MODELOS PARA PROPORÇÕES COM SUPERDISPERSÃO PROVENIENTES DE ENSAIOS TOXICOLÓGICOS NO TEMPO

SILVIA MARIA DE FREITAS

Bacharel em Estatística

Orientadora: Prof.^a Dr.^a **CLARICE GARCIA BORGES DEMÉTRIO**

Tese apresentada à Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Doutor em Agronomia, Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

PIRACICABA

Estado de São Paulo - Brasil

Maio - 2001

SILVIA MARIA DE FREITAS. Modelos para Proporções com Superdispersão para Dados provenientes de Ensaio Toxicológicos no Tempo

p.	item	linha	onde se lê	leia-se
1	1.0	10	10 ton./	10 t/
3	1.0	10	verificou	verificou-se
3	1.0	28	(1974) e Zeger	(1974). Zeger
5	2.0	4	agronômica	agronômica
7	2.0	29	(LD_{50})	(ED_{50})
14	2.0	11	medidas.	medidas repetidas.
17	3.0	8	apresentados os diagramas de dispersão para as proporções de	as proporções de
18	3.0	1	11 a 16)	73 a 78)
18	3.0	1	apresentados os diagramas de dispersão para	apresentadas
20	Tabela 1 e 2	título	após	durante
21	4.0	4	$D = 8$ ou 6).	$D = 9$ ou 7).
21	Tabela 3	título	insetos	indivíduos
22	Tabela 4	título	insetos	indivíduos
22	Tabela 4	corpo	, m	, D
25	4.1	4	$\hat{\beta}_{2i}$	$\hat{\beta}_{2i}$
41	4.8	1	evaluated at current estimate of	atualizado na estimativa corrente de
42	5.1	12	dos cupins	com o cupim
43	5.1	7	Figura 9 (c, d)	Figura 9 (b)
43	5.1	9	predictor	preditor
70	5.2	11	REMI	REMII

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
DIVISÃO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - Campus "Luiz de Queiroz"/USP

Freitas, Sílvia Maria de

Modelos para proporções com superdispersão provenientes de ensaios toxicológicos no tempo / Sílvia Maria de Freitas. - Piracicaba, 2001.
124 p.

Tese (doutorado) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 2001.
Bibliografia.

1. Controle biológico 2. Ensaio biológico 3. Estatística aplicada 4. Fungo entomopatogênico 5. Modelo matemático I. Título

CDD 632.96

Permitida a cópia total ou parcial deste documento, desde que citada a fonte – O autor

*Aos meus queridos pais Manoel Messias
e Irene Margarida (in memoriam),
DEDICO*

*Às minhas irmãs Susy e Sissi, ao
meu irmão Messias Filho, meu cun-
hado José Paulo e à minha querida so-
brinha Raísa pela força de ontem, hoje
e de sempre,
OFEREÇO*

AGRADECIMENTOS

À Prof^{ra}. Dr^a. Clarice Garcia Borges Demétrio, a orientação, a amizade, o carinho e o constante estímulo.

Ao Professor John Philipe Hinde a supervisão, a amizade, o carinho, o estímulo e a disponibilidade pela oportunidade de desenvolver boa parte deste trabalho junto ao Departamento de Estatística da School of Mathematical Science.

À Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) a bolsa de estudos concedida.

Aos Professores e funcionários do Departamento de Ciências Exatas da ESALQ/USP, o apoio.

Aos Professores e funcionários do Departamento de Estatística e Matemática Aplicada da Universidade Federal do Ceará (UFC), o incentivo e o apoio em todas as etapas do trabalho.

Aos colegas de curso o companheirismo e a amizade.

Aos amigos antigos e aos novos o incentivo, a amizade e o carinho eterno. Em especial às minhas amigas de turma: Cecília, Denise, Leda e Jeanete a força em todos os momentos por quais passamos.

Ao Prof. Dr. Sérgio Alves Batista a gentileza de ter cedido os dados utilizados neste trabalho.

Ao John, à Kathie e à Naratip a maravilhosa acolhida e a amizade em Exeter.

À Roseli, Silvio, Gláucia e Clemente, os bons momentos passados juntos.

Ao Maurício e ao André o apoio, a paciência e a colaboração.

Ao Guilbert e ao Vagner por tudo, o meu carinho e amizade eterna.

A Deus a força de caminhar sempre em frente, mesmo durante os caminhos tortuosos pelos quais me deparei.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	v
LISTA DE TABELAS	vii
1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO DE LITERATURA	5
3 MATERIAL	16
4 MÉTODOS	21
4.1 Modelo multinomial	22
4.2 Modelo Dirichlet	25
4.3 Modelo Dirichlet - multinomial	26
4.4 Modelo multinomial acumulado	28
4.5 Modelo Dirichlet - multinomial acumulado	29
4.6 Modelos de efeito aleatório	29
4.6.1 Modelo de efeito aleatório no intercepto - REMI	30
4.6.2 Modelo de efeitos aleatórios no intercepto e coeficiente angular - REMII	32
4.7 Equações de estimações generalizadas	35
4.8 Estimação dos parâmetros dos modelos para os ensaios com os cupins e os ácaros	38
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	42
5.1 Resultados para o ensaio com o cupim <i>H. tenuis</i> :	42
5.2 Resultados para o ensaio com o ácaro <i>T. urticae</i> :	68

	iv
6 CONCLUSÕES	87
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	90
APÊNDICE 1	98

LISTA DE FIGURAS

	Página
1	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 50
2	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 51
3	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 52
4	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 53
5	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 54
6	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 55
7	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 56
8	Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para dois isolados do experimento com o cupim <i>H. tenuis</i> 57
9	Diagramas de dispersão do d.p.(β_1) e d.p.(β_2) para o modelo multinomial $\times$ DM (o), REMI (Δ) e REMII (+), usando a matriz de variâncias e covariância assintótica (a) e robusta (b). 58
10	Histogramas de ρ , σ^2 , ν^2 , τ^2 (com (c), (e) e sem (d), (f) o Isolado 987), λ , LT_{50} e LT_{90} e os diagramas de dispersão do $\beta_1 \times \beta_2$ e $\nu^2 \times \tau^2$ (com (k) e sem (l) o Isolado 987). 59
11	Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro <i>T. urticae</i> 73

12	Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro <i>T. urticae</i>	74
13	Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro <i>T. urticae</i>	75
14	Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro <i>T. urticae</i>	76
15	Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro <i>T. urticae</i>	77
16	Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para cinco isolados do experimento com o ácaro <i>T. urticae</i>	78
17	Diagramas de dispersão do d.p.(β_1) e d.p.(β_2) para o modelo multinomial $\times$ DM (o), REMI (Δ) e REMII (+), usando a matriz de variâncias e covariância assintótica (a) e robusta (b).	79
18	Histogramas de ρ , σ^2 , τ^2 , λ , LT_{50} e LT_{90} e os diagramas de dispersão do $\beta_1 \times \beta_2$ e $LT_{50} \times LT_{90}$	80

LISTA DE TABELAS

Página

1	Mortalidade acumulada de cupins após oito dias de exposição a dois isolados de <i>B. bassiana</i>	20
2	Mortalidade acumulada de ácaros após oito dias de exposição a dois isolados de <i>B. bassiana</i>	20
3	Números ($y_{ik,j}$) observados de insetos mortos no tempo j , para o isolado i nas diferentes repetições.	21
4	Proporções ($r_{ik,j}$) acumuladas observadas de insetos mortos até o tempo j , para o isolado i nas diferentes repetições.	22
5	Sumário das estatísticas descritivas para os parâmetros de superdispersão dos modelos DM, REMI e REMII, nos quais a superdispersão varia entre os isolados, considerando-se os dados das Tabelas 2 a 9.	44
6	Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os cupins.	46
7	Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os cupins.	60
8	Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os cupins.	64
9	Sumário das estatísticas descritivas para os parâmetros de superdispersão dos modelos DM, REMI e REMII, nos quais a superdispersão varia entre os isolados, considerando-se o ensaio com os ácaros.	70
10	Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os ácaros.	71

- 11 Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os ácaros. 81
- 12 Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os ácaros. 84

MODELOS PARA PROPORÇÕES COM SUPERDISPERSÃO PROVENIENTES DE ENSAIOS TOXICOLÓGICOS NO TEMPO

Autora: SILVIA MARIA DE FREITAS

Orientadora: Prof.^a Dr.^a CLARICE GARCIA BORGES DEMÉTRIO

RESUMO

O controle biológico de pragas utiliza agentes entomopatogênicos ou patógenos (vírus, fungos, bactérias, parasitas e nematóides) para controlar ou eliminar uma população de peste. Este método é uma alternativa para métodos tradicionais e está se tornando de interesse crescente em função da proibição do uso de muitos pesticidas químicos, e também porque é ecológica e economicamente atraente.

Nos experimentos em toxicologia com esses agentes, é comum o aparecimento de resposta do tipo mortalidade acumulada em um grupo de insetos, medida em vários pontos no tempo (dias, semanas etc). Consequentemente, os dados são em parte longitudinais, desde que a mortalidade acumulada (para cada grupo) é modelada como uma função do tempo e das covariáveis em cada nível do grupo. O problema de ajustar mortalidade acumulada como uma função do tempo para dados agrupados envolve a modelagem de uma resposta multinomial ao longo do tempo. Um aspecto adicional aqui é a possibilidade de uma variação extra-multinomial (superdispersão) que pode surgir em função do uso dos grupos como unidades experimentais. Como consequência por não se considerar a superdispersão tem-se a subestimação dos erros padrões das estimativas dos coeficientes da regressão, levando a conclusões incorretas dos efeitos de tratamentos e intervalos de confiança muito estreitos (Hinde e Demétrio, 1998a, b).

Para esse tipo particular de dados, existem poucos métodos e modelos apropriados que podem ser aplicados. Podem ser citados as técnicas de análise

de sobrevivência (Petkau & Sitter, 1989) e modelos lineares generalizados ordinais (McCullagh, 1980; Glonek & McCullagh, 1995). Porém, estes procedimentos são questionáveis na presença de variabilidade extra-multinomial nos dados.

O uso das equações de estimação generalizadas (EEG) de Liang & Zeger (1986) veio como uma versão multivariada da quase verossimilhança (McCullagh & Nelder, 1989) para o ajuste de modelos lineares generalizados para dados agrupados. Não é necessária a identificação completa do modelo probabilístico, mas apenas a especificação dos dois primeiros momentos do vetor de resposta para cada agrupamento, definindo a relação funcional entre a média e a variância. Não existe necessidade de especificar completamente a verossimilhança, o que muitas vezes é intratável para dados que não tenham distribuição Gaussiana, até mesmo quando são feitas suposições adicionais. Para dados com distribuição Gaussiana os primeiro e segundo momentos identificam completamente a verossimilhança, em caso contrário fazem-se necessárias suposições adicionais sobre momentos de ordem superior a dois.

Neste trabalho foi utilizada a metodologia de modelos lineares generalizados para dados multinomiais na modelagem de dados agrupados com superdispersão, seguindo a metodologia proposta por O'Hara Hines & Lawless (1993). Usou-se uma função de ligação logística, considerando o dia como uma variável explicativa, em todos os modelos considerados. O primeiro modelo utilizado foi o modelo multinomial padrão acumulado. O segundo modelo, uma extensão do modelo beta-binomial, utiliza uma distribuição multinomial para a variável resposta e uma distribuição Dirichlet para o vetor de probabilidades, levando a uma distribuição composta Dirichlet-multinomial. O terceiro modelo incorpora um efeito aleatório ao preditor linear produzindo um efeito diferenciado no intercepto da regressão em cada amostra multinomial. O modelo final inclui efeitos aleatórios no intercepto e no coeficiente angular da regressão.

OVERDISPERSION MODELS FOR PROPORTIONS FROM TOXICOLOGICAL BIOASSAYS OVER TIME

Author: SILVIA MARIA DE FREITAS

Adviser: Prof.^a Dr.^a CLARICE GARCIA BORGES DEMÉTRIO

SUMMARY

Biological pest control uses entomopathogenic agents or pathogens (viruses, fungi, bacteria, parasites and nematodes) to control or eliminate a pest population. These biological control methods are an alternative to traditional methods and are becoming of increased interest because of the cancelation of many chemical pesticide registrations, and also because they are ecologically and economically attractive.

In toxicology experiments for these agents, it is common to use a response such as the cumulative mortality in a group (cluster) of insects measured at various time points (days) during the course of the experiment. Hence, the data is partly longitudinal since the cumulative mortality (for the individual clusters) is modeled as a function of time and cluster level covariates. The problem of fitting cumulative mortality as a function of time to clustered data involves modeling the multinomial response over time. An additional aspect here is the possibility of extra-multinomial variation (overdispersion) arising from the use of clusters as the experimental units. A consequence of failing to take overdispersion into account is not only underestimation of the standard errors of estimated regression coefficients but also those of the lethal time LT_p - the time until a certain proportion p of insects have died - giving incorrect significance of treatment effects (Hinde and Demétrio, 1998) and confidence intervals that are too short.

For this particular type of data, there are only a few appropriate methods and models that can be applied. Standard approaches include survival analysis

(Petkau and Sitter, 1989) and ordinal generalized linear models (McCullagh, 1980; Glonek and McCullagh, 1995). However, these approaches are questionable when there is extra-multinomial variability in the data. Whatever the approach taken, it needs to be able to incorporate the possibility of overdispersion arising from the use of clusters as the experimental units.

The use of Liang and Zeger's (1986) generalized estimating equations (GEE) as a multivariate version of quasi-likelihood (QL) (McCullagh and Nelder, 1989) has been considered as an approach to the problem of fitting a generalized linear model (GLM) to clustered data. The GEE approach addresses the problem of correlated or overdispersed data by using an adjusted score equation for the parameter estimates. We have to specify only the first two moments of the response vector for each cluster, assuming a form for the functional relationship between the mean and the variance. Here there is no need to specify the entire likelihood, which is often intractable for non-Gaussian data, even if additional assumptions are made. For Gaussian data the first and second moments fully identify the likelihood, but with non-Gaussian data it is necessary to make additional assumptions about higher-order moments.

In this paper we use the generalized linear model framework for multinomial data to model overdispersion in clustered data following the approach given in O'Hara Hines and Lawless (1993). We use a logit link function and day as an explanatory variable, in all of the models that we present here. The first model we consider is the standard cumulative multinomial model. The second model is an extension to multinomial data of the beta-binomial model, which is often used for overdispersed binomial data. This model compounds the multinomial distribution for the observed counts with a Dirichlet distribution for the vector of underlying probabilities, leading to a Dirichlet-multinomial distribution, which has a different form for the variance function to the standard multinomial distribution. The third model is a random intercept model, where we incorporate an additive random effect in the linear predictor to give a random location shift for each distinct multinomial

sample. The final model is an extension of third model and includes both random intercepts and random slopes.

1 INTRODUÇÃO

As pragas de culturas (cupim, ácaro, besouro etc) podem ser consideradas como um dos fatores importantes que limitam a produção agrícola em todo o mundo. O controle delas através de inimigos naturais (controle biológico) tem se mostrado como uma alternativa útil na minimização de problemas dessa natureza. Segundo Alves (1998), o controle microbiano representa um ramo do controle biológico que trata da utilização racional dos patógenos (fungos, vírus, bactérias e nematóides) no controle de pragas de culturas.

Em termos de Brasil, em particular no Estado de São Paulo, o cupim subterrâneo da espécie *Heterotermes tenuis* é uma das pragas da cana-de-açúcar que gera prejuízos na produção, da ordem de 10 ton./ha/ano (Novaretti, 1985). Esse inseto infesta a plantação de cana-de-açúcar na época do plantio, matando os brotos em germinação, ou durante a fase de maturação, reduzindo assim o número de plantas novas após a primeira colheita. O controle dessa praga é dificultado pelo fato de os ninhos de *H. tenuis* serem subterrâneos, necessitando-se de inseticidas de alto poder residual (organo-clorados), os quais acarretam sérios problemas ao meio-ambiente e ao homem. Devido a isso, a aplicação desses inseticidas em cana-de-açúcar foi proibida pelo Ministério da Agricultura em setembro de 1985. Segundo Fernandes e Alves (1991), a aplicação de fungos do gênero *Beauveria* spp (spp indica várias espécies) apresentou-se como um método de controle alternativo e mostrou-se um candidato em potencial no controle de *H. tenuis* por possuir a característica de viver tanto no hospedeiro (inseto ou ácaro) como também fora dele, ou seja nos ninhos

(Almeida et al., 1997).

Outra praga de importância econômica é o ácaro rajado *Tetranychus urticae* que causa grandes prejuízos em lavouras de plantas olerícolas e em plantas ornamentais. Segundo Tamai (1997), durante as décadas de 50 e 60, foram desenvolvidas pesquisas com alguns patógenos de ácaro (fungos e vírus em sua grande maioria), contudo não tiveram continuidade pelas dificuldades de estruturação de um sistema econômico de produção em larga escala. O controle desse artrópodo é feito quase sempre pela aplicação de produtos químicos. Para culturas hortícolas em que a produção é frequentemente consumida de forma *in natura*, os resíduos dos produtos que permanecem sobre os alimentos representam um sério risco à saúde dos consumidores.

Com o objetivo de estudar a virulência (velocidade de matar) e o grau de patogenicidade (capacidade do microrganismo de provocar doença) do fungo *Beauveria* spp no cupim *H. tenuis* e no ácaro *T. urticae*, têm sido realizados experimentos no laboratório de Patologia dos Insetos do Depto. de Entomologia da ESALQ/USP, sob a orientação do Professor Dr. Sérgio Batista Alves. Em um desses experimentos, Almeida (1994) utilizou isolados de fungos da espécie *Beauveria bassiana* sobre o cupim *Heterotermes tenuis* e observou o número de insetos mortos diariamente, durante 8 dias após a aplicação do patógeno em 30 insetos. Em um outro experimento, Tamai (1997) utilizou isolados de *Beauveria bassiana* para o controle do ácaro *Tetranychus urticae*, observando a mortalidade diária dos insetos, durante 6 dias após a aplicação do patógeno em 10 insetos.

Frequentemente, em bioensaios entomopatogênicos, diferentes condições de tratamento (os isolados, por exemplo) são aplicadas a grupos de insetos ou ácaros e a resposta (contagem ou proporção de mortos) em cada grupo é medida em períodos sucessivos de tempo, que podem ser expressos em horas, dias ou semanas. Isso é semelhante ao que é feito em ensaios de toxicidade, em que são aplicadas diferentes concentrações de uma ou mais drogas a grupos de indivíduos. Essa característica de natureza longitudinal, onde as medidas da variável resposta

em cada grupo de insetos são observadas em várias ocasiões no tempo, exige uma atenção especial para a dependência entre as medidas realizadas no tempo dentro de uma mesma unidade experimental.

Uma outra característica que deve ser considerada é o uso de grupos de insetos como unidades experimentais. Isso pode acarretar aos dados uma variabilidade maior do que a suposta pelo modelo probabilístico (superdispersão). Como consequência os erros padrões para os efeitos dos fatores ou covariáveis ficam subestimados, causando assim um comprometimento das inferências obtidas.

O desenvolvimento de metodologias estatística para a análise de dados contínuos tem acontecido de uma forma mais rápida do que para dados discretos. Somente nas quatro últimas décadas é que se verificou um crescimento considerável na metodologia para dados discretos. Em diversas áreas do conhecimento científico (Biologia, Agronomia, Entomologia e Educação, dentre outras) é cada vez mais frequente deparar-se com conjunto de dados que apresentem estruturas mais complexas (resposta politômica, superdispersão e estrutura de agrupamento, dentre outras). De maneira mais específica, dados multivariados discretos que se apresentam na forma agrupada (*cluster*), onde as respostas possam vir de maneira repetida, podendo assim induzir uma estrutura de correlação.

A problemática da suposição de não normalidade da variável resposta multivariada dificulta o uso da modelagem probabilística clássica através da verossimilhança. Isso deve-se ao fato da escassez de distribuições multivariadas alternativas que apresentem as mesmas propriedades da distribuição normal (Zeger & Liang, 1986; Artes, 1997). Uma alternativa é o uso das equações de estimação generalizadas (EEG) propostas por Zeger & Liang (1986) para a obtenção da estimativa dos parâmetros dos modelos de resposta multivariada nos quais, o modelo probabilístico não precisa ser completamente conhecido, bastando apenas a identificação do primeiro e segundo momentos. As EEG de Zeger & Liang (1986) são uma generalização, para o caso multivariado, da quase-verossimilhança de Wedderburn (1974) e Zeger et al. (1988) mostraram as equivalências entre as EEG e os modelos

lineares generalizados de McCullagh & Nelder (1989).

Autores como O'Hara Hines et al. (1992) e Hall (1998) fizeram uso das EEG para a análise de dados agrupados (*cluster*) e O'Hara Hines & Lawless (1993) usaram as EEG para a estimação dos parâmetros do modelo de regressão e método dos momentos (McCullagh & Nelder, 1989) para a estimação do parâmetro de superdispersão (Hinde & Demétrio, 1998a, b) para dados agrupados (*cluster*) provenientes de estudos toxicológicos. Seguindo essa metodologia, o presente trabalho tem como objetivos:

- (i) modelar dados de patogenicidade e virulência dos isolados de *B. bassiana* para controle do cupim *H. tenuis* na cultura de cana-de-açúcar e do ácaro *T. urticae* na cultura de plantas olerícolas e em plantas ornamentais, usando o enfoque de Modelos Lineares Generalizados;
- (ii) explorar diferentes parametrizações no processo de modelagem da superdispersão;
- (iii) desenvolver os programas computacionais necessários para o uso dos diferentes modelos ;
- (v) apresentar considerações sobre as medidas de virulência do patógeno que possam ser aplicadas no campo;
- (vi) apresentar considerações sobre o planejamento de experimentos para esse tipo de estudo.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Em diferentes áreas de aplicações dos métodos estatísticos, os pesquisadores deparam-se com observações obtidas em escala discreta, na forma de proporções (dados binários) ou contagens. Como exemplos na área de experimentação agrônoma podem ser citados: a germinação, ou não, de sementes expostas a determinadas condições experimentais; um inseto sobreviver ou morrer quando exposto a uma determinada dose de um inseticida; número de esporos de fungos em placa de *petri*; número de brotos produzidos por explante em experimentos de micropropagação; grau de coloração das folhas de plantas tratadas com adubos químicos.

O interesse pela modelagem de dados de proporções e contagens data da década de 40 (Finney, 1947). O desenvolvimento constante da metodologia experimental nas diversas áreas do conhecimento científico, particularmente em Entomologia, tem levado à busca de procedimentos estatísticos mais eficientes e precisos para a modelagem de dados discretos. Dados desses tipos são usualmente modelados através das distribuições binomial, Poisson ou multinomial associadas a modelos de regressão, e são casos particulares dos Modelos Lineares Generalizados - MLG (Nelder & Wedderburn, 1972). Esses procedimentos generalizaram a análise de variância, usada para dados com distribuição Normal, através da análise de *deviance* (Cordeiro, 1986) como alternativa para dados com distribuições pertencentes à família exponencial na forma canônica (Bickel & Doksum, 1977), eliminando assim a necessidade de transformação nos dados originais. Essa generalização permitiu a ligação entre a análise de dados discretos e contínuos. Como exemplos podem ser citados os modelos log-lineares para tabelas de contingência, modelos logístico, pro-

bit e complemento log-log para dados de proporções e os modelos para análise de sobrevivência.

Os Modelos Lineares Generalizados (MLG), desenvolvidos por Nelder & Wedderburn (1972), são uma extensão dos modelos lineares clássicos de Gauss-Markov e são definidos através de três componentes (McCullagh & Nelder, 1989; Demétrio, 1993):

- (i) Componente aleatório: $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ são variáveis aleatórias independentes, pertencentes à família exponencial, com $E(Y_i) = \mu_i$ e um parâmetro de escala, conhecido $\phi > 0$. Cada componente Y_i tem sua função de densidade de probabilidade (ou função de probabilidade no caso discreto) na forma

$$f_{Y_i}(y_i; \theta, \phi) = \exp \left\{ \frac{1}{a(\phi)} [y_i \theta_i - b(\theta_i)] + c(y_i; \phi) \right\} \quad (1)$$

onde $a(\cdot)$, $b(\cdot)$ e $c(\cdot)$ são funções conhecidas, sendo que $\mu_i = E(Y_i) = b'(\theta_i)$ e $Var(Y_i) = a(\phi)b''(\theta_i) = a(\phi)\frac{\partial \mu_i}{\partial \theta_i} = a(\phi)V(\mu)$. $V(\mu)$ é chamada de função de variância e, em geral, $a(\phi) = \phi/w$, onde w são pesos *a priori*. Quando ϕ é conhecido (1) pertence à família exponencial na forma canônica a um parâmetro e θ_i é chamado de parâmetro canônico ou natural;

- (ii) Componente Sistemático: um preditor linear dado por

$$\eta_i = \sum_{j=1}^q x_{ji}\beta_j \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\eta} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$$

onde $\mathbf{X}$ é uma matriz, de dimensões $n \times q$, de delineamento (covariáveis ou variáveis *dummy* para níveis de fatores) e $\boldsymbol{\beta}$ é um vetor, de dimensões $q \times 1$, de parâmetros a serem estimados ($q \leq n$);

- (iii) Função de Ligação: uma função monótona diferenciável que liga o componente aleatório ao componente sistemático:

$$\eta_i = g(\mu_i).$$

Quando $g(\mu_i) = \theta_i$ o preditor linear (η_i) está modelando o parâmetro canônico (θ_i), isto é, $\eta_i = \theta_i$, e a função de ligação é chamada de função de ligação

canônica ou natural. Os estimadores de máxima verossimilhança para os parâmetros do modelo, $\hat{\beta}$, são obtidos usando-se o método escore de Fisher, implementado através do algoritmo de mínimos quadrados reponderados iterativamente (McCullagh & Nelder, 1989). Dentre as funções de ligação mais comuns na modelagem de dados de proporções estão logit, probit e complemento log-log e para dados de contagens, a ligação logarítmica.

Como uma primeira referência em português, Cordeiro (1986) descreve detalhadamente os procedimentos de estimação nos MLG e Demétrio (1993) apresenta os MLG com aplicações na área de agronomia, ilustrando vários modelos que podem ser usados para dados com distribuições de Poisson e binomial.

Sendo a principal referência em MLG, McCullagh & Nelder (1989) fazem um apanhado completo dos modelos, métodos de estimação e análise de diagnóstico para dados contínuos, de contagens e proporções. No capítulo para dados de resposta multinomial, denominadas de respostas politômicas, é feita uma excelente descrição das escalas de medida (nominal, ordinal ou intervalar), ressaltando a necessidade e a importância da distinção entre elas. Apresentam um apanhado completo sobre a distribuição multinomial, e o uso da mesma na modelagem de dados de resposta multinomial através dos modelos logístico e complemento log-log, para dados categorizados ordinais, e os modelos log-lineares, para dados com escala de medidas nominal e intervalar. Mostram as similaridades entre os diferentes modelos, como também suas particularidades. Os procedimentos utilizados na estimação e no ajuste dos MLG utilizados no pacote computacional GLIM (Payne, 1986) foram descritos por Aitkin et al. (1989).

De forma mais reduzida, Dobson (1990) apresenta uma introdução aos MLG enfatizando as aplicações e o uso dos modelos de regressão múltipla e ANOVA para dados contínuos, regressão logística para dados binários e modelos log-lineares para tabelas de contingência bidimensionais. Uma descrição mais ampla e detalhada dos modelos para dados binários e binomiais é apresentada em Collet (1991), que também discute questões como dose efetiva (LD_{50}), potência relativa e resposta

natural, temas relevantes nos ensaios de dose-resposta.

As aplicações de modelos lineares logísticos para a análise de dados binomiais e os modelos log-lineares para contagens e dados multinomiais, no enfoque de MLG desenvolvidos por Nelder & Wedderburn (1972), acomodam uma determinada estrutura para a variabilidade da variável resposta. Grande parte dos dados provenientes de estudos teratológicos, farmacológicos e entomológicos apresentam uma variabilidade observada superior àquela esperada, ou suposta, pelo modelo adotado. A essa possível fonte de variabilidade extra, não contemplada pela suposição dos modelos, dá-se o nome de superdispersão. Na situação inversa, quando a variabilidade observada é menor do que a esperada pelo modelo, tem-se a subdispersão. Na prática é mais comum a existência da superdispersão.

A problemática dos modelos usados em dados que apresentam superdispersão não é recente. Em meados da década de 40, Cochran (1943) teve problemas com variabilidade extra-binomial na modelagem de dados de proporção, com denominadores diferentes e Finney (1947) deparou-se com fonte extra de variabilidade não acomodada pelos modelos para dados de ensaios de dose-resposta.

Na prática, o fenômeno superdispersão não é tão incomum quanto se pensa. McCullagh & Nelder (1989) afirmam que, de fato, na prática, a superdispersão é a norma e a dispersão nominal (padrão do modelo) é a exceção. O que diferencia é a intensidade, ou grau de atuação, dessa característica nas diferentes áreas de aplicação. Nas últimas décadas, muitos estudos têm sido desenvolvidos com o uso de MLG para dados superdispersos de contagens e proporções.

Equivalente ao procedimento para comparação de modelos na ANOVA, Nelder & Wedderburn (1972) propuseram uma medida de discrepância denominada *deviance*, dada por

$$d(\hat{\mu}_i, \mathbf{y}_i) = 2[l(\hat{\mu}_i, \mathbf{y}_i) - l(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_i)],$$

em que $l(\hat{\mu}_i, \mathbf{y}_i)$ é o máximo do logaritmo da função de verossimilhança para o modelo ajustado (corrente) e $l(\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_i)$ é o máximo do logaritmo da função de verossimilhança para o modelo saturado. É uma medida utilizada para avaliar a falta de ajuste do

modelo. Valores grandes da *deviance* indicam que o modelo não está bem ajustado. Quando o modelo se ajusta bem aos dados a distribuição da *deviance* converge para uma distribuição χ^2_{n-q} (Qui-quadrado com $n - q$ graus de liberdade), para valores grandes de n , no caso de dados discretos. Considerando-se que no caso de uma variável aleatória com distribuição $\chi^2_{g,l}$, o valor esperado desta variável é igual ao número de graus de liberdade, isto é, para um modelo bem ajustado espera-se que

$$Deviance\ Residual \simeq \text{graus de liberdade}.$$

Caso isto não aconteça existem fontes extras de variabilidade, não contempladas pelos modelos, interferindo na qualidade do ajuste. Algumas circunstâncias ou fatores que podem acarretar essa falta de ajuste foram descritas por Hinde & Demétrio (1998a, b) como sendo:

- (i) o componente sistemático do modelo $(X\beta)$ é inadequado, isto é, alguma variável explanatória ou combinações delas foram omitidas do preditor linear (η) ;
- (ii) a escolha inadequada da função de ligação $g(\mu)$;
- (iii) presença de *outliers* nos dados;
- (iv) fonte natural de variabilidade que o componente aleatório (Y) não consegue incorporar ao modelo, fazendo com que a variância nominal seja maior que a esperada.

Para dados com distribuição binomial, Poisson ou multinomial tem-se:

- dados de proporção: $Var(Y_i) > m_i\pi_i(1 - \pi_i)$,
- dados de contagem: $Var(Y_i) > \mu_i$,
- dados multinomiais: $Var(\mathbf{Y}_i) \neq \mathbf{V}_i$.

Para as situações (i), (ii) e (iii) citadas anteriormente, essa superdispersão aparente pode ser contornada com o uso de técnicas de diagnóstico descritas em McCullagh & Nelder (1989) e Collet (1991). No quarto caso, onde existe uma

fonte natural de variabilidade extra, as possíveis causas dessa superdispersão são descritas por Hinde & Demétrio (1998b) como sendo:

- uma variabilidade individual natural das unidades experimentais que produzem um componente adicional na variância e que não são quantificadas no modelo pressuposto;
- correlação entre as respostas individuais;
- dados agregados;
- variáveis não observáveis.

A não acomodação dessa superdispersão leva a um resultado de *deviance* bem maior do que seus graus de liberdade. Desse modo, como consequência, as estimativas dos erros padrões dos $\hat{\beta}$'s ficam subestimadas, causando assim um comprometimento das inferências do modelo. Hinde & Demétrio (1998a, b) também descreveram alguns mecanismos que podem ser usados para acomodação da superdispersão em dados de contagens e proporções superdispersos através das estratégias:

- assumir uma forma genérica para a função de variância $V(Y_i)$, incorporando parâmetros adicionais para quantificar a superdispersão através dos modelos de média-variância;
- assumir um modelo em dois estágios para a variável resposta, ou seja, associando uma distribuição ao parâmetro de média do modelo básico (Beta-binomial e binomial-Negativo) ou ao preditor linear (logístico-Normal e Poisson-Normal) (Hinde & Demétrio, 1996).

Também apresentaram uma revisão dos modelos de superdispersão para dados de proporções e contagens, abordando diferentes métodos de estimação e mostrando as equivalências dos métodos para os modelos adotados.

Como uma alternativa ao algoritmo de estimação do modelo de regressão logística para dados binários do GLIM, Williams (1982) propôs uma modificação que permitiu a acomodação da superdispersão para dados de proporção. Ele utilizou, de forma iterativa, o algoritmo IRLS (Nelder & Wedderburn, 1972) para obter as estimativas dos parâmetros do modelo, β , e o método de quase verossimilhança - QL - (Wedderburn, 1974) para estimar o parâmetro de superdispersão, ϕ . A cada passo da estimação de β , o fator $1/[1 + \hat{\phi}(n_i - 1)]$ foi usado como peso. O cálculo de $\hat{\phi}$ deu-se de maneira iterativa, usando-se $X^2 \doteq E(X^2)$, onde X^2 é a estatística generalizada de Pearson (McCullagh & Nelder, 1989). A mesma filosofia foi utilizada por Breslow (1984) para implementar, no GLIM, uma macro para ajustar modelos log-lineares para dados com variação extra-Poisson. Moore (1987) também usou a mesma técnica para a modelagem da superdispersão em dados com distribuição binomial para o modelo Beta-binomial, Hinde (1996) implementou duas macros no GLIM, que permitiram a modelagem da superdispersão para dados com distribuições de Poisson e binomial com o uso de outras funções de ligação, além da canônica e Hinde (1982) utilizou modelos de superdispersão para dados com distribuição de Poisson.

Livros como Morgan (1992, 1996) e Collet (1991) discutem de forma mais ampla uma variedade de experimentos, com resposta binária e de contagem, que podem apresentar característica de superdispersão, com um grande enfoque na análise de dados provenientes de ensaios do tipo dose-resposta, bastante comuns em entomologia.

Como um critério gráfico para a avaliação da qualidade de ajuste dos modelos, que também pode ser usado para modelos com dados superdispersos, Demétrio & Hinde (1997) propuseram, desenvolveram e implementaram no GLIM, a utilização dos *Half-Normal plots* com envelopes de simulação.

Como uma extensão desses modelos, Vieira (1998) trabalhou com modelos de mistura para dados binomiais inflacionados de zeros com superdispersão com dados provenientes de bioensaios de controle biológico e Demétrio (1994) fez uso de

modelos de superdispersão para análise de dados de produção em cana-de-açúcar.

Em experimentos em que a resposta (proporções ou contagens) está expressa na forma agrupada e é medida em períodos sucessivos de tempo, faz-se necessário o uso de modelos que incorporem essa característica longitudinal. Devido a essa característica eles são conhecidos como bioensaios multivariados de dose-resposta.

Muitos autores têm utilizado os modelos de análise de sobrevivência para a análise de dados agrupados. Como exemplos podem ser citados Prentice & Gloeckler (1978), que ajustaram o modelo de Cox para dados de câncer, agrupados em intervalos (mensais) de tempo, Pierce et al. (1979), que aplicaram os métodos de análise de sobrevivência para dados agrupados provenientes de um ensaio toxicológico para peixes e Petkau & Sitter (1989) que utilizaram as técnicas de análise de sobrevivência para reanalisar um conjunto de dados agrupados de um ensaio de dose-resposta na área de Zoologia. Esse conjunto de dados foi analisado inicialmente por Carter & Hubert (1984), através de um modelo multivariado de curva de crescimento. Posteriormente, Petkau & Sitter (1989) apresentaram críticas severas ao artigo de Carter & Hubert com relação às suposições de normalidade e independência das observações. Neste artigo já ressaltaram a necessidade do uso de modelos que pudessem levar em consideração a variabilidade entre os diferentes níveis de doses e a variabilidade existente entre os peixes de um mesmo tanque. Chamaram a atenção para o uso dos MLG e dos métodos de quase verossimilhança de Wedderburn (1974), como uma alternativa na análise de dados com essas estruturas. Sugerindo o uso da distribuição Dirichlet-multinomial (Mosimann, 1962) como uma generalização da multinomial para permitir a modelagem de uma possível variação extra-multinomial.

Uma outra abordagem na análise de proporções acumuladas com essa característica longitudinal, pode ser feita através dos modelos categorizados ordinais. Nesse caso, os tempos de 1 a D são considerados como a variável resposta ordinal (existe uma hierarquia no tempo) e os fatores de 1 a K como variável explicativa nominal.

Em tabelas de contingência de dimensões $K \times D$, em que a resposta é ordinal e a variável explicativa é nominal, os dados são observados na forma de contagens ou proporções das caselas. Nessa situação, a análise é semelhante a uma análise de variância, onde o fator (isolado) possui K níveis. Essa natureza multinomial na resposta é modelada através dos modelos log-lineares e modelos logísticos.

Uma ampla discussão sobre modelos de regressão para dados ordinais é feita por McCullagh (1980) e Agresti (1990, 1996). Descrevem os diferentes modelos utilizados para diversos tipos de variáveis resposta - nominal, ordinal e intervalar - e variáveis preditoras, estimação dos parâmetros dos modelos e as equivalências entre os mesmos. Esses modelos também foram utilizados por Green (1984) e Glonek (1996) para a modelagem de dados longitudinais, considerando o tempo como uma variável latente e Wolfe (1996) implementou no GLIM, uma macro para o ajuste de modelos com resposta ordinal utilizando o modelo logit cumulativo e um modelo de logit cumulativo com efeito de escala, que permitiram uma mudança na forma da distribuição da variável latente (tempo). McCullagh (1980), recomendou que o uso desses modelos somente seja feito quando o número de respostas categorizadas for superior ou igual a três.

O uso das EEG de Zeger & Liang (1986) para análise longitudinal de dados discretos e contínuos abriu um leque de opções para o ajuste de MLG com dados de natureza multivariada. Autores como Zeger et al. (1988), Pendergast et al. (1996) e Albert (1999) mostraram as equivalências entre as EEG e os modelos lineares generalizados de McCullagh & Nelder (1989). O'Hara Hines et al. (1992) e Hall (1998) fizeram uso das EEG para a análise de dados agrupados (*cluster*) e O'Hara Hines & Lawless (1993) usaram as EEG para a estimação dos parâmetros do modelo de regressão e método dos momentos (McCullagh & Nelder, 1989) para a estimação do parâmetro de superdispersão (Hinde & Demétrio, 1998a, b) para dados agrupados (*cluster*) provenientes de estudos toxicológicos. Isso permitiu assim o uso da distribuição multinomial associada a modelos de regressão, modelos de média-variância e modelos em dois estágios que pudessem acomodar a característica de

superdispersão e a estrutura de dependência das respostas. De forma mais recente, Betensky & Williams (2001) compararam modelos para dados binários agrupados, provenientes de estudos clínicos.

Uma abordagem utilizada para a análise de dados de proporções acumuladas no tempo é a classe de modelos não-lineares. Segundo Vonesh & Chinchilli (1997), os MLG desenvolvidos por Nelder & Wedderburn (1972) podem ser considerados como uma classe univariada dos modelos não-lineares. Nessa filosofia, a resposta média, $E(Y)$, depende de um conjunto de m covariáveis, X , através de uma combinação linear, $E(Y) = \mu = f(X\beta) = f(\eta)$, sendo $g(\mu) = f^{-1}(X\beta)$ uma função monótona inversível, e $Var(Y) = \sigma^2 h(\mu)$, sendo $h(.)$ a função de variância.

Muitos autores têm estendido esses métodos para o caso de medidas. Como exemplos podem ser citados Stiratelli et al. (1984), Liang & Zeger (1986), Zeger et al. (1988) e Breslow & Clayton (1993), dentre outros. Esses modelos permitem que na matriz de variâncias e covariâncias sejam incorporadas duas fontes de variabilidade: entre indivíduos e entre as observações realizadas em um mesmo indivíduo. Os métodos de estimação são aproximados através dos métodos de máxima verossimilhança, quase verossimilhança e mínimos quadrados ponderados iterativamente.

Os modelos *mecanicistas* (Morgan, 1992) compõem uma outra classe de modelos que podem ser usados para descrever dados de contagens e proporções com respostas no tempo. Esses modelos caracterizam-se por descreverem os aspectos mecânicos, que apresentam-se de uma forma latente, inerentes ao processo de estudo. Como exemplos, citam-se as características de suscetibilidade do hospedeiro e as informações sobre o volume de material consumido por esses hospedeiros (*intake*), em bioensaios de dose-resposta.

Na realidade, estes modelos têm a estrutura dos modelos não-lineares, em que a variável resposta (Y) é modelada através de uma função não-linear (f) de covariáveis e/ou fatores (X), ou seja, $Y = f(X\beta)$ (Lindsey, 1993). São classificados como *mecanicistas* por tentarem descrever todos os estágios do processo em estudo.

Têm, em geral, a grande vantagem de permitir, através dos parâmetros do modelo, uma melhor interpretação das etapas inerentes no processo em estudo (infecção, micropropagação, superparasitismo e infestação, dentre outros).

Vários exemplos de dados que são analisados usando-se modelos que podem ser classificados como *mecanicistas* estão descritos em Morgan (1992). Dentre outros, citam-se Puri (1975), Hewlett (1974), Hartley & Sielken (1977) e Ridout et al. (1993). Terrill et al. (1998) compararam os resultados produzidos pelo uso dos modelos categorizados ordinais (McCullagh, 1980) e um outro modelo *mecanicista* para dados de dose-resposta de bioensaios de controle biológico do besouro *Otiorhynchus sulcatus* em videiras.

Os modelos que estão descritos na seção 4 e que serão utilizados neste trabalho, são considerados por Morgan (1992) como modelos descritivos ou analíticos. Morgan (1992) comenta que, em algumas situações, os modelos *mecanicistas* reduzem-se aos modelos descritivos.

3 MATERIAL

Os dados utilizados neste trabalho são provenientes de dois bioensaios toxicológicos para controle microbiano do cupim *H. tenuis* e do ácaro *T. urticae*, realizados no Laboratório de Patologia dos Insetos do Departamento de Entomologia da ESALQ/USP, desenvolvidos por Almeida (1994) para o controle do cupim e por Tamai (1997) para o controle do ácaro, ambos sob a orientação do Prof. Dr. Sérgio Batista Alves.

Para os dois bioensaios, experimentos preliminares foram realizados para definir a concentração dos isolados (5×10^8 conidia/ml) e o método de inoculação dos cupins (pulverização com torre de Potter, ver Almeida, 1994) e dos ácaros (imersão dos discos de folhas, ver Tamai, 1997).

(i) Estudo do fungo *Beauveria bassiana* para o controle microbiano da praga do cupim *Heterotermes tenuis*:

O cupim subterrâneo da espécie *Heterotermes tenuis* é uma das pragas da cana-de-açúcar que gera prejuízos na produção da ordem de 10 ton./ha/ano (Novaretti, 1985). O controle dessa praga é dificultado pelo fato de os ninhos do *H. tenuis* serem subterrâneos, necessitando-se de inseticidas de alto poder residual (organo-clorados), os quais acarretam sérios problemas ao meio-ambiente e ao homem. Devido a isso, a aplicação desses inseticidas em cana-de-açúcar foi proibida pelo Ministério da Agricultura em setembro de 1985. Segundo Fernandes & Alves (1991), a aplicação de fungos do gênero *Beauveria* spp apresentou-se como um método de controle alternativo e mostrou-se um candidato em potencial no controle do *H.*

tenuis por possuir a característica de viver tanto no hospedeiro como também fora dele, ou seja nos ninhos (Almeida et al., 1997).

Neste experimento, 5 placas de criação, com 30 cupins por placa, foram pulverizadas com os isolados (patógenos) de fungo. Cada placa foi considerada como sendo uma repetição. Os cupins mortos foram contados diariamente, durante um período de 8 dias. Neste ensaio foram utilizados 142 isolados de *B. bassiana*. Os dados de mortalidade dos cupins para dois isolados estão apresentados na Tabela 1. Nas Figuras 1 a 8 (páginas 50 a 57) estão apresentados os diagramas de dispersão para as proporções de morte acumulada do cupim *H. tenuis* para os isolados de *B. bassiana* utilizados nos experimentos.

(ii) Estudo do fungo *Beauveria bassiana* para o controle microbiano do ácaro *Tetranychus urticae*:

O ácaro rajado *T. urticae* Koch ataca muitas culturas de importância econômica. É considerada uma das pragas mais importantes das plantas olerícolas e ornamentais em todo mundo.

O controle deste artrópodo é feito quase sempre pela aplicação de produtos químicos. Para culturas hortícolas em que a produção é frequentemente consumida na forma *in natura*, os resíduos dos produtos que permanecem sobre os alimentos representam um sério risco à saúde dos consumidores. Por outro lado, aplicações feitas de forma preventiva ou mesmo quando a praga ainda se encontra em infestações ainda pequenas, têm favorecido o surgimento de populações resistentes deste ácaro.

Neste experimento, 12 discos (arenas) de folhas de feijão-de-porco *Canavalia ensiformis* foram inoculados (por imersão) com isolados de *B. bassiana* (patógenos) e colocados em placas de Petri. Sobre cada disco foram colocados 10 ácaros e o número de mortos foi contado diariamente, durante um período de 6 dias. Isso foi feito para 80 isolados de *B. bassiana*. Os dados de mortalidade dos ácaros para dois isolados estão apresentados na Tabela 2. Nas Figuras 11 a 16 (páginas

11 a 16) estão apresentados os diagramas de dispersão para as proporções de morte acumulada do ácaro *T. urticae* para os isolados de *B. bassiana* utilizados nos experimentos.

Em uma análise visual dos dados de mortalidade para os dois ensaios, apresentados nas Figuras 1 a 8 e nas Figuras 11 a 16, observa-se que existe uma variabilidade considerável dos interceptos e dos coeficientes angulares entre as repetições para muitos dos isolados nos dois bioensaios. Isso indica uma necessidade em considerarem-se modelos com efeitos aleatórios no intercepto e no coeficiente angular da regressão.

Verifica-se que, para alguns dos isolados, existe um alto grau de virulência, ou seja, a mortalidade inicial dos insetos é grande e rápida e se mantém crescente ao longo do experimento. Para outros isolados o grau de virulência é mais fraco, isto é, mesmo próximo do final do experimento a mortalidade apresentada é muito baixa.

Para ensaios dos tipos apresentados em (i) e (ii) a interpretação dos parâmetros do modelo de regressão da mortalidade em função dos isolados e do tempo é de fundamental importância para os entomologistas. Desse modo é possível identificar o(s) isolado(s) com um alto poder de virulência, capacidade de matar mais rápido (velocidade de matar), possibilitando a seleção dos isolados que tenham alta patogenicidade. Tais informações podem ser obtidas através dos coeficientes angulares das retas para os diferentes isolados, pois indicam o grau de agressividade dos isolados - considerando-se retas com interceptos bem próximos, a reta com um coeficiente angular maior identifica o isolado mais agressivo. Por outro lado, considerando-se as retas com coeficientes angulares bem próximos, a reta que apresentar o intercepto maior identificará o isolado mais agressivo. Essas informações são refletidas diretamente no tempo letal, LT_p , tempo que o isolado leva para matar $p\%$ dos insetos. Essa medida também pode ser usada para comparar a virulência de isolados que causam a mesma mortalidade, identificando assim os isolados que matam mais rapidamente os insetos.

Com essas informações *a priori*, obtidas em ensaios laboratoriais, os pesquisadores têm respaldo para traçar as diretrizes dos ensaios de campo. Desse modo, o controle biológico no campo já pode ser iniciado com os patógenos das melhores linhagens.

Tabela 1: Mortalidade acumulada de cupins após oito dias de exposição a dois isolados de *B. bassiana*.

Isolados	Réplica	dias							
		1	2	3	4	5	6	7	8
848	1	0	4	6	9	11	13	13	16
	2	0	9	9	12	15	20	20	20
	3	0	4	6	14	19	19	19	23
	4	0	8	12	12	22	24	24	24
	5	0	9	12	18	18	18	18	18
787	1	0	0	0	11	13	15	21	23
	2	0	0	0	11	19	20	22	24
	3	0	0	2	5	13	13	13	14
	4	0	0	0	4	10	10	12	14
	5	0	0	10	21	25	30	30	30

Tabela 2: Mortalidade acumulada de ácaros após oito dias de exposição a dois isolados de *B. bassiana*.

Isolado	Arena	dias						Isolado	Arena	dias					
		1	2	3	4	5	6			1	2	3	4	5	6
307	1	0	4	6	9	10	10	485	1	0	0	0	1	1	3
	2	0	6	6	8	10	10		2	0	0	1	1	4	4
	3	0	1	3	9	10	10		3	0	0	0	2	5	3
	4	0	3	3	7	10	10		4	0	0	0	0	0	0
	5	0	4	6	8	10	10		5	0	0	0	0	2	2
	6	0	6	7	9	10	10		6	0	0	0	0	2	2
	7	0	6	7	8	10	10		7	0	0	0	0	0	1
	8	0	6	8	9	10	10		8	0	0	0	0	2	2
	9	0	4	6	7	10	10		9	0	0	1	2	3	4
	10	0	4	5	9	10	10		10	0	0	0	1	2	2
	11	0	3	6	6	7	10		11	0	0	0	0	0	0
	12	0	3	5	7	7	10		12	0	0	0	0	1	3

4 MÉTODOS

Utilizando-se as proporções de mortalidade acumulada obtidas dos ensaios descritos na Seção 3, os diferentes isolados serão considerados como fatores ($i = 1, 2, \dots, I; I = 142$ ou 80) e o tempo (dias) como variável explicativa ($j = 1, 2, \dots, D; D = 8$ ou 6).

Seja $y_{ik,j}$ o número observado de insetos mortos no tempo j dos n_{ik} insetos que foram expostos ao isolado i , na repetição k (Tabela 3). Seja $r_{ik,j}$ a proporção acumulada observada de insetos mortos até o tempo j e que foram expostos ao isolado i , na repetição k (Tabela 4).

Tabela 3: Números ($y_{ik,j}$) observados de insetos mortos no tempo j , para o isolado i nas diferentes repetições.

Isolado	Repetição	Tempo					Totais
		1	...	j	...	D	
i	1	$y_{i1,1}$	...	$y_{i1,j}$	...	$y_{i1,D}$	n_{i1}
	...	...	...	...	...	...	...
	k	$y_{ik,1}$	...	$y_{ik,j}$	...	$y_{ik,D}$	n_{ik}
	...	...	...	...	...	...	...
	K	$y_{iK,1}$	...	$y_{iK,j}$	...	$y_{iK,D}$	n_{iK}

Tabela 4: Proporções ($r_{ik,j}$) acumuladas observadas de insetos mortos até o tempo j , para o isolado i nas diferentes repetições.

Isolado	Repetição	Tempo				
		1	...	j	...	D
i	1	$r_{i1,1}$	...	$r_{i1,j}$	...	$r_{i1,m}$
	...	...	...	...	...	...
	k	$r_{ik,1}$	...	$r_{ik,j}$	...	$r_{ik,m}$
	...	...	...	...	...	...
	K	$r_{iK,1}$	...	$r_{iK,j}$	...	$r_{iK,m}$

Seguindo-se a metodologia usada por O'Hara Hines & Lawless (1993), os modelos que serão utilizados neste trabalho, para a modelagem dos dados descritos na Seção 3, são relatados a seguir.

4.1 Modelo multinomial

Considere que na Tabela 3 a i -ésima linha corresponde ao vetor de observações de um vetor aleatório multinomial, $\mathbf{Y}_{ik} = (Y_{ik,1}, \dots, Y_{ik,D})^T$, em que $\sum_{j=1}^D y_{ik,j} = n_{ik}$ e $\boldsymbol{\pi}_{ik} = (\pi_{ik,1}, \dots, \pi_{ik,D})^T$, sendo $\pi_{ik,j}$ a probabilidade de um inseto exposto ao i -ésimo isolado, na repetição k , morrer no dia j . Então, a distribuição de probabilidade do vetor aleatório $\mathbf{Y}_{ik}$ é dada por:

$$P(\mathbf{Y}_{ik} = \mathbf{y}_{ik}; n_{ik}, \boldsymbol{\pi}_{ik}) = \frac{n_{ik}!}{\prod_{j=1}^D y_{ik,j}!} \pi_{ik,1}^{y_{ik,1}} \dots \pi_{ik,D}^{y_{ik,D}}, \quad (2)$$

com $0 \leq y_{ik,j} \leq n_{ik}$, $i = 1, \dots, I$, $j = 1, \dots, D$, $k = 1, \dots, K$ e $\sum_{j=1}^D \pi_{ik,j} = 1$. Tem-se que (2) define a distribuição multinomial com vetor de médias

$$E(\mathbf{Y}_{ik}) = n_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik} = n_{ik} (\pi_{ik,1}, \dots, \pi_{ik,D})^T$$

e matriz de variâncias e covariâncias, simétrica, de dimensões $D \times D$, dada por:

$$Var[\mathbf{Y}_{ik}] = \Sigma_{ik} = n_{ik} [diag\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T]. \quad (3)$$

Uma matriz inversa generalizada para (3) pode ser dada, por exemplo, por

$$\Sigma_{ik}^- = \frac{1}{n_{ik}} diag\{1/\pi_{ik,1}, 1/\pi_{ik,2}, \dots, 1/\pi_{ik,D}\}. \quad (4)$$

Conjuntamente, as IK amostras aleatórias de resposta multinomial, $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}_{11}, \dots, \mathbf{Y}_{IK})^T$, têm distribuição de probabilidade definida por

$$P(\mathbf{Y} = \mathbf{y}; \mathbf{n}, \boldsymbol{\pi}) = \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^K P(\mathbf{Y}_{ik} = \mathbf{y}_{ik}; n_{ik}, \boldsymbol{\pi}_{ik}) = \prod_{i=1}^I \prod_{k=1}^K n_{ik}! \prod_{j=1}^D \frac{\pi_{ik,j}^{y_{ik,j}}}{y_{ik,j}!},$$

em que $\mathbf{n} = (n_{11}, \dots, n_{IK})^T$ e $\boldsymbol{\pi} = (\boldsymbol{\pi}_{11}, \dots, \boldsymbol{\pi}_{IK})^T$, com vetor de médias e matriz de variâncias e covariâncias dadas, respectivamente, por

$$E(\mathbf{Y}) = (E(\mathbf{Y}_{11}), \dots, E(\mathbf{Y}_{IK}))^T = (n_{11} \boldsymbol{\pi}_{11}, \dots, n_{IK} \boldsymbol{\pi}_{IK})^T$$

e

$$\Sigma = diag\{\Sigma_{11}, \dots, \Sigma_{IK}\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \Sigma_{ik} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \Sigma_{IK} \end{bmatrix},$$

uma matriz bloco diagonal, de dimensões $IKD \times IKD$.

O logaritmo neperiano da função de verossimilhança para as IK observações multinomiais é dado por

$$l(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{y}) = \ln P(\mathbf{Y} = \mathbf{y}; \mathbf{n}, \boldsymbol{\pi}) = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^D y_{ik,j} \ln(\pi_{ik,j}) + \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^D \ln(n_{ik}! / y_{ik,j}!), \quad (5)$$

sujeito à restrição de que $\sum_{j=1}^D \pi_{ik,j} = 1$. A derivada parcial de (5) em relação a cada $\pi_{ik,j}$ fica

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{y})}{\partial \pi_{ik,j}} = \frac{y_{ik,j} - n_{ik} \pi_{ik,j}}{\pi_{ik,j}} = \pi_{ik,j}^{-1} (y_{ik,j} - n_{ik} \pi_{ik,j}),$$

de modo que, para a ik -ésima observação multinomial e usando-se (4), o sistema de equações de verossimilhança é descrito por

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{y})}{\partial \boldsymbol{\pi}_{ik}} = n_{ik} \boldsymbol{\Sigma}_{ik}^{-} (\mathbf{y}_{ik} - n_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}). \quad (6)$$

O estimador de máxima verossimilhança para $\boldsymbol{\pi}_{ik}$ é dado pela solução do sistema (6), obtendo-se

$$n_{ik} \boldsymbol{\Sigma}_{ik}^{-} (\mathbf{y}_{ik} - n_{ik} \hat{\boldsymbol{\pi}}_{ik}) = n_{ik} \boldsymbol{\Sigma}_{ik}^{-} \mathbf{y}_{ik} - n_{ik}^2 \boldsymbol{\Sigma}_{ik}^{-} \hat{\boldsymbol{\pi}}_{ik} = 0,$$

isto é,

$$\hat{\boldsymbol{\pi}}_{ik} = \frac{1}{n_{ik}} \mathbf{y}_{ik}.$$

Para IK amostras de resposta multinomial com D observações no tempo, o modelo linear generalizado para a ik -ésima observação é dado por

$$\boldsymbol{\eta}_{ik} = g(\boldsymbol{\pi}_{ik}) = \mathbf{X}_{ik} \boldsymbol{\beta}_i, \quad (7)$$

em que $\boldsymbol{\eta}_{ik}$ representa o preditor linear, $g(\cdot)$ é uma função de ligação, $\mathbf{X}_{ik}$ é uma matriz, de dimensões $D \times m$, de covariáveis e/ou variáveis *dummy* para os fatores e $\boldsymbol{\beta}_i$ é um vetor $m \times 1$ dos parâmetros da regressão. Como funções de ligação podem ser citadas as funções de ligação logit, probit e complemento log-log.

De acordo com McCullagh & Nelder (1989), se as categorias da resposta multinomial estão ordenadas, o modelo logit acumulado é o mais indicado por levar em consideração essa hierarquia natural entre as categorias. Desse modo, assumindo-se a existência de uma ordenação natural no tempo, no presente trabalho considera-se a função de ligação logit acumulado, cujo modelo é dado por

$$g(\gamma_{ik,j}) = \text{logit}(\gamma_{ik,j}) = \log \left(\frac{\gamma_{ik,j}}{1 - \gamma_{ik,j}} \right) = \log \left(\frac{\sum_{s=1}^j \pi_{ik,s}}{\sum_{s=j+1}^D \pi_{ik,s}} \right) = \eta_{ik,j}, \quad (8)$$

e para a parte sistemática tem-se um modelo de regressão com o tempo como variável explanatória e o preditor linear dado por

$$\eta_{ik,j} = \beta_{1i} + \beta_{2i} t_j, \quad (9)$$

em que β_{1i} é o efeito *baseline* associado ao isolado i e β_{2i} é o coeficiente angular da regressão linear em relação ao tempo. Em bioensaios de dose-resposta as informações

sobre tempo letal são de grande interesse. Para o MLG com ligação logit (8) e assumindo-se o preditor linear dado em (9), o tempo letal 50 e o tempo letal 90 são dados, respectivamente, por

$$\hat{LT}_{50} = -\hat{\beta}_{1i}/\hat{\beta}_{2i} \quad \text{e} \quad \hat{LT}_{90} = (\log_e(9) - \hat{\beta}_{1i})/\hat{\beta}_{2i}.$$

As estimativas de máxima verossimilhança para os parâmetros do modelo, $\hat{\beta}_i$, são obtidas usando-se o método escore de Fisher, implementado através do algoritmo de mínimos quadrados ponderados iterativamente (McCullagh & Nelder, 1989). Para grandes amostras,

$$(\hat{\beta}_i - \beta_i)^T \mathfrak{S}_i (\hat{\beta}_i - \beta_i) \xrightarrow{ass.} \chi_m^2,$$

sendo $\mathfrak{S}_i$ a matriz de informação de Fisher. Assim, de forma equivalente tem-se que $\hat{\beta}_i \xrightarrow{ass.} N_m(\beta_i, \mathfrak{S}_i^{-1})$, sendo $\mathfrak{S}_i^{-1}$ o inverso da matriz de informação de Fisher.

4.2 Modelo Dirichlet

No modelo multinomial descrito em (2), as probabilidades de ocorrência das categorias na ik -ésima observação multinomial são consideradas como constantes. Suponha que agora, essas probabilidades sejam variáveis aleatórias positivas, $\mathbf{p}_{ik} = (p_{ik,1}, p_{ik,2}, \dots, p_{ik,D})^T$, seguindo distribuição Dirichlet (Mosimann, 1962), com função densidade de probabilidade conjunta dada por

$$f(\mathbf{p}_{ik}; \boldsymbol{\alpha}_i) = \frac{\Gamma(\sum_{j=1}^D \alpha_{ij})}{\prod_{j=1}^D \Gamma(\alpha_{ij})} p_{ik,1}^{\alpha_{i1}-1} p_{ik,2}^{\alpha_{i2}-1} \dots p_{ik,D}^{\alpha_{iD}-1}, \quad (10)$$

em que $\boldsymbol{\alpha}_i = (\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{iD})^T$, $0 < p_{ik,j} < 1$, $\alpha_{ij} > 0$, $j = 1, 2, \dots, D$ e $\sum_{j=1}^D p_{ik,j} = 1$. O vetor de médias e a matriz de variâncias e covariâncias de $\mathbf{p}_{ik}$ são dados respectivamente, por

$$E[\mathbf{p}_{ik}] = \frac{1}{\sum_{j=1}^D \alpha_{ij}} \boldsymbol{\alpha}_i = \boldsymbol{\pi}_{ik} \quad (11)$$

e

$$Var[\mathbf{p}_{ik}] = [diag\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik}\boldsymbol{\pi}_{ik}^T]\rho_i, \quad (12)$$

em que $\rho_i = 1/(1 + \sum_{j=1}^D \alpha_{ij})$.

Quando $D = 2$, (10) reduz-se à distribuição Beta $(\alpha_{i1}, \alpha_{i2})$, em que $p_{ik,2} = 1 - p_{ik,1}$, com $E(p_{ik,1}) = \alpha_{i1}/(\alpha_{i1} + \alpha_{i2})$ e $Var(p_{ik,1}) = \alpha_{i1}\alpha_{i2}/[(\alpha_{i1} + \alpha_{i2})^2(1 + \alpha_{i1} + \alpha_{i2})]$.

4.3 Modelo Dirichlet - multinomial

Nos ensaios de dose-resposta agrupados no tempo, uma alternativa para incorporar uma fonte de variação extra-multinomial ao modelo é assumir um modelo em dois estágios, semelhante ao descrito em Hinde & Demétrio (1998a, b) para dados binomiais e de Poisson, em que ao parâmetro de média da variável resposta está associada uma distribuição. Desse modo, incondicionalmente, a variável resposta segue uma distribuição composta.

Considere que, em um primeiro estágio, $\mathbf{Y}_{ik}|\mathbf{p}_{ik} \sim$ multinomial $(n_{ik}; \mathbf{p}_{ik})$ com $E[\mathbf{Y}_{ik}|\mathbf{p}_{ik}] = n_{ik}\mathbf{p}_{ik}$ e matriz de variâncias e covariâncias

$$Var[\mathbf{Y}_{ik}|\mathbf{p}_{ik}] = n_{ik}[diag\{\mathbf{p}_{ik}\} - \mathbf{p}_{ik}\mathbf{p}_{ik}^T]$$

e, em um segundo estágio, o vetor de proporções esperadas, $\mathbf{p}_{ik}$, segue uma distribuição Dirichlet como em (10). Assim, incondicionalmente, $\mathbf{Y}_{ik} = (Y_{ik,1}, Y_{ik,2}, \dots, Y_{ik,D})^T$ segue uma distribuição Dirichlet-multinomial com distribuição de probabilidade dada por

$$\begin{aligned} P(\mathbf{Y}_{ik}; n_{ik}) &= \int_0^1 \dots \int_0^{1 - \sum_{j=1}^{D-1} p_{ik,j}} P(\mathbf{Y}_{ik}, \mathbf{p}_{ik}; n_{ik}) \partial \mathbf{p}_{ik} \\ &= \int_0^1 \dots \int_0^{1 - \sum_{j=1}^{D-1} p_{ik,j}} P(\mathbf{Y}_{ik}|\mathbf{p}_{ik}; n_{ik}) f(\mathbf{p}_{ik}) \partial \mathbf{p}_{ik} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^1 \cdots \int_0^{1 - \sum_{j=1}^{D-1} p_{ik,j}} \binom{n_{ik}}{y_{ik,1} \cdots y_{ik,D}} \prod_{j=1}^D p_{ik,j}^{y_{ik,j}} \frac{\Gamma(\sum_{j=1}^D \alpha_{ij})}{\prod_{j=1}^D \Gamma(\alpha_{ij})} \prod_{j=1}^D p_{ik,j}^{(\alpha_{ij}-1)} \partial \mathbf{p}_{ik} \\
&= \binom{n_{ik}}{y_{ik,1} \cdots y_{ik,D}} \frac{\Gamma(\sum_{j=1}^D \alpha_{ij})}{\prod_{j=1}^D \Gamma(\alpha_{ij})} \int_0^1 \cdots \int_0^{1 - \sum_{j=1}^{D-1} p_{ik,j}} \prod_{j=1}^D p_{ik,j}^{(y_{ik,j} + \alpha_{ij} - 1)} \partial \mathbf{p}_{ik} \\
&= \binom{n_{ik}}{y_{ik,1} \cdots y_{ik,D}} \frac{\Gamma(\sum_{j=1}^D \alpha_{ij}) \prod_{j=1}^D \Gamma(y_{ik,j} + \alpha_{ij})}{\prod_{j=1}^D \Gamma(\alpha_{ij}) \Gamma(n_{ik} + \sum_{j=1}^D \alpha_{ij})} \quad (13)
\end{aligned}$$

em que $0 \leq y_{ik,j} \leq n_{ik}$, $\alpha_{ij} > 0$, $j = 1, 2, \dots, D$, $\mathbf{Y}_{ik} = (Y_{ik,1}, \dots, Y_{ik,D})^T$ e $\boldsymbol{\pi}_{ik} = (\pi_{ik,1}, \dots, \pi_{ik,D})^T$.

Quando $D = 2$, (13) fica reduzida ao modelo beta-binomial, similar ao descrito por Williams (1982) e Crowder (1978) para dados binomiais com superdispersão.

Paul et al. (1989) usaram uma forma reparametrizada de (13), fazendo $\theta_i = 1 / \sum_{j=1}^D \alpha_{ij}$, na formulação de um teste de hipótese para θ_i com as hipóteses,

$$H_o : \theta_i = 0 \text{ (multinomial)} \quad \text{versus} \quad H_a : \theta_i > 0 \text{ (Dirichlet - multinomial)},$$

baseado na razão de verossimilhança, avaliando assim a presença da superdispersão.

Utilizando-se propriedades de esperança condicional e as expressões (11) e (12), o vetor de médias e a matriz de variâncias e covariâncias de $\mathbf{Y}_{ik}$ são dados por

$$E[\mathbf{Y}_{ik}] = E[E[\mathbf{Y}_{ik} | \mathbf{p}_{ik}]] = E[n_{ik} \mathbf{p}_{ik}] = n_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik} \quad (14)$$

e

$$\begin{aligned}
Var[\mathbf{Y}_{ik}] &= E[Var(\mathbf{Y}_{ik} | \mathbf{p}_{ik})] + Var[E(\mathbf{Y}_{ik} | \mathbf{p}_{ik})] \\
&= n_{ik} E[diag\{\mathbf{p}_{ik}\} - \mathbf{p}_{ik} \mathbf{p}_{ik}^T] + n_{ik}^2 Var[\mathbf{p}_{ik}]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= n_{ik} E[\text{diag}\{\mathbf{p}_{ik}\}] - n_{ik} E[\mathbf{p}_{ik} \mathbf{p}_{ik}^T] + n_{ik}^2 \text{Var}[\mathbf{p}_{ik}] \\
&= n_{ik} \text{diag}\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} + n_{ik}(n_{ik} - 1) \text{Var}[\mathbf{p}_{ik}] - n_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T \\
&= n_{ik} [\text{diag}\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T] + n_{ik}(n_{ik} - 1) \rho_i [\text{diag}\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T] \\
&= n_{ik} [\text{diag}\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T] [1 + (n_{ik} - 1) \rho_i],
\end{aligned} \tag{15}$$

em que $\pi_{ik,j} = \alpha_{ij} / (\sum_{j=1}^D \alpha_{ij})$. Aqui, $[1 + (n_{ik} - 1) \rho_i]$ é um fator de inflação da matriz de função de variâncias da distribuição multinomial, que é semelhante ao fator de heterogeneidade de Finney (1971), no qual ρ_i é um parâmetro de superdispersão ($-1/(n_{ik} - 1) \leq \rho_i \leq 1$).

4.4 Modelo multinomial acumulado

Em algumas situações, como para os dados apresentados na Seção 3, é mais conveniente trabalhar com o vetor de observações acumuladas.

Assumindo que $\mathbf{Y}_{ik} \sim \text{multinomial}(n_{ik}; \boldsymbol{\pi}_{ik})$ e que, sendo $\mathbf{L}$ uma matriz, de dimensões $D \times D$, triangular inferior com valores unitários, então o vetor aleatório, de dimensões $D \times 1$, de proporções de mortalidade acumuladas, associado ao i -ésimo isolado na k -ésima repetição fica escrito como

$$\mathbf{R}_{ik} = (R_{ik,1}, R_{ik,2}, \dots, R_{ik,D})^T = \frac{1}{n_{ik}} (\mathbf{L} \mathbf{Y}_{ik}), \tag{16}$$

sendo $0 \leq R_{ik,1} \leq R_{ik,2} \leq \dots \leq R_{ik,D} \leq 1$. Logo,

$$E[\mathbf{R}_{ik}] = \frac{1}{n_{ik}} E[\mathbf{L} \mathbf{Y}_{ik}] = \frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} E[\mathbf{Y}_{ik}] = \mathbf{L} \boldsymbol{\pi}_{ik} = \boldsymbol{\gamma}_{ik}, \tag{17}$$

em que $\boldsymbol{\gamma}_{ik} = (\gamma_{ik,1}, \gamma_{ik,2}, \dots, \gamma_{ik,D})^T$ e $\gamma_{ik,j}$ é a probabilidade acumulada esperada de um inseto morrer até o dia j , exposto ao i -ésimo isolado, na k -ésima repetição e utilizando-se (3),

$$\begin{aligned}
\text{Var}[\mathbf{R}_{ik}] &= \text{Var}\left[\frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} \mathbf{Y}_{ik}\right] = \frac{1}{n_{ik}^2} \mathbf{L} \text{Var}[\mathbf{Y}_{ik}] \mathbf{L}^T \\
&= \frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} [\text{diag}\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T] \mathbf{L}^T = \mathbf{V}(\boldsymbol{\gamma}_{ik}),
\end{aligned} \tag{18}$$

sendo $V(\boldsymbol{\gamma}_{ik})$ uma matriz simétrica de dimensões $D \times D$, com elementos $v_{jj'} = v_{j'j} = \gamma_{ik,j}(1 - \gamma_{ik,j'})/n_{ik}$, $(1 \leq j \leq j' \leq D)$.

4.5 Modelo Dirichlet - multinomial acumulado

Supondo-se

que, em um primeiro estágio, $\mathbf{Y}_{ik} | \mathbf{p}_{ik} \sim \text{multinomial}(n_{ik}; \mathbf{p}_{ik})$ e que, em um segundo estágio, $\mathbf{p}_{ik}$ siga uma distribuição Dirichlet, com função densidade de probabilidade dada por (10), incondicionalmente, $\mathbf{Y}_{ik}$ segue uma distribuição Dirichlet-multinomial (13). Assim, para o vetor de proporções acumuladas, $\mathbf{R}_{ik}$, como sendo o vetor de variável resposta e usando-se (14) e (15) tem-se que

$$E[\mathbf{R}_{ik}] = E\left[\frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} \mathbf{Y}_{ik}\right] = \frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} E[E[\mathbf{Y}_{ik} | \mathbf{p}_{ik}]] = \boldsymbol{\gamma}_{ik} \quad (19)$$

e

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathbf{R}_{ik}] &= \text{Var}\left[\frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} \mathbf{Y}_{ik}\right] = \frac{1}{n_{ik}^2} \mathbf{L} \text{Var}[\mathbf{Y}_{ik}] \mathbf{L}^T \\ &= \frac{1}{n_{ik}} \mathbf{L} [\text{diag}\{\boldsymbol{\pi}_{ik}\} - \boldsymbol{\pi}_{ik} \boldsymbol{\pi}_{ik}^T] \mathbf{L}^T [1 + \rho_i(n_{ik} - 1)] \\ &= [1 + \rho_i(n_{ik} - 1)] V(\boldsymbol{\gamma}_{ik}), \end{aligned} \quad (20)$$

em que $V(\boldsymbol{\gamma}_{ik})$ está definida em (18), e $-1/(n_{ik} - 1) \leq \rho_i \leq 1$ é o parâmetro que reflete a superdispersão, semelhante ao modelo Beta-binomial de Williams (1982). Na ausência de superdispersão ($\rho_i = 0$, para todo $i = 1, 2, \dots, I$) a matriz de variâncias e covariâncias definida em (20) fica reduzida à (18).

4.6 Modelos de efeito aleatório

O modelo Dirichlet-multinomial definido na Seção 4.5 associa uma distribuição de probabilidade ao parâmetro de média, $\mathbf{p}_{ik}$, do vetor de resposta multinomial, $\mathbf{Y}_{ik} | \mathbf{p}_{ik}$. Uma outra forma de incorporar a superdispersão aos modelos é adicionando-se um efeito aleatório ao preditor linear, $\boldsymbol{\eta}_{ik}$, criando-se desse modo uma mudança no efeito de locação da distribuição associada à variável latente do tempo.

4.6.1 Modelo de efeito aleatório no intercepto - REMI

Assumindo-se o preditor linear definido em (9) e adicionando-se um efeito aleatório ao efeito de cada isolado i , para cada repetição k , tem-se

$$g(q_{ik,j}) = \eta_{ik,j} + \xi_{ik} = \beta_{1i} + \beta_{2i}t_j + \xi_{ik}, \quad (21)$$

em que $q_{ik,j} = \sum_{s=1}^j p_{ik,s}$, $E[\xi_{ik}] = 0$ e $Var[\xi_{ik}] = \sigma_i^2$, independentes. Um caso particular ocorre quando $\xi_{ik} \sim N(0, \sigma_i^2)$. Escrevendo-se

$$q_{ik,j} = g^{-1}(\eta_{ik,j} + \xi_{ik}) = h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik}),$$

e usando-se uma aproximação em série de Taylor de primeira ordem para $h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik})$ em torno do preditor linear $\eta_{ik,j}$, obtém-se

$$q_{ik,j} = h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik}) \approx h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} - \eta_{ik,j}) = h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})\xi_{ik}.$$

Assim

$$E[q_{ik,j}] \approx E[h(\eta_{ik,j})] + h'(\eta_{ik,j})E[\xi_{ik}] = h(\eta_{ik,j}) = \gamma_{ik,j}, \quad (22)$$

$$\begin{aligned} Var[q_{ik,j}] &\approx Var[h(\eta_{ik,j})] + Var[h'(\eta_{ik,j})\xi_{ik}] \\ &= h'(\eta_{ik,j})Var[\xi_{ik}]h'(\eta_{ik,j}) \\ &= h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j})\sigma_i^2, \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} Cov(q_{ik,j}, q_{ik,j'}) &= Cov[h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik}), h(\eta_{ik,j'} + \xi_{ik})] \\ &\approx Cov[h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})\xi_{ik}, h(\eta_{ik,j'}) + h'(\eta_{ik,j'})\xi_{ik}] \\ &= E[h(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'}) + h(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})\xi_{ik} + \\ &\quad h'(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'})\xi_{ik} + h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})\xi_{ik}^2] - \\ &\quad E[h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})\xi_{ik}]E[h(\eta_{ik,j'}) + h'(\eta_{ik,j'})\xi_{ik}] \\ &= E[h(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'})] + h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})E[\xi_{ik}^2] - \\ &\quad E[h(\eta_{ik,j})]E[h(\eta_{ik,j'})] \\ &= \sigma_i^2 h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'}), \end{aligned} \quad (23)$$

no qual $h'(\eta_{ik,j}) = \partial h(\eta_{ik,j}) / \partial \eta_{ik,j}$. Então, na notação matricial, pode-se escrever

$$\text{Var}[\mathbf{q}_{ik}] \approx \sigma_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T,$$

no qual $h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) = (\eta_{ik,1}, \eta_{ik,2}, \dots, \eta_{ik,D})^T$. Logo,

$$E[\mathbf{R}_{ik}] = E[E(\mathbf{R}_{ik} | \mathbf{q}_{ik})] = E[\mathbf{q}_{ik}] \approx \boldsymbol{\gamma}_{ik}, \quad (24)$$

e

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathbf{R}_{ik}] &= \text{Var}[E(\mathbf{R}_{ik} | \mathbf{q}_{ik})] + E[\text{Var}(\mathbf{R}_{ik} | \mathbf{q}_{ik})] \\ &= \text{Var}[\mathbf{q}_{ik}] + E[\mathbf{V}(\mathbf{q}_{ik})] \\ &\approx \sigma_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T + E[\mathbf{V}(\mathbf{q}_{ik})], \end{aligned} \quad (25)$$

sendo

$$E[\mathbf{V}(\mathbf{q}_{ik})] = \frac{1}{n_{ik}} E \begin{pmatrix} q_{ik,1} - q_{ik,1}^2 & q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,2} & \cdots & q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,D} \\ q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,2} & q_{ik,2} - q_{ik,2}^2 & \cdots & q_{ik,2} - q_{ik,2} q_{ik,D} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,D} & \cdots & \cdots & q_{ik,D} - q_{ik,D}^2 \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Usando-se (22) e (23) segue que

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j}] - \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j} q_{ik,j'}] &= \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j}] - \frac{1}{n_{ik}} \text{Cov}(q_{ik,j}, q_{ik,j'}) - \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j}] E[q_{ik,j'}] \\ &\approx \frac{1}{n_{ik}} h(\eta_{ik,j}) - \frac{1}{n_{ik}} \sigma_i^2 h'(\eta_{ik,j}) h'(\eta_{ik,j'}) - \frac{1}{n_{ik}} h(\eta_{ik,j}) h(\eta_{ik,j'}) \\ &= \frac{1}{n_{ik}} h(\eta_{ik,j}) (1 - h(\eta_{ik,j'})) - \frac{1}{n_{ik}} \sigma_i^2 h'(\eta_{ik,j}) h'(\eta_{ik,j'}). \end{aligned}$$

Consequentemente, (26) pode ser escrita como

$$E[\mathbf{V}(\mathbf{q}_{ik})] \approx \mathbf{V}(\boldsymbol{\gamma}_{ik}) - \frac{1}{n_{ik}} \sigma_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T,$$

e (25) como

$$\begin{aligned} \text{Var}[\mathbf{R}_{ik}] &\approx \sigma_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T + \mathbf{V}(\boldsymbol{\gamma}_{ik}) - \frac{1}{n_{ik}} \sigma_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \\ &= \mathbf{V}(\boldsymbol{\gamma}_{ik}) + \left(1 - \frac{1}{n_{ik}}\right) \sigma_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T. \end{aligned} \quad (27)$$

Na ausência da superdispersão, isto é, $\sigma_i^2 = 0$, a matriz de variâncias e covariâncias (27) fica reduzida à mesma expressão obtida para o modelo multinomial acumulado dada em (18).

De modo análogo ao modelo Dirichlet-multinomial, é utilizado um modelo de regressão com preditor linear definido em (9) com uma função de ligação logística. Novamente são considerados os modelos com um parâmetro de superdispersão constante ($\sigma_i^2 = \sigma^2$ para todo i) e aqueles nos quais o parâmetro de superdispersão varia com os isolados (σ_i^2).

4.6.2 Modelo de efeitos aleatórios no intercepto e coeficiente angular - REMII

O modelo definido na Seção 4.6.1 incorpora um efeito aleatório apenas ao intercepto da reta de regressão. Uma outra possibilidade seria, também, considerar os coeficientes angulares das retas como aleatórios. Desse modo, incorporando ao modelo (21) um efeito aleatório aditivo ao coeficiente angular da reta em cada isolado i , para cada repetição k , o preditor linear fica escrito como

$$g(q_{ik,j}) = \beta_{1i} + \xi_{ik} + (\beta_{2i} + \zeta_{ik})t_j = \eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik}t_j, \quad (28)$$

sendo que o vetor $(\xi_{ik}, \zeta_{ik})^T$ tem uma distribuição com $E[\xi_{ik}] = E[\zeta_{ik}] = 0$ e matriz de variâncias e covariâncias dada por

$$\Sigma_{\nu_i \tau_i \lambda_i} = \begin{bmatrix} \nu_i^2 & \lambda_i \nu_i \tau_i \\ \lambda_i \nu_i \tau_i & \tau_i^2 \end{bmatrix},$$

em que $-1 \leq \lambda_{ik} \leq 1$ é a correlação entre ξ_{ik} e ζ_{ik} . Um caso particular seria supor uma distribuição Normal bivariada para o vetor $(\xi_{ik}, \zeta_{ik})^T$. Assim, escrevendo-se

$$\begin{aligned} q_{ik,j} &= g^{-1}(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik}t_j) \\ &= h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik}t_j), \end{aligned}$$

e usando-se uma expansão em série de Taylor de primeira ordem para a probabilidade multinomial acumulada $q_{ik,j} = h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik}t_j)$, em torno de $\eta_{ik,j}$, tem-se

$$q_{ik,j} = h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik}t_j)$$

$$\begin{aligned}
&\approx h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j - \eta_{ik,j}) \\
&= h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j).
\end{aligned}$$

Logo,

$$E[q_{ik,j}] \approx h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})E[\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j] = h(\eta_{ik,j}) = \gamma_{ik,j}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
Var[q_{ik,j}] &\approx Var[h(\eta_{ik,j})] + Var[h'(\eta_{ik,j})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j)] \\
&= h'(\eta_{ik,j})Var[\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j]h'(\eta_{ik,j}) \\
&= h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j})[Var(\xi_{ik}) + t_j^2 Var(\zeta_{ik}) + 2Cov(\xi_{ik}, \zeta_{ik} t_j)] \\
&= h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j})[\nu_i^2 + t_j^2 \tau_i^2 + 2\lambda_i \nu_i \tau_i t_j]
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
Cov(q_{ik,j}, q_{ik,j'}) &= Cov[h(\eta_{ik,j} + \xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j), h(\eta_{ik,j'} + \zeta_{ik} + \zeta_{ik} t_{j'})] \\
&\approx Cov[h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j), h(\eta_{ik,j'}) + h'(\eta_{ik,j'})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_{j'})] \\
&= E[h(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'}) + h(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j) + \\
&\quad h'(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j) + h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j)(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_{j'})] - \\
&\quad E[h(\eta_{ik,j}) + h'(\eta_{ik,j})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j)]E[h(\eta_{ik,j'}) + h'(\eta_{ik,j'})(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_{j'})] \\
&= h(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'}) + h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})E[(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_j)(\xi_{ik} + \zeta_{ik} t_{j'})] - \\
&\quad E[h(\eta_{ik,j})]E[h(\eta_{ik,j'})] \\
&= h(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'}) + h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})E[\xi_{ik}^2 + \zeta_{ik}^2 t_j t_{j'} + \xi_{ik} \zeta_{ik} t_j + \xi_{ik} \zeta_{ik} t_{j'}] - \\
&\quad h(\eta_{ik,j})h(\eta_{ik,j'}) \\
&= h'(\eta_{ik,j})h'(\eta_{ik,j'})[\nu_i^2 + \tau_i^2 t_j t_{j'} + \lambda_i \nu_i \tau_i (t_j + t_{j'})], \quad (30)
\end{aligned}$$

sendo $h'(\eta_{ik,j}) = \partial h(\eta_{ik,j}) / \partial \eta_{ik,j}$. Assim, em notação matricial, pode-se escrever

$$\begin{aligned}
Var[\mathbf{q}_{ik}] &\approx \nu_i^2 h'(\eta_{ik})h'(\eta_{ik})^T + \tau_i^2 [h'(\eta_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}][h'(\eta_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}]^T + \\
&\quad \lambda_i \nu_i \tau_i h'(\eta_{ik})h'(\eta_{ik})^T * [\mathbf{1}\mathbf{t}_{ik}^T + \mathbf{t}_{ik}\mathbf{1}^T], \quad (31)
\end{aligned}$$

em que $\mathbf{1}$ é um vetor coluna unitário de dimensões $D \times 1$, $\mathbf{t}_{ik}^T = (t_{ik,1}, t_{ik,2}, \dots, t_{ik,D})$ e $*$ indica a operação produto Hadamard (Rao, 1973). Portanto,

$$E[\mathbf{R}_{ik}] = E(E[\mathbf{R}_{ik} | \mathbf{q}_{ik}]) = E[\mathbf{q}_{ik}] \approx \boldsymbol{\gamma}_{ik}, \quad (32)$$

e

$$\begin{aligned}
Var[\mathbf{R}_{ik}] &= Var[E[\mathbf{R}_{ik}|\mathbf{q}_{ik}]] + E[Var[\mathbf{R}_{ik}|\mathbf{q}_{ik}]] \\
&= Var[\mathbf{q}_{ik}] + E[V(\mathbf{q}_{ik})] \\
&\approx \nu_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T + \tau_i^2 [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}] [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}]^T + \\
&\quad \lambda_i \nu_i \tau_i h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T * [\mathbf{1} \mathbf{t}_{ik}^T + \mathbf{t}_{ik} \mathbf{1}^T] + E[V(\mathbf{q}_{ik})], \tag{33}
\end{aligned}$$

sendo que

$$E[V(\mathbf{q}_{ik})] = \frac{1}{n_{ik}} E \begin{pmatrix} q_{ik,1} - q_{ik,1}^2 & q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,2} & \cdots & q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,D} \\ q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,2} & q_{ik,2} - q_{ik,2}^2 & \cdots & q_{ik,2} - q_{ik,2} q_{ik,D} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ q_{ik,1} - q_{ik,1} q_{ik,D} & \cdots & \cdots & q_{ik,D} - q_{ik,D}^2 \end{pmatrix}. \tag{34}$$

Usando-se (29) e (30), cada elemento de (34) fica escrito como

$$\begin{aligned}
\frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j}] - \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j} q_{ik,j'}] &= \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j}] - \frac{1}{n_{ik}} \text{Cov}(q_{ik,j}, q_{ik,j'}) - \frac{1}{n_{ik}} E[q_{ik,j}] E[q_{ik,j'}] \\
&\approx \frac{1}{n_{ik}} h(\eta_{ik,j}) - \frac{1}{n_{ik}} h'(\eta_{ik,j}) h'(\eta_{ik,j'}) [\nu_i^2 + \tau_i^2 t_j t_{j'} + \\
&\quad \lambda_i \nu_i \tau_i (t_j + t_{j'})] - \frac{1}{n_{ik}} h(\eta_{ik,j}) h(\eta_{ik,j'}) \\
&= \frac{1}{n_{ik}} h(\eta_{ik,j}) [1 - h(\eta_{ik,j'})] - \\
&\quad \frac{1}{n_{ik}} h'(\eta_{ik,j}) h'(\eta_{ik,j'}) [\nu_i^2 + \tau_i^2 t_j t_{j'} + \lambda_i \nu_i \tau_i (t_j + t_{j'})],
\end{aligned}$$

e assim

$$\begin{aligned}
E[V(\mathbf{q}_{ik})] &\approx V(\boldsymbol{\gamma}_{ik}) - \frac{1}{n_{ik}} \nu_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T - \frac{1}{n_{ik}} \tau_i^2 [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}] [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}]^T - \\
&\quad \frac{1}{n_{ik}} \lambda_i \nu_i \tau_i [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T] * [\mathbf{1} \mathbf{t}_{ik}^T + \mathbf{t}_{ik} \mathbf{1}^T],
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
Var[\mathbf{R}_{ik}] &\approx \nu_i^2 h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T + \tau_i^2 [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}] [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}]^T + \\
&\quad \lambda_i \nu_i \tau_i [h'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) h'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T] * [\mathbf{1} \mathbf{t}_{ik}^T + \mathbf{t}_{ik} \mathbf{1}^T] + V(\boldsymbol{\gamma}_{ik}) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{n_{ik}} \nu_i^2 h'(\eta_{ik}) h'(\eta_{ik})^T - \frac{1}{n_{ik}} \tau_i^2 [h'(\eta_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}] [h'(\eta_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}]^T - \\
& \frac{\lambda_{ik} \nu_i \tau_i}{n_{ik}} [h'(\eta_{ik}) h'(\eta_{ik})^T] * [\mathbf{1} \mathbf{t}_{ik}^T + \mathbf{t}_{ik} \mathbf{1}^T] \\
= & \mathbf{V}(\gamma_{ik}) + \left(1 - \frac{1}{n_{ik}}\right) \nu_i^2 h'(\eta_{ik}) h'(\eta_{ik})^T + \\
& \left(1 - \frac{1}{n_{ik}}\right) \tau_i^2 [h'(\eta_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}] [h'(\eta_{ik}) * \mathbf{t}_{ik}]^T + \\
& \left(1 - \frac{1}{n_{ik}}\right) \lambda_{ik} \nu_i \tau_i [h'(\eta_{ik}) h'(\eta_{ik})^T] * [\mathbf{1} \mathbf{t}_{ik}^T + \mathbf{t}_{ik} \mathbf{1}^T]. \tag{35}
\end{aligned}$$

Na ausência de superdispersão, isto é, $\nu_i^2 = 0$ e $\tau_i^2 = 0$, a matriz de variâncias e covariâncias (35) é reduzida à mesma estrutura da matriz de variâncias e covariâncias do modelo multinomial acumulado dada por (18).

Como nos modelos anteriores, aqui também é utilizado um modelo de regressão com preditor linear dado por (9) e função de ligação logit. Novamente, utilizam-se os modelos com superdispersão constante ($\nu_i^2 = \nu^2$ e $\tau_i^2 = \tau^2$ para todo i) e aqueles nos quais o parâmetro de superdispersão varia com os isolados (ν_i^2 e τ_i^2).

4.7 Equações de estimações generalizadas

Esta Seção trata das equações de estimação generalizadas (EEG) sumariando os principais resultados de Liang & Zeger (1986) e Zeger & Liang (1986). O método está descrito de forma resumida e a notação utilizada está baseada na mesma notação utilizada por Zeger & Liang (1986).

O método das EEG está baseado na generalização do método de quase verossimilhança de Wedderburn (1974). É uma metodologia para modelos de regressão onde se tem dependência entre as observações. Possui propriedades relevantes do ponto de vista assintótico e leva a estimativas consistentes para os dos parâmetros. Muitos autores têm feito uso do método na análise de dados de natureza discreta e contínua.

Como uma extensão do método de quase verossimilhança não se faz necessária a definição completa do modelo probabilístico a ser utilizado, mas apenas

os momentos de primeira e segunda ordem. Dessa forma fica especificada a relação entre a média e a variância do modelo adotado. A importância do método se deve ao fato de que, com exceção da suposição de distribuição Gaussiana para os dados, existem poucas alternativas para distribuições multivariadas que possam ser utilizadas para a análise de dados provenientes de bioensaios multivariados de dose-resposta.

Suponha que $\mathbf{Y}_i = (Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{it_i})^T$, $i = 1, 2, \dots, K$, é o vetor de respostas associado ao i -ésimo indivíduo, no qual Y_{it_i} associa a observação da i -ésima unidade amostral no tempo t_i , e $\mathbf{X}_i$ uma matriz, de dimensões $t_i \times m$, de covariáveis associada a $\mathbf{Y}_i$. Considere que o valor esperado para a vetor $\mathbf{Y}_i$ é dado pelo vetor, de dimensão $t_i \times 1$,

$$\boldsymbol{\mu}_i = h(\mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}) \quad (36)$$

no qual $\boldsymbol{\beta}$ é um vetor, de dimensão $m \times 1$, de parâmetros desconhecidos da regressão, sendo a matriz de variâncias e covariâncias associada a $\mathbf{Y}_i$ dada por

$$\text{Var}(\mathbf{Y}_i) = \mathbf{V}_i, \quad (37)$$

em que $\mathbf{V}_i$ é uma matriz simétrica de dimensões $t_i \times t_i$. Essa matriz associa as covariâncias entre os tempos para a i -ésima unidade observacional. Para os bioensaios multivariados de dose-resposta com dados agrupados, o grupo (*cluster*) é considerado como a unidade observacional. Como exemplos são citados os dados dos bioensaios descritos na Seção 3.

Considerando a estrutura dos MLG descritos em (7), tem-se que a função de ligação g é expressa como

$$g(\boldsymbol{\eta}_i) = h^{-1}(\boldsymbol{\eta}_i) = h^{-1}(\mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta})$$

e

$$\partial \boldsymbol{\mu}_i / \partial \boldsymbol{\beta}^T = [\partial \boldsymbol{\mu}_i / \partial \boldsymbol{\eta}_i] [\partial \boldsymbol{\eta}_i / \partial \boldsymbol{\beta}^T].$$

A função escore para o vetor de parâmetros da regressão, $\boldsymbol{\beta}$, é dada pelo sistema de equações

$$\begin{aligned}
U(\boldsymbol{\beta}) &= \sum_{k=1}^K \left[\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_i}{\partial \boldsymbol{\beta}^T} \right] [\text{Var}(\mathbf{Y}_i)]^{-1} (\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\mu}_i) \\
&= \sum_{k=1}^K \left[\frac{\partial \boldsymbol{\mu}_i}{\partial \boldsymbol{\beta}_i} \right] \mathbf{V}_i^{-1} (\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\mu}_i) = \\
&= \sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i \mathbf{S}_i = 0,
\end{aligned} \tag{38}$$

sendo $\mathbf{S}_i = (\mathbf{Y}_i - \boldsymbol{\mu}_i)$, sendo $\boldsymbol{\mu}_i$ dado por (36), $\mathbf{V}_i$ definida em (37) e $\mathbf{D}_i = \text{diag}\{\partial \boldsymbol{\mu}_i / \partial \boldsymbol{\beta}^T\}$ uma matriz de dimensões $t_i \times t_i$. Para $t_i = 1$, para todo i , isto é, apenas uma medida repetida no tempo, o sistema de equações (38) fica reduzido ao sistema de equações quase- escore de Wedderburn (1974).

Para o caso de dados longitudinais, Liang & Zeger (1986) definiram uma estrutura especial para $\mathbf{V}_i$, denominando-a de matriz de trabalho, sendo dada por

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{A}_i^{1/2} \mathbf{R}_i(\boldsymbol{\alpha}) \mathbf{A}_i^{1/2} / \phi, \tag{39}$$

na qual $\mathbf{A}_i = \text{diag}\{g(\mu_{i1}), g(\mu_{i2}), \dots, g(\mu_{it_i})\}$ é uma matriz de dimensões $t_i \times t_i$, ϕ um parâmetro de escala como definido em (1) e $\mathbf{R}_i(\boldsymbol{\alpha})$ é dita ser uma matriz de correlação de trabalho, de dimensões $t_i \times t_i$ que não precisa ser, necessariamente, corretamente especificada, associada a um vetor de parâmetros $\boldsymbol{\alpha}$, de dimensões $s \times 1$, considerado o mesmo para todos os indivíduos, que pode ser conhecido ou desconhecido (ver Artes, 1997 para várias maneiras de estimação de $\boldsymbol{\alpha}$). Quando $\mathbf{R}_i(\boldsymbol{\alpha})$ é bem definida, tem-se que $\text{Var}(\mathbf{Y}_i) = \mathbf{V}_i$. De forma genérica, o sistema (38) fica reescrito em função de $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\alpha}$ como

$$U(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i \mathbf{S}_i = 0, \tag{40}$$

que é semelhante á função quase-escore de verossimilhança de Wedderburn (1974), com a diferença de que nas EEG $t_i \neq 1$ e $\mathbf{V}_i$ é função de $\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\alpha}$. Assim, $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é solução das equações em (40).

As estimativas de $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ são obtidas de modo iterativo, à cada iteração s

através das equações

$$\hat{\beta}^{(s+1)} = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{D}_i^T \right)^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{z}_i, \quad (41)$$

sendo $\mathbf{z}_i = \mathbf{D}_i \hat{\beta}^{(s)} + (\mathbf{y}_i - \boldsymbol{\mu}_i)$. O processo é repetido até a convergência com base em um critério de parada.

Sob condições gerais de regularidade, Liang & Zeger (1986) também mostraram que a solução $\hat{\beta}$ para a equação (38), tem distribuição assintótica normal multivariada, ou seja, para grandes valores de k ($k \rightarrow \infty$), $k^{1/2}(\hat{\beta} - \beta) \rightarrow N(\mathbf{0}, \mathbf{V}_{\hat{\beta}})$, com matriz de variâncias e covariâncias dada por

$$\mathbf{V}_{\hat{\beta}} = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{D}_i^T \right)^{-1} \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i^{-1} \text{Var}(\mathbf{Y}_i) \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{D}_i^T \right) \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{D}_i^T \right)^{-1},$$

sendo $\left(\sum_{k=1}^K \mathbf{D}_i^T \mathbf{V}_i^{-1} \mathbf{D}_i^T \right)^{-1}$ chamada de matriz de variâncias e covariâncias assintótica.

A matriz de variâncias e covariâncias $\mathbf{V}_{\hat{\beta}}$ é conhecida na literatura como estimador sanduíche ou matriz de variâncias e covariâncias robusta. Autores como Liang & Zeger (1986), Vonesh & Chinchilli (1997) e Artes (1997) discutem, de forma exaustiva, as especificações das estruturas de correlação da matriz $\mathbf{R}_i(\alpha)$.

4.8 Estimação dos parâmetros dos modelos para os ensaios com os cupins e os ácaros

As técnicas de equações de estimação generalizadas (EEG) descritas acima, foram utilizadas para estimar os parâmetros do modelo de regressão, nas diferentes parametrizações para superdispersão através dos modelos multinomial, Dirichlet-multinomial, REMI e REMII.

Considerando-se os dados descritos na Seção 3 e utilizando-se a notação definida nas Seções 4.1 a 4.6, as EEG para o vetor dos parâmetros do modelo de regressão definido em (9) são dadas por

$$\begin{aligned}
U(\beta_i) &= \sum_{k=1}^K \left[\frac{\partial \gamma_{ik}}{\partial \beta_i^T} \right] [Var(\mathbf{R}_{ik})]^{-1} (\mathbf{r}_{ik} - \gamma_{ik}) \\
&= \sum_{k=1}^K \left[\frac{\partial \gamma_{ik}}{\partial \eta_{ik}} \right] \left[\frac{\partial \eta_{ik}}{\partial \beta_i^T} \right] [Var(\mathbf{R}_{ik})]^{-1} (\mathbf{r}_{ik} - \gamma_{ik}) \\
&= \sum_{k=1}^K \mathbf{X}_{ik}^T \left[\frac{\partial \eta_{ik}}{\partial \gamma_{ik}} \right]^{-1} [\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}]^{-1} (\mathbf{r}_{ik} - \gamma_{ik}) = 0,
\end{aligned} \tag{42}$$

sendo $\mathbf{X}_{ik}$ uma matriz de covariáveis que incluem as funções no tempo, de dimensões $D \times m$, $\partial \eta_{ik} / \partial \gamma_{ik} = \text{diag}\{\partial \eta_{ik} / \partial \gamma_{ik}\}$ uma matriz diagonal de dimensões $D \times D$, $\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}$ uma matriz simétrica de dimensões $D \times D$ dada por (20), (27) ou (35) e $\mathbf{r}_{ik}$ um vetor de proporções acumuladas dos insetos mortos até o dia j , de dimensão $D \times 1$. Mesmo quando $\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}$ não for bem especificada, $E[U(\beta_i)] = 0$ e então a solução de (42) é consistente.

Fixando-se ρ_i , σ_i^2 ou $(\nu_i^2, \tau_i^2, \lambda_i)$, a estimativa $\hat{\beta}_i$ é encontrada através do procedimento de mínimos quadrados ponderados iterativamente, no qual as equações iterativas para β_i são dadas por

$$\hat{\beta}_i^{(s+1)} = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{X}_{ik}^T \mathbf{W}_{ik}^{\text{OD}} \mathbf{X}_{ik} \right)^{-1} \sum_{k=1}^K \mathbf{X}_{ik}^T \mathbf{W}_{ik}^{\text{OD}} \mathbf{z}_{ik}, \tag{43}$$

com

$$\mathbf{W}_{ik}^{\text{OD}} = \left[\frac{\partial \eta_{ik}}{\partial \gamma_{ik}} \right]^{-1} [\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}]^{-1} \left[\frac{\partial \eta_{ik}}{\partial \gamma_{ik}} \right]^{-1}, \tag{44}$$

sendo $\mathbf{z}_{ik} = \mathbf{X}_{ik} \hat{\beta}_i^{(s)} + [\partial \eta_{ik} / \partial \gamma_{ik}] (\mathbf{r}_{ik} - \gamma_{ik})$, com matriz de covariância assintótica dada por

$$Var(\hat{\beta}_i) = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{X}_{ik}^T \left[\frac{\partial \eta_{ik}}{\partial \gamma_{ik}} \right]^{-1} [\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}]^{-1} \left[\frac{\partial \eta_{ik}}{\partial \gamma_{ik}} \right]^{-1} \mathbf{X}_{ik} \right)^{-1}. \tag{45}$$

Liang and Zeger (1986) mostraram que sob condições de regularidade, $\hat{\beta}_i$, a solução de (42), é consistente com distribuição assintótica normal com matriz de covariâncias dada por

$$Var(\hat{\beta}_i) = M_0^{-1} M_1 M_0^{-1}, \tag{46}$$

onde M_0^{-1} é dada por (45) e

$$M_1 = \left(\sum_{k=1}^K \mathbf{X}_{ik}^T \left[\frac{\partial \boldsymbol{\eta}_{ik}}{\partial \boldsymbol{\gamma}_{ik}} \right]^{-1} [\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}]^{-1} (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})^T [\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}]^{-1} \left[\frac{\partial \boldsymbol{\eta}_{ik}}{\partial \boldsymbol{\gamma}_{ik}} \right]^{-1} \mathbf{X}_{ik} \right).$$

Como já foi mencionado anteriormente, essa matriz (16varrobusta) é chamada de estimador sanduíche ou estimador robusto da $\text{Var}(\boldsymbol{\beta}_i)$. O termo robusto refere-se ao fato da robustez com relação à escolha de $\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}$.

Para o modelo Dirichlet-multinomial, foi usado o método dos momentos (Williams, 1982; Moore, 1987) para estimar o parâmetro de superdispersão em (20). Igualando-se a estatística Qui-quadrado de Pearson χ^2 ao seu valor esperado, isto é, resolvendo-se a equação $X^2 = E(X^2)$, tem-se a equação de estimação de ρ_i , dada por

$$\sum_{k=1}^K (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})^T [\mathbf{V}_{ik}^{-1}]^{\text{OD}} (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik}) = KD - m,$$

ou, similarmente

$$\sum_{k=1}^K \frac{(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})^T \mathbf{V}^{-1}(\boldsymbol{\gamma}_{ik})(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})}{1 + (n_{ik} - 1)\hat{\rho}_i} = KD - m.$$

Considerando-se que, para os dados utilizados neste trabalho, $n_{ik} = n$, para todo i , o estimador de ρ_i é dado por

$$\hat{\rho}_i = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{k=1}^K \frac{(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})^T \mathbf{V}^{-1}(\boldsymbol{\gamma}_{ik})(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})}{KD - m} - 1 \right). \quad (47)$$

Atualizando-se o valor de $\hat{\rho}_i$ em (43) e (44), a estimativa $\hat{\beta}_i$ é encontrada utilizando-se (43) e depois ela é usada para estimar $\hat{\rho}_i$ novamente, de modo que o procedimento é repetido iterativamente até a ocorrência da convergência do processo com base em um critério de parada.

Usando-se o método dos momentos para estimar σ_i^2 no modelo REMI, é necessário utilizar a equação iterativa (O'Hara Hines & Lawless, 1993)

$$\sigma_i^2(s+1) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_i^2(s) [\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})]^2}{\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s) \mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})},$$

sendo $\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s)$, dada por (27), evaluated at the current estimate of σ_i^2 , i.e., $\sigma_i^2(s)$. De maneira similar, as equações iterativas para a estimação de ν_i^2 e τ_i^2 no modelo REMII são dadas por

$$\nu_i^2(s+1) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \frac{\nu_i^2(s) [\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})]^2}{\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s) \mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})},$$

$$\tau_i^2(s+1) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \frac{\tau_i^2(s) [(\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \times \mathbf{t}_{ik})(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})]^2}{[\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) \times \mathbf{t}_{ik}]^T \mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s) [\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) \times \mathbf{t}_{ik}]},$$

sendo $\mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s)$ dada por (35), atualizada em $\nu_i^2(s)$ e $\tau_i^2(s)$. As estimativas para λ_i foram obtidas do ajuste de um modelo para cada réplica k , fornecendo assim valores de $\hat{\beta}_{1ik}$ e $\hat{\beta}_{2ik}$, e posteriormente calculando-se $\hat{\lambda}_i$ como sendo a correlação amostral entre $\hat{\beta}_{1ik}$ e $\hat{\beta}_{2ik}$. Esses valores de λ_i foram considerados como fixos nos procedimentos iterativos subsequentes. Novamente, foi feita a iteração entre a estimação de σ_i^2 ou (ν_i^2, τ_i^2) e a atualização de β_i usando-se (43) e $\mathbf{z}_{ik}$ em (44) até a convergência do processo com base em algum critério de parada.

Para os modelos nos quais considerou-se um parâmetro de superdispersão que não variasse com os isolados, i , ou seja, $\rho_i = \rho$ (modelo DM), $\sigma_i^2 = \sigma^2$ (modelo REMI) e $\nu_i^2 = \nu^2$ e $\tau_i^2 = \tau^2$ (modelo REMII), as equações de estimação foram dadas por

$$\hat{\rho} = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \frac{(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})^T \mathbf{V}^{-1}(\boldsymbol{\gamma}_{ik})(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})}{IKD - q} - 1 \right),$$

$$\sigma^2(s+1) = \frac{1}{IK-1} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \frac{\sigma^2(s) [\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})]^2}{\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s) \mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})},$$

$$\nu^2(s+1) = \frac{1}{IK-1} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \frac{\nu^2(s) [\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T (\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})]^2}{\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s) \mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})}.$$

$$\tau^2(s+1) = \frac{1}{IK-1} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \frac{\tau^2(s) [(\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik})^T \times \mathbf{t}_{ik})(\mathbf{r}_{ik} - \boldsymbol{\gamma}_{ik})]^2}{[\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) \times \mathbf{t}_{ik}]^T \mathbf{V}_{ik}^{\text{OD}}(s) [\mathbf{h}'(\boldsymbol{\eta}_{ik}) \times \mathbf{t}_{ik}]},$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Resultados para o ensaio com o cupim *H. tenuis*:

Os resultados apresentados nesta Seção foram obtidos utilizando-se os dados do ensaio com o cupim *H. tenuis*, conforme descrito na Seção 3 com o uso do preditor linear descrito em (9).

Observa-se que pelas expressões (17), (19), (24) e (32) os valores esperados para o vetor de resposta multinomial acumulada é o mesmo entre todos os modelos: multinomial, DM, REMI e REMII, não importando assim qual seja a suposição feita para estrutura da matriz de variâncias e covariâncias, por exemplo (18), (20), (27) ou (35).

Como esperado, as estimativas dos parâmetros do modelo de regressão, β_{1i} e β_{2i} , são as mesmas para todos os modelos mas os desvios padrões das estimativas mudam de acordo com os modelos. As Figuras 1 a 8 mostram os valores observados e a curva estimada para os 142 isolados utilizados no ensaio dos cupins.

Pode-se observar pelas Figuras 1 a 8 que existe uma variabilidade considerável no intercepto e no coeficiente angular entre as réplicas para alguns isolados. Este fato foi observado para muitos dos 142 isolados, mostrando assim que é razoável utilizar modelos que permitam efeitos aleatórios tanto para o intercepto (β_{1i}) como também o coeficiente angular (β_{2i}).

Pelo diagrama de dispersão dos desvios padrões dos $\hat{\beta}'$ s do modelo multinomial versus os desvios padrões dos $\hat{\beta}'$ s dos modelos DM, REMI e REMII,

visto na Figura 9 (*a, b*), nota-se que ignorar a presença da variação extra-multinomial pode conduzir a uma subestimação nas estimativas dos desvios padrões dos $\hat{\beta}$'s. Esse fato tende a subestimar o erro padrão verdadeiro das estimativas dos efeitos dos isolados. Também observa-se que o modelo Dirichlet-multinomial parece superestimar o d.p. ($\hat{\beta}$) quando comparado com o modelo multinomial e os dois modelos de efeitos aleatórios, REMI e REMII.

A Figura 9 (*c, d*) mostra a igualdade dos resultados da matriz de variâncias e covariâncias robusta entre todos os modelos. Isto não foi um resultado esperado, mas parece ser causado pela estrutura especial do predictor linear (9), que possui apenas o dia como variável regressora. O mesmo padrão de comportamento foi encontrado com os dados apresentados por O'Hara Hines (1993), quando excluídas todas as covariáveis do modelo e ajustando somente a regressão no tempo. Para explorar este comportamento, foi feito um pequeno estudo de simulação para a variável dia, em cada réplica/isolado, através da adição de pequenas perturbações aleatórias com distribuição normal (média zero e variância 0.5). Fazendo com que a matriz de delineamento X não ficasse constante entre as réplicas/isolado. Usando-se, então, esta variável modificada como variável explanatória foi possível verificar que a matriz de covariância robusta apresentou diferentes resultados para os quatro diferentes modelos considerados. Consequentemente, está claro que este comportamento está relacionado com a inclusão da tendência estritamente linear no tempo, isto é, em cima da resposta multinomial ordenada.

A Figura 10 (*a-g*) mostra como as distribuições das estimativas dos parâmetros de superdispersão apresentam um comportamento assimétrico. Isto também pode ser visto na Tabela 5. Se considerarmos os modelos com superdispersão constante tem-se que a estimativa do parâmetro de superdispersão para ρ , é 0.1621 (modelo DM), para σ^2 , 0.7645 (modelo REMI), para ν^2 , 0.2520 e para τ^2 é 0.0439 (modelo REMII). Também é possível observar, pela Figura 10 (*a*) e pelas estatísticas apresentadas na Tabela 5, que não existe evidência de superdispersão ($\hat{\rho} < 0$) em quase metade dos isolados analisados. Isso parece indicar que o modelo

DM não modela a superdispersão de maneira satisfatória.

Tabela 5: Sumário das estatísticas descritivas para os parâmetros de superdispersão dos modelos DM, REMI e REMII, nos quais a superdispersão varia entre os isolados, considerando-se os dados das Tabelas 2 a 9.

Modelo	Parâmetro de superdispersão	Estimativas				
		média (d.p.)	Mediana	Min.	Max.	CV %
DM	ρ_i	0,0053(0,0852)	-0,0069	-0,1252	0,3436	1607,55
REMI	σ_i^2	0,9514(0,6496)	0,7924	9,23e-08	3,0357	68,29
REMI	ν_i^2	0,4265(0,7875)	1,8e-07	1,06e-10	4,4623	184,64
	τ_i^2	0,0413(0,1382)	0,0235	6,41e-06	1,6499	334,22

Na Figura 10 (*h, i*) nota-se que, para muitos dos 142 isolados utilizados no ensaio dos cupins, o tempo letal médio (LT_{50}) é superior a 8 dias, o último dia avaliado no ensaio. Esse fato é ainda mais agravante quando se observa o tempo letal 90, LT_{90} , indicando a necessidade de continuação do experimento durante mais dias, para assim obter-se uma estimativa melhor do modelo. Segundo os entomologistas, isto é contraposto ao fato de que após alguns dias, os cupins tendem a criar uma resistência aos isolados, criando assim uma resistência natural ao patógeno, mostrando que o prolongamento do ensaio por mais dias pode vir a prejudicar o ajuste dos modelos. O pesquisador está interessado em agrupar os isolados em três grupos: alta virulência, média virulência e virulência fraca para poder identificar os patógenos mais virulentos que possam ser usados nos experimentos de campo. Assim, um método estatístico adequado para agrupar os isolados seria um que fosse robusto à falta de informação para a estimação de alguns modelos. A análise feita neste trabalho não está completa há necessidade de se continuá-la.

A Figure 10 (*j*) mostra que a correlação entre o intercepto e o coeficiente angular da reta é negativa e isto é confirmado pelo histograma (*g*). Na Figura 10 (*k*) vê-se que existe um isolado discrepante no conjunto e, quando eliminado, a Figura 10 (*l*) mostra que há um grupo grande de isolados com variabilidade muito

pequena para o intercepto, também confirmado pelas Figuras 1 a 8. Isso mostra a necessidade de diferentes modelos para grupos diferentes de isolados, isto é, modelos com e sem efeitos aleatórios para o intercepto.

Apesar de não dispormos de um teste estatístico que discrimine entre os modelos considerados neste trabalho, recomendamos o uso do modelo com efeitos aleatórios no intercepto e no coeficiente angular da reta (REMII), por ter apresentado resultados mais consistentes e coerentes.

Tabela 6: Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os cupins.

Isolados	i	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\rho}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\nu}^2$	$\hat{\tau}^2$	$\hat{\lambda}$	$\hat{LT}_{50}$	$\hat{LT}_{90}$
848	1	-2,3502	0,4389	0,0014	0,1002	0,0000	0,0041	-0,4815	5,3546	10,3605
787	2	-3,3515	0,5874	0,0079	0,9051	0,6597	0,0351	-0,9825	5,7059	9,4466
1003	3	-6,1158	0,7182	-0,0902	0,0874	0,0000	0,0024	-0,9924	8,5160	11,5755
1006	4	-4,1212	0,6059	0,0183	1,4414	0,8178	0,0460	-0,5558	6,8020	10,4285
1024	5	-5,0843	0,4381	-0,1225	0,4737	0,5325	0,0073	-0,7275	11,6063	16,6221
852	6	-2,8732	0,3911	0,1607	1,8984	1,6447	0,0576	-0,1761	7,3464	12,9645
879	7	-6,5716	0,7280	-0,1150	0,3481	0,0001	0,0066	-0,8439	9,0263	12,0442
883	8	-6,2150	0,6853	-0,0840	1,2016	1,1562	0,0216	-0,6596	9,0696	12,2759
885	9	-5,3840	0,5547	-0,0570	2,7049	1,5116	0,0657	-0,7337	9,7059	13,6669
957	10	-4,7804	0,6651	-0,0480	1,6963	0,6073	0,0510	-0,8098	7,1870	10,4904
1028	11	-4,0902	0,9799	0,1053	0,3239	0,0000	0,0238	-0,9821	4,1743	6,4167
732	12	-3,8235	0,7219	0,0007	1,4281	0,9050	0,0634	-0,9242	5,2965	8,3401
743	13	-5,0598	0,9515	0,0036	0,8161	0,0000	0,0342	-0,9754	5,3177	7,6270
745	14	-4,6689	0,4925	0,0160	1,9725	2,5029	0,0198	0,0913	9,4795	13,9407
767	15	-3,8781	0,5825	0,0055	1,8233	1,5113	0,0531	-0,8407	6,6573	10,4292
823	16	-3,8332	0,5840	-0,0467	0,5593	0,1882	0,0199	-0,9588	6,5634	10,3255
855	17	-4,2173	0,5219	0,0453	1,6943	1,3180	0,0430	-0,5534	8,0805	12,2906
857	18	-4,5906	0,5800	-0,0748	0,5975	0,4336	0,0152	-0,6867	7,9150	11,7034
876	19	-6,2790	0,9859	-0,1020	0,4638	0,5663	0,0071	-0,9507	6,3688	8,5974
878	20	-4,2551	0,4939	-0,0848	0,1628	0,0000	0,0040	-0,6373	8,6150	13,0636
602	21	-2,2006	0,3995	-0,0138	0,5908	0,7235	0,0139	-0,6134	5,5087	11,0089
616	22	-2,1575	0,1833	0,0032	3,0358	3,7650	0,0096	-0,1607	11,7718	23,7605
741	23	-2,5113	0,2642	-0,0175	2,0760	2,3479	0,0012	-0,8526	9,5039	17,8190
784	24	-2,9728	0,3666	-0,0835	0,6391	0,7041	0,0002	-0,9339	8,1081	14,1008
822	25	-2,3576	0,3563	-0,0751	0,3932	0,4344	0,0105	-0,6903	6,6162	12,7823
841	26	-4,2310	0,7434	-0,0427	0,6427	0,0037	0,0223	-0,9873	5,6910	8,6465
843	27	-3,8631	0,6311	-0,0062	1,2171	1,4333	0,0248	-0,9399	6,1211	9,6027
845	28	-3,8843	0,7628	-0,0122	0,1673	0,1984	0,0044	-0,6946	5,0919	7,9721
738	29	-4,3116	0,8282	-0,0252	0,3832	0,0000	0,0186	-0,9932	5,2059	7,8589
742	30	-3,8756	0,5860	0,0514	1,1690	0,0000	0,0341	-0,9141	6,6135	10,3630
744	31	-4,4579	0,8073	-0,0355	0,7038	0,0000	0,0283	-0,9867	5,5222	8,2440
747	32	-5,3426	1,2548	-0,0232	0,7860	0,6539	0,0473	-0,9434	4,2577	6,0087
748	33	-3,7840	0,9552	0,2970	0,6319	0,0000	0,0574	-0,9773	3,9613	6,2615
750	34	-5,3655	1,0172	0,0006	0,6339	0,0000	0,0262	-0,9745	5,2748	7,4349
752	35	-5,8800	1,1949	-0,0019	0,4308	0,0000	0,0194	-0,9797	4,9211	6,7600
755	36	-3,9278	0,8044	0,0555	1,7022	1,5698	0,0726	-0,9010	4,8830	7,6146
756	37	-5,8459	1,2670	0,2479	0,7470	0,0000	0,0411	-0,9838	4,6140	6,3482
764	38	-4,1486	0,9309	0,0831	0,2304	0,0000	0,0159	-0,9982	4,4564	6,8166
573	39	-5,0225	0,6901	-0,0953	0,0017	0,0000	0,0002	-0,9820	7,2780	10,4619
591	40	-4,3897	0,5702	-0,0529	0,7039	0,6556	0,0160	-0,6772	7,6982	11,5515

Continuação da Tabela (6). Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os cupins.

Isolados	i	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\rho}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\nu}^2$	$\hat{\tau}^2$	$\hat{\lambda}$	$\hat{LT}_{50}$	$\hat{LT}_{90}$
598	41	-4,3692	0,4996	-0,0794	0,1653	0,0000	0,0044	-0,9462	8,7448	13,1425
600	42	-4,2268	0,7096	0,0139	1,3458	0,0000	0,0390	-0,7079	5,9565	9,0529
604	43	-4,3965	0,6278	-0,0005	1,6793	0,0000	0,0402	-0,7041	7,0030	10,5029
666	44	-5,7857	0,8408	-0,0845	0,5895	3,0252	0,0244	-0,4718	6,8810	9,4941
587	45	-5,8294	1,4015	0,3289	0,1981	0,0000	0,0149	-0,9984	4,1593	5,7271
619	46	-3,9422	0,4957	-0,0423	0,5202	0,0000	0,0110	-0,4149	7,9521	12,3842
781	47	-4,1491	0,6979	-0,0809	0,0000	0,0000	0,0001	-0,9662	5,9454	9,0938
783	48	-4,0658	0,5808	-0,0220	0,8341	0,0000	0,0213	-0,9696	7,0003	10,7833
786	49	-3,1883	0,4537	0,0223	0,8330	0,0000	0,0192	-0,1944	7,0280	11,8714
665	50	-3,2201	0,5915	-0,0012	0,3950	0,0000	0,0162	-0,9360	5,4444	9,1593
705	51	-3,6529	0,4789	-0,0468	0,5033	0,0000	0,0123	0,4915	7,6269	12,2145
753	52	-5,0935	0,9430	0,1104	1,6044	0,0000	0,0638	-0,9854	5,4014	7,7314
778	53	-4,7418	0,9267	0,1210	1,9713	0,0000	0,0805	-0,9936	5,1169	7,4880
607	54	-4,7828	0,5790	-0,1129	0,2390	0,5030	0,0010	-0,9798	8,2611	12,0563
609	55	-4,4787	0,8892	0,0322	1,2701	0,0000	0,0573	-0,9349	5,0366	7,5076
615	56	-5,6953	1,1227	-0,0079	0,9791	0,0000	0,0404	-0,8852	5,0731	7,0302
617	57	-3,2452	0,5579	-0,0587	0,9525	0,0000	0,0321	-0,7708	5,8169	9,7554
634	58	-3,2542	0,7532	-0,0066	1,0306	0,0000	0,0493	-0,8727	4,3204	7,2376
635	59	-3,1523	0,6871	-0,0271	0,5126	0,0000	0,0257	-0,8804	4,5877	7,7855
643	60	-3,8204	0,6165	0,0263	1,9437	0,0000	0,0613	-0,8992	6,1969	9,7610
651	61	-3,0309	0,5867	-0,0445	0,4912	0,0000	0,0231	-0,9296	5,1663	8,9116
268	62	-2,3811	0,5119	0,1292	0,5515	0,0000	0,0307	-0,9778	4,6518	8,9443
565	63	-2,9215	0,2881	-0,0334	0,2915	0,0000	0,0101	-0,8899	10,1424	17,7703
571	64	-2,3333	0,3197	0,1298	0,4114	0,0000	0,0130	0,0244	7,2994	14,1731
509	65	-3,8060	0,3884	-0,0170	0,5622	0,0000	0,0123	-0,7604	9,7993	15,4566
515	66	-4,6571	0,5123	-0,0170	1,2518	0,0000	0,0250	0,1978	9,0913	13,3805
520	67	-3,1633	0,4508	-0,0084	1,3905	0,0000	0,0341	-0,8928	7,0164	11,8900
531	68	-4,8528	0,6514	-0,1026	0,1632	0,0000	0,0045	-0,9408	7,4500	10,8232
535	69	-4,1853	0,4860	0,0163	1,7645	0,0000	0,0364	-0,8048	8,6123	13,1337
545	70	-4,1045	0,6388	-0,0623	0,3604	2,1861	0,0245	-0,9562	6,4250	9,8644
553	71	-3,7249	0,4602	-0,0826	0,4776	0,0000	0,0118	-0,8485	8,0937	12,8681
556	72	-3,1012	0,4271	0,0466	1,4056	0,0000	0,0387	-0,8674	7,2605	12,4046
560	73	-5,1146	0,5901	-0,0868	0,6874	0,0000	0,0140	-0,7841	8,6673	12,3907
585	74	-4,2238	0,5619	-0,0722	0,3626	0,0000	0,0098	-0,9169	7,5170	11,4274
532	75	-3,0731	0,5120	0,0567	2,6213	0,0000	0,0744	-0,8275	6,0025	10,2942
554	76	-4,0899	0,5852	-0,0703	1,1885	0,0000	0,0299	-0,4663	6,9890	10,7438
555	77	-3,9582	0,5361	-0,0038	1,1378	0,0000	0,0255	-0,8363	7,3829	11,4812
558	78	-6,0455	0,8175	-0,0970	0,3025	0,0000	0,0066	-0,9283	7,3951	10,0828
562	79	-4,2295	0,7661	-0,0028	0,7399	0,0000	0,0255	-0,9552	5,5207	8,3886
566	80	-3,7211	0,5385	-0,0156	0,5537	0,0000	0,0132	-0,8225	6,9097	10,9897

Continuação da Tabela (6). Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os cupins.

Isolados	i	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\rho}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\nu}^2$	$\hat{\tau}^2$	$\hat{\lambda}$	$\hat{LT}_{50}$	$\hat{LT}_{90}$
569	81	-3,5183	0,4703	-0,0338	0,5836	0,0000	0,0151	0,3208	7,4816	12,1541
572	82	-3,8818	0,5640	-0,0955	0,5317	0,0000	0,0125	-0,7208	6,8821	10,7777
574	83	-4,3804	0,5412	-0,0374	0,3470	0,0000	0,0073	-0,8605	8,0937	12,1536
448	84	-4,5038	0,8672	0,1759	2,1276	0,0000	0,0882	-0,9794	5,1935	7,7273
534	85	-4,2581	0,7560	0,1177	2,2957	0,0000	0,0789	-0,9772	5,6320	8,5382
536	86	-4,3102	0,6129	0,0642	2,6585	0,0000	0,0613	-0,9947	7,0319	10,6166
538	87	-4,2929	0,7138	-0,0549	0,7590	0,0000	0,0226	-0,0448	6,0137	9,0917
542	88	-3,5931	0,6461	0,0383	2,0382	0,0000	0,0663	-0,9152	5,5608	8,9613
544	89	-3,6968	0,5168	-0,0530	1,4000	0,0000	0,0308	-0,7848	7,1525	11,4037
548	90	-3,2747	0,5901	0,0803	2,5824	0,0000	0,0920	-0,7487	5,5493	9,2727
549	91	-3,9146	0,5949	0,0030	1,4122	0,0000	0,0344	-0,5507	6,5806	10,2742
550	92	-3,6647	0,6624	-0,0155	0,7420	0,0000	0,0223	-0,8769	5,5326	8,8498
391	93	-3,4796	0,5760	0,0212	0,9933	0,0000	0,0345	-0,8216	6,0408	9,8553
484	94	-4,6409	0,8097	0,0014	1,7443	0,0000	0,0525	-0,9608	5,7315	8,4451
485	95	-4,6295	0,4504	-0,0616	0,4763	0,0000	0,0100	-0,5361	10,2791	15,1577
489	96	-2,4679	0,5456	0,0536	1,6253	0,0000	0,0713	-0,5858	4,5233	8,5505
498	97	-3,9887	1,0540	0,0097	1,3594	0,0000	0,0860	-0,9464	3,7844	5,8691
512	98	-4,4088	0,9725	-0,0025	0,5766	0,6567	0,0001	-0,9776	4,5335	6,7929
524	99	-3,6058	0,7858	0,1924	1,6887	0,0000	0,0940	-0,9679	4,5889	7,3852
529	100	-2,8159	0,5072	0,0908	1,4675	0,0000	0,0537	-0,2347	5,5524	9,8848
476	101	-1,7891	0,5076	-0,0570	1,1592	1,9218	0,0058	-0,5506	3,5244	7,8528
672	102	-2,0205	0,4310	-0,0731	0,3218	0,0000	0,0137	-0,7775	4,6880	9,7860
760	103	-2,6047	0,7993	0,0602	1,0080	0,0000	0,0966	-0,8812	3,2588	6,0078
969	104	-2,3132	0,4771	-0,0537	0,5927	0,0000	0,0233	-0,8726	4,8488	9,4546
986	105	-2,8615	0,7347	0,0434	1,3235	0,0000	0,0709	-0,0625	3,8945	6,8850
987	106	-1,8251	0,5912	0,0039	2,0533	4,4623	1,6500	-0,3515	3,0871	6,8036
988	107	-2,6929	0,5990	-0,0292	0,3539	0,0000	0,0120	-0,8598	4,4959	8,1643
1010	108	-3,8334	0,5214	-0,0696	0,4857	0,0000	0,0121	-0,4915	7,3524	11,5665
800	109	-2,5244	0,5219	-0,0362	0,7023	0,0000	0,0224	-0,5827	4,8372	9,0475
868	110	-2,7763	0,5962	-0,0141	0,7987	0,0000	0,0366	-0,6925	4,6565	8,3417
888	111	-3,5894	0,6794	0,0027	0,7140	0,0000	0,0253	-0,9496	5,2833	8,5174
900	112	-2,0887	0,7275	0,0358	1,8125	1,8373	0,0000	-0,9801	2,8023	5,8225
940	113	-3,4532	0,2117	-0,1252	0,0731	2,0074	0,0420	-0,9761	16,3148	26,6957
620	114	-4,0565	0,7377	0,1389	1,5818	0,0000	0,0590	-0,9735	5,4991	8,4778
641	115	-4,7853	0,7482	-0,0682	0,4611	0,0000	0,0117	-0,8284	6,3960	9,3327
649	116	-4,3485	0,6979	-0,0224	0,9195	0,0000	0,0274	-0,7729	6,2305	9,3787
663	117	-3,6254	0,5376	-0,0340	0,3553	0,0000	0,0108	-0,9442	6,7430	10,8297
669	118	-3,6984	0,6328	0,0117	1,2572	0,0000	0,0389	-0,8681	5,8441	9,3161
694	119	-3,5761	0,4994	-0,0091	1,5425	0,0000	0,0409	-0,6709	7,1604	11,5600
704	120	-3,5529	0,5952	-0,0163	0,8933	0,0000	0,0255	-0,8803	5,9696	9,6614

Continuação da Tabela (6). Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os cupins.

Isolados	i	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\rho}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\nu}^2$	$\hat{\tau}^2$	$\hat{\lambda}$	$\hat{LT}_{50}$	$\hat{LT}_{90}$
292	121	-2,9594	0,4808	-0,0071	0,8265	1,1923	0,0137	-0,8116	6,1552	10,7251
501	122	-2,1803	0,2696	0,0418	1,0166	1,4288	0,0227	-0,7779	8,0876	16,2382
579	123	-2,3181	0,4011	0,0542	1,0348	1,4483	0,0269	-0,6621	5,7797	11,2581
612	124	-2,7749	0,5394	0,0055	1,0179	1,4696	0,0156	-0,3976	5,1441	9,2173
618	125	-3,1855	0,8986	0,0983	1,4914	1,7243	0,1277	-0,9225	3,5449	5,9901
473	126	-1,8566	0,5900	0,0059	0,2236	0,0000	0,0218	-0,9526	3,1469	6,8712
494	127	-3,8007	0,8840	-0,0150	0,3186	0,4241	0,0147	-0,6090	4,2995	6,7852
499	128	-2,5485	0,6068	0,0286	0,5603	0,7960	0,0197	-0,9642	4,1999	7,8208
500	129	-2,4750	0,6195	-0,0582	0,2503	0,2923	0,0003	-0,6756	3,9949	7,5414
469	130	-1,9323	0,5420	-0,0118	1,0413	1,0599	0,0000	-0,9143	3,5648	7,6183
pl-61	131	-5,5007	0,7249	-0,0840	1,2754	0,0000	0,0278	-0,7780	7,5879	10,6188
pl-63	132	-5,0970	1,0794	0,0501	0,3208	0,0000	0,0170	-0,9959	4,7220	6,7576
197	133	-4,5877	0,6358	-0,0449	0,7353	0,8404	0,0191	-0,7714	7,2158	10,6717
210	134	-3,6965	0,7401	0,1693	0,8697	0,0000	0,0380	-0,9933	4,9946	7,9634
309	135	-3,4189	0,4980	0,1240	1,0899	1,1177	0,0365	-0,4958	6,8650	11,2769
341	136	-3,1020	0,5859	0,0668	1,7929	1,9977	0,0772	-0,4042	5,2946	9,0448
353	137	-4,4634	0,5275	-0,1059	0,5116	0,6027	0,0118	-0,8717	8,4616	12,6271
282	138	-3,0411	0,5468	0,0039	0,1210	0,0000	0,0047	-0,8942	5,5621	9,5807
428	139	-2,0373	0,3382	0,1612	1,0772	1,1325	0,0001	0,2930	6,0244	12,5218
457	140	-2,1047	0,4570	0,3436	0,8131	0,6683	0,0525	-0,8861	4,6051	9,4126
458	141	-3,1927	0,4877	0,0730	1,0095	0,9263	0,0384	-0,5903	6,5469	11,0526
462	142	-1,6533	0,2499	0,1278	0,0185	0,0000	0,0026	-0,9218	6,6172	15,4113

Figura 1: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenius*.

Figura 2: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

Figura 3: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

Figura 4: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

Figura 5: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

Figura 6: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

Figura 7: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para vinte isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

Figura 8: Proporção da mortalidade acumulada durante os 8 dias, para dois isolados do experimento com o cupim *H. tenuis*.

(a) Assintótica

(b) Robusta

Figura 9: Diagramas de dispersão do $d.p.(\hat{\beta}_1)$ e $d.p.(\hat{\beta}_2)$ para o modelo multinomial $\times$ DM (o), REMI (Δ) e REMII (+), usando a matriz de variâncias e covariância assintótica (a) e robusta (b).

Figura 10: Histogramas de $\hat{\rho}$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\nu}^2$, $\hat{\tau}^2$ (com (c), (e) e sem (d), (f) o Isolado 987), $\hat{\lambda}$, $\hat{LT}_{50}$ e $\hat{LT}_{90}$ e os diagramas de dispersão do $\hat{\beta}_1 \times \hat{\beta}_2$ e $\hat{\nu}^2 \times \hat{\tau}^2$ (com (k) e sem (l) o Isolado 987).

Tabela 7: Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMII	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
848	1	0,2424	0,0378	0,5449	0,085	0,2795	0,0378	0,2424	0,0471
787	2	0,2982	0,0469	0,6829	0,1073	0,5137	0,0469	0,2982	0,0547
1003	3	0,6524	0,0841	1,0087	0,1301	0,6652	0,0841	0,6524	0,0887
1006	4	0,37	0,0526	0,8715	0,1239	0,6446	0,0526	0,3700	0,0597
1024	5	0,6993	0,0857	0,8426	0,1032	0,762	0,0857	0,6993	0,0902
852	6	0,2946	0,0397	0,917	0,1237	0,6737	0,0397	0,2946	0,0487
879	7	0,7741	0,0984	1,0001	0,1271	0,8164	0,0984	0,7741	0,1023
883	8	0,7243	0,092	1,1612	0,1476	0,87	0,092	0,7243	0,0962
885	9	0,6484	0,0815	1,1878	0,1493	0,9713	0,0815	0,7404	0,1159
957	10	0,4316	0,0597	0,821	0,1136	0,7171	0,0597	0,5604	0,1017
1028	11	0,3262	0,0701	0,927	0,1993	0,4111	0,0701	0,4839	0,1082
732	12	0,3183	0,054	0,7142	0,1212	0,6143	0,054	0,4786	0,0985
743	13	0,3925	0,0688	0,8881	0,1557	0,5584	0,0688	0,5309	0,1073
745	14	0,5286	0,0667	1,237	0,1562	0,8129	0,0667	0,6381	0,1060
767	15	0,3496	0,0502	0,7952	0,1142	0,689	0,0502	0,5000	0,0965
823	16	0,3443	0,0498	0,6584	0,0953	0,4761	0,0498	0,4963	0,0963
855	17	0,4208	0,0554	10,589	0,1394	0,7104	0,0554	0,4208	0,0595
857	18	0,4488	0,0595	0,7562	0,1003	0,563	0,0595	0,4488	0,0634
876	19	0,4962	0,0751	0,7102	0,1075	0,5796	0,0751	0,4962	0,0782
878	20	0,4438	0,0573	0,7085	0,0915	0,4779	0,0573	0,4438	0,0613
602	21	0,2366	0,0358	0,5083	0,077	0,4126	0,0358	0,2366	0,0419
616	22	0,2645	0,0301	0,5977	0,068	0,8105	0,0301	0,2645	0,0371
741	23	0,2867	0,0352	0,6085	0,0747	0,6954	0,0352	0,2867	0,0414
784	24	0,3123	0,0407	0,5023	0,0655	0,4702	0,0407	0,3123	0,0462
822	25	0,254	0,0353	0,4273	0,0593	0,3749	0,0353	0,4730	0,1006
841	26	0,3483	0,0563	0,6764	0,1094	0,4955	0,0563	0,5296	0,1098
843	27	0,3356	0,0509	0,7378	0,1118	0,5898	0,0509	0,5214	0,1071
845	28	0,3192	0,0562	0,689	0,1214	0,3664	0,0562	0,5110	0,1097
738	29	0,3454	0,0605	0,7147	0,1253	0,4398	0,0605	0,5278	0,1120
742	30	0,3483	0,0502	0,8885	0,1281	0,5893	0,0502	0,5297	0,1068
744	31	0,3587	0,0599	0,7156	0,1194	0,5145	0,0599	0,5365	0,1116
747	32	0,4077	0,0895	0,8491	0,1864	0,564	0,0895	0,5705	0,1299
748	33	0,3078	0,0686	11,372	0,2537	0,4657	0,0686	0,4440	0,0783
750	34	0,4115	0,0732	0,9231	0,1641	0,5403	0,0732	0,5213	0,0823
752	35	0,4436	0,0852	0,9877	0,1897	0,5292	0,0852	0,5470	0,0932
755	36	0,3196	0,0586	0,823	0,151	0,6567	0,0586	0,4523	0,0697

Continuação da Tabela (7). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
756	37	0,4414	0,0903	15.432	0,3159	0,5824	0,0903	0,5452	0,0979
764	38	0,3302	0,0667	0,9001	0,1819	0,3919	0,0667	0,4599	0,0766
573	39	0,4545	0,0625	0,6805	0,0936	0,4548	0,0625	0,5559	0,0730
591	40	0,4219	0,0566	0,7865	0,1055	0,5604	0,0566	0,5296	0,0679
598	41	0,461	0,0593	0,7582	0,0975	0,4945	0,0593	0,7284	0,1210
600	42	0,3536	0,0551	0,8233	0,1283	0,6207	0,0551	0,6657	0,1191
604	43	0,3959	0,0555	0,8853	0,1241	0,6938	0,0555	0,6891	0,1192
666	44	0,4889	0,0696	0,7817	0,1113	0,5941	0,0696	0,7464	0,1264
587	45	0,4424	0,1004	16.894	0,3835	0,4838	0,1004	0,7168	0,1457
619	46	0,3916	0,0518	0,7617	0,1008	0,5039	0,0518	0,6866	0,1176
781	47	0,3487	0,0543	0,5689	0,0886	0,3487	0,0543	0,6631	0,1187
783	48	0,3722	0,0521	0,7784	0,1089	0,5475	0,0521	0,6757	0,1177
786	49	0,3115	0,0431	0,7412	0,1025	0,508	0,0431	0,3115	0,0559
665	50	0,2872	0,0465	0,6409	0,1038	0,3985	0,0465	0,2872	0,0586
705	51	0,3584	0,0481	0,685	0,092	0,4751	0,0481	0,3584	0,0598
753	52	0,3957	0,0684	11.349	0,1962	0,6832	0,0684	0,3957	0,0771
778	53	0,3705	0,0668	10.823	0,1953	0,72	0,0668	0,3705	0,0757
607	54	0,4839	0,0632	0,6369	0,0832	0,5295	0,0632	0,4839	0,0726
609	55	0,3536	0,0643	0,8625	0,1568	0,6088	0,0643	0,3536	0,0735
615	56	0,4316	0,0802	0,944	0,1754	0,6128	0,0802	0,4316	0,0877
617	57	0,294	0,0454	0,5347	0,0826	0,5202	0,0454	0,5569	0,0790
634	58	0,2786	0,0553	0,6117	0,1214	0,5262	0,0553	0,5489	0,0850
635	59	0,2747	0,0512	0,5648	0,1053	0,4178	0,0512	0,5469	0,0825
643	60	0,3347	0,0503	0,8046	0,1208	0,6984	0,0503	0,5794	0,0819
651	61	0,2738	0,0458	0,5281	0,0883	0,4123	0,0458	0,5465	0,0792
268	62	0,2381	0,0412	0,7051	0,122	0,4041	0,0412	0,5295	0,0766
565	63	0,3302	0,0404	0,6639	0,0812	0,4067	0,0404	0,5768	0,0762
571	64	0,2582	0,0343	0,7654	0,1018	0,3823	0,0343	0,5388	0,0732
509	65	0,4259	0,0532	0,9054	0,1131	0,5386	0,0532	0,6960	0,1243
515	66	0,5096	0,0649	10.836	0,138	0,7083	0,0649	0,7502	0,1297
520	67	0,3095	0,0428	0,676	0,0935	0,6039	0,0428	0,6316	0,1202
531	68	0,4496	0,0611	0,6408	0,0871	0,4834	0,0611	0,7108	0,1279
535	69	0,4363	0,0563	10.221	0,132	0,729	0,0563	0,7024	0,1257
545	70	0,358	0,0527	0,6408	0,0944	0,4448	0,0527	0,6567	0,1241
553	71	0,3762	0,0494	0,6079	0,0799	0,4836	0,0494	0,6667	0,1227
556	72	0,3094	0,0421	0,7808	0,1063	0,6062	0,0421	0,6315	0,1200

Continuação da Tabela (7). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
560	73	0,5431	0,0699	0,857	0,1104	0,6541	0,0699	0,6446	0,1214
585	74	0,4013	0,0543	0,685	0,0927	0,4807	0,0543	0,5307	0,1132
532	75	0,2873	0,0432	0,7417	0,1115	0,7677	0,0432	0,4507	0,1083
554	76	0,3736	0,0523	0,6438	0,0902	0,6077	0,0523	0,5100	0,1122
555	77	0,3758	0,0512	0,8323	0,1135	0,601	0,0512	0,5117	0,1117
558	78	0,5429	0,074	0,8041	0,1096	0,5944	0,074	0,6445	0,1238
562	79	0,3451	0,0573	0,7665	0,1272	0,512	0,0573	0,4896	0,1146
566	80	0,3455	0,0485	0,7378	0,1037	0,4759	0,0485	0,4899	0,1105
569	81	0,3444	0,0466	0,6915	0,0935	0,4811	0,0466	0,3444	0,0822
572	82	0,3559	0,0502	0,5323	0,0751	0,479	0,0502	0,3559	0,0843
574	83	0,4367	0,0575	0,8652	0,1139	0,5077	0,0575	0,4367	0,0889
448	84	0,3567	0,063	11.355	0,2007	0,7339	0,063	0,3567	0,0926
534	85	0,3487	0,0569	10.131	0,1654	0,752	0,0569	0,3487	0,0885
536	86	0,3907	0,0546	10.251	0,1433	0,8165	0,0546	0,3907	0,0871
538	87	0,3589	0,0556	0,6636	0,1028	0,525	0,0556	0,3589	0,0877
542	88	0,3093	0,05	0,7658	0,1238	0,6998	0,05	0,3093	0,0842
544	89	0,3499	0,0483	0,6522	0,09	0,627	0,0483	0,5460	0,1208
548	90	0,2916	0,0467	0,7906	0,1265	0,7644	0,0467	0,5106	0,1201
549	91	0,35	0,0506	0,7904	0,1144	0,6289	0,0506	0,5460	0,1217
550	92	0,3129	0,0509	0,6684	0,1088	0,4913	0,0509	0,5230	0,1218
391	93	0,3112	0,0472	0,7385	0,112	0,5375	0,0472	0,5221	0,1203
484	94	0,3736	0,0606	0,84	0,1363	0,6905	0,0606	0,5615	0,1262
485	95	0,5564	0,0692	0,9988	0,1242	0,6338	0,0692	0,6966	0,1305
489	96	0,2411	0,043	0,618	0,1103	0,6102	0,043	0,4835	0,1187
498	97	0,3205	0,0756	0,7375	0,1739	0,6046	0,0756	0,3205	0,1111
512	98	0,3464	0,0695	0,7699	0,1545	0,4811	0,0695	0,3464	0,1070
524	99	0,2992	0,0573	0,9745	0,1867	0,645	0,0573	0,2992	0,0995
529	100	0,2674	0,0419	0,7398	0,1159	0,596	0,0419	0,2674	0,0915
476	101	0,2093	0,0418	0,3836	0,0765	0,5176	0,0418	0,2093	0,0915
672	102	0,2231	0,0369	0,3791	0,0627	0,3346	0,0369	0,2231	0,0893
760	103	0,2442	0,06	0,6352	0,156	0,5045	0,06	0,2442	0,1011
969	104	0,2365	0,0394	0,4395	0,0732	0,413	0,0394	0,2365	0,0904
986	105	0,2568	0,0545	0,6434	0,1366	0,5673	0,0545	0,7408	0,0828
987	106	0,2104	0,0477	0,4765	0,108	0,6643	0,0477	0,7261	0,0785
988	107	0,2513	0,046	0,5129	0,094	0,3627	0,046	0,7389	0,0775
1010	108	0,3654	0,0499	0,6319	0,0862	0,4769	0,0499	0,7851	0,0798
800	109	0,246	0,0418	0,4896	0,0832	0,443	0,0418	0,7372	0,0750

Continuação da Tabela (7). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMII	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
868	110	0,2564	0,0459	0,5503	0,0985	0,4692	0,0459	0,7407	0,0774
888	111	0,305	0,0514	0,6884	0,1161	0,4807	0,0514	0,7589	0,0808
900	112	0,2199	0,0573	0,5411	0,1409	0,6315	0,0573	0,7289	0,0846
940	113	0,4475	0,0504	0,5241	0,0591	0,463	0,0504	0,7024	0,1131
620	114	0,3347	0,0554	10,069	0,1668	0,6464	0,0554	0,6364	0,1154
641	115	0,4005	0,0597	0,6974	0,1039	0,4995	0,0597	0,6734	0,1175
649	116	0,3679	0,0555	0,7685	0,116	0,5596	0,0555	0,6545	0,1155
663	117	0,335	0,0476	0,6722	0,0956	0,4254	0,0476	0,6366	0,1119
669	118	0,3202	0,05	0,7408	0,1157	0,5879	0,05	0,6289	0,1129
694	119	0,3414	0,0471	0,7439	0,1025	0,644	0,0471	0,6400	0,1116
704	120	0,3141	0,0481	0,6694	0,1025	0,521	0,0481	0,6259	0,1121
292	121	0,2831	0,0418	0,6208	0,0916	0,4898	0,0418	0,3414	0,0747
501	122	0,2533	0,0322	0,6321	0,0804	0,5106	0,0322	0,3171	0,0699
579	123	0,2445	0,0363	0,6278	0,0932	0,5098	0,0363	0,3102	0,0718
612	124	0,2607	0,0431	0,5932	0,098	0,5146	0,0431	0,3231	0,0755
618	125	0,2739	0,0656	0,7687	0,184	0,6028	0,0656	0,3338	0,0902
473	126	0,2116	0,0474	0,4818	0,108	0,2966	0,0474	0,2849	0,0780
494	127	0,3091	0,0637	0,6613	0,1362	0,3964	0,0637	0,3632	0,0888
499	128	0,2428	0,0466	0,5871	0,1126	0,409	0,0466	0,3088	0,0775
500	129	0,2386	0,0475	0,4348	0,0865	0,3246	0,0475	0,5593	0,1028
469	130	0,2147	0,0436	0,4641	0,0943	0,4974	0,0436	0,5496	0,1011
pl-61	131	0,5116	0,0689	0,8205	0,1105	0,713	0,0689	0,7195	0,1143
pl-63	132	0,3907	0,0769	0,994	0,1957	0,4634	0,0769	0,6392	0,1193
197	133	0,4183	0,0578	0,8054	0,1112	0,5631	0,0578	0,6564	0,1079
210	134	0,3076	0,0547	0,9696	0,1725	0,5126	0,0547	0,5920	0,1063
309	135	0,3239	0,0455	0,9512	0,1336	0,5618	0,0455	0,6007	0,1019
341	136	0,279	0,0459	0,7359	0,1211	0,6515	0,0459	0,5777	0,1021
353	137	0,4599	0,0597	0,6394	0,083	0,5572	0,0597	0,5436	0,0806
282	138	0,2792	0,0442	0,6324	0,1	0,3184	0,0442	0,4025	0,0699
428	139	0,2326	0,0331	0,7245	0,1032	0,5122	0,0331	0,3716	0,0635
457	140	0,226	0,0382	0,8754	0,1481	0,4564	0,0382	0,3675	0,0663
458	141	0,3033	0,0435	0,8102	0,1161	0,5359	0,0435	0,4195	0,0695
462	142	0,2167	0,0286	0,6404	0,0845	0,2249	0,0286	0,3619	0,0613

Tabela 8: Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMII	
		e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)
848	1	0,1709	0,0405	0,1709	0,0405	0,1709	0,0405	0,1709	0,0405
787	2	0,2183	0,0704	0,2183	0,0704	0,2183	0,0704	0,2183	0,0704
1003	3	1,0435	0,1654	1,0435	0,1654	1,0435	0,1654	1,0435	0,1654
1006	4	0,2653	0,0712	0,2653	0,0712	0,2653	0,0712	0,2653	0,0712
1024	5	0,4035	0,0278	0,4035	0,0278	0,4035	0,0278	0,4035	0,0278
852	6	0,2247	0,0551	0,2247	0,0551	0,2247	0,0551	0,2247	0,0551
879	7	0,4194	0,0658	0,4194	0,0658	0,4194	0,0658	0,4194	0,0658
883	8	0,3931	0,0608	0,3931	0,0608	0,3931	0,0608	0,3931	0,0608
885	9	0,1575	0,0775	0,1575	0,0775	0,1575	0,0775	0,1575	0,0775
957	10	0,2889	0,0842	0,2889	0,0842	0,2889	0,0842	0,2889	0,0842
1028	11	0,6278	0,2000	0,6278	0,2000	0,6278	0,2000	0,6278	0,2000
732	12	0,3511	0,1083	0,3511	0,1083	0,3511	0,1083	0,3511	0,1083
743	13	0,8132	0,2189	0,8132	0,2189	0,8132	0,2189	0,8132	0,2189
745	14	0,6483	0,0459	0,6483	0,0459	0,6483	0,0459	0,6483	0,0459
767	15	0,2263	0,0612	0,2263	0,0612	0,2263	0,0612	0,2263	0,0612
823	16	0,2853	0,0660	0,2853	0,0660	0,2853	0,0660	0,2853	0,0660
855	17	0,3690	0,0643	0,3690	0,0643	0,3690	0,0643	0,3690	0,0643
857	18	0,5554	0,0916	0,5554	0,0916	0,5554	0,0916	0,5554	0,0916
876	19	0,5097	0,0596	0,5097	0,0596	0,5097	0,0596	0,5097	0,0596
878	20	0,1455	0,0369	0,1455	0,0369	0,1455	0,0369	0,1455	0,0369
602	21	0,4426	0,0699	0,4426	0,0699	0,4426	0,0699	0,4426	0,0699
616	22	0,8123	0,0554	0,8123	0,0554	0,8123	0,0554	0,8123	0,0554
741	23	1,0179	0,0981	1,0179	0,0981	1,0179	0,0981	1,0179	0,0981
784	24	0,7697	0,0773	0,7697	0,0773	0,7697	0,0773	0,7697	0,0773
822	25	0,3854	0,0597	0,3854	0,0597	0,3854	0,0597	0,3854	0,0597
841	26	0,3751	0,0961	0,3751	0,0961	0,3751	0,0961	0,3751	0,0961
843	27	0,3394	0,0421	0,3394	0,0421	0,3394	0,0421	0,3394	0,0421
845	28	0,3044	0,0555	0,3044	0,0555	0,3044	0,0555	0,3044	0,0555
738	29	0,5671	0,1577	0,5671	0,1577	0,5671	0,1577	0,5671	0,1577
742	30	0,2219	0,1036	0,2219	0,1036	0,2219	0,1036	0,2219	0,1036
744	31	0,5805	0,1637	0,5805	0,1637	0,5805	0,1637	0,5805	0,1637
747	32	0,4753	0,1457	0,4753	0,1457	0,4753	0,1457	0,4753	0,1457
748	33	1,0245	0,3322	1,0245	0,3322	1,0245	0,3322	1,0245	0,3322
750	34	0,8970	0,2155	0,8970	0,2155	0,8970	0,2155	0,8970	0,2155
752	35	0,8140	0,1997	0,8140	0,1997	0,8140	0,1997	0,8140	0,1997
755	36	0,5477	0,1441	0,5477	0,1441	0,5477	0,1441	0,5477	0,1441

Continuação da Tabela (8). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMII	
		e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)
756	37	1,2687	0,3516	1,2687	0,3516	1,2687	0,3516	1,2687	0,3516
764	38	0,6239	0,1757	0,6239	0,1757	0,6239	0,1757	0,6239	0,1757
573	39	0,5099	0,0789	0,5099	0,0789	0,5099	0,0789	0,5099	0,0789
591	40	0,3589	0,0538	0,3589	0,0538	0,3589	0,0538	0,3589	0,0538
598	41	0,3682	0,0709	0,3682	0,0709	0,3682	0,0709	0,3682	0,0709
600	42	0,7475	0,1292	0,7475	0,1292	0,7475	0,1292	0,7475	0,1292
604	43	0,5623	0,1100	0,5623	0,1100	0,5623	0,1100	0,5623	0,1100
666	44	0,5952	0,0565	0,5952	0,0565	0,5952	0,0565	0,5952	0,0565
587	45	0,9550	0,2820	0,9550	0,2820	0,9550	0,2820	0,9550	0,2820
619	46	0,3495	0,0325	0,3495	0,0325	0,3495	0,0325	0,3495	0,0325
781	47	0,3557	0,0727	0,3557	0,0727	0,3557	0,0727	0,3557	0,0727
783	48	0,3425	0,0816	0,3425	0,0816	0,3425	0,0816	0,3425	0,0816
786	49	0,4439	0,0418	0,4439	0,0418	0,4439	0,0418	0,4439	0,0418
665	50	0,3879	0,1030	0,3879	0,1030	0,3879	0,1030	0,3879	0,1030
705	51	0,1526	0,0398	0,1526	0,0398	0,1526	0,0398	0,1526	0,0398
753	52	1,0594	0,2765	1,0594	0,2765	1,0594	0,2765	1,0594	0,2765
778	53	0,7848	0,2375	0,7848	0,2375	0,7848	0,2375	0,7848	0,2375
607	54	0,8351	0,0951	0,8351	0,0951	0,8351	0,0951	0,8351	0,0951
609	55	0,5126	0,1883	0,5126	0,1883	0,5126	0,1883	0,5126	0,1883
615	56	0,8667	0,2143	0,8667	0,2143	0,8667	0,2143	0,8667	0,2143
617	57	0,4314	0,0987	0,4314	0,0987	0,4314	0,0987	0,4314	0,0987
634	58	0,4932	0,0861	0,4932	0,0861	0,4932	0,0861	0,4932	0,0861
635	59	0,5199	0,1327	0,5199	0,1327	0,5199	0,1327	0,5199	0,1327
643	60	0,5538	0,1636	0,5538	0,1636	0,5538	0,1636	0,5538	0,1636
651	61	0,5816	0,1451	0,5816	0,1451	0,5816	0,1451	0,5816	0,1451
268	62	0,3265	0,1166	0,3265	0,1166	0,3265	0,1166	0,3265	0,1166
565	63	0,2582	0,0713	0,2582	0,0713	0,2582	0,0713	0,2582	0,0713
571	64	0,0831	0,0389	0,0831	0,0389	0,0831	0,0389	0,0831	0,0389
509	65	0,4719	0,0720	0,4719	0,0720	0,4719	0,0720	0,4719	0,0720
515	66	0,4663	0,0712	0,4663	0,0712	0,4663	0,0712	0,4663	0,0712
520	67	0,5949	0,0689	0,5949	0,0689	0,5949	0,0689	0,5949	0,0689
531	68	0,5270	0,0986	0,5270	0,0986	0,5270	0,0986	0,5270	0,0986
535	69	0,5500	0,0459	0,5500	0,0459	0,5500	0,0459	0,5500	0,0459
545	70	1,1391	0,1692	1,1391	0,1692	1,1391	0,1692	1,1391	0,1692
553	71	0,3864	0,0728	0,3864	0,0728	0,3864	0,0728	0,3864	0,0728
556	72	0,5588	0,1050	0,5588	0,1050	0,5588	0,1050	0,5588	0,1050
560	73	0,6589	0,1062	0,6589	0,1062	0,6589	0,1062	0,6589	0,1062

Continuação da Tabela (8). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)
585	74	0,4888	0,1015	0,4888	0,1015	0,4888	0,1015	0,4888	0,1015
532	75	0,4461	0,0643	0,4461	0,0643	0,4461	0,0643	0,4461	0,0643
554	76	0,4169	0,0950	0,4169	0,0950	0,4169	0,0950	0,4169	0,0950
555	77	0,3731	0,0344	0,3731	0,0344	0,3731	0,0344	0,3731	0,0344
558	78	0,5886	0,0965	0,5886	0,0965	0,5886	0,0965	0,5886	0,0965
562	79	0,3508	0,0991	0,3508	0,0991	0,3508	0,0991	0,3508	0,0991
566	80	0,6645	0,0963	0,6645	0,0963	0,6645	0,0963	0,6645	0,0963
569	81	0,1457	0,0494	0,1457	0,0494	0,1457	0,0494	0,1457	0,0494
572	82	0,4280	0,0595	0,4280	0,0595	0,4280	0,0595	0,4280	0,0595
574	83	0,6857	0,0905	0,6857	0,0905	0,6857	0,0905	0,6857	0,0905
448	84	0,7334	0,2460	0,7334	0,2460	0,7334	0,2460	0,7334	0,2460
534	85	0,5587	0,1826	0,5587	0,1826	0,5587	0,1826	0,5587	0,1826
536	86	0,4916	0,0711	0,4916	0,0711	0,4916	0,0711	0,4916	0,0711
538	87	0,3140	0,0843	0,3140	0,0843	0,3140	0,0843	0,3140	0,0843
542	88	0,6482	0,1355	0,6482	0,1355	0,6482	0,1355	0,6482	0,1355
544	89	0,5429	0,0320	0,5429	0,0320	0,5429	0,0320	0,5429	0,0320
548	90	0,4402	0,1541	0,4402	0,1541	0,4402	0,1541	0,4402	0,1541
549	91	0,8696	0,1292	0,8696	0,1292	0,8696	0,1292	0,8696	0,1292
550	92	0,5054	0,0840	0,5054	0,0840	0,5054	0,0840	0,5054	0,0840
391	93	0,3168	0,1222	0,3168	0,1222	0,3168	0,1222	0,3168	0,1222
484	94	0,5985	0,1172	0,5985	0,1172	0,5985	0,1172	0,5985	0,1172
485	95	0,2309	0,0384	0,2309	0,0384	0,2309	0,0384	0,2309	0,0384
489	96	0,4459	0,1138	0,4459	0,1138	0,4459	0,1138	0,4459	0,1138
498	97	0,7029	0,1356	0,7029	0,1356	0,7029	0,1356	0,7029	0,1356
512	98	0,9594	0,1595	0,9594	0,1595	0,9594	0,1595	0,9594	0,1595
524	99	0,8031	0,2667	0,8031	0,2667	0,8031	0,2667	0,8031	0,2667
529	100	0,2587	0,1066	0,2587	0,1066	0,2587	0,1066	0,2587	0,1066
476	101	0,7021	0,0875	0,7021	0,0875	0,7021	0,0875	0,7021	0,0875
672	102	0,4063	0,0883	0,4063	0,0883	0,4063	0,0883	0,4063	0,0883
760	103	0,4719	0,1984	0,4719	0,1984	0,4719	0,1984	0,4719	0,1984
969	104	0,3807	0,0776	0,3807	0,0776	0,3807	0,0776	0,3807	0,0776
986	105	0,3796	0,1003	0,3796	0,1003	0,3796	0,1003	0,3796	0,1003
987	106	0,7822	0,1294	0,7822	0,1294	0,7822	0,1294	0,7822	0,1294
988	107	0,6325	0,1193	0,6325	0,1193	0,6325	0,1193	0,6325	0,1193
1010	108	0,2157	0,0487	0,2157	0,0487	0,2157	0,0487	0,2157	0,0487
800	109	0,4886	0,0604	0,4886	0,0604	0,4886	0,0604	0,4886	0,0604

Continuação da Tabela (8). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculadas através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os cupins.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)	e.p. ($\hat{\beta}_1$)	e.p. ($\hat{\beta}_2$)
868	110	0,1798	0,0870	0,1798	0,0870	0,1798	0,0870	0,1798	0,0870
888	111	0,3510	0,0728	0,3510	0,0728	0,3510	0,0728	0,3510	0,0728
900	112	1,0609	0,1880	1,0609	0,1880	1,0609	0,1880	1,0609	0,1880
940	113	0,5159	0,0664	0,5159	0,0664	0,5159	0,0664	0,5159	0,0664
620	114	0,4225	0,1646	0,4225	0,1646	0,4225	0,1646	0,4225	0,1646
641	115	0,4777	0,0786	0,4777	0,0786	0,4777	0,0786	0,4777	0,0786
649	116	0,3912	0,1126	0,3912	0,1126	0,3912	0,1126	0,3912	0,1126
663	117	0,4400	0,0879	0,4400	0,0879	0,4400	0,0879	0,4400	0,0879
669	118	0,4331	0,1012	0,4331	0,1012	0,4331	0,1012	0,4331	0,1012
694	119	0,3276	0,0918	0,3276	0,0918	0,3276	0,0918	0,3276	0,0918
704	120	0,2573	0,0542	0,2573	0,0542	0,2573	0,0542	0,2573	0,0542
292	121	0,6455	0,0969	0,6455	0,0969	0,6455	0,0969	0,6455	0,0969
501	122	0,5351	0,0777	0,5351	0,0777	0,5351	0,0777	0,5351	0,0777
579	123	0,6366	0,0993	0,6366	0,0993	0,6366	0,0993	0,6366	0,0993
612	124	0,4667	0,0614	0,4667	0,0614	0,4667	0,0614	0,4667	0,0614
618	125	0,8699	0,2423	0,8699	0,2423	0,8699	0,2423	0,8699	0,2423
473	126	0,6103	0,1759	0,6103	0,1759	0,6103	0,1759	0,6103	0,1759
494	127	0,2760	0,0667	0,2760	0,0667	0,2760	0,0667	0,2760	0,0667
499	128	0,6962	0,1490	0,6962	0,1490	0,6962	0,1490	0,6962	0,1490
500	129	0,3200	0,0320	0,3200	0,0320	0,3200	0,0320	0,3200	0,0320
469	130	0,7355	0,0984	0,7355	0,0984	0,7355	0,0984	0,7355	0,0984
pl-61	131	0,4830	0,1150	0,4830	0,1150	0,4830	0,1150	0,4830	0,1150
pl-63	132	0,5975	0,1656	0,5975	0,1656	0,5975	0,1656	0,5975	0,1656
197	133	0,2983	0,0477	0,2983	0,0477	0,2983	0,0477	0,2983	0,0477
210	134	0,6473	0,1708	0,6473	0,1708	0,6473	0,1708	0,6473	0,1708
309	135	0,3936	0,0701	0,3936	0,0701	0,3936	0,0701	0,3936	0,0701
341	136	0,3132	0,0955	0,3132	0,0955	0,3132	0,0955	0,3132	0,0955
353	137	0,3038	0,0414	0,3038	0,0414	0,3038	0,0414	0,3038	0,0414
282	138	0,2885	0,0588	0,2885	0,0588	0,2885	0,0588	0,2885	0,0588
428	139	0,6261	0,0525	0,6261	0,0525	0,6261	0,0525	0,6261	0,0525
457	140	0,5745	0,1430	0,5745	0,1430	0,5745	0,1430	0,5745	0,1430
458	141	0,4410	0,0839	0,4410	0,0839	0,4410	0,0839	0,4410	0,0839
462	142	0,3980	0,0739	0,3980	0,0739	0,3980	0,0739	0,3980	0,0739

5.2 Resultados para o ensaio com o ácaro *T. urticae*:

Os resultados apresentados nesta Secção foram obtidos utilizando-se os dados do ensaio com o ácaro *T. urticae*, conforme descrito na Secção 3 com o uso do preditor linear descrito em (9).

Observa-se que pelas expressões (17), (19), (24) e (32) os valores esperados para o vetor de resposta multinomial acumulada é o mesmo entre todos os modelos: multinomial, DM, REMI e REMII, não importando assim qual seja a suposição feita para a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias, por exemplo (18), (20), (27) ou (35).

Como esperado, as estimativas dos parâmetros do modelo de regressão, β_{1i} e β_{2i} , são as mesmas para todos os modelos mas os desvios padrões das estimativas mudam de acordo com os modelos. As Figuras 11 a 16 mostram os valores observados e a curva estimada para os 80 isolados utilizados no ensaio com os ácaros.

Pode-se observar pelas Figuras 11 a 16 que, entre as réplicas, existe uma variabilidade mais acentuada no coeficiente angular da reta do que no intercepto, para alguns isolados. Fato esse ressaltado pelos resultados de $\hat{\nu}_i^2$, apresentados na Tabela 10. Essas estimativas de ν_i^2 foram bem próximas de zero. Isto também foi visto na Tabela 9. Este fato foi observado para todos os 80 isolados, mostrando assim que seria razoável utilizar modelos que permitam efeitos aleatórios apenas para o coeficiente angular (β_{2i}). O que se observa para os resultados do ensaio com o ácaro, diferente do que ocorre com os resultados do ensaio com o cupim, é uma consistência maior no comportamento da mortalidade acumulada, pois existe uma menor variabilidade entre as repetições dentro de cada isolado.

Pelo diagrama de dispersão dos desvios padrões dos $\hat{\beta}$'s do modelo multinomial versus os desvios padrões dos $\hat{\beta}$'s dos modelos DM, REMI e REMII, visto na Figura 17 (a,b), nota-se que ignorar a presença da variação extra-multinomial pode conduzir a uma subestimação nas estimativas dos desvios padrões dos $\hat{\beta}$'s. Esse fato tende a subestimar o erro padrão verdadeiro das estimativas dos efeitos dos isolados. Também observa-se que o modelo de Dirichlet-multinomial parece superestimar

o d.p. ($\hat{\beta}$) quando comparado com o modelo multinomial e os dois modelos de efeitos aleatórios, REMI e REMII, mas não de uma maneira tão acentuada como aconteceu com os dados do bioensaio dos cupins.

A Figura 17 (b) mostra a igualdade dos resultados da matriz de variâncias e covariâncias robusta entre todos os modelos. Isto não foi um resultado esperado, mas parece ser causado pela estrutura especial do predictor linear (9), que possui apenas o dia como variável regressora. O mesmo padrão de comportamento foi encontrado com os dados apresentados por O'Hara Hines (1993), quando excluídas todas as covariáveis do modelo e ajustando somente a regressão no tempo.

As Figuras 18 (a-d) mostram como as distribuições das estimativas dos parâmetros de superdispersão apresentam um comportamento assimétrico. Isto também pode ser visto na Tabela 9. Se considerarmos os modelos com superdispersão constante tem-se que a estimativa do parâmetro de superdispersão para ρ é 0.0872 (modelo DM), para σ^2 , 0.5241 (modelo REMI), para ν^2 , 0.0006 e para τ^2 é 0.1663 (modelo REMII). Também é possível observar, pela Figura 10 (a), pelas estatísticas apresentadas na Tabela 9 e pelos resultados apresentados na Tabela 10, que não existe evidência de superdispersão ($\hat{\rho} < 0$) em vinte e um dos isolados analisados, o que corresponde, aproximadamente, à quarta parte do número de isolados analisados. Isso parece indicar que o modelo DM, nesse conjunto de dados, modela a superdispersão de maneira satisfatória.

Na Figura 18 (f, g) nota-se que, para muitos dos 80 isolados utilizados no ensaio dos ácaros, o tempo médio letal (LT_{50}) é superior a 6 dias, o último dia avaliado no ensaio. Esse fato é ainda mais agravante quando se observa o tempo letal 90, LT_{90} , indicando a necessidade de continuação do experimento durante mais dias para se obter uma estimativa melhor do modelo. Segundo os entomologistas, isto é contraposto ao fato de que após alguns dias, os ácaros tendem a criar uma resistência aos isolados, criando assim uma resistência natural ao patógeno, mostrando que o prolongamento do ensaio por mais dias pode vir a prejudicar o ajuste dos modelos. O pesquisador está interessado em agrupar os isolados em três grupos: alta virulência,

média virulência e virulência fraca para poder identificar os patógenos mais virulentos que possam ser usados nos experimentos de campo. Assim, um método estatístico adequado para agrupar os isolados seria um que fosse robusto à falta de informação para a estimação de alguns modelos. A análise feita neste trabalho não está completa há necessidade de se continuá-la.

Tabela 9: Sumário das estatísticas descritivas para os parâmetros de superdispersão dos modelos DM, REMI e REMII, nos quais a superdispersão varia entre os isolados, considerando-se o ensaio com os ácaros.

Modelo	Parâmetro de superdispersão	Estimativas				
		média (d.p.)	Mediana	Min.	Max.	CV %
DM	ρ_i	0,0538(0,1077)	0,0270	-0,0480	0,6923	200,19
REMI	σ_i^2	0,3698(0,4193)	0,1901	0,0001	2,3689	113,39
REMI	ν_i^2	3,27e-07(1,12e-07)	2,73e-12	3,21e-19	6,57e-07	3,43
	τ_i^2	0,0100(0.0219)	0,0001	5,80e-15	0,1201	219,00

A Figure 18 (h) mostra que a correlação entre o intercepto e o coeficiente angular da reta é negativa e isto é confirmado pelo histograma (e).

Apesar de não dispormos de um teste estatístico que discrimine entre os modelos considerados neste trabalho, recomendamos, para esse conjunto de dados de ácaros, o uso do modelo com efeitos aleatórios no intercepto e no coeficiente angular da reta (REMI). Pelo fato desse modelo ter apresentado resultados mais consistentes e coerentes.

Tabela 10: Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os ácaros.

Isolados	i	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\rho}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\nu}^2$	$\hat{\tau}^2$	$\hat{\lambda}$	$\hat{L}T_{50}$	$\hat{L}T_{90}$
756	1	-5,3049	0,8264	-0,0325	0,0000	0,0000	0,0000	-0,8947	6,4193	9,0782
548	2	-4,8913	0,8382	0,0662	0,2333	0,0000	0,0000	-0,8920	5,8352	8,4565
549	3	-5,7298	0,9948	-0,0019	0,1010	0,0000	0,0044	-0,9272	5,7596	7,9682
760	4	-5,5864	0,9344	0,0310	0,7045	0,0000	0,0001	-0,9507	5,9784	8,3298
551	5	-5,1459	1,1762	0,2329	2,3689	0,0000	0,1201	-0,7572	4,3750	6,2431
900	6	-5,7651	0,9454	0,0248	0,0001	0,0000	0,0000	-0,9755	6,0979	8,4219
600	7	-7,5051	1,8972	0,1709	1,3563	0,0000	0,0882	-0,9480	3,9558	5,1139
757	8	-5,2034	0,8460	0,1527	0,6172	0,0000	0,0000	-0,6724	6,1505	8,7476
1202	9	-9,6598	1,4961	-0,0480	0,0597	0,0000	0,0016	-0,9836	6,4567	7,9254
635	10	-4,6348	0,8713	0,0261	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9264	5,3197	7,8416
749	11	-5,2929	0,9781	0,0346	0,0987	0,0000	0,0037	-0,8963	5,4116	7,6582
1197	12	-5,4249	0,9626	0,0181	0,4117	0,0000	0,0001	-0,9367	5,6355	7,9180
196	13	-4,7852	0,8525	0,0482	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9235	5,6130	8,1903
252	14	-4,7763	0,9352	0,1082	0,7355	0,0000	0,0002	-0,9299	5,1074	7,4570
476	15	-5,3129	0,7382	0,0197	0,4522	0,0000	0,0134	-0,8724	7,1971	10,1735
494	16	-9,6860	3,3609	0,5846	1,4563	0,0000	0,0003	-0,8860	2,8820	3,5357
1006	17	-5,7133	1,2773	0,0682	1,0643	0,0000	0,0524	-0,9347	4,4728	6,1929
876	18	-4,9047	0,7309	0,0419	0,1355	0,0000	0,0000	-0,8171	6,7106	9,7169
890	19	-4,6435	0,7731	0,0531	0,0084	0,0000	0,0011	-0,8085	6,0066	8,8488
893	20	-5,4338	0,8542	0,0185	0,1331	0,0000	0,0000	-0,8250	6,3612	8,9334
895	21	-5,0540	0,8387	0,0410	0,3413	0,0000	0,0113	-0,7788	6,0260	8,6458
881	22	-4,6647	0,7336	0,0878	0,1210	0,0000	0,0000	-0,7073	6,3587	9,3539
887	23	-6,2519	1,2283	0,0162	0,1003	0,0000	0,0054	-0,9732	5,0899	6,8787
612	24	-7,0724	1,5297	0,0102	0,0084	0,0000	0,0000	-0,9855	4,6234	6,0598
931	25	-6,1360	1,2025	-0,0006	0,0853	0,0000	0,0046	-0,9353	5,1029	6,9302
764	26	-5,4567	1,0908	0,0133	0,1374	0,0000	0,0000	-0,9288	5,0022	7,0164
908	27	-10,0235	3,1388	0,0166	0,2764	0,0000	0,0309	-0,7427	3,1934	3,8934
986	28	-5,7567	1,1909	-0,0115	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9259	4,8341	6,6792
969	29	-11,2185	4,0312	0,6923	0,7227	0,0000	0,0764	-0,9257	2,7829	3,3280
987	30	-6,4859	1,3894	0,0092	0,5209	0,0000	0,0000	-0,8249	4,6682	6,2496
902	31	-4,3675	1,0158	0,1071	0,7342	0,0000	0,0384	-0,8219	4,2996	6,4626
498	32	-6,6380	1,4120	0,0430	0,2742	0,0000	0,0000	-0,9646	4,7010	6,2570
499	33	-6,2095	1,2657	-0,0027	0,0846	0,0000	0,0032	-0,9262	4,9060	6,6420
500	34	-5,4400	1,1577	0,0606	0,7567	0,0000	0,0001	-0,6273	4,6990	6,5969
462	35	-4,4079	1,2180	0,1048	0,6039	0,0000	0,0364	-0,8834	3,6188	5,4227
522	36	-5,4149	0,9806	-0,0036	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9433	5,5223	7,7631
589	37	-4,6424	0,8957	0,0267	0,0370	0,0000	0,0018	-0,6538	5,1828	7,6358
520	38	-5,5490	1,0085	-0,0187	0,0089	0,0000	0,0000	-0,8604	5,5022	7,6809
529	39	-5,2451	0,8551	0,0373	0,1671	0,0000	0,0051	-0,9439	6,1336	8,7030
643	40	-5,6992	1,3257	0,1302	1,0492	0,0000	0,0007	-0,9508	4,2989	5,9562

Continuação da Tabela (10). Estimativas dos parâmetros da regressão e dos parâmetros de superdispersão para o ensaio com os ácaros.

Isolados	<i>i</i>	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\rho}$	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\nu}^2$	$\hat{\tau}^2$	$\hat{\lambda}$	$\hat{L}T_{50}$	$\hat{L}T_{90}$
868	41	-4,6086	2,2384	0,1430	0,2095	0,0000	0,0497	-0,8725	2,0589	3,0405
1058	42	-4,7587	1,0232	0,0824	0,4666	0,0000	0,0001	-0,9310	4,6507	6,7981
1078	43	-4,7127	1,1385	0,0424	1,0101	0,0000	0,0537	-0,4566	4,1395	6,0695
pl61	44	-7,6864	1,1608	-0,0088	0,9693	0,0000	0,0001	-0,9599	6,6217	8,5146
641	45	-5,1500	0,8439	0,0217	0,1901	0,0000	0,0067	-0,7922	6,1025	8,7061
642	46	-5,0866	0,9739	0,0729	0,1377	0,0000	0,0000	-0,8129	5,2230	7,4791
722	47	-5,3912	1,0368	0,0958	1,1063	0,0000	0,0459	-0,9596	5,1999	7,3192
307	48	-3,6120	1,3446	0,1208	0,0151	0,0000	0,0000	-0,8361	2,6864	4,3205
457	49	-6,2698	1,9342	0,0007	0,2278	0,0000	0,0192	-0,9422	3,2415	4,3775
485	50	-5,8517	0,7996	-0,0043	0,6692	0,0000	0,0000	-0,9212	7,3183	10,0663
489	51	-4,9075	1,4642	0,0651	0,5802	0,0000	0,0417	-0,9343	3,3518	4,8525
618	52	-4,9311	1,2580	0,1078	0,0522	0,0000	0,0000	-0,9432	3,9198	5,6664
620	53	-4,1783	0,6788	0,0418	0,1467	0,0000	0,0062	-0,7508	6,1559	9,3930
787	54	-6,1976	1,2919	0,0270	0,4466	0,0000	0,0001	-0,9655	4,7974	6,4982
268	55	-6,2002	0,9669	-0,0140	0,0983	0,0000	0,0028	-0,9188	6,4121	8,6845
309	56	-6,0947	1,0015	-0,0111	0,0496	0,0000	0,0000	-0,8172	6,0855	8,2794
498	57	-4,9514	0,9889	0,0465	0,6691	0,0000	0,0307	-0,8656	5,0070	7,2289
501	58	-5,7744	0,8964	0,0061	0,4032	0,0000	0,0000	-0,9501	6,4421	8,8934
695	59	-6,6116	1,1407	-0,0140	0,1868	0,0000	0,0059	-0,9432	5,7959	7,7221
pl63	60	-5,6887	1,8542	0,0599	0,5092	0,0000	0,0000	-0,7956	3,0680	4,2530
759	61	-4,5822	0,7971	0,0334	0,4410	0,0000	0,0148	-0,7450	5,7487	8,5052
532	62	-4,1336	0,7061	0,0490	0,1779	0,0000	0,0000	-0,8002	5,8543	8,9662
210	63	-4,9623	0,9148	0,0202	0,0852	0,0000	0,0048	-0,9204	5,4242	7,8260
468	64	-5,0674	1,2262	0,0799	0,4644	0,0000	0,0001	-0,9546	4,1326	5,9245
759	65	-5,0066	0,9980	0,0091	0,0000	0,0000	0,0000	-0,8106	5,0165	7,2180
561	66	-4,7143	0,7981	0,0270	0,0517	0,0000	0,0000	-0,9480	5,9069	8,6600
755	67	-4,7632	0,7036	0,0529	0,1413	0,0000	0,0049	-0,7705	6,7694	9,8921
1192	68	-4,2344	0,7109	0,1836	1,0982	0,0000	0,0000	-0,7843	5,9567	9,0476
569	69	-5,9458	0,9498	-0,0085	0,0461	0,0000	0,0020	-0,9510	6,2601	8,5735
573	70	-5,9274	1,0573	-0,0169	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9857	5,6065	7,6847
579	71	-5,5432	1,0147	-0,0067	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9733	5,4631	7,6285
590	72	-5,3737	0,8049	0,0785	0,5758	0,0000	0,0000	-0,7568	6,6760	9,4057
615	73	-4,7838	0,7554	-0,0030	0,0674	0,0000	0,0026	-0,9329	6,3326	9,2412
1103	74	-5,4401	0,5999	0,0381	0,1546	0,0000	0,0000	-0,9899	7,6011	9,9847
619	75	-7,0068	0,9218	-0,0287	0,3427	0,0000	0,0052	-0,7944	6,2262	8,4503
1010	76	-6,1509	0,9879	0,0043	0,6396	0,0000	0,0000	-0,8907	5,4674	7,4756
1108	77	-5,9819	1,0941	0,0165	0,2914	0,0000	0,0000	-0,9779	7,4308	9,9530
644	78	-6,4734	0,8712	-0,0206	0,4156	0,0000	0,0036	-0,9737	6,9654	9,5945
647	79	-5,8213	0,8357	-0,0060	0,1588	0,0000	0,0000	-0,9750	7,7284	10,6553
739	80	-5,8016	0,7507	-0,0277	0,0000	0,0000	0,0000	-0,9775	9,0689	12,7318

Figura 11: Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro *T. urticae*.

Figura 12: Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro *T. urticae*.

Figura 13: Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro *T. urticae*.

Figura 14: Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro *T. urticae*.

Figura 15: Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para quinze isolados do experimento com o ácaro *T. urticae*.

Figura 16: Proporção da mortalidade acumulada durante os 6 dias, para cinco isolados do experimento com o ácaro *T. urticae*.

(a) Assintótica

(b) Robusta

Figura 17: Diagramas de dispersão do $d.p.(\hat{\beta}_1)$ e $d.p.(\hat{\beta}_2)$ para o modelo multinomial $\times$ DM (o), REMI (Δ) e REMII (+), usando a matriz de variâncias e covariância assintótica (a) e robusta (b).

Figura 18: Histogramas de $\hat{\rho}$, $\hat{\sigma}^2$, $\hat{\tau}^2$, $\hat{\lambda}$, $\hat{LT}_{50}$ e $\hat{LT}_{90}$ e os diagramas de dispersão do $\hat{\beta}_1 \times \hat{\beta}_2$ e $\hat{LT}_{50} \times \hat{LT}_{90}$.

Tabela 11: Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os ácaros.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
756	1	0.6303	0.1084	0.5300	0.0912	0.5197	0.0925	0.6303	0.1084
548	2	0.5296	0.0942	0.6691	0.1190	0.5459	0.0942	0.5197	0.0925
549	3	0.6076	0.1084	0.6024	0.1074	0.6138	0.1084	0.6076	0.1084
760	4	0.6171	0.1085	0.6978	0.1227	0.6585	0.1085	0.6171	0.1085
551	5	0.4609	0.0991	0.8110	0.1744	0.6246	0.0991	0.4609	0.0991
900	6	0.6518	0.1137	0.7210	0.1258	0.6519	0.1137	0.6518	0.1137
600	7	0.6469	0.1580	1.0307	0.2516	0.8411	0.1367	0.6469	0.1580
757	8	0.5910	0.1030	0.9107	0.1587	0.7213	0.1580	0.5910	0.1030
1202	9	1.3547	0.2291	1.0209	0.1726	0.6290	0.1030	1.3547	0.2291
635	10	0.4700	0.0873	0.5223	0.0970	1.3563	0.2291	0.4700	0.0873
749	11	0.5327	0.0981	0.6099	0.1123	0.8411	0.1367	0.5327	0.0981
1197	12	0.5647	0.1018	0.6090	0.1098	0.4700	0.0873	0.5647	0.1018
196	13	0.5027	0.0909	0.6019	0.1088	0.5914	0.1018	0.5027	0.0909
252	14	0.4686	0.0891	0.6583	0.1252	0.8411	0.1367	0.4686	0.0891
476	15	0.7105	0.1193	0.7709	0.1294	0.5027	0.0909	0.7105	0.1193
494	16	1.0052	0.3379	7.3600	2.4744	0.5241	0.0891	1.0052	0.3379
1006	17	0.5059	0.1075	0.6426	0.1366	0.7340	0.1193	0.5059	0.1075
876	18	0.6018	0.1025	0.7062	0.1203	0.5794	0.1075	0.6018	0.1025
890	19	0.5164	0.0909	0.6279	0.1105	1.2829	0.2095	0.5164	0.0909
893	20	0.6412	0.1105	0.6924	0.1194	0.6102	0.1025	0.6412	0.1105
895	21	0.5626	0.0988	0.6583	0.1156	0.5170	0.0909	0.5626	0.0988
881	22	0.5436	0.0939	0.7273	0.1257	0.6489	0.1105	0.5436	0.0939
887	23	0.5837	0.1119	0.6248	0.1198	0.5849	0.0988	0.5837	0.1119
612	24	0.6169	0.1289	0.6445	0.1347	0.5901	0.1119	0.6169	0.1289
931	25	0.5756	0.1101	0.5740	0.1098	1.0017	0.1636	0.5756	0.1101
764	26	0.5146	0.0996	0.5445	0.1054	0.6174	0.1289	0.5146	0.0996
908	27	0.9470	0.2960	1.0152	0.3173	0.5812	0.1101	0.9470	0.2960
986	28	0.5266	0.1048	0.4988	0.0993	0.5246	0.0996	0.5266	0.1048
969	29	1.2517	0.4284	0.3127	0.1070	0.9579	0.2960	1.2517	0.4284
987	30	0.5729	0.1181	0.5962	0.1229	0.5266	0.1048	0.5729	0.1181
902	31	0.4040	0.0869	0.5661	0.1217	1.2732	0.4284	0.4040	0.0869
498	32	0.5864	0.1203	0.6907	0.1417	0.6061	0.1181	0.5864	0.1203
499	33	0.5660	0.1116	0.5590	0.1103	0.4672	0.0869	0.5660	0.1116
500	34	0.4955	0.1006	0.6160	0.1251	0.6037	0.1203	0.4955	0.1006
462	35	0.3951	0.0996	0.5508	0.1389	0.5498	0.1006	0.3951	0.0996
522	36	0.5532	0.1007	0.5443	0.0991	1.1872	0.1650	0.5532	0.1007

Continuação da Tabela (11). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os ácaros.

Isolado	<i>i</i>	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
589	37	0.4624	0.0871	0.5149	0.0970	0.4488	0.0996	0.4624	0.0871
520	38	0.5634	0.1028	0.5138	0.0937	0.4654	0.0871	0.5634	0.1028
529	39	0.5943	0.1037	0.6868	0.1198	0.7756	0.1030	0.5943	0.1037
643	40	0.4995	0.1101	0.7361	0.1622	0.5640	0.1028	0.4995	0.1101
868	41	0.4404	0.1975	0.6661	0.3410	0.6047	0.1037	0.4404	0.1975
1058	42	0.4437	0.0901	0.5855	0.1189	0.5728	0.1101	0.4437	0.0901
1078	43	0.4237	0.0950	0.4981	0.1116	0.4579	0.1975	0.4237	0.0950
p161	44	1.0437	0.1768	1.0014	0.1696	0.5053	0.0950	1.0437	0.1768
641	45	0.5803	0.1014	0.6344	0.1109	3.1341	0.5096	0.5803	0.1014
642	46	0.5008	0.0941	0.6445	0.1211	1.0780	0.1768	0.5008	0.0941
722	47	0.5239	0.0987	0.7149	0.1348	0.5925	0.1014	0.5239	0.0987
307	48	0.3422	0.1117	0.4944	0.1613	0.5978	0.0987	0.3422	0.1117
457	49	0.5462	0.1606	0.5478	0.1611	3.1341	0.5096	0.5462	0.1606
485	50	0.8272	0.1384	0.8109	0.1357	0.3439	0.1117	0.8272	0.1384
489	51	0.4319	0.1192	0.5438	0.1501	0.5616	0.1606	0.4319	0.1192
618	52	0.4355	0.1032	0.6113	0.1449	0.8570	0.1384	0.4355	0.1032
620	53	0.4754	0.0830	0.5577	0.0974	0.4796	0.1192	0.4754	0.0830
787	54	0.5579	0.1121	0.6220	0.1250	0.4400	0.1032	0.5579	0.1121
268	55	0.7533	0.1292	0.7043	0.1208	0.4868	0.0830	0.7533	0.1292
309	56	0.6897	0.1202	0.6542	0.1140	0.5872	0.1121	0.6897	0.1202
498	57	0.4761	0.0918	0.5671	0.1094	0.7581	0.1292	0.4761	0.0918
501	58	0.6971	0.1196	0.7158	0.1228	0.6924	0.1202	0.6971	0.1196
695	59	0.7034	0.1247	0.6575	0.1166	0.5262	0.0918	0.7034	0.1247
p163	60	0.5004	0.1539	0.6208	0.1909	0.7184	0.1196	0.5004	0.1539
759	61	0.4927	0.0882	0.5620	0.1006	0.7133	0.1247	0.4927	0.0882
532	62	0.4552	0.0809	0.5464	0.0971	0.5372	0.1539	0.4552	0.0809
210	63	0.5049	0.0928	0.5489	0.1009	0.4696	0.0809	0.5049	0.0928
468	64	0.4489	0.1015	0.5886	0.1331	2.3452	0.3789	0.4489	0.1015
759	65	0.4809	0.0927	0.5002	0.0964	0.5112	0.0928	0.4809	0.0927
561	66	0.5168	0.0915	0.5763	0.1020	0.4809	0.0927	0.5168	0.0915
755	67	0.5862	0.0997	0.7122	0.1211	2.3452	0.3789	0.5862	0.0997
1192	68	0.4707	0.0831	0.7666	0.1353	0.5206	0.0915	0.4707	0.0831
569	69	0.6958	0.1203	0.6685	0.1156	0.5513	0.0831	0.6958	0.1203
573	70	0.6094	0.1100	0.5610	0.1013	2.3452	0.3789	0.6094	0.1100
579	71	0.5592	0.1024	0.5422	0.0993	0.6982	0.1203	0.5592	0.1024
590	72	0.6667	0.1136	0.8708	0.1484	0.5592	0.1024	0.6667	0.1136

Continuação da Tabela (11). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias assintótica, para o ensaio com os ácaros.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMII	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
615	73	0.5562	0.0962	0.5486	0.0949	4.4329	0.7203	0.5562	0.0962
1103	74	1.1550	0.1922	0.9947	0.1656	0.8696	0.1445	0.9481	0.1581
619	75	0.7175	0.1241	0.7313	0.1265	0.5607	0.0962	0.7010	0.1205
1010	76	0.5987	0.1095	0.6417	0.1174	0.6612	0.1107	0.6268	0.1165
1108	77	0.9817	0.1639	0.8859	0.1479	0.7502	0.1241	0.8806	0.1474
644	78	0.7740	0.1306	0.7527	0.1270	0.9975	0.1639	0.7217	0.1222
647	79	0.8696	0.1445	0.7536	0.1252	1.7360	0.2641	0.8904	0.1487
739	80	0.9129	0.1488	1.0580	0.1725	0.7817	0.1306	1.0309	0.1687

Tabela 12: Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os ácaros.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
756	1	0,2778	0,0526	0,2778	0,0526	0,2778	0,0526	0,2778	0,0526
548	2	0,2789	0,0690	0,2789	0,0690	0,2789	0,0690	0,2789	0,0690
549	3	0,4459	0,0950	0,4459	0,0950	0,4459	0,0950	0,4459	0,0950
760	4	0,2727	0,0810	0,2727	0,0810	0,2727	0,0810	0,2727	0,0810
551	5	0,5276	0,1633	0,5276	0,1633	0,5276	0,1633	0,5276	0,1633
900	6	0,5166	0,1102	0,5166	0,1102	0,5166	0,1102	0,5166	0,1102
600	7	0,7515	0,2510	0,7515	0,2510	0,7515	0,2510	0,7515	0,2510
757	8	0,5640	0,0814	0,5640	0,0814	0,5640	0,0814	0,5640	0,0814
1202	9	1,3582	0,2282	1,3582	0,2282	1,3582	0,2282	1,3582	0,2282
635	10	0,1477	0,0463	0,1477	0,0463	0,1477	0,0463	0,1477	0,0463
749	11	0,2619	0,0520	0,2619	0,0520	0,2619	0,0520	0,2619	0,0520
1197	12	0,2326	0,0732	0,2326	0,0732	0,2326	0,0732	0,2326	0,0732
196	13	0,4322	0,0754	0,4322	0,0754	0,4322	0,0754	0,4322	0,0754
252	14	0,3125	0,0889	0,3125	0,0889	0,3125	0,0889	0,3125	0,0889
476	15	0,6170	0,0965	0,6170	0,0965	0,6170	0,0965	0,6170	0,0965
494	16	1,9817	0,7686	1,9817	0,7686	1,9817	0,7686	1,9817	0,7686
1006	17	0,4488	0,1293	0,4488	0,1293	0,4488	0,1293	0,4488	0,1293
876	18	0,3769	0,0471	0,3769	0,0471	0,3769	0,0471	0,3769	0,0471
890	19	0,2855	0,0597	0,2855	0,0597	0,2855	0,0597	0,2855	0,0597
893	20	0,4372	0,0854	0,4372	0,0854	0,4372	0,0854	0,4372	0,0854
895	21	0,3842	0,0648	0,3842	0,0648	0,3842	0,0648	0,3842	0,0648
881	22	0,2864	0,0452	0,2864	0,0452	0,2864	0,0452	0,2864	0,0452
887	23	0,3968	0,0994	0,3968	0,0994	0,3968	0,0994	0,3968	0,0994
612	34	0,7141	0,1582	0,7141	0,1582	0,7141	0,1582	0,7141	0,1582
931	25	0,4071	0,0968	0,4071	0,0968	0,4071	0,0968	0,4071	0,0968
764	26	0,4045	0,0941	0,4045	0,0941	0,4045	0,0941	0,4045	0,0941
908	27	1,0073	0,3740	1,0073	0,3740	1,0073	0,3740	1,0073	0,3740
986	28	0,3170	0,0615	0,3170	0,0615	0,3170	0,0615	0,3170	0,0615
969	29	2,4525	0,9337	2,4525	0,9337	2,4525	0,9337	2,4525	0,9337
987	30	0,3830	0,0976	0,3830	0,0976	0,3830	0,0976	0,3830	0,0976
902	31	0,3516	0,0981	0,3516	0,0981	0,3516	0,0981	0,3516	0,0981
498	32	0,6765	0,1473	0,6765	0,1473	0,6765	0,1473	0,6765	0,1473
499	33	0,4138	0,0794	0,4138	0,0794	0,4138	0,0794	0,4138	0,0794
500	34	0,4116	0,0998	0,4116	0,0998	0,4116	0,0998	0,4116	0,0998
462	35	0,5198	0,1135	0,5198	0,1135	0,5198	0,1135	0,5198	0,1135
522	36	0,5565	0,0973	0,5565	0,0973	0,5565	0,0973	0,5565	0,0973

Continuação da Tabela(12). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os ácaros.

Isolado	i	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
589	37	0,2328	0,0439	0,2328	0,0439	0,2328	0,0439	0,2328	0,0439
520	38	0,3737	0,0703	0,3737	0,0703	0,3737	0,0703	0,3737	0,0703
529	39	0,3984	0,0625	0,3984	0,0625	0,3984	0,0625	0,3984	0,0625
643	40	0,6307	0,1843	0,6307	0,1843	0,6307	0,1843	0,6307	0,1843
868	41	0,3437	0,2147	0,3437	0,2147	0,3437	0,2147	0,3437	0,2147
1058	42	0,3683	0,1011	0,3683	0,1011	0,3683	0,1011	0,3683	0,1011
1078	43	0,4707	0,1146	0,4707	0,1146	0,4707	0,1146	0,4707	0,1146
p144	53	0,7848	0,1293	0,7848	0,1293	0,7848	0,1293	0,7848	0,1293
641	45	0,2824	0,0553	0,2824	0,0553	0,2824	0,0553	0,2824	0,0553
642	46	0,2745	0,0435	0,2745	0,0435	0,2745	0,0435	0,2745	0,0435
722	47	0,2585	0,1060	0,2585	0,1060	0,2585	0,1060	0,2585	0,1060
307	48	0,2391	0,0831	0,2391	0,0831	0,2391	0,0831	0,2391	0,0831
457	49	0,4962	0,1315	0,4962	0,1315	0,4962	0,1315	0,4962	0,1315
485	50	0,4589	0,0691	0,4589	0,0691	0,4589	0,0691	0,4589	0,0691
489	51	0,4867	0,1147	0,4867	0,1147	0,4867	0,1147	0,4867	0,1147
618	52	0,5827	0,1262	0,5827	0,1262	0,5827	0,1262	0,5827	0,1262
620	53	0,2493	0,0508	0,2493	0,0508	0,2493	0,0508	0,2493	0,0508
787	54	0,2670	0,0885	0,2670	0,0885	0,2670	0,0885	0,2670	0,0885
268	55	0,3924	0,0583	0,3924	0,0583	0,3924	0,0583	0,3924	0,0583
309	56	0,4911	0,0711	0,4911	0,0711	0,4911	0,0711	0,4911	0,0711
498	57	0,2197	0,0908	0,2197	0,0908	0,2197	0,0908	0,2197	0,0908
501	58	0,5437	0,1066	0,5437	0,1066	0,5437	0,1066	0,5437	0,1066
695	59	0,6072	0,1074	0,6072	0,1074	0,6072	0,1074	0,6072	0,1074
p160	70	0,4336	0,1516	0,4336	0,1516	0,4336	0,1516	0,4336	0,1516
759	61	0,3545	0,0504	0,3545	0,0504	0,3545	0,0504	0,3545	0,0504
532	62	0,3231	0,0638	0,3231	0,0638	0,3231	0,0638	0,3231	0,0638
210	63	0,2625	0,0711	0,2625	0,0711	0,2625	0,0711	0,2625	0,0711
468	64	0,2883	0,0952	0,2883	0,0952	0,2883	0,0952	0,2883	0,0952
759	65	0,2365	0,0483	0,2365	0,0483	0,2365	0,0483	0,2365	0,0483
561	66	0,3638	0,0696	0,3638	0,0696	0,3638	0,0696	0,3638	0,0696
755	67	0,2407	0,0362	0,2407	0,0362	0,2407	0,0362	0,2407	0,0362
1192	68	0,5236	0,0622	0,5236	0,0622	0,5236	0,0622	0,5236	0,0622
569	69	0,4626	0,0896	0,4626	0,0896	0,4626	0,0896	0,4626	0,0896
573	70	0,4221	0,0936	0,4221	0,0936	0,4221	0,0936	0,4221	0,0936
579	71	0,4372	0,0790	0,4372	0,0790	0,4372	0,0790	0,4372	0,0790
590	72	0,5495	0,0766	0,5495	0,0766	0,5495	0,0766	0,5495	0,0766

Continuação da Tabela (12). Estimativas dos desvios padrões (d.p.) das estimativas dos parâmetros do modelo de regressão calculado através da matriz de variâncias e covariâncias robusta, para o ensaio com os ácaros.

Isolado	<i>i</i>	multinomial		Dirichlet-multinomial		REMI		REMI	
		d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)	d.p. ($\hat{\beta}_1$)	d.p. ($\hat{\beta}_2$)
615	73	0,3177	0,0572	0,3177	0,0572	0,3177	0,0572	0,3177	0,0572
1103	74	0,5743	0,1072	0,5743	0,1072	0,5743	0,1072	0,5743	0,1072
619	75	0,4507	0,0629	0,4507	0,0629	0,4507	0,0629	0,4507	0,0629
1010	76	0,4208	0,1023	0,4208	0,1023	0,4208	0,1023	0,4208	0,1023
1108	77	0,6253	0,0974	0,6253	0,0974	0,6253	0,0974	0,6253	0,0974
644	78	0,5253	0,0881	0,5253	0,0881	0,5253	0,0881	0,5253	0,0881
647	79	0,4788	0,0893	0,4788	0,0893	0,4788	0,0893	0,4788	0,0893
739	80	0,4028	0,0580	0,4028	0,0580	0,4028	0,0580	0,4028	0,0580

6 CONCLUSÕES

A metodologia proposta para a modelagem de dados provenientes de bioensaios de toxicidade com isolados de *B. bassiana*, conforme descrito na Seção 3, como alternativa às abordagens usuais através da utilização do modelo multinomial acumulado e dos modelos de superdispersão Dirichlet-multinomial, REMI e REMII, apresentou resultados satisfatórios na estimação dos parâmetros do modelo da regressão ($\hat{\beta}$'s) e na estimação do tempo letal 50 (LT_{50}) e do tempo letal 90 (LT_{90}).

Conforme demonstrado na Seção 4, as estimativas dos parâmetros da regressão não são afetadas pelas diferentes escolhas da função de variância (20), (27) ou (35) associada a cada modelo. Assim, como consequência, as estimativas para LT_{50} e LT_{90} vão ser sempre as mesmas, pois são funções apenas dos $\hat{\beta}$'s. De forma análoga ao que ocorre com o modelo logístico para dados de dose-resposta com distribuição binomial, o modelo logístico para dados com distribuição multinomial apresentado neste trabalho, mostrou resultados semelhantes, isto é, a estimação dos β 's, LT_{50} e LT_{90} é robusta à escolha da estrutura da função de variância do modelo.

A metodologia proposta foi implementada no pacote computacional SPLUS (MathSoft, Inc. Seattle, Washington, USA) na versão 3.4, permitindo dessa forma, o uso das diferentes parametrizações na modelagem da superdispersão.

O uso da distribuição Dirichlet-multinomial parece inflacionar os erros padrões associados aos $\hat{\beta}$'s, quando comparado com os demais modelos.

Os modelos de efeitos aleatórios no preditor linear (REMI e REMII) apresentaram-se como uma alternativa viável para a modelagem da superdispersão, visto que existe um comportamento de variabilidade natural entre as réplicas (grupos) dentro de cada isolado. Essa variabilidade é observada de forma um pouco mais acentuada nos resultados do bioensaio com os cupins.

Apesar de o número de réplicas por isolado ter sido diferente em cada bioensaio ($K = 5$ no bioensaio com os cupins e $K = 12$ no bioensaio com os ácaros), os pesquisadores afirmam que bioensaios com cupins sempre produzem resultados com uma maior variabilidade nos dados do que bioensaios que utilizam ácaros. Essa é uma característica de comportamento natural inerente aos cupins, segundo os entomologistas.

O uso do grupo (*cluster*) como unidade experimental, aliado ao fato do comportamento de variabilidade natural associada a cada artrópodo (cupim e ácaro), ressalta, ainda mais, a necessidade de pesquisa e uso de modelos estatísticos mais complexos que possam levar em consideração essa variabilidade inerente aos dados que, de forma genérica, não é levada em consideração na variância nominal dos modelos usualmente utilizados.

Apesar de não ter ocorrido problemas na estimação dos parâmetros do modelo da regressão ($\hat{\beta}$'s), a estrutura particular do preditor linear, no qual foi considerado apenas o tempo como variável regressora, parece levar ao resultado de igualdade nas estimativas dos d.p. ($\hat{\beta}$) quando se utiliza o estimador sanduíche para a $Var(\hat{\beta})$, dado por (46). Esses resultados sugerem que o uso desse estimador seja melhor estudado, para esse preditor linear em particular, ou então o mesmo não seja utilizado para as inferências do modelo, optando-se assim pela matriz de variâncias e covariâncias assintótica dada por (45).

No experimento com os cupins, foram consideradas cinco repetições ($K = 5$) para cada isolado, com trinta insetos por grupo ($n = 30$), sendo as observações feitas em oito tempos ($D=8$). Nesse caso, talvez fosse mais indicado, para futuros experimentos, usar um número maior de repetições por réplica ($K \geq D$).

Para o experimento com os ácaros, o número de repetições por isolado ($K = 12$) e o número de ácaros por repetição ($n = 10$) está razoável, dado que as observações foram feitas em seis tempos ($D = 6$). A consideração a ser feita para esse bioensaio é que seja reduzido o número de folhas de feijão utilizadas em cada placa de *Petri*, por exemplo de doze para seis folhas, com duas folhas de feijão em cada. Desse modo, as placa poderiam ser consideradas como as repetições ($K = 6$) e, para cada repetição, ter-se-iam vinte ácaros ($n = 20$). Isso poderia levar a uma melhoria na qualidade das estimativas dos β 's, visto que para os modelos de efeito aleatório REMI e REMII a variabilidade entre os interceptos e entre os coeficientes angulares das retas de regressão está diretamente relacionada com os parâmetros de superdispersão considerados em cada modelo, σ^2 e (ν^2, τ^2) respectivamente.

Considerando-se que, independente do modelo adotado, as estimativas dos parâmetros da regressão, $\hat{\beta}$'s, vão ser os mesmos e, como consequência, as estimativas de LT_{50} e LT_{90} também, os pesquisadores, em uma triagem inicial, já podem descartar os patógenos que apresentaram resultados nos quais $LT_{50} > 8$ dias (para o bioensaio com os cupins) e $LT_{50} > 6$ dias (para o bioensaio com os ácaros). Desse modo, os experimentos no campo já podem ser iniciados com os patógenos que apresentaram um grau de virulência considerado aceitável para o intervalo de tempo de realização dos experimentos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

AGRESTI, A. **Categorical data analysis**. New York: John Wiley and Sons, 1990. 558p.

AGRESTI, A. **An introduction to categorical data analysis**. New York: John Wiley and Sons, 1996. 290p.

AITKIN, M.; ANDERSON, D.A.; FRANCIS, B.; HINDE, J.P. **Statistical modelling in GLIM**. Oxford: Oxford University Press, 1989.

ALBERT, P.S. Tutorial in Biostatistics Longitudinal Data Analysis (Repeated Measures) in Clinical Trials. **Statistics in Medicine**, 18, p.1707-1732, 1999.

ALMEIDA, J.E.M. Avaliação de fungos entomopatogênicos visando ao controle de cupim subterrâneo *Heterotermes tenuis* (Hagen, 1858) (Isoptera; Rhinotermitidae). Piracicaba, 1994. 105p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.

ALMEIDA, J.E.M.; ALVES, S.B.; PEREIRA, R.M. Selection of *Beauveria spp.* isolates for control of the termite *Heterotermes tenuis* (Hagen, 1958). **Jour. Appl. Ent.** 121, p.539-543, 1997.

ALVES, S.B. **Controle Microbiano de Insetos**. 2.ed. Piracicaba: FEALQ, 1998. 1163p.

ARTES, R. Extensões da Teoria das Equações de Estimção Generalizadas a Dados Circulares e Modelos de Dispersão. São Paulo, 1997. 130p. Tese (Doutorado)

- Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo.

- BETENSKY, R.A.; WILLIAMS, P.L. A comparison of models for clustered binary outcomes: analysis of a designed immunology experiment. **Applied Statistics**, 50, p.43-61, 2001.
- BICKEL, P.J.; DOKSUM, K.A. **Mathematical Statistics**. Oakland: Holden-day, Inc., 1977. 492p.
- BOX, G.E.P.; COX, D.R. An Analysis of transformations. **Journal of the Royal Statistical Society Serie B**, 26, p.211-263, 1964.
- BRESLOW, N.E. Extra-Poisson variation in log-linear models. **Applied Statistics**, 33, p.38-44, 1984.
- BRESLOW, N.E.; CLAYTON, D.G. Approximate inference in generalized linear models. **Journal of American Statistical Association**, 88, p.9-25, 1993.
- CARTER, E.M.; HUBERT, J.J. A growth-curve model approach to multivariate quantal bioassay. **Biometrics**, 40, p.699-706, 1984.
- COCHRAN, W.G. Analysis of variance for percentages based on unequal numbers. **Journal of the American Statistical Association**, 38, p.287-301, 1943.
- COLLET, D. **Modelling binary data**. London: Chapman & Hall, 1991. 369p.
- CORDEIRO, G.M. **Modelos Lineares Generalizados**. Campinas: VII SINAPE, 1986. 286p.
- COX, D.R. Regression models and life tables. **Journal of the Royal Statistical Society Serie B**, 34, p.187-220, 1972.
- DEMÉTRIO, C.G.B. **Modelos Lineares Generalizados na Experimentação Agronômica**, 5º SEAGRO e 38ª RBRAS. Porto Alegre, DE/UFRGS, 1993.

125p.

DEMÉTRIO, C.G.B. A Superdispersão em Dados de Produção de Brotação da Cana-de-Açúcar e de Proporção de Perfilhos com Carvão. Piracicaba, 1994. 165p. Tese (Livre-Docência) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.

DEMÉTRIO, C.G.B.; HINDE, J.P. Half-Normal plots and overdispersion. **GLIM Newsletter**, 27, p.19-26, 1997.

DOBSON, A.J. **An introduction to generalized linear models**. 2.ed. London: Chapman & Hall, 1990. 174p.

FERNANDES, P.M.; ALVES, S.B. Controle de *Cornitermes cumulans* (Kolar, 1832)(Isoptera; Termitidae) utilizando *Beauveria bassiana* (Bals.) Vuill. e *Metarhizium anisopliae* (Metsch.) Sorok. em condições de campo. **Anais da Sociedade de Entomologia do Brasil**, 20, p.45-49, 1991.

FINNEY, D.J. **Probit Analysis**. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1971.

FINNEY, D.J. The estimation from individual records of the relationship between dose and quantal response. **Biometrika**, 34, p.320-334, 1947.

FREEMAN, D.H. **Applied Categorical Data Analysis**. Statistics: textbooks and monographs, v.79. New York: Marcel Dekker, 1987. 318p.

GLONEK, G.F.V. A class of regression models for multivariate categorical responses. **Biometrika**, 83, p.15-28, 1996.

GRENN, P.J. Iteratively reweighted least squares for maximum likelihood estimation, and some robust and resistant alternatives (with Discussion). **Journal of the Royal Statistical Society, Serie B**, 46, p.149-192, 1984.

- GRIZZLE, J.E.; STARMER, C.F.; KOCH, G.G. Analysis of categorical data by linear models. **Biometrics**, 25, p.489-504, 1969.
- HARTLEY, H.O.; SIELKEN, R.L.Jr. Estimation of "safe doses" in carcinogenic experiments. **Biometrics**, 33, p.1-30, 1977.
- HALL, D.B. Estimating equations for clustered data based on extended quasilielihood. In: INTERNATIONAL BIOMETRIC CONFERENCE, Cape Town, 1998. **Proceedings**. 1998. p.45-54.
- HEWLETT, P.S. Time from dosage death in beetles *Tribolium castaneum*, treated with pyrethrins or DDT, and its bearing on dose-mortality relations. **Journal of Product Research**, 10, p. 27-41, 1974.
- HINDE, J.P. Compound Poisson regression models. In **GLIM 82**. ed. R. Gilchrist, New York: Springer, p.109-121, 1982.
- HINDE, J.P. Macros for fitting overdispersion models. **GLIM Newsletter**, 26, p.10-19, 1996.
- HINDE, J.P.; DEMÉTRIO, C.G.B. Modelling with Overdispersion. In: 11th INTERNATIONAL WORKSHOP ON STATISTICAL MODELLING, Orvieto, 1996. **Proceedings**. Orvieto: Statistical Modelling, 1996. p.200-201.
- HINDE, J.P.; DEMÉTRIO, C.G.B. Overdispersion: models and estimation. **Computational Statistics and Data Analysis**, 27, p.151-170, 1998a.
- HINDE, J.P.; DEMÉTRIO, C.G.B. **Overdispersion: models and estimation. A Short Course for SINAPE 1998**. Caxambu: XIII SINAPE, 1998b. 73p.
- HUSSEY; HUFFAKER. 1976.
- LAWLESS, J.F. **Statistical models and methods for lifetime data**. New York: Wiley, 1982.

- LIANG, K.-Y.; ZEGER, S.L. Longitudinal data analysis using generalized linear models. **Biometrika**, 73, p.13-22, 1986.
- LINDSEY, J.K. **Models for repeated measurements**. Clarendon Press-Oxford, 1993.
- McCULLAGH, P. Regression models for ordinal data (with Discussion). **Journal of the Royal Statistics Society Serie B**, 42, p.109-151, 1980.
- McCULLAGH, P.; NELDER, J.A. **Generalized Linear Models**. 2.ed. London: Chapman & Hall/CRC, 1989. 511p.
- MOORE, D.F. Modelling the Extraneous Variance in the Presence of Extra-binomial Variation. **Applied Statistics**, 36, p.8-14, 1987.
- MORGAN, B.J.T. **Analysis of Quantal Response Data**. Londres: Chapman & Hall, 1992. 511p.
- MORGAN, B.J.T. **Statistics in Toxicology**. Clarendon Press-Oxford, 1996. 224p.
- MOSIMANN, J.E. On the compound multinomial distribution, the multivariate β -distribution, and correlations among proportions. **Biometrika**, 49, p.65, 1962.
- NELDER, J.A.; WEDDERBURN, R.W.M. Generalized linear models. **Journal of Royal Statistical Society Serie A**, 135, p.370-384, 1972.
- NOVARETTI, W.R.T. Controle de cupins em cana-de-açúcar através do emprego de inseticidas de solo. **Boletim Técnico Copersucar**, 38, São Paulo, 1985.
- OGLIARI, P.J. Piracicaba, 1999. 156p. Tese (Doutorado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.
-

- O'HARA HINES, R.J.; LAWLESS, J.F. Modelling Overdispersion in Toxicological Mortality Data Grouped over Time. **Biometrics**, 49, p.107-121, 1993.
- O'HARA HINES, R.J.; LAWLESS, J.F.; CARTER, E.M. Diagnostics for Cumulative Multinomial Generalized Linear Model, with applications to Grouped Toxicological Mortality Data. **Australian Journal of Statistics**, 87, n.420, p.1059-1069, 1992.
- PAUL, S.R.; LIANG, K.Y.; SELF, S.G. On Testing Departure from the Binomial and Multinomial Assumptions. **Biometrics**, 45, p.231-236, 1989.
- PETKAU, A.J.; SITTER, R.R. Models for Quantal Response Experiments over Time. **Biometrics**, 45, p.1299-1308, 1989.
- PIERCE, D.A.; STEWART, W.H.; KOPECKY, K.J. Distribution-free regression analysis of grouped survival data. **Biometrics**, 35, p.785-793, 1979.
- PRENTICE, R.L.; GLOECKLER, L.A. Regression analysis of grouped survival data with application to breast cancer data. **Biometrics**, 34, p.57-67, 1978.
- PURI, P.S. A linear birth and death process under the influence of another process. **Journal Applied Probability**, 12, 1, p.1-17, 1975.
- RAO, C. R. **Linear Statistical Inference and Its Applications**. New York: John Wiley and Sons, 1973. 625p.
- RIDOUT, M.S., FENLON, J.S.; HUGHES, P.R. A generalised one hit-model for bioassays of insect viruses. **Biometrics**, 49, p.1136-1141, 1993.
- SPYRIDES-CUNHA, M.H. Modelos para dados categorizados ordinais: aplicações em agropecuária. Piracicaba, 1998. 80p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.

- STIRATELLI, R., LAIRD, N.M.; WARE, J.H. Random-effects models for serial observations with binary response. **Biometrics**, 40, p.961-971, 1984.
- TAMAI, M.A. Avaliação de funfos entomopatogênicos para o controle de *Tetranychus urticae* Koch. Piracicaba, 1997. 85p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.
- TERRIL, P.K.; MORGAN, J.T.; FENLON, J.S. Statistical Models for Biological Control. In: **The XIXth International Biometric Conference**, Cape Town, South Africa, 1998. **Resumos**.
- VIEIRA, A.M.C. Modelos para dados de proporções com superdispersão aplicados ao controle biológico. Piracicaba, 1998. 61p. Dissertação (Mestrado) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.
- VONESH, E.F.; CHINCHILLI, V.M. **Linear and Nonlinear Models for the Analysis of Repeated Measurements**. New York: Marcel Dekker, Inc., 1997. 560p.
- WEDDERBURN, R.W.M. Quasi-likelihood functions, generalized linear models, and the Gauss-Newton method. **Biometrika**, 61, 3, p.439-447, 1974.
- WHITEHEAD, J. The analysis of collapse clinical trials, with application to comparison of two ulcer treatments. **Statistics in Medicine**, 8, p.1439-1454, 1989.
- WILLIAMS, D.A. Extra-binomial variation in logistic-linear models. **Applied Statistics**, 31, p.144-148, 1982.
- WOLFE, R. General purpose macros to fit models to an ordinal response. **GLIM Newslwttter**, 26, p.20-27, 1996.
- ZEGER, S.L., LIANG, K.-Y. Longitudinal data analysis for discrete and continuous outcomes. **Biometrics**, 42, p.1049-1060, 1986.

ZEGGER, S.L., LIANG, K.-Y.; ALBERT, P.S. Models for longitudinal data: A generalized estimating equation approach. **Biometrics**, 44, p.1049-1060, 1988.

APÊNDICE 1

Programas computacionais feitos no SPLUS

Modelo multinomial:

```
#### K=142 observacoes multinomiais
#### m dias, r repeticoes .
#### Foi utilizado o sistema de equacoes de estimacao apresentado por
#### Petkau e Sitter (1989).
#### Multinomial model:
#### Modelo2:  $\text{logit}(p) = a_i + b_i \cdot \text{dia}$  , 284 parametros
####  $\text{Var}(R_i) = V_i$ , eq. (3.1) O'Hara Hines
#### Design matrix:  $X \rightarrow 8 \times 2$ 
```

```
resp1 <- matrix(scan("c:\\dados.prn"), byrow=T, ncol=7)
```

```
n <- 30
K <- 5
m <- 8
r <- 1
q <- 2
Kr <- K*r
rm <- r*m
kmr <- K*m*r
km <- K*m
resp <- resp1[1:kmr,]
prop <- resp[,5]/n
prop1 <- prop
indice <- seq(1,kmr)
for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] == 0) prop1[i] <- 0.00001
}
for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] >= 1) prop1[i] <- 0.99999
}
for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] > 1) print(cbind(prop[i], indice))
}
etah0 <- rep(0,kmr)
gamah0 <- rep(0,kmr)
beta0h <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)
BETAH <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)
```

```
ii<- 1
iteracao <- vector()
iteracao[ii] <- 0
limite <- 1e-005
itermax <- 20
rhohestimates <- seq(itermax)
```

```
## MATRIZ DE DELINEAMENTO: X
```

```
X <- matrix(c(rep(1,m),seq(1,m)),ncol=2)
dim(X) <- c(m, 2)
print(X)
```

```
## Inversa Generalizada ##
```

```
Winv <- function(A, tol = sqrt(.Machine$double.eps)){
  s <- svd(A)
  nz <- s$d > tol * s$d[1]
  if(any(nz)) s$v[, nz] %*% (t(s$u[, nz])/s$d[nz]) else A * 0
}
```

```
##### STEP 0: #####
```

```
etah <- rep(0,kmr)
gamah <- rep(0,kmr)
soma0 <- matrix(0, 2, 2)
soma1 <- rep(0, 2)
gama0 <- prop1
eta0 <- log(gama0/(1-gama0))
sig1 <- rep(0,K)

for (i in 1:K){

  cat("i: ",i,"\n")
  cat("\n")
  soma0 <- 0
  soma1 <- 0
  b0 <- (i-1)*2+1
  b1 <- 2*i
  k0 <- m*r*(i-1)+1
  k01 <- k0+rm-1
  for (j in 1:r){
    k1 <- k0+(j-1)*m
    k2 <- k1+m-1

    Dd <- gama0[k1:k2] * ( 1-gama0[k1:k2] )
    De <- diag(1/Dd)

    VV <- (1/n)*gama0[k1:k2] %*% t( 1-gama0[k1:k2] )

    for (j in 1:m){
      for (jj in 1:m){
        if (j>jj){
          VV[j,jj] <- VV[jj,j]
        }}

    z <- eta0[k1:k2] + De %*% ( prop[k1:k2]-gama0[k1:k2] )
    W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)
    XLWX <- t(X) %*% W %*% X

    soma0 <- soma0 + XLWX
    soma1 <- soma1 + t(X) %*% W %*% z

  } # end for "j"

  beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
  beta0h[i,] <- beta0

  etah[k0:k01] <- X%*%beta0
```



```

gamah0[k0:k01] <- exp(etah0[k0:k01])/(1+exp(etah0[k0:k01]))

} # end for "i"
cat("Beta0 : ")
print(beta0h)
cat("\n")
etah <- etah0
gamah <- gamah0

#####      SECOND PART      #####

BETA <- beta0h
somaw <- matrix(0, nrow=m, ncol=m)
repeat{

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0
  Wbig0 <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covrobust <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covasymp <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)

  iteracao[ii+1] <- ii

  cat("iter: ")
  print(ii)
  cat("\n")

  for (i in 1:K){

    soma0 <- 0
    soma1 <- 0

    b0 <- (i-1)*2+1
    b1 <- 2*i

    k0 <- m*r*(i-1)+1
    k01 <- k0+r*m-1

    somaj2 <- matrix(0, m, m)

    for (j in 1:r){

      k1 <- k0+(j-1)*m
      k2 <- k1+m-1

      Dd <- gamah[c(k1:k2)] * ( 1-gamah[c(k1:k2)] )
      De <- diag(1/Dd)

      agh <- gamah[(k1:k2)]
      hderiv <- Dd

      VV0 <- (1/n)*gamah[c(k1:k2)] %*% t( 1-gamah[c(k1:k2)] )

      for (j in 1:m){
        for (jj in 1:m){

```

```

    if (j>jj){
      VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
    }}

VV <- VV0

W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)

VVi <- solve(VV0)
z <- etah[k1:k2] + De%*(prop[k1:k2]-gamah[k1:k2])
XLWX <- t(X)%*%W%*%X

soma0 <- soma0 + XLWX
soma1 <- soma1 + t(X)%*%W%*%z

} # end for "j"

beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
BETAH[i,] <- beta0
egah[k0:k01] <- X %*% beta0
gamah[k0:k01] <- exp(etah[k0:k01])/(1+exp(etah[k0:k01]))

### somaj2 vai ser usada dentro da ROBUST ESTIMATION
### of Cov(beta)

somaj2 <- matrix(0, 2, 2)
for (j2 in 1:r){

  k1j <- k0+(j2-1)*m
  k2j <- k1j+m-1

  Dd <- gamah[k1j:k2j] * ( 1-gamah[k1j:k2j] )
  DeDp <- diag(1/Dd)

  hderiv <- Dd

  VV0 <- (1/n)*gamah[k1j:k2j] %*% t(1-gamah[k1j:k2j])

  for (j in 1:m){
    for (jj in 1:m){
      if (j>jj){
        VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
      }}

  VV <- VV0

  somaj2 <- somaj2 + t(X)%*%solve(DeDp)%*%solve(VV)%*%
    (prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])%*%t(prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])%*%
    solve(VV)%*%solve(DeDp)%*%X

} # end for "j2"

Covrobust <- rbind(Covrobust, solve(soma0)%*%somaj2%*%solve(soma0))

```

```

Covasymp <- rbind(Covasymp, solve(soma0))
Wbig0 <- rbind(Wbig0, solve(soma0))
W02 <- rbind(W02, solve(soma0), solve(soma0), solve(soma0),
              solve(soma0), solve(soma0))

} # end for "i"

mediasigma[ii] <- mean(sig1)
varsigma[ii] <- var(sig1)
sesigma[ii] <- sqrt(var(sig1))
ii <- ii+1
if(ii > itermax)
  break
} # end for "repeat"

cat("BETAH = ")
print(BETAH)
cat("\n")
## Estimated robust and asymptotic covariance matrix of betas
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.
cat("Asymptotic S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covasymp[-(1),]))
cat("\n")
cat("Robust S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covrobust[-(1),]))
cat("\n")
## end of estimated asymptotic covariance matrix of betas
##end of second part

Modelo REMI:

#### TERMITE data set. 1 modelo E UM SIGMA2 para cada isolado.      ####

#### K=142 observacoes multinomiais                                ####
#### m=8 dias, r=5 repeticoes .                                     ####
#### Foi utilizado o sistema de equacoes de estimacao apresentado por ####
#### Petkau e Sitter (1989).                                       ####

#### Random effect model:                                          ####
#### Modelo2: logit(p) = ai + bi*dia + e , e~N(0,sig^2) , 284 parametros ####
####
#### Var(Ri) = Vi + (1-1/n)*(s^2)*h'(etai)*t(h'(etai)),          ####
#### eq. (3.4b) O'Hara Hines                                     ####
####                                     ####
#### Design matrix: X -> 8x2                                       ####
####                                     ####

resp1 <- matrix(scan("c:\\sergio\\cupim\\Sergio41.prn"), byrow=T, ncol=7)

n <- 30
K <- 10

```

```

m <- 8
r <- 5
q <- 2

Kr <- K*r
rm <- r*m
kmr <- K*m*r
km <- K*m

resp <- resp1[1:kmr,]

prop <- resp[,5]/n
prop1 <- prop
indice <- seq(1,kmr)

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] == 0) prop1[i] <- 0.00001
}

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] >= 1) prop1[i] <- 0.99999
}

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] > 1) print(cbind(prop[i], indice))
}

etah0 <- rep(0,kmr)
gamah0 <- rep(0,kmr)
beta0h <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)
BETAH <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)

ii<- 1
iteracao <- vector()
iteracao[ii] <- 0
limite <- 1e-005
itermax <- 20
rhoestimates <- seq(itermax)

## MATRIZ DE DELINEAMENTO: X

#xxx0 <- matrix(c(rep(1,m),seq(1,m)),ncol=2)
#xxx <- rbind(xxx0, xxx0, xxx0, xxx0, xxx0)
#xxi <- diag(rep(1,K))
#X1 <- matrix(aperm(outer(xxx,xxi),c(1,3,2,4)),kmr,q)

X <- matrix(c(rep(1,m),seq(1,m)),ncol=2)
dim(X) <- c(m, 2)
#print(X)

## Inversa Generalizada ##

Winv <- function(A, tol = sqrt(.Machine$double.eps)){
  s <- svd(A)

```

```

    nz <- s$d > tol * s$d[1]
    if(any(nz)) s$v[, nz] %*% (t(s$u[, nz])/s$d[nz]) else A * 0
}

```

```
##### STEP 0: #####
```

```

etah <- rep(0,kmr)
gamah <- rep(0,kmr)
soma0 <- matrix(0, 2, 2)
soma1 <- rep(0, 2)

gama0 <- prop1
eta0 <- log(gama0/(1-gama0))
rhoh1 <- rep(0,K)

for (i in 1:K){

  cat("i: ",i,"\n")
  cat("\n")

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0

  b0 <- (i-1)*2+1
  b1 <- 2*i

  k0 <- m*r*(i-1)+1
  k01 <- k0+m-1

  for (j in 1:r){

    k1 <- k0+(j-1)*m
    k2 <- k1+m-1

    Dd <- gama0[k1:k2] * ( 1-gama0[k1:k2] )
    De <- diag(1/Dd)

    VV <- (1/n)*gama0[k1:k2] %*% t( 1-gama0[k1:k2] )

    for (jj in 1:m){
      for (jjj in 1:m){
        if (j>jjj){
          VV[j,jjj] <- VV[jjj,j]
        }
      }
    }

    z <- eta0[k1:k2] + De %*% ( prop[k1:k2]-gama0[k1:k2] )
    W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)
    XLWX <- t(X) %*% W %*% X

    soma0 <- soma0 + XLWX
    soma1 <- soma1 + t(X) %*% W %*% z

  } # end for "j"
}

```

```

beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
beta0h[i,] <- beta0

etah0[k0:k01] <- rep(X%*%beta0,5)
gamah0[k0:k01] <- exp(etah0[k0:k01])/(1+exp(etah0[k0:k01]))
#print(cbind(etah0, gamah0))

} # end for "i"

rhoh0 <- rep(0.0001,K)

cat("Beta0 e rhoh0: ")
print(cbind(beta0h, rhoh0))
cat("\n")

etah <- etah0
gamah <- gamah0
rhoh1 <- rhoh0

##### SECOND PART - c/ superdispersao #####

BETA <- beta0h
somaw <- matrix(0, nrow=m, ncol=m)

repeat{

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0
  Wbig0 <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covrobust <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covasymp <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)

  iteracao[ii+1] <- ii

  cat("iter: ")
  print(ii)
  cat("\n")

  W0 <- matrix(0, nrow=1, ncol=m)
  W01 <- matrix(0, nrow=kmr, ncol=m)
  W02 <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  W0Cook <- matrix(0, 1, m)
  W1Cholesky <- matrix(0, nrow=m, ncol=m)
  I8 <- diag(1, m, m)

  X2Pearson <- rep(0, Kr)
  X2Residual <- rep(0, Kr)

  for (i in 1:K){

    soma0 <- 0
    soma1 <- 0

    b0 <- (i-1)*2+1
    b1 <- 2*i

```

```

k0 <- m*r*(i-1)+1
k01 <- k0+r*m-1

somaJ2 <- matrix(0, m, m)

for (j in 1:r){

  k1 <- k0+(j-1)*m
  k2 <- k1+m-1

  Dd <- gamah[c(k1:k2)] * ( 1-gamah[c(k1:k2)] )
  De <- diag(1/Dd)

  agh <- gamah[(k1:k2)]
  hderiv <- Dd

  VV0 <- (1/n)*gamah[c(k1:k2)] %*% t( 1-gamah[c(k1:k2)] )

  for (j in 1:m){
    for (jj in 1:m){
      if (j>jj){
        VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
      }}

  VV <- VV0+matrix(1+(n-1)*rhoh1[i], m, m)

  W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)

  VVi <- solve(VV0)
  W0 <- rbind(W0, VVi)
  WlCholesky <- chol((VVi+t(VVi))/2)%*%De
  W0Cook <- rbind(W0Cook, WlCholesky)

  z <- etah[k1:k2] + De%*%(prop[k1:k2]-gamah[k1:k2])
  XLWX <- t(X)%*%W%*%X

  soma0 <- soma0 + XLWX
  soma1 <- soma1 + t(X)%*%W%*%z

} # end for "j"

beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
BETAH[i,] <- beta0
egah[k0:k01] <- X %*% beta0
gamah[k0:k01] <- exp(etah[k0:k01])/(1+exp(etah[k0:k01]))

## Estimation of Overdispersion parameter
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

hlinha <- gamah[k0:k01]*(1-gamah[k0:k01])
s1 <- prop[k0:k01]
s2 <- gamah[k0:k01]

somaVh <- 0

```

```

for(ij in 1:r){

k1 <- (ij-1)*m+1
k2 <- m*ij

gh <- (1/n)*s2[k1:k2]%%t(1-s2[k1:k2])

for (j in 1:m){
  for (jj in 1:m){
    if (j>jj){
      gh[j,jj] <- gh[jj,j]
    }}

Vi <- gh*matrix(1+(n-1)*rhoh1[i],m,m)

somaVh <- (somaVh + (t(s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))*%Winv(Vi)*%(s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))/
          (r*m-q))-1

} # end for "ij"

rhoh2 <- somaVh/(n-1)
rhoh[i] <- rhoh2

## End of estimation of Overdispersion parameter

### somaj2 vai ser usada dentro da ROBUST ESTIMATION
### of Cov(beta)

somaj2 <- matrix(0, 2, 2)
for (j2 in 1:r){

k1j <- k0+(j2-1)*m
k2j <- k1j+m-1

Dd <- gamah[k1j:k2j] * ( 1-gamah[k1j:k2j] )
DeDp <- diag(1/Dd)

hderiv <- Dd

VV0 <- (1/n)*gamah[k1j:k2j] %% t(1-gamah[k1j:k2j])

for (j in 1:m){
  for (jj in 1:m){
    if (j>jj){
      VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
    }}

VV <- VV0*matrix(1+(n-1)*rhoh[i], m, m)

somaj2 <- somaj2 + t(X)*%solve(DeDp)*%solve(VV)*%
          (prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])*%t(prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])*%
          solve(VV)*%solve(DeDp)*%X

} # end for "j2"

```



```

Covrobust <- rbind(Covrobust, solve(soma0)%*%soma2%*%solve(soma0))
Covasymp <- rbind(Covasymp, solve(soma0))
Wbig0 <- rbind(Wbig0, solve(soma0))
W02 <- rbind(W02, solve(soma0), solve(soma0), solve(soma0),
              solve(soma0), solve(soma0))

} # end for "i"

kmr1 <- K*m*r+1
W01 <- W0[2:kmr1,]

ii <- ii+1
if(ii > itermax)
break

} # end for "repeat"

cat("BETAH e rhoh = ")
print(cbind(BETAH,rhoh))
cat("\n")

## Estimated robust and asymptotic covariance matrix of betas
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

cat("Asymptotic S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covasymp[-(1),]))
cat("\n")

cat("Robust S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covrobust[-(1),]))
cat("\n")

## end of estimated asymptotic covariance matrix of betas

## End of second part

### LT50 and LT90

LT50 <- -BETAH[,1]/BETAH[,2]
l9 <- rep(log(9), K)
LT90 <- (l9-BETAH[,1])/BETAH[,2]
cat("BETAH = ")
print(cbind(BETAH, LT50, LT90))
cat("\n")

## end of LT50 and LT90 ##

```

Modelo REMI:

```
#### K=142 observacoes multinomiais #####
#### m=8 dias, r=5 repeticoes . #####
#### Foi utilizado o sistema de equacoes de estimacao apresentado por #####
#### Petkau e Sitter (1989). #####
#### Random effect model: #####
#### Modelo2: logit(p) = ai + bi*dia + e , e~N(0,sig^2) , 284 parametros #####
####
#### Var(Ri) = Vi + (1-1/n)*(s^2)*h'(etai)*t(h'(etai)), #####
#### eq. (3.4b) O'Hara Hines #####
#### #####
#### Design matrix: X -> 8x2 #####
#### #####

resp1 <- matrix(scan("c:\\sergio\\cupim\\Sergio41.prn"), byrow=T, ncol=7)

n <- 30
K <- 10
m <- 8
r <- 5
q <- 2

Kr <- K*r
rm <- r*m
kmr <- K*m*r
km <- K*m

resp <- resp1[1:kmr,]

prop <- resp[,5]/n
prop1 <- prop
indice <- seq(1,kmr)

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] == 0) prop1[i] <- 0.00001 }

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] >= 1) prop1[i] <- 0.99999}

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] > 1) print(cbind(prop[i], indice)) }

etah0 <- rep(0,kmr)
gamah0 <- rep(0,kmr)
beta0h <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)
BETAH <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)

ii<- 1
iteracao <- vector()
iteracao[ii] <- 0
limite <- 1e-005
itermax <- 20
rhoestimates <- seq(itermax)
```

```

## MATRIZ DE DELINEAMENTO: X

X <- matrix(c(rep(1,m),seq(1,m)),ncol=2)
dim(X) <- c(m, 2)
#print(X)

## Inversa Generalizada ##

Winv <- function(A, tol = sqrt(.Machine$double.eps)){
  s <- svd(A)
  nz <- s$d > tol * s$d[1]
  if(any(nz)) s$v[, nz] %*% (t(s$u[, nz])/s$d[nz]) else A * 0
}

##### STEP 0: #####

etah <- rep(0,kmr)
gamah <- rep(0,kmr)
soma0 <- matrix(0, 2, 2)
soma1 <- rep(0, 2)

gama0 <- prop1
eta0 <- log(gama0/(1-gama0))
rhoh1 <- rep(0,K)

for (i in 1:K){

  cat("i: ",i,"\n")
  cat("\n")

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0

  b0 <- (i-1)*2+1
  b1 <- 2*i

  k0 <- m*r*(i-1)+1
  k01 <- k0+rm-1

  for (j in 1:r){

    k1 <- k0+(j-1)*m
    k2 <- k1+m-1

    Dd <- gama0[k1:k2] * ( 1-gama0[k1:k2] )
    De <- diag(1/Dd)

    VV <- (1/n)*gama0[k1:k2] %*% t( 1-gama0[k1:k2] )

    for (j in 1:m){
      for (jj in 1:m){
        if (j>jj){
          VV[j,jj] <- VV[jj,j]
        }}
    }
  }
}

```

```

z <- eta0[k1:k2] + De %*% ( prop[k1:k2]-gama0[k1:k2] )
W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)
XLWX <- t(X) %*% W %*% X

soma0 <- soma0 + XLWX
soma1 <- soma1 + t(X) %*% W %*% z

} # end for "j"

beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
beta0h[i,] <- beta0

etah0[k0:k01] <- rep(X%*%beta0,5)
gamah0[k0:k01] <- exp(etah0[k0:k01])/(1+exp(etah0[k0:k01]))
#print(cbind(etah0, gamah0))

} # end for "i"

rhoh0 <- rep(0.0001,K)
cat("Beta0 e rhoh0: ")
print(cbind(beta0h, rhoh0))
cat("\n")
etah <- etah0
gamah <- gamah0
rhoh1 <- rhoh0

##### SECOND PART - c/ superdispersao #####

BETA <- beta0h
somaw <- matrix(0, nrow=m, ncol=m)

repeat{

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0
  Wbig0 <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covrobust <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covasymp <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)

  iteracao[ii+1] <- ii

  cat("iter: ")
  print(ii)
  cat("\n")

  W0 <- matrix(0, nrow=1, ncol=m)
  W01 <- matrix(0, nrow=kmr, ncol=m)
  W02 <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  W0Cook <- matrix(0, 1, m)
  W1Cholesky <- matrix(0, nrow=m, ncol=m)
  I8 <- diag(1, m, m)

  X2Pearson <- rep(0, Kr)
  X2Residual <- rep(0, Kr)

```

```

for (i in 1:K){

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0
  b0 <- (i-1)*2+1
  b1 <- 2*i
  k0 <- m*r*(i-1)+1
  k01 <- k0+r*m-1
  somaj2 <- matrix(0, m, m)
  for (j in 1:r){
    k1 <- k0+(j-1)*m
    k2 <- k1+m-1
    Dd <- gamah[c(k1:k2)] * ( 1-gamah[c(k1:k2)] )
    De <- diag(1/Dd)
    agh <- gamah[(k1:k2)]
    hderiv <- Dd
    VV0 <- (1/n)*gamah[c(k1:k2)] %*% t( 1-gamah[c(k1:k2)] )
    for (j in 1:m){
      for (jj in 1:m){
        if (j>jj){
          VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
        }}
    VV <- VV0*matrix(1+(n-1)*rhoh1[i], m, m)
    W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)

    VVi <- solve(VV0)
    W0 <- rbind(W0, VVi)
    WlCholesky <- chol((VVi+t(VVi))/2)%*%De
    W0Cook <- rbind(W0Cook, WlCholesky)

    z <- etah[k1:k2] + De%*%(prop[k1:k2]-gamah[k1:k2])
    XLWX <- t(X)%*%W%*%X

    soma0 <- soma0 + XLWX
    soma1 <- soma1 + t(X)%*%W%*%z

  } # end for "j"

  beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
  BETAH[i,] <- beta0
  etah[k0:k01] <- X %*% beta0
  gamah[k0:k01] <- exp(etah[k0:k01])/(1+exp(etah[k0:k01]))

## Estimation of Overdispersion parameter
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

hlinha <- gamah[k0:k01]*(1-gamah[k0:k01])
s1 <- prop[k0:k01]
s2 <- gamah[k0:k01]

somaVh <- 0
for(ij in 1:r){

  k1 <- (ij-1)*m+1

```

```

k2 <- m*ij

gh <- (1/n)*s2[k1:k2]%%t(1-s2[k1:k2])

for (j in 1:m){
  for (jj in 1:m){
    if (j>jj){
      gh[j,jj] <- gh[jj,j]
    }}

Vi <- gh*matrix(1+(n-1)*rhoh1[i],m,m)

somaVh <- (somaVh + (t(s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))*%Winv(Vi)*%
            (s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))/(r*m-q))-1

} # end for "ij"

rhoh2 <- somaVh/(n-1)
rhoh[i] <- rhoh2

## End of estimation of Overdispersion parameter

### somaj2 vai ser usada dentro da ROBUST ESTIMATION
### of Cov(beta)

somaj2 <- matrix(0, 2, 2)
for (j2 in 1:r){

  k1j <- k0+(j2-1)*m
  k2j <- k1j+m-1
  Dd <- gamah[k1j:k2j] * ( 1-gamah[k1j:k2j] )
  DeDp <- diag(1/Dd)
  hderiv <- Dd
  VV0 <- (1/n)*gamah[k1j:k2j] %% t(1-gamah[k1j:k2j])
  for (j in 1:m){
    for (jj in 1:m){
      if (j>jj){
        VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
      }}
  }
  VV <- VV0*matrix(1+(n-1)*rhoh[i], m, m)

  somaj2 <- somaj2 + t(X)*%solve(DeDp)*%solve(VV)*%
    (prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])*%t(prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])*%
    solve(VV)*%solve(DeDp)*%X
} # end for "j2"

Covrobust <- rbind(Covrobust, solve(soma0)*%somaj2*%solve(soma0))
Covasymp <- rbind(Covasymp, solve(soma0))
Wbig0 <- rbind(Wbig0, solve(soma0))
W02 <- rbind(W02, solve(soma0), solve(soma0), solve(soma0),
              solve(soma0), solve(soma0))

} # end for "i"

kmr1 <- K*m+r+1

```

```

W01 <- W0[2:kmr1,]

ii <- ii+1
if(ii > itermax)
  break

} # end for "repeat"

cat("BETAH e rhoh = ")
print(cbind(BETAH,rhoh))
cat("\n")

## Estimated robust and asymptotic covariance matrix of betas
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

cat("Asymptotic S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covasymp[-(1),]))
cat("\n")

cat("Robust S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covrobust[-(1),]))
cat("\n")

## end of estimated asymptotic covariance matrix of betas

## End of second part

### LT50 and LT90

LT50 <- -BETAH[,1]/BETAH[,2]
l9 <- rep(log(9), K)
LT90 <- (l9-BETAH[,1])/BETAH[,2]
cat("BETAH = ")
print(cbind(BETAH, LT50, LT90))
cat("\n")

## end of LT50 and LT90 ##

Modelo REMIII:

#### TERMITE data set. 1 modelo E UM SIGMA2 para cada isolado.      ####

#### K=142 observacoes multinomiais                                ####
#### m=8 dias, r=5 repeticoes .                                    ####
#### Foi utilizado o sistema de equacoes de estimacao apresentado por ####
#### Petkau e Sitter (1989).                                       ####
#### Random effect model:                                          #####
#### Modelo3: logit(p) = ai + bi*dia + e1 + e2(Ti - d1i) ,        ####
#### e1~N(0,sig1), e2~N(0,sig2) , 284 parametros                  ####
####
#### Var(Ri) = Vi + (1-1/n)*(s1^2)*h'(etai)*t(h'(etai)) +

```

```
#####      (1-1/n)*(s2^2)*[h'(etai)x(Ti - d1i)]~*t[h'(etai)x(Ti - d1i)], #####

##### eq. (3.6a) O'Hara Hines #####
#####                                     #####
##### Design matrix: X -> 8x2 #####

resp1 <- matrix(scan("c:\\sergio\\cupim\\Sergio41.prn"), byrow=T, ncol=7)

n <- 30
K <- 3
m <- 8
r <- 5
q <- 2*K

Kr <- K*r
rm <- r*m
kmr <- K*m*r
km <- K*m

resp <- resp1[1:kmr,]

prop <- resp[,5]/n
prop1 <- prop
indice <- seq(1,kmr)

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] == 0) prop1[i] <- 0.00001
}

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] >= 1) prop1[i] <- 0.99999
}

for (i in 1:kmr){
  if (prop[i] > 1) print(cbind(prop[i], indice))
}

etah0 <- rep(0,kmr)
gamah0 <- rep(0,kmr)
beta0h <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)
BETAH <- matrix(0, nrow=K, ncol=2)

ii<- 1
iteracao <- vector()
iteracao[ii] <- 0
limite <- 1e-005
itermax <- 25
rhohestimates <- seq(itermax)

## MATRIZ DE DELINEAMENTO: X

vetor <- c(1,2,3,4,5,6,7,8)
X <- matrix(c(rep(1,m),vetor),ncol=2)
```



```

dim(X) <- c(m, 2)
print(X)

## Inversa Generalizada ##

Winv <- function(A, tol = sqrt(.Machine$double.eps)){
  s <- svd(A)
  nz <- s$d > tol * s$d[1]
  if(any(nz)) s$v[, nz] %*% (t(s$u[, nz])/s$d[nz]) else A * 0
}

##### STEP 0: #####

etah <- 0
gamah <- 0
soma0 <- matrix(0, 2, 2)
soma1 <- rep(0, 2)

gama0 <- prop1
eta0 <- log(gama0/(1-gama0))
sig1 <- rep(0, K)
sig2 <- rep(0, K)

for (i in 1:K){

  cat("\n")
  cat("i: ", i, "\n")
  cat("\n")

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0

  b0 <- (i-1)*2+1
  b1 <- 2*i

  k0 <- m*r*(i-1)+1
  k01 <- k0+r*m-1

  for (j in 1:r){

    k1 <- k0+(j-1)*m
    k2 <- k1+m-1

    Dd <- gama0[c(k1:k2)] * ( 1-gama0[c(k1:k2)] )
    De <- diag(1/Dd)

    VV <- (1/n)*gama0[c(k1:k2)] %*% t( 1-gama0[c(k1:k2)] )

    for (j in 1:m){
      for (jj in 1:m){
        if (j>jj){
          VV[j,jj] <- VV[jj,j]
        }
      }
    }
  }
}

```

```

}

z <- eta0[c(k1:k2)] + De %*% ( prop[c(k1:k2)]-gama0[c(k1:k2)] )
W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)
XLWX <- t(X) %*% W %*% X

soma0 <- soma0 + XLWX
soma1 <- soma1 + t(X) %*% W %*% z

} # end for "j"

beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
beta0h[i,] <- beta0

etah0[k0:k01] <- X%*%beta0
gamah0[k0:k01] <- exp(etah0[k0:k01])/(1+exp(etah0[k0:k01]))

### Initial value of overdispersion parameter sig1 ###

hlinha <- gamah0[k0:k01] * (1-gamah0[k0:k01])
s1 <- prop[k0:k01]
s2<- gamah0[k0:k01]

somaVh <- 0

for(j1 in 1:r){

  k1 <- (j1-1)*m+1
  k2 <- m*j1

  somaVh <- somaVh+( ( t(hlinha[k1:k2])%*(s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))^2 )/
    ( (1-1/n)*t(hlinha[k1:k2])%*hlinha[k1:k2]*%t(hlinha[k1:k2])%*%
      hlinha[k1:k2] )
}

sigma10h <- somaVh/(r-1)
sig1[i] <- sigma10h

### end of initial value - sig1 - MODEL 3 ###

### Initial value of overdispersion parameter sig2 ###

hlinha <- gamah0[k0:k01] * (1-gamah0[k0:k01])
r1 <- prop[k0:k01]
r2 <- gamah0[k0:k01]

## calculo do vetor de funcoes Tal ##
Tal <- rep(c(1,2,3,4,5,6,7,8)-4.5,r)

## calculo da constante d1 ##
num1 <- rep(0, rm)
num1 <- (gamah0[k0:k01])^2 * ((1-gamah0[k0:k01]))^2 * Tal
denom1 <- rep(0, rm)

```

```

denom1 <- (gamah0[k0:k01])^2 * (1-gamah0[k0:k01])^2
d1 <- rep(sum(num1)/sum(denom1),rm)

somaVh <- 0

for(j1 in 1:r){

  k1 <- (j1-1)*m + 1
  k2 <- m*j1

  V3 <- (hlinha[k1:k2]*(Ta1[k1:k2]-d1[k1:k2]))%*%t(hlinha[k1:k2]*(Ta1[k1:k2]-d1[k1:k2]))

  somaVh <- somaVh +
    ( t(hlinha[k1:k2]*(Ta1[k1:k2]-d1[k1:k2]))%*(r1[k1:k2]-r2[k1:k2]) )^2 /
    ( (1-1/n) * t( hlinha[k1:k2]*(Ta1[k1:k2]-d1[k1:k2]) ) %*% V3 %*%
      (hlinha[k1:k2]*(Ta1[k1:k2]-d1[k1:k2])) )

} # end for j1

sigma20h <- somaVh/(r-1)
sig2[i] <- sigma20h

### end of initial value sig2 ###

} # end for "i"

cat("Beta0: ")
print(beta0h)
cat("\n")

cat("Sigma0h : ")
print(cbind(sig1,sig2))
cat("\n")

etah <- etah0
gamah <- gamah0

##### SECOND PART - c/ superdispersao #####

BETA <- beta0h
somaw <- matrix(0, nrow=m, ncol=m)

repeat{

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0
  Whig0 <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covrobust <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)
  Covasymp <- matrix(0, nrow=1, ncol=2)

  iteracao[ii+1] <- ii

  cat("iter: ")

```

```

print(ii)
cat("\n")

X2Pearson <- rep(0, Kr)
X2Residual <- rep(0, Kr)

for (i in 1:K){

  soma0 <- 0
  soma1 <- 0

  b0 <- (i-1)*2+1
  b1 <- 2*i

  k0 <- m*r*(i-1)+1
  k01 <- k0+r*m-1

  somaj2 <- matrix(0, m, m)

  Tal <- rep(c(1,2,3,4,5,6,7,8)-4.5,r)
  num1 <- rep(0, rm)
  num1 <- (gamah[k0:k01])^2*((1-gamah[k0:k01]))^2*Tal
  denom1 <- rep(0, rm)
  denom1 <- (gamah[k0:k01])^2*(1-gamah[k0:k01])^2
  d1 <- rep(sum(num1)/sum(denom1),rm)

  for (j in 1:r){

    k1 <- k0+(j-1)*m
    k2 <- k1+m-1

    Dd <- gamah[c(k1:k2)] * ( 1-gamah[c(k1:k2)] )
    De <- diag(1/Dd)

    agh <- gamah[(k1:k2)]
    hderiv <- Dd

    VV0 <- (1/n)*gamah[c(k1:k2)] %*% t( 1-gamah[c(k1:k2)] )

    for (j in 1:m){
      for (jj in 1:m){
        if (j>jj){
          VV0[j,jj] <- VV0[jj,j]
        } } }

    VV <- VV0 + matrix((1-1/n)*sig1[i],m,m)*(hderiv%*%t(hderiv))
      matrix((1-1/n)*sig2[i],m,m)*( (hderiv*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2]))%*%
        t(hderiv*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2])) )

    W <- solve(De)%*%Winv(VV)%*%solve(De)

    VVi <- solve(VV0)

    z <- etah[k1:k2] + De%*%(prop[k1:k2]-gamah[k1:k2])
    XLWX <- t(X)%*%W%*%X

```

```

soma0 <- soma0 + XLWX
soma1 <- soma1 + t(X)%*%W%*%z

} # end for "j"

beta0 <- solve(soma0)%*%soma1
BETAH[i,] <- beta0
etah[k0:k01] <- X %*% beta0
gamah[k0:k01] <- exp(etah[k0:k01])/(1+exp(etah[k0:k01]))

### somaj2 vai ser usada dentro da ROBUST ESTIMATION
### of Cov(beta)

somaj2 <- matrix(0, m, m)
for (j2 in 1:r){

  k1j <- k0+(j2-1)*m
  k2j <- k1j+m-1

  somaj2 <- somaj2+(prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])%*%
    t(prop[k1j:k2j]-gamah[k1j:k2j])

} # end for "j2"

Covrobust <- rbind(Covrobust, solve(soma0)%*%t(X)%*%solve(De)%*%solve(VV)%*%somaj2)%*%
  solve(VV)%*%solve(De)%*%X%*%solve(soma0))
Covasympt <- rbind(Covasympt, solve(soma0))
Wbig0 <- rbind(Wbig0, solve(soma0))
W02 <- rbind(W02, solve(soma0), solve(soma0), solve(soma0),
  solve(soma0), solve(soma0))

## Estimation of Overdispersion parameter sig1 - MODEL 3
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

hlinha <- gamah[k0:k01]*(1-gamah[k0:k01])
s1 <- prop[k0:k01]
s2 <- gamah[k0:k01]

## calculo do vetor de funcoes Tal ##
Tal <- c(1,2,3,4,5,6,7,8)

contador1 <- 1
iteracao <- 30

repeat{

  somaVh <- 0
  for(ij in 1:r){

    k1 <- (ij-1)*m+1
    k2 <- m*ij

```

```

gh <- (1/n)*s2[k1:k2]%*%t(1-s2[k1:k2])

for (j in 1:m){
  for (jj in 1:m){
    if (j>jj){
      gh[j,jj] <- gh[jj,j]
    }
  }
}

Vi <- gh + matrix((1-1/n)*sig1[i],m,m)*(hlinha[k1:k2]%*%t(hlinha[k1:k2])) +
  matrix((1-1/n)*sig2[i],m,m)*((hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2]))%*%
  t(hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2])) )

somaVh <- somaVh+((sig1[i]*(t(hlinha[k1:k2])%*%(s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))^2)/
  (t(hlinha[k1:k2]) %*% Vi %*% hlinha[k1:k2]))

} # end for "ij"

sigmah <- somaVh/(r-1)
diferenca <- abs(sigmah-sig1[i])

contador1 <- contador1+1
sig1[i] <- sigmah

if(contador1 > iteracao || diferenca < 1e-006) break

} # end of "repeat" for sig1

## End of estimation of Overdispersion parameter sig1 - model 3

## Estimation of Overdispersion parameter sig2 - MODEL 3
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

hlinha <- gamah[k0:k01]*(1-gamah[k0:k01])
r1 <- prop[k0:k01]
r2 <- gamah[k0:k01]

## calculo do vetor de funcoes Tal ##
Tal <- rep(c(1,2,3,4,5,6,7,8)-4.5,r)

## calculo da constante d1 ##
num1 <- rep(0, rm)
num1 <- (gamah[k0:k01])^2*((1-gamah[k0:k01]))^2*Tal
denom1 <- rep(0, rm)
denom1 <- (gamah[k0:k01])^2*(1-gamah[k0:k01])^2
d1 <- rep(sum(num1)/sum(denom1),rm)

contador2 <- 1
iteracao <- 30

repeat{

```

```

somaVh <- 0
for(ij in 1:r){

  k1 <- (ij-1)*m+1
  k2 <- m*ij

  gh <- (1/n)*r2[k1:k2]*%*%t(1-r2[k1:k2])

  for (j in 1:m){
    for (jj in 1:m){
      if (j>jj){
        gh[j,jj] <- gh[jj,j]
      }
    }
  }

  V3 <- gh + matrix((1-1/n)*sig2[i],m,m)*(hlinha[k1:k2]*%*%t(hlinha[k1:k2])) +
    matrix((1-1/n)*sig2[i],m,m)*((hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2]))*%*%
      t(hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2])) )

  somaVh <- somaVh+((sig2[i]*(t(hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2])))*%*%
    (s1[k1:k2]-s2[k1:k2]))^2)/
    ( t(hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2]))*%*%V3*%*%
      (hlinha[k1:k2]*(Tal[k1:k2]-d1[k1:k2])) ) )

} # end for "ij"

sigma2h <- somaVh/(r-1)
diferenca <- abs(sigma2h-sig2[i])

contador2 <- contador2+1
sig2[i] <- sigma2h

if(contador2 > iteracao || diferenca < 1e-006) break

} # end of "repeat" for sig2

## End of estimation of Overdispersion parameter - model 3

cat("\n")
cat("i: ")
print(i)
cat("\n")

} # end for "i"

cat("BETAH: ")
print(BETAH)
cat("\n")

print(cbind(sig1,sig2))
cat("\n")

mediasigma[ii] <- mean(sig1)
varsigma[ii] <- var(sig1)
sesigma[ii] <- sqrt(var(sig1))

```

```

kmr1 <- K*m*r+1
W01 <- W0[2:kmr1,]

soma <- 0
#for(i in 1:Kr){
# k1 <- (i-1)*m+1
# k2 <- m*i
# soma <- soma + ( t( prop[c(k1:k2)]-gamah[c(k1:k2)] ) %*% W01[k1:k2,] %*%
#               ( prop[c(k1:k2)]-gamah[c(k1:k2)] ) )

# X2Pearson[i] <- t( prop[c(k1:k2)]-gamah[c(k1:k2)] ) %*% W01[k1:k2,] %*%
#               ( prop[c(k1:k2)]-gamah[c(k1:k2)] )

#}

#cat("prop e gamah:", "\n")
#print(cbind(prop, gamah))
#cat("\n")

#cat("X2 Pearson = ")
#print(soma)
#cat("\n")

ii <- ii+1
if(ii > itermax)
break

} # end for "repeat"

cat("\n")
cat("BETAH: ")
print(BETAH)
cat("\n")

cat("\n")
cat("Sigma1 e Sigma2: ")
print(cbind(sig1,sig2))
cat("\n")

#cat("sigma2h: ")
#print(sig1)
#cat("\n")

## Estimated robust and asymptotic covariance matrix of betas
## O'Hara Hines and Lawless. Biometrics 49, 107-121, 1993.

cat("Asymptotic Cov. of betas: = ")
print(Covasymp[-(1),])
cat("\n")

cat("Asymptotic S.E. of betas: = ")
print(sqrt(Covasymp[-(1),]))
cat("\n")

```