características próprias e pode-se notar que, em trabalhos com dados de produção com um mesmo modelo, os mesmos conduzem a resultados muito divergentes. Estas divergências devem ser consideradas segundo diversos aspectos: a qualidade do material utilizado, as condições climáticas onde estão sendo conduzidos os experimentos, o planejamento do experimento, e a perspicácia do experimentador em detectar as ocorrências anormais observadas, impedindo que o resultado da pesquisa seja comprometido com estes fatores.

Dentre os modelos mais utilizados, o modelo Cobb-Douglas foi o que pior se comportou. Algumas vezes este modelo foi eliminado e, em outras, não obteve um bom ajuste sob o ponto de vista econômico. Este modelo foi novamente utilizado por RAMIREZ DÁVILA e BENITEZ (1975), que empregaram também os modelos: quadrático, raiz quadrada e Mi-

tscherlich em sua 1ª aproximação, com os dados de resposta a fertilizantes.

Os autores concluíram que, com o modelo quadrático, pode-se obter bons resultados quando se usam altas doses de nutrientes, permitindo mostrar possíveis quedas na produção. Comentam ainda que a curva que representa este modelo é descrita através de uma parábola com simetria em relação ao ponto de máximo, o que não ocorre na prática com as curvas de respostas a nutrientes, as quais são assimétricas.

A equação de Mitscherlich (1ª aproximação), apresentou algumas limitações, não indicando quedas de produção quando se aplicam altas doses de um nutriente.

MENEGHELLI (1976), estudando o ajuste das funções: raiz quadrada, quadrática, linear, e a função de Mitscherlich 1ª aproximação, aplicadas a dados de ensaios de adubação com a cultura do milho, concluiu que a função raiz quadrada foi a que melhor se ajustou. Para isto foi utilizada a técnica de simulação, gerando dados experimentais. Com os dados gerados estimaram-se os parâmetros dos modelos testados, e a partir deles as rendas líquidas mais próximas da real foram as escolhidas.

RIBOLDI (1978) fez um estudo sobre superfície de resposta em ensaios de adubação NPK, e calcário com a cultura do milho. Os dois modelos de superfície de resposta utilizados pelo autor foram ajustados pelo método de polinômios ortogonais. Foram também determinadas as variâncias das estimativas dos parâmetros, intervalos de confiança e estimativas dos parâmetros, intervalos de confiança e estimativas das produções.

O autor pôde concluir que o método dos polinômios ortogonais utilizado para ajustar as duas superfícies de resposta é satisfatório, e é muito útil nos estudos de modelos com expoente fracionário, onde os níveis de nutrientes não são equidistantes.

Finalizando, o autor comenta sobre a extrapolação com as equações de regressão, obtidas pelo método dos polinômios ortogonais para os dois modelos. Comenta também sobre a concórdância entre as produções médias dos tratamentos ajustados e as observadas.

Neste mesmo ano, SILVA (1978) estudou o ajuste de três modelos: o quadrático, a função Mitscherlich 1ª aproximação e a 2ª aproximação em experimentos de adubação na cultura de trigo. Após estudos detalhados para cada modelo, a autora concluiu que o melhor ajuste se deu com o modelo quadrático, mas a viabilidade da utilização da função de

Mitscherlich (2ª aproximação) foi sugerida, pelo fato de representar melhor a queda brusca que se dá logo após o ponto de máximo, quando se utiliza o modelo quadrático.

SPARROW (1979), utilizando dados de 84 experimentos de adubação nitrogenada em gramíneas, estudou o ajuste dos seguintes modelos: o quadrático, o modelo de Mitscherlich modificado, o polinomial quadrático inverso, o inverso linear e o de duas linhas retas. O autor utilizou o valor do quadrado médio residual mínimo (QMRM), dos viéses dos resíduos após o ajuste do modelo, e os valores de R^2 , como ponto de referência para selecionar o melhor modelo.

Finalizando, fez alguns comentários sobre os modelos:

- Afirmou que, para o caso em estudo, da relação da produção de gramíneas com adubação nitrogenada, não pôde dizer que exista um determinado modelo que se ajuste totalmente a esses dados, devido à falta de base teórica na descrição do fenômeno.

- Sugeriu, para o ajuste de modelos, a utilização de outros critérios de avaliação além do R^2 e do QMRM, pois estes são insuficientes para a seleção de um modelo, já que todo modelo possui características próprias.

Finalizando, o autor achou o modelo polinomial quadrático inverso como o mais adequado, pois ajustou

bem na maioria dos experimentos. Considerou este modelo muito poderoso, pois obteve os valores dos quadrados médios residuais mínimos (QMRM) para 52 experimentos, confirmando os resultados de NELDER (1966).

Neste mesmo ano SPARROW (1979), dando continuidade ao estudo de ajuste de funções, empregou os modelos: linear, quadrático, cúbico, exponencial modificado, inverso linear modificado, quadrático inverso e duas linhas retas interceptadas, aplicados aos dados de 85 experimentos com adubação com a cultura de cevada. Os modelos foram julgados pelos métodos dos quadrados médios residuais mínimos (QMRM), pelo total da classificação de ordem quando obteve o QMRM, pelo Critério de Informação de Akaike (AIC) e pela análise dos resíduos após o ajuste.

O autor concluiu que o modelo duas linhas retas interceptadas ajustou-se bem quando foram utilizados os critérios dos QMRM, do AIC, mas quando foi avaliado pelo total da classificação de ordem, o modelo quadrático inverso ajustou-se melhor.

SILVA (1980) fez um estudo sobre o ajustamento da 2ª aproximação de Mitscherlich a dados de maturação de cana-de-açúcar. A autora utilizou três métodos para as estimativas dos parâmetros da equação mencionada acima.

Estes métodos estudados por ela são iterativos, e necessitam de valores iniciais arbitrários com o objetivo de se obter a convergência. O método que obtivesse um menor número de iterações, e a menor soma de quadrados de desvios, seria o mais eficiente.

A autora pôde concluir o seu trabalho da seguinte forma:

- a) Quando o comportamento da maturação para todas as variedades eram idênticas, os três métodos de estimativas apresentavam os mesmos resultados.
- b) Para o método de Newton sempre foi exigido um maior número de iterações, para que houvesse a convergência, exigindo ainda a matriz das derivadas segundas (matriz Hessiana).
- c) O método de Gauss-Newton não exige a matriz Hessiana. Este método proporcionou bons resultados e não necessita a proximidade dos valores iniciais ao ponto de mínimo para convergência.
- d) Onde o comportamento da maturação da cana-de-açúcar foi anormal, obtiveram-se resultados diferentes para os três modelos.
- e) As estimativas dos parâmetros não foram adequadas quando empregados os métodos de Newton e Gauss Newton, onde as variedades apresentaram pontos intermediários de decréscimo.

Finalizando, a autora afirma que o método de Marquardt apresentou bons resultados. Onde os dados não foram discrepantes necessitou um número reduzido de iterações para convergir.

NICOLLELA (1981) empregou a superfície de resposta a dados de cinco ensaios de adubação NPK com a cultura do cacau. O modelo utilizado pelo autor foi o polinomial quadrático, com o objetivo de se determinar as estimativas dos parâmetros dos rendimentos e seus intervalos de confiança, as doses econômicas e a recomendação de adubação na região cacaueira no Estado da Bahia. O autor fez cortes na superfície polinomial quadrática, com e sem interação, determinando também os pontos de máximo. Quando considerou o modelo com as interações, os pontos de máximo se localizaram fora dos intervalos estudados.

O autor pôde concluir que o modelo de regressão polinomial quadrático, com e sem interação, não se ajustou bem aos dados de produção de cacau, quando se considerou individualmente cada local e ano. Concluiu também que os intervalos de confiança foram amplos, comprometendo a precisão das estimativas dos rendimentos.

UDO (1983), dando continuidade aos estudos de SILVA (1978), empregou os modelos: Mitscherlich (2ª apro

ximação), quadrático e raiz quadrada, aos dados experimentais de maturação de cana-de-açúcar.

Concluiu que o modelo quadrático tem algumas desvantagens em relação à 2ª aproximação de Mitscherlich, mas foi o que melhor se ajustou a estes dados, contrariando o resultado do trabalho de SILVA (1978). O modelo raiz quadrada não foi adequado para o estudo do fenômeno da maturação da cana-de-açúcar, pois obteve-se sempre o ponto de máximo deslocado para a direita.

MENEGHETTI (1983) estudou os modelos quadrático e a equação de Mitscherlich 1ª aproximação, aplicados a um ensaio de adubação NPK com a cultura da cana-de-açúcar. A autora determinou as estimativas dos parâmetros e seus intervalos de confiança e a melhor dose econômica dos nutrientes em estudo. Fez também o ajustamento de superfície de resposta para o modelo polinomial quadrático e concluiu que, para se obter resultados confiáveis para as doses econômicas e intervalos pouco amplos, deve-se sempre utilizar doses altas de nutrientes.

Concluiu também que utilizando os dois modelos para o ajuste aos dados de adubação, não se obteve interpretação racional dos ensaios.

BIANCHINI SOBRINHO (1984) empregou 11 modelos matemáticos para estudar o período de lactação de vacas

da raça Gir. O autor estudou os modelos: linear, linear com 2 e 3 etapas, o quadrático, o cúbico mais duas retas, o linear logarítmico, o quadrático logarítmico, a função Gama Wood, o linear hiperbólico e o polinomial quadrático inverso. Segundo o autor, houve a tentativa de se prever a produção leiteira total a partir dos resultados parciais e em cada estágio de lactação através de um modelo que se adequasse bem aos dados.

As estimativas dos parâmetros para a maioria dos modelos propostos foram feitas através do método dos quadrados mínimos, por serem lineares nos parâmetros.

A função Gama Wood foi linearizada para que se pudesse aplicar o método acima.

O modelo polinomial quadrático inverso teve suas estimativas dos parâmetros obtidas pelo método dos quadrados mínimos ponderados.

Dentre os modelos estudados, o autor selecionou, na ordem, os modelos: quadrático logarítmico, linear hiperbólico, a equação Gama Wood e o polinomial quadrático inverso. Esta seleção baseou-se na menor soma de quadrados de desvios de regressão, no coeficiente de determinação ajustado ao nº de parâmetros e na distribuição de frequência dos coeficientes de determinação ajustado para cada curva.

Um estudo mais recente utilizando o modelo quadrático e a 2ª aproximação de Mitscherlich foi feito por MAGNANI (1985). O autor comenta sobre a dificuldade do ajustamento de modelos, quando estes, por serem complexos, necessitam do uso do computador para o seu estudo. Para isso, foram realizados programas em linguagem Basic, facilitando o ajustamento, principalmente da 2ª aproximação de Mitscherlich, a qual é não linear nos parâmetros. Foram utilizados os dados de 27 grupos de experimentos com a maturação da cana-de-açúcar, expressos em pol% da cana. Para as estimativas dos parâmetros da 2ª aproximação de Mitscherlich, foram aplicados os métodos de Newton, Gauss e Marquardt, e para o modelo quadrático o método dos quadrados mínimos usual.

MAGNANI afirma que o método de Marquardt foi o mais eficiente, concordando com os resultados obtidos por SILVA (1980).

2.2 - Determinação da Dose Econômica

Com o aumento do custo de fertilizantes, muitos trabalhos com adubação e correção dos solos vem sendo conduzidos, com o objetivo de aumentar a produtividade agrícola minimizando seus custos. Para isso é necessário determinarmos doses econômicas de fertilizantes ou corretivos na obten

ção das produções agrícolas.

Assim, PESEK e HEADY (1956) fizeram um estudo para determinar o nível ótimo econômico de dois nutrientes em ensaios de adubação com a cultura da alfafa. Utilizaram os modelos: logarítmico, quadrático e raiz quadrada. O experimento foi conduzido sob o esquema fatorial fracionado repetido e os nutrientes utilizados foram o fósforo e o potássio.

Os autores concluíram que o modelo que permitiu obter o nível ótimo de aplicação dos nutrientes combinados, com preços mínimos, foi o modelo raiz quadrada, o qual obteve um coeficiente de correlação $r = 0,8793$, a um nível de significância de 1% de probabilidade.

ZAGATTO e PIMENTEL GOMES (1960), com o objetivo de fazer um estudo econômico da adubação, utilizaram os modelos: quadrático, raiz quadrada, Mitscherlich 1ª aproximação, e Cobb-Douglas. Os autores comentaram as vantagens e desvantagens de cada modelo, e afirmaram que nenhum dos modelos foi plenamente satisfatório.

PIMENTEL GOMES e ABREU (1963) fizeram um estudo teórico da dose econômica aconselhável para a 1ª aproximação de Mitscherlich e obtiveram a seguinte expressão

$$x^* = \frac{1}{c} \log \frac{cx_u L 10}{1 - 10^{-cx_u}} + \frac{1}{c} \log \frac{w.u}{x_u t} \quad [2.2.a]$$

$\underline{c}$ é o coeficiente de eficácia , $\underline{u}$ é o aumento de produção do produto agrícola , x_u é a dose do nutriente , $\underline{w}$ é o preço unitário do produto agrícola e $\underline{t}$ é o preço unitário do nutriente.

Os autores afirmam que a fórmula citada anteriormente pode ser substituída por :

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + \frac{1}{c} \log \frac{w.u}{x_u t} .$$

Quando se tem numerosos ensaios é possível obter estimativas razoáveis para os valores de $\underline{c}$, isto então permite o uso da última equação.

PIMENTEL GOMES E CAMPOS (1966) utilizaram vários experimentos de adubação com a cultura do milho, para um estudo econômico. Empregaram a 1.^a aproximação de Mitscherlich e confrontaram os resultados com os obtidos com a regressão polinomial de 2º Grau. Os autores concluíram que a regressão polinomial de 2º Grau possui algumas vantagens, mas é desaconselhável em ensaios de adubação, não permitindo extrapolação e testes de significância adequados no caso de grupos de experimentos.

ZAGATTO e PIMENTEL GOMES (1967) estudaram , sob o aspecto econômico, muitas funções de produção, com uma, duas e três variáveis independentes.

Resumindo os autores recomendaram :

- O uso de grupos de ensaios numerosos , ou ensaios isolados com um grande número de repetições.

- Não confiar em doses ótimas obtidas através de polinômios de coeficientes de termos de 2º grau que não sejam significativamente diferente de zero.
- Detectar a veracidade dos valores obtidos correspondem a um máximo.
- Determinar os intervalos de confiança para as doses econômicas.

LANZER (1970), seguindo exemplos de autores anteriores, preocupou-se também com o estudo econômico de dados de grupo de experimentos de adubação e correção na cultura do trigo. O autor empregou os modelos: quadrático, raiz quadrada, potência $3/2$ e Cobb-Douglas.

O autor concluiu que, dos modelos estudados, a potência $3/2$ prejudicou o estudo econômico, sendo desta maneira desaconselhável o uso do mesmo.

COSTA (1977) comparou os modelos polinomiais: quadrático, raiz quadrada e potência $3/2$, a dados experimentais de 27 ensaios fatoriais 3^3 com a cultura do arroz. Esta comparação foi feita com o objetivo de se recomendar doses econômicas para a adubação, mas isto não foi possível, pois em algumas vezes as doses econômicas obtidas apresentaram-se além dos intervalos estudados, confirmando desta forma resultados de outros trabalhos.

PALHANO *et alii* (1984) fizeram estudos com dados experimentais com a cultura da soja, com o objetivo de comparar os melhores métodos de recomendação de calcário. Para isso os autores testaram o ajuste de modelos aos dados de produção, com o fim de determinar doses econômicas de calcário. Foram testados os modelos: quadrático e a função de Mitscherlich em sua 1ª aproximação, concluindo que o modelo que possibilitou recomendar a melhor dose econômica foi o modelo de Mitscherlich, confirmando os resultados obtidos através do método de saturação de base (70%). Verificaram que doses maiores que a dose econômica não conduziram a acréscimos significativos na produção.

3. MATERIAL

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos de ensaios de calagem em soja, instalados por pesquisadores da EMBRAPA, da área de Nutrição Vegetal do Centro Nacional de Pesquisa de Soja. Eles podem ser encontrados nas Tabelas de números 22 a 33 do Apêndice. O primeiro experimento foi instalado na região de Campo Mourão, em Latossolo Roxo distrófico, nas doses 0, 2, 4, 6, 8 e 10 toneladas de calcário por hectare. O segundo na região de Guarapuava, em Latossolo Bruno distrófico, nas doses 0, 3, 6, 9, 12 e 18 toneladas de calcário por hectare.

Os experimentos foram conduzidos por seis anos consecutivos.

O delineamento utilizado para o experimento de Campo Mourão foi o de bloco casualizados, sendo o número de blocos igual a quatro, com seis tratamentos representados pelas doses de calcário. Cada parcela foi constituída por 14 linhas de soja, com 12 m de comprimento cada e espaçamento entre linhas de 0,50 metros.

A área útil colhida foi de oito linhas centrais de 10 metros cada, sendo o restante da parcela tomado como bordadura.

O delineamento utilizado para o experimento de Guarapuava foi o de blocos casualizados, com quatro blocos e seis tratamentos representados pelas doses de calcário. Cada parcela foi constituída por 12 linhas de soja com espaçamento entre linhas de 0,50 metros.

A área útil colhida foi de oito linhas centrais de 8 metros, sendo as demais tomadas como bordadura.

Os solos apresentaram as características químicas mostradas na Tabela 1.

Tabela 1 - Análise química inicial.

LOCAL	pH H ₂ O	meg/100 ml de solo					C %	RC*	P ppm
		³⁺ Al	²⁺ Ca	²⁺ Mg	K ⁺	³⁺ H ⁺ +Al			
Campo Mourão	4,5	0,8	1,49	0,61	0,22	10,32	1,75	6,5	8,2
Guarapuava	4,5	1,7	0,27	0,13	0,14	16,24	2,42	11,2	0,09

RC* = tonelada de calcário/ha para elevar a saturação de bases (V%) a 70%.

A cultivar de soja utilizada nos experimentos para os dois solos foi a Paranã, (*Glycine max* [L.] Mer-rill).

A adubação de correção foi de 200 kg de P_2O_5 como super fosfato triplo incorporado a lanço no iní-cio do experimento. De acordo com a tabela de recomendação de adubação para soja no Estado do Paranã , foram aplicados anualmente 100 kg de P_2O_5 /ha e 60 kg de K_2O /ha , no sulco de plantio.

O método da análise química do solo utili-zado foi o de Mehlich (Carolina do Norte).

4. MÉTODOS

4.1 - Modelos

Os modelos a serem estudados neste trabalho são os descritos abaixo:

$$Y_i = A + BX_i + CX_i^2 + e_i \quad [4.1.a]$$

onde,

Y_i é a produção de soja, em kg/ha;

X_i é a dose de calcário em ton/ha;

A, B e C são os parâmetros da função;

e_i são os erros aleatórios $\sim N(0, \sigma^2)$.

$$Y_i = A + B\sqrt{X_i} + CX_i + e_i \quad [4.1.b]$$

onde,

Y_i é a produção de soja, em kg/ha;

X_i é a dose de calcário, em ton/ha;

A, B e C são os parâmetros da função;

e_i são os erros aleatórios $\sim N(0, \sigma^2)$.

$$Y_i = A[1 - 10^{-c(X_i+b)}] 10^{-k(X_i+b)^2} + e_i \quad [4.1.c]$$

onde,

Y_i é a produção de soja, em kg/ha;

X_i é a dose de calcário, em ton/ha;

A, b, c e k são os parâmetros da função;

e_i são os erros aleatórios $\sim N(0, \sigma^2)$.

4.2 - Estimativas dos Parâmetros

4.2.1 - Método para ajuste dos modelos quadrático e raiz quadrada

O critério utilizado para estimar os parâmetros dos modelos [4.1.a] e [4.1.b] foi através do método dos quadrados mínimos.

Dado N pares de valores (X_i, Y_i) , $i=1,2,\dots$
 $\dots, N$.

A solução do sistema de equações normais é dada pela equação matricial:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

onde,

$\hat{\beta}$ é o vetor das estimativas dos parâmetros, dado por:

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{A} \\ \hat{B} \\ \hat{C} \end{bmatrix}$$

Y é o vetor das produções, ou seja,

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix}$$

A matriz X para o modelo quadrático será dada por:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_N & x_N^2 \end{bmatrix}$$

e a matriz para o modelo raiz quadrada será:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{X_1} & X_1 \\ 1 & \sqrt{X_2} & X_2 \\ 1 & \sqrt{X_3} & X_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sqrt{X_N} & X_N \end{bmatrix}$$

4.2.2 - Método para ajuste da equação de Mitscherlich 2ª aproximação

4.2.2.1 - Método do gradiente

Dados os valores Y_i ; X_{1i} , X_{2i} , ..., X_{ki} , $i=1,2,\dots,n$, a função de regressão é dada por:

$$Y_i = f(\underset{\sim}{X}_i, \underset{\sim}{\theta}) + E_i \quad [4.2.2.1.a]$$

onde,

$\underset{\sim}{X}_i$ é o vetor $(X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ki})$;

$\underset{\sim}{\theta}$ é o vetor $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)$;

$\underset{\sim}{E}_i$ é o vetor $(e_{1i}, e_{2i}, \dots, e_{ki})$.

Admitimos que $e_i \sim N(0, \sigma^2)$ para todo i .

Determinamos as estimativas $\hat{\theta}$ para os parâmetros θ com os quais torna-se mínima a soma de quadrados dos desvios dada por:

$$S(\theta) = \sum_{i=1}^n [Y_i - f(X_i, \theta)]^2 \quad [4.2.2.1.b]$$

A função a ser utilizada é a 2ª aproximação de Mitscherlich dada por:

$$\hat{f}(X_i/A, b, c, k) = Y_i = A[1 - 10^{-c(X_i+b)}] 10^{-k(X_i+b)^2} + e_i \quad [4.2.2.1.c]$$

onde $e_i \sim N(0, \sigma^2)$.

4.2.2.2 - Processo iterativo

O processo é iniciado com um dado ponto θ_0 conhecido por valor inicial e a partir do qual geramos uma sequência de pontos $\theta_1, \theta_2, \dots$, que esperamos convergir para o ponto $\hat{\theta}$ com o qual $S(\hat{\theta})$ será mínima.

O cálculo de θ_{i+1} é de i -ésima iteração. A sequência termina na prática, após um número N , finito, de iterações e aceitamos θ_N como uma aproximação de $\hat{\theta}$.

O vetor

$$\sigma_i = \theta_{i+1} - \theta_i \quad [4.2.2.2.a]$$

é chamado de i -ésimo passo.

Desejamos que a cada passo nos aproximemos do mínimo. Desde que não conhecemos o local do mínimo, não podemos testar para esta condição diretamente. Desse modo, verificamos se o i -ésimo passo melhora nossa situação, testando-se

$$S_{i+1}(\theta_{i+1}) < S_i(\theta_i) \quad [4.2.2.2.b]$$

Então, chamamos de i -ésimo passo aceitável se a desigualdade [4.2.2.2.b] for satisfeita.

Este método obedece ao seguinte esquema:

- 1) Seja $i=1$. Um valor θ_0 , inicial, é dado.
- 2) Determina-se um vetor d_i na direção do i -ésimo passo proposto.
- 3) Determina-se um escalar ρ_i , tal que o passo

$$\sigma_i = \rho_i d_i \quad [4.2.2.2.c]$$

seja aceitável; tomamos então:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \rho_i d_i \quad [4.2.2.2.d]$$

- 4) Testamos se o término do critério foi encontrado. Em caso afirmativo, aceitamos θ_{i+1} como o valor $\hat{\theta}$. Se ocorrer o contrário aumenta-se i por uma unidade e retornamos ao passo 2.

4.2.2.3 - Aceitabilidade

Consideremos a i -ésima iteração como um procedimento de minimização de $S(\theta)$.

Suponhamos que temos o valor θ_i e alguma direção d_i , então,

$$\theta(\rho) = \theta_i + \rho d_i, \quad (\rho \geq 0) \quad [4.2.2.3.a]$$

é uma função somente de ρ , a qual designaremos por:

$$D_i(\rho) = S[\theta(\rho)] = S(\theta_i + \rho d_i) \quad [4.2.2.3.b]$$

e sua derivada é dada por:

$$D'_i(\rho) = \frac{d}{d\rho} D_i(\rho) = \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^T \frac{\partial \theta}{\partial \rho} = \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^T \cdot d \quad [4.2.2.3.c]$$

Por outro lado, o gradiente de $S(\theta)$ é $\frac{\partial S}{\partial \theta}$ que designaremos por $Q(\theta)$, então,

$$D'_i(\rho) = Q_i^T d_i \quad [4.2.2.3.d]$$

onde Q_i representa o vetor gradiente calculado no ponto $\theta = \theta_i$.

Sabemos que $D'_i(\rho)$ é a derivada direcional de S relativa a d e θ_i e $\theta_i \neq 0$.

Se $D'_i(\rho) < 0$, então $S(\theta)$ decresce. Portanto se ρ é um número suficientemente pequeno, o passo ρd é aceitável. Por outro lado, se $D'_i(\rho) \geq 0$, pode não existir um valor positivo de ρ para o qual ρd seja um passo aceitável.

Portanto, chamamos d uma direção aceitável se

$$D'_i(\rho) < 0.$$

Temos então o seguinte teorema.

TEOREMA 1. A direção d é aceitável se e somente se, existe uma matriz R definida positiva tal que $d = -RQ_i$ [4.2.2.3.e].

PROVA: Seja R uma matriz definida positiva e d dada pela equação [4.2.2.3.e]. Então de [4.2.2.3.d] e da definição de matriz definida positiva,

$$D'_i(\rho) = Q_i^T d = - Q_i^T R Q_i < 0 .$$

Suponhamos que $D'_i(\rho) > 0$.

Seja

$$R = \begin{bmatrix} I - \frac{Q_i Q_i^T}{Q_i^T Q_i} - \frac{d d^T}{d^T Q_i} \end{bmatrix}$$

então, a equação [4.2.2.3.e] se verifica e R é uma matriz definida positiva.

Vimos anteriormente que uma direção é aceitável se $D'_i(\rho) < 0$. O teorema diz que esta condição pode ser assegurada se a direção é determinada pela operação de gradientes negativos com uma matriz definida positiva.

O método de minimização no qual as direções são obtidas desta maneira é denominado de método gradiente aceitável.

A equação básica da i -ésima iteração do método mencionado é:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \rho_i R_i Q_i \quad [4.2.2.3.f]$$

4.2.2.4 - Finalização do processo iterativo

É necessário idealizar um critério para finalizar o processo iterativo. Espera-se que haja convergência para um ponto estacionário $S(\theta)$. Por isso, é natural tomar como critério de finalização a anulação do gradiente Q_i . Porém, em muitos casos, o computador fornece estimativas dos parâmetros muito próximas do mínimo, e ainda assim o gradiente continua com tamanho considerável, e seu anulamento torna-se inatingível mesmo aproximadamente. Por outro lado, se o algoritmo diverge, esse critério de finalização torna o processo iterativo interminável.

Um critério ideal é finalizar o processo logo que iterações suplementares falhem na mudança significativamente dos parâmetros. Isto é, dado um conjunto de ε_α ($\alpha=1, 2, \dots, k$) aceitamos θ_{i+1} como a solução, $\hat{\theta}$, se

$$|\theta_{i+1,\alpha} - \theta_{i,\alpha}| \leq \varepsilon_\alpha \quad [4.2.2.4.a]$$

onde,

$\theta_{i,\alpha}$ é o α -ésimo componente de θ_i .

Os números ε_α podem ser pré-estabelecidos ou calculados como sugere MARQUARDT (1963) :

$$\varepsilon_{\alpha} = 10^{-4} (\theta_{i,\alpha} + 10^{-3}) \quad [4.2.2.4.b]$$

onde o termo aditivo 10^{-3} é colocado para evitar os casos em que $\theta_{i,\alpha}$ são próximos de zero.

Uma vez finalizado o processo iterativo com $\theta = \theta^*$, e queremos saber se θ^* está ou não próximo do mínimo, assumimos então que conhecemos o gradiente $Q^* = Q(\theta^*)$ e a matriz hessiana $M^* = M(\theta^*)$ (matriz das derivadas segundas) ou alguma aproximação sua.

Se seccionarmos a superfície $S(\theta)$ ao longo dos eixos θ_{α} , temos uma curva cuja equação aproximada nas vizinhanças de θ^* é dada por:

$$P(\theta_{\alpha}) = S^* + Q_{\alpha}^{T*} (\theta_{\alpha} - \theta_{\alpha}^*) + \frac{1}{2} (\theta_{\alpha} - \theta_{\alpha}^*)^T M_{\alpha\alpha}^* (\theta_{\alpha} - \theta_{\alpha}^*)$$

a qual tem um ponto estacionário

$$\theta_{\alpha} = \theta_{\alpha}^* - \frac{Q_{\alpha}^*}{M_{\alpha\alpha}^*}$$

Portanto, o valor $\delta_{\alpha} = |Q_{\alpha}^*/M_{\alpha\alpha}^*|$ é uma medida do erro na determinação de θ_{α}^* .

Se cada δ_{α} é pequeno, na mesma escala na qual θ_{α} é medido, então θ^* está próximo do mínimo de $S(\theta)$.

4.2.2.5 - Método de Marquardt para as estimativas dos parâmetros

O método de Marquardt é uma interpolação entre os métodos: Linearização e Steepest Descent. Tal interpolação é baseada sobre a máxima proximidade na qual a série truncada de Taylor dá uma adequada representação do modelo não linear.

Inicialmente faz-se o desenvolvimento da função $f(X_i, \theta)$, pela série de Taylor, no ponto $\theta = \theta_0$ e temos

$$f(X_i, \theta) = f(X_i, \theta_0) + \sum_{j=1}^k \left(\frac{\partial f_i}{\partial \theta_j} \right) (d_t)_j \quad [4.2.2.5.a]$$

obtendo-se o sistema de equações

$$M d_t = -Q \quad .$$

O valor d_t é uma pequena correção para θ e o subscrito t é usado para designar que d foi calculado usando a série de Taylor.

Uma vez obtida a direção d_t do passo, o parâmetro deve ser corrigido apenas uma fração de d_t , pois de outro modo, pode ocorrer um passo inaceitável, fazendo com que saíamos da região onde $f(X_i, \theta)$ pode ser representada por [4.2.2.5.a], causando assim, a divergência do processo. Vários métodos tomam o tamanho do passo ρd_t , $0 \leq \rho \leq 1$.

O método do "Steepest Descent" simplesmente para confronto, toma a direção do gradiente negativo de $S(\theta)$, assim:

$$\nabla \phi = - \left[\frac{\partial S}{\partial \theta_1}, \frac{\partial S}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial \theta_k} \right]^T \quad [4.2.2.5.b]$$

Tanto no método de Linearização, como no "Steepest Descent", como em outros, é necessário controlar cuidadosamente o tamanho do passo, uma vez estabelecida a direção do vetor correção. Ainda assim, em muitos casos, a convergência é lenta.

Devido a esses problemas, é necessário os princípios fundamentais envolvidos. Inicialmente um método deverá resultar no vetor correção cuja direção está dentro de 90° do gradiente negativo de $S(\theta)$, pois de outra forma os valores de $S(X_i, \theta)$ podem ser esperados maiores do que menores ao longo do vetor correção. Em seguida, devido ao rigoroso alongamento da superfície de $S(X_i, \theta)$, na maioria dos problemas, d_t é usualmente quase sempre 90° afastado de $\nabla \phi$. Dessas considerações, é razoável interpolar entre d_t e $\nabla \phi$.

No método de Marquardt, a direção e o tamanho do passo são determinados simultaneamente.

Este método de Marquardt baseia-se no fato de que, se uma matriz qualquer é definida positiva N , consequentemente teremos $M + \lambda N$ definida positiva, para λ sufici-

entamente grande, qualquer que seja a matriz M .

A matriz M é a aproximação da matriz Hessiana do método de Gauss e N é uma matriz diagonal com elementos

$$n_{ii} = \begin{cases} (m_{ii})^{1/2} & , \quad \text{se } m_{ii} \neq 0 \\ 1 & , \quad \text{se } m_{ii} = 0 \end{cases}$$

A fórmula iterativa do método é dada por:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - (M_i + \lambda_i N_i)^{-1} Q_i \quad [4.2.2.5.c]$$

A descrição detalhada do método pode ser vista nos trabalhos de SILVA (1980) e UDO (1983).

De acordo com a equação [4.2.2.1.b], a condição necessária para que $\hat{\theta}$ seja um ponto de mínimo de $S(\theta)$ é que, neste ponto seja anulado o vetor gradiente $Q(\theta)$ de S e seja definida positiva a matriz Hessiana $M(\hat{\theta})$.

Para que se possa aplicar o método de Marquardt, devemos obter as derivadas parciais de primeira e de segunda ordem da função estudada.

Então é dado:

$$\begin{aligned} f_i &= f(X_i, \theta) & (i=1, 2, \dots, n; j, k=1, 2, 3, 4) \\ f_{ij} &= \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_j} & [4.2.2.5.d] \end{aligned}$$

$$f_{ijk} = \frac{\partial^2 f(X_i, \theta)}{\partial \theta_j \partial \theta_k} \quad [4.2.2.5.e]$$

Desta forma, as derivadas parciais de primeira ordem para a equação:

$$Y_i = A[1 - 10^{-C(X_i+b)}] 10^{-k(X_i+b)^2}$$

com uma variável independente e quatro parâmetros: $\theta_1 = A$, $\theta_2 = C$, $\theta_3 = b$ e $\theta_4 = k$, são dadas por:

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1} = f_1 = [1 - 10^{-C(X_i+b)}] 10^{-k(X_i+b)^2}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2} = f_2 = A(L10) (X_i+b) 10^{-C(X_i+b)} 10^{-k(X_i+b)^2}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_3} = f_3 = A(L10) 10^{-k(X_i+b)^2} [C \cdot 10^{-C(X_i+b)} - 2k(X_i+b)] [1 - 10^{-C(X_i+b)}]$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_4} = f_4 = - (X_i+b)^2 A(L10) 10^{-k(X_i+b)^2} [1 - 10^{-C(X_i+b)}]$$

Através da equação [4.2.2.5.e], podemos obter as derivadas parciais de 2ª ordem para os parâmetros:

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = (L10) (X_i+b) 10^{-C(X_i+b)} 10^{-k(X_i+b)^2}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_3} = (L10) 10^{-k(X_i+b)^2} \left\{ C \cdot 10^{-C(X_i+b)} - 2k(X_i+b) [1 - 10^{-C(X_i+b)}] \right\}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_4} = -L(L10) (X_i + b)^2 10^{-k(X_i + b)^2} [1 - 10^{-c(X_i + b)}]$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_2} = -A(L10)^2 [10^{-c(X_i + b)} 10^{-k(X_i + b)^2} (X_i + b)^2]$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_3} = A(L10) 10^{-c(X_i + b)} 10^{-k(X_i + b)^2} \left\{ 1 - (X_i + b) (L10) [c + 2k(X_i + b)] \right\}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_4} = -A(L10)^2 [(X_i + b)^3 10^{-c(X_i + b)} 10^{-k(X_i + b)^2}]$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_3 \partial \theta_3} = -A(L10) 10^{-k(X_i + b)^2} \left\{ c(L10) 10^{-c(X_i + b)} [c + 4k(X_i + b)] + \right. \\ \left. + 2k[1 - 10^{-c(X_i + b)}] [1 - 2k(L10) (X_i + b)^2] \right\}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_3 \partial \theta_4} = -A(L10) 10^{-k(X_i + b)^2} (X_i + b) \left\{ c(L10) (X_i + b) 10^{-c(X_i + b)} + \right. \\ \left. + [2(1 - 10^{-c(X_i + b)})] [1 - k(L10) (X_i + b)^2] \right\}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_4 \partial \theta_4} = A(L10)^2 (X_i + b)^4 10^{-k(X_i + b)^2} [1 - 10^{-c(X_i + b)}]$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_1} = \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_3 \partial \theta_1} = \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_3}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_3 \partial \theta_2} = \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_3}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_4 \partial \theta_1} = \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_1 \partial \theta_4}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_4 \partial \theta_2} = \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_2 \partial \theta_4}$$

$$\frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_4 \partial \theta_3} = \frac{\partial f(X_i, \theta)}{\partial \theta_3 \partial \theta_4}$$

Para a soma de quadrados dos erros $S(\theta)$ obtêm-se um vetor gradiente Q de componentes Q_j ($j=1,2,3,4$):

$$Q_j = \frac{\partial S}{\partial \theta_j} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - f_i) f_{ij} \quad ,$$

e a matriz Hessiana de elementos m_{jk} ($j,k=1,2,3,4$):

$$m_{jk} = \frac{\partial^2 S}{\partial \theta_j \partial \theta_k} = 2 \sum_{i=1}^n f_{ij} f_{ik} - 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - f_i) f_{ijk} \quad .$$

4.3 - Cálculo do Máximo das Funções

4.3.1 - Modelo quadrático

O ponto de máximo para esse modelo foi calculado através da derivada da função em relação a X.

Dado o modelo:

$$Y = A + BX + CX^2$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X} = Y' = B + 2CX$$

Fazendo $\frac{\partial Y}{\partial X} = 0$, tem-se o ponto crítico:

$$B + 2CX = 0$$

$$X = \frac{-B}{2C} .$$

A condição necessária para que haja o ponto de máximo, é que a derivada segunda $\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} < 0$. Logo

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} = Y'' = 2C .$$

Mas $\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2}$ só será negativa se $C < 0$.

Assim, a dose de calcário que irá proporcionar a maior produção de soja, a produção máxima, será dada por:

$$Y = A - \frac{B^2}{4C}$$

isto quando substituimos o ponto crítico na função original.

4.3.2 - Modelo raiz quadrada

De maneira semelhante ao modelo quadrático, obtemos:

$$\frac{\partial Y}{\partial X} = Y' = \frac{B}{2\sqrt{X}} + C \quad .$$

Fazendo $\frac{\partial Y}{\partial X} = 0$, obtemos então o ponto crítico:

$$\frac{B}{2\sqrt{X}} + C = 0$$

$$B + 2C\sqrt{X} = 0$$

$$\sqrt{X} = \frac{-B}{2C}$$

$$X = \frac{B^2}{4C^2} \quad .$$

A derivada segunda da função será:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} = - \frac{B}{4\sqrt[3]{X}}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} < 0$$

haverá um ponto de máximo se $B > 0$.

Substituindo o ponto crítico na função, obtemos a produção máxima.

Se

$$X = \frac{B^2}{4C^2} \text{ e } \sqrt{X} = \frac{-B}{2C},$$

então,

$$Y = A + B\sqrt{X} + CX$$

$$Y = A + B\left(\frac{-B}{2C}\right) + C\left(\frac{B^2}{4C^2}\right)$$

$$Y = A - \frac{2B^2}{4C}$$

4.3.3 - 2ª aproximação de Mitscherlich

Como esta função é não linear nos parâmetros a determinação do seu ponto de máximo é um tanto complexa, e será necessário utilizar métodos específicos para este fim.

Após as estimativas dos parâmetros da 2ª aproximação de Mitscherlich, expressa por:

$$Y_i = A[1 - 10^{-c(X_i+b)}] 10^{-k(X_i+b)^2} + e_i,$$

verifica-se o valor da estimativa $\hat{K}$. Se $\hat{K} > 0$ haverá um ponto de máximo, o qual poderá ser determinado pelo método de Newton-Raphson, ou através do teorema de Rolle diretamente.

4.3.3.1 - Método de Newton Raphson

Este método é baseado na fórmula iterativa dada por:

$$r_{i+1} = r_i - F(r_i)/F'(r_i)$$

onde:

$$F(r) = \frac{df(r, \hat{\theta})}{dr}$$

$$F'(r) = \frac{d^2f(r, \hat{\theta})}{dr^2} .$$

O programa de computador utilizado para o cálculo do ponto de máximo encontra-se no Apêndice, e foi desenvolvido por MAGNANI (1985).

4.3.3.2 - Método direto através do teorema de Rolle

Consiste este processo em verificar em que ponto a função muda de crescente para decrescente. Com este objetivo, inicia-se o processo, tomando-se um valor ΔX arbitrário. A partir de um valor inicial X acrescentamos a ele o valor ΔX , verificando-se, em cada ponto, o sinal de ΔY . Quando há uma mudança de sinal, repete-se o processo tomando-se como ΔX o valor $\frac{\Delta X}{2}$ e como X inicial o X anterior à mudança de

sinal. Repete-se este processo até obter

$$|\hat{Y}_{i+1} - \hat{Y}_i| < \varepsilon ,$$

isto é, até que a diferença entre o passo atual e o anterior seja menor que um valor pequeno pré-determinado.

O programa de computador usado no trabalho foi desenvolvido por UDO (1983), e encontra-se no Apêndice.

4.4 - Dose Econômica do Calcário

Uma dose de calcário é denominada economicamente ótima quando, através dela, pode-se maximizar a função da renda líquida da produção.

A função da renda líquida é representada por:

$$L = VY - F_1X - F_0 \quad [4.4.a]$$

onde,

Y é a produção de soja obtida com as doses de calcário;

V é o preço da soja, em kg;

F₁ é o preço do calcário, em ton;

F₀ são os custos fixos.

Para se determinar a dose de calcário que torne a renda líquida máxima, é necessário que:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0 \quad .$$

Considerando a função [4.4.a] obtemos:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial Y}{\partial X} \cdot V - F_1$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X} \cdot V - F_1 = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{F_1}{V} \quad [4.4.b]$$

Seja x^* o valor que satisfaz a equação [4.4.b]. Para que a função [4.4.a] atinja um máximo no ponto de abscissa x^* , deve-se ter:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial X^2} < 0 \quad .$$

4.5 - Análise de Variância

As análises de variância para os experimentos de Campo Mourão e de Guarapuava serão feitas de maneira usual, como o esquema da Tabela 2.

Tabela 2 - Esquema de análise de variância.

Causas de Variação	Graus de Liberdade
Blocos	$(b-1)$
Calcário	$(t-1)$
Resíduo	$(b-1)(t-1)$
Total	$bt-1$

onde,

b é o número de blocos;

t é o número de tratamentos (doses de calcário).

Independente da significância do teste F para tratamentos, foram realizadas as análises de regressão para os três modelos, nos dois locais, conforme o esquema da Tabela 3.

Tabela 3 - Esquema de análise de regressão.

Causas de Variação	Graus de Liberdade
Regressão	p-1
Desvios da Regressão	t-p
(Calcário)	(t-1)
Blocos	b-1
Resíduo	(b-1) (t-1)
Total	bt-1

onde p é o número de parâmetros do modelo de regressão.

Para os modelos quadrático e raiz quadrada, as somas de quadrados de regressão serão:

$$SQ \text{ Reg.} = r(\hat{\beta}X'Y - C)$$

e a soma de quadrados dos desvios de regressão será:

$$SQ \text{ Desv.Reg.} = SQ \text{ Calcário} - SQ \text{ Reg.}$$

Para a 2ª aproximação de Mitscherlich a soma de quadrados dos desvios será:

$$SQ \text{ Desv.Reg.} = r \sum_{i=1}^n (\bar{Y}_i - \hat{Y}_i)^2 ,$$

e a soma de quadrados de regressão é expressa por:

$$SQ \text{ Reg.} = SQ \text{ Calcário} - SQ \text{ Desv.Reg.}$$

Os coeficientes de determinação R^2 e $\bar{R}_A^2$ para os três modelos, serão calculados por:

$$R^2 = \frac{SQ \text{ Reg.}}{SQ \text{ Calcário}}$$

quando o resíduo não se confunde com os desvios de regressão, e

$$\bar{R}_A^2 = R^2 - \frac{p-1}{t-p} (1 - R^2) ,$$

onde,

p é o número de parâmetros do modelo de regressão;

t é o número de tratamentos.

O coeficiente de determinação ajustado foi proposto por HOFFMANN e VIEIRA (1983). Os autores afirmam que o coeficiente de determinação é uma medida descritiva da qualidade do ajustamento obtido. Como o valor de R^2 depende do número de observações da amostra, os autores aconselham o uso do $\bar{R}_A^2$ ajustado para graus de liberdade.

4.6 - Critérios para Avaliar o Ajuste dos Modelos Estudados

Frequentemente encontra-se na literatura a utilização dos valores de R^2 , $\bar{R}_A^2$ e do Desvio de Regressão para avaliar a qualidade do ajustamento de um modelo. Muitos são os autores que utilizam dessas estatísticas. Podemos citar DRAPER e SMITH (1966), NETER e WASSERMAN (1974), PIMENTEL GOMES (1973), HOFFMANN e VIEIRA (1983), entre outros.

Existem também autores que acham necessários outros critérios além desses mencionados acima. NELDER (1966), SPARROW (1979), em trabalhos com dados experimentais de adubação, afirmam que um valor alto para o coeficiente de determinação (R^2) ou quadrado médio do Desvio de Regressão em experimentos simples, não deve ser garantia de um modelo bem ajustado.

Considerando as afirmações de NELDER (1966) e SPARROW (1979), serão aplicados os critérios: Critério da Informação de Akaike e o Critério do Total de Postos, para os dados deste trabalho.

4.6.1 - Critério de informação de Akaike

Este critério foi desenvolvido por AKAIKE (1971) e será utilizado na comparação de modelos matemáticos, com o objetivo de se detectar os que melhor se ajustam aos dados experimentais. Foi citado por SPARROW (1979) e pode ser aplicado a modelos que tenham diferentes números de parâmetros.

A expressão deste critério é dada por:

$$\text{AIC} = -2 \ln (\text{máxima verossimilhança}) + 2 (\text{nº de parâmetros independentes ajustados})$$

Assumindo-se que os erros têm distribuição normal, esta expressão terá a seguinte forma:

$$\text{AIC}_{(k)} = n \ln \text{SQ Residual}_{(k)} + 2k ,$$

onde,

n é o número de pontos estimados;

k é o número de parâmetros de cada modelo ajustado;

$\text{SQRes.}_{(k)}$ é a soma de quadrados do desvio de regressão.

A avaliação do modelo ajustado com este critério será feita considerando o AIC mínimo, devendo coincidir também com o Quadrado Médio do Desvio de Regressão Mínimo (QMDRM).

4.6.2 - Critério do total de postos (estatística de ordem

Este critério foi também utilizado por SPARROW (1979), com o objetivo de confirmar os resultados obtidos através dos critérios mencionados anteriormente.

Baseia-se na avaliação do quadrado médio residual após o ajuste do modelo. Com este objetivo, o autor atribuiu diferentes valores de postos. Para o quadrado médio de desvio de regressão mínimo, atribuiu-se o posto 3, para o quadrado médio de desvio de regressão intermediário o posto 2, e para o quadrado médio de desvio de regressão máximo o posto 1.

Portanto, o modelo que obtivesse o maior total de postos seria o modelo que melhor se ajustaria aos dados.

O procedimento do critério está descrito abaixo.

Dado n conjuntos de experimentos com n variâncias residuais, e estes experimentos ajustados a n modelos, calculamos os totais de postos para cada modelo segundo o quadro a seguir.

MODELOS (M _i)	P O S T O S (P _j)			TOTAL DE POSTOS (TP)
	P ₁ =1	P ₂ =2	P ₃ =3	
	Nº de experimentos			
M ₁	k ₁₁	k ₁₂	k ₁₃	$\sum_{j=1}^3 k_{1j} P_j$
M ₂	k ₂₁	k ₂₂	k ₂₃	$\sum_{j=1}^3 k_{2j} P_j$
M ₃	k ₃₁	k ₃₂	k ₃₃	$\sum_{j=1}^3 k_{3j} P_j$

onde, M_i são os modelos estudados, i=1,2,3;

P_j são os postos dados aos Quadrados Médios de Desvios de Regressão, j=1,2,3;

k_{ij} são os totais de experimentos com Quadrados Médios de Desvios de Regressão máximos, intermediários e minimos, i=1,2,3; j=1,2,3.

Logo, o total de postos para cada modelo é da do por:

$$TP = \sum_{i,j=1}^3 k_{ij} P_j .$$

4.7 - Programação da Metodologia

Foram utilizados inicialmente o processamento das análises feitas através dos computadores IBM 4341 da EMBRAPA de Brasília, POLYMAX 201 DP do Centro Nacional de Pesquisa de Soja, de Londrina. O programa utilizado para estimar os parâmetros da equação da 2ª aproximação de Mitscherlich e a determinação do ponto de máximo foi desenvolvido por MAGNANI (1985). Foi utilizado também o programa de UDO (1983) para a determinação do ponto de máximo.

Os programas de MAGNANI (1985) e UDO (1983) foram processados nos computadores de várias instituições de pesquisa, como Planalsucar e Instituto Agronômico do Paraná.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados dos valores iniciais utilizados para este trabalho, bem como as estimativas dos parâmetros, valores do teste F para calcário, teste F para a Regressão e para Desvios de Regressão. São apresentados também os resultados dos critérios utilizados para a comparação dos três modelos, nos dois locais, e os gráficos correspondentes a cada modelo e local.

Os resultados das análises de variância, análises de regressão, os valores de Y observados, $\hat{Y}$ estimados, desvios, e equações de regressão, considerados resultados complementares, estão nas Tabelas de números 34 a 35 e 47 a 124 do Apêndice.

5.1 - Valores Iniciais das Estimativas dos Parâmetros da 2ª Aproximação de Mitscherlich

Em estudos de modelos não lineares nos parâmetros, é sempre exigido que o processo de estimação seja iterativo. O processo necessita de valores θ_{0_i} ($i=1,2,\dots,k$) dos parâmetros θ_i ($i=1,2,\dots,k$).

Estes valores devem ser bem selecionados, pois depende deles a rápida convergência do modelo.

Segundo Draper e Smith (1966), citados por SILVA (1978), pode ser usado como valor inicial θ_0 , qualquer informação anteriormente obtida de θ .

Neste trabalho foram utilizados como valores iniciais de alguns parâmetros, valores próximos dos resultados obtidos por SILVA (1978). O valor inicial de A_0 utilizado foi o mais próximo possível da maior produção experimental. Inicialmente, quando obtidas as estimativas dos parâmetros, foi observado o número de iterações. Se este número era alto, variava-se o valor de A_0 próximo ao obtido anteriormente. Este procedimento ocasionou desvantagens quando comparado com o método utilizado por UDO (1983). Esta autora fixou intervalos para todos os parâmetros, fazendo todas as combinações possíveis. Para cada combinação, calculou as somas de quadrados dos desvios. Onde as somas de quadrados fo-

ram mínimas, selecionou o valor inicial dos parâmetros, obtendo valores mais confiáveis dessas estimativas. Entretanto, devido ao desconhecimento dos parâmetros, optou-se pelo procedimento citado para poder sentir melhor o método.

Os valores iniciais utilizados para este trabalho estão nas Tabelas 20 e 21 do Apêndice.

5.2 - Ajuste dos Modelos

5.2.1 - Ajustamento dos modelos aos dados experimentais de Campo Mourão

Pelos resultados da Tabela 46 do Apêndice, verificou-se a possibilidade de desdobrar os graus de liberdade do calcário, levando em conta a regressão para os três modelos.

5.2.1.1 - Modelo quadrático e modelo raiz quadrada

As estimativas dos parâmetros para estes modelos foram obtidos pelo método dos quadrados mínimos, conforme apresentado em 4.2.1.

Estas estimativas estão nas Tabelas 4 e 5, e pode-se notar que houve um ponto de mínimo quando foi utilizado o modelo raiz quadrada, com os dados experimentais do ano agrícola 81/82.

Tabela 4 - Estimativas dos parâmetros do modelo quadrático, para os experimentos de Campo Mourão. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	P A R Â M E T R O S		
	Â	Ë	Ç
78/79	2.066,00	63,9120	-3,7890
79/80	1.892,00	251,2486	-18,0948
80/81	2.658,00	278,8035	-18,9642
81/82	1.646,00	95,1535	-1,0892
82/83	2.479,00	279,2826	-19,5279
83/84	2.325,00	215,3361	-12,9296

Tabela 5 - Estimativas dos parâmetros do modelo raiz quadrada para os experimentos de Campo Mourão. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	P A R Â M E T R O S		
	Â	Ë	Ç
78/79	2.069,00	89,5807	-
79/80	1.756,00	738,1154	-145,9005
80/81	2.577,00	654,5372	-102,5578
81/82	1.654,00	13,0182	80,4520
82/83	2.423,00	618,5724	-97,1804
83/84	2.332,00	301,2572	-

5.2.1.2 - Modelo da 2ª aproximação de Mitscherlich

Para este modelo, as estimativas dos parâmetros foram obtidas pelo método de Marquardt, devido a este modelo ser não linear nos parâmetros, de acordo com 4.2.6. Estas estimativas são apresentadas na Tabela 6.

Tabela 6 - Estimativa dos parâmetros da 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Campo Mourão. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	IT*	PARÂMETROS			
		$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$\hat{K}$
78/79	34	5.331,85	15,1134	0,0166	0,000238
79/80	30	2.596,78	0,4844	0,9909	-0,000130
80/81	28	3.603,01	2,2707	0,2416	-0,000012
81/82	33	2.662,90	11,5725	0,0338	-0,000131
82/83	12	4.038,23	3,7271	0,1104	0,000358
83/84	15	4.078,00	5,3984	0,0692	0,000281

$\bar{X}_{IT} = 25$

* IT = Nº de iterações necessárias para a convergência do modelo.

Na Tabela 6 pode-se verificar que, em média, foram necessárias 25 iterações para que o modelo convergis-se. Outro ponto a ressaltar é que o parâmetro k na 2ª aproximação de Mitscherlich deve ser positivo, pois isso é uma exigência para a obtenção do ponto de máximo, o que não ocor

reu, entretanto, com todos os anos agrícolas deste conjunto de dados experimentais. Para o solo de Campo Mourão, não houve grandes acréscimos na produção com a aplicação do calcário, devido a baixa concentração de alumínio trocável.

Com estas estimativas, pôde-se fazer as análises de regressão para os três modelos, com os experimentos de Campo Mourão, de acordo com o indicado no Capítulo 4.5. Os valores do teste F para a regressão e desvios da regressão são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 - Valores do teste F para regressão e desvios de regressão para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Campo Mourão.

ANOS	Quadrático		Raiz Quadrada		2ª Aproximação de Mitscherlich	
	Regressão	Desvios de Reg.	Regressão	Desvios de Reg.	Regressão	Desvios de Reg.
78/79	12,06**	0,76NS	22,75**	0,91NS	8,04**	1,13NS
79/80	12,08**	2,06NS	14,68**	0,32NS	10,05**	0,09NS
80/81	54,74**	2,08NS	56,91**	0,62NS	37,73**	1,26NS
81/82	24,39**	1,17NS	24,36**	1,19NS	16,26**	1,75NS
82/83	15,35**	0,22NS	15,17**	0,35NS	10,33**	0,20NS
83/84	33,81**	0,64NS	65,32**	1,06NS	22,63**	0,83NS

Nota-se que, para os três modelos, os valores do teste F para regressão foram altamente significativos, dificultando assim detectar qual o modelo que melhor se ajustou, visto que os desvios de regressão para os três modelos não foram significativos em nenhum dos anos agrícolas, para os dados experimentais de Campo Mourão.

Este resultado contraria em parte os dos estudos realizados por UDO (1983) e SILVA (1978), onde as autoras encontraram, para os modelos quadrático e raiz quadrada, valores do teste F significativos para os desvios de regressão.

Como este critério estatístico não foi suficiente para detectar quais dos modelos melhor se ajustaram aos dados, fez-se a comparação dos mesmos através da aplicação de outros critérios de avaliação além do R^2 , $\bar{R}_A^2$ e do Quadrado Médio do Desvio de Regressão Mínimo. Estes critérios são: o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Total de Postos (TP), apresentados nas Tabelas 8 e 9.

Tabela 8 - Valores de R^2 , $\bar{R}_A^2$, QMDRM e AIC, para os modelos quadráticos, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, com os experimentos de Campo Mourão. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	MODELOS	R^2	$\bar{R}_A^2$	QMDRM	AIC*
78/79	Quadrático	0,91	0,85	7.086,52	65,78
	Raiz quadrada	0,86	0,83	8.497,94	66,60
	2ª aprox. Mitscherlich	0,78	0,45	10.556,72	67,74
79/80	Quadrático	0,80	0,67	185.082,21	85,36
	Raiz quadrada	0,97	0,95	29.480,13	74,34
	2ª aprox. Mitscherlich	0,98	0,95	7.995,44	66,07
80/81	Quadrático	0,95	0,92	58.602,81	78,46
	Raiz quadrada	0,98	0,97	17.616,41	71,25
	2ª aprox. Mitscherlich	0,94	0,85	35.500,80	75,02
81/82	Quadrático	0,93	0,88	47.740,87	77,23
	Raiz quadrada	0,93	0,88	48.546,62	77,33
	2ª aprox. Mitscherlich	0,83	0,57	71.545,80	79,22
82/83	Quadrático	0,98	0,97	21.559,95	72,46
	Raiz quadrada	0,97	0,95	32.841,43	74,98
	2ª aprox. Mitscherlich	0,97	0,92	18.986,44	71,26
83/84	Quadrático	0,97	0,95	23.660,20	73,02
	Raiz quadrada	0,94	0,92	38.757,77	75,70
	2ª aprox. Mitscherlich	0,94	0,85	30.525,60	74,11

* AIC = $n \ln \text{SQ Desv.Reg.} + 2k$

n = nº de pontos estimados;

k = nº de parâmetros do modelo ajustado.

Tabela 9 - Número total de postos para os três modelos em relação aos experimentos de Campo Mourão.

MODELOS	P O S T O S*			TOTAIS DE POSTOS
	1	2	3	
	Nº de experimentos			
Quadrático	2	1	3	13
Raiz quadrada	2	3	1	11
2ª aprox. Mitscherlich	2	2	2	12

* Posto 1 = Quadrado Médio de Desvio de Regressão Máximo;

Posto 2 = Quadrado Médio de Desvio de Regressão Intermediário;

Posto 3 = Quadrado Médio de Desvio de Regressão Mínimo.

Indiscutivelmente, com estes resultados das Tabelas 8 e 9, pode-se verificar que o modelo quadrático se adequou melhor aos dados experimentais de Campo Mourão.

Houve, na maioria das vezes, a concordância entre os critérios, tornando-se bem visível a adequação do modelo quadrático. Neste modelo, em 6 anos de experimentação, obtiveram-se os quatro maiores valores para o coeficiente de determinação (R^2), quatro maiores valores do coeficiente de determinação ajustado ($\bar{R}_A^2$), três menores valores dos quadrados médios desvios de regressão mínimos e os três menores valores de AIC, sendo que houve coincidência quase total nos resultados dos critérios aplicados.

Após o modelo quadrático, o modelo que melhor se adequou foi o da 2ª aproximação de Mitscherlich.

Estes resultados concordam com os encontrados no trabalho de UDO (1983), quando a autora concluiu, em seus estudos, que o melhor ajuste foi para o modelo quadrático.

5.2.2 - Ajustamento dos modelos aos dados experimentais de Guarapuava

Utilizando-se da Tabela 46 do Apêndice, desdobraram-se os graus de liberdade do calcário, levando em conta a regressão, para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich.

5.2.2.1 - Modelo quadrático e raiz quadrada

De maneira análoga ao item 5.2.1.1, as estimativas dos parâmetros dos modelos são apresentadas nas Tabelas 10 e 11.

Tabela 10 - Estimativas dos parâmetros do modelo quadrático para os experimentos de Guarapuava. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	P A R Â M E T R O S		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
78/79	1.204,00	69,6333	-2,6342
79/80	2.150,00	140,6404	-5,3931
80/81	2.385,00	136,1011	-5,3048
81/82	1.571,00	103,1214	-3,8961
82/83	1.633,00	201,9488	-10,7096
83/84	1.777,00	228,9571	-10,0449

Tabela 11 - Estimativas dos parâmetros do modelo raiz quadrada para os experimentos de Guarapuava. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	P A R Â M E T R O S		
	$\hat{A}$	$\hat{B}$	$\hat{C}$
78/79	1.169, 00	206,9515	-22,8432
79/80	2.076, 00	429,4135	-49,9340
80/81	2.287, 00	455,4593	-58,5553
81/82	1.512, 00	316,4763	-35,9164
82/83	1.527, 00	796,0020	-164,1405
83/84	1.542, 00	929,9405	-154,3310

5.2.2.2 - Modelo da 2ª aproximação de Mitscherlich

Como este modelo é não linear nos parâmetros, as estimativas dos parâmetros podem ser obtidas da mesma forma que no item 5.2.1.2, e as mesmas são apresentadas na Tabela 12.

Tabela 12 - Estimativas dos parâmetros da 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Guarapuava. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	IT*	P A R Â M E T R O S			
		Â	Ê	Ĉ	Ř
78/79	5	1.861,27	6,8356	0,0654	0,000083
79/80	3	3.205,98	5,1127	0,0906	0,000057
80/81	4	3.203,22	3,7447	0,1459	0,000012
81/82	5	2.304,31	4,7318	0,0997	0,000039
82/83	91	11.252,60	5,4711	0,0130	0,000893
83/84	4	2.956,88	1,0861	0,2903	0,000085

$\bar{X}_{IT} = 19$

*IT = Nº de iterações necessárias para a convergência do modelo.

Verificando a Tabela 12 e comparando com a Tabela 6, notou-se, para os experimentos de Guarapuava, que o número médio de iterações decresceu em relação aos experimentos de Campo Mourão, convergindo o modelo mais rapidamente.

Com estas estimativas dos parâmetros dos três modelos, pôde-se obter a análise de regressão para os experimentos de Guarapuava. Na Tabela 13 são apresentados os resultados do teste F para regressão e desvios de regressão.

Os valores do teste F para regressão e desvios de regressão são significativos quando empregados os modelos quadrático e raiz quadrada. Para este conjunto de dados experimentais existem concordância com os resultados obtidos por UDO (1983), SILVA (1978) e outros.

Tabela 13 - Valores do teste F para regressão e desvios de regressão para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, com os experimentos de Guarapuava.

ANOS	Quadrático		Raiz Quadrada		2ª Aproximação de Mitscherlich	
	Regressão	Desvios de Reg.	Regressão	Desvios de Reg.	Regressão	Desvios de Reg.
78/79	23,76**	0,79NS	23,75**	0,80NS	15,97**	1,00NS
79/80	92,70**	1,67NS	93,49**	1,14NS	63,20**	0,40NS
80/81	11,96**	0,78NS	12,78**	0,23NS	8,60**	0,23NS
81/82	15,53**	1,77NS	15,86**	1,56NS	10,75**	2,05NS
82/83	34,94**	0,87NS	31,31**	3,29*	23,20**	1,44NS
83/84	34,82**	5,48**	42,70**	0,23NS	28,58**	0,18NS

Aqui também são aplicados os mesmos critérios de avaliação utilizados para os experimentos de Campo Mourão, como os valores de R^2 , $\bar{R}_A^2$, QMDRM, AIC e TP, como segue nas Tabelas 14 e 15.

Tabela 14 - Valores de R^2 , $\bar{R}_A^2$, QMDRM e AIC para os modelos quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, com os experimentos de Guarapuava. Anos: 78/79 a 83/84.

ANOS	MODELOS	R^2	$\bar{R}_A^2$	QMDRM	AIC*
78/79	Quadrático	0,95	0,92	10.105,77	67,91
	Raiz quadrada	0,95	0,92	10.184,49	67,96
	2ª aprox. Mitscherlich	0,89	0,72	12.702,36	68,85
79/80	Quadrático	0,97	0,95	21.520,65	72,45
	Raiz quadrada	0,98	0,97	14.698,00	70,16
	2ª aprox. Mitscherlich	0,99	0,97	5.215,58	63,51
80/81	Quadrático	0,91	0,85	70.589,97	79,57
	Raiz quadrada	0,97	0,95	21.369,78	72,41
	2ª aprox. Mitscherlich	0,95	0,87	20.895,60	71,84
81/82	Quadrático	0,85	0,75	75.853,76	80,01
	Raiz quadrada	0,87	0,78	66.533,87	79,22
	2ª aprox. Mitscherlich	0,72	0,30	87.815,40	80,49
82/83	Quadrático	0,96	0,93	40.086,11	76,18
	Raiz quadrada	0,86	0,77	150.446,72	84,11
	2ª aprox. Mitscherlich	0,90	0,75	65.703,60	78,71
83/84	Quadrático	0,81	0,68	369.958,64	89,51
	Raiz quadrada	0,99	0,98	15.818,96	70,60
	2ª aprox. Mitscherlich	0,99	0,99	12.150,56	68,58

* AIC = $n \ln \text{SQ Desv.Reg.} + 2k$

onde, n = nº de pontos estimados;

k = nº de parâmetros do modelo ajustado.

Tabela 15 - Número total de postos para os experimentos de Guarapuava, quando ajustados pelos modelos: quadrático, raiz quadrada, e pela 2ª aproximação de Mitscherlich.

MODELO	P O S T O S*			TOTAIS DE POSTOS
	1	2	3	
	Nº de experimentos			
Quadrático	3	1	2	11
Raiz quadrada	1	4	1	12
2ª aprox. Mitscherlich	2	1	3	13

*Posto 1 = Quadrado Médio de Desvio de Regressão Máximo:

Posto 2 = Quadrado Médio de Desvio de Regressão Intermediário;

Posto 3 = Quadrado Médio de Desvio de Regressão Mínimo.

Os resultados da Tabela 14 diferem dos encontrados na Tabela 8, onde o modelo quadrático foi o que melhor se adaptou aos dados, seguido da 2ª aproximação de Mitscherlich.

Neste caso, para os experimentos de Guarapuava, verifica-se nitidamente que a 2ª aproximação de Mitscherlich ajustou-se melhor aos dados experimentais, tendo um segundo melhor ajuste o modelo raiz quadrada. (Tabelas 14 e 15).

Houve também para estes resultados concordâncias entre os critérios utilizados para comparar os modelos.

5.3 - Cálculo do Ponto de Máximo

5.3.1 - Cálculo do ponto de máximo para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, com os dados experimentais de Campo Mourão

Os pontos de máximo para o modelo quadrático variam entre 6,94 a 8,43 toneladas de calcário por hectare (Tabela 16 e Figuras 1 a 6), com exceção do ano 81/82, no qual o ponto de máximo ultrapassou os limites estudados, o que é devido à não significância do ajuste da regressão quadrática.

Para o modelo raiz quadrada, só houve ponto de máximo em 3 anos, variando entre 6,40 a 10,18 toneladas de calcário por hectare. Pode-se verificar que, através do emprego deste modelo, dos 3 pontos de máximo encontrados, 2 deles encontram-se fora dos limites estudados.

Estes resultados coincidem com os obtidos por UDO (1983), onde a autora não recomenda o emprego do modelo raiz quadrada para curvas de resposta.

Com a 2ª aproximação de Mitscherlich, apenas em 3 anos houve pontos de máximo, os quais variaram entre 7,02 a 8,54 toneladas de calcário por hectare, não tendo nenhum dos pontos encontrados fora do limite estudado.

Assim, o modelo quadrático foi o que apresentou maior número de casos com máximo, os quais são muito próximos dos obtidos através da 2ª aproximação de Mitscherlich, quando esta permitiu a obtenção desse ponto.

Tabela 16 - Valores dos pontos de máximo, em ton/ha, para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, com os experimentos de Campo Mourão.

ANOS	M O D E L O S		
	Quadrático	Raiz quadrada	2ª Aproximação de Mitscherlich
78/79	8,43	-	8,54
79/80	6,94	6,40	-
80/81	7,35	10,18	-
81/82	43,68	-	-
82/83	7,15	10,13	7,02
83/84	8,32	-	8,83

FIG. 1. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Campo Mourão - PR. EMBRAPA-CNPSo - Londrina - PR. 1973/1979.

FIG. 2. Produção de grãos de soja (kg/ha),
 em função de doses de calcário, em
 Campo Mourão - PR. EMBRAPA-CIPSo -
 Londrina - PR. 1979/1980.

FIG. 3. Produção de grãos de soja (kg/ha),
 em função de doses de calcário, em
 Campo Mourão - PR. EMBRAPA-CNPSo -
 Londrina - PR. 1990/1991.

FIG. 1. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Campo Mourão - PR. EMBRAPA-CNPSo - Londrina - PR. 1991/1992.

FIG. 5. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Campo Mourão - PR. EMBRAPA-CNPSO - Londrina - PR. 1982/1983.

FIG. 6. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Campo Mourão - PR. EMBRAPA-CNPSO - Londrina - PR. 1983/1984.

5.3.2 - Cálculo do ponto de máximo para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Guaruva

Os pontos de máximo para o modelo quadrático variam entre 9,43 a 13,23 toneladas de calcário por hectare (Tabela 17 e Figuras 7 a 12), e para a 2ª aproximação de Mitscherlich variam de 6,93 a 13,69 toneladas de calcário por hectare. Os pontos de máximo para os dois modelos são bem próximos, com exceção do ano agrícola 83/84, onde obteve-se um ponto de máximo discrepante para a 2ª aproximação de Mitscherlich. Verifica-se que os pontos de máximo para o modelo raiz quadrada, na maior parte dos casos são bem superiores aos outros dois modelos estudados, confirmando os resultados obtidos por UDO (1983).

Tabela 17 – Valores dos pontos de máximo, em ton/ha, para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Guarapuava.

ANOS	M O D E L O S		
	Quadrático	Raiz quadrada	2ª Aproximação de Mitscherlich
78/79	13,21	20,52	13,22
79/80	13,03	18,48	13,05
80/81	12,83	15,12	13,49
81/82	13,23	19,41	13,69
82/83	9,43	5,88	8,51
83/84	11,40	9,08	6,93

FIG. 7. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Guarapuava - PR. EMBRAPA-CNPSo - Londrina-PR. 1978/1979.

FIG. 3. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Guarapuava-PR. EMBRAPA-CNPSo - Londrina-PR. 1979/1980.

FIG. 9. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Guarapuava - PR. EMBRAPA-CHPSO - Londrina-PR. 1980/1981.

FIG. 10. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Guarapuava - PR. EMBRAPA-CNPSO - Londrina-PR. 1981/1982.

FIG. 11. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Guarapuava - PR. EMBRAPA-CNPSo - Londrina-PR. 1982/1983.

FIG. 12. Produção de grãos de soja (kg/ha), em função de doses de calcário, em Guarapuava - PR. EMBRAPA-CNPSo - Londrina-PR. 1993/1984.

5.4 - Determinação da Dose Econômica

5.4.1 - Determinação da dose econômica aconselhável para os experimentos de Campo Mourão e de Guarapuava

A determinação das doses econômicas utilizando os modelos quadrático, raiz quadrada e a 2ª aproximação de Mitscherlich, fez-se através da função da receita líquida, cujos detalhes estão contidos no item 4.2.8.

5.4.1.1 - Modelo quadrático

$$L = VY - F_1X - F_0$$

$$L = V(A + BX + CX^2) - F_0 - F_1X$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = V(B + 2CX) - F_1$$

$$\frac{V}{F_1} (B + 2CX) - 1 = 0 \quad [5.4.1.1.a]$$

5.4.1.2 - Modelo raiz quadrada

$$L = VY - F_0 - F_1X$$

$$L = V(A + B\sqrt{X} + CX) - F_0 - F_1X$$

$$\frac{\partial L}{\partial X} = V\left(\frac{B}{2\sqrt{X}} + C\right) - F_1$$

$$\frac{V}{F_1} \left(\frac{B}{2\sqrt{X}} + C \right) - 1 = 0 \quad [5.4.1.2.a]$$

5.4.1.3 - 2ª aproximação de Mitscherlich

$$L = VY - F_0 - F_1X$$

$$L = V \cdot A[1 - 10^{-C(X_i+b)}] 10^{-k(X_i+b)^2} - F_0 - F_1X$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X} &= \frac{V}{F_1} A(L10) 10^{-k(X_i+b)^2} \left\{ \begin{aligned} &-2k(X_i^*+b) [1 - 10^{-C(X_i^*+b)}] + \\ &+ c 10^{-C(X_i^*+b)} \end{aligned} \right\} - 1 = 0 \quad [5.4.1.3.a] \end{aligned}$$

O valor da abcissa X_i^* que satisfaz às equações [5.4.1.1.a], [5.4.1.2.a] e [5.4.1.3.a] foi determinado através do processo de acréscimos finitos de Cauchy, a partir de pontos próximos aos pontos máximos, até obter-se

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 0.$$

Os cálculos das doses econômicas para os dois locais foram obtidos utilizando a relação $\frac{V}{F_1} = 0,075$, e são apresentados nas Tabelas 18 e 19.

Tabela 18 - Valores das doses econômicas, em ton/ha, para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Campo Mourão.

ANOS	M O D E L O S		
	Quadrático	Raiz quadrada	2ª aproximação de Mitscherlich
78/79	6,67	-	6,61
79/80	6,57	6,16	-
80/81	6,99	9,77	-
81/82	37,56	-	-
82/83	6,81	9,69	6,45
83/84	7,81	-	7,98

Tabela 19 - Valores das doses econômicas, em ton/ha, para os modelos: quadrático, raiz quadrada e 2ª aproximação de Mitscherlich, para os experimentos de Guarapuava.

ANOS	M O D E L O S		
	Quadrático	Raiz quadrada	2ª aproximação de Mitscherlich
78/79	10,68	17,96	9,32
79/80	11,80	17,36	10,37
80/81	11,57	14,25	8,82
81/82	11,52	17,81	9,65
82/83	8,80	5,68	7,96
83/84	10,73	8,82	5,69

A partir das Tabelas 18 e 19 verifica-se que as doses econômicas obtidas para os modelos quadrático e 2ª aproximação de Mitscherlich, com os dados experimentais de Campo Mourão, encontram-se próximas das doses recomendadas pelo método de Saturação de Bases (70%), conforme estudos de PALHANO *et alii* (1984) (Tabela 1). As doses econômicas para o modelo raiz quadrada foram mais altas em relação aos dois modelos anteriores, portanto, com este modelo o estudo econômico é prejudicado, discordando dos resultados encontrados por PESEK e HEADY (1956) e concordantes com COSTA (1977).

Para os experimentos de Guarapuava, confirma-se novamente os resultados encontrados em Campo Mourão para os modelos quadrático e 2ª aproximação de Mitscherlich. Os valores das doses econômicas para estes experimentos, utilizando os dois modelos, encontram-se próximos das doses recomendadas pelo método de Saturação de Bases (70%), de acordo com PALHANO *et alii* (1984). Nota-se, também, que houve boa resposta da aplicação de calcário para estes dados experimentais (Figuras 7 a 12).

Para o modelo raiz quadrada, obtiveram-se os valores das doses econômicas mais altos do que para os modelos quadrático e 2ª aproximação de Mitscherlich, discordando dos resultados de PESEK e HEADY (1956) e concordantes com os resultados de COSTA (1977).

6. CONCLUSÕES

Através dos resultados obtidos com as metodologias empregadas, nas condições de condução desses experimentos, pode-se tirar as seguintes conclusões:

- 6.1 - Com os três modelos, nos dois locais, para todos os anos agrícolas, obtiveram-se valores altamente significativos para a regressão. Para os modelos quadrático e raiz quadrada, nos experimentos de Guarupuava, ocorreram em dois anos valores de F significativos para o desvio de regressão.
- 6.2 - Os critérios empregados para a comparação dos modelos matemáticos foram consistentes quando comparados com os critérios mais utilizados, havendo concordância entre os mesmos.

- 6.3 - Para os experimentos de Campo Mourão, o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o quadrático e, em seguida, a 2ª aproximação de Mitscherlich.
- 6.4 - Para os experimentos de Guarapuava, o modelo que melhor se ajustou aos dados foi a 2ª aproximação de Mitscherlich e, em seguida, o modelo raiz quadrada.
- 6.5 - Na obtenção das estimativas dos parâmetros para a 2ª aproximação de Mitscherlich, utilizando-se os dados experimentais de Guarapuava, obteve-se um número de iterações bem menor do que nos experimentos de Campo Mourão.
- 6.6 - O modelo raiz quadrada não é aconselhável devido ao fato de seu ponto de máximo acontecer, algumas vezes, acima das doses de calcário estudadas.
- 6.7 - Em geral, as doses econômicas determinadas para os modelos quadráticos e 2ª aproximação de Mitscherlich, estão próximas das doses de calcário recomendadas para elevar a saturação de bases a 70%, método esse recomendado nos Estados de São Paulo e Paraná.

7. BIBLIOGRAFIA

- AKAIKE, H., 1971. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. Proceedings 2nd International Symposia on Information Theory, September 2nd to 8th.
- ARRUDA, E.V., 1969. Determinação da dose econômica de um da do nutriente em experimentos de adubação. Arq. Biol. São Paulo, 30(1): 41-45.
- BIANCHINI SOBRINHO, E., 1984. Estudo da curva de lactação de vacas da raça Gir. Faculdade de Medicina de Ribeirão Pre to, USP, Ribeirão Preto, 87 p. [Tese de Doutorado].
- BORKERT, C.M., 1973. Efeito do calcário e do cloreto de potássio sobre as concentrações de manganês e alumínio nos oxissolos Santo Ângelo e Passo Fundo e suas relações com a nodulação e rendimento de duas cultivares de soja. Porto Alegre. UFRGS.

- BORKERT, C.M., 1975. Avaliação do efeito da calagem e da adubação fosfatada sobre as propriedades do solo e o rendimento da soja, em sistema do cultivo de trigo e soja. Reunião Conjunta de Pesquisa de Soja - RGS/SC, Porto Alegre.
- BOX, G.E.P. e K.B. WILSON, 1951. On the experimental attainment of optimum conditions. Journal of the Royal Statistical Society. Londres, B13: 1-45. Manchester.
- DRAPER, N. e H. SMITH, 1966. Applied regression analysis. New York, John Wiley & Sons, Inc. 407 p.
- FREITAS, A.R. de, 1978. A distribuição do ponto de máximo ou de mínimo de uma função usada em experimento de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 81 p. [Dissertação de Mestrado].
- FRENCH, B.L., 1956. Functional relationships for irrigated corn response to nitrogen. Agricultural Research Service Journal of Farm Economics, 38(3): 736-747.
- HARTLEY, H.O., 1958. The estimation of non linear parameters by "Internal Least Squares". Biometrika, Londres, 35: 32-45.
- HARTLEY, H.O., 1961. The modified Gauss-Newton method for the fitting on non-linear regression functions by Least Squares. Technometrics, 3: 269-280.
- HASTINGS, N.A.J. e J.B. PEACOCK, 1974. Statistical distributions. Great Britain. 130 p.

HEADY, E.O. e J.T. PESEK, 1954. A fertilizer production surface with specification of Economic optima for corn grown on calcareous and silt loam. Journal of Farm Economics. Philadelphia, Penn, 36(3): 466-482.

HEADY, E.O.; J.T. PESEK e W.G. BROWN, 1955. Crop response surfaces and economic optima in fertilizer use. Iowa State College, Research Bulletin, nº 424: 293-332.

HEADY, E.O., 1956. Methodological Problems use. In: Methodological Procedures in the Economic Analysis of Fertilizer Innovations and Resource Use. Ames, Iowa State University Press. 218 p.

HEADY, E.O. e J.L. DILLON, 1964. Agricultural Production Functions. 2ª edição. Iowa. Iowa State University Press. 667 p.

HOFFMANN, R. e S. VIEIRA, 1976. Determinação do intervalo de confiança para a dose econômica de nutriente com base em experimentação de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 43 p. [Mimeografado].

HOFFMANN, R. e S. VIEIRA, 1977. Análise de regressão. Uma introdução à Econometria. 2ª edição. São Paulo HUCITEC. Editora da USP. 379 p.

LANZER, E.A., 1970. Análise econômica de um grupo de experimentos de fertilização do solo na cultura do trigo. UFRGS. Imprensa Universitária. Porto Alegre, 117 p. [Dissertação de Mestrado].

- LANZER, E.A., 1976. Um modelo de quantificação do efeito residual da calagem para análise econômica. Reunião Conjunta de Pesquisa de Soja. Santa Maria, RGS.
- LIMA, A.R.C., 1980. Superfícies de resposta em experimentos fatoriais 3^3 incompletos de adubação NPK em mandioca no Estado do Ceará. Piracicaba, ESALQ/USP, 100 p. [Dissertação de Mestrado].
- MAGNANI, R., 1985. Alguns aspectos da aplicação da segunda lei de Mitscherlich e da equação de regressão quadrática à maturação da cana-de-açúcar. Piracicaba, ESALQ/USP. 73 p. [Dissertação de Mestrado].
- MARQUARDT, D.W., 1963. An algorithm for least-square estimation of non-linear parameters. J. Soc. Indust. Appl. Math., 11: 431-441 p.
- MEMÓRIA, J.M.P., 1972. Curso de Estatística aplicada à pesquisa científica. UFMG. Escola de Veterinária. 215 p.
- MENEGHELLI, C.A., 1976. Avaliação do efeito de forma algébrica inadequada para a função resposta à adubação. Brasília, UB, Dep. Estatística. 41 p. [Dissertação de Mestrado].
- MENEGHETTI, M.L., 1983. Modelos polinomial e Mitscherlich aplicados a ensaios de adubação no delineamento FAO de sete pontos. Piracicaba, ESALQ/USP, 77 p. [Dissertação de Mestrado].

- MITSCHERLICH, E.A., 1909. Das gesetz des minimums und das gesetz des Abnehmenden Bodenertrages. Landwirtschaftliche Jahrbücher. Berlim, 38: 537-552.
- MITSCHERLICH, E.A., 1928. Die zweite Annäherung des wirkungs herung. Düngung und Bodenkunde. Berlim, 12: 273-282.
- MITSCHERLICH, E.A., 1954. Das wirkungsgesetz der wachstums faktoren. Bodenkunde für Landwirte, Forstwirte und Gärtner. Paul Parey, Berlim, 7: 167-174.
- MORAES, R.S., 1969. Superfície polinomial de resposta num en saio de adubação com níveis equidistantes. Piracicaba, ESALQ/USP, 58 p. [Tese de Doutorado].
- MORRISON, J.; M.V. JACKSON e P.E. SPARROW, 1980. The respon se of perenial ryegrass to fertilizer nitrogen in rela tion to climate and soil. Grassland Research Institute Technical Report nº 27. 14 p.
- NELDER, J.A., 1966. Inverse polynomials, a useful group of multi-factor responses. Biometrics. England, 22: 128-141.
- NELDER, J.A., 1968. Weighted regression, quantal response da ta, and inverse polynomials. Biometrics, 24: 979-985.
- NETER, J.; W. WASSERMAN, 1974. Applied linear statistical mo dels. Richard D. Irwin Inc. Homewood. Illinois. 842 p.
- NICOLLELA, G., 1981. O uso de superfície de resposta na in terpretação de ensaios de adubação NPK em plantações de cacau (Theobroma cacao, L.). Piracicaba, ESALQ/USP, 91 p. [Dissertação de Mestrado].

- PALHANO, J.B.; R.J. CAMPO; G.J. SFREDO; C.M. BORKERT e D.S. CORDEIRO, 1981. Efeito de níveis de calcário sobre o rendimento da soja. In: Seminário Nacional de Pesquisa de Soja. 2, 1984. Anais, Brasília, EMBRAPA. CNPSo. V. 2. p. 617-624.
- PESEK, J. e E.O. HEADY, 1956. A two nutrient response function with determination of economic optima for the rate and grade of fertilizer for alfafa. Soil Science Society of America Proceedings. V. 20, nº 2. Iowa State University Press. p. 240-246.
- PIMENTEL GOMES, F. e E. MALAVOLTA, 1949a. Considerações matemáticas sobre a Lei de Mitscherlich. Boletim nº 3 da E.S.A. "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 24 p.
- PIMENTEL GOMES, F. e E. MALAVOLTA, 1949b. Aspectos matemáticos e estatísticos da Lei de Mitscherlich. Anais E.S.A. "Luiz de Queiroz". Piracicaba, 6: 198-229.
- PIMENTEL GOMES, F. e C.P. ABREU, 1963. Sobre uma fórmula para o cálculo da dose mais econômica de adubo. Anais E.S.A. "Luiz de Queiroz". Piracicaba, 9: 192-198.
- PIMENTEL GOMES, F. e H. CAMPOS, 1966. Resultados de ensaios de adubação. In: Cultura e Adubação do Milho. São Paulo. Instituto Brasileiro de Potassa. p. 429-449.
- PIMENTEL GOMES, F., 1973. Curso de Estatística Experimental. 5ª edição. Piracicaba, São Paulo, Livraria Nobel. 427 p.

- RAMIREZ DÁVILA, L.E. e J. BENITEZ, 1975. Vantajas e desventajas del modelo polinomial cuadrático a los fertilizantes. Trabalho apresentado à Reunião Comemorativa do 28º Aniversário da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria. Piracicaba.
- RIBOLDI, J., 1978. Ajustamento de duas superfícies de resposta usadas em ensaios de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 81 p. [Dissertação de Mestrado].
- SALVIANO, A., 1973. Aspectos metodológicos de la construction de modelos estadísticos en las ciencias sociales. Chapingo, México, 264 p. [Dissertação de Mestrado].
- SFREDO, G.J., 1976. Efeito das relações entre Ca e Mg sobre o pH, Al, Ca no solo e sobre a produção de matéria seca do sorgo (Sorghum bicolor (L.) Moench). Viçosa, Escola de Agronomia, 61 p. [Dissertação de Mestrado].
- SILVA, M.A.P. da, 1978. Segunda aproximação de Mitscherlich $Y = A[1 - 10^{-c(X+b)}] 10^{-k(X+b)^2}$ aplicada à adubação mineral. Piracicaba, ESALQ/USP, 96 p. [Dissertação de Mestrado].
- SILVA, M.A.P. da, 1980. Métodos de estimação de parâmetros do modelo $Y = A[1 - 10^{-cX}] 10^{-k^2 X}$ aplicados a dados de maturação da cana-de-açúcar. Piracicaba, ESALQ/USP, 85 p. [Tese de Doutorado].
- SILVA, P.R., 1967. Análise econômica do emprego de fertilizantes na cultura do feijoeiro, através de função de produção. Universidade Federal de Viçosa, 61 p. [Dissertação de Mestrado].

SPARROW, P.E., 1979. Nitrogen response curves of spring barley. Journal of Agricultural Science. Cambridge, 92: 307-317.

SPARROW, P.E., 1979. The comparison of five response curves for representing the relationship between the annual dry-matter yield of grass herbage and fertilizer nitrogen. Journal of Agricultural Science. Cambridge, 93: 513-520.

STEFANELO, E.L., 1975. Análise econômica e relação técnica entre o rendimento da soja e o emprego de fertilizantes e calcário em dez locais do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, UFRS, 149 p. [Dissertação de Mestrado].

THEIL, H., 1971. Principles of Econometrics. New York, John Wiley & Sons, Inc. 736 p.

UDO, M.C.T., 1983. Estudo de funções que se ajustam à maturação da cana-de-açúcar. Piracicaba, ESALQ/USP, 74 p. [Dissertação de Mestrado].

VIDOR, C.; J.R.J. FREIRE; J. KOLLIN; H.M. GONÇALVES; V. ZANOTELLI e G.N. MENDES, 1971. Efeito da calagem e da adubação fosfatada sobre a fixação simbiótica do nitrogênio pela soja (Glycine max (L.) Merrill). Agron. Sulriog., Porto Alegre. 181 p.

VIDOR, C.; J.R.J. FREIRE; J. KOLLIN; H.M. GONÇALVES; V. ZANOTELLI e G.N. MENDES, 1974. Efeito da calagem e da adubação fosfatada na nodulação e rendimento de grãos de soja (Glycine max (L.) Merrill). VII Reunião Latinoamericana sobre Rhizobium. Chaco.

VIEIRA, S., 1970. Aspectos das funções de produção ajustadas aos ensaios fatoriais 3^3 de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 165 p. [Tese de Doutorado].

VIEIRA, S.; H.V. ARRUDA e R. HOFFMANN, 1971. Estudo comparativo de três funções na análise econômica de experimentos de adubação. Piracicaba, ESALQ/USP, 111 p. [Mimeografado].

WEISBERG, S., 1947. Applied linear regression. John Willey & Sons, Inc. Univ. of Minnesota. 283 p.

WINKLER, H.S. e G.J. SFREDO, 1979. Efeito da calagem e da adubação fosfatada sobre a produção do trigo e a disponibilidade de fósforo em quatro unidades de solo do Estado de Santa Catarina. Agron. Sulriograndense, V. 15, Porto Alegre, nº 1.

ZAGATTO, A.G. e F.P. GOMES, 1960. O problema técnico-econômico da adubação. Anais E.S.A. "Luiz de Queiroz". Piracicaba, 17: 149-164.

ZAGATTO, A.G. e F.P. GOMES, 1967. Aspectos econômicos da adubação. In: Manual de Química Agrícola. Adubos e Adubação. 2ª edição, Ed. Agronômica Ceres. São Paulo. p. 560-586.

8. A P P E N D I C E

Tabela 20 - Valores iniciais utilizados para o ajustamento da 2ª aproximação da equação de Mitscherlich, aos dados experimentais de Campo Mourão.

ANO	P A R Â M E T R O S			
	A_o	b_o	c_o	k_o
78/79	5.200	15,03	0,020	0,000230
79/80	4.000	7,50	0,042	0,005000
80/81	4.000	11,00	0,500	0,050000
81/82	4.000	7,50	0,042	0,000500
82/83	4.100	3,80	0,110	0,000350
83/84	4.000	5,40	0,060	0,000280

Tabela 21 - Valores iniciais utilizados para o ajustamento da 2ª aproximação da equação de Mitscherlich, aos dados experimentais de Guarapuava.

ANO	P A R Â M E T R O S			
	A_o	b_o	c_o	k_o
78/79	1.900	6,80	0,070	0,000090
79/80	3.200	5,00	0,090	0,000060
80/81	3.000	3,80	0,140	0,000020
81/82	2.300	4,80	0,090	0,000039
82/83	2.300	5,00	0,080	0,000040
83/84	2.900	1,10	0,290	0,000086

Tabela 22 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Campo Mourão. Ano 78/79.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	2.330	2.057	1.901	2.023	2.077,75
2	2.308	2.177	2.035	2.021	2.135,25
4	2.442	2.417	2.208	2.185	2.313,00
6	2.462	2.236	2.113	2.406	2.304,25
8	2.275	2.375	2.328	2.280	2.314,50
10	2.534	2.317	2.138	2.356	2.336,25

Tabela 23 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Campo Mourão. Ano 79/80.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	1.969	2.197	1.363	1.419	1.737,00
2	2.937	3.126	1.978	2.326	2.591,75
4	2.589	2.773	3.001	2.206	2.642,25
6	2.597	2.933	2.262	2.524	2.579,00
8	2.842	2.558	2.614	2.692	2.676,50
10	2.743	2.524	2.709	2.756	2.683,00

Tabela 24 – Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Campo Mourão. Ano 80/81.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	2.817	2.877	2.237	2.383	2.578,50
2	3.503	3.257	3.173	3.307	3.310,00
4	3.500	3.560	3.343	3.280	3.420,75
6	3.643	3.643	3.423	3.583	3.573,00
8	3.997	3.393	3.657	3.720	3.691,75
10	3.496	3.590	3.490	3.693	3.567,25

Tabela 25 – Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Campo Mourão. Ano 81/82.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	1.833	2.000	1.116	1.709	1.664,50
2	2.000	1.976	1.383	1.643	1.750,50
4	2.600	1.909	2.126	1.949	2.146,00
6	2.276	2.256	1.689	2.100	2.080,25
8	2.486	2.533	2.300	2.130	2.362,25
10	2.823	2.466	2.429	2.243	2.490,25

Tabela 26 – Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Campo Mourão. Ano 82/83.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	2.440	2.431	2.397	2.496	2.441,00
2	3.382	3.226	2.600	2.885	3.023,25
4	3.500	3.117	3.223	3.426	3.316,50
6	3.163	3.543	3.334	3.394	3.358,50
8	3.526	3.595	3.454	3.394	3.492,25
10	3.455	2.533	3.844	3.477	3.327,25

Tabela 27 – Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Campo Mourão. Ano 83/84.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	2.323	2.237	2.403	2.340	2.325,75
2	2.803	3.063	2.360	2.470	2.658,25
4	3.103	3.147	3.030	2.993	3.068,25
6	3.247	2.900	3.057	3.373	3.144,25
8	3.273	2.957	3.207	3.130	3.141,75
10	3.293	3.350	3.240	3.017	3.225,00

Tabela 28 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Guarapuava. Ano 78/79.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	1.111	1.287	1.139	1.167	1.176,00
3	1.481	1.509	1.528	1.306	1.456,00
6	1.639	1.444	1.528	1.315	1.481,50
9	1.676	1.509	1.620	1.713	1.629,50
12	1.778	1.759	1.398	1.667	1.650,50
18	1.620	1.694	1.583	1.537	1.608,50

Tabela 29 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Guarapuava. Ano 79/80.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	2.074	2.158	2.186	1.953	2.092,75
3	2.719	2.644	2.542	2.523	2.607,00
6	3.074	2.831	2.859	2.598	2.840,50
9	2.878	2.999	2.981	2.841	2.924,75
12	3.252	3.037	2.925	2.915	3.032,25
18	3.084	2.738	3.084	2.915	2.955,25

Tabela 30 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Guarapuava. Ano 80/81.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	2.489	2.322	2.411	1.967	2.297,25
3	3.489	2.800	2.511	2.533	2.833,25
6	3.178	3.878	3.133	2.411	3.150,00
9	3.122	2.989	3.300	2.933	3.086,00
12	3.311	3.344	3.011	3.011	3.169,25
18	3.433	2.944	3.089	3.178	3.161,00

Tabela 31 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Guarapuava. Ano 81/82.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	1.525	1.244	1.666	1.666	1.525,25
3	1.799	2.055	1.811	1.977	1.910,50
6	2.033	1.955	1.999	2.066	2.013,25
9	2.199	2.166	2.688	2.255	2.327,00
12	1.822	2.055	2.644	1.811	2.083,00
18	2.277	1.888	2.333	2.322	2.205,00

Tabela 32 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Guarapuava. Ano 82/83.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	1.550	1.600	1.787	1.362	1.574,75
3	2.287	2.375	2.350	2.055	2.266,75
6	2.312	2.725	2.425	2.300	2.440,50
9	2.325	2.725	2.650	2.262	2.490,50
12	2.675	2.437	2.475	2.662	2.562,25
18	1.675	2.425	1.875	1.225	1.800,00

Tabela 33 - Resultados de produção de soja, em kg/ha, referentes ao experimento com calagem em Guarapuava. Ano 83/84.

NÍVEIS DE CALCÁRIO (ton/ha)	B L O C O S				MÉDIAS
	1	2	3	4	
0	1.770	1.120	1.685	1.527	1.525,50
3	2.600	2.925	3.333	2.194	2.763,00
6	2.985	2.766	3.018	2.732	2.875,25
9	3.085	2.796	3.064	2.537	2.870,50
12	2.660	3.212	2.907	2.916	2.923,75
18	2.660	2.962	2.962	2.342	2.731,50

Tabela 34 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	245.155,33	49.031,06	5,28**
Blocos	3	230.861,33		*
Resíduo	15	139.226,66	9.281,77	
Total	23	615.243,32		

Tabela 35 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	2.721.357,33	544.271,46	6,06**
Blocos	3	661.857,83		
Resíduo	15	1.345.064,66	89.670,97	
Total	23	4.728.279,82		

Tabela 36 – Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	3.261.015,37	652.203,07	23,14**
Blocos	3	232.669,12		
Resíduo	15	422.730,12	28.182,00	
Total	23	3.916.414,61		

Tabela 37 – Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	2.134.020,70	426.804,14	10,45**
Blocos	3	893.948,79		
Resíduo	15	612.195,45	40.813,03	
Total	23	3.640.164,94		

Tabela 38 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	2.951.673,70	590.334,74	6,28**
Blocos	3	90.910,45		
Resíduo	15	1.409.961,79	93.997,45	
Total	23	4.452.545,94		

Tabela 39 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	2.543.194,20	508.638,84	13,91**
Blocos	3	66.714,45		
Resíduo	15	548.377,29	36.558,48	
Total	23	3.158.285,94		

Tabela 40 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Guarapuava. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	633.785,33	126.757,06	9,98**
Blocos	3	43.742,33		
Resíduo	15	190.475,66	12.698,37	
Total	23	868.003,32		

Tabela 41 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Guarapuava. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	2.450.283,83	490.056,76	38,08**
Blocos	3	152.189,83		
Resíduo	15	193.010,16	12.867,34	
Total	23	2.795.483,82		

Tabela 42 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Guarapuava. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	2.363.195,70	472.639,14	5,25**
Blocos	3	819.914,12		
Resíduo	15	1.348.930,12	89.928,67	
Total	23	4.532.039,94		

Tabela 43 - Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Guarapuava. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	1.554.934,83	310.986,96	7,27**
Blocos	3	303.283,33		
Resíduo	15	641.009,16	42.733,94	
Total	23	2.499.227,32		

Tabela 44 – Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Guarapuava. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	3.312.556,37	662.511,27	14,50**
Blocos	3	536.085,79		
Resíduo	15	685.302,45	45.686,83	
Total	23	4.533.944,61		

Tabela 45 – Quadro da análise de variância para os dados experimentais de Guarapuava. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Tratamentos	5	5.803.293,33	1.160.658,66	17,22**
Blocos	3	621.397,50		
Resíduo	15	1.010.909,00	67.393,93	
Total	23	7.435.599,83		

Tabela 46 - Valores do teste F para calcário, e C.V. (%) dos experimentos de Campo Mourão e Guarapuava, no período de 78/79 e 83/84.

ANO	CAMPO MOURÃO		GUARAPUAVA	
	F	C.V. (%)	F	C.V. (%)
78/79	5,28**	4,29	9,98**	7,51
79/80	6,07**	12,05	38,08**	4,14
80/81	23,14**	5,00	5,25**	10,17
81/82	10,46**	9,70	7,28**	10,28
82/83	6,28**	9,70	14,50**	9,76
83/84	13,91**	6,43	17,22**	9,93

Tabela 47 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo quadrático. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	223.895,77	111.947,88	12,06**
Desv.Regressão	3	21.259,55	7.086,52	0,76NS
(Calcário)	(5)	245.155,32	49.031,06	5,28**
Blocos	3	230.861,33		
Resíduo	15	139.226,66	9.281,77	
Total	23	615.243,31		

Tabela 48 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo quadrático. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.166.110,68	1.083.055,34	12,08**
Desv.Regressão	3	555.246,64	185.082,21	2,06NS
(Calcário)	(5)	2.721.357,33	544.271,46	6,07**
Blocos	3	661.857,83		
Resíduo	15	1.345.064,66	89.670,97	
Total	23	4.728.279,81		

Tabela 49 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo quadrático. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	3.085.206,92	1.542.603,46	54,74**
Desv.Regressão	3	175.808,44	58.602,81	2,08NS
(Calcário)	(5)	3.261.015,36	652.203,07	23,14**
Blocos	3	232.669,12		
Resíduo	15	422.730,12	28.182,00	
Total	23	3.916.414,60		

Tabela 50 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo quadrático. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	1.990.798,08	995.399,04	24,30**
Desv.Regressão	3	143.222,62	47.740,87	1,17NS
(Calcário)	(5)	2.134.020,70	426.804,14	10,46**
Blocos	3	893.948,79		
Resíduo	15	612.195,45	40.813,03	
Total	23	3.640.164,94		

Tabela 51 - Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo quadrático. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.886.993,85	1.443.496,92	15,35**
Desv. Regressão	3	64.679,85	21.559,95	0,22NS
(Calcário)	(5)	2.951.673,70	590.334,74	6,28**
Blocos	3	90.910,45		
Resíduo	15	1.409.961,79	93.997,45	
Total	23	4.452.545,94		

Tabela 52 - Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo quadrático. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.472.213,58	1.236.106,79	33,81**
Desv. Regressão	3	70.980,62	23.660,20	0,64NS
(Calcário)	(5)	2.543.194,20	508.638,84	13,91**
Blocos	3	66.714,45		
Resíduo	15	548.377,29	36.558,48	
Total	23	3.158.285,94		

Tabela 53 - Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	1	211.163,56	211.163,56	22,75**
Desv.Regressão	4	33.991,76	8.497,94	0,91NS
(Calcário)	(5)	245.155,32	49.031,06	5,28**
Blocos	3	230.861,33		
Resíduo	15	139.226,66	9.281,77	
Total	23	615.243,31		

Tabela 54 - Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.632.916,92	1.316.458,46	14,68**
Desv.Regressão	3	88.440,41	29.480,13	0,32NS
(Calcário)	(5)	2.721.357,33	544.271,46	6,07**
Blocos	3	661.857,83		
Resíduo	15	1.345.064,66	89.670,97	
Total	23	4.728.279,82		

Tabela 55 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	3.208.166,11	1.604.083,05	56,91**
Desv.Regressão	3	52.849,25	17.616,41	0,62NS
(Calcário)	(5)	3.261.015,36	652.203,07	23,14**
Blocos	3	232.669,12		
Resíduo	15	422.730,12	28.182,00	
Total	23	3.916.414,60		

Tabela 56 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	1.988.380,84	994.190,42	24,36**
Desv.Regressão	3	145.639,86	48.546,62	1,19NS
(Calcário)	(5)	2.134.020,70	426.804,14	10,46**
Blocos	3	893.948,79		
Resíduo	15	612.195,45	40.813,03	
Total	23	3.640.164,94		

Tabela 57 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.853.149,39	1.426.574,69	15,17**
Desv.Regressão	3	98.524,31	32.841,43	0,35NS
(Calcário)	(5)	2.951.673,70	590.334,74	6,28**
Blocos	3	90.910,45		
Resíduo	15	1.409.961,79	93.997,45	
Total	23	4.452.545,94		

Tabela 58 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	1	2.388.163,08	2.388.163,08	65,32**
Desv.Regressão	4	155.031,12	38.757,77	1,06NS
(Calcário)	(5)	2.543.194,20	508.638,84	13,91**
Blocos	3	66.714,45		
Resíduo	15	548.377,29	36.558,48	
Total	23	3.158.285,94		

Tabela 59 – Equações de regressão para o modelo quadrático com os dados de Campo Mourão.

ANO	EQUAÇÕES ESTIMADAS
78/79	$\hat{Y} = 2.066,00 + 63,9120 X - 3,7890 X^2$
79/80	$\hat{Y} = 1.892,00 + 251,2486 X - 18,0948 X^2$
80/81	$\hat{Y} = 2.658,00 + 278,8035 X - 18,9642 X^2$
81/82	$\hat{Y} = 1.646,00 + 95,1535 X - 1,0892 X^2$
82/83	$\hat{Y} = 2.479,00 + 279,2826 X - 19,5279 X^2$
83/84	$\hat{Y} = 2.325,00 + 215,3361 X - 12,9296 X^2$

Tabela 60 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 78/79.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.078,00	2.066,00	12,00
2.135,00	2.179,00	-44,00
2.313,00	2.261,00	52,00
2.304,00	2.313,00	-9,00
2.314,00	2.335,00	-21,00
2.336,00	2.326,00	10,00

Tabela 61 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 79/80.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.737,00	1.892,00	-155,00
2.592,00	2.322,00	270,00
2.642,00	2.608,00	34,00
2.579,00	2.748,00	-169,00
2.676,00	2.744,00	-68,00
2.683,00	2.595,00	88,00

Tabela 62 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 80/81.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.578,00	2.658,00	-80,00
3.310,00	3.140,00	170,00
3.421,00	3.470,00	-49,00
3.573,00	3.648,00	-75,00
3.692,00	3.675,00	17,00
3.567,00	3.550,00	17,00

Tabela 63 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 81/83.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.664,00	1.646,00	18,00
1.751,00	1.832,00	-81,00
2.146,00	2.010,00	136,00
2.080,00	2.178,00	-98,00
2.362,00	2.338,00	24,00
2.490,00	2.489,00	1,00

Tabela 64 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 82/83.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.441,00	2.479,00	-38,00
3.023,00	2.960,00	63,00
3.317,00	3.284,00	33,00
3.358,00	3.452,00	-94,00
3.492,00	3.464,00	28,00
3.327,00	3.319,00	8,00

Tabela 65 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 83/84.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.326,00	2.325,00	1,00
2.658,00	2.703,00	-45,00
3.068,00	2.979,00	89,00
3.144,00	3.151,00	-7,00
3.142,00	3.220,00	-78,00
3.225,00	3.185,00	40,00

Tabela 66 – Equações de regressão para o modelo raiz quadrada, com os dados experimentais de Campo Mourão, no período de 78/79 a 83/84.

ANO	EQUAÇÕES ESTIMADAS
78/79	$\hat{Y} = 2.069,00 + 89,5807\sqrt{X}$
79/80	$\hat{Y} = 1.756,00 + 738,1154\sqrt{X} - 145,9005X$
80/81	$\hat{Y} = 2.577,00 + 654,5372\sqrt{X} - 102,5578X$
81/82	$\hat{Y} = 1.654,00 + 13,0182\sqrt{X} + 80,4520X$
82/83	$\hat{Y} = 2.423,00 + 618,5724\sqrt{X} - 97,1804X$
83/84	$\hat{Y} = 2.332,00 + 301,2572\sqrt{X}$

Tabela 67 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 78/79.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.078,00	2.069,00	9,00
2.135,00	2.196,00	-61,00
2.313,00	2.249,00	64,00
2.304,00	2.289,00	15,00
2.314,00	2.323,00	-9,00
2.335,00	2.353,00	-18,00

Tabela 68 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 79/80.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.737,00	1.756,00	-19,00
2.592,00	2.508,00	84,00
2.642,00	2.649,00	-7,00
2.579,00	2.689,00	-110,00
2.677,00	2.677,00	0,00
2.683,00	2.631,00	52,00

Tabela 69 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 80/81.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.578,00	2.577,00	1,00
3.310,00	3.297,00	13,00
3.421,00	3.475,00	-54,00
3.573,00	3.564,00	9,00
3.692,00	3.607,00	85,00
3.567,00	3.621,00	-54,00

Tabela 70 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 81/82.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.665,00	1.654,00	11,00
1.750,00	1.833,00	-83,00
2.146,00	2.002,00	144,00
2.080,00	2.169,00	-89,00
2.362,00	2.335,00	27,00
2.490,00	2.500,00	-10,00

Tabela 71 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 82/83.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.441,00	2.423,00	18,00
3.023,00	3.104,00	-81,00
3.317,00	3.272,00	45,00
3.359,00	3.356,00	3,00
3.492,00	3.396,00	96,00
3.327,00	3.408,00	-81,00

Tabela 72 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 83/84.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.326,00	2.332,00	-6,00
2.658,00	2.758,00	-100,00
3.068,00	2.934,01	134,00
3.144,00	3.070,00	74,00
3.142,00	3.184,00	-42,00
3.225,00	3.285,00	-60,00

Tabela 73 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando o modelo quadrático. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	603.468,01	301.734,00	23,76**
Desv.Regressão	3	30.317,31	10.105,77	0,79NS
(Calcário)	(5)	633.785,32	126.757,07	9,98**
Blocos	3	43.742,33		
Resíduo	15	190.475,66	12.698,38	
Total	23	868.003,31		

Tabela 74 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando o modelo quadrático. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.385.721,85	1.192.860,92	92,70**
Desv.Regressão	3	64.561,97	21.520,65	1,65NS
(Calcário)	(5)	2.450.283,82	490.056,77	38,08**
Blocos	3	152.189,83		
Resíduo	15	193.010,16	12.867,34	
Total	23	2.795.483,81		

Tabela 75 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando o modelo quadrático. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.151.425,78	1.075.712,89	11,96**
Desv.Regressão	3	211.769,92	70.589,97	0,78NS
(Calcário)	(5)	2.363.195,70	472.639,14	5,25**
Blocos	3	819.914,12		
Resíduo	15	1.348.930,12	89.928,67	
Total	23	4.532.039,94		

Tabela 76 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando o modelo quadrático. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	1.327.373,53	663.686,76	15,53**
Desv.Regressão	3	227.561,30	75.853,76	1,77NS
(Calcário)	(5)	1.554.934,83	310.986,96	7,28**
Blocos	3	303.283,33	-	
Resíduo	15	641.009,16	42.733,94	
Total	23	2.499.227,32		

Tabela 77 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando o modelo quadrático. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	3.192.298,01	1.596.149,00	34,94**
Desv. Regressão	3	120.258,35	40.086,11	0,87NS
(Calcário)	(5)	3.312.556,36	662.511,27	14,50**
Blocos	3	536.085,79		
Resíduo	15	685.302,46	45.686,83	
Total	23	4.533.944,61		

Tabela 78 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando o modelo quadrático. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	4.693.417,41	2.346.708,70	34,82**
Desv. Regressão	3	1.109.875,92	369.958,64	5,48**
(Calcário)	(5)	5.803.293,33	1.160.658,66	17,22**
Blocos	3	621.397,50		
Resíduo	15	1.010.909,00	67.393,93	
Total	23	7.435.599,83		

Tabela 79 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	603.231,85	301.615,92	23,75**
Desv.Regressão	3	30.553,47	10.184,49	0,80NS
(Calcário)	(5)	633.785,32	126.757,07	9,98**
Blocos	3	43.742,33		
Resíduo	15	190.475,66	12.698,38	
Total	23	868.004,31		

Tabela 80 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.406.189,82	1.203.094,91	93,49**
Desv.Regressão	3	44.094,00	14.698,00	1,14NS
(Calcário)	(5)	2.450.283,82	490.056,77	38,08**
Blocos	3	152.189,83		
Resíduo	15	193.010,16	12.867,34	
Total	23	2.795.483,81		

Tabela 81 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.299.086,36	1.149.543,18	12,78**
Desv.Regressão	3	64.109,34	21.369,78	0,23NS
(Calcário)	(5)	2.363.195,70	472.639,14	5,25**
Blocos	3	819.914,12		
Resíduo	15	1.348.930,12	89.928,67	
Total	23	4.532.039,94		

Tabela 82 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	1.355.333,19	677.666,59	15,86**
Desv.Regressão	3	199.601,63	66.533,87	1,56NS
(Calcário)	(5)	1.554.934,82	311.043,14	7,27**
Blocos	3	303.283,33		
Resíduo	15	641.211,03	42.747,40	
Total	23	2.499.429,18		

Tabela 83 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	2.861.216,18	1.430.608,09	31,31**
Desv.Regressão	3	451.340,18	150.446,72	3,29**
(Calcário)	(5)	3.312.556,36	662.511,27	14,50**
Blocos	3	536.085,79		
Resíduo	15	685.302,46	45.686,83	
Total	23	4.533.944,61		

Tabela 84 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando o modelo raiz quadrada. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	2	5.755.836,44	2.877.918,22	42,70**
Desv.Regressão	3	47.456,88	15.818,96	0,23NS
(Calcário)	(5)	5.803.293,32	1.160.658,66	17,22**
Blocos	3	621.397,50		
Resíduo	15	1.010.909,00	67.393,93	
Total	23	7.435.599,82		

Tabela 85 – Equações de regressão para o modelo quadrático, para os dados de Guarapuava.

ANO	EQUAÇÕES ESTIMADAS
78/79	$\hat{Y} = 1.204,00 + 69,6333X - 2,6342X^2$
79/80	$\hat{Y} = 2.151,00 + 140,6404X - 5,3931X^2$
80/81	$\hat{Y} = 2.386,00 + 136,1011X - 5,3048X^2$
81/82	$\hat{Y} = 1.571,00 + 103,1214X - 3,8961X^2$
82/83	$\hat{Y} = 1.634,00 + 201,9488X - 10,7096X^2$
83/84	$\hat{Y} = 1.778,00 + 228,9571X - 10,0449X^2$

Tabela 86 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 78/79.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.176,00	1.204,00	-28,00
1.456,00	1.389,00	67,00
1.482,00	1.527,00	-45,00
1.629,00	1.617,00	12,00
1.650,00	1.660,00	-10,00
1.608,00	1.604,00	4,00

Tabela 87 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 79/80.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.093,00	2.151,00	-58,00
2.607,00	2.524,00	83,00
2.840,00	2.800,00	40,00
2.925,00	2.980,00	-55,00
3.032,00	3.062,00	-30,00
2.955,00	2.935,00	20,00

Tabela 88 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 80/81.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.297,00	2.386,00	-89,00
2.833,00	2.746,00	87,00
3.150,00	3.011,00	139,00
3.086,00	3.181,00	-95,00
3.169,00	3.255,00	-86,00
3.161,00	3.117,00	44,00

Tabela 89 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 81/82.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.525,00	1.571,00	-46,00
1.911,00	1.846,00	65,00
2.013,00	2.050,00	-37,00
2.327,00	2.184,00	147,00
2.083,00	2.248,00	-165,00
2.205,00	2.165,00	40,00

Tabela 90 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 82/83.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.575,00	1.634,00	-59,00
2.267,00	2.143,00	123,00
2.441,00	2.460,00	-19,00
2.490,00	2.584,00	-94,00
2.562,00	2.515,00	47,00
1.800,00	1.798,00	1,00

Tabela 91 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 83/84.

MODELO QUADRÁTICO		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.526,00	1.778,00	-252,00
2.763,00	2.374,00	389,00
2.875,00	2.790,00	85,00
2.871,00	3.025,00	-154,00
2.924,00	3.079,00	-155,00
2.731,00	2.644,00	87,00

Tabela 92 – Equações de regressão para o modelo raiz quadrada, com os dados experimentais de Guarapuava.

ANO	EQUAÇÕES ESTIMADAS
78/79	$\hat{Y} = 1.167,00 + 206,9515\sqrt{X} - 22,8432X$
79/80	$\hat{Y} = 2.076,00 + 429,4135\sqrt{X} - 49,9340X$
80/81	$\hat{Y} = 2.287,00 + 455.4593\sqrt{X} - 58,5553X$
81/82	$\hat{Y} = 1.513,00 + 316,4763\sqrt{X} - 35,9164X$
82/83	$\hat{Y} = 1.527,00 + 796,0020\sqrt{X} - 164,1405X$
83/84	$\hat{Y} = 1.542,00 + 929,9405\sqrt{X} - 154,3310X$

Tabela 93 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 78/79.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.176,00	1.170,00	6,00
1.456,00	1.459,00	-3,00
1.481,00	1.539,00	-58,00
1.629,00	1.585,00	44,00
1.651,00	1.612,00	39,00
1.608,00	1.636,00	-28,00

Tabela 94 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 79/80.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.093,00	2.076,00	17,00
2.607,00	2.670,00	-63,00
2.840,00	2.828,00	12,00
2.925,00	2.915,00	10,00
3.032,00	2.964,00	68,00
2.955,00	2.999,00	-44,00

Tabela 95 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 80/81.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.297,00	2.287,00	19,00
2.833,00	2.901,00	-68,00
3.150,00	3.052,00	98,00
3.086,00	3.127,00	-41,00
3.169,00	3.163,00	6,00
3.161,00	3.166,00	-5,00

Tabela 96 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 81/82.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.525,00	1.513,00	12,00
1.910,00	1.953,00	-43,00
2.013,00	2.072,00	-59,00
2.328,00	2.139,00	189,00
2.083,00	2.178,00	-95,00
2.205,00	2.209,00	-4,00

Tabela 97 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 82/83.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.575,00	1.527,00	48,00
2.267,00	2.413,00	-146,00
2.440,00	2.492,00	-52,00
2.491,00	2.438,00	53,00
2.562,00	2.315,00	247,00
1.800,00	1.949,00	-150,00

Tabela 98 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 83/84.

MODELO RAIZ QUADRADA		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.525,00	1.542,00	-17,00
2.763,00	2.690,00	73,00
2.875,00	2.894,00	-19,00
2.870,00	2.943,00	-73,00
2.294,00	2.911,00	13,00
2.732,00	2.709,00	23,00

Tabela 99 - Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	224.041,89	74.680,63	8,04**
Desv.Regressão	2	21.113,44	10.556,72	1,13NS
(Calcário)	(5)	245.155,33	49.031,06	5,28**
Blocos	3	230.861,33		
Resíduo	15	139.226,66	9.281,77	
Total	23	615.243,32		

Tabela 100 - Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	2.705.366,45	901.788,81	10,05**
Desv.Regressão	2	15.990,88	7.995,44	0,09NS
(Calcário)	(5)	2.721.357,33	544.271,46	6,06**
Blocos	3	661.857,83		
Resíduo	15	1.345.064,66	89.670,97	
Total	23	4.728.279,82		

Tabela 101 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	3.190.013,77	1.063.337,92	37,73**
Desv.Regressão	2	71.001,60	35.500,80	1,26NS
(Calcário)	(5)	3.261.015,37	652.203,07	23,14**
Blocos	3	232.669,12		
Resíduo	15	422.730,12	28.182,00	
Total	23	3.916.414,61		

Tabela 102 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	1.990.929,10	663.643,03	16,26**
Desv.Regressão	2	143.091,60	71.545,80	1,75NS
(Calcário)	(5)	2.134.020,70	462.804,14	11,34**
Blocos	3	893.948,79		
Resíduo	15	612.195,45	40.813,03	
Total	23	3.640.164,94		

Tabela 103 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	2.913.700,82	971.233,60	10,33**
Desv.Regressão	2	37.972,88	18.986,44	0,20NS
(Calcário)	(5)	2.951.673,70	590.334,74	6,28**
Blocos	3	90.910,45		
Resíduo	15	1.409.961,79	93.997,45	
Total	23	4.452.545,94		

Tabela 104 – Análise de regressão para os dados experimentais de Campo Mourão, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	2.482.143,00	827.381,00	22,63**
Desv.Regressão	2	61.051,20	30.525,60	0,83NS
(Calcário)	(5)	2.543.194,20	508.638,84	13,91**
Blocos	3	66.714,45		
Resíduo	15	548.377,29	36.558,48	
Total	23	3.158.285,94		

Tabela 105 – Equações de regressão para a 2ª aproximação de Mitscherlich, com os dados experimentais de Campo Mourão.

ANOS	IT	EQUAÇÕES ESTIMADAS
78/79	34	$\hat{Y} = 5.331,85[1 - 10^{-0,0166(X+15,1134)}] \cdot 10^{-0,000237(X+15,1134)^2}$
79/80	30	$\hat{Y} = 2.596,78[1 - 10^{-0,9909(X+0,4843)}] \cdot 10^{0,000130(X+0,4843)^2}$
80/81	28	$\hat{Y} = 3.603,01[1 - 10^{-0,2415(X+2,2707)}] \cdot 10^{0,000012(X+2,2707)^2}$
81/82	33	$\hat{Y} = 2.662,90[1 - 10^{-0,0337(X+11,5725)}] \cdot 10^{0,000130(X+11,5725)^2}$
82/83	12	$\hat{Y} = 4.038,23[1 - 10^{-0,1103(X+3,7270)}] \cdot 10^{-0,000357(X+3,7270)^2}$
83/84	15	$\hat{Y} = 4.078,00[1 - 10^{-0,0692(X+5,3984)}] \cdot 10^{-0,000280(X+5,3984)^2}$

Tabela 106 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 78/79.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.078,00	2.065,00	13,00
2.135,00	2.181,00	-46,00
2.313,00	2.262,00	51,00
2.304,00	2.312,00	-8,00
2.314,00	2.333,00	-19,00
2.336,00	2.327,00	9,00

Tabela 107 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 79/80.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.737,00	1.737,00	0,00
2.592,00	2.593,00	-1,00
2.642,00	2.612,00	30,00
2.579,00	2.630,00	-51,00
2.677,00	2.654,00	23,00
2.683,00	2.684,00	-1,00

Tabela 108 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 80/81.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.578,00	2.584,00	-6,00
3.311,00	3.270,00	41,00
3.421,00	3.497,00	-76,00
3.573,00	3.574,00	-1,00
3.692,00	3.602,00	90,00
3.567,00	3.615,00	-48,00

Tabela 109 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 81/82.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.664,00	1.645,00	19,00
1.751,00	1.835,00	-85,00
2.146,00	2.010,00	136,00
2.080,00	2.177,00	-97,00
2.362,00	2.335,00	27,00
2.490,00	2.490,00	0,00

Tabela 110 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 82/83.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.441,00	2.443,00	-2,00
3.023,00	3.014,00	9,00
3.316,00	3.305,00	11,00
3.358,00	3.420,00	-62,00
3.492,00	3.423,00	69,00
3.327,00	3.352,00	-25,00

Tabela 111 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Campo Mourão. Ano 83/84.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.326,00	2.309,00	17,00
2.658,00	2.725,00	-67,00
3.068,00	2.990,00	78,00
3.144,00	3.140,00	4,00
3.142,00	3.202,00	-60,00
3.225,00	3.197,00	28,00

Tabela 112 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 78/79.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	608.434,15	202.811,38	15,97**
Desv.Regressão	2	25.404,72	12.702,36	1,00NS
(Calcário)	(5)	633.838,87	126.757,06	9,98**
Blocos	3	43.742,33		
Resíduo	15	190.475,66	12.698,37	
Total	23	868.056,86		

Tabela 113 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 79/80.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	2.439.852,67	813.284,22	63,20**
Desv.Regressão	2	10.431,16	5.215,58	0,40NS
(Calcário)	(5)	2.450.283,83	490.056,76	38,08**
Blocos	3	152.189,83		
Resíduo	15	193.010,16	12.867,34	
Total	23	2.795.483,82		

Tabela 114 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 80/81.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	2.321.404,50	773.801,50	8,60**
Desv.Regressão	2	41.791,20	20.895,60	0,23NS
(Calcário)	(5)	2.363.195,70	472.639,14	5,25**
Blocos	3	819.914,12		
Resíduo	15	1.348.930,12	89.928,67	
Total	23	4.532.039,94		

Tabela 115 - Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapua
va, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 81/82.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	1.378.304,03	459.434,67	10,75**
Desv.Regressão	2	176.630,80	87.815,40	2,05NS
(Calcário)	(5)	1.554.934,83	310.986,96	7,27**
Blocos	3	303.283,33		
Resíduo	15	641.211,03	42.747,40	
Total	23	2.499.429,19		

Tabela 116 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 82/83.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	3.181.149,17	1.060.383,05	23,20**
Desv.Regressão	2	131.407,20	65.703,60	1,44NS
(Calcário)	(5)	3.312.556,37	662.511,27	14,50**
Blocos	3	536.085,79		
Resíduo	15	685.302,46	45.686,83	
Total	23	4.533.944,62		

Tabela 117 – Análise de regressão para os dados experimentais de Guarapuava, utilizando a 2ª aproximação de Mitscherlich. Ano 83/84.

C. Variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão	3	5.778.992,21	1.926.330,73	28,58**
Desv.Regressão	2	24.301,12	12.150,56	0,18NS
(Calcário)	(5)	5.803.293,33	1.160.658,66	17,22**
Blocos	3	621.397,50		
Resíduo	15	1.010.909,00	67.393,93	
Total	23	7.435.599,83		

Tabela 118 – Equações de regressão para a 2ª aproximação de Mitscherlich, com os dados experimentais de Guarapuava.

ANO	IT	EQUAÇÕES ESTIMADAS
78/79	5	$\hat{Y} = 1.861,27[1 - 10^{-0,0654(X+6,8356)}] 10^{-0,000083(X+6,8356)^2}$
79/89	3	$\hat{Y} = 3.205,98[1 - 10^{-0,0906(X+5,1127)}] 10^{-0,000057(X+5,1127)^2}$
80/81	4	$\hat{Y} = 3.203,22[1 - 10^{-0,1459(X+3,7446)}] 10^{-0,000012(X+3,7446)^2}$
81/82	5	$\hat{Y} = 2.304,31[1 - 10^{-0,0997(X+4,7318)}] 10^{-0,000039(X+4,7318)^2}$
82/83	91	$\hat{Y} = 11.252,60[1 - 10^{-0,0130(X+5,4711)}] 10^{-0,000893(X+5,4711)^2}$
83/84	4	$\hat{Y} = 2.956,88[1 - 10^{-0,2903(X+1,0861)}] 10^{-0,000085(X+1,0861)^2}$

Tabela 119 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 78/79.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.176,00	1.186,00	-10,00
1.456,00	1.412,00	44,00
1.481,00	1.542,00	-61,00
1.629,00	1.610,00	19,00
1.651,00	1.637,00	14,00
1.608,00	1.614,00	-6,00

Tabela 120 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 79/80.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.093,00	2.096,00	-3,00
2.607,00	2.594,00	13,00
2.840,00	2.844,00	-4,00
2.925,00	2.958,00	-33,00
3.032,00	2.997,00	35,00
2.955,00	2.963,00	-8,00

Tabela 121 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 80/81.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
2.297,00	2.292,00	5,00
2.833,00	2.867,00	-34,00
3.150,00	3.073,00	77,00
3.086,00	3.144,00	-58,00
3.169,00	3.164,00	5,00
3.161,00	3.156,00	5,00

Tabela 122 – Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 81/82.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.525,00	1.524,00	1,00
1.910,00	1.903,00	7,00
2.013,00	2.086,00	-73,00
2.327,00	2.168,00	159,00
2.083,00	2.197,00	-114,00
2.205,00	2.185,00	20,00

Tabela 123 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 82/83.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.575,00	1.602,00	-27,00
2.267,00	2.179,00	88,00
2.440,00	2.499,00	-58,00
2.490,00	2.576,00	-86,00
2.563,00	2.449,00	114,00
1.800,00	1.831,00	-31,00

Tabela 124 - Valores dos Y observados, $\hat{Y}$ estimados e Desvios, com os dados experimentais de Guarapuava. Ano 83/84.

2ª APROXIMAÇÃO DE MITSCHERLICH		
Y Observado	$\hat{Y}$ Estimado	Desvios
1.525,00	1.526,00	-1,00
2.763,00	2.755,00	8,00
2.875,00	2.902,00	-27,00
2.870,00	2.895,00	-25,00
2.924,00	2.858,00	66,00
2.731,00	2.752,00	-21,00

```

10 '*****
20 '
30 '          AJUSTAMENTO DA SEGUNDA LEI DE MITSCHERLICH
40 '
50 '          METODO DE MARQUARDT
60 '
70 '          M=No.DE PARAMETROS
80 '
90 '*****
95 PRINT CHR$(12)
100 M=4
110 INPUT "QUAL O NUMERO DE OBSERVACOES";N
130 DIM B(M),B0(M),B1(M),D(M),D1(M),F(M),G(M),X(N),Y(N)
140 DIM H(M,M),H1(M,M)
150 PRINT "ENTRE COM OS PARES X,Y"
160 FOR J=1 TO N
170 PRINT J,
180 INPUT X(J),Y(J)
190 NEXT J
200 PRINT "ESTIMATIVAS INICIAIS DOS PARAMETROS"
210 FOR I=1 TO M
220 PRINT "b(";I;")=",
230 INPUT B(I)
240 NEXT I
250 ' IT=No. DA ITERACAO
260 IT=0
270 J0=0
280 Q=.01
290 ' INICIA A ITERACAO
300 SQ=0
310 FOR I=1 TO M
320 FOR J=1 TO M
330 H(I,J)=0
340 NEXT J
350 G(I)=0
360 NEXT I
370 ' OBTENCAO DE H,G,SQ=S(B)
380 B1=B(1)*LOG(10)
390 FOR J=1 TO N
400 Z=X(J)+B(2)
410 U=10^(-B(3)*Z)
420 V=1-U
430 W=10^(-B(4)*Z*Z)
440 F(1)=V*W
450 F(2)=B1*W*(B(3)*U-2*B(4)*Z*V)
460 F(3)=B1*Z*U*W
470 F(4)=-B1*Z*Z*W*V
480 E=Y(J)-B(1)*F(1)
490 SQ=SQ+E^2
500 FOR I=1 TO M
510 FOR K=I TO M
520 H(I,K)=H(I,K)+2*F(I)*F(K)
530 NEXT K
540 G(I)=G(I)-2*E*F(I)
550 NEXT I
560 NEXT J
570 FOR I=1 TO M-1
580 FOR J=I+1 TO M
590 H(J,I)=H(I,J)
600 NEXT J
610 NEXT I
620 GOSUB 1310
630 ' CALCULA NOVAS ESTIMATIVAS
640 D=0

```

```

650 P0=2^-J0
660 FOR I=1 TO M
670 D(I)=0
680 FOR J=1 TO M
690 D(I)=D(I)-H1(I,J)*G(J)
700 NEXT J
710 B0(I)=B(I)+P0*D(I)
720 D=D+D(I)*G(I)
730 NEXT I
740 IF D<0 THEN 730
750 Q=10*Q
760 GOSUB 1310
770 GOTO 640
780 SQ=0
790 FOR J=1 TO N
800 Z=X(J)+B0(2)
810 E=Y(J)-B0(1)*(1-10^(-B0(3)*Z))*10^(-B0(4)*Z^2)
820 SQ=SQ+E^2
830 NEXT J
840 IT=IT+1
850 GOSUB 1680
860 ' TESTA FINALIZACAO
870 FOR I=1 TO M
880 D1(I)=ABS(B0(I)-B(I))
890 IF D1(I)>10^-4*(B(I)+10^-3) THEN 930
900 NEXT I
910 GOTO 1010
920 ' PREPARA NOVA ITERACAO
930 PRINT "ITERACAO:";IT
940 FOR I=1 TO M
950 B(I)=B0(I)
960 PRINT "B(";I;")=";B(I)
970 NEXT I
980 PRINT "SQ=";SQ
990 GOTO 300
1000 ' CALCULA ELEMENTOS PARA A ANALISE
1010 M1=0
1020 M2=0
1030 FOR J=1 TO N
1040 M1=M1+Y(J)
1050 M2=M2+Y(J)*Y(J)
1060 NEXT J
1070 C=M1*M1/N
1080 ST=M2-C
1090 SR=ST-SQ
1100 MR=SR/(M-1)
1110 M0=SQ/(N-M)
1120 F=MR/M0
1130 ME=M1/N
1140 CV=SQR(M0)/ME*100
1150 C1=SR/ST
1160 CD=C1-(M-1)*(1-C1)/(N-M)
1170 ' IMPRIME RESULTADOS
1180 LPRINT "ITERACOES:";IT
1190 LPRINT "ESTIMATIVAS DOS PARAMETROS"
1200 FOR I=1 TO M
1210 LPRINT "B(";I;")=";B0(I)
1220 NEXT I
1230 LPRINT "ANALISE "

```

```

1240 LPRINT " SQDESV=";S0
1250 LPRINT " QMDESV=";M0
1260 LPRINT " F=";F;"(";M-1;"E";N-M;"GRAUS DE LIBERDADE)"
1270 LPRINT " C. DET.=";CD
1280 LPRINT " C.VAR.=";CV
1282 'IF B0(4)<0 THEN 1288
1283 'GOSUB 3000
1284 'PRINT "XMAX=";XM
1285 'PRINT "YMAX=";YM
1286 'GOTO 1290
1288 'PRINT "NAO TEM MAXIMO"
1290 END
1300 ' SUBROTINA PARA INVERTER H. INVERSA=H1
1310 FOR I=1 TO M
1320 IF H(I,I)=0 THEN H(I,I)=Q ELSE H(I,I)=(1+Q)*H(I,I)
1330 FOR J=1 TO M
1340 H1(I,J)=0
1350 NEXT J
1360 H1(I,I)=1
1370 NEXT I
1380 FOR I=1 TO M
1390 FOR J=I TO M
1400 IF H(J,I) <> 0 THEN 1440
1410 NEXT J
1420 PRINT "MATRIZ SINGULAR"
1430 GOTO 200
1440 FOR K=1 TO M
1450 S=H(I,K)
1460 H(I,K)=H(J,K)
1470 H(J,K)=S
1480 S=H1(I,K)
1490 H1(I,K)=H1(J,K)
1500 H1(J,K)=S
1510 NEXT K
1520 T=1/H(I,I)
1530 FOR K=1 TO M
1540 H(I,K)=T*H(I,K)
1550 H1(I,K)=T*H1(I,K)
1560 NEXT K
1570 FOR L=1 TO M
1580 IF L=I THEN 1640
1590 T=-H(L,I)
1600 FOR K=1 TO M
1610 H(L,K)=H(L,K)+T*H(I,K)
1620 H1(L,K)=H1(L,K)+T*H1(I,K)
1630 NEXT K
1640 NEXT L
1650 NEXT I
1660 RETURN
1670 ' OBTENCAO DE SOMA DE QUADRADOS ACEITAVEL
1680 P=D*P0^2/(2*(SQ-S0+P0*D))
1690 J1=0
1700 IF S0<SQ THEN 2010
1710 Q=10*Q
1720 IF .75*P0<P THEN P2=.75*P0 ELSE P2=P
1730 IF .25*P0>P2 THEN P1=.25*P0 ELSE P1=P2
1740 IF P1<=10^-7 THEN 1960
1750 J0=J0+1
1760 FOR I=1 TO M
1770 B1(I)=B(I)+P1*D(I)

```

```

1780 NEXT I
1790 S1=0
1800 FOR J=1 TO N
1810 Z=X(J)+B1(2)
1820 E=Y(J)-B1(1)*(1-10^(-B1(3)*Z))*10^(-B1(4)*Z^2)
1830 S1=S1+E^2
1840 NEXT J
1850 IF S1<SQ THEN 1910
1860 IF J1=1 THEN RETURN
1870 P0=P1
1890 P=D*P1^2/(2*(SQ-S1+P1*D))
1900 GOTO 1720
1910 FOR I=1 TO M
1920 B0(I)=B1(I)
1930 NEXT I
1940 S0=S1
1950 RETURN
1960 FOR I=1 TO M
1970 B0(I)=B(I)
1980 NEXT I
1990 S0=SQ
2000 GOTO 1010
2010 J0=INT(J0/2)
2020 IF P<=0 THEN P=2*P0
2030 IF Q<=10^-7 THEN Q=10^-7 ELSE Q=.1*Q
2040 IF P<1000 THEN P1=P ELSE P1=1000
2050 IF ABS(P1-P0)<=.1*P0 THEN RETURN
2060 J1=1
2070 SQ=S0
2080 GOTO 1760
2090 ' DETERMINA O MAXIMO
3000 'R=(X(1)+X(N))/2
3010 'A1=(B0(3)+2*B0(4)*(R+B0(2)))*10^(-B0(3)*(R+B0(2)))
3020 'A2=2*B0(4)*(R+B0(2))
3030 'A3=1-10^(-B0(3)*(R+B0(2)))
3040 'NU=A1-A2
3050 'DE=-2*B0(4)*A3-B0(3)*LOG(10)*A1
3060 'R0=R-NU/DE
3070 'IF ABS(R0-R)<.0001 THEN 3100
3080 'R=R0
3090 'GOTO 3010
3100 'XM=R0
3110 'Z=XM+B0(2)
3120 'YM=B0(1)*(1-10^(-B0(3)*Z))*10^(-B0(4)*Z^2)
3130 'RETURN

```

```

C      CALCULO DO MAXIMO DA FUNCAO
C       $Y=A*(1-10^{**}(-C+(X+B)))*10^{**}(-K*(X+B)**2)$ 
C
      DIMENSION Z(20), Y(20)
C      ENTRADA DOS VALORES ALEATORIOS A,B,C,K, DELTA DA FUNCAO ACIMA
10 READ(5,1) N, AO,BO,CO,PKO,DELTA
      1 FORMAT(I1,4F15.10,F4,2)
C      ENTRADA DOS VALORES DE X
      READ(5,2) (Z(I),I=1,N)
      2 FORMAT(F2.0)
      WRITE(7,3) (Z(I),I=1,N),DELTA
      3 FORMAT(/,6F3.0,'DELTA= ',F4.2)
      WRITE (7,5) N, AO,BO,CO,PK=
      5 FORMAT ('N= ',I1,' A= ',F15.10,' B= ',F15.10,' C= ',F15.10,' K= ',F15.
110)
      M=N+1
      DO 42 I=1,M
      Y(I)=AO*(1-10**(-CO*(Z(I)+BO)))*10**(-PKO*(Z(I)+BO)**2)
      J=I+1
      Y(J)=AO*(1-10**(-CO*(Z(J)+BO)))*10**(-PKO*(Z(J)+BO)**2)
      IF (Y(J)-Y(I) 20,20,42)
20 WRITE(7,8) I,J
      8 FORMAT(1X,'TROCA DE SINAL PARA I= ',I2,' E J= ',I2)
      X=Z(I)
32 Y1=AO*(1-10**(-CO*(X*BO)))*10**(-PKO*(X+BO)**2)
      X=X+DELTA
      Y2=AO*(1-10**(-C*(X+BO)))*10**(-PKO*(X+BO)**2)
      DIF=Y2-Y1
      IF(DIF) 35,33,35
33 WRITE(7,9) Y1,Y2,X,DIF
      9 FORMAT (' Y1= ',F15.8,' Y2= ',F15.8,' X= ' F15.8,' DIF= ',F15.8)
35 TEST=ABS(DIF)
      IF (TEST-0.0000001) 43,43,30
30 IF (DIF) 41,41,32
41 X=X-DELTA
      DELTA=DELTA/2
      GO TO 32
42 CONTINUE
43 STOP
      END

```