ANÁLISE DE CURVAS DE CRESCIMENTO DE AVES UM ENFOQUE MULTIVARIADO

CÊSAR GONÇALVES DE LIMA
Bacharel em Estatística

Orientador: Prof.Dr.Vivaldo Francisco da Cruz

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia, Área de Concentração: "Estatística e Experimentação Agronômica".

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
maio - 1988

L732a Lima, César Gonçalves de
Análise de curvas de crescimento de aves; um enfoque multivariado. Piracicaba, 1988.
69p.

Diss.(Mestre) - ESALQ
Bibliografia.

1. Análise multivariada 2. Ave doméstica - Crescimento - Análise 3. Estatística agrícola 4. Modelo matemático I. Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba

CDD 636.500212

ANÁLISE DE CURVAS DE CRESCIMENTO DE AVES -
UM ENFOQUE MULTIVARIADO

CÉSAR GONÇALVES DE LIMA

Aprovado em: 20.09.1988

Comissão Julgadora:

Prof. Dr. Roberto Simionato Moraes	ESALQ/USP
Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz	ESALQ/USP
Prof. Dr. Esleibe Ghion	FMVZ/USP

Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz

Orientador

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS	v
RESUMO	vii
SUMMARY	ix
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	5
3. MATERIAL	16
4. MÉTODOS	19
4.1. Definição do Grau do Polinômio a ser Ajustado aos Perfis Médios de Respostas	25
4.2. Escolha de Possíveis Variáveis Auxiliares	30
4.3. Obtenção de Estimadores e Testes de Hipóteses em Modelos Lineares Multivariados de Crescimen to	32
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
5.1. Experimento com Frangos de Corte	39
5.2. Experimento com Poedeiras	49
6. CONCLUSÕES	60
LITERATURA CITADA	61
APÊNDICE	66

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Perfis médios dos pesos vivos dos frangos de corte Hubbard em função do tempo	41
2	Equações ajustadas do modelo quadrático de crescimento em peso vivo de frangos de corte e pesos médios observados	48
3	Perfis médios dos pesos vivos de poedeiras Hy Line Brown e Hy Line White em função do tempo.	50
4	Equações ajustadas do modelo cúbico de crescimento em peso vivo de poedeiras e pesos médios observados	58

LISTA DE TABELAS

Tabela		Página
4.1	Estrutura de dados para estudos com planejamento longitudinal	20
5.1	Resultados dos testes sobre tendências de crescimento polinomial da variável peso vivo, em frangos de corte	42
5.2	Resultados dos testes para determinação dos polinômios de menor grau com ajuste aceitável aos perfis médios de pesos vivos de frangos de corte	43
5.3	Estimativas dos parâmetros dos polinômios do segundo grau e respectivos erros padrões estimados para os dois grupos de frangos de corte.	46
5.4	Resultados dos testes sobre tendências de crescimento polinomial da variável peso vivo em poedeiras	51
5.5	Resultados dos testes para determinação dos polinômios de menor grau com ajuste aceitável aos perfis médios da variável peso vivo de poedeiras	52
5.6.	Estimativas dos parâmetros dos polinômios do terceiro grau e respectivos erros padrões estimados, para as duas linhagens de poedeiras	56

Tabela	Página
5.7 Estatísticas observadas nos testes de inclusão de subconjuntos de variáveis auxiliares no modelo cúbico de crescimento em peso de poedeiras	57
1.A Pesos vivos semanais, em gramas, de frangos de corte Hubbard	67
2.A Pesos vivos semanais, em gramas, de poedeiras das linhagens Hy Line Brown e Hy Line White ..	68
3.A Médias e erros padrões estimados dos pesos vivos, em gramas, de frangos de corte Hubbard ..	69
4.A Médias e erros padrões estimados dos pesos vivos, em gramas, de poedeiras das linhagens Hy Line Brown e Hy Line White	69

ANÁLISE DE CURVAS DE CRESCIMENTO DE AVES -
UM ENFOQUE MULTIVARIADO

Orientador: Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz

Autor: César Golçalves de Lima

RESUMO

O ajuste de curvas polinomiais de crescimento a conjuntos de dados longitudinais foi estudado sob o enfoque multivariado.

Para isso foi desenvolvida a teoria associada ao modelo linear multivariado de crescimento, que é obtido através de uma generalização do modelo usual de análise de variância multivariada.

Foram apresentados os principais resultados envolvendo a estimação e obtenção de testes de significância para os parâmetros do modelo, além de um procedimento básico de análise que utiliza um programa convencional de análise de variância multivariada.

Para ilustrar a aplicação da técnica de análise de curvas de crescimento na experimentação com animais, foram utilizados os dados de peso vivo de frangos de corte e poedeiras.

Os pesos vivos individuais dos frangos de corte, treze fêmeas e dezenove machos, foram tomados semanalmen-

te, durante um período de sete semanas; das poedeiras, dezoito vermelhas e vinte e duas brancas, os pesos vivos foram tomados também semanalmente, num período de dezesseis semanas.

O polinômio de menor grau que melhor se ajustou aos perfis médios de pesos dos dois grupos de frangos de corte foi o do segundo grau, com duas variáveis auxiliares incluídas no ajuste.

Para as duas linhagens de poedeiras, o polinômio de menor grau que melhor se ajustou aos perfis médios de pesos foi o do terceiro grau, com uma variável auxiliar no ajuste.

GROWTH CURVES ANALYSIS OF FOWLS -
A MULTIVARIATE VIEW

Adviser: Prof.Dr.Vivaldo Francisco da Cruz

Author: César Gonçalves de Lima

SUMMARY

The fitting of the polynomial growth curves to a set of longitudinal data was studied under multivariate view.

For this was developed the theory associated to the multivariate linear model of growth, that was obtained from a generalization of the usual multivariate model of analysis of variance.

The principal results involving estimation and tests of hypothesis for the parameters of the model were presented, beyond a basic procedure of analysis using a conventional program for the multivariate analysis of variance.

To show the method's applications of the growth curve analysis in the experiments with animals, were used broiler's and laying hens live-weight data.

The broiler's individual live-weight, 13 males and 19 females, were taken every week, during a period of seven weeks; the laying hens live-weight, 18 brown and 22

white, were taken also every week, for sixteen weeks.

The least degree's polynomial that better adjusted to the average profile of the two sets of broiler's live-weight was the second degree, with two covariates included in the fitting.

For the two lineages of laying hens, the least degree's polynomial that better adjusted to the average profiles was the thirty degree, with one covariate included in the fitting.

1. INTRODUÇÃO

Na pesquisa agropecuária, em especial na experimentação com animais, é frequente o interesse em estudar o comportamento, ao longo do tempo, de uma ou mais variáveis como peso, produção, conversão alimentar e ganho de peso de frangos de corte e poedeiras.

Na maioria das vezes, os experimentos planejados com esse objetivo, envolvem observações repetidas de um conjunto de unidades experimentais em ocasiões sucessivas no tempo, classificadas em diferentes subpopulações, segundo um ou mais fatores.

O modelo matemático utilizado nessas situações consiste na descrição do comportamento temporal da variável resposta através de uma curva, geralmente polinomial.

Esse procedimento de análise apresenta as seguintes vantagens:

a) possibilitar que sejam feitas previsões sobre o comportamento médio da resposta, para ocasiões diferentes daquelas para as quais o estudo foi planejado;

b) possibilitar que sejam feitas comparações

mais sensíveis entre as subpopulações, em função do número reduzido de parâmetros;

c) possibilitar a aquisição de um maior conhecimento sobre o processo de variação temporal da resposta.

A obtenção dos dados geralmente é feita através de um planejamento longitudinal, que consiste em observar cada unidade experimental em todas as ocasiões determinadas pelo estudo.

Esse tipo de planejamento tem o atrativo de "economizar" unidades experimentais, pois cada uma delas pode gerar diversas unidades de observação.

Os dados resultantes desses planejamentos podem ser analisados através de modelos univariados ou multivariados e a decisão sobre um desses modelos depende, em grande parte, das suposições que o pesquisador puder fazer sobre o seu conjunto de dados.

Os modelos univariados, apesar da facilidade de obtenção e interpretação dos resultados, impõem uma estrutura extremamente restritiva e muitas vezes não realista para a estrutura de covariâncias das observações resultantes de planejamentos desse tipo.

É o caso dos Modelos Mistos Univariados, que assumem o padrão de uniformidade para a estrutura da matriz de covariâncias.

O simples fato de as medidas serem feitas de

uma forma sistemática - em intervalos de tempo sucessivos - numa mesma unidade experimental implica, geralmente, em correlação entre as observações.

Considerando-se que medidas adjacentes no tempo sejam mais altamente correlacionadas que medidas distantes (correlação serial) e que existe uma tendência natural de aumento de variação dos dados oriundos de experimentos longitudinais com animais, ficam comprometidas as suposições de independência e homocedasticidade, necessárias à aplicação dos modelos clássicos de Análise de Variância e Regressão na avaliação dos dados.

Neste contexto, um modelo apropriado ao ajuste de polinômios a dados longitudinais com uma estrutura de covariância mais geral e irrestrita, pode ser obtido como uma generalização do Modelo Linear Multivariado.

O objetivo deste trabalho é estudar a aplicabilidade desse modelo multivariado na análise de conjuntos de dados provenientes de experimentos com frangos de corte e poedeiras em crescimento.

Os conjuntos de dados desbalanceados ou com observações incompletas, embora sejam frequentes em estudos longitudinais com animais em crescimento, não serão considerados para análise, no presente trabalho.

Serão apresentados os principais resultados dos modelos de Análise de Variância Multivariada Generaliza-

da, introduzida por POTTHOFF & ROY (1964) e de Análise de Co
variância Multivariada, iniciada por RAO (1965).

2. REVISÃO DE LITERATURA

Embora o enfoque multivariado para o ajuste de curvas polinomiais a dados longitudinais, tenha sido empregado por muitos autores como WISHART (1938), BOX (1950), RAO (1959) e ELSTON & GRIZZLE (1962) entre outros, a atual linha de pesquisa nessa área, tem como fundamento o trabalho de POTTHOFF & ROY (1964).

POTTHOFF & ROY (1964) propõem uma generalização do modelo usual de Análise de Variância Multivariada, que é especialmente aplicável a problemas envolvendo curvas de crescimento polinomiais.

Através de uma transformação de variáveis, baseada em uma matriz de ponderação Δ , arbitrária, simétrica, positiva definida e não estocástica, os autores conseguem reduzir o modelo generalizado ao modelo usual de Análise de Variância Multivariada.

Observam que o estimador de ξ , matriz dos parâmetros das curvas polinomiais, obtido nessas condições é não viesado, independentemente da escolha da matriz de ponderação, mas que a variância do estimador aumenta à medida que Δ^{-1} se afasta de Σ^{-1} (onde Σ é a matriz de covariâncias, desconhecida).

Esse fato provoca uma diminuição do poder dos testes de hipóteses e um alargamento dos intervalos de confiança.

Apresentam algumas sugestões para a escolha de Δ , entre as quais a escolha $\Delta = I$ (matriz identidade), que simplifica consideravelmente os cálculos, especialmente no caso em que o modelo de crescimento é baseado em polinômios ortogonais.

Embora os autores não considerem em seu trabalho a escolha $\Delta = S$, onde S é proporcional à estimativa de Σ , calculada a partir dos próprios dados, sugerem que Δ seja baseada em uma estimativa de Σ obtida de um experimento independente, e que tomar Δ igual a essa estimativa é um procedimento mais apropriado que fazer $\Delta = I$.

RAO (1965) comenta que a solução de POTTHOFF & ROY (1964) não utiliza toda a informação contida nas observações feitas e que é, até certo ponto, arbitrária, pois depende de uma boa estimativa da matriz de covariâncias.

O autor mostra que informações adicionais podem ser utilizadas, incorporando-se ao modelo algumas covariáveis ou variáveis auxiliares, que geram o espaço de erros dentro de unidades experimentais.

Afirma que a escolha conveniente de um subconjunto de variáveis auxiliares pode ser mais proveitosa que usar, como covariáveis, todos os vetores que geram o espaço

de erros, especialmente no caso de pequenas amostras.

Formaliza uma sequência de testes visando obter um polinômio que melhor se ajuste aos perfis das médias observadas e alerta para o fato de que as variáveis auxiliares, sendo selecionadas com base em dados observados, podem variar em número e natureza, de experimento para experimento.

Comenta que esse método de estimação, elaborado para um único grupo de unidades experimentais, pode ser estendido para a comparação de curvas de crescimento sob diferentes condições experimentais ou tratamentos, usando algum delineamento adequado.

Nesse caso, o principal interesse da análise, consiste em estimar as diferenças entre as curvas de crescimento, causadas pelos tratamentos.

RAO (1966, 1967) mostra que a estimativa ponderada de ξ não produz, necessariamente, intervalos de confiança menores que os obtidos para a estimativa não ponderada, e que, dependendo da estrutura de Σ , é muitas vezes mais vantajoso usar somente um subconjunto dessas covariáveis.

Discute, teoricamente, o problema da escolha de variáveis auxiliares, considerando algumas estruturas especiais da matriz de covariâncias.

KHATRI (1966) obtém um estimador de máxima verossimilhança de ξ , para conjuntos de dados com distribui-

ção normal multivariada, que tem a mesma forma do estimador obtido por POTTHOFF & ROY (1964), exceto que a matriz de ponderação Δ , é substituída pela matriz de dispersão calculada a partir dos dados originais, evitando o uso de uma matriz de ponderação arbitrária.

Mostra que os critérios da razão de verossimilhança, traço e maior raiz característica podem ser utilizados para testar hipóteses lineares do tipo $H_0: C \xi U = 0$, mas somente fornecem detalhes para o critério da maior raiz.

GRIZZLE & ALLEN (1969) desenvolveram um método de análise de curvas de crescimento que utiliza a técnica de Análise de Covariância estudada por RAO (1965, 1966, 1967).

Este método produz resultados idênticos aos obtidos fazendo a ponderação $\Delta^{-1} = S^{-1}$, mas tem um aspecto adicional de permitir flexibilidade na ponderação, pela escolha de subconjuntos de variáveis auxiliares que sejam suficientemente correlacionadas com as variáveis principais.

Apresentam uma estratégia de análise orientada para a utilização de programas computacionais usuais de Análise de Variância Multivariada, que tem o objetivo de ajustar curvas polinomiais aos perfis médios de respostas, utilizando polinômios ortonormais.

Através de exemplos, mostram como determinar quando é mais vantajoso usar todos os vetores que geram o espaço de erros, ou somente um subconjunto desses vetores co-

mo variáveis auxiliares, examinando a matriz de covariâncias ou de correlações amostrais.

LEE (1974) faz algumas considerações importantes sobre o modelo linear generalizado de POTTHOFF & ROY (1964) e o modelo condicional de RAO (1965).

Prova que os dois métodos de estimação são idênticos quando a matriz de ponderação, Δ , do modelo de POTTHOFF & ROY (1964), é substituída pela matriz residual, S , obtida a partir dos dados originais, mas deixa dúvidas sobre a legitimidade dessa substituição.

Sobre o resultado empírico da substituição da matriz Δ pela matriz identidade, comenta ser equivalente a ignorar a informação adicional proporcionada pelas variáveis auxiliares, usando o modelo condicional de RAO (1965, 1966, 1967).

ROWELL & WALTERS (1976) apresentam alguns métodos de análise de dados de experimentos nos quais muitas observações da mesma variável são feitas em cada unidade experimental.

O primeiro método envolve uma análise dos dados a cada tempo separadamente; o segundo, envolve uma análise em parcelas subdivididas para todos os dados, considerando o tempo como tratamento das subparcelas, e o terceiro, consiste de análises de funções lineares dos parâmetros sobre o tempo.

Alertam que considerar o fator tempo como tratamento das subparcelas, não caracteriza um modelo em parcelas subdivididas genuíno pois, a classificação nas subparcelas não é feita aleatoriamente, o que pode fornecer estimativas viesadas do erro experimental.

Como solução para esse problema, propõem que seja feito um teste do padrão de uniformidade da matriz de covariâncias e que se a uniformidade não for comprovada deve-se fazer uso de métodos multivariados, apesar das dificuldades computacionais e de interpretação de resultados inerentes a tais métodos.

Defendem, entretanto, a análise de curvas de crescimento pelo ajuste de equações polinomiais no tempo para os dados de cada tratamento, comparando os seus coeficientes em uma série de análises univariadas.

SINGER (1977), estuda o problema de ajuste de curvas polinomiais a conjuntos de dados longitudinais, sob o enfoque de um modelo de Análise de Variância Multivariada.

Apresenta os modelos matemáticos mais usados e os principais trabalhos realizados nessa área, dando um enfoque especial aos trabalhos de POTTHOFF & ROY (1964) e de RAO (1965, 1966 e 1967), além de apresentar os principais resultados envolvendo estimação, obtenção de testes de hipóteses e determinação de intervalos de confiança simultâneos para os parâmetros do modelo linear multivariado de crescimento.

Sugere um procedimento para a análise de problemas práticos, utilizando um programa convencional de Análise de Variância Multivariada, baseando-se no trabalho de GRIZZLE & ALLEN (1969).

Ilustra a aplicação da técnica de Análise de Curvas de Crescimento, através da discussão de exemplos práticos.

BAKSALARY *et alii* (1978) concluem que os métodos desenvolvidos por POTTHOFF & ROY (1964) e por RAO (1965, 1966 e 1967), são essencialmente equivalentes, e que a escolha de um deles pode ser baseada na conveniência.

O método de RAO (1965) é mais conveniente nos casos onde não se tem informação alguma sobre a matriz de covariância, Σ , enquanto que o método de POTTHOFF & ROY (1964), parece ser mais conveniente quando conhecimentos adicionais sobre a estrutura da matriz Σ são disponíveis.

EVANS & ROBERTS (1979) comentam sobre alguns métodos de análise de dados resultantes de experimentos com animais em pastejo e com plantas perenes, quando são feitas diversas medidas de uma mesma variável em cada unidade experimental, ao longo do tempo.

Esses dados podem ser analisados utilizando-se um modelo em parcelas subdivididas no tempo; um modelo multivariado de medidas repetidas, quando as variâncias e covariâncias entre tempos são heterogêneas; ou ainda, pelo a-

juste de equações polinomiais às sequências de observações e análise dos respectivos coeficientes, separadamente, em uma série de análises de variância univariadas.

Como os dados em agricultura são, geralmente, heterogêneos e o número de tempos (ocasiões) excede o número de graus de liberdade do erro, os autores afirmam que os dois primeiros métodos são bem pouco utilizados.

Sobre o terceiro método proposto por ROWELL & WALTERS (1976), ponderam que não tem sido muito usado por cientistas da área de agricultura porque os coeficientes de alta ordem, muitas vezes necessários, são de difícil interpretação.

Mostram que coeficientes de baixa ordem podem ser adequados para descrever a variação mais saliente entre contrastes de tratamentos e que para analisar tais coeficientes, deve-se usar uma Análise de Variância Multivariada, porque os coeficientes são correlacionados entre unidades experimentais.

ROBERTS (1980) afirma que o uso da variável ganho de peso em experimentos de longa duração pode produzir sérios vícios ("bias") nas comparações de tratamentos, a menos que os pesos iniciais de grupos de tratamentos sejam iguais ou bem próximos.

Para solucionar esse problema, em experimentos com animais, propõe uma estratificação dos animais quan-

to ao peso inicial com uma atribuição aleatória aos tratamentos e blocos, o que pode tornar desnecessário um ajuste dos dados em relação ao peso inicial, através de uma Análise de Covariância.

TIMM (1980) e GEISSER (1980), apresentam resenhas dos modelos de análise de curvas de crescimento e, este último, dá uma ênfase maior ao problema de previsão (predição).

AUBIN (1984) afirma que dados resultantes de experimentos com medidas repetidas nas mesmas unidades experimentais, podem ser analisados através de modelos univariados ou multivariados e que a decisão sobre qual o modelo adotar, depende das suposições que o pesquisador é capaz de fazer sobre seus dados.

Aborda alguns aspectos analíticos desses dois modelos e as suposições necessárias para o uso de cada um deles. Para quando as suposições do modelo univariado não estão satisfeitas, sugere soluções aproximadas com a correção dos graus de liberdade associados às somas de quadrados pelo fator ϵ , definido por BOX (1954) como:

$$\epsilon = [\text{tr}(C'\Sigma C)]^2 / (k - 1) \text{tr}[(C'\Sigma C)^2]$$

Apresenta um teste de razão de verossimilhança para verificar a existência da estrutura de correlação serial, frequentemente encontrada em planejamentos com medidas repetidas no tempo.

Conclui que a escolha do modelo adequado à a-

nálise de experimentos desse tipo só é possível com uma perfeita interação entre pesquisador e estatístico.

YANG *et alii* (1984) afirmam que a técnica de ajuste por covariância (RAO, 1965, 1966 e 1967), além de reduzir a dimensão do problema de estimação, transforma o modelo de curva de crescimento em um modelo clássico de regressão múltipla multivariada.

Visando obter melhores estimativas dos parâmetros, apresentam alguns critérios para selecionar o menor e mais apropriado conjunto de variáveis auxiliares. Para tanto, existe a necessidade de informações sobre a estrutura da matriz de covariâncias.

Propõem a geração de um conjunto de variáveis auxiliares não correlacionadas, usando-se os vetores característicos associados às maiores raízes características de:

$$[I - G'(GG')^{-1}G]S$$

onde $S = Y'[I - X(X'X)^{-1}X']Y/(n - g)$, evitando que todos os possíveis subconjuntos de variáveis auxiliares sejam examinados.

BRYANT & GILLINGS (1985) fazem uma revisão crítica dos métodos estatísticos que são utilizados na análise de dados longitudinais.

Comentam sobre os procedimentos de análise multivariada dirigidos à especificação da forma da curva de resposta como uma função do tempo, que em alguns casos po-

de ser sugerida através de considerações teóricas.

Apresentam uma estratégia alternativa de análise multivariada, que consiste no ajuste de curvas polinomiais segmentadas em diferentes subintervalos do tempo, que é apropriada quando a resposta ao tratamento segue um modelo para um período de tempo e algum outro para um período de tempo subsequente. Para maiores detalhes sobre esta alternativa de análise, citam FEDER (1975), SMITH (1979) e TEETER (1982), entre outros.

ANDRADE & SINGER (1986) discutem aspectos relevantes da análise estatística de dados provenientes de estudos longitudinais, ou seja, de investigações onde o interesse está dirigido para a avaliação do comportamento de uma ou mais variáveis respostas, ao longo de uma dimensão específica como o tempo.

Consideram o problema de ajuste de curvas aos perfis médios de resposta, como uma complementação da Análise Multivariada de Perfis.

Apresentam os principais resultados obtidos com o método multivariado de ajuste de curvas polinomiais a dados longitudinais.

Através de um exemplo, ilustram a aplicação das técnicas apresentadas, utilizando para os cálculos os procedimentos GLM e MATRIX do SAS.

3. MATERIAL

Para a aplicação dos métodos de análise de curvas de crescimento, foram utilizados os dados de experimentos com frangos de corte e poedeiras.

Os experimentos foram instalados em um galpão experimental no setor de Avicultura, do Centro Intra-unidade de Zootecnia e Indústrias Pecuárias (CIZIP) "Fernando Costa", em Pirassununga, estado de São Paulo, pertencente à Faculdade de Medicina Veterinária e Zootecnica da Universidade de São Paulo.

No experimento com frangos de corte, foram utilizados treze fêmeas e dezenove machos da linhagem comercial Hubbard, alojados em dois boxes (um para cada sexo).

Foram tomados os pesos individuais dessas a-ves, semanalmente, durante um período de sete semanas, sendo as avaliações feitas sempre nos mesmos dia e horário da semana.

O período experimental desenvolveu-se de 6 de novembro a 18 de dezembro de 1984.

No experimento com poedeiras, foram utilizadas

vinte e duas aves da linhagem comercial "Hy Line Brown" e dezoito da linhagem comercial "Hy Line White", alojadas em dois boxes (um para cada linhagem).

Foram tomados os pesos individuais dessas aves, semanalmente, durante um período de dezesseis semanas, sendo as avaliações também feitas sempre nos mesmos dia e horário da semana.

Este período experimental desenvolveu-se de 6 de novembro de 1984 a 24 de janeiro de 1985.

Para efeito de aplicação dos modelos de análise foram utilizados, no experimento com poedeiras, somente os pesos obtidos em intervalos de duas semanas, a partir da idade de sete dias.

O galpão experimental, onde as aves foram alojadas, mede 43,20 m x 9,20 m, com paredes laterais de 0,50 m de altura e completadas por telas de arame protegidas com cortinas de plástico móveis, manobradas por um sistema de roldanas. O galpão possui ainda: orientação leste-oeste, cobertura de telha francesa, com presença de lanternim central ao longo de todo o galpão e pé direito de 3,2 m.

Na área determinada a ensaios com aves, existem 36 divisões (boxes) dispostos em duas alas de dezoito divisões. Cada divisão mede 4,2 m x 2,4 m (4,08 m²).

A cama utilizada no experimento com frangos foi de cepilho de madeira (maravalha), e de sabugo de milho triturado no experimento com aves de postura.

Foram utilizadas, para cada um dos experimentos, rações específicas e balanceadas segundo as necessidades dos grupos de aves.

Os dados obtidos são encontrados nas Tabelas 1.A e 2.A do Apêndice.

4. MÉTODOS

Neste trabalho são analisados os dados de ensaios inteiramente casualizados, com g tratamentos (ou subpopulações definidas por um ou mais fatores), cada qual com n_i unidades experimentais independentes, $n_1 + n_2 + \dots + n_g = n$, quando são realizadas p medidas de uma variável, em instantes sucessivos $t_1, t_2, \dots, t_p$.

Representando por y_{ijk} a resposta da j -ésima unidade experimental, submetida ao i -ésimo tratamento, sob a k -ésima ocasião (condição de avaliação), com $i = 1, 2, \dots, g$, $j = 1, 2, \dots, n_i$, $k = 1, 2, \dots, p$, os dados resultantes desses experimentos podem ser arranjos como na Tabela 4.1..

A cada unidade experimental está associado um vetor linha de dimensão $1 \times p$, cujos componentes são valores da variável resposta medidos nas p ocasiões. Desse modo, tem-se

$n = \sum_{i=1}^g n_i$ vetores do tipo:

$$\underline{y}_{ij} = [y_{ij1} \quad y_{ij2} \quad \dots \quad y_{ijp}]$$

que constituirão a matriz de observações, Y , de dimensões $n \times p$.

Tabela 4.1. Estrutura de dados para estudos com planejamento longitudinal.

Tratamentos	Unidade	Tempo				
	experimental	1	2	3	...	p
1	1	y_{111}	y_{112}	y_{113}	...	y_{11p}
	2	y_{121}	y_{122}	y_{123}	...	y_{12p}
	.	.	.	.		.
	.	.	.	.		.
	.	.	.	.		.
	n_1	$y_{1n_1 1}$	$y_{1n_1 2}$	$y_{1n_1 3}$	...	$y_{1n_1 p}$
	Média	$\bar{y}_{1.1}$	$\bar{y}_{1.2}$	$\bar{y}_{1.3}$	...	$\bar{y}_{1.p}$
.	.	.	.	.		.
.	.	.	.	.		.
.	.	.	.	.		.
g	1	y_{g11}	y_{g12}	y_{g13}	...	y_{g1p}
	2	y_{g21}	y_{g22}	y_{g23}	...	y_{g2p}
	.	.	.	.		.
	.	.	.	.		.
	.	.	.	.		.
	n_g	$y_{gn_g 1}$	$y_{gn_g 2}$	$y_{gn_g 3}$	...	$y_{gn_g p}$
	Média	$\bar{y}_{g.1}$	$\bar{y}_{g.2}$	$\bar{y}_{g.3}$	...	$\bar{y}_{g.p}$

O modelo matemático adotado, que consiste na descrição do comportamento da variável resposta em função do tempo através de uma curva polinomial, foi proposto por POTTHOFF & ROY (1964). Esse modelo corresponde a uma generalização do Modelo Linear Multivariado usual e pode ser escrito como:

$$Y = X\xi G + \epsilon \quad (4.1)$$

onde:

Y é a matriz de observações, de dimensões $n \times p$;

X é a matriz de planejamento, de dimensões $n \times g$, onde $n > g$ (constituída de 0's e 1's, de forma a associar cada unidade experimental ao respectivo tratamento);

ξ é a matriz dos parâmetros desconhecidos das curvas polinomiais, com dimensões $g \times r$ (cada linha tem r elementos que representam os coeficientes da curva correspondente a um determinado tratamento);

G é a matriz de especificação conhecida, de dimensões $r \times p$ (associa os níveis do fator repetido ao polinômio desejado);

ϵ é a matriz dos erros ou componentes aleatórios das observações, de dimensões $n \times p$ (cada elemento representa o desvio entre o valor observado e o respectivo valor esperado).

Essas matrizes podem ser escritas como:

$$X = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1_{n_1} & 0_{n_1} & \cdots & 0_{n_1} \\ 0_{n_2} & 1_{n_2} & \cdots & 0_{n_2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0_{n_g} & 0_{n_g} & \cdots & 1_{n_g} \end{matrix} \\ \begin{matrix} n \\ g \end{matrix} & \end{matrix} \quad \xi = \begin{matrix} & \begin{matrix} \xi_{10} & \xi_{11} & \cdots & \xi_{1(r-1)} \\ \xi_{20} & \xi_{21} & \cdots & \xi_{2(r-1)} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \xi_{g0} & \xi_{g1} & \cdots & \xi_{g(r-1)} \end{matrix} \\ \begin{matrix} g \\ r \end{matrix} & \end{matrix}$$

$$\begin{aligned}
 Y = & \begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ \vdots \\ y_{1n_1} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{2n_2} \\ \vdots \\ y_{g1} \\ y_{g2} \\ \vdots \\ y_{gn_g} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} n \\ p \end{matrix} \\
 G = & \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ t_1 & t_2 & \dots & t_p \\ t_1^2 & t_2^2 & \dots & t_p^2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ t_1^{r-1} & t_2^{r-1} & \dots & t_p^{r-1} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} r \\ p \end{matrix} \\
 \varepsilon = & \begin{bmatrix} \varepsilon_{111} & \varepsilon_{112} & \dots & \varepsilon_{11p} \\ \varepsilon_{121} & \varepsilon_{122} & \dots & \varepsilon_{12p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{1n_11} & \varepsilon_{1n_12} & \dots & \varepsilon_{1n_1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{g11} & \varepsilon_{g12} & \dots & \varepsilon_{g1p} \\ \varepsilon_{g21} & \varepsilon_{g22} & \dots & \varepsilon_{g2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varepsilon_{gn_g1} & \varepsilon_{gn_g2} & \dots & \varepsilon_{gn_gp} \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} n \\ p \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Como pressuposição do modelo (4.1), denominado Modelo Linear Multivariado de Crescimento, são exigidas que:

i) as n linhas da matriz ε sejam não correlacionadas entre si e tenham distribuição normal p -variada, com vetor nulo de médias e matriz de covariâncias, Σ , não singular, de dimensões $p \times p$, comum a todas as linhas, que pode ser escrita como:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22}^2 & \cdots & \sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \sigma_{p1} & \sigma_{p2} & & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$$

p p

ii) a matriz de planejamento, X , tenha posto coluna completo, isto é, posto $(X) = g$;

iii) $n \geq g + r$;

iv) a matriz de especificação, G , tenha posto linha completo, isto é, posto $(G) = r$.

Uma restrição do modelo (4.1) é que os polinômios ajustados aos diversos perfis médios de tratamentos, tenham o mesmo grau, $r - 1$, embora seus coeficientes não necessitem ser iguais.

O valor esperado da variável resposta para o i -ésimo tratamento, no instante t_k , pode ser escrito como:

$$\mu_{ik}(t_k) = \xi_{i0} + \xi_{i1}t_k + \xi_{i2}t_k^2 + \cdots + \xi_{i(r-1)}t_k^{r-1}$$

onde ξ_{ij} representa o coeficiente de grau j , $j = 1, 2, \dots, r-1$, do polinômio associado ao i -ésimo tratamento.

No presente trabalho, as medidas da variável resposta são tomadas a intervalos de tempo iguais e então, uma forma mais conveniente de expressar as respostas médias, que associa uma considerável simplificação dos cálculos, é a seguinte:

$$\mu_{ik}(t_k) = \xi_{i0}^* \phi_0(t_k) + \xi_{i1}^* \phi_1(t_k) + \dots + \xi_{i(r-1)}^* \phi_{(r-1)}(t_k)$$

onde $\phi_j(.)$ representa o polinômio ortonormal de grau j , e ξ_{ij}^* , o coeficiente associado ao mesmo.

Como consequência, tem-se que:

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_{10}^* & \xi_{11}^* & \dots & \xi_{1(r-1)}^* \\ \xi_{20}^* & \xi_{21}^* & \dots & \xi_{2(r-1)}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \xi_{g0}^* & \xi_{g1}^* & & \xi_{g(r-1)}^* \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} \phi_0(t_1) & \phi_0(t_2) & \dots & \phi_0(t_p) \\ \phi_1(t_1) & \phi_1(t_2) & \dots & \phi_1(t_p) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{(r-1)}(t_1) & \phi_{(r-1)}(t_2) & \dots & \phi_{(r-1)}(t_p) \end{bmatrix}$$

O procedimento básico da análise estatística, com o objetivo de ajustar o polinômio de menor grau aos dados, sugerido por GRIZZLE & ALLEN (1969), consiste basicamente de três etapas:

1) definição do grau do polinômio a ser ajustado aos perfis médios de respostas;

2) escolha de possíveis variáveis auxiliares, que serão usadas para obter estimadores ajustados por covariância;

3) obtenção dos estimadores, testes de hipóte-

ses sobre os parâmetros do modelo assumido na etapa (1) e intervalos de confiança simultâneos para combinações lineares desses parâmetros.

A seguir, são apresentados os principais resultados associados ao Modelo Linear Multivariado de Crescimento, de acordo com a estratégia delineada acima.

4.1. Definição do Grau do Polinômio a ser Ajustado aos Perfis Médios de Respostas

A aquisição de informações sobre o grau do polinômio que se ajuste razoavelmente bem aos perfis médios de respostas, pode ser feita através do exame do gráfico de dispersão das médias observadas em função do tempo (KOWALSKI & GUIRE, 1974), ou através de uma análise preliminar do conjunto de dados utilizando o Modelo Linear Multivariado usual (GRIZZLE & ALLEN, 1969; SINGER, 1977).

Quando existem, "a priori", informações sobre a forma da curva a ser ajustada às observações, resultantes, por exemplo, de considerações teóricas sobre o fenômeno estudado, essa primeira etapa pode ser dispensada.

O modelo linear multivariado a ser utilizado na análise preliminar, pode ser escrito como:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (4.2)$$

onde Y , X e ε são as matrizes já apresentadas anteriormente em (4.1) e β é a matriz dos parâmetros desconhecidos, de di-

mensões $g \times p$ (cada linha é constituída por p elementos que representam os valores esperados da variável resposta em cada uma das ocasiões consideradas, para um determinado tratamento).

As hipóteses estatísticas a serem testadas, devem ser expressas na forma da hipótese linear geral:

$$H_0: C\beta U = 0 \quad (4.3)$$

onde C , de dimensões $c \times g$, e U , de dimensões $p \times u$, são matrizes de constantes conhecidas, com postos c e u , respectivamente.

Testes sobre tendências de crescimento (linear, quadrático, cúbico, etc.) podem ser expressos na forma (4.3), fazendo $C = I(g)$ (matriz identidade de dimensões $g \times g$) e $U = U_j$, onde U_j é um vetor de dimensões $p \times 1$, cujos elementos correspondem aos valores do polinômio ortogonal de grau j , $j=1, 2, \dots, p-1$ calculados para $t = 1, 2, \dots, p$, que podem ser obtidos de tabelas apropriadas, como as encontradas em PEARSON & HARTLEY (1966), por exemplo.

As estatísticas utilizadas para testar as hipóteses expressas na forma (4.3) são, em geral, funções das raízes características da matriz HE^{-1} , onde:

$$H = U'\hat{\beta}'C'[C(X'X)^{-1}C']^{-1}C\hat{\beta}U$$

com $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$, é a matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido à hipótese nula e:

$$E = U'Y'[I - X(X'X)^{-1}X']YU$$

é a matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido ao erro.

No caso particular dos testes sobre tendências de crescimento, essas matrizes têm as expressões simplificadas:

$$H = U_j' Y' X(X'X)^{-1} X' Y U_j \quad e$$

$$E = U_j' Y' [I - X(X'X)^{-1} X'] Y U_j$$

Utilizando o Princípio de União-Intersecção devido a ROY (1953), obtem-se o critério da maior raiz característica de HE^{-1} , cuja estatística é $c_s = \max(c_i)$, onde c_i é a i -ésima raiz característica de HE^{-1} , $i = 1, 2, \dots, s$, com $s = \min(c, u)$.

Portanto, não se rejeita H_0 , a um nível de significância α , se $c_s \leq c(\alpha)$, onde $c(\alpha)$ é o limite superior da distribuição da maior raiz característica, quando H_0 é verdadeira.

Alguns autores, como PILLAI & BANTENGUI (1959) ou HECK (1960), obtiveram os limites superiores para a distribuição de $\theta_s = c_s(1 + c_s)^{-1}$, que corresponde à maior raiz característica de $H(H + E)^{-1}$.

Os parâmetros da distribuição de θ_s , sob a hipótese de nulidade, são:

$$s = \min(c, u), \quad m_1 = (|u - c| - 1)/2 \quad e \quad m_2 = (n - g - u - 1)/2.$$

MORRISON (1976) entre outros, reproduz as tabe

las com os limites superiores da distribuição de θ_s . Segundo esse autor, quando $s = 1$, que corresponde ao caso dos testes sobre tendências de crescimento, a matriz $H(H + E)^{-1}$ tem uma única raiz característica positiva, θ , e nesse caso a estatística:

$$F = \frac{(m_1 + 1)}{(m_2 + 1)} \frac{\theta}{1 - \theta}$$

tem distribuição F exata, com $(2m_1 + 2)$ e $(2m_2 + 2)$ graus de liberdade, sob H_0 .

Outras estatísticas disponíveis, são dadas por:

$$a) \Lambda = \prod_{i=1}^s (1 - \theta_i) = \prod_{i=1}^s (1 + c_i)^{-1} : \text{critério de Wilks}$$

$$b) T = \sum_{i=1}^s \theta_i (1 - \theta_i)^{-1} = \sum_{i=1}^s c_i : \text{critério do traço, de Lawley}$$

Hotelling

$$c) V = \sum_{i=1}^s \theta_i = \sum_{i=1}^s c_i (1 + c_i)^{-1} : \text{critério do traço de Pillai.}$$

Aproximações assintóticas, através das distribuições Quiquadrado e "F" de Snedecor, são consideradas por alguns autores como ANDERSON (1958). Alguns comentários sobre o poder dos testes, além de outros detalhes, estão presentes em MORRISON (1976) e SINGER (1977), entre outros.

Um teste de ajuste do modelo de crescimento de grau $r - 1$, pode ser expresso na forma da hipótese linear geral.

Considerando o modelo (4.1) e a transformação $[Y_1:Y_2] = Y[G_1:G_2]$, onde $G_1(p \times r)$ e $G_2(p \times v)$, com $v = p - r$, são matrizes formadas pelos valores dos polinômios ortonormais de graus $0, 1, \dots, r - 1$ e $r, r + 1, \dots, p - 1$, respectivamente, tais que $GG_1 = I(r)$ e $GG_2 = 0(r \times v)$, tem-se que:

$$[Y_1:Y_2] = X\xi G[G_1:G_2] + \varepsilon_1 = X[\xi:\gamma] + \varepsilon_1$$

onde $\gamma = 0$ se o modelo (4.1) for adequado.

Obter um teste de significância para o ajuste do modelo, corresponde a testar a hipótese:

$$H_0: E(Y_2) = X\xi GG_2 = 0$$

que é equivalente a testar a hipótese:

$$H_0: C\beta U = 0 \quad \text{com} \quad C = I(g) \quad \text{e} \quad U = G_2 \quad (4.4)$$

quando se considera o modelo linear multivariado (4.2) e $\beta = \xi G$.

As matrizes de somas de quadrados e produtos cruzados devido à hipótese nula (H) e ao erro (E) são dadas por:

$$H = G_2' Y' X(X'X)^{-1} X' Y G_2 = Y_2' X(X'X)^{-1} X' Y_2$$

$$E = Y_2' [I - X(X'X)^{-1} X'] Y_2$$

A não rejeição da hipótese (4.4) implica na aceitação do modelo de crescimento de grau $r - 1$.

4.2. Escolha de Possíveis Variáveis Auxiliares

Com a definição do grau do polinômio que se ajusta razoavelmente bem aos perfis médios de respostas, o próximo passo consiste na escolha de possíveis variáveis auxiliares que serão usadas na obtenção de estimadores de ξ ajustados por covariância.

RAO (1967) discute teoricamente o problema de escolha de variáveis auxiliares, considerando algumas estruturas especiais da matriz de covariâncias, Σ .

Essa escolha está baseada nas correlações entre as colunas de $Y_1 = YG_1$, chamadas variáveis principais ou de interesse e as colunas de $Y_2 = YG_2$, chamadas variáveis auxiliares, onde $G_1(p \times r)$ e $G_2(p \times v)$, são as matrizes apresentadas na seção anterior.

Quando as medidas da variável resposta não são tomadas a intervalos de tempo iguais, uma alternativa para a escolha das matrizes G_1 e G_2 , é tomar $G_1 = G'(GG')^{-1}$ e G_2 igual a uma base do conjunto de funções lineares gerado pelas colunas de $[I - G'(GG')^{-1}G]$. Outra alternativa, é obter os valores dos polinômios ortonormais para observações não igualmente espaçadas.

A matriz de correlações obtida a partir da matriz de somas de quadrados e produtos cruzados devido ao erro, escrita como:

$$E = [G_1:G_2]'Y'[I - X(X'X)^{-1}X']Y[G_1:G_2] = \\ = [Y_1:Y_2]'[I - X(X'X)^{-1}X'] [Y_1:Y_2],$$

correspondente ao teste da hipótese $H_0: I\beta[G_1:G_2] = 0$, pode ser particionada de tal forma que se consiga examinar as estimativas das correlações entre as variáveis de Y_1 e Y_2 .

Um teste para a hipótese de que os m coeficientes de correlação (entre as variáveis principais e as auxiliares) são nulos, está disponível em MORRISON (1976, p. 119-120).

Através desse teste, aceita-se a hipótese $\rho_{ij} = 0$ como verdadeira, a um nível α de significância, se:

$$|r_{ij}| < \tanh \left(\frac{z_{\alpha/2m}}{\sqrt{n-3}} \right)$$

onde r_{ij} é a estimativa do coeficiente de correlação ρ_{ij} , para $i = 1, 2, \dots, r-1$, $j = r, r+1, \dots, p-1$ e $z_{\alpha/2m}$ é o valor crítico da distribuição normal padrão.

As variáveis de Y_2 , cujas correlações com as variáveis de Y_1 forem consideradas não nulas, devem ser selecionadas como variáveis auxiliares e utilizadas na obtenção de estimativas de ξ , ajustadas por covariância.

Quando nem todas as variáveis de Y_2 forem selecionadas, torna-se necessário eliminar da matriz G_2 , as colunas correspondentes àquelas variáveis cujas correlações com as variáveis de Y_1 não sejam significativamente diferentes de zero e recalcular $Y_2 = YG_2$.

Se nenhuma das variáveis pertencentes a Y_2 for

selecionada como variável auxiliar, a análise deve prosseguir sem a utilização da matriz Y_2 .

4.3. Obtenção de Estimadores e Testes de Hipóteses em Modelos Lineares Multivariados de Crescimento

O modelo generalizado (4.1) pode ser reduzido à forma usual do Modelo Linear Multivariado definido por (4.2), através da seguinte transformação de variáveis, proposta por POTTHOFF & ROY (1964):

$$Y^* = Y\Delta^{-1}G'(G\Delta^{-1}G')^{-1} \quad (4.5)$$

onde Δ , de dimensões $p \times p$, é uma matriz simétrica positiva definida, ou qualquer matriz não singular, tal que $G\Delta^{-1}G'$ tenha posto completo.

Essa transformação preserva as suposições associadas ao modelo (4.2), quais sejam, que as linhas da matriz $Y^*(n \times r)$ são não correlacionadas entre si e cada linha y_{ij} obedece a uma distribuição normal r -variada, com vetor de valores esperados:

$$E(Y^*) = X\xi G\Delta^{-1}G'(G\Delta^{-1}G')^{-1} = X\xi$$

e matriz de covariâncias, Σ^* , positiva definida, de dimensões $r \times r$, cuja expressão é:

$$\Sigma^* = (G\Delta^{-1}G')^{-1}G\Delta^{-1}\Sigma\Delta^{-1}G'(G\Delta^{-1}G')^{-1}$$

Nessas condições, pode-se utilizar os resultados conhecidos da Análise de Variância Multivariada para fazer inferências sobre os parâmetros da matriz ξ . Por exem-

plô, o estimador não viciado de ξ , obtido através do método dos mínimos quadrados, é dado por:

$$\hat{\xi}^* = (X'X)^{-1}X'Y^* = (X'X)^{-1}X'Y\Delta^{-1}G'(G\Delta^{-1}G')^{-1} \quad (4.6)$$

e sua variância, pode ser escrita como:

$$\text{Var}(\hat{\xi}^*) = (X'X)^{-1} \otimes (G\Delta^{-1}G')^{-1} G\Delta^{-1} \Sigma \Delta^{-1} G' (G\Delta^{-1}G')^{-1} \quad (4.7)$$

onde $\otimes$ indica o produto direto ou de Kronecker.

A escolha da matriz de ponderação, Δ , afeta a variância dos estimadores, a precisão dos intervalos de confiança e o poder dos testes de hipóteses.

Apesar do estimador (4.6) ser não viesado, independentemente da escolha da matriz Δ , sua variância aumenta à medida que Δ^{-1} se afasta de Σ^{-1} .

Quando $r = p$, que corresponde a ajustar um polinômio de grau $p - 1$ aos perfis médios de respostas, não existe necessidade de introduzir a matriz de ponderação, Δ , pois a matriz $G(p \times p)$ é inversível e a transformação sugerida é $Y^* = YG^{-1}$.

Quando não se tem informações sobre a estrutura da matriz de covariâncias, pode-se tomar $\Delta = I(r)$. Com essa escolha há uma considerável simplificação nos cálculos, quando a matriz G é formada pelos valores de polinômios ortonormais.

A escolha ótima da matriz de ponderação é $\Delta = \Sigma$, que não é possível porque a matriz de covariâncias, Σ , é desconhecida.

Uma alternativa, quando for disponível uma estimativa razoável de Σ calculada através dos dados de um experimento independente, é tomar Δ igual a essa estimativa.

POTTHOFF & ROY (1964) não comentam a escolha $\Delta = S$, onde $S = (n-g)^{-1} Y' [I - X(X'X)^{-1} X'] Y$ é uma estimativa de Σ obtida através dos próprios dados.

Entretanto, KHATRI (1966) obtém o estimador de máxima verossimilhança de ξ , supondo distribuição normal p-variada para os dados, que tem a mesma expressão (4.6), exceto que Δ é substituída pela matriz S .

De acordo com RAO (1965), o modelo (4.1) pode ser reduzido ao modelo usual de Análise de Covariância Multivariada e escrito como:

$$E(Y_1/Y_2) = X\xi + Y_2\eta \quad (4.8)$$

onde $Y_1 (n \times r)$ é a matriz de respostas de interesse, X e ξ têm a mesma interpretação dada anteriormente, $Y_2 (n \times v)$ é a matriz de variáveis auxiliares, tal que $E(Y_2) = 0$ e $\eta (v \times r)$ é a matriz de parâmetros correspondentes.

Como $E(Y_1) = E(YG_1) = X\xi GG_1 = X\xi$ e $E(Y_2) = E(YG_2) = X\xi GG_2 = 0$, conclui-se que Y_1 é formada por r vetores pertencentes ao espaço de estimação, e Y_2 , por v vetores pertencentes ao espaço de erros.

O modelo (4.8) incorpora, no processo de estimação de ξ , a informação contida nas variáveis auxiliares, Y_2 , que é ignorada quando se considera a transformação de variáveis (4.5) com $\Delta = I$.

Dessa maneira, o estimador de ξ ajustado por covariância, pode ser mais eficiente que o obtido diretamente do modelo $E(Y_1) = X\xi$, que corresponde à solução proposta por POTTHOFF & ROY (1964) com $\Delta = I$.

O estimador de ξ ajustado por covariância, quando todas as variáveis de Y_2 são usadas como variáveis auxiliares, é equivalente ao estimador de máxima verossimilhança obtido por KHATRI (1966) e tem a seguinte expressão:

$$\hat{\xi}_s = (X'X)^{-1}X'YS^{-1}G'(GS^{-1}G')^{-1} \quad (4.9)$$

De acordo com GRIZZLE & ALLEN (1969), a matriz de covariâncias de $\hat{\xi}_s$, pode ser consistentemente estimada por:

$$\widehat{\text{var}}(\hat{\xi}_s) = \frac{n - g - 1}{(n - g - v - 1)} (X'X)^{-1}G(\hat{\Sigma}^{-1}G')^{-1} \quad (4.10)$$

onde $\hat{\Sigma} = (n - g - v)^{-1} Y'[I - X(X'X)^{-1}X']Y$.

A distribuição condicional de $\hat{\xi}$, dadas as observações transformadas Y_2 , é normal gr-variada; a distribuição incondicional de $\hat{\xi}_s$ foi estudada por GLESSER & OLKIN (1970) e KABE (1975), mas não admite uma forma de expressão simples.

De acordo com RAO (1966, 1967), nem sempre a inclusão de todas as v colunas de Y_2 como variáveis auxiliares no modelo (4.1), produz um estimador de ξ mais eficiente. Em certos casos, é mais interessante incluir somente um subconjunto dessas variáveis.

A escolha de um subconjunto de variáveis auxiliares já foi tratada na seção 4.2..

Quando se eliminam q variáveis (colunas) de Y_2 , que não contêm informações sobre ξ , o modelo resultante tem a forma (4.8), com Y_2 substituída por uma matriz Y_2^* , de dimensões $n \times (v - q)$.

O estimador de ξ correspondente tem a expressão (4.9), com S substituída por uma outra matriz S^* que leva em conta a eliminação das q colunas de Y_2 .

Testes de hipóteses da forma $H_0: C\xi U = 0$, onde C , de dimensões $c \times g$ e U , de dimensões $r \times u$, são matrizes de constantes conhecidas, de postos c e u , respectivamente, são obtidos de maneira análoga à indicada na seção 4.1..

Em particular, utilizando o modelo reduzido de POTTHOFF & ROY (1964), as matrizes H e E , têm as seguintes expressões:

$$H = U' \hat{\xi}^* C' [C(X'X)^{-1}C']^{-1} C \hat{\xi}^* U$$

$$E^* = U' Y^* [I - X(X'X)^{-1}X'] Y^* U,$$

utilizando-se o modelo condicional (4.8), tem-se:

$$H = U' \hat{\xi}_s' C' [CRC']^{-1} (C \hat{\xi}_s U)$$

$$E_s = U' Y_s' [I - X(X'X)^{-1}X'] Y_s U = U' (GS^{-1}G')^{-1} U$$

onde $R = (X'X)^{-1} + (X'X)^{-1}X'Y[S^{-1} - S^{-1}G'(GS^{-1}G')^{-1}GS^{-1}]Y'X(X'X)^{-1}$
e $Y_s = YS^{-1}G'(GS^{-1}G')^{-1}$, cujos parâmetros são $s = \min(c, u)$,
 $m_1 = (|u - c| - 1)/2$ e $m_2 = (n - g - v - u - 1)$.

Observe-se que, quando um subconjunto de $v - q$ variáveis auxiliares é incluído no modelo (4.8), as matrizes H e E_s são semelhantes às definidas acima, mas S deve ser substituída por S^* e $m_2 = [n - g - (v - q) - u - 1]/2$.

A adoção do modelo condicional (4.8), permite testar a conveniência da inclusão de um particular subconjunto de variáveis auxiliares no modelo.

A hipótese de inclusão das v variáveis do espaço de erros no modelo, pode ser expressa na forma (4.3), com:

$$C = [0(v \times g): I(v)], \quad \beta = [\xi': \eta']' \quad e \quad U = I(r)$$

As matrizes H e E , nesse caso, têm as seguintes expressões:

$$H = \hat{\eta}' [CR^*C']^{-1} \hat{\eta} \quad e \quad E = (G'S^{-1}G)^{-1}$$

onde $\hat{\eta}$ é o estimador de mínimos quadrados de η , e R^* , de dimensões $v \times v$, é o menor inferior direito de $(D'D)^{-1}$, onde $D = [X:Y_2]$.

Utilizando o Princípio de União-Intersecção de vido a ROY (1953), intervalos de confiança simultâneos, com coeficiente de confiança $100(1 - \alpha)\%$, podem ser obtidos para todas as formas bilineares $\underline{a}'C\xi U\underline{b}$, onde $\underline{a}$ e $\underline{b}$ são vetores de constantes conhecidas, de dimensões $c \times 1$ e $u \times 1$, respectivamente.

No caso da redução de POTTHOFF & ROY (1964), tem-se:

$$\underline{a}'C\hat{\xi}^*U\underline{b} \pm \sqrt{\theta_s^\alpha (\underline{b}'E^*\underline{b}) [\underline{a}'C(X'X)^{-1}C'\underline{a}]}$$

onde E^* já foi definido anteriormente e θ_s^α é o α -ésimo percentil superior da distribuição de θ_s , com os mesmos parâmetros citados na seção 4.1..

No caso da redução de RAO (1965, 1966, 1967), tem-se:

$$\underline{a}' \widehat{C \xi}_s \underline{U} \underline{b} = \sqrt{\theta_s^\alpha (\underline{b}' E_s \underline{b}) [\underline{a}' C R C' \underline{a}]}$$

onde E_s e R já foram definidos anteriormente e θ_s^α é o α -ésimo percentil superior da distribuição de θ_s , com os parâmetros $s = \min(c, u)$, $m_1 = (|u - c| - 1)/2$ e $m_2 = (n - g - v - c - 1)/2$.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com a metodologia proposta, os dados apresentados nas Tabelas 1.A e 2.A do Apêndice foram analisados com o objetivo de determinar a classe dos polinômios de menor grau que melhor se ajustam aos perfis médios da variável peso vivo, numa tentativa de explicar o comportamento temporal dessa variável, através de uma estrutura mais simples.

As análises foram feitas utilizando o programa MOLIMU - Modelos Lineares Multivariados, desenvolvido para microcomputadores de dezesseis bits.

Os resultados, bem como uma breve discussão dos mesmos, são apresentados a seguir.

5.1. Experimento com Frangos de Corte

As médias dos pesos vivos semanais das aves (machos e fêmeas) e respectivos erros padrões estimados, são apresentados na Tabela 3.A do Apêndice.

A matriz abaixo, que apresenta acima da diagonal principal, as estimativas das variâncias e covariâncias

entre as medidas tomadas nos instantes $t_1, t_2, \dots, t_7$, e abaixo da diagonal as estimativas das correlações entre essas medidas, pode fornecer uma indicação da conveniência de se utilizar uma técnica de análise multivariada.

174,25	291,69	377,38	499,49	546,09	458,91	599,88
0,86	664,49	941,45	1159,07	1130,86	1098,79	1199,77
0,60	0,77	2245,54	2612,51	2412,20	2604,93	2449,32
0,56	0,66	0,81	4602,06	4826,25	5034,71	4818,37
0,42	0,45	0,52	0,73	9501,78	9998,69	11064,30
0,30	0,37	0,48	0,65	0,90	12998,76	14674,12
0,33	0,34	0,38	0,52	0,83	0,94	18865,61

Pode-se perceber a presença de correlação serial entre as medidas tomadas no tempo (BOX, 1950; DANFORD *et alii*, 1960; COLE & GRIZZLE, 1966 e BJÖRNSSON, 1978, entre outros) e um nítido aumento do valor da variância ao longo do tempo, que é uma característica comum de ensaios com animais (EVANS & ROBERTS, 1979, entre outros).

Examinando a Figura 1, pode-se supor que o comportamento temporal da variável peso vivo, para os dois grupos de frangos de corte (machos e fêmeas), seja razoavelmente explicado por um polinômio do primeiro ou segundo grau.

Para as duas primeiras etapas da análise, considerou-se o modelo (4.2), com:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{1}_{13} & \tilde{0}_{13} \\ \tilde{0}_{19} & \tilde{1}_{19} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{17} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{27} \end{bmatrix}$$

32 2 2 7

e $Y(32 \times 7)$, correspondendo à matriz dos pesos das aves, tomados na 1ª, 2ª, ..., 7ª semanas de idade.

Figura 1. Perfis médios dos pesos vivos dos frangos de corte Hubbard em função do tempo.

Testes sobre tendências de crescimento são considerados de acordo com o procedimento descrito na seção 4.1..

Como os pesos das aves foram tomados em intervalos de tempo iguais, as matrizes $U = U_j$, usadas nesses testes, correspondem aos valores dos polinômios ortogonais de graus $j = 1, 2$ e 3 , calculados nos pontos $t = 1, 2, \dots, 7$.

Através dos resultados apresentados na Tabela 5.1., pode-se perceber que existe uma certa tendência de crescimento quadrático da variável peso vivo, para os dois grupos de frangos.

Tabela 5.1. Resultados dos testes sobre tendências de crescimento polinomial da variável peso vivo em frangos de corte.

Tendência de crescimento	U_j^1	Estatística "F"	Nível de significância
linear	$[-3 \ -2 \ -1 \ 0 \ 1 \ 2 \ 3]$	2634,35	0,001
quadrático	$[\ 5 \ 0 \ -3 \ -4 \ -3 \ 0 \ 5]$	163,82	0,001
cúbico	$[-1 \ 1 \ 1 \ 0 \ -1 \ -1 \ 1]$	6,66	0,004

Para todos os testes sobre tendências de crescimento, as estatísticas envolvidas têm distribuição "F" exata, com 2 e 30 graus de liberdade.

Testes de ajustes de modelos polinomiais de graus $r - 1 = 1, 2$ e 3 , foram considerados através do procedimento descrito na seção 4.1.. Os resultados correspondentes são apresentados na Tabela 5.2..

Como os níveis de significância correspondentes às aproximações "F", com n' e m' graus de liberdade, para as estatísticas de Wilks, Lawley-Hotelling e Pillai, são menores que 0,001 para todos os modelos testados, pode-se concluir que os perfis médios de resposta não podem ser repre-

sentados por nenhum desses polinômios.

Tabela 5.2. Resultados dos testes para determinação dos polinômios de menor grau com ajuste aceitável aos perfis médios de pesos vivos de frangos de corte.

Grau do polinômio ajustado	Estatísticas observadas						
	Roy	Parâmetros			Wilks	Lawley-	
		s	m ₁	m ₂		Hotelling	Pillai
1	0,970	2	1	12	79,467	82,934	7,495
					n'=10 m'=52	m'=50	m'=54
2	0,872	2	0,5	12,5	30,601	22,931	7,957
					n'=8 m'=54	m'=52	m'=56
3	0,816	2	0	13	22,946	20,990	9,681
					n'=6 m'=56	m'=54	m'=58

Apesar desses resultados, optou-se por um polinômio do segundo grau para explicar o comportamento temporal da variável peso vivo, para os dois grupos de frangos, tendo como base o fato de que durante esse período de vida (até 49 dias de idade), essas aves apresentam ganhos de peso crescentes (NORTH, 1978) e o polinômio de menor grau que reflete esse comportamento é o do segundo grau.

Os pesos médios para os dois grupos de frangos ($i = 1$: fêmeas e $i = 2$: machos) no instante t_k , podem ser escritos como:

$$\mu_{ik}(t_k) = \xi_{i0}^* \phi_0(t_k) + \xi_{i1}^* \phi_1(t_k) + \xi_{i2}^* \phi_2(t_k).$$

Obedecendo à estratégia de análise proposta, obteve-se a transformação: $[Y_1:Y_2] = Y[G_1:G_2]$, onde G_1 é uma matriz de dimensões 7×3 , cujas colunas são formadas pelos valores dos polinômios ortonormais de graus 0, 1 e 2, calculados nos pontos 1, 2, ..., 7; e G_2 , é uma matriz de dimensões 7×4 , formada pelos valores dos polinômios ortonormais de graus 3, 4, 5 e 6, calculados nos mesmos pontos.

Procedendo-se ao teste de hipóteses sugerido na seção 4.2, obteve-se a matriz de correlações abaixo:

Y ₁			Y ₂				
1,00	0,890	0,134	-0,425	-0,073	0,168	0,192	Y ₁
	1,000	0,496	-0,496	-0,323	0,245	0,316	
		1,000	0,096	-0,555	0,158	0,324	
			1,000	0,264	-0,511	-0,278	Y ₂
				1,000	0,055	-0,367	
					1,000	0,469	
						1,000	

O teste sugerido por MORRISON (1976), com um nível de significância $\alpha = 0,05$ para os $m = 12$ coeficientes de correlação e $n = 32$, apresenta um valor crítico igual a 0,486.

As únicas variáveis do espaço de erros (colunas de Y_2), que podem ser consideradas candidatas à inclusão como variáveis auxiliares no modelo, são as correspondentes aos polinômios de graus 3 e 4, ou seja, primeira e segunda colunas de Y_2 .

Para efeito de comparação de resultados, foram adotados dois modelos alternativos de análise: o primeiro, sem a inclusão de variáveis auxiliares e o segundo, incluindo as variáveis auxiliares sugeridas anteriormente.

Para ajustar os polinômios de segundo grau aos perfis médios de resposta sem a inclusão de variáveis auxiliares, considerou-se o modelo (4.1), a transformação de variáveis $Y_1 = YG_1$, que coincide com a transformação proposta em (4.5) com $\Delta = I$, a matriz de planejamento X , definida anteriormente e:

$$\xi = \begin{matrix} & \begin{matrix} \xi_{10}^* & \xi_{11}^* & \xi_{12}^* \end{matrix} \\ \begin{matrix} \xi_{20}^* \\ \xi_{21}^* \\ \xi_{22}^* \end{matrix} & \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

Para o ajuste com inclusão de variáveis auxiliares, considerou-se o modelo (4.8), com Y_1 , X e ξ mencionadas acima, $Y_2 = YG_2$, onde G_2 é uma matriz de dimensões 2×7 , formada pelos valores dos polinômios ortonormais de graus 3 e 4, calculados nos pontos $t = 1, 2, \dots, 7$, e:

$$\eta = \begin{matrix} & \begin{matrix} \eta_{10} & \eta_{11} & \eta_{12} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \eta_{20} \\ \eta_{21} \\ \eta_{22} \end{matrix} & \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

As estimativas dos parâmetros ξ e seus respectivos erros padrões, são apresentados na Tabela 5.3..

Examinando as colunas referentes aos erros padrões estimados, pode-se observar que as estimativas obtidas

com a inclusão de variáveis auxiliares, são ligeiramente mais precisas do que aquelas obtidas sem a inclusão das mesmas.

Tabela 5.3. Estimativas dos parâmetros dos polinômios do segundo grau e respectivos erros padrões estimados, para os dois grupos de frangos de corte.

i	Estimativas dos parâmetros			Erros padrões estimados			Colunas de Y_2
	ξ_{10}^*	ξ_{11}^*	ξ_{12}^*				incluídas no modelo
1	879,2857	276,5440	15,9176	17,1173	6,6631	1,6884	nenhuma
2	997,4887	328,2049	21,5796	14,1589	5,5115	1,3966	
1	868,1819	264,8292	12,1073	16,6064	6,0425	1,4380	1 ^a e 2 ^a
2	981,5460	314,4855	17,9905	13,7363	4,9982	1,1895	

i = 1: fêmeas

i = 2: machos.

A inclusão das duas variáveis auxiliares sugeridas acima foi testada de acordo com a estratégia delineada na seção 4.3 e resultou ser significativa. As estatísticas observadas são apresentadas abaixo:

Roy	s	m_1	m_2	Wilks	Lawley- Hotelling	Pillai
0,724	2	0	12	18,31	13,16	10,37
				n' = 6 m' = 52	m' = 50	n' = 54

Os níveis de significância correspondentes às aproximações "F", com n' e m' graus de liberdade, para as estatísticas de Wilks, Lawley-Hotelling e Pillai, foram menores que 0,001.

As equações ajustadas para o peso médio das fêmeas ($i = 1$) e machos ($i = 2$), assumindo o modelo quadrático de crescimento com a inclusão das duas variáveis auxiliares, podem ser escritas como:

$$\hat{\mu}_1(t) = -45,8474 + 167,9708 t + 12,1073 t^2$$

$$\hat{\mu}_2(t) = -60,5107 + 170,5618 t + 17,9905 t^2$$

para $t = 1, 2, 3, \dots, 7$ semanas.

O gráfico dessas duas equações, bem como os pesos médios observados para os dois grupos de aves, são apresentados na Figura 2.

Derivando-se $\hat{\mu}_1(t)$ e $\hat{\mu}_2(t)$ em relação a t , obtêm-se as equações que fornecem estimativas das taxas instantâneas de crescimento de peso, quais sejam:

$$\frac{d\hat{\mu}_1}{dt}(t) = 167,9708 + 24,2146 t$$

$$\frac{d\hat{\mu}_2}{dt}(t) = 170,5618 + 35,9810 t$$

Pode-se testar a hipótese de que os coeficientes dos termos de primeiro e segundo grau das duas curvas sejam simultaneamente iguais ($\xi_{11}^* = \xi_{21}^*$; $\xi_{12}^* = \xi_{22}^*$).

Figura 2. Equações ajustadas do modelo quadrático de crescimento em peso vivo de frangos de corte e pesos médios observados.

A hipótese equivalente em termos de contrastes da forma $C\beta U$ pode ser escrita como:

$$H_0: C\beta U = 0 \quad \text{onde} \quad C = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0], \quad \beta = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad U = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As estatísticas do teste têm distribuição "F" exata com $n'=2$ e $m'=27$ graus de liberdade sob a hipótese da nulidade e os valores obtidos foram $F = 43,92$ para os critérios de Roy e Wilks e $F = 21,18$ para os critérios de Lawley-Hotelling e Pillai.

Os níveis de significância correspondentes às estatísticas "F", com n' e m' graus de liberdade, foram menores que 0,001 indicando que a hipótese deve ser rejeitada, ou seja, as taxas de crescimento da variável peso vivo, em frangos de corte, devem ser consideradas diferentes para os diferentes sexos.

5.2. Experimento com Poedeiras

As médias dos pesos vivos das poedeiras, tomados em intervalos de duas semanas e respectivos erros padrões estimados, são apresentados na Tabela 4.A do Apêndice.

A matriz abaixo, apresenta as estimativas das variâncias e covariâncias entre as medidas tomadas nos instantes t_1 , t_2 , ..., t_8 , acima da diagonal principal e as estimativas das correlações entre essas medidas, abaixo da diagonal.

139,13	257,08	370,63	385,43	361,56	395,75	127,92	257,18
0,72	919,75	1320,60	1502,21	1386,34	1418,67	779,97	963,35
0,64	0,89	2374,43	2460,31	2381,47	2680,86	1388,53	1749,02
0,59	0,89	0,91	3079,47	3193,64	3501,31	2669,12	2625,64
0,47	0,70	0,74	0,88	4329,08	3915,36	4073,55	3713,66
0,34	0,48	0,56	0,65	0,61	9505,83	5562,27	5217,33
0,07	0,18	0,20	0,33	0,43	0,39	21029,08	9785,02
0,25	0,36	0,41	0,54	0,65	0,61	0,77	7595,87

Pode-se perceber a presença da correlação serial entre as medidas tomadas no tempo e um aumento do valor da variância dos pesos, ao longo do tempo.

Examinando a Figura 3, pode-se supor que o comportamento temporal da variável peso vivo, para as duas linhagens de poedeiras, seja razoavelmente explicado por um polinômio no segundo ou terceiro grau.

Figura 3. Perfis médios dos pesos vivos de poedeiras Hy Line Brown e Hy Line White em função do tempo.

Para as duas primeiras etapas da análise, considerou-se o modelo (4.2), com:

$$X = \begin{bmatrix} \tilde{1}_{18} & \tilde{0}_{18} \\ \tilde{0}_{22} & \tilde{1}_{22} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{18} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{28} \end{bmatrix}$$

40 2 2 8

e Y (40 x 8), correspondendo à matriz dos pesos vivos das aves, tomados na 1ª, 3ª, ..., 15ª semanas de idade.

Testes sobre tendências de crescimento são considerados de acordo com o procedimento descrito na seção 4.1..

Como os pesos das aves foram tomados em intervalos de tempo iguais, as matrizes $U = U_j$, usadas nesses testes, correspondem aos valores dos polinômios ortogonais de graus $j = 1, 2, 3$ e 4 , calculados nos pontos $t = 1, 2, \dots, 8$.

Examinando os resultados apresentados na Tabela 5.4., pode-se perceber que existe uma certa tendência de crescimento cúbico para a variável peso vivo, para as duas linhagens.

Tabela 5.4. Resultados dos testes sobre tendências de crescimento polinomial da variável peso vivo em poedeiras.

Tendência de crescimento	U_j	Estatística "F"	Nível de significância
linear	$[-7 \quad -5 \quad -3 \quad -1 \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad 7]$	2367,84	0,001
quadrático	$[7 \quad 1 \quad -3 \quad -5 \quad -5 \quad -3 \quad 1 \quad 7]$	100,32	0,001
cúbico	$[-7 \quad 5 \quad 7 \quad 3 \quad -3 \quad -7 \quad -5 \quad 7]$	165,03	0,001
4º grau	$[7 \quad -13 \quad -3 \quad 9 \quad 9 \quad -3 \quad -13 \quad 7]$	4,32	0,020

Para todos os testes sobre tendências de crescimento, as estatísticas envolvidas têm distribuição "F" exata, com 2 e 38 graus de liberdade.

Testes de ajustes de modelos polinomiais de graus $r - 1 = 1, 2$ e 3 foram considerados através do procedimento descrito na seção 4.1 e os resultados correspondentes, são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.5. Resultados dos testes para determinação dos polinômios de menor grau com ajuste aceitável aos perfis médios da variável peso vivo de poedeiras.

Grau do polinômio ajustado	Estatísticas observadas						
	Roy	Parâmetros			Wilks	Lawley- Hotelling	Pillai
		s	m ₁	m ₂			
1	0,970	2	1,5	15,5	186,217	93,405	31,814
					n'=12 m'=66	m'=64	m'=68
2	0,967	2	1	16	178,351	108,153	38,584
					n'=10 m'=68	m'=66	m'=70
3	0,726	2	0,5	16,5	26,459	13,889	11,180
					n'=8 m'=70	m'=68	m'=72

Como os níveis de significância correspondentes às aproximações "F", com n' e m' graus de liberdade, para as estatísticas de Wilks, Lawley-Hotelling e Pillai, são menores que 0,001 para todos os modelos, pode-se concluir que nenhum desses polinômios representam bem os perfis médios de respostas.

De acordo com os dados de peso vivo de poedeiras criadas sem restrição alimentar encontrados nos guias de manejo¹, as aves apresentam ganhos de peso crescentes até aproximadamente a décima semana de idade, onde atingem o ponto de máximo ganho de peso; a partir dessa idade, os ganhos de peso ainda positivos tornam-se decrescentes.

O polinômio de menor grau que reflete esse fenômeno em que a taxa de crescimento instantâneo é positiva (ganhos de peso crescentes) num certo intervalo, com um ponto de inflexão (ponto de máximo ganho de peso) e um intervalo em que a taxa de crescimento instantâneo é negativa (ganhos de peso positivos e decrescentes), é o do terceiro grau.

Assim sendo, os pesos médios para as duas linhagens de poedeiras ($i = 1$: Hy Line Brown e $i = 2$: Hy Line White) no instante t_k , podem ser escritos como:

$$\mu_{ik}(t_k) = \xi_{i0}^* \phi_0(t_k) + \xi_{i1}^* \phi_1(t_k) + \xi_{i2}^* \phi_2(t_k) + \xi_{i3}^* \phi_3(t_k)$$

De acordo com a estratégia proposta, obteve-se a transformação $[Y_1:Y_2] = Y[G_1:G_2]$, onde G_1 é uma matriz de dimensões 8×4 , cujas colunas correspondem aos valores dos polinômios ortonormais de graus 0, 1, 2 e 3, calculados nos instantes $t = 1, 2, \dots, 8$, e G_2 é uma matriz de dimensões 8×4 , cujas colunas correspondem aos valores dos polinômios ortonormais de graus 4, 5, 6 e 7, calculados nos mesmos pontos.

¹ Guia de Manejo: Hy-Line Variedad W-77, Iowa, 1986.
Guia de Manejo: Hy-Line Brown, Iowa, 1986.

As estimativas dos parâmetros e de seus respectivos erros padrões são apresentados na Tabela 5.6.

Através desses resultados pode-se avaliar que a análise feita incluindo a primeira variável auxiliar (primeira coluna de Y_2), resulta em um decréscimo sensível na variância estimada das estimativas de todos os coeficientes dos polinômios, o mesmo não acontecendo nos modelos que incluem todas ou nenhuma das variáveis auxiliares.

A inclusão das primeira e segunda variáveis auxiliares provoca um decréscimo tão sensível quanto a inclusão da primeira variável somente.

Os resultados dos testes sobre a inclusão dos subconjuntos de variáveis auxiliares, já mencionados, são apresentados na Tabela 5.7.

A inclusão de cada um dos subconjuntos de variáveis auxiliares, resultou ser significativa, pois os níveis de significância correspondentes às aproximações "F", com n' e m' graus de liberdade, para as estatísticas de Wilks, Lawley-Hotelling e Pillai, foram menores que 0,001.

As equações ajustadas para o peso vivo de poedeiras Hy Line Brown ($i = 1$) e Hy Line White ($i = 2$), assumindo o modelo cúbico de crescimento com a inclusão da primeira variável auxiliar, podem ser escritas como:

$$\hat{\mu}_1(t) = 93,2218 + 29,6298 t + 14,1325 t^2 - 0,6934 t^3$$

$$\hat{\mu}_2(t) = 93,7462 + 6,6386 t + 13,6588 t^2 - 0,6487 t^3.$$

Tabela 5.6. Estimativas dos parâmetros dos polinômios do terceiro grau e respectivos erros padrões estimados, para as duas linhagens de poedeiras.

i	Estimativas dos parâmetros			ξ_{i3}^*	Erros padrões estimados			Colunas de Y_2 incluídas no modelo	
	ξ_{i0}^*	ξ_{i1}^*	ξ_{i2}^*						
1	832,7159	98,6190	-9,3977	-8,9029	11,2393	1,7263	0,8757	0,5896	nenhuma
2	637,1042	73,2232	-8,9507	-6,5852	12,4255	1,9085	0,9681	0,6518	
1	827,0506	96,9663	-10,0342	-8,3205	10,7617	1,2861	0,7670	0,4263	1ª
2	648,7695	76,6263	-7,6402	-7,7844	11,8975	1,4219	0,8479	0,4713	
1	835,9854	99,7075	-8,8024	-8,1399	11,1883	1,4970	0,7341	0,5693	2ª
2	647,2362	76,5962	-7,1059	-7,3196	12,3691	1,6550	0,8115	0,6294	
1	821,9290	96,3847	-9,0641	-7,1221	10,9939	1,3147	0,7521	0,3261	1ª e 2ª
2	646,0637	76,3191	-7,1277	-7,1513	12,1542	1,4535	0,8315	0,3605	
1	819,9512	96,8685	-8,6541	-7,4078	11,2885	1,3407	0,7586	0,3182	1ª, 2ª e 3ª
2	650,0315	75,3486	-7,9503	-6,5780	12,4799	1,4822	0,8387	0,3517	

i = i : Hy Line Brown i = 2 : Hy Line White

Tabela 5.7. Estatísticas observadas nos testes de inclusão de subconjuntos de variáveis auxiliares no modelo cúbico de crescimento em peso de poedeiras.

Roy	s	m ₁	m ₂	Estatísticas observadas			Variáveis auxiliares incluídas
				Wilks	Lawley-Hotelling	Pillai	
0,848	3	0	15	9,03	15,61	5,81	1. ^a , 2. ^a e 3. ^a
				n'=12 m'=77	m'=92	m'=102	
0,827	2	0,5	15,5	33,69	21,00	11,56	1. ^a e 2. ^a
				n'=8 m'=66	m'=64	m'=68	
0,503	1	1	16	37,41	8,59	3,59	2. ^a
				n'=4 m'=34	m'=34	m'=34	
0,764	1	1	16	119,78	27,52	27,52	1. ^a
				n'=4 m'=34	m'=34	m'=34	

O gráfico dessas equações, bem como os pesos médios observados dos dois grupos de poedeiras são apresentados na Figura 4.

Derivando-se $\hat{\mu}_1(t)$ e $\hat{\mu}_2(t)$ em relação a t obtêm-se as respectivas equações das taxas instantâneas de crescimento de peso, quais sejam:

$$\frac{d\hat{\mu}_1}{dt}(t) = 29,6298 + 28,2650 t - 2,0802 t^2$$

$$\frac{d\hat{\mu}_2}{dt}(t) = 6,6386 + 27,3176 t - 1,9461 t^2.$$

Figura 4. Equações ajustadas do modelo cúbico de crescimento em peso vivo de poedeiras e pesos médios observados.

Pode-se testar a hipótese de que os coeficientes dos termos de primeiro, segundo e terceiro grau das duas curvas sejam simultaneamente iguais ($\xi_{11}^* = \xi_{21}^*$; $\xi_{12}^* = \xi_{22}^*$; $\xi_{13}^* = \xi_{23}^*$).

A hipótese equivalente em termos de contrastes da forma $C\beta U$ pode ser escrita da forma:

$$H : C\beta U = 0 \quad \text{onde } C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \xi \\ - \\ \eta \end{bmatrix} \quad \text{e } U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As estatísticas do teste têm distribuição "F" exata com $n' = 3$ e $m' = 35$ graus de liberdade sob a hipótese H_0 e os valores obtidos foram $F = 110,17$ para os critérios de Roy e Wilks e $F = 34,74$ para os critérios de Lawley-Hotelling e Pillai.

Os níveis de significância correspondentes às estatísticas "F", com n' e m' graus de liberdade, foram menores que 0,001 indicando que a hipótese deve ser rejeitada, ou seja, as taxas de crescimento da variável peso vivo, em poedeiras, devem ser consideradas diferentes para as diferentes linhagens.

Os pontos de máximo ganho de peso para as poedeiras Hy Line Brown e Hy Line White, estimados através dos polinômios foram, respectivamente, 6,8 e 7,0 semanas.

6. CONCLUSÕES

O estudo feito de acordo com a metodologia apresentada, utilizando como material dados de peso vivo de frangos de corte e de poedeiras, permitiu as seguintes conclusões:

1) O polinômio de menor grau que melhor se ajustou aos perfis médios de pesos dos dois grupos de frangos de corte foi o do segundo grau; para as duas linhagens de poedeiras foi o polinômio do terceiro grau.

2) As estimativas dos parâmetros dos polinômios, utilizando subconjuntos de variáveis auxiliares, foram mais precisas que as estimativas obtidas sem ajuste por covariância.

3) As taxas de crescimento da variável peso vivo, dentro dos intervalos de tempo estudados, foram consideradas diferentes para frangos de corte de sexos diferentes e também para poedeiras de linhagens diferentes.

LITERATURA CITADA

- ANDERSON, T.W. Introduction to multivariate statistical analysis. New York, John Wiley & Sons, 1958.
- ANDRADE, D.F. & SINGER, J.M. Análise de dados longitudinais. *In*: VII SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, Campinas, 1986.
- AUBIN, E.C.Q. Análise de experimentos com medidas repetidas. São Paulo, 1984. (Mestrado - Universidade de São Paulo).
- BAKSALARY, J.K.; CORSTEN, L.C.A. & KALA, R. Reconciliation of two different views on estimation of growth curve parameters. Biometrika, Cambridge, 65:662-665, 1978.
- BJÖRNSSON, H. Analysis of a series of long term grassland experiments with autocorrelated errors. Biometrics, Raleigh, 34:645-651, 1978.
- BOX, G.E.P. Problems in the analysis of growth and wear curves. Biometrics, Raleigh, 6:362-389, 1950.
- BRYANT, E. & GILLINGS, D. Statistical analysis of longitudinal repeated measures designs. *In*: SEN, P.K., ed. Biostatistics, Statistics in Biomedical, Public Health and Enviromental Sciences. North-Holland, Amsterdan, 1985. p. 251-282.

- COLE, J.W.L. & GRIZZLE, J.E. Applications of multivariate analysis of variance to repeated measurements experiments. Biometrics, Raleigh, 22:810-828, 1966.
- DANFORD, M.B.; HUGHES, H.M.; McNEE, R.C. On the analysis of repeated-measurements experiments. Biometrics, Raleigh, 16:547-565, 1960.
- ELSTON, R.C. & GRIZZLE, J.E. Estimation of time-response curves and their confidence bands. Biometrics, Raleigh, 18:148-159, 1962.
- EVANS, J.C. & ROBERTS, E.A. Analysis of sequential observations with applications to experiments on grazing animals and perennial plants. Biometrics, Raleigh, 3:687-693, 1979.
- FEDER, P.I. On the asymptotic distribution theory in segmented regression problems - identified case. Annals of Statistics, 3(1):49-83, 1975.
- GEISSER, S. Growth curve analysis. In: KRISHNAIAH, P.R., ed. Handbook of statistics. North Holland, Amsterdam, 1980. vol. 1, p. 89-115.
- GLESSER, L.J. & OLKIN, I. Linear models in multivariate analysis. In: BOSE, R.C., ed. Essays in probability and statistics. Chapel Hill, University of North Carolina Press, 1970. p. 267-292.
- GRIZZLE, J.E. & ALLEN, D.M. Analysis of growth and dose response curves. Biometrics, Raleigh, 25:357-382, 1969.

- HECK, D.L. Charts of some upper percentage points of distribution of the largest characteristic root. Annals of mathematical statistics, Baltimore, 31:625-642, 1960.
- KABE, D.G. Some results for the GMANOVA model. Communications in statistics, 4:813-820, 1975.
- KHATRI, C.G. A note on MANOVA model applied to problems in growth curves. Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 18:75-86, 1966.
- KOWALSKI, C.J. & GUIRE, K.E. Longitudinal data analysis. Growth, 38:131-169, 1974.
- LEE, Y.H.K. A note on Roy's reduction of Potthoff-Roy's generalized linear model. Biometrika, Cambridge, 61:349-351, 1974.
- MORRISON, D.F. Multivariate statistical methods. 2. ed., 2. reimpressão, New York, McGraw-Hill, Inc., 1976.
- NORTH, M.D. Commercial chicken production manual. 2. ed, Wesport, Connecticut. Avi Publishing Company, Inc., 1978.
- PEARSON, E.S. & HARTLEY, H.O. Biometrika tables for statisticians. 3. ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1966.
- PILLAI, K.C.S. & BANTENGUI, C.G. On the distribution of the largest of six roots of a matrix in multivariate analysis. Biometrika, Cambridge, 46:237-240, 1959.
- POTTHOFF, R.F. & ROY, S.N. A generalized multivariate analysis

model useful specially for growth curve problems. Biometrika, Cambridge, 51:313-326, 1964.

RAO, C.R. Some problems involving linear hypothesis in multivariate analysis. Biometrika, Cambridge, 46: 49 - 58, 1959.

RAO, C.R. The theory of least squares when the parameters are stochastic and its application to the analysis of growth curves. Biometrika, Cambridge, 52:447-458, 1965.

RAO, C.R. Covariance adjustment and related problems in multivariate analysis. In: KRISHNAIAH, P.R., ed. Multivariate analysis II. New York, Academic Press, 1966. p. 87-103.

RAO, C.R. Least squares theory using an estimated dispersion matrix and its application to measurement of signal. Proceedings of the 5th BERKELEY SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL STATISTICS, Berkeley, 1:355-372, 1967.

ROBERTS, E.A. Stratification, covariance and weight gain in experiments with repeated observations. Journal of Agricultural Science, Cambridge, 95:141-145, 1980.

ROWELL, J.G. & WALTERS, D.E. Analysing data with repeated observations on each experiments unit. Journal of Agricultural Science, Cambridge, 87:423-432, 1976.

ROY, S.N. On a heuristic method of test construction and its use in multivariate analysis. Annals of Mathematical Statistics, Baltimore, 24:220-238, 1953.

Tabela 1.A. Pesos vivos semanais, em gramas, de frangos de corte Hubbard.

Tratamento	Unidade experimental	Tempo (semanas)						
		1	2	3	4	5	6	7
1	1	121	291	500	712	1041	1430	1760
	2	129	314	551	830	1096	1485	1820
	3	133	308	563	857	1085	1422	1660
	4	135	348	584	854	1109	1493	1760
	5	110	286	556	782	1105	1538	1870
	6	130	302	518	740	1009	1337	1630
	7	133	336	630	831	1108	1514	1760
	8	138	337	618	937	1144	1570	1820
	9	153	352	637	830	1052	1464	1820
	10	138	332	484	767	1132	1548	1870
	11	137	329	576	844	1127	1391	1660
	12	133	298	464	670	988	1387	1720
	13	142	345	598	844	1172	1570	1860
2	1	147	365	702	974	1293	1850	2220
	2	126	331	624	784	1128	1567	1900
	3	141	327	594	852	1029	1463	1820
	4	94	262	547	812	1090	1562	1850
	5	119	311	588	864	1184	1681	2100
	6	114	315	613	845	1180	1571	1950
	7	127	310	589	836	1248	1702	2120
	8	111	306	604	921	1297	1880	2270
	9	141	347	654	953	1365	1845	2180
	10	153	356	691	1014	1457	1897	2380
	11	136	351	664	906	1235	1735	2060
	12	132	335	670	1000	1411	1831	2130
	13	125	289	577	830	1232	1700	2110
	14	123	323	611	864	1014	1449	1760
	15	126	320	596	872	1267	1735	2150
	16	137	334	610	904	1264	1624	1900
	17	152	353	654	964	1302	1744	2150
	18	139	349	635	948	1338	1773	2180
	19	118	277	591	870	1256	1738	2050

1: Fêmeas

2: Machos

Tabela 2.A. Pesos vivos semanais, em gramas, de poedeiras das linhagens Hy Line Brown e Hy Line White.

Tratamento	Unidade experimental	Tempo (semanas)							
		1	3	5	7	9	11	13	15
1	1	122	300	500	762	990	1200	1400	1420
	2	152	303	562	779	950	1300	1280	1340
	3	128	301	516	765	1010	1220	1350	1360
	4	140	289	509	734	950	1150	1380	1380
	5	114	257	492	755	960	1360	1460	1460
	6	141	311	511	776	940	1360	1420	1400
	7	115	261	434	656	780	1180	1400	1320
	8	146	280	489	748	940	1280	1100	1300
	9	119	300	527	760	920	1320	1050	1300
	10	133	305	534	780	940	1180	1080	1260
	11	126	301	519	775	980	1340	1400	1360
	12	145	304	496	778	1040	1440	1600	1580
	13	150	340	578	844	1080	1450	1280	1540
	14	123	292	532	788	1010	1360	1400	1420
	15	145	306	531	762	1000	1180	1560	1380
	16	122	265	458	704	930	1280	1350	1350
	17	115	241	387	673	900	980	1280	1300
	18	144	296	510	777	1000	1220	1360	1440
	19	132	261	483	726	980	1370	1380	1420
	20	142	318	550	781	960	1250	1480	1580
	21	140	304	530	762	1000	1180	1180	1400
	22	152	322	523	779	900	1300	1360	1400
2	1	118	244	337	550	760	880	680	900
	2	114	220	377	564	790	940	850	980
	3	122	282	474	680	900	1050	1100	1120
	4	99	173	339	514	740	900	960	1050
	5	104	182	300	470	680	800	1000	1000
	6	102	179	333	463	700	840	700	900
	7	116	237	381	556	780	900	920	1000
	8	100	164	290	491	760	950	1080	1100
	9	107	235	404	575	830	1000	1080	1160
	10	113	215	360	532	780	960	980	1100
	11	109	235	398	569	800	900	900	980
	12	140	299	490	693	930	1050	1040	1110
	13	115	263	446	642	860	1000	1080	1080
	14	107	240	424	618	850	920	1000	1100
	15	121	258	429	635	860	1020	1220	1160
	16	107	217	367	530	750	780	860	980
	17	98	232	379	638	900	1020	1200	1200
	18	120	248	435	645	890	1020	1100	1120

1: Hy Line Brown

2: Hy Line White

- SINGER, J.M. Análise de curvas de crescimento. São Paulo, 1977. (Mestrado - Universidade de São Paulo).
- SMITH, P.L. Splines as a useful and convenient statistical tool. The American Statistician, 33 (2):57-62, 1979.
- TEETER, R.A. Effects of measurement error in piecewise regression models. Chapel Hill, 1982. (Ph.D. dissertation - University of North Carolina).
- TIMM, N.H. Multivariate analysis of variance of repeated measurements. In: KRISHNAIAH, P.R., ed. Handbook of Statistics, North Holland, Baltimore, 1980. vol. 1, p. 41-87.
- YANG, S.S.; SALOMON, B.O.; ONER, M.D. & ERICKSON, L.E. Estimating and testing common parameters for some multiresponse models associated with microbial growth and bioenergetics. Technometrics, 26(4):355-361, 1984.
- WISHART, J. Growth rate determinations in nutrition studies with the bacon pig and their analysis. Biometrika, Cambridge, 30:16-38, 1938.

APÊNDICE

Tabela 3.A. Médias e erros padrões estimados dos pesos vivos, em gramas, de frangos de corte Hubbard.

Semana	Fêmeas		Machos	
	Média	Erro padrão	Média	Erro padrão
1	133,31	3,66	129,53	3,03
2	321,38	7,15	324,26	5,91
3	559,92	13,14	621,79	10,87
4	807,54	18,82	895,42	15,56
5	1089,85	27,04	1241,58	22,36
6	1473,00	31,61	1702,47	26,15
7	1770,00	38,09	2067,37	31,51

Tabela 4.A. Médias e erros padrões estimados dos pesos vivos, em gramas, de poedeiras das linhagens Hy Line Brown e Hy Line White.

Semana	Hy Line Brown		Hy Line White	
	Média	Erro padrão	Média	Erro Padrão
1	133,91	2,51	111,78	2,78
3	293,50	6,47	229,06	7,15
5	507,77	10,39	386,83	11,48
7	757,45	11,83	575,83	13,08
9	961,82	14,03	808,89	15,51
11	1268,18	20,79	940,56	22,98
13	1343,18	30,92	986,11	34,18
15	1395,91	18,58	1057,78	20,54