DISTRIBUIÇÃO DO ESTIMADOR DE YATES NA RECUPERAÇÃO DA INFORMAÇÃO INTERBLOCOS

AGOSTINHO ROBERTO DE ABREU

Engenheiro-Agrônomo

Orientador: Prof. Dr. Izaías Rangel Nogueira

Tese apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Agronomia, Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

PIRACICABA

Estado de São Paulo - Brasil

Janeiro, 1985

A Ana Heliza,
Luciana, Daniel
e Pedro Henrique,

D E D I C O.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dr. Izaias Rangel Nogueira, pela orientação segura e valiosa durante todo o Curso.

Ao Professor Dr. Cássio Roberto de Melo Godoi, pela amizade, ensinamentos e co-orientação deste trabalho.

À Escola Superior de Agricultura de Lavras (ESAL), pela oportunidade.

Aos companheiros e amigos Dr. Celso Chiarini e Dr. Carlos Roberto Padovani, pelo auxílio e constante disponibilidade.

Aos Professores José Vitor Silveira e Paulo César Lima, da ESAL, pela elaboração dos programas computacionais.

Aos Professores do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP, pelos ensinamentos, disponibilidade e amizade sincera.

Aos colegas do Departamento de Ciências Exatas da ESAL, pelo incentivo e colaboração.

Aos colegas do Curso, pela amizade, companheirismo e troca de idéias.

À CAPES, pelo apoio financeiro prestado.

Aos funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ/USP, e em especial ao Sr. Octávio Frassetto, pela amizade de muitos anos.

Í N D I C E

	Pág.
RESUMO	v
SUMMARY	vii
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	4
3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	18
4. APLICAÇÃO	27
5. CONCLUSÕES	45
6. LITERATURA CITADA	47
A P Ê N D I C E	50

DISTRIBUIÇÃO DO ESTIMADOR DE YATES NA RECUPERAÇÃO DA INFORMAÇÃO INTERBLOCOS

Autor: Agostinho Roberto de Abreu
Orientador: Prof. Dr. Izaias Rangel Nogueira

R E S U M O

Para se conhecer com exatidão a possibilidade do aproveitamento da informação, sobre efeitos de tratamentos existentes entre os totais de blocos, quando se faz a análise da variância com recuperação da informação inter-blocos, nos ensaios em blocos incompletos balanceados (BIB), pelo método proposto por YATES (1939, 1940), obteve-se a função de densidade de probabilidade (f.d.p.) do estimador $\hat{a}$ de a , onde:

$$\hat{a} = \frac{c_1 V_r}{c_2 V_b - c_3 V_r}$$

Com a f.d.p. de $\hat{a}$, determinaram-se as probabilidades de ocorrência da estimativa do parâmetro a , no in

intervalo $[0, 1]$, subdividido nos sub-intervalos (classes): 0,00 a 0,25; 0,25 a 0,50; 0,50 a 0,75 e 0,75 a 1,00, isto para o caso de BIB tipo III, embora a f.d.p. encontrada seja geral, ou seja, para BIB's tipos I, II e III.

O intervalo $[0, 1]$ foi o considerado, por se tratar do intervalo ao qual o parâmetro pertence, embora na estimação possam ocorrer estimativas fora deste intervalo.

A função de densidade de probabilidade do estimador $\bar{a}(z)$ é:

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_\ell z^2} \cdot \frac{\left(\frac{\theta_\ell}{m}\right)^{\theta_\ell/2} \frac{1 - \alpha_\ell z^{[(\theta_\ell/2)-1]}}{\tau_\ell z}}{\beta\left(\frac{\theta_\ell}{2}, \frac{m}{2}\right) \left(1 + \frac{\theta_\ell}{m} \cdot \frac{1 - \alpha_\ell z^{[(\theta_\ell+m)/2]}}{\tau_\ell z}\right)}, & p/z \notin \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \\ 0 & , p/z \in \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \end{cases}$$

PROBABILITY DISTRIBUTION OF YATES ESTIMATOR IN THE INTERBLOCK INFORMATION RECOVERY

Author: Agostinho Roberto de Abreu
Adviser: Prof. Dr. Izaias Rangel Nogueira

S U M M A R Y

In order to know exactly the possibility of the recovery of information over treatment effects existent in differences among block totals when the analysis of variance is performed in incomplete block designs (BIB), by YATES method proposed in 1939, the density function of the distribution of $\hat{a}$ was obtained, where

$$\hat{a} = \frac{c_1 V_r}{c_2 V_b - c_3 V_r}$$

With the probability density at hand, probability of $\hat{a}$ belonging to $[0, 1]$ interval was calculated and the interval was subdivided in 0.00 to 0.25; 0.25 to 0.50;

0.50 to 0.75 and from 0.75 to 1.00. All this was done only for the type III BIB case, although the p.d.f. found can be proved general, that is, for type I, II and III cases.

The $[0, 1]$ interval was selected by the definition of $\hat{a}$, although the estimates can fall outside the above interval.

The p.d.f. of $\hat{a}$ found was,

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_\ell z^2} \cdot \frac{\left(\frac{\theta_\ell}{m}\right)^{\theta_\ell/2} \frac{1 - \alpha_\ell z^{[(\theta_\ell/2)-1]}}{\left(\frac{\tau_\ell z}{\tau_\ell z}\right)}}{\beta\left(\frac{\theta_\ell}{2}, \frac{m}{2}\right) \left(1 + \frac{\theta_\ell}{m} \cdot \frac{1 - \alpha_\ell z^{[(\theta_\ell+m)/2]}}{\tau_\ell z}\right)}, & \text{for } z \notin \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \\ 0 & , \text{ for } z \in \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \end{cases}$$

1. INTRODUÇÃO

Na análise intrabloco de experimentos em blocos incompletos equilibrados (BIB), os contrastes entre blocos não são considerados na estimação de efeitos de tratamentos, pois os efeitos de blocos são considerados fixos e estimam-se os efeitos de tratamentos eliminando-se os efeitos de blocos. Entretanto, os contrastes entre blocos também contêm informações sobre os efeitos de tratamentos. Por exemplo, seja o ensaio em BIB, com $v = 4$ (A, B, C e D); $r=3$; $\lambda=1$; $k=2$ e $b=6$:

Bloco 1: A B	Bloco 3: A D	Bloco 5: B D
Bloco 2: A C	Bloco 4: B C	Bloco 6: C D

Observa-se, por exemplo, que o contraste $B_1 - B_2$ (totais dos Blocos 1 e 2, respectivamente) podem fornecer informação a respeito do contraste $t_2 - t_3$. Convém observar que, em blocos completos, não há essa informação, pois cada bloco contém todos os tratamentos, de maneira que os contrastes entre blocos revelam efeitos de blocos e/ou do acaso.

Conforme afirma MALHEIROS (1982), a análise com recuperação da informação interblocos começou com YATES (1939), quando pretendia aproveitar a informação sobre diferenças de efeitos de tratamentos contida nas comparações entre totais de blocos, em um ensaio reticulado cúbico. O mesmo autor, em 1940, adaptou o processo para ensaios em blocos incompletos equilibrados. NAIR (1944) adaptou-o para ensaios em blocos parcialmente equilibrados, e RAO (1947) generalizou o processo, para qualquer ensaio em blocos incompletos.

Embora a recuperação da informação interblocos tenha surgido para ensaios em blocos incompletos, PORTNOY (1973) afirma que ela pode ser utilizada para um grande número de ensaios, desde que um ou mais fatores sejam aleatórios, e que os efeitos fixos não sejam ortogonais a eles; apresenta o caso em que apenas um efeito é aleatório.

No método de YATES (1939) são envolvidos dois parâmetros, que são os pesos por parcela nas comparações intrablocos e interblocos, w e w' , respectivamente. Alguns autores usam apenas um parâmetro, que na realidade é o quociente dos dois parâmetros originais. ROY e SMITH (1962) consideram $\rho = \frac{w}{w'}$, e PIMENTEL GOMES (1978) considera $a = \frac{w'}{w}$.

Na prática, esses parâmetros são desconhecidos e precisam ser estimados. Além do método de YATES (1939), vários autores já apresentaram outros, porém o mais usado ainda é o primeiro.

No presente trabalho, parte-se do estimador de YATES (1939), adaptado por PIMENTEL GOMES (1978), e chega-se na função de densidade de probabilidade de $\hat{a}$, utilizada na recuperação da informação interblocos, para os blocos equilibrados dos tipos I, II e III, conforme classificação de COCHRAN e COX (1957).

2. REVISÃO DE LITERATURA

Antes do ano de 1939 toda estimativa para comparação de tratamentos nos ensaios em blocos incompletos baseava-se, apenas, na informação intrablocos que, como o próprio nome indica, é a informação obtida através de comparações entre os valores observados em parcelas de um mesmo bloco. Foi exatamente neste ano que YATES mostrou como aproveitar a informação sobre efeito de tratamentos contida nas comparações entre totais de blocos, denominando de informação interblocos, com um ensaio reticulado cúbico $P \times P \times P$. Para isso YATES considerou os efeitos de blocos de forma aleatória e, para obter melhores estimativas para diferenças entre tratamentos, considerou uma combinação da informação interblocos com a informação intrablocos. Essas

estimativas foram denominadas estimativas combinadas ou estimativas com a recuperação da informação interblocos das diferenças entre tratamentos.

Para combinar esses dois tipos de informação, YATES (1939) afirma que os totais das parcelas nas comparações intrablocos e os totais das parcelas nas comparações interblocos devem ser multiplicados, respectivamente, pelos pesos W e W' , sendo que a variância residual das médias dos blocos é $\frac{1}{pw}$ e que a variância residual das parcelas, para comparações interblocos, é $\frac{1}{w}$, e obtêm, para o reticulado cúbico $p \times p \times p$, que:

$$W = \frac{1}{\sigma^2} \quad \text{e} \quad W' = \frac{1}{\sigma^2 + p\sigma_b^2}$$

onde:

σ_b^2 = variância de blocos;

σ^2 = variância residual intrablocos.

Considerando-se que σ^2 e σ_b^2 são geralmente desconhecidas, o autor propõe um método para estimá-las, estimativas estas obtidas dos dados, por igualar o quadrado médio de blocos, eliminando o efeito de tratamentos, ou seja, o quadrado médio de blocos ajustado para tratamentos, e o quadrado médio do resíduo intrablocos a seus respectivos valores esperados.

YATES (1940) faz uma adaptação desse procedimento para ensaios em blocos incompletos equilibrados. Considera que os parâmetros que caracterizam esses ensaios são:

V = número de tratamentos;

b = número de blocos;

c = número de grupos de blocos;

K = número de parcelas por bloco ($K < V$);

r = número de repetições dos tratamentos;

λ = número de blocos em que dois tratamentos quaisquer ocorrem juntos:

e obtêm as estimativas intrablocos, interblocos e combinadas das diferenças entre totais de tratamentos.

As estimativas obtidas para os pesos W e W' são:

a) Se os blocos não são dispostos em grupos de repetições (tipo III):

$$W = \frac{1}{S^2} \quad \text{e} \quad W' = \frac{V(r-1)}{K(b-1) S_b^2 - (V-K) S^2} ;$$

b) Se os blocos são dispostos em c grupos de repetições, $c \neq r$ (tipo II):

$$W = \frac{1}{S^2} \quad \text{e} \quad W' = \frac{V(r-1) - K(c-1)}{K(b-c) S_b^2 - (V-K) S^2} \quad ;$$

c) Se os blocos são dispostos em c grupos de repetições, $c=r$ (tipo I);

$$W = \frac{1}{S^2} \quad \text{e} \quad W' = \frac{r-1}{rS_b^2 - S^2} \quad ;$$

onde:

S^2 = Q.M. para o resíduo intrablocos;

S_b^2 = Q.M. para blocos, eliminando o efeito de tratamentos, para o caso (a), ou o Q.M. referente ao $b-c$ graus de liberdade, para os casos (b) e (c), onde $b-c$ graus de liberdade referem-se à soma de graus de liberdade do componente devido aos tratamentos $(v-1)$ mais complemento $(b-c-v+1)$.

Considerando-se que os verdadeiros valores dos pesos W e W' satisfazem à relação $W < W'$, e que esta relação pode não ser válida para suas estimativas, quando se obtêm $S_b^2 < S^2$, o autor sugere que nesses casos sejam consideradas como estimativas finais as estimativas truncadas desses pesos, ou seja:

$$W = W' = \frac{1}{S^2} \quad .$$

O autor afirma ainda que, sendo S_b^2 baseada frequentemente em um menor numero de graus de liberdade que S^2 , existe uma diferença de precisão nas estimativas de W e W' . O efeito dessa diferença de precisão foi investigado em alguns casos, com resultados não publicados, mas mostram que a perda de informação não depende apenas dos graus de liberdade, mas também do fator eficiência, e que esta perda é de pouca importância nos casos práticos mais comuns.

NAIR (1944) considera os ensaios em blocos incompletos parcialmente equilibrados e faz uma adaptação do procedimento da recuperação da informação interblocos proposto por YATES (1939). Para a estimação dos pesos W e W' , o autor considera duas classes de ensaios em blocos incompletos parcialmente equilibrados, que são:

a) Os blocos são agrupados em repetições, ou seja: $V = nK$ e $b = nr$ ("resolvable design"), sendo n o numero de blocos por repetição e os demais parâmetros são os definidos para blocos incompletos equilibrados; e

b) Os blocos não podem ser agrupados em repetições ("non-resolvable design"); e apresenta os quadros de análise de variância para as duas classes de ensaios (a) e (b), contendo as expressões para as somas de quadrados, bem como as suas esperanças, donde pode-se obter as estimativas σ_b^2 e σ^2 , para

os casos em que as estimativas interblocos podem ser determinadas, ou seja, $b > v + r - 1$ para ensaios da classe (a) e $V > b$ para ensaios da classe (b).

As expressões obtidas para as estimativas dos pesos W e W' são as mesmas obtidas por YATES (1940) para ensaios em blocos incompletos equilibrados, nos casos correspondentes.

O autor apresenta ainda, formas aproximadas para se estimar W e W' para ensaios em blocos incompletos em que os blocos são de tamanhos desiguais, e para ensaios em blocos incompletos em que os blocos são de tamanhos iguais, porém tendo algumas parcelas perdidas.

RAO (1947) generaliza o procedimento da recuperação da informação interblocos proposto por YATES (1939) para qualquer ensaio em blocos incompletos. Considera um ensaio com parâmetros:

V = número de tratamentos;

b = número de blocos;

K = número de parcelas por bloco ($K < V$);

r_i = número de repetições do tratamento i ;

λ_{ij} = número de vezes em que os tratamentos i e j ocorrem juntos num mesmo bloco ($i=1,2,\dots,V$ e $j=1,2,\dots,V$);

e apresenta as equações normais para as estimativas intrabloco, interblocos e combinados dos efeitos de tratamentos.

O autor apresenta ainda, o esquema para a análise da variância, onde mostra as somas de quadrados para resíduo intrablocos e para blocos, eliminando-se o efeito de tratamentos, que são utilizados na estimação dos pesos W e W' .

Mostra também as esperanças:

$$E(V_1) = (bk - b - V + 1)\sigma^2$$

$$E(V_2) = (b-1)\sigma^2 + (bk-V)\sigma_b^2, \quad ,$$

donde se obtêm as seguintes estimativas para os pesos W e W' :

$$W = \frac{bk - b - V + 1}{V_1} \quad \text{e} \quad W' = \frac{bk - V}{kV_2 - \frac{(V-k)V_1}{bk - b - V + 1}}$$

onde:

$$V_1 = \text{Q.M. residual};$$

$$V_2 = \text{Q.M. de blocos (eliminando tratamentos)}.$$

Observe-se que as expressões são equivalentes às obtidas por YATES (1940), para ensaios em blocos incompletos equilibrados.

Segundo COCHRAN e COX (1957), a recuperação da informação interblocos não deve ser utilizada se o número

de blocos do ensaio for pequeno. Para o caso particular de ensaios reticulados quadrados, os autores afirmam que esta não deve ser utilizada, a menos que o número de blocos seja maior que 10.

SISKIND (1968) estuda a questão da perda de informações quando se utiliza um valor incorreto de $p = \frac{W}{W'}$ na obtenção de estimativas combinadas, em ensaios em blocos incompletos equilibrados. Ele mostra que se a estimativa do parâmetro não for muito discrepante de seu valor verdadeiro, a perda de informação é pequena, principalmente se o tamanho dos blocos for grande.

Segundo PORTNOY (1973), embora a recuperação da informação interblocos tenha surgido para ensaios em blocos incompletos, este procedimento pode ser utilizado para um grande número de ensaios, desde que um ou mais fatores sejam aleatórios e os efeitos fixos não sejam ortogonais a eles. O autor considera o caso em que apenas um dos efeitos é aleatório, e afirma que a generalização é claramente possível. Considera que um número I de "subjects" ou blocos são sorteados de forma aleatória de uma grande população e que n_i ($i=1,2,\dots,I$) observações são tiradas de cada "subject", observações estas representadas pelo vetor $\underline{x}_i$, que seguem o modelo:

$$\underline{x}_i = E_i \underline{u} + a_i \underline{e} + \underline{\varepsilon}_i, \quad ,$$

onde, para $i=1,2,\dots,n_i$,

$\underline{u}$ é o vetor dos m parâmetros fixos, descrevendo os efeitos fixos;

E_i é a matriz do ensaio, da ordem $n_i \times m$;

a_i é uma variável aleatória, independente de $a_{i'}$, $i \neq i'$ e $a_i \sim N(0, \sigma_a^2)$;

$\underline{\varepsilon}_i$ é o vetor dos desvios, cujas componentes são normalmente e independentemente distribuídas, com média zero e variância σ^2 ;

e faz a recuperação da informação interblocos, neste caso.

KHATRI e SHAH (1975) apresentam um método para se obter a variância exata de uma classe de estimadores combinados de efeitos de tratamentos, classe esta que inclui as estimativas propostas por YATES (1940), RAO (1947), STEIN (1966), SESHADRI (1963), SHAH (1964) e outras. Utilizando-se esta variância, faz-se, além da comparação de algumas estimativas de efeitos combinados, um estudo dos casos em que a recuperação da informação interblocos, conforme proposta por YATES (1940), melhora as estimativas intrablocos correspondentes. Consideram quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados (E_1 : $b=12$, $v=9$, $K=3$, $r=4$; E_2 : $b=18$,

$V=10$, $K=5$, $r=9$; E_3 : $b=30$, $V=10$, $K=3$, $r=9$ e E_4 : $b=57$, $V=19$, $K=3$, $r=9$) e, para $\rho=1, 2, 3$ e 5 , calculam a razão entre a média das variâncias dos contrastes envolvendo duas estimativas combinadas e a correspondente variância intrablocos e concluem que o procedimento da recuperação da informação interblocos, proposto por YATES (1940), apresenta uma melhoria na estimativa intrablocos, exceto quando o valor de ρ é grande.

SHAARAWI *et alii* (1975) apresentam dois métodos de estimação de ρ baseados na verossimilhança marginal que, segundo o autor, foi descrita por Fraser (1968), e comparam, através de simulação de dados, esses métodos com outros, dentre os quais o proposto por YATES (1940). Os autores consideram quatro ensaios em blocos incompletos equilibrados (E_1 : $b=10$, $V=6$, $k=3$, $r=5$; E_2 : $b=18$, $V=10$, $k=5$, $r=9$; E_3 : $b=30$, $V=10$, $k=3$, $r=9$ e E_4 : $b=57$, $V=19$, $k=3$, $r=19$) e, para $\rho=1, 2, 4$ e 8 e, ainda, sob a condição que $t_1=t_2=\dots=t_v=0$, simulam 300 conjuntos de dados. A comparação é feita através da média das variâncias dos contrastes envolvendo dois tratamentos, considerando-se as estimativas de ρ e seus valores exatos, e a conclusão é que os estimadores propostos pelos autores e o proposto por YATES (1940) são os melhores, e que eles apresentam resultados bastante parecidos.

PIMENTEL GOMES (1978), considerando o sistema de equações normais para estimativas combinadas, na forma:

$$(C + aC_1) \underline{t}^* = Q + aQ_1,$$

onde t^* é a estimativa combinada dos efeitos de tratamentos, sistema que é equivalente ao apresentado por ROY e SHAH (1962), apenas considerando o parâmetro $a = \frac{W'}{W}$ ao invés de $\rho = \frac{W}{W'}$ e utilizando as estimativas de W e W' obtidas por YATES (1940), obtêm a estimativa $\hat{a}$ do parâmetro a . Como $0 \leq a \leq 1$, o autor considera a estimativa truncada em 0 e 1, ou seja,

$$a^* = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{a} < 0 \\ \hat{a} & \text{se } 0 \leq \hat{a} < 1 \\ 1 & \text{se } \hat{a} \geq 1 \end{cases}$$

Considerando a restrição $At^* = 0$, com

$$A = \left[-\frac{\lambda}{K} + \frac{a^*}{k} \left(\lambda - \frac{r^2}{b} \right) \right] J_V^V,$$

onde J_V^V é uma matriz de ordem $v \times v$, com todos os elementos iguais a 1.

MALHEIROS (1982) considera os ensaios em blocos incompletos equilibrados do tipo III, pela classificação de COCHRAN e COX (1957), caracterizados pelos parâmetros v , b , r , k e λ , segundo notação de YATES (1940). Consi

dera, ainda, quatro ensaios:

- a) Ensaio 1: $v=13$, $b=13$, $r=4$, $k=4$ e $\lambda=1$ ($e_0=27$);
- b) Ensaio 2: $v=5$, $b=10$, $r=6$, $k=3$ e $\lambda=3$ ($e_0=16$);
- c) Ensaio 3: $v=6$, $b=15$, $r=5$, $k=2$ e $\lambda=1$ ($e_0=10$);
- d) Ensaio 4: $v=4$, $b=4$, $r=3$, $k=3$ e $\lambda=2$ ($e_0=5$);

onde e_0 é o número de graus de liberdade do resíduo, e para cada um deles variam os valores de σ_b^2 e σ^2 de forma que o parâmetro $a = \frac{W'}{W}$ assumam os valores: 0,25; 0,50 e 0,75. O autor justifica tais variações para verificar se os efeitos da estimação dos pesos W e W' , nos testes de significância, quando se faz a recuperação da informação interblocos, dependem ou não desses parâmetros e, quando dependem, seleciona os casos em que esses efeitos podem ou não ser desprezados.

Para cada uma das 12 combinações dos quatro ensaios com os três valores de a , considera ainda três situações para os efeitos de tratamentos:

- a) os efeitos são nulos;
- b) dois efeitos são não nulos (-2,50 e 2,50) e os demais nulos;
- c) dois efeitos são não nulos (-5,00 e 5,00) e os demais nulos.

Para cada um dos 36 casos, simula-se em computador 2.000 conjuntos de dados (ensaios).

O método para estimar o parâmetro a é o proposto por YATES (1939, 1940), e a estimativa (BIB tipo III) é dada por

$$\hat{a} = \frac{V(r-1)S^2}{k(b-1)S_b^2 - (v-k)S^2},$$

onde,

S^2 = Q.M. resíduo intrablocos;

S_b^2 = Q.M. blocos (eliminando tratamentos).

Para cada um dos 2.000 ensaios simulados para cada caso considerado, determinam-se as estimativas $\hat{a}$ e a^* do parâmetro a , sendo a^* a estimativa truncada, ou seja:

$$a^* = \begin{cases} 0 & \text{se } \hat{a} < 0 \\ \hat{a} & \text{se } 0 \leq \hat{a} \leq 1 \\ 1 & \text{se } \hat{a} > 1 \end{cases}$$

Determina-se, também, para cada caso considerado, a distribuição de frequência das estimativas $\hat{a}$ pertencentes ao intervalo $[0, 1]$ em classes de amplitude 0,05.

O autor estuda ainda a influência do parâmetro a no teste F da análise da variância, quando se faz a recuperação da informação interblocos e na diferença mínima significativa do teste Tukey, ao nível de 1 e 5%.

MALHEIROS (1982) conclui, entre outras coisas, que: para ensaios em BIB não muito pequenos, a probabilidade de $\hat{a}$ ser menor que zero é quase nula e que o número de estimativas $\hat{a}$ do parâmetro a maiores que um aumenta quando se aumenta o valor de a . Também conclui que existe um valor de a em que as estimativas a^* desse parâmetro passam de superestimativas para subestimativas.

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Para se conhecer com exatidão a possibilidade do aproveitamento de informação sobre efeitos de tratamentos existentes entre os totais de blocos, quando se faz a recuperação da informação interblocos em ensaios em blocos incompletos equilibrados (BIB), pelo método proposto por YATES (1939, 1940), procurou-se obter a função de densidade de probabilidade do estimador de a .

No caso de BIB e de reticulados quadrados, o parâmetro de recuperação da informação interblocos é definido como:

$$a = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + k\sigma_b^2} \quad ,$$

onde:

k é o tamanho dos blocos;

σ^2 e σ_b^2 são as variâncias dos desvios e de blocos ajustados, respectivamente, e independentemente distribuídos, com médias zero.

O estimador de Yates de a é dado por

$$\hat{a} = \frac{c_1 v_r}{c_2 v_b - c_3 v_r},$$

onde:

v_r é o quadrado médio do resíduo;

v_b é o quadrado médio de blocos, ajustado;

$$\left. \begin{array}{l} c_1 = r-1 \\ c_2 = r \\ c_3 = 1 \end{array} \right\} \text{ BIB Tipo I ;}$$

$$\left. \begin{array}{l} c_1 = V(r-1) - k(c-1) \\ c_2 = k(b-c) \\ c_3 = v-k \end{array} \right\} \text{ BIB Tipo II ;}$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= v(r-1) \\ c_2 &= k(b-1) \\ c_3 &= v-k \end{aligned} \right\} \text{ BIB Tipo III .}$$

Obs.: c_1 , c_2 e c_3 são coeficientes positivos.

O modelo matemático é definido como:

$$y_{ij} = \mu + \beta_i + \tau_j + \varepsilon_{ij} \quad ,$$

onde:

- μ é a média geral (constante);
- β_i é o efeito do i -ésimo bloco;
- τ_j é o efeito do j -ésimo tratamento;
- ε_{ij} é o erro do j -ésimo tratamento no i -ésimo bloco.

Tem-se ainda:

- v = nº de tratamentos;
- r = nº de repetições de cada tratamento;
- b = nº de blocos do ensaio;
- k = tamanho do bloco.

Para cada tipo de BIB tem-se:

TIPO	Causas de Variação	G.L.	Q.M.	E(Q.M.)	$\hat{a}$	Obs.
I	Blocos dentro de repetições	$\theta_1 = b - r$	V_b	$\sigma^2 + \underbrace{\frac{(v-r)(r-1)}{b-r}}_{\phi_1} \sigma_b^2$	$\frac{(r-1) V_r}{rV_b - V_r}$	$bk = vr$
II	Blocos dentro de grupos	$\theta_2 = b - c$	V_b	$\sigma^2 + \underbrace{\frac{(v-k)(c-1)}{b-c}}_{\phi_2} \sigma_b^2$	$\frac{(v-k)(c-1)V_r}{k(b-c)V_b - [k(b-1) - v(c-1)]V_r}$	$bk \neq vr$
III	Blocos	$\theta_3 = b - 1$	V_b	$\sigma^2 + \underbrace{\frac{v(r-1)}{b-1}}_{\phi_3} \sigma_b^2$	$\frac{v(r-1)V_r}{k(b-1)V_b - (v-k)V_r}$	$bk = vr$

Obs.: Em todos os casos tem-se:

i) Para o Resíduo:

$$G.L.: m = bk - b - v + 1$$

$$Q.M.: V_r$$

$$E(Q.M.): \sigma^2$$

ii) $E(Q.M.)$ para os três tipos é da forma:

$$\sigma^2 + \phi_l \sigma_b^2, \text{ com } l=1, 2 \text{ e } 3$$

(diferem só pela constante ϕ_l)

iii) $\hat{a}$ para os três tipos é da forma:

$$\frac{c_{1l} V_r}{c_{2l} V_b - c_{3l} V_r},$$

onde $c_{1\ell}$, $c_{2\ell}$ e $c_{3\ell}$ são constantes bem definidas, para cada um dos três tipos de BIB.

Sabe-se que:

$$\frac{\theta_{\ell} V_b}{E(V_b)} \sim \chi^2_{(\theta_{\ell})}, \quad \frac{mV_r}{E(V_r)} \sim \chi^2_{(m)}$$

e são independentes. Então,

$$\frac{\frac{\theta_{\ell} V_b}{E(V_b)}}{\frac{mV_r}{E(V_r)}} \sim F_{(\theta_{\ell}, m)}$$

Para um ℓ qualquer ($\ell=1, 2$ e 3) tem-se:

$$X_{\ell} = \frac{\frac{\theta_{\ell} V_b}{\sigma^2 + \phi_{\ell} \sigma_b^2}}{\frac{mV_r}{\sigma^2}} = \frac{\theta_{\ell} \sigma^2}{m(\sigma^2 + \phi_{\ell} \sigma_b^2)} \cdot \frac{V_b}{V_r}$$

Fazendo

$$\frac{\theta_{\ell} \sigma^2}{m(\sigma^2 + \phi_{\ell} \sigma_b^2)} = \delta_{\ell},$$

fica:

$$X_{\ell} = \delta_{\ell} \frac{V_b}{V_r},$$

que tem distribuição de $F_{(\theta_{\ell}, m)}$.

Portanto,

$$\frac{V_b}{V_r} = \frac{X_{\ell}}{\delta_{\ell}}.$$

Os valores de δ_{ℓ} são:

TIPO	δ_{ℓ}	$F_{(\theta_{\ell}, m)}$
I	$\frac{(b-r) \sigma^2}{m[\sigma^2 + \frac{(v-k)(r-1)}{b-r} \sigma_b^2]}$	$F_{(b-r; bk-b-v+1)}$
II	$\frac{(b-c) \sigma^2}{m[\sigma^2 + \frac{(v-k)(c-1)}{b-c} \sigma_b^2]}$	$F_{(b-c; bk-b-v+1)}$
III	$\frac{(b-1) \sigma^2}{m[\sigma^2 + \frac{v(r-1)}{b-1} \sigma_b^2]}$	$F_{(b-1; bk-b-v+1)}$

Ainda para um ℓ genérico, tem-se:

$$\hat{a} = \frac{c_{1\ell} V_r}{c_{2\ell} V_b - c_{3\ell} V_r} = \frac{1}{\frac{c_{2\ell}}{c_{1\ell}} \frac{V_b}{V_r} - \frac{c_{3\ell}}{c_{1\ell}}} = \frac{1}{\alpha_\ell + \tau_\ell X_\ell}$$

com $\alpha_\ell = -\frac{c_{3\ell}}{c_{1\ell}}$ e $\tau_\ell = \frac{c_{2\ell}}{c_{1\ell}} \frac{1}{\delta_\ell}$ e onde, para todos os tipos, $\alpha_\ell < 0$, $\tau_\ell > 0$ e $X_\ell > 0$.

Despreza-se, aqui, o índice " ℓ ", mas não se pode ignorá-lo no final da dedução, pois a menos de constantes, as distribuições coincidem nos três tipos.

Usa-se a técnica de mudança de variável.

Se

$$X \sim F_{(\theta, m)} \implies f(x) = \frac{\Gamma(\frac{\theta+m}{2}) (\frac{\theta}{m})^{\theta/2}}{\Gamma(\frac{\theta}{2}) \Gamma(\frac{m}{2})} \cdot \frac{x^{[(\theta/2)-1]}}{(1 + \frac{\theta}{m} x)^{[(\theta+m)/2]}}$$

com $0 < x < \infty$,

$$z = \frac{1}{\alpha + \tau X}$$

Seja

$$z = \frac{1}{\alpha + \tau X} \implies x = \frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{z} - \alpha \right)$$

$$\text{Se } 0 < x < \infty \implies \begin{cases} 0 < x < -\frac{\alpha}{\tau} \implies \frac{1}{\alpha} < z < -\infty \\ x > -\frac{\alpha}{\tau} \implies 0 < z < \infty \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dz} = -\frac{1}{\tau z^2}$$

Portanto,

$$g(z) = \left| \frac{dx}{dz} \right| f\left[\frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{z} - \alpha\right)\right] \implies$$

$$\implies g(z) = \frac{1}{\tau z^2} \frac{\Gamma\left(\frac{\theta+m}{2}\right) \left(-\frac{\theta}{m}\right)^{\theta/2}}{\Gamma\left(\frac{\theta}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \cdot \frac{\left[\frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{z} - \alpha\right)\right]^{[(\theta/2)-1]}}{\left[1 + \frac{\theta}{m} \frac{1}{\tau} \left(\frac{1}{z} - \alpha\right)\right]^{[(\theta+m)/2]}}$$

$$g(z) = \frac{\Gamma\left(\frac{\theta+m}{2}\right) \left(-\frac{\theta}{m}\right)^{\theta/2}}{\Gamma\left(\frac{\theta}{2}\right) \Gamma\left(\frac{m}{2}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{1}{\tau}\right)^{\theta/2} (1 - z\alpha)^{[(\theta/2)-1]}}{z^{[(\theta/2)+1]} \left[1 + \frac{\theta}{\tau m} \left(\frac{1}{z} - \alpha\right)\right]^{[(\theta+m)/2]}}$$

$$\text{Com } \begin{cases} \frac{1}{\alpha} < z < -\infty \\ 0 < z < \infty \end{cases}$$

e $g(z) = 0$ nos demais.

Ou seja,

$$g(z) = \frac{1}{\tau z^2} \cdot \frac{\left(\frac{\theta}{m}\right)^{\theta/2} \left(\frac{1 - \alpha z}{\tau z}\right)^{[(\theta/2)-1]}}{\beta\left(\frac{\theta}{2}, \frac{m}{2}\right) \left(1 + \frac{\theta}{m} \cdot \frac{1 - \alpha z}{z}\right)^{[(\theta+m)/2]}} \quad , \text{ se } z \notin \left(\frac{1}{\alpha}, 0\right)$$

e $g(z) = 0$ se $z \in \left(\frac{1}{\alpha}, 0\right)$.

A fórmula genérica da f.d.p. de $\hat{a}$ para os três tipos de BIB é dada por:

$$g(z) = \frac{1}{\tau_\ell z^2} \cdot \frac{\left(\frac{\theta_\ell}{m}\right)^{\theta_\ell/2} \left(\frac{1 - \alpha_\ell z}{\tau_\ell z}\right)^{[(\theta_\ell/2)-1]}}{\beta\left(\frac{\theta_\ell}{2}, \frac{m}{2}\right) \left(1 + \frac{\theta_\ell}{m} \cdot \frac{1 - \alpha_\ell z}{\tau_\ell z}\right)^{[(\theta_\ell+m)/2]}} \quad , \quad z \notin \left(\frac{1}{\alpha}, 0\right)$$

e $g(z) = 0$ se $z \in \left(\frac{1}{\alpha}, 0\right)$, para $\ell = 1, 2$ e 3 , sendo ilustrado pelo seguinte gráfico:

4. APLICAÇÃO

Com a função de densidade de probabilidade de $\hat{a}$, dada por:

$$g(z) = \frac{1}{\tau_\ell z^2} \cdot \frac{\left(\frac{\theta_\ell}{m}\right)^{\theta_\ell/2} \left(\frac{1 - \alpha_\ell z}{\tau_\ell z}\right)^{[(\theta_\ell/2)-1]}}{\beta\left(\frac{\theta_\ell}{2}, \frac{m}{2}\right) \left(1 + \frac{\theta_\ell}{m} \cdot \frac{1 - \alpha_\ell z}{\tau_\ell z}\right)^{[(\theta_\ell+m)/2]}} , \text{ com } z \notin \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \\ z = \hat{a}$$

considerando, nesta aplicação, o delineamento em blocos incompletos balanceados (BIB) do tipo III, onde

$$\tau_3 = \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{m(\sigma^2 + \frac{v(r-1)}{(b-1)} \sigma_b^2)}{(b-1)\sigma^2}$$

e dividindo o numerador e o denominador de τ_3 por σ^2 , fica:

$$\tau_3 = \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{m(1 + \frac{v(r-1)}{(b-1)} \frac{\sigma_b^2}{\sigma^2})}{(b-1)}.$$

Com isso tem-se, na expressão de τ_3 , uma variável que é σ_b^2/σ^2 , a qual foi tomada com os seguintes valores: 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50 e 1,75. Para cada um desses quocientes, obtiveram-se as funções de densidade de probabilidades de setenta e sete ensaios, perfazendo um total de quinhentas e trinta e nove funções.

Os 77 ensaios em BIB tipo III foram esquematizados com as seguintes variações de fatores:

- a) número de tratamentos (v) = 3 a 21;
- b) número de blocos (b) = 3 a 24;
- c) tamanho de blocos - constante dentro de cada ensaio (k) = 2 a 11;
- d) número total de parcelas ($bk=rv$) = 6 a 240;
- e) número de graus de liberdade do resíduo (m) = 1 a 201.

Obs.: A relação dos BIB tipo III foi observada, ou seja:

$$\lambda(v-1) = r(k-1) \quad , \quad \text{com} \quad \begin{cases} 1 \leq \lambda \leq 10 \\ 2 \leq r \leq 16 \\ v < k \end{cases}$$

Para cada ensaio e dentro de cada quociente de variâncias (σ_b^2/σ^2), obteve-se a função de distribuição de $\hat{a}$, pelo processo de integração de Romberg (BAJDAI, 1977), isso dentro do intervalo $[0, 1]$. Esse intervalo foi considerado, por ser nele que ocorre toda a variação do parâmetro a , ou seja

$$a = \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + k\sigma_b^2} \quad (\text{YATES, 1939}).$$

O intervalo $[0, 1]$ foi subdividido em sub-intervalos (classes), da seguinte maneira: de 0,00 a 0,25; de 0,25 a 0,50; de 0,50 a 0,75 e de 0,75 a 1,00. Com isso, pode-se observar a distribuição de $\hat{a}$ ao longo do intervalo $[0, 1]$. (As tabelas dessas distribuições encontram-se no Apêndice).

Foram utilizados o computador PDP 11/34-A, que trabalhou com precisão mínima de 10^{-5} e o CP-500.

Foram feitas ordenações crescentes dos ensaios, segundo os itens:

- a) número total de parcelas;
- b) número total de tratamentos;
- c) número de blocos;
- d) tamanho dos blocos;
- e) número de graus de liberdade do resíduo.

Quando se ordenam os ensaios, segundo o número total de parcelas (Tabela 1 e Figura 1), observa-se que: a medida em que estas aumentam, a probabilidade de ocorrência de $\hat{a}$, entre zero e um, também aumenta. Porém, nota-se uma concentração das probabilidades na primeira classe (de 0,00 a 0,25) e esta concentração é tanto mais acentuada a medida em que o quociente σ_b^2/σ^2 aumenta. A partir dos ensaios com 50 parcelas, a probabilidade estabiliza-se em praticamente 100% na classe de 0,00 a 0,25 de $\hat{a}$, com exceção da relação (σ_b^2/σ^2) 0,25, que também se estabiliza, na mesma classe e com praticamente 100% de probabilidade a partir dos ensaios com 62 parcelas no seu total.

Na relação de variância 0,25, a medida em que o número de parcelas aumenta, a probabilidade de se obter uma estimativa do parâmetro a ($\hat{a}$), no intervalo $[0, 1]$, também aumenta, e de maneira sistemática, começando em 50% com ensaios de 6 parcelas e indo se estabilizar em praticamente 100%, quando os ensaios possuem em torno de 55 parcelas. Nos demais quociente (σ_b^2/σ^2) , fato semelhante ocorre: em 0,50 e 0,75, inicia-se por volta de 55% e 59% de probabilidade, respectivamente (6 parcelas nos ensaios) e estabilizam-se em praticamente 100% nos ensaios com 52 parcelas. No quociente 1,00, a menor probabilidade de ocorrência de $\hat{a}$, entre zero e um, é 62%, com 6 parcelas indo estabilizar-se, como as an

teriores, com 48 parcelas. As três últimas relações (1,25; 1,50 e 1,75) têm comportamentos semelhantes entre si. A menor probabilidade, em torno de 65%, com 6 parcelas, e estabilizam-se em praticamente 100%, com 28 parcelas.

Quando cresce o quociente σ_b^2/σ^2 , aumenta também, de maneira sistemática, a probabilidade de ocorrência da estimativa no intervalo $[0, 1]$, isto dentro de cada número total de parcelas dos ensaios.

Tabela 1 - Probabilidades percentuais médias de ocorrência de $\hat{a}$ no intervalo $[0, 1]$, para os quocientes de variâncias (σ_b^2/σ^2) 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50 e 1,75. Ensaios ordenados em relação a b_k (número total de parcelas). (Obs.: Q é o número de ensaios com b_k parcelas).

[illegible]

Figura 1 - Representação gráfica da Tabela 1.

Na ordenação dos ensaios, levando-se em consideração o número de tratamentos (Tabela 2 e Figura 2), observa-se o seguinte: de um modo geral pode-se dizer que é de praticamente 100% a probabilidade de se obter a estimativa de a entre zero e um, isto quando nos ensaios estão envolvidos oito ou mais tratamentos. Nos casos em que se tem menos de oito tratamentos, observa-se que somente com três e quando $\sigma_b^2/\sigma^2 = 0,25$, é que a probabilidade é menor que 80%. Nos demais casos esta fica entre 80% e 99%.

Observa-se, ainda, que quanto maior o quociente σ_b^2/σ^2 maior é a probabilidade de ocorrência de $\hat{a}$ entre zero e um, dentro de cada número de tratamento.

Tabela 2 - Probabilidades percentuais médias de ocorrência de $\hat{a}$ no intervalo $[0, 1]$, para os quocientes de variâncias (σ_1^2/σ^2) 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50 e 1,75. Ensaios ordenados em relação a v (número de tratamentos). (Obs.: Q é o número de ensaios com v tratamentos).

v	Q	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
3	8	67.98	80.08	86.20	89.54	91.56	92.88	93.82
4	9	80.35	87.90	91.78	93.97	95.32	96.23	96.87
5	7	86.32	91.67	94.57	96.26	97.44	98.25	98.50
6	6	90.74	94.44	96.55	97.82	98.56	99.08	99.38
7	10	93.09	96.50	98.02	98.87	99.34	99.58	99.73
8	2	99.91	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
9	7	98.83	99.61	99.85	99.93	99.97	99.98	99.99
10	4	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
11	5	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
12	2	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
13	2	99.66	99.94	99.98	100.00	100.00	99.99	100.00
15	4	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
16	7	99.92	99.98	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
19	2	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
21	2	100.00	100.00	100.00	99.96	100.00	100.00	100.00

Figura 2 - Representação gráfica da Tabela 2.

Quando se ordenam os dados, levando-se em conta o tamanho de blocos (Tabela 3 e Figura 3), observa-se que: para ensaios com blocos de tamanho três (três parcelas por blocos) ou maior, é de praticamente 100% a probabilidade de se obter a estimativa de α entre zero e um. Somente para ensaios com blocos de duas parcelas cada é que se nota uma variação um pouco diferente, sendo as probabilidades médias de ocorrência de $\hat{\alpha}$ entre zero e um as seguintes: na relação $\sigma_b^2/\sigma^2 = 0,25$ é de 64%; para 0,50 a probabilidade é de 77%; em 0,75 tem-se 85%; na relação 1,00 é de 89%; na relação 1,25 tem-se 92%; em 1,50 é de 93% e, finalmente, no quociente 1,75 tem-se a probabilidade de 94%.

Tabela 3 - Probabilidades percentuais medias de ocorrência de $\hat{a}$ no intervalo $[0, 1]$, para os quocientes de variância (σ_0^2/σ^2) 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50 e 1,75. Ensaios ordenados em relação a k (tamanho dos blocos). Obs.: Q é o número de ensaios com blocos de tamanho k .

[illegible]

Figura 3 - Representação gráfica da Tabela 3.

Na ordenação dos ensaios, levando-se em consideração o número de blocos (Tabela 4 e Figura 4), nota-se que há um aumento das probabilidades, com o aumento do número de blocos do ensaio, porém, não de maneira sistemática como nos itens anteriores. Observa-se, também, que não há uma estabilização da probabilidade de ocorrência de $\hat{a}$ entre zero e um, porém, dentro de cada total de blocos dos ensaios há, sistematicamente, como em todos os itens considerados, um aumento de probabilidade da estimativa de a situar-se entre zero e um, com o aumento do quociente das variâncias (σ_b^2/σ^2).

Tabela 4 - Probabilidades percentuais médias de ocorrência de $\hat{a}$ no intervalo $[0, 1]$, para os quocientes de variâncias (σ_b^2/σ^2) 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50 e 1,75. Ensaios ordenados em relação a b (número de blocos). (Obs.: Q é o número de ensaios com b blocos).

b	Q	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
3	1	50.37	54.93	58.64	61.74	64.37	66.63	68.62
4	1	78.52	85.36	89.23	91.66	93.28	94.44	95.31
5	1	94.00	96.98	98.18	98.71	99.99	99.35	99.51
6	3	67.74	74.45	79.32	82.97	85.79	87.99	89.74
7	3	92.45	96.42	97.62	98.45	98.95	99.25	99.47
8	4	98.23	99.30	99.66	99.82	99.89	99.93	99.95
9	2	81.80	88.13	92.03	94.51	96.11	97.18	97.91
10	5	87.48	91.65	94.05	95.64	96.73	97.84	98.08
11	3	99.95	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
12	7	88.53	93.55	96.18	97.64	98.49	99.01	99.33
13	2	99.66	99.94	99.98	100.00	100.00	99.99	100.00
14	5	99.38	99.86	99.94	99.98	100.00	100.00	100.00
15	8	90.55	94.44	96.69	97.98	98.71	99.19	99.46
16	3	99.73	99.96	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
18	5	88.98	94.97	97.67	98.88	99.44	99.71	99.84
19	2	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
20	5	93.15	96.82	98.51	99.28	99.64	99.82	99.90
21	8	91.76	95.99	98.04	99.00	99.50	99.73	99.85
22	3	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
24	6	92.53	97.38	99.07	99.66	99.87	99.95	99.97

Figura 4 - Representação gráfica da Tabela 4.

Ordenando-se os ensaios, considerando o número de graus de liberdade do resíduo (Tabela 5 e Figura 5), nota-se, também um aumento na probabilidade de ocorrência da estimativa $\hat{a}$ entre zero e um, com o aumento do número de graus de liberdade do resíduo. Este aumento da probabilidade não é de maneira sistemática, mas estabiliza-se em praticamente 100%, nas seguintes situações estudadas: para os quocientes de variâncias (σ_b^2/σ^2) 0,25; 0,50 e 0,75, a estabilização acontece por volta de 25 graus de liberdade para o resíduo; para os quocientes 1,00 e 1,25 a estabilização da probabilidade é observada por volta de 19 graus de liberdade e, finalmente, para as relações de variâncias 1,50 e 1,75, a estabilização se verifica em torno de 11 graus de liberdade para o resíduo.

Tabela 5 - Probabilidades percentuais médias de ocorrência de $\hat{a}$ no intervalo $[0, 1]$, para os quocientes de variância (σ_0^2/σ^2) 0,25; 0,50; 0,75; 1,00; 1,25; 1,50 e 1,75. Ensaios ordenados em relação a m (graus de liberdade do resíduo). (Obs.: Q é o número de ensaios com m graus de liberdade residual).

[illegible]

Figura 5 - Representação gráfica da Tabela 5.

5. CONCLUSÕES

Nas condições do presente trabalho, pode-se concluir que:

- a) A função de densidade de probabilidade do estimador $\hat{a}(z)$ de a é dada por

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_\ell z^2} \cdot \frac{\left(\frac{\theta_\ell}{m}\right)^{\theta_\ell/2} \frac{1 - \alpha_\ell z^{[(\theta_\ell/2)-1]}}{\left(\frac{\tau_\ell z}{\tau_\ell z}\right)}}{\mathcal{B}\left(\frac{\theta_\ell}{z}, \frac{m}{2}\right) \left(1 + \frac{\theta_\ell}{m} \cdot \frac{1 - \alpha_\ell z^{[(\theta_\ell+m)/2]}}{\tau_\ell z}\right)}, & p/z \notin \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \\ 0 & , p/z \in \left[\frac{1}{\alpha}, 0\right] \end{cases}$$

- b) Quanto maior o valor do quociente σ_b^2/σ^2 , maior é a probabilidade da estimativa de a situar-se entre ze
ro e um.
- c) Quanto maior o número de parcelas do ensaio, maior é a probabilidade de ocorrência de $\hat{a}$ entre zero e um. O mesmo acontece com o número de graus de liberde
dade do resíduo.
- d) De um modo geral, a estimativa de a , quando está entre
tre zero e um, situa-se na faixa de 0,00 a 0,50. Quando
do o número de parcelas do ensaio aumenta, a maior ocorrência é de estimativas entre 0,00 e 0,25. Esta situação é intensificada à medida em que se aumenta a relação σ_b^2/σ^2 .

6. LITERATURA CITADA

- BAJPAI, A.C.; I.M. CALUS e J.A. FAIRLEY, 1977. Numerical Methods for Engineers and Scientists, a Student's Course Book (CAMET). John Wiley & Sons. 380 p.
- COCHRAN, W.G. e G.M. COX, 1957. Experimental Designs. 2ª ed., Nova York, John Wiley & Sons. 611 p.
- KHATRI, G.G. e K.R. SHAH, 1975. Exact variance of combined inter and intra-block estimates in incomplete block designs. Journal of the American Statistical Association. Washington, 70: 402-406.
- MALHEIROS, E.B., 1982. Efeitos da recuperação da informação interblocos na inferência estatística em ensaios em blocos incompletos equilibrados. Piracicaba, ESALQ/USP. [Tese de Doutorado].

- MOOD, A.M.; F.A. GRAYBILL e D.C. BOES, 1974. Introduction to the Theory of Statistics. 3ª ed. Nova York, McGraw-Hill. 564 p.
- NAIR, K.R., 1944. The recovery of inter-block information in incomplete block designs. Sankhyā. Calcutā, 6: 383-390.
- PIMENTEL GOMES, F., 1978. Curso de Estatística Experimental. 8ª ed., São Paulo, Livraria Nobel. 430 p.
- PORTNOY, S., 1973. On recovery of intra-block information. Journal of the American Statistical Association. Washington, 68: 384-391.
- RAO, C.R., 1947. General methods of analysis for incomplete block designs. Journal of the American Statistical Association. Washington, 42: 541-561.
- ROY, J. e K.R. SHAH, 1962. Recovery of inter-block information. Sankhyā. Calcutā, 24: 269-280.
- SESHADRI, V., 1963. Combining unbiased estimators. Biometrics. Tucson, 19: 163-170.
- SHAARAWI, A.E.; R.L. PRENTICE e K.R. SHAH, 1975. Marginal procedures of mixed models with reference to block designs. Sankhyā. Calcutā, 37: 91-99.
- SHAH, K.R., 1964. On a local property of combined inter and intra-block estimators. Sankhyā. Calcutā, 26: 87-90.

SISKIND, V., 1968. On using an incorrect value of σ_b^2/σ^2 in balance incomplete block designs. Biometrika. Londres, 55: 254-255.

STEIN, C., 1966. An approach to the recovery of inter-block information in balanced incomplete block designs. In: DAVID, F.N. (ed.), Research Papers in Statistics. Nova York, John Wiley & Sons. p. 351-356.

YATES, F., 1939. The recovery of inter-block information in variety trials arranged in three dimensional lattices. Annals of Eugenics. Londres, 9: 136-156.

YATES, F., 1949. The recovery of inter-block information in balanced incomplete block design. Annals of Eugenics. Londres, 10: 317-325.

A P Ê N D I C E:

TABELAS DE DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADES PERCENTUAIS DE $\hat{a}$ NOS INTERVALOS 0,00 A 0,25; 0,25 A 0,50; 0,50 A 0,75 e 0,75 A 1,00. SOMA DAS PROBABILIDADES DE OCORRÊNCIA DE $\hat{a}$ ENTRE ZERO E UM E MÉDIA DE $\hat{a}$ NOS QUOCIENTES CONSIDERADOS, PARA OS ENSAIOS ESTUDADOS.

TABELA 1 bk= 6 lambda= 1 v= 3 r= 2 k= 2 b= 3 m= 1

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	30.72	34.21	37.23	39.88	42.26	44.40	46.36
.25 .50	9.59	10.28	10.77	11.14	11.40	11.59	11.72
.50 .75	5.92	6.19	6.35	6.43	6.46	6.45	6.41
.75 1.0	4.14	4.25	4.29	4.29	4.25	4.19	4.13
S O M A	50.37	54.93	58.64	61.74	64.37	66.63	68.62
MEDIA	0.29	0.29	0.28	0.27	0.27	0.26	0.26

TABELA 2 bk=12 lambda= 1 v= 4 r= 3 k= 2 b= 6 m= 3

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	13.96	18.70	23.30	27.69	31.85	35.75	39.41
.25 .50	14.20	17.05	19.16	20.66	21.66	22.26	22.55
.50 .75	10.87	12.02	12.54	12.62	12.44	12.08	11.63
.75 1.0	8.21	8.51	8.41	8.09	7.65	7.19	6.70
S O M A	47.24	56.28	63.41	69.06	73.60	77.28	80.29
MEDIA	0.45	0.42	0.40	0.38	0.36	0.34	0.33

TABELA 3 bk=12 lambda= 2 v= 3 r= 4 k= 2 b= 6 m= 4

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	14.20	20.47	26.58	32.36	37.72	42.64	47.13
.25 .50	18.45	22.18	24.44	25.59	25.96	25.79	25.27
.50 .75	14.27	14.98	14.72	13.98	13.03	12.02	11.02
.75 1.0	10.40	9.93	9.05	8.07	7.14	6.30	5.56
S O M A	57.32	67.56	74.79	80.00	83.85	86.75	88.98
MEDIA	0.47	0.43	0.40	0.37	0.34	0.32	0.30

TABELA 4 bk=12 lambda= 2 v= 4 r= 3 k= 3 b= 4 m= 5

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	36.58	48.61	57.87	64.24	69.40	73.45	76.70
.25 .50	23.53	22.08	19.84	17.63	15.66	13.97	12.52
.50 .75	11.72	9.58	7.51	6.54	5.54	4.75	4.13
.75 1.0	6.69	5.09	4.01	3.25	2.68	2.27	1.96
S O M A	78.52	85.36	89.23	91.66	93.28	94.44	95.31
MEDIA	0.34	0.29	0.26	0.24	0.22	0.21	0.19

TABELA 5 bk=18 lambda= 3 v= 3 r= 6 k= 2 b= 9 m= 7

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	8.49	15.11	22.42	29.85	37.00	43.66	49.73
.25 .50	21.60	28.55	32.60	34.27	34.29	33.21	31.50
.50 .75	19.45	20.21	18.91	16.80	14.51	12.38	10.51
.75 1.0	14.07	12.38	10.13	8.09	6.42	5.10	4.07
S O M A	63.61	76.25	84.06	89.01	92.22	94.35	95.81
MEDIA	0.53	0.47	0.42	0.38	0.35	0.32	0.29

TABELA 6 bk=20 lambda= 1 v= 5 r= 4 k= 2 b=10 m= 6

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	6.24	10.67	15.73	21.13	26.61	32.03	37.25
.25 .50	15.32	21.36	26.04	29.30	31.29	32.23	32.37
.50 .75	15.18	17.69	18.47	18.11	17.08	15.74	14.27
.75 1.0	12.26	12.54	11.73	10.46	9.09	9.42	6.63
S O M A	49.06	62.26	71.97	79.00	84.07	89.42	90.52
MEDIA	0.55	0.50	0.47	0.43	0.40	0.38	0.35

TABELA 7 bk=20 lambda= 3 v= 5 r= 4 k= 4 b= 5 m=11

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	62.59	74.87	82.95	87.63	90.75	92.79	94.23
.25 .50	20.37	15.81	11.19	8.27	6.33	5.00	4.04
.50 .75	7.64	4.45	2.88	2.11	2.90	1.13	0.90
.75 1.0	3.40	1.85	1.16	0.70	0.01	0.43	0.34
S O M A	94.00	96.98	98.18	98.71	99.99	99.35	99.51
MEDIA	0.25	0.20	0.18	0.16	0.16	0.15	0.14

TABELA 8 bk=21 lambda= 1 v= 7 r= 3 k= 3 b= 7 m= 8

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	26.82	41.36	53.31	62.66	69.92	75.51	79.86
.25 .50	30.27	30.09	27.07	23.30	19.77	16.70	14.13
.50 .75	15.64	12.15	9.18	6.95	5.30	4.11	3.23
.75 1.0	8.35	5.74	3.95	2.79	2.06	1.56	1.21
S O M A	81.08	89.34	93.51	95.70	97.05	97.88	98.43
MEDIA	0.39	0.33	0.28	0.24	0.22	0.20	0.19

TABELA 9 bk=24 lambda= 2 v= 4 r= 6 k= 2 b=12 m= 9

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	4.87	10.10	16.69	24.00	31.49	38.78	45.63
.25 .50	19.49	28.67	34.88	38.24	39.13	38.33	36.46
.50 .75	20.97	23.02	21.97	19.34	16.33	13.64	11.20
.75 1.0	16.15	14.25	11.44	8.79	6.73	4.99	3.77
S O M A	61.48	76.04	84.98	90.37	93.68	95.74	97.06
MEDIA	0.57	0.51	0.46	0.41	0.37	0.34	0.31

TABELA 10 bk=24 lambda= 4 v= 3 r= 8 k= 2 b=12 m=10

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	5.35	11.59	19.40	27.91	36.39	44.41	51.73
.25 .50	22.75	32.83	38.71	40.82	40.26	38.07	35.04
.50 .75	23.46	24.10	21.45	17.83	14.34	11.35	8.93
.75 1.0	16.73	13.52	9.98	7.14	5.08	3.63	2.62
S O M A	68.29	82.04	89.54	93.70	96.07	97.46	98.32
MEDIA	0.56	0.50	0.44	0.39	0.34	0.31	0.28

TABELA 11 bk=24 lambda= 4 v= 4 r= 6 k= 3 b= 8 m=13

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	36.25	56.39	70.11	79.11	85.03	89.02	91.76
.25 .50	37.37	30.08	22.29	16.30	12.01	8.99	6.84
.50 .75	13.87	8.06	4.79	3.00	1.97	1.36	0.97
.75 1.0	5.97	2.79	1.50	0.88	0.55	0.36	0.24
S O M A	93.46	97.32	98.69	99.29	99.56	99.73	99.81
MEDIA	0.35	0.27	0.22	0.19	0.17	0.16	0.15

TABELA 12 bk=28 lambda= 2 v= 7 r= 4 k= 4 b= 7 m=15

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	60.29	77.93	86.76	91.51	94.27	95.95	97.04
.25 .50	26.47	16.20	10.16	6.68	4.59	3.28	2.16
.50 .75	7.23	3.44	1.88	1.12	0.72	0.49	0.61
.75 1.0	2.69	2.42	0.59	0.34	0.22	0.14	0.16
S O M A	96.68	99.99	99.39	99.65	99.80	99.86	99.97
MEDIA	0.25	0.20	0.16	0.15	0.14	0.14	0.13

TABELA 13 bk=30 lambda= 1 v= 6 r= 5 k= 2 b=15 m=10

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	2.62	6.04	10.85	16.73	23.25	30.04	36.78
.25 .50	14.59	24.00	31.94	37.45	40.49	41.44	40.83
.50 .75	19.08	23.36	24.01	22.41	19.75	16.82	14.01
.75 1.0	16.37	16.05	13.70	10.92	8.25	6.36	4.78
S O M A	52.66	69.45	80.50	87.51	91.74	94.66	96.40
MEDIA	0.61	0.55	0.50	0.45	0.41	0.37	0.34

TABELA 14 bk=30 lambda= 2 v= 6 r= 5 k= 3 b=10 m=15

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	30.48	51.84	67.42	77.85	84.70	89.23	92.26
.25 .50	41.13	34.39	25.40	18.13	12.91	9.28	6.77
.50 .75	15.91	8.74	4.86	2.83	1.72	1.09	0.73
.75 1.0	6.21	2.77	1.35	0.72	0.41	0.25	0.16
S O M A	93.73	97.74	99.03	99.53	99.74	99.85	99.92
MEDIA	0.37	0.28	0.22	0.19	0.17	0.16	0.15

TABELA 15 bk=30 lambda= 3 v= 5 r= 6 k= 3 b=10 m=16

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	33.16	55.49	70.92	80.81	87.06	91.08	93.69
.25 .50	41.71	33.00	23.31	16.06	11.12	7.81	5.59
.50 .75	14.83	7.60	4.04	2.27	1.34	0.83	0.55
.75 1.0	5.42	2.26	1.04	0.54	0.30	0.19	0.11
S O M A	95.12	98.35	99.31	99.68	99.82	99.91	99.94
MEDIA	0.36	0.26	0.21	0.18	0.16	0.15	0.14

TABELA 16 bk=30 lambda= 4 v= 6 r= 5 k= 5 b= 6 m=19

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	79.80	90.66	94.86	96.83	97.89	98.52	98.90
.25 .50	14.46	7.04	3.97	2.48	1.66	1.18	0.87
.50 .75	3.23	1.07	0.70	0.43	0.27	0.18	0.14
.75 1.0	1.16	0.73	0.23	0.12	0.09	0.07	0.04
S O M A	98.65	99.50	99.76	99.86	99.91	99.95	99.95
MEDIA	0.19	0.15	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 17 bk=30 lambda= 5 v= 3 r=10 k= 2 b=15 m=13

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	3.46	9.05	16.98	26.22	35.78	44.96	53.34
.25 .50	22.93	35.91	43.63	46.12	44.90	41.51	37.13
.50 .75	26.80	27.20	23.06	17.98	13.46	9.90	7.23
.75 1.0	18.79	13.97	9.31	5.97	3.81	2.46	1.61
S O M A	71.98	86.13	92.98	96.29	97.95	98.83	99.31
MEDIA	0.59	0.51	0.44	0.38	0.34	0.30	0.27

TABELA 18 bk=36 lambda= 1 v= 9 r= 4 k= 3 b=12 m=16

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	23.41	44.10	61.07	73.24	81.55	87.15	90.93
.25 .50	42.64	39.17	30.36	22.13	15.81	11.27	8.09
.50 .75	18.63	10.68	5.90	3.35	1.98	1.20	0.75
.75 1.0	7.54	3.37	1.59	0.80	0.42	0.24	0.15
S O M A	92.22	97.32	98.92	99.52	99.76	99.86	99.92
MEDIA	0.40	0.31	0.24	0.20	0.18	0.16	0.15

TABELA 19 bk=36 lambda= 3 v= 4 r= 9 k= 2 b=18 m=15

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	2.05	6.24	13.00	21.63	31.15	40.71	49.71
.25 .50	19.87	34.47	44.58	48.98	48.78	45.64	40.98
.50 .75	27.53	29.58	25.53	19.81	14.57	10.43	7.39
.75 1.0	20.51	15.43	10.07	6.22	3.79	2.31	1.41
S O M A	69.96	85.72	93.18	96.64	98.29	99.09	99.49
MEDIA	0.61	0.53	0.46	0.40	0.35	0.31	0.28

TABELA 20 bk=36 lambda= 6 v= 3 r=12 k= 2 b=18 m=16

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	2.27	7.14	14.95	24.71	35.18	45.38	54.68
.25 .50	22.59	38.24	47.74	50.59	48.65	44.04	38.34
.50 .75	29.69	29.77	24.07	17.61	12.30	8.41	5.74
.75 1.0	20.44	14.00	8.42	4.86	2.79	1.62	0.94
S O M A	74.99	89.15	95.18	97.77	98.92	99.45	99.70
MEDIA	0.60	0.52	0.44	0.38	0.33	0.29	0.26

TABELA 21 bk=36 lambda= 6 v= 4 r= 9 k= 3 b=12 m=21

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	35.35	61.03	77.28	86.57	91.84	94.89	96.72
.25 .50	45.67	31.98	19.84	12.09	7.48	4.74	3.08
.50 .75	12.96	5.25	2.26	1.08	0.55	0.30	0.17
.75 1.0	3.75	1.17	0.45	0.18	0.09	0.05	0.03
S O M A	97.73	99.43	99.83	99.92	99.96	99.98	100.00
MEDIA	0.34	0.24	0.19	0.16	0.15	0.14	0.13

TABELA 22 bk=40 lambda= 2 v= 5 r= 8 k= 2 b=20 m=16

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	1.40	4.68	10.42	18.24	27.31	36.55	45.94
.25 .50	17.19	32.21	43.65	49.71	50.80	48.63	44.04
.50 .75	26.99	30.58	27.42	21.63	15.99	11.44	8.04
.75 1.0	21.41	16.76	11.06	6.84	4.12	2.47	1.49
S O M A	66.99	84.23	92.55	96.42	98.22	99.09	99.51
MEDIA	0.63	0.55	0.48	0.42	0.37	0.32	0.29

TABELA 23 bk=40 lambda= 6 v= 5 r= 8 k= 4 b=10 m=26

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	71.36	88.76	95.01	97.53	98.66	99.22	99.52
.25 .50	23.65	9.89	4.50	2.26	1.24	0.72	0.45
.50 .75	3.63	1.03	0.38	0.17	0.08	0.05	0.03
.75 1.0	0.86	0.21	0.07	0.03	0.02	0.01	0.00
S O M A	99.50	99.89	99.96	99.99	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.21	0.16	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 24 bk=42 lambda= 1 v= 7 r= 6 k= 2 b=21 m=15

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	1.01	3.32	7.49	13.45	20.75	28.81	37.08
.25 .50	12.88	25.49	37.12	45.19	49.19	49.61	47.55
.50 .75	22.65	29.00	28.89	25.12	20.22	15.54	11.65
.75 1.0	20.47	18.70	14.09	9.69	6.38	4.13	2.65
S O M A	57.01	76.51	87.59	93.45	96.54	98.09	98.93
MEDIA	0.65	0.58	0.52	0.46	0.41	0.36	0.32

TABELA 25 bk=42 lambda= 2 v= 7 r= 6 k= 3 b=14 m=22

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	28.20	54.04	72.38	83.57	90.11	93.92	96.17
.25 .50	48.80	37.42	24.18	14.91	9.17	5.71	3.63
.50 .75	15.56	6.48	2.75	1.25	0.61	0.31	0.17
.75 1.0	4.62	1.40	0.49	0.19	0.09	0.04	0.02
S O M A	97.18	99.34	99.80	99.92	99.98	99.98	99.99
MEDIA	0.37	0.26	0.20	0.17	0.15	0.14	0.14

TABELA 26 bk=42 lambda= 5 v= 7 r= 6 k= 6 b= 7 m=29

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	91.14	97.18	98.74	99.33	99.62	99.75	99.83
.25 .50	6.80	2.35	1.06	0.57	0.34	0.22	0.15
.50 .75	1.50	0.31	0.14	0.10	0.03	0.03	0.02
.75 1.0	0.14	0.09	0.03	0.00	0.01	0.00	0.00
S O M A	99.38	99.93	99.97	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.15	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 27 bk=42 lambda= 7 v= 3 r=14 k= 2 b=21 m=19

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	1.51	5.68	13.24	23.35	34.59	45.70	55.85
.25 .50	21.98	40.02	51.30	54.46	51.76	45.93	38.99
.50 .75	32.25	31.97	24.69	16.96	11.06	7.05	4.46
.75 1.0	21.80	13.76	7.46	3.88	2.01	1.05	0.57
S O M A	77.54	91.43	96.69	98.65	99.42	99.73	99.87
MEDIA	0.61	0.52	0.44	0.38	0.33	0.28	0.25

TABELA 28 bk=48 lambda= 1 v=16 r= 3 k= 6 b= 8 m=25

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	87.45	95.59	98.06	99.00	99.43	99.65	99.78
.25 .50	9.95	3.66	1.65	0.86	0.49	0.30	0.20
.50 .75	1.62	0.49	0.19	0.10	0.05	0.03	0.01
.75 1.0	0.49	0.14	0.06	0.02	0.02	0.01	0.01
S O M A	99.51	99.88	99.96	99.98	99.99	99.99	100.00
MEDIA	0.16	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 29 bk=48 lambda= 4 v= 4 r=12 k= 2 b=24 m=21

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	0.91	3.98	10.31	19.57	30.56	41.92	52.62
.25 .50	18.90	37.93	51.58	56.79	55.19	49.58	42.30
.50 .75	32.59	34.19	26.87	18.41	11.80	7.32	4.49
.75 1.0	23.45	15.00	7.98	3.99	1.97	0.98	0.50
S O M A	75.85	91.10	96.74	98.76	99.52	99.80	99.91
MEDIA	0.63	0.54	0.46	0.39	0.34	0.29	0.26

TABELA 30 bk=48 lambda= 8 v= 3 r=16 k= 2 b=24 m=22

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	1.01	4.54	11.76	22.10	34.02	45.97	56.89
.25 .50	21.22	41.43	54.40	57.85	54.39	47.37	39.27
.50 .75	34.55	33.86	24.96	16.15	9.84	5.85	3.45
.75 1.0	22.94	13.35	6.56	3.07	1.43	0.68	0.33
S O M A	79.72	93.18	97.68	99.17	99.68	99.87	99.94
MEDIA	0.62	0.53	0.44	0.38	0.32	0.28	0.24

TABELA 31 bk=48 lambda= 8 v= 4 r=12 k= 3 b=16 m=29

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	34.36	64.45	82.13	91.03	95.36	97.51	98.62
.25 .50	51.50	31.77	16.71	8.58	4.48	2.42	1.35
.50 .75	11.06	3.20	1.02	0.35	0.15	0.06	0.03
.75 1.0	2.26	0.45	0.12	0.04	0.01	0.01	0.00
S O M A	99.18	99.87	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.33	0.22	0.17	0.15	0.14	0.13	0.13

TABELA 32 bk=52 lambda= 1 v=13 r= 4 k= 4 b=13 m=27

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	60.88	83.73	92.95	96.71	98.36	99.12	99.50
.25 .50	32.06	14.50	6.49	3.08	1.56	0.84	0.48
.50 .75	5.17	1.39	0.47	0.17	0.06	0.02	0.02
.75 1.0	1.20	0.26	0.05	0.03	0.02	0.00	0.00
S O M A	99.31	99.88	99.96	99.99	100.00	99.98	100.00
MEDIA	0.24	0.17	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 37 bk=60 lambda= 2 v=10 r= 6 k= 4 b=15 m=36

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	70.64	90.93	96.95	99.85	99.52	99.78	99.89
.25 .50	26.31	8.56	2.94	0.12	0.47	0.22	0.11
.50 .75	2.52	0.44	0.10	0.03	0.01	0.00	0.00
.75 1.0	0.39	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.86	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.21	0.15	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 38 bk=60 lambda= 4 v= 6 r=10 k= 3 b=20 m=35

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	29.74	62.69	82.55	92.05	96.32	98.24	99.13
.25 .50	56.92	34.41	16.73	7.75	3.61	1.74	0.86
.50 .75	11.02	2.59	0.66	0.19	0.07	0.02	0.01
.75 1.0	1.82	0.26	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.50	99.95	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.34	0.23	0.17	0.15	0.13	0.13	0.13

TABELA 39 bk=60 lambda= 6 v= 5 r=12 k= 3 b=20 m=36

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	31.55	65.00	84.20	93.01	96.84	98.52	99.28
.25 .50	56.47	32.53	15.22	6.83	3.11	1.46	0.72
.50 .75	10.04	2.22	0.54	0.15	0.05	0.02	0.00
.75 1.0	1.55	0.21	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.61	99.96	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.33	0.22	0.17	0.14	0.13	0.13	0.13

TABELA 40 bk=60 lambda= 6 v= 6 r=10 k= 4 b=15 m=40

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	76.68	93.84	98.14	99.35	99.74	99.89	99.95
.25 .50	21.45	5.89	1.81	0.64	0.25	0.11	0.05
.50 .75	0.91	0.23	0.05	0.01	0.01	0.00	0.00
.75 1.0	0.89	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.93	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.19	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 41 bk=60 lambda=8 v=6 r=10 k=5 b=12 m=43

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	92.14	98.41	99.55	99.84	99.93	99.97	99.98
.25 .50	7.29	1.52	0.43	0.15	0.06	0.03	0.02
.50 .75	0.48	0.07	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.98	100.00	100.00	99.99	99.99	100.00	100.00
MEDIA	0.15	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 42 bk=60 lambda=9 v=5 r=12 k=4 b=15 m=41

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	77.99	94.40	98.35	99.43	99.78	99.90	99.95
.25 .50	20.35	5.37	1.61	0.56	0.22	0.10	0.05
.50 .75	1.42	0.20	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.18	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.94	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.18	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 43 bk=60 lambda=10 v=4 r=15 k=3 b=20 m=37

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	33.38	67.21	85.70	93.86	97.29	98.75	99.40
.25 .50	55.87	30.70	13.82	6.02	2.67	1.23	0.59
.50 .75	9.12	1.89	0.44	0.12	0.04	0.02	0.01
.75 1.0	1.32	0.17	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.69	99.97	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.32	0.21	0.16	0.14	0.13	0.13	0.13

TABELA 44 bk=63 lambda=3 v=7 r=9 k=3 b=21 m=36

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	27.86	61.12	81.80	91.78	96.25	98.24	99.14
.25 .50	58.29	35.92	17.50	8.03	3.69	1.74	0.85
.50 .75	11.50	2.65	0.64	0.18	0.06	0.02	0.01
.75 1.0	1.88	0.26	0.06	0.01	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.51	99.95	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.34	0.23	0.17	0.15	0.13	0.13	0.13

TABELA 49 bk=72 lambda= 7 v= 9 r= 3 k= 8 b= 9 m=55

[illegible]

TABELA 50 $dk=30$ $\lambda_a=1$ $v=16$ $r=5$ $k=4$ $b=20$ $m=45$

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	68.61	91.81	97.80	99.34	99.78	99.92	99.97
.25 .50	29.19	7.95	2.17	0.65	0.22	0.08	0.03
.50 .75	1.94	0.22	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.21	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.95	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.21	0.15	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 51 bk=80 lambda= 3 v=16 r= 5 k=10 b= 8 m=57

[illegible]

TABELA 52 blk=04 lambda= 1 v=21 r= 4 k= 6 b=14 m=50

[illegible]

TABELA 53 bk=84 lambda= 6 v= 7 r=12 k= 4 b=21 m=57

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	81.43	96.91	99.41	99.86	99.96	99.99	100.00
.25 .50	17.98	3.05	0.59	0.14	0.04	0.01	0.00
.50 .75	0.55	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.17	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 54 bk=84 lambda=10 v= 7 r=12 k= 6 b=14 m=64

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	98.58	99.85	99.98	99.96	100.00	100.00	100.00
.25 .50	1.38	0.14	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.04	0.01	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 55 bk=90 lambda= 4 v=10 r= 9 k= 5 b=18 m=63

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	95.58	99.55	99.93	99.98	100.00	100.00	100.00
.25 .50	4.32	0.45	0.07	0.02	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 56 bk=90 lambda= 5 v= 9 r=10 k= 5 b=18 m=64

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	95.86	99.59	99.94	99.99	100.00	100.00	100.00
.25 .50	4.05	0.41	0.06	0.01	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 57 bk=90 lambda= 5 v=10 r= 9 k= 6 b=15 m=66

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	98.64	99.38	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00
.25 .50	1.33	0.12	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 58 bk=90 lambda= 8 v=10 r= 9 k= 9 b=10 m=71

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	99.75	99.97	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
.25 .50	0.24	0.03	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 59 bk=96 lambda= 2 v=16 r= 6 k= 6 b=16 m=65

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	98.39	99.86	99.98	100.00	100.00	100.00	100.00
.25 .50	1.57	0.14	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 60 bk=05 lambda= 1 v=21 r= 5 k= 5 b=21 m=64

CLASSES	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	1.75
.00 .25	93.91	99.40	99.92	99.89	100.00	100.00	100.00
.25 .50	5.96	0.60	0.08	0.02	0.00	0.00	0.00
.50 .75	0.12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
.75 1.0	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
S O M A	100.00	100.00	100.00	99.91	100.00	100.00	100.00
MEDIA	0.14	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13

TABELA 65 bk=10 lambda= 9 v=11 r=10 k=10 b=11 m=39

[illegible]

TABELA 66 bk=17 lambda= 6 v=13 r= 9 k= 9 b=13 m=92

[illegible]

TABELA 67 bk=20 lambda= 4 v=15 r= 8 k= 8 b=15 m=91

[illegible]

TABELA 68 bk=32 lambda= 5 v=12 r=11 k= 6 b=22 m=99

[illegible]