ESTUDO DAS PRECIPITAÇÕES PLUVIAIS NO MUNICÍPIO DE BELÉM-PA, ATRAVÉS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA

ROSEMIRO DOS SANTOS GALATE

Engenheiro Agrônomo

Orientador: Prof. Dr. CLÓVIS POMPILIO DE ABREU

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia, Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

P I R A C I C A B A

Estado de São Paulo - Brasil

Setembro - 1987

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Clóvis Pompílio de Abreu, professor do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela orientação e amizade.

Ao Dr. Izaías Rangel Nogueira, pelo incentivo e sabedoria.

Ao Dr. Humberto de Campos, professor e Diretor da ESALQ, pelos ensinamentos e apoio recebidos durante a realização deste curso.

Ao Dr. Décio Barbin, professor e Chefe do Departamento de Matemática e Estatística, pelos ensinamentos e amizade.

Ao professor Francisco Barreira Pereira, professor da Faculdade de Ciências Agrárias do Pará pelo apoio e incentivo para realização deste curso.

Aos demais professores do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pelos ensinamentos e dedicação.

A Faculdade de Ciências Agrárias pela oportunidade da realização deste curso.

Aos colegas do Curso de Pós-Graduação, pelo espírito de solidariedade e companheirismo.

A todos aqueles, que de uma forma ou de outra
souberam me inspirar, incentivar, ajudar e compreender, para
que este trabalho pudesse ser realizado.

SUMÁRIO

	Página
RESUMO	vii
SUMMARY	ix
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO DE LITERATURA	3
3. MATERIAL E MÉTODOS	7
3.1. Material	7
3.2. Métodos	8
3.2.1. Considerações	8
3.2.2. Estimativas dos parâmetros	11
3.2.2.1. Método da máxima verossimelhança	11
3.2.3. Estimativas das variâncias e covariância dos estimadores e intervalos de confiança	15
3.2.4. Cálculo das estimativas das precipitações pluviais	18
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	25
4.1. Resultados	25
4.2. Discussão	25
4.2.1. Estimativas de α e β	25
4.2.2. Teste de aderência	28

4.2.3. Estimativas de diferentes alturas plu- viais	29
5. CONCLUSÕES	31
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	32
BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA	35
APÊNDICE 1	37
APÊNDICE 2	51
APÊNDICE 3	58

ESTUDO DAS PRECIPITAÇÕES PLUVIAIS NO MUNICÍPIO DE BELÉM-PA, ATRAVÉS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA

Autor: ROSEMIRO DOS SANTOS GALATE

Orientador: PROF. DR. CLÓVIS POMPILIO DE ABREU

RESUMO

Neste trabalho aplicou-se a distribuição gama incompleta aos dados de precipitação pluvial, para o município de Belém-PA, durante 34 anos, de 1953 a 1986, referentes aos períodos dos 1-3, 1-6, 1-9, 1-12, 1-15, 1-18, 1-21, 1-24, 1-27 e total de cada mês, tomados em mm.

As análises estatísticas foram feitas num computador PC 2002, do Centro de Informática na Agricultura (CIAGRI) da ESALQ/USP. Na aplicação do algoritmo de Newton-Rapson foram utilizadas as sub-rotinas RTNI, FCT e Gama.

Foi desenvolvido o método da máxima verossimilhança para estimar os parâmetros α e β da distribuição gama.

* Determinou-se estimativas das variâncias dos estimadores, e intervalos de confiança foram construídos para os parâmetros α e β considerando o nível de 90% de probabilidade.

No ajustamento dos dados amostrais de chuva, dos períodos estudados, foi usado o teste χ^2 .

Na determinação das estimativas das precipi-

precipitações pluviiais, associadas a 19 níveis de probabilidade, foi considerado o modelo simples, para o caso da amostra não conter valores nulos, e o modelo misto, no caso da amostra conter valores nulos.

Para o modelo simples, as estimativas das precipitações foram calculadas pela solução da equação:

$$g(t_i) = \frac{t^{\hat{\alpha}}}{\hat{\alpha} \Gamma(\hat{\alpha}) e^t} \left[1 + \frac{t}{(\hat{\alpha} + 1)} + \frac{t^2}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)} + \frac{t^3}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)(\hat{\alpha} + 3)} + \dots \right] - F = 0$$

obtida através da aplicação do algoritmo de Newton-Raphson.

Para o modelo misto, as estimativas das precipitações foram obtidas através da equação

$$H(t) = \hat{Q} + (1 - \hat{Q}) F(t) - G = 0,$$

que também foi resolvida pelo método de Newton-Raphson.

Os resultados obtidos referentes a todos os períodos são apresentados e são feitas análises para as estimativas dos parâmetros α e β . Foram preparadas tabelas de estimação de precipitação em 19 níveis de probabilidade.

Com exceção dos períodos de 1-3, dos meses de agosto, outubro e novembro, a distribuição gama apresentou resultados que estão de acordo com os observados, em razão da hipótese nula não ser rejeitada em 97,48% dos períodos estudados, o que comprova a eficácia da distribuição gama incompleta para as estimativas de quantidades de chuva para o município de Belém-PA.

A STUDY ON THE RAINFALL MEASUREMENTS IN BELÉM (PARÁ COUNTY) THROUGH GAMMA DISTRIBUTION

Author: ROSEMIRO DOS SANTOS GALATE

Adviser: PROF. DR. CLÓVIS POMPILIO DE ABREU

SUMMARY

In this work the incomplete gamma distribution was applied on the rainfall data to Belém-PA, county, in a period of 34 years, from 1953 to 1986, referring on the periods 1-3, 1-6, 1-9, 1-12, 1-15, 1-18, 1-21, 1-24, 1-27 and monthly, each month taken in millimeters.

The statistical analysis were elaborated in a PC 2002 electronic computer at the Centro de Informática na Agricultura (CIAGRI)/ESALQ/USP. In the application at the Newton-Rapson's method was used the RTNI, FCT and Gamma subroutines.

The method of maximum likelihood was applied to the estimation of parameters α and β gamma distribution.

Variance of the estimators were determined and confidence interval were built for the parameters.

The goodness of fit was evaluated by chi-square test.

In the determination of the estimation of rainfall data in 19 levels of probabilities, was considered a simple model if the sample doesn't have null values and a

mixed model if the sample contains a null values.

In the simple model, the rainfall data estimation is done by the equation:

$$g(t_i) = \frac{t^{\hat{\alpha}}}{\hat{\alpha} \Gamma(\hat{\alpha}) e^t} \left[1 + \frac{t}{(\hat{\alpha} + 1)} + \frac{t^2}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)} + \frac{t^3}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)(\hat{\alpha} + 3)} + \dots \right] - F = 0$$

taken from Newton-Raphson's method.

For the mixed model, the estimations was done by the equation

$$H(t) = \hat{Q} + (1 - \hat{Q}) F(t) - G = 0$$

also taken from Newton-Raphson's method.

Results are presented refering to all periods studied, and analysis on the estimation of parameters α and β . Tables of probabilities of amount of rainfall were calculated in 19 levels.

Excepting of the periods of 1-3 of the months August, October and November. The gamma distribution showed results according to the observed, since the null hypothesis was not rejected in 97,48% of the studied periods. It demonstrates the efficiency of the incomplete gamma distribution to the estimates of amount of precipitation in Belém-PA, county.

1. INTRODUÇÃO

No município de Belém - PA, quando da realização de planejamentos agrícolas que envolve precipitação, é usual a aceitação da média pluviométrica como valor provável para estimar a quantidade de água proveniente das chuvas.

Esta medida estatística não fornece um bom índice de avaliação de chuva, devendo ser utilizada somente para a precipitação anual, já que sua distribuição se aproxima da normal, entretanto para períodos pequenos, como mensais ou inferiores, a distribuição desses dados se afasta muito da normal. Assim é necessário se considerar uma outra metodologia na análise de precipitações.

Vários estudos têm mostrado que a distribuição gama incompleta se ajusta bem para representar dados de chuva.

As produções agrícolas são funções de diferentes fatores, entre os quais, os fatores climáticos, tais como quantidade total de chuva, distribuição pluviométrica, temperatura e umidade relativa do ar. Dessas variáveis, a precipitação pluvial é o elemento regulador na agricultura, sendo que a quantidade de chuva que cai em uma localidade

determina o tipo de atividade agrícola a ser desenvolvida. Entretanto, a exploração de determinadas culturas é mais dependente do curso anual de precipitação que do volume de água caído anualmente. Portanto, com o estudo da distribuição de chuva é possível fornecer informações que visem reduzir as conseqüências causadas pelas flutuações de chuva de ano para ano responsáveis por variações na produção.

Desta forma, é de grande importância para aquele município, um estudo para obtenção de quantidades prováveis de chuva baseado em dados de anos anteriores.

O objetivo do presente trabalho é determinar, através da distribuição gama incompleta, estimativas de diferentes alturas pluviais para Belém - PA, no sentido de auxiliar o trabalho dos responsáveis pelos projetos agrícolas ou outras atividades econômicas, de maneira a se obter um melhor aproveitamento de água na agricultura.

2. REVISÃO DE LITERATURA

BARGER & THOM (1949) estudaram as distribuições de freqüência dos dados compreendidos entre uma e dezesseis semanas, observaram que para períodos pequenos, como até quatro semanas, o aspecto da curva sugere uma exponencial negativa no ajustamento e, a medida que aumenta o período, a tendência da curva é ser unimodal assimétrica, para depois se aproximar da curva normal, em função dessas características os autores usaram a distribuição gama, cuja curva admite tal flexibilidade. Para a estimação dos parâmetros, os autores desenvolveram um método aproximado.

FRIEDMAN & JAMES (1957), fizeram um estudo detalhado da estimativa de probabilidade de precipitação pluvial. Quanto ao uso da distribuição gama, obtiveram as mesmas conclusões de BARGER & THOM. Os autores estudando o tamanho da amostra, para que esta seja representativa acham que são necessários no mínimo dados de 30 anos.

THOM (1968) estudando a eficiência dos estimadores obtidos, pelo método dos momentos em comparação com os obtidos pelo método da máxima verossimelhança, verificou que para $\alpha = 1$ a eficiência de $\hat{\alpha} = 0,39$ e de $\hat{\beta} = 0,51$, para $\alpha = 10$ a eficiência de $\hat{\alpha} = 0,88$ e de $\hat{\beta} = 0,89$.

X BARGER *et alii* (1959), realizaram um estudo com dados pluviométricos de duas e três semanas, e verificaram que a distribuição gama se ajustou aos dados.

X WEAVER & MILLER (1967), efetuaram um trabalho e mostraram que a distribuição gama se ajusta bem para representar dados de precipitação.

STROMMEN & HORSFIELD (1969), publicaram através do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos, tabelas de probabilidades de precipitação pluvial mensal para 23 estados, utilizando a distribuição gama. Foi empregado o processo aproximado de Thom nas estimações dos parâmetros e não fizeram referência sobre o teste de ajustamento. Os autores deram importância somente à discussão dos resultados, não dando ênfase a metodologia usada.

AMARAL & SILVA (1970) publicaram uma tabela que dá as probabilidades de diferentes quantidades de chuva em períodos de cinco dias para a Cidade de Pelotas - RS. Os autores não apresentaram detalhes teóricos a respeito do método adotado na elaboração da referida tabela contida no trabalho.

X HARDEE (1971), encontrou que para alguns meses de baixa precipitação, a distribuição gama não foi bem sucedida.

ELLIS (1972) estudando dados de precipitação de Manaus - AM, obteve um bom ajustamento da distribuição normal para os dados anuais. No estudo dos dados mensais

empregou a distribuição gama, devido ao aspecto assimétrico da curva. O ajustamento desses dados mensais foi feito pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. O autor não entrou em detalhes estatísticos-matemáticos da obtenção dos resultados.

VIVALDI (1973) estudando os dados pluviométricos de Itaguaí-RJ, dá ênfase aos aspectos teóricos dos métodos utilizados na obtenção das estimativas dos parâmetros. O autor concluiu que o método da máxima verossimelhança é mais eficiente.

PORTO *et alii* (1979) fizeram uma análise sobre a utilização da distribuição gama incompleta, com base em 55 anos de dados das estações meteorológicas de Santana do Ipanema e Palmeira dos Índios - AL em estimativa de chuva. Foi usado um computador para estimar a lâmina mensal e anual associada a sete níveis de probabilidade. Utilizaram uma amostra de 30 anos e comparando com a seqüência dos 25 anos seguintes. Observaram que no período chuvoso a amostra constituída de 30 anos é satisfatória, todavia, para o período seco pode não ser representativa. Constataram ainda que a média aritmética de precipitação mensal e anual, baseada em 30 anos não deve ser considerada como índice em planejamento e que o tamanho da amostra é tão importante quanto o tipo de distribuição a ser usada. Os autores não fizeram maiores comentários a respeito da metodologia empregada.

ARRUDA & PINTO (1980) estudaram a distribuição de freqüência de pântadas de dados de precipitação na

Região de Campinas - SP, três modelos matemáticos foram usados (exponencial, distribuição gama e normal transformada) para estimação dos parâmetros. Os autores observaram que para períodos pequenos, como cinco dias, em que a curva é do tipo de um j invertido, Pode-se utilizar o método exponencial, devido se obter de forma mais rápida os estimadores. No ajustamento dos dados foi usado o teste de Kolmogorov-Smirnov.

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Material

Os dados de precipitação pluvial foram fornecidos pelo Instituto Nacional de Meteorologia (INMET).

As observações referem-se as precipitações diárias, coletadas pela Estação Climatológica Principal de Belém, localizada na área da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), Belém - PA, latitude $1^{\circ}27'S$, longitude $48^{\circ}28' W.G.$ e altitude 24 m, durante 34 anos no período de 1953 a 1986, tomadas em milímetros.

Para as análises estatísticas dos dados utilizou-se o computador PC 2002 da Microtec, do Centro de Informática na Agricultura (CIAGRI) da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo. Estas informações possibilitaram o estudo do ajustamento da distribuição gama aos dados, correspondentes a 10 períodos dentro de cada mês, com exceção de fevereiro onde estudou-se nove períodos.

Nos anos bissextos o mês de fevereiro foi re-

duzido para 28 dias de acordo com o procedimento usado por AMARAL (1968), que consiste em multiplicar os totais dos períodos por 28/29.

3.2. Métodos

A metodologia usada na determinação das estimativas dos parâmetros da distribuição gama, variância e covariância dos estimadores, quantidades de chuva associadas a 19 níveis de probabilidades e o ajustamento da distribuição da amostra à distribuição gama, para melhor compreensão é apresentada a seguir:

3.2.1. Considerações

A distribuição gama é derivada da função gama conhecida, definida por:

$$f_Y(y, \alpha) = y^{\alpha-1} \cdot e^{-y} \cdot dy \cdot I(0, \infty)(y), \quad \text{fazendo} \quad (1)$$

$$y = \frac{x}{\beta}; \quad y = 0; \quad x = 0; \quad y = \infty; \quad x = \infty; \quad dy = \frac{dx}{\beta}; \quad \text{tem-se}$$

$$f_X(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} \cdot e^{-(x/\beta)} \cdot dx \cdot I(0, \infty)(x) \quad (2)$$

Esta função, representará uma função de densidade, se multiplicada por uma constante K de tal forma que

$$K \int_0^\infty \frac{1}{\beta^\alpha} x^{\alpha-1} \cdot e^{-(x/\beta)} \cdot dx = 1, \quad \text{então resolvendo a integral}$$

encontra-se o valor de $K = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}$. Conclui-se que se X

for uma variável aleatória contínua, com $(0 < X < \infty)$, segue a distribuição gama com parâmetros $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

$$f_X(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} x^{\alpha-1} \cdot e^{-(x/\beta)} \quad 1(0, \infty)(x) \quad (3)$$

A função de distribuição acumulada será:

$$P(X \leq x) = F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} \int_a^x u^{\alpha-1} e^{-(u/\beta)} \cdot du \quad (4)$$

Onde:

X = variável aleatória contínua que representa a grandeza do evento;

$F(x)$ = probabilidade de ocorrência de um valor $X \leq x$;

α = parâmetro de forma

β = parâmetro de escala

e = base do logaritmo neperiano

a = origem.

$\Gamma(\alpha)$ = função gama incompleta

Desde que valores negativos de chuva são impossíveis, é conveniente, para o presente trabalho, forçar a curva passar pela origem dos eixos coordenados. A equação (4) com $a = 0$ fica:

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} \int_0^x u^{\alpha-1} \cdot e^{-(u/\beta)} \cdot du \quad (5)$$

x = quantidade de chuva em mm;

$F(x)$ = probabilidade de x mm ou menos de chuva.

Se X tem uma distribuição gama com parâmetros α e β , a função geradora de momentos é dada por:

$$\phi_X(t) = (1 - \beta t)^{-\alpha}, \text{ com } t < \frac{1}{\beta} \quad (6)$$

A partir da f.g.m. determinam-se os dois momentos populacionais de grande importância para o nosso estudo que são:

a) O primeiro momento em relação a origem, que é a média $m = \alpha\beta$ (7)

b) O segundo momento em relação a média, que é a variância $\mu_2 = \sigma_x^2 = \alpha \cdot \beta^2$. (8)

A partir da fórmula de recorrência

$$\mu_n + 1 = \sigma_x^2 \frac{d\mu_n}{d(m)} + n \cdot \sigma_x^2 \mu_{n-1}, \quad (9)$$

obtemos momento de ordem superior ao segundo centrado na média, desses interessa o terceiro para calcular o coeficiente de assimetria,

$$a_3 = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}} = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}, \quad (10)$$

Observa-se que à medida que α aumenta a distribuição gama tende a ser simétrica.

3.2.2. Estimativas dos parâmetros

Em trabalhos realizados com a aplicação da distribuição gama em dados pluviométricos, um grande problema encontrado, é a estimação dos parâmetros α e β . Portanto, vários métodos podem ser usados, tais como o método dos quadrados mínimos, o método dos momentos e o da máxima verossimelhança. Porém, todos possuem limitações de uso, seja por problemas matemáticos, ou por produzirem estimativas ineficientes. Um dos métodos mais indicado é o de máxima verossimelhança THOM (1958).

3.2.2.1. Método da máxima verossimelhança

Admita que uma população tenha função de densidade que contenha um parâmetro populacional θ , a ser estimado. Então, a função de densidade pode ser denotada por $f(X, \theta)$. Considerando que haja n observações independentes, $x_1, x_2, \dots, x_n$, a função de densidade conjunta dessas observações é:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1, \theta) \cdot f(x_2, \theta) \cdot \dots \cdot f(x_n, \theta) \quad (11)$$

Representada por

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta), \text{ que é chamada de } \quad (12)$$

verossimelhança.

Então a máxima verossimelhança pode ser obti-

da, fazendo a derivada de $L(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$ em relação a θ e igualando-se a zero. Para o uso desse método é conveniente, inicialmente achar o logaritmo e depois derivar. Observe que θ é um vetor formado pelos parâmetros da distribuição a ser usada

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$, resolvendo o sistema tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k)}{\partial \hat{\theta}_1} = 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k)}{\partial \hat{\theta}_2} = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vdots \\ \frac{\partial L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k)}{\partial \hat{\theta}_k} = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k$, são denominados, estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$.

No presente estudo a função de densidade é:

$$f_X(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} x^{\alpha-1} \cdot e^{-(x/\beta)} \quad 1(0, \infty)(x) \quad (16)$$

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha, \beta) = \frac{1}{[\Gamma(\alpha)]^n \beta^{n\alpha}} (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\beta}} \quad (17)$$

$$\ln L(x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha, \beta) = \ln \left[[\Gamma(\alpha)]^{-n} \beta^{-n\alpha} (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)^{\alpha-1} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\beta}} \right] \quad (18)$$

$$\ln L(x_1, x_2, \dots, x_n; \alpha, \beta) = -n \ln \Gamma(\alpha) - n\alpha \ln \beta + (\alpha -$$

$$- 1) \sum_{i=1}^n \ln x_i - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\beta} \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \ln L(x_1, x_2, \dots, x_n, \alpha, \beta)}{\partial \alpha} &= -n \frac{\Gamma'(\hat{\alpha})}{\Gamma(\hat{\alpha})} - n \ln \hat{\beta} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = \\ &= 0 \end{aligned} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \ln L(x_1, x_2, \dots, x_n, \alpha, \beta)}{\partial \beta} &= -n \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\hat{\beta}^2} = 0 \end{aligned} \right. \quad (21)$$

$$\left\{ \begin{aligned} n \frac{\Gamma'(\hat{\alpha})}{\Gamma(\hat{\alpha})} + n \ln \hat{\beta} - \sum_{i=1}^n \ln x_i &= 0 \end{aligned} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{n\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\hat{\beta}^2} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (23)$$

$$\frac{n\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\hat{\beta}^2} = 0, \quad \hat{\beta} = \frac{\bar{X}}{\hat{\alpha}} \quad (24)$$

Em (22) dividindo-se ambos os membros por n e substituindo $\hat{\beta}$ por $\bar{X}/\hat{\alpha}$, tem-se:

$$\ln \hat{\alpha} - \frac{\Gamma'(\hat{\alpha})}{\Gamma(\hat{\alpha})} = \ln \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \quad (25)$$

A expressão $\Gamma'(\hat{\alpha})/\Gamma(\hat{\alpha})$ é chamada função digama de $\hat{\alpha}$, representada por $\psi(\hat{\alpha})$, suas derivadas $\psi'(\hat{\alpha})$, $\psi''(\hat{\alpha})$, são chamadas funções trigamas, tetragamas, etc. A função digama aparece tabelada em algumas publicações, mas para poucos valores (MILNE, 1968). Portanto, vários desenvolvimentos em série tem sido feito a seu respeito, como:

$$\psi(\alpha) = \frac{1}{2} \ln \alpha(\alpha + 1) + \frac{1}{6} \left(\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\alpha + 1} \right) - \frac{1}{90} \left(\frac{1}{\alpha^3} - \frac{1}{(\alpha + 1)^3} \right) \dots$$

encontrado em MILNE (1968). (26)

Outro desenvolvimento foi dado por THOM (1958)

$$\psi(\alpha) = \ln(\alpha) - \frac{1}{2\alpha} - \sum_{k=1}^m \frac{B_{2k}}{(2k) \alpha^{2k}} + R_m, \quad \alpha \geq 1 \quad (27)$$

onde B_k são os números de Bernoulli,

$$B_2 = \frac{1}{6}, B_4 = \frac{1}{30}, \dots \text{ e } R_m \text{ é o resto após } m \text{ termos, a-}$$

validado pela inequação

$$|R_m| < \frac{|B_{2m+1}|}{(2m+2)^{2m+2}}. \quad (28)$$

A equação (25) pode ser representada por:

$$\ln(\hat{\alpha}) - \psi(\hat{\alpha}) = \ln \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i, \text{ fazendo-se} \quad (29)$$

$$A = \ln \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i, \text{ fica} \quad (30)$$

$$\ln(\hat{\alpha}) - \psi(\hat{\alpha}) = A. \quad (31)$$

Um processo para resolução dessa equação foi

demonstrado por THOM (1958), onde a estimativa do parâmetro α é obtida, após várias deduções, da equação seguinte:

$$12 \left(\ln \bar{X} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i \right) \hat{\alpha}^2 - 6\hat{\alpha} - 1 = 0 \quad (32)$$

$$12 A \hat{\alpha}^2 - 6\hat{\alpha} - 1 = 0 \quad (33)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4 A/3}}{4 A} \quad (34)$$

Onde:

$\bar{X}$ = média das n observações;

n = número de observações;

x_i = altura de chuva em mm.

3.2.3. Estimativas das variâncias e covariância dos estimadores e intervalos de confiança

HOFFMANN & VIEIRA (1977) e THOM (1958), em suas pesquisas sobre a matriz de variância e covariância, dos estimadores, concluíram que é definida por:

$$\hat{v} = \frac{1}{n} w^{-1} = \begin{bmatrix} v(\hat{\theta}_1) & \text{cov}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) & \dots & \text{cov}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_k) \\ \text{cov}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) & v(\hat{\theta}_2) & \dots & \text{cov}(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_k) & \text{cov}(\hat{\theta}_2, \hat{\theta}_k) & \dots & v(\hat{\theta}_k) \end{bmatrix} \quad (35)$$

Sendo n o tamanho da amostra e w uma matriz $K \times K$ simétrica, cujos elementos são dados por:

$$W_{ij} = -E \left[\frac{\partial^2 \ell_n L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_k)}{\partial \hat{\theta}_i \partial \hat{\theta}_j} \right] \quad (36)$$

Onde:

$$i = 1, 2, \dots, k$$

$$j = 1, 2, \dots, k.$$

A matriz resultante é denominada de matriz de informação.

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1k} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{k1} & W_{k2} & \dots & W_{kk} \end{bmatrix}_{kk} \quad (37)$$

Onde:

k = número de parâmetros. Para o presente trabalho tem-se:

$$W_{ij} = -E \left[\frac{\partial^2 \ell_n L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\alpha}, \hat{\beta})}{\partial \hat{\alpha} \partial \hat{\beta}} \right] \quad (38)$$

$$\begin{aligned} W_{11} &= -E \left[\frac{\partial^2 \ell_n L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\alpha}, \hat{\beta})}{\partial \hat{\alpha}^2} \right] = -E \left[-\psi'(\hat{\alpha}) \right] = \\ &= \psi'(\hat{\alpha}) \end{aligned} \quad (39)$$

$$W_{12} = -E \left[\frac{\partial^2 \ell_n L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\alpha}, \hat{\beta})}{\partial \hat{\alpha} \partial \hat{\beta}} \right] = -E \left[-\frac{1}{\hat{\beta}} \right] = \frac{1}{\hat{\beta}} \quad (40)$$

$$W_{12} = W_{21} \quad (41)$$

$$W_{22} = -E \left[\frac{\partial^2 \ell_n L(x_1, x_2, \dots, x_n; \hat{\alpha}, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}^2} \right] = -E \left[\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}^2} - \frac{2\bar{X}}{\hat{\beta}^3} \right] = \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}^2} \quad (42)$$

$$W = \begin{bmatrix} \psi'(\hat{\alpha}) & 1/\hat{\beta} \\ 1/\hat{\beta} & \hat{\alpha}/\hat{\beta}^2 \end{bmatrix}, \text{ para } n \text{ observações} \quad (43)$$

$$W = n \begin{bmatrix} \psi'(\hat{\alpha}) & 1/\hat{\beta} \\ 1/\hat{\beta} & \hat{\alpha}/\hat{\beta}^2 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Uma estimativa é,

$$\hat{V} = \frac{1}{n} W^{-1} \quad (45)$$

Onde:

$$W^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{\beta^2} [\hat{\alpha}\psi'(\hat{\alpha}) - 1]} \begin{bmatrix} \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}^2} & -\frac{1}{\hat{\beta}} \\ -\frac{1}{\hat{\beta}} & \psi'(\hat{\alpha}) \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\hat{V} = \frac{1}{n[\hat{\alpha}\psi'(\hat{\alpha}) - 1]} \begin{bmatrix} \hat{\alpha} & -\hat{\beta} \\ -\hat{\beta} & \beta^2 \psi'(\hat{\alpha}) \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\hat{V}(\hat{\alpha}) = \frac{\hat{\alpha}}{n[\hat{\alpha}\psi'(\hat{\alpha}) - 1]}, \quad \hat{V}(\hat{\beta}) = \frac{\beta^2 \psi'(\hat{\alpha})}{n[\hat{\alpha}\psi'(\hat{\alpha}) - 1]} \quad (48)$$

$$\text{cov}(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \frac{-\hat{\beta}}{n[\hat{\alpha}\psi'(\hat{\alpha}) - 1]} \quad (49)$$

Conforme Nörlund, citado por THOM (1958),

$$\psi'(\hat{\alpha}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\hat{\alpha}^2} + \sum_{k=1}^m \frac{B_{2k}}{\hat{\alpha}^{2k+1}} + R'_m \quad (50)$$

onde R'_m é o resto após m termos, avaliado pela inequação:

$$[R'_m] < \frac{B_{2m+2}}{a^{2m+3}} \quad (51)$$

¹ NÖRLUND, N.E. Vorlesungen Über Differenzenrechnung. Berlin, Springer, 1924.

onde B_k são os números de Bernoulli.

Observa-se que quanto maior for a amostra menor será o intervalo de confiança, isto porque a variância das estimativas dos parâmetros é inversamente proporcional ao tamanho da amostra. Para amostras grandes um intervalo de confiança aproximado pode ser construído.

FRIEDMAN & JANES (1957), acham que o número de observações da amostra deve ser maior que 30, mas não fazem pesquisa especial sobre o assunto. Considerando o nível de 90% de probabilidade, obtem-se os seguintes intervalos:

α :

$$\hat{\alpha} \pm 1,64 \sqrt{V(\hat{\alpha})} \quad (52)$$

β :

$$\hat{\beta} \pm 1,64 \sqrt{V(\hat{\beta})} \quad (53)$$

Estes intervalos são construídos supondo que $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ tenham distribuição aproximadamente normal, com média α e β e variâncias $V(\hat{\alpha})$ e $V(\hat{\beta})$, respectivamente. MOOD & GRAYBILL (1970), afirmaram que os parâmetros que são desconhecidos, podem ser substituídos pelas estimativas, sem que isso afete consideravelmente o grau de aproximação.

3.2.4. Cálculo das estimativas das precipitações pluviais

Obtidos os estimadores $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, pode-se determinar as estimativas de diferentes lâminas de água a um

determinado nível de probabilidade conhecido ou de se estimar probabilidade através da distribuição acumulada, para verificar se a amostra retirada de uma população desconhecida, se ajusta à distribuição gama, utilizando a estatística χ^2 .

De acordo com os elementos da amostra, duas situações podem ocorrer VIVALDI (1973).

- a) A amostra não contém valores nulos;
- b) A amostra contém valores nulos.

Algumas considerações são feitas para os casos a e b.

Para o caso a, usa-se o modelo simples.

Modelo Simples

A distribuição acumulada é representada pela função gama incompleta:

$$P(X \leq x) = F(x) = \frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha}) \hat{\beta}^{\hat{\alpha}}} \int_0^x u^{\hat{\alpha}-1} \cdot e^{-(u/\hat{\beta})} \cdot du \quad (54)$$

Onde x representa a precipitação pluvial.

A antiderivada do integrando não é obtida de maneira imediata. Uma forma seria pelo método de Simpson ou através de desenvolvimento em série que será mostrado. Fazendo $T = U/\hat{\beta}$, $U = 0 \Rightarrow T = 0$, $U = x \Rightarrow T = x/\hat{\beta}$, $U = T\hat{\beta}$, $dU = \hat{\beta}dT$

$$F\left(\frac{x}{\hat{\beta}}\right) = \frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha}) \hat{\beta}^{\hat{\alpha}}} \int_0^{x/\hat{\beta}} e^{-T} \cdot (T\hat{\beta})^{\hat{\alpha}-1} \cdot \hat{\beta}dT \quad (55)$$

$$F\left(\frac{x}{\hat{\beta}}\right) = \frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha})} \int_0^{x/\hat{\beta}} e^{-T} \cdot T^{\alpha-1} dT \quad (56)$$

$$F(t) = \frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha})} \int_0^t e^{-T} \cdot T^{\alpha-1} dT, \quad (57)$$

$$\text{Com } t = \frac{x}{\hat{\beta}}$$

$$e^{-T} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n T^n}{n!} \quad (58)$$

$$e^{-T} = 1 - T + \frac{T^2}{2!} - \frac{T^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{T^n}{n!} + RT, \quad (59)$$

$$\text{onde } R(T) = (-1)^{n+1} \frac{T^{n+1}}{(n+1)!} e^{-\theta T} \quad (60)$$

$$F(t) = \frac{1}{\Gamma(\hat{\alpha})} \int_0^t \left(T^{\alpha-1} - T^{\hat{\alpha}} + \frac{1}{2} T^{\hat{\alpha}+1} - \frac{1}{6} T^{\hat{\alpha}+2} \pm \dots \right) dT \quad (61)$$

$$F(t) = \frac{t^{\hat{\alpha}}}{\Gamma(\hat{\alpha})} \left[\frac{1}{\hat{\alpha}} - \frac{t}{(\hat{\alpha}+1)!} + \frac{t^2}{(\hat{\alpha}+2)2!} - \frac{t^3}{(\hat{\alpha}+3)3!} \pm \dots \right] \quad (62)$$

Multiplicando-se e dividindo-se por e^t , tem-se:

$$F(t) = \frac{t^{\hat{\alpha}}}{\hat{\alpha}\Gamma(\hat{\alpha})e^t} \left[1 + \frac{t}{(\hat{\alpha}+1)} + \frac{t^2}{(\hat{\alpha}+1)(\hat{\alpha}+2)} + \frac{t^3}{(\hat{\alpha}+1)(\hat{\alpha}+2)(\hat{\alpha}+3)} + \dots \right] \quad (63)$$

A probabilidade de ocorrência de um valor menor ou igual a x é dada por $F(t)$, onde $t = x/\hat{\beta}$.

Para determinar-se a precipitação pluvial x , conhecido o nível de probabilidade, faz-se:

$$F(t) = F \quad (64)$$

$$\frac{t^{\hat{\alpha}}}{\hat{\alpha} \Gamma(\hat{\alpha}) e^t} \left[1 + \frac{t}{(\hat{\alpha} + 1)} + \frac{t^2}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)} + \frac{t^3}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)(\hat{\alpha} + 3)} + \dots \right] - F = 0 \quad (65)$$

$$g(t_i) = \frac{t_i^{\hat{\alpha}}}{\hat{\alpha} \Gamma(\hat{\alpha}) e^{t_i}} \left[1 + \frac{t_i}{(\hat{\alpha} + 1)} + \frac{t_i^2}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)} + \frac{t_i^3}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)(\hat{\alpha} + 3)} + \dots \right] - F = 0 \quad (66)$$

Uma das maneiras de resolver esta equação é através da aplicação do algoritmo de Newton-Raphson:

$$X_{n+1} = X_n - \frac{f(X_n)}{f'(X_n)}, \quad f'(X_n) \neq 0 \quad (67)$$

Para o presente trabalho, tem-se

$$t_{i+1} = t_i - \frac{g(t_i)}{g'(t_i)}, \quad g'(t_i) \neq 0 \quad (68)$$

$$t_{i+1} = t_i - \frac{\frac{t_i^{\hat{\alpha}}}{\hat{\alpha} \Gamma(\hat{\alpha}) e^{t_i}} \left[1 + \frac{t_i}{(\hat{\alpha} + 1)} + \frac{t_i^2}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)} + \frac{t_i^3}{(\hat{\alpha} + 1)(\hat{\alpha} + 2)(\hat{\alpha} + 3)} + \dots \right] - F}{\frac{t_i^{\hat{\alpha}-1}}{\Gamma(\hat{\alpha}) e^{t_i}}} \quad (69)$$

É necessário ter um valor inicial (t_0), para começar o processo, e esse valor depende de $\hat{\alpha}$ e F . THOM (1968), pesquisando sobre esse valor concluiu que:

Para $\hat{\alpha} \geq 1$

$$t_0 = \ln \frac{1}{1 - F} + [1,51 - 2F(1 - F)] (\hat{\alpha} - 1), F \geq 0,50 \quad (70)$$

$$t_0 = \ln \frac{1}{1 - F} + [0,49 - 2f(1 - f)] (\hat{\alpha} - 1), F < 0,50 \quad (71)$$

Para $\hat{\alpha} < 1$

$$t_0 = \frac{1,309 F}{(1 - 0,658 F^2)} - 0,10, 0,50 < F < 0,90 \quad (72)$$

$$t_0 = \frac{1,309 F}{(1 - 0,658 F^2)} - 0,06 \quad F \geq 0,90 \quad (73)$$

$$t_0 = 0,01 \quad F \leq 0,50 \quad (74)$$

$$t_1 = t_0 - \frac{g(t_0)}{g'(t_0)} \quad (75)$$

$$t_2 = t_1 - \frac{g(t_1)}{g'(t_1)} \quad (76)$$

... ..
... ..
... ..

$$t_i = t_{i-1} - \frac{g(t_{i-1})}{g'(t_{i-1})} \quad (77)$$

$$|t_i - t_{i-1}| < \xi \quad (78)$$

onde, ξ = precisão desejada.

Encontrando o valor de t , que satisfaça a equação, isto é, atingida a convergência, tem-se:

$$x = t \hat{\beta}$$

x = precipitação pluvial em mm, estimada a um nível de probabilidade conhecido.

Para o caso b, usa-se o modelo misto.

Modelo Misto

Em períodos curtos é comum a não ocorrência de chuva. Então, THOM (1968) pesquisando sobre esse aspecto, introduziu o conceito de distribuição mista, e considerou a ocorrência de chuva como um fenômeno aleatório com probabilidade P a ocorrência, e probabilidade Q a não ocorrência, sendo, $P + Q = 1$.

A função de distribuição acumulado passa a ser:

$$G(t) = Q + P F(t). \quad (79)$$

A estimativa de Q é:

$$\hat{Q} = \frac{m}{n}, \quad \text{onde} \quad (80)$$

m = número de zeros em uma série climatológica;

n = Tamanho da amostra.

Para se calcular a probabilidade de $X \leq x$, utiliza-se (79) e para se encontrar x , dado $G(t)$, tem-se:

$$G(t) = G \quad (81)$$

$$H(t) = \hat{Q} + (1 - \hat{Q}) F(t) - G = 0 \quad (82)$$

Aplicando o processo de Newton-Raphson

$$t_{i+1} = t_i - \frac{H(t_i)}{H'(t_i)}, \quad \text{onde} \quad (84)$$

$$H'(t_i) \neq 0;$$

$$x = t\tilde{\beta};$$

x = precipitação pluvial máxima em mm, a um nível de probabilidade conhecido.

Inicia-se o processo com um valor para t , que varia com $\hat{\alpha}$ e G , obedecendo as mesmas fórmulas de (70), (71), (72), (73), (74).

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Resultados

No Apêndice 1, nas Tabelas de 1 a 12 são encontrados os valores estimados e intervalos de confiança dos parâmetros α e β referentes a 119 períodos. No Apêndice 2, nas Tabelas de 1 a 6, são mostrados os resultados do teste de qui quadrado, entre a probabilidade esperada e observada para os 119 períodos estudados. No Apêndice 3, nas Tabelas de 1 a 12 são encontradas as quantidades de chuva associadas a 19 níveis de probabilidades para todos os períodos.

4.2. Discussão

4.2.1. Estimativas de α e β

Para a estimativa do parâmetro α observou-se que, de uma maneira geral, ao aumentar o tamanho do período cresceu o valor de $\hat{\alpha}$, sendo menor a assimetria, mas houve casos, como março, onde no período de 1-18 a assime-

tria foi maior do que no período de 1-15, setembro onde no período de 1-30 a assimetria foi maior do que no período de 1-27, novembro onde no período de 1-18, a assimetria foi maior que no período de 1-15 e dezembro onde no período de 1-18 a assimetria foi maior que no período de 1-15 como pode ser observado no Apêndice 1, Tabelas 3, 9, 11 e 12 respectivamente. Nos meses de maior ocorrência de chuva os valores de $\hat{\alpha}$ foram em média, superiores aos obtidos nos meses menos chuvosos, como julho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro. Sendo que os períodos desses meses apresentaram uma acentuada assimetria, o que explica os valores de $\hat{\alpha}$ inferiores.

O período de menor assimetria foi 1-31 no mês de janeiro, onde o valor de $\hat{\alpha}$ foi de 16,0954 e o período de maior assimetria foi de 1-3 no mês de dezembro, onde o valor de $\hat{\alpha}$ foi de 0,6863 como pode ser observado no Apêndice 1, Tabelas 1 e 12 respectivamente.

Para a estimativa do parâmetro β observou-se que, de uma maneira geral, nos meses menos chuvosos os valores de $\hat{\beta}$ foram maiores. Este fato é explicado considerando que $\hat{\beta}$ varia em função de $\hat{\alpha}$ e da média, e que nesses meses os valores $\hat{\alpha}$ são menores. A importância da estimativa do parâmetro β está no cálculo da variância da amostra, uma vez que esta estimativa depende de $\hat{\beta}$ e $\hat{\alpha}$, então $\hat{\beta}$ é um indicador de variabilidade dos dados.

A precisão das estimativas dos parâmetros α

e β depende do valor de $\hat{Q}$, proporção de valores nulos da amostra. Quando $\hat{Q} = 0$, o tamanho da amostra foi de 34, pois todos os dados da amostra foram utilizados na obtenção das estimativas, o que não ocorre quando $\hat{Q} > 0$. Neste caso o tamanho da amostra reduziu-se para $34(1 - \hat{Q})$.

Nos períodos de 1-3 dos meses de outubro e novembro, os valores de $\hat{Q}$ foram 0,2941 e 0,2647, como pode ser observado no Apêndice 1, nas Tabelas 10 e 11 respectivamente, nesses períodos somente 25 e 24 dados amostrais foram usados na obtenção das estimativas dos parâmetros α e β . Devido o menor número de elementos amostrais as variâncias de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ são maiores, pois essas são inversamente proporcionais ao tamanho da amostra, e os intervalos de confiança também são afetados, porque da forma como foi feita a sua construção, é necessário que $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ tenham uma distribuição normal, isto só ocorre à medida que aumenta o tamanho da amostra.

Somente nos meses menos chuvosos e nos períodos 1-3, 1-6 e 1-9 os valores de $\hat{Q}$ foram diferentes de zero.

Os intervalos de confiança dos parâmetros α e β foram construídos ao nível de 90% de probabilidade. FRIEDMAN & JANES (1957) acham que esse nível é suficiente em se tratando de uma variável climatológica. Observou-se que, de uma maneira geral, os valores dos intervalos foram altos, mas a extremidade inferior nunca foi igual a zero, o que é um fato desejável, já que α e β são sempre maiores do que zero.

As estimativas da assimetria e da variância dependem de $\hat{\alpha}$ e de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, respectivamente. A assimetria foi subestimada quando $\hat{Q} > 0$, porque os valores nulos não foram considerados. A variância quando $\hat{Q} > 0$, foi obtida a partir de $34(1-\hat{Q})$ dados amostrais, não representando a variabilidade dos dados em 34 anos.

4.2.2. Teste de aderência

Para verificar se os dados amostrais de cada período retirados de uma população de distribuição desconhecida, se ajusta a distribuição gama, foi usado o teste χ^2 com $v = k - 1 - m$ graus de liberdade, onde k é o número de classes e m é o número de parâmetros. O nível de significância foi de 5% de probabilidade.

De acordo com as Tabelas 4, 5 e 6 (Apêndice 2), nos períodos de 1-3 dos meses de agosto, outubro e novembro rejeitou-se a hipótese nula, esses meses são de baixa precipitação.

A precipitação pluviométrica para períodos pequenos dos referidos meses, apresenta uma irregularidade superior à apresentada pelos mesmos períodos dos meses chuvosos, o que proporciona uma divergência anormal nos cálculos de probabilidade.

4.2.3. Estimativas de diferentes alturas pluviais

O emprego da distribuição gama na análise dos dados pluviométricos, foi com o objetivo de se obter estimativas de quantidade de água em termos de probabilidade.

Observa-se na Tabela 5, Apêndice 3, no período mensal do mês de maio há 20% de probabilidade de chover quantidade igual ou inferior a 204,86 mm. Isto indica que, dentro de 10 anos, em dois anos, espera-se no mês de maio uma precipitação igual ou menor do que 204,86 mm ou alternativamente, em oito anos dentro de 10 anos, espera-se que em maio a precipitação exceda a 204,86 mm. No mesmo período ao nível de 60% corresponde a 278,68 mm indicando que em seis anos dentro de 10 anos, a precipitação esperada será igual ou inferior a 278,68 mm ou em 4 anos, dentro de 10 anos espera-se mais do que 278,68 mm. Este raciocínio pode ser expandido para todos os períodos dos demais meses.

Inferências estatísticas pode-se fazer usando as variâncias dos dados para comparação das diferenças entre as precipitações esperadas entre uma alta e baixa probabilidade. No período mensal de março a amplitude entre 5% e 95% é de 330,44 para o período mensal de agosto, a variação entre os mesmos níveis é de 161,20, as variâncias 110,6762 e 24,8866, respectivamente. Desta maneira, num certo espaço de tempo, uma precipitação maior pode ser geralmente esperada em março, com relação a agosto, porém, a precipitação em

30.

março provavelmente será mais irregular do que a de agosto,
em virtude das variâncias.

5. CONCLUSÕES

A partir das análises efetuadas no presente trabalho, obtem-se as seguintes conclusões:

1. O método da máxima verossimelhança foi eficiente na estimação dos parâmetros α e β .
2. A hipótese nula não foi rejeitada em 97,48% dos períodos estudados, o que comprova a eficácia da distribuição gama incompleta para a estimativa de quantidades de chuva, para o município de Belém-PA.
3. O algoritmo de Newton-Raphson foi eficiente, na solução da equação usada, para estimar precipitação pluvial a um certo nível de probabilidade, porque houve a convergência do método.
4. No período de 1-3 dos meses de baixa precipitação, como agosto, outubro e novembro, as frequências esperadas não estão de acordo com as observadas. Esta discrepância foi causada pela redução do tamanho da amostra. Nesse período a distribuição gama incompleta não apresentou bons resultados para a análise dos dados de chuva.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMARAL, L.E. Análise Harmônica. Pesquisa Agropecuária Brasileira. 3:7-43, 1968.

AMARAL, L.E. & SILVA, J.B. Tabelas de probabilidades das precipitações pluviométricas em Pelotas, RS, 1970. 27 p.

ARRUDA, V.H. & PINTO, H.S. A simplified gamma probability model for analysis of the frequency distribution of rainfall in the region of Campinas. SP, Brazil. Agricultural meteorology, 22:101-8, 1980.

BARGER, G.L. & THOM, H.C.S. Evaluation of drought hazard.

(2) Agronomy Journal, 41(11):519-26, 1949.

BARGER, G.L.; SHAW, R.H. & DALE, R.F. Gamma distribution parameters from 2 and 3 week precipitation totals in the North Central region of the United States. Iowa State University. Agricultural and Home Economics Experiment Station. 1959. 183 p.

ELLIS, J. Análise estatística das alturas de chuva anuais e mensais em Manaus, Amazonas. Departamento Nacional de Meteorologia. M.A. Boletim Técnico, 7:1-12, 1972.

FRIEDMAN, D.G. & JANES, B.E. Estimation of rainfall probabilities. University of Connecticut Agricultural Experiment Station, Bulletin, 332:1-22. 1957.

HARDEE, J.E. Analysis of colombian precipitation to estimate irrigation requeriments. Utah Wtaer Research Laboratory publication. 1971. 67 p.

HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. Variância e corariância das estimativas dos parâmetros. In: HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. A nálise de regressão: uma introdução à econometria. São Paulo, Hucitec-EDUSP, 1977. cap. 2, p. 49-58.

MILNE, W.E. Cálculo numérico. São Paulo. Polígono. 1968. 346 p.

PORTO, E.R.; HANCOCK, J.K. & BARROS, L.C.G. Análise das estimativas de chuva, para Santana do Ipanema e Palmeiras das Indias, AL, através da distribuição gama e da média. In : CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA, 9, Campina Grande-PB, 1979. Anais. Campina Grande-PB. UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA, 1980. v. 2, p. 52-7.

STROMMEN, N.D. & HORSFIELD, J.E. Monthly precipitation probabilities by Climatic Divisions. Departamento de Agricultura dos Estados Unidos. 1969. 140 p.

THOM, H.C.S. A note on the gamma distribution. Monthly ¹⁰weather review, 86(4):117-22, 1958.

THOM, H.C.S. Some methods of climatological analysis. Who, Geneva, 1966. 53 p. (Technical Note, 81).

THOM, H.C.S. Direct and inverse tables of the gamma distribution. Environmental Data Service. Departamento do Comércio dos Estados Unidos. 1968. 30 p.

VIVALDI, L.J. Utilização da distribuição gama em dados pluviométricos. Piracicaba, 1973. 77 p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

WEAVER, C.R. & MILLER, M. A precipitation probability computer program. Ohio. Agricultural research and Development Center. 1967. 10 p.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA.

- ALBRECHT, P. *Análise numérica; um curso moderno.* Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1973. 252 p.
- ANDERSON, T.W. *The statistical analysis of time series.* New York, John Wiley and Sons, 1971. 704 p.
- BARTHOLOMEW, D.J. Testing of departure from the exponential distribution. *Biometrika*, 44:253-7, 1957.
- CAMPOS, H. Testes aplicáveis a uma amostra. In: CAMPOS, H. *Estatística experimental não paramétrica.* 3.^a ed. Piracicaba-SP, 1979. cap. 2, p. 21-62.
- CHAPMAN, D.G. Estimating the parameters of a truncated gamma distribution. *Annal of Mathematical Statistics* 27: 498-506, 1956.
- CHOI, S.C. & WETTE, R. Maximum likelihood estimation of parameters of the gamma distribution and their bias. *Technometrics*, 11(4):683-90, 1969.
- GOMES, P.F. A distribuição de qui-quadrado. In: GOMES, P.F. *Iniciação à estatística.* 6.^a ed. Piracicaba, SP, Nobel, 1978. cap. 9, p. 151-65.

HOFFMANN, R. O teste de qui-quadrado. In: HOFFMANN, R. Es
tatística para economistas. São Paulo, Pioneira, 1980,
cap. 13, p. 197-210.

MIRSHAWKA, A.V. Cálculo Numérico. São Paulo, Nobel, 1979.
601 p.

PEARSON, E.S. & HARTLEY, H. Biometrika tables for statis-
ticians. London, The syndics of the Cambridge, 1956.
238 p.

APÊNDICE 1

ESTIMATIVAS DE α , β , Q , ASSIMETRIA (a_3), MÉDIA E
VARIÂNCIA DAS PRECIPITAÇÕES OBSERVADAS ($\hat{m}$, s^2), DES-
VIO PADRÃO DE $\hat{\alpha}$, DESVIO PADRÃO DE $\hat{\beta}$ E INTERVALOS
DE CONFIANÇA DOS PARÂMETROS α , β , OBTIDOS EM TODOS
OS PERÍODOS ESTUDADOS

Tabela 1. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\bar{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de janeiro.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,7511	1,3589	-	1,5113	23,7965	0,3866	0,3479	3,2335	$\hat{\alpha} \pm 0,6340$	$\hat{\beta} \pm 0,5705$
1 - 6	3,0949	1,8553	-	1,1368	57,4196	0,7124	0,4638	10,6530	$\hat{\alpha} \pm 1,1683$	$\hat{\beta} \pm 0,7606$
1 - 9	3,9428	2,2871	-	1,0072	90,1757	0,9178	0,5678	20,6241	$\hat{\alpha} \pm 1,5052$	$\hat{\beta} \pm 0,9312$
1 - 12	6,3017	2,0297	-	0,7967	127,9062	1,4893	0,4993	25,9610	$\hat{\alpha} \pm 2,4424$	$\hat{\beta} \pm 0,8188$
1 - 15	6,9805	2,2250	-	0,7569	155,3175	1,6538	0,5466	34,5578	$\hat{\alpha} \pm 2,7122$	$\hat{\beta} \pm 0,8964$
1 - 18	8,2763	2,2923	-	0,6962	189,7176	1,9679	0,5619	43,4889	$\hat{\alpha} \pm 3,2274$	$\hat{\beta} \pm 0,9215$
1 - 21	9,7903	2,3261	-	0,6392	227,7322	2,3349	0,5692	52,9728	$\hat{\alpha} \pm 3,8292$	$\hat{\beta} \pm 0,9335$
1 - 24	11,1935	2,3771	-	0,5978	266,0863	2,6752	0,5810	63,2501	$\hat{\alpha} \pm 4,3873$	$\hat{\beta} \pm 0,9528$
1 - 27	11,9441	2,5843	-	0,5787	308,6726	2,8572	0,6314	79,7699	$\hat{\alpha} \pm 4,6858$	$\hat{\beta} \pm 1,0355$
1 - 31	16,0954	2,2275	-	0,5985	358,5251	3,8639	0,5431	79,8614	$\hat{\alpha} \pm 6,3368$	$\hat{\beta} \pm 0,8907$

Tabela 2. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos nove períodos de fevereiro.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	Q	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	3,0877	1,1169	-	1,1381	34,4865	0,7106	0,2792	4,2043	$\hat{\alpha} \pm 1,1654$	$\hat{\beta} \pm 0,4579$
1 - 6	4,0036	1,7336	-	0,9995	69,4056	0,9325	0,4302	12,0301	$\hat{\alpha} \pm 1,5293$	$\hat{\beta} \pm 0,7055$
1 - 9	5,2235	1,9899	-	0,8751	103,9424	1,2280	0,4911	20,6835	$\hat{\alpha} \pm 2,0139$	$\hat{\beta} \pm 0,8054$
1 - 12	5,8792	2,3463	-	0,8248	137,9425	1,3869	0,5778	32,3629	$\hat{\alpha} \pm 2,2745$	$\hat{\beta} \pm 0,9476$
1 - 15	6,4964	2,6007	-	0,7847	168,9538	1,5365	0,6395	43,9393	$\hat{\alpha} \pm 2,5199$	$\hat{\beta} \pm 1,0488$
1 - 18	7,7540	2,6722	-	0,7182	207,1993	1,8413	0,6556	55,3645	$\hat{\alpha} \pm 3,0197$	$\hat{\beta} \pm 1,0752$
1 - 21	8,5887	2,9498	-	0,6824	253,3477	2,0437	0,7228	74,7299	$\hat{\alpha} \pm 3,3517$	$\hat{\beta} \pm 1,1854$
1 - 24	10,9789	2,6011	-	0,6036	285,5744	2,6232	0,6359	74,2802	$\hat{\alpha} \pm 4,3020$	$\hat{\beta} \pm 1,0429$
1 - 28	12,1545	2,7832	-	0,5737	338,2861	2,9082	0,6799	94,1504	$\hat{\alpha} \pm 4,7694$	$\hat{\beta} \pm 1,1150$

Tabela 3. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de março.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	2,2038	1,8198	-	1,3472	40,1047	0,4955	0,4606	7,2982	$\hat{\alpha} \pm 0,8126$	$\hat{\beta} \pm 0,7554$
1 - 6	4,0696	1,8924	-	0,9914	77,0071	0,9485	0,4695	14,5721	$\hat{\alpha} \pm 1,5555$	$\hat{\beta} \pm 0,7699$
1 - 9	7,5091	1,5102	-	0,7298	113,4001	1,7819	0,3706	17,1238	$\hat{\alpha} \pm 2,9223$	$\hat{\beta} \pm 0,6078$
1 - 12	9,0171	1,5068	-	0,6661	135,8697	2,1475	0,3690	20,4728	$\hat{\alpha} \pm 3,5219$	$\hat{\beta} \pm 0,6039$
1 - 15	9,8019	1,8143	-	0,6388	177,8339	2,3378	0,4439	32,2612	$\hat{\alpha} \pm 3,8339$	$\hat{\beta} \pm 0,7279$
1 - 18	9,2122	2,2018	-	0,6589	202,8342	2,1948	0,5391	44,6601	$\hat{\alpha} \pm 3,5995$	$\hat{\beta} \pm 0,8841$
1 - 21	10,5801	2,2484	-	0,6149	237,8829	2,5265	0,5498	53,4856	$\hat{\alpha} \pm 4,1435$	$\hat{\beta} \pm 0,9017$
1 - 24	11,5568	2,5216	-	0,5883	291,4163	2,7633	0,6162	73,4835	$\hat{\alpha} \pm 4,5318$	$\hat{\beta} \pm 1,0106$
1 - 27	11,5788	2,8614	-	0,5878	331,3158	2,7686	0,6992	94,8027	$\hat{\alpha} \pm 4,5405$	$\hat{\beta} \pm 1,1467$
1 - 31	13,1112	2,9054	-	0,5523	380,9328	3,1402	0,7093	110,6762	$\hat{\alpha} \pm 5,1499$	$\hat{\beta} \pm 1,1633$

Tabela 4. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de abril.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	β	Q	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,8899	1,6657	-	1,4548	31,4765	0,4204	0,4248	5,2427	$\hat{\alpha} \pm 0,6895$	$\hat{\beta} \pm 0,6967$
1 - 6	4,3331	1,5497	-	0,9607	67,1501	1,0123	0,3839	10,4062	$\hat{\alpha} \pm 1,6602$	$\hat{\beta} \pm 0,6296$
1 - 9	5,6048	1,7899	-	0,8448	100,3181	1,3204	0,4412	17,9503	$\hat{\alpha} \pm 2,1654$	$\hat{\beta} \pm 0,7836$
1 - 12	6,9026	1,8712	-	0,7612	129,1635	1,6349	0,4597	24,1687	$\hat{\alpha} \pm 2,6812$	$\hat{\beta} \pm 0,7539$
1 - 15	8,3751	1,8303	-	0,6911	155,8019	1,9919	0,4559	28,9838	$\hat{\alpha} \pm 3,2667$	$\hat{\beta} \pm 0,7477$
1 - 18	8,7386	2,1179	-	0,6766	185,0757	2,0800	0,5189	39,1969	$\hat{\alpha} \pm 3,4112$	$\hat{\beta} \pm 0,8589$
1 - 21	9,6033	2,3594	-	0,6454	226,5831	2,2896	0,5775	53,4593	$\hat{\alpha} \pm 3,7549$	$\hat{\beta} \pm 0,9471$
1 - 24	11,6973	2,2696	-	0,5848	265,4702	2,7974	0,5546	60,2485	$\hat{\alpha} \pm 4,5877$	$\hat{\beta} \pm 0,9095$
1 - 27	13,0032	2,3014	-	0,5546	299,2556	3,1140	0,5619	68,8707	$\hat{\alpha} \pm 5,1069$	$\hat{\beta} \pm 0,9215$
1 - 30	14,3503	2,2853	-	0,5279	327,9474	3,4407	0,5576	74,9458	$\hat{\alpha} \pm 5,6427$	$\hat{\beta} \pm 0,9146$

Tabela 5. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de maio.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,6681	1,8254	0,0294	1,5485	29,5536	0,3719	0,4616	5,5579	$\hat{\alpha} \pm 0,6099$	$\hat{\beta} \pm 0,7569$
1 - 6	4,5751	1,1638	-	0,9350	53,2446	1,0709	0,2879	6,1965	$\hat{\alpha} \pm 1,7563$	$\hat{\beta} \pm 0,4722$
1 - 9	5,4176	1,4440	-	0,8593	78,2302	1,2751	0,3561	11,2964	$\hat{\alpha} \pm 2,0911$	$\hat{\beta} \pm 0,5839$
1 - 12	7,7221	1,3596	-	0,7197	104,9905	1,8336	0,3336	14,2744	$\hat{\alpha} \pm 3,0071$	$\hat{\beta} \pm 0,5470$
1 - 15	8,6472	1,5702	-	0,6801	135,7802	2,0579	0,3847	21,3197	$\hat{\alpha} \pm 3,3749$	$\hat{\beta} \pm 0,6309$
1 - 18	9,4986	1,6977	-	0,6489	161,2577	2,2643	0,4156	27,3767	$\hat{\alpha} \pm 3,7134$	$\hat{\beta} \pm 0,6815$
1 - 21	10,3995	1,8246	-	0,6202	189,7493	2,4827	0,4463	34,6216	$\hat{\alpha} \pm 4,0716$	$\hat{\beta} \pm 0,7319$
1 - 24	11,1427	1,9057	-	0,5991	212,3487	2,6629	0,4658	40,4667	$\hat{\alpha} \pm 4,3672$	$\hat{\beta} \pm 0,7639$
1 - 27	11,3905	2,0720	-	0,5926	236,0134	2,7229	0,5064	48,9015	$\hat{\alpha} \pm 4,4657$	$\hat{\beta} \pm 0,8305$
1 - 31	13,6497	1,9541	-	0,5413	266,7274	3,2708	0,4769	52,1215	$\hat{\alpha} \pm 5,3641$	$\hat{\beta} \pm 0,7822$

Tabela 6. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de junho.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,2623	1,4636	0,0294	1,7801	17,9322	0,2707	0,3758	2,7040	$\hat{\alpha} \pm 0,4439$	$\hat{\beta} \pm 0,6164$
1 - 6	2,8076	1,1372	-	1,1936	31,9294	0,6428	0,2852	3,6308	$\hat{\alpha} \pm 1,0542$	$\hat{\beta} \pm 0,4678$
1 - 9	3,7738	1,3518	-	1,0295	57,0128	0,8768	0,3359	6,8959	$\hat{\alpha} \pm 1,4379$	$\hat{\beta} \pm 0,5510$
1 - 12	5,7395	1,1404	-	0,8348	65,4544	1,3531	0,2809	7,4643	$\hat{\alpha} \pm 2,2190$	$\hat{\beta} \pm 0,4608$
1 - 15	6,2882	1,2693	-	0,7976	79,8184	1,4860	0,3123	10,1310	$\hat{\alpha} \pm 2,4371$	$\hat{\beta} \pm 0,5121$
1 - 18	6,5238	1,4268	-	0,7830	93,0816	1,5431	0,3508	13,2809	$\hat{\alpha} \pm 2,5307$	$\hat{\beta} \pm 0,5754$
1 - 21	7,4526	1,4305	-	0,7326	106,6132	1,7683	0,3511	15,2505	$\hat{\alpha} \pm 2,8999$	$\hat{\beta} \pm 0,5758$
1 - 24	8,2877	1,5170	-	0,6947	125,7244	1,9707	0,3719	19,0724	$\hat{\alpha} \pm 3,2319$	$\hat{\beta} \pm 0,6099$
1 - 27	8,4627	1,6538	-	0,6875	139,9587	2,0131	0,4053	23,1459	$\hat{\alpha} \pm 3,3015$	$\hat{\beta} \pm 0,6647$
1 - 30	8,9844	1,8278	-	0,6672	169,2232	2,1396	0,4477	30,0188	$\hat{\alpha} \pm 3,5089$	$\hat{\beta} \pm 0,7342$

Tabela 7. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de julho.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,1797	1,5313	0,1765	1,8414	14,8760	0,2711	0,3635	2,7663	$\hat{\alpha} \pm 0,4446$	$\hat{\beta} \pm 0,5961$
1 - 6	1,4379	1,9953	-	1,6678	28,6889	0,3101	0,5163	5,7241	$\hat{\alpha} \pm 0,5085$	$\hat{\beta} \pm 0,8467$
1 - 9	1,8718	2,1680	-	1,4618	40,4312	0,4159	0,5531	8,7979	$\hat{\alpha} \pm 0,6822$	$\hat{\beta} \pm 0,9072$
1 - 12	2,2936	2,3776	-	1,3206	54,5347	0,5183	0,6009	12,9657	$\hat{\alpha} \pm 0,8500$	$\hat{\beta} \pm 0,9856$
1 - 15	2,9473	2,3319	-	1,1649	68,7307	0,6766	0,5838	16,0267	$\hat{\alpha} \pm 1,1097$	$\hat{\beta} \pm 0,9575$
1 - 18	3,0028	2,6570	-	1,1542	79,7847	0,6901	0,6648	21,1987	$\hat{\alpha} \pm 1,1317$	$\hat{\beta} \pm 1,0903$
1 - 21	3,2728	2,8709	-	1,1050	93,9585	0,7555	0,7164	26,9746	$\hat{\alpha} \pm 1,2389$	$\hat{\beta} \pm 1,1749$
1 - 24	4,1679	2,5893	-	0,9796	107,9194	0,9723	0,6419	27,9436	$\hat{\alpha} \pm 1,5945$	$\hat{\beta} \pm 1,0528$
1 - 27	4,7441	2,6119	-	0,9182	123,9131	1,1119	0,6458	32,3644	$\hat{\alpha} \pm 1,8234$	$\hat{\beta} \pm 1,0591$
1 - 31	5,5430	2,5184	-	0,8495	139,5971	1,3054	0,6208	35,1556	$\hat{\alpha} \pm 2,1409$	$\hat{\beta} \pm 1,0182$

Tabela 8. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\bar{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de agosto.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,1935	0,9935	0,0882	1,8307	10,8119	0,2613	0,2480	1,1780	$\hat{\alpha} \pm 0,4285$	$\hat{\beta} \pm 0,4068$
1 - 6	1,3689	1,1967	0,0294	1,7094	15,9396	0,2975	0,3067	1,9604	$\hat{\alpha} \pm 0,4878$	$\hat{\beta} \pm 0,5029$
1 - 9	2,2487	1,3074	-	1,3337	29,3991	0,5074	0,3307	3,8431	$\hat{\alpha} \pm 0,8322$	$\hat{\beta} \pm 0,5424$
1 - 12	3,2743	1,2223	-	1,1053	40,0231	0,7558	0,3050	4,8918	$\hat{\alpha} \pm 1,2396$	$\hat{\beta} \pm 0,5002$
1 - 15	3,8992	1,2832	-	1,0128	50,0345	0,9072	0,3187	6,4204	$\hat{\alpha} \pm 1,4878$	$\hat{\beta} \pm 0,5226$
1 - 18	4,1125	1,5389	-	0,9862	63,2901	0,9588	0,3817	9,7393	$\hat{\alpha} \pm 1,5725$	$\hat{\beta} \pm 0,6259$
1 - 21	4,8453	1,6236	-	0,9408	84,2428	1,1364	0,4012	14,4368	$\hat{\alpha} \pm 1,8637$	$\hat{\beta} \pm 0,6580$
1 - 24	5,8141	1,5428	-	0,8047	97,5256	1,3711	0,3800	15,3976	$\hat{\alpha} \pm 2,2486$	$\hat{\beta} \pm 0,6232$
1 - 27	6,1733	1,7152	-	0,8086	111,6750	1,4582	0,4221	20,3872	$\hat{\alpha} \pm 2,3914$	$\hat{\beta} \pm 0,6922$
1 - 31	6,6175	1,9393	-	0,7775	128,3352	1,5658	0,4767	24,8876	$\hat{\alpha} \pm 2,5679$	$\hat{\beta} \pm 0,7819$

Tabela 9. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de agosto.

Períodos	Estimativas							Intervalos de confiança a 90%		
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	1,0282	2,5941	0,2059	1,9723	21,1809	0,2329	0,6088	6,8828	$\hat{\alpha} \pm 0,3919$	$\hat{\beta} \pm 0,9984$
1 - 6	1,8302	1,8345	-	1,4783	33,5713	0,4058	0,4686	6,1579	$\hat{\alpha} \pm 0,6656$	$\hat{\beta} \pm 0,7685$
1 - 9	2,5764	1,7933	-	1,2461	46,2025	0,5868	0,4512	8,2855	$\hat{\alpha} \pm 0,9624$	$\hat{\beta} \pm 0,7393$
1 - 12	3,5585	1,5702	-	1,0558	55,8763	0,8247	0,3909	8,7736	$\hat{\alpha} \pm 1,3525$	$\hat{\beta} \pm 0,6410$
1 - 15	4,2487	1,6630	-	0,9206	73,0319	0,9918	0,4121	11,3991	$\hat{\alpha} \pm 1,6263$	$\hat{\beta} \pm 0,6759$
1 - 18	4,7829	1,8161	-	0,8417	89,4489	1,1213	0,4489	14,1006	$\hat{\alpha} \pm 1,8389$	$\hat{\beta} \pm 0,7363$
1 - 21	6,8375	1,4843	-	0,6654	106,9629	1,6192	0,3647	12,6616	$\hat{\alpha} \pm 2,6554$	$\hat{\beta} \pm 0,5981$
1 - 24	7,5709	1,5564	-	0,6642	121,7406	1,7969	0,3819	16,3437	$\hat{\alpha} \pm 2,9469$	$\hat{\beta} \pm 0,6264$
1 - 27	8,1362	1,5892	-	0,6314	136,5221	1,9339	0,3896	18,5738	$\hat{\alpha} \pm 3,1717$	$\hat{\beta} \pm 0,6390$
1 - 30	8,8058	1,6919	-	0,6739	148,9852	2,0963	0,4145	25,2068	$\hat{\alpha} \pm 3,4379$	$\hat{\beta} \pm 0,6797$

Tabela 10. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de setembro.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	Q	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$
1 - 3	0,9691	2,0359	0,2647	2,0316	14,5074	0,2242	0,4609	4,0168	$\hat{\alpha} \pm 0,3676$	$\hat{\beta} \pm 0,7558$
1 - 6	1,2795	2,0815	0,0588	1,7681	25,0666	0,2793	0,5259	5,5436	$\hat{\alpha} \pm 0,4580$	$\hat{\beta} \pm 0,8625$
1 - 9	1,5433	2,4549	-	1,6099	37,8864	0,3358	0,6327	9,3007	$\hat{\alpha} \pm 0,5508$	$\hat{\beta} \pm 1,0377$
1 - 12	2,1591	2,0484	-	1,3611	44,2247	0,4857	0,5191	9,0582	$\hat{\alpha} \pm 0,7965$	$\hat{\beta} \pm 0,8514$
1 - 15	2,2164	2,4306	-	1,3434	53,8714	0,4996	0,6153	13,0930	$\hat{\alpha} \pm 0,8194$	$\hat{\beta} \pm 1,0090$
1 - 18	2,5809	2,4751	-	1,2449	63,8798	0,5879	0,6226	15,8109	$\hat{\alpha} \pm 0,9642$	$\hat{\beta} \pm 1,0212$
1 - 21	3,0282	2,4602	-	1,1493	74,4989	0,6962	0,6154	18,3269	$\hat{\alpha} \pm 1,1418$	$\hat{\beta} \pm 1,0093$
1 - 24	3,1934	2,6807	-	1,1192	85,6061	0,7362	0,6694	22,9482	$\hat{\alpha} \pm 1,2074$	$\hat{\beta} \pm 1,0979$
1 - 27	3,5306	2,7274	-	1,0644	96,2957	0,8179	0,6791	26,2631	$\hat{\alpha} \pm 1,3414$	$\hat{\beta} \pm 1,1137$
1 - 31	3,3069	3,4874	-	1,0998	115,3248	0,7637	0,8699	40,2184	$\hat{\alpha} \pm 1,2525$	$\hat{\beta} \pm 1,4268$

Tabela 11. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\hat{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de novembro.

Períodos	Estimativas							Intervalos de confiança a 90%		
	$\hat{\alpha}$	β	Q	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	0,7035	1,6303	0,2941	2,3845	8,0959	0,1411	0,3636	1,8760	$\hat{\alpha} \pm 0,2325$	$\hat{\beta} \pm 0,5963$
1 - 6	0,9974	1,6221	0,0588	2,0026	15,2273	0,2057	0,4149	2,6244	$\hat{\alpha} \pm 0,3374$	$\hat{\beta} \pm 0,6866$
1 - 9	1,2021	2,1857	0,0294	1,8242	25,5025	0,2554	0,5627	5,7428	$\hat{\alpha} \pm 0,4189$	$\hat{\beta} \pm 0,9229$
1 - 12	1,2285	2,3844	-	1,8044	29,2922	0,2582	0,6224	6,9839	$\hat{\alpha} \pm 0,4235$	$\hat{\beta} \pm 1,0207$
1 - 15	1,7691	2,2268	-	1,5037	39,3957	0,3909	0,5698	8,7723	$\hat{\alpha} \pm 0,6412$	$\hat{\beta} \pm 0,9344$
1 - 18	1,5493	3,2937	-	1,6068	51,0298	0,3374	0,5910	16,8075	$\hat{\alpha} \pm 0,5533$	$\hat{\beta} \pm 0,9693$
1 - 21	1,8544	3,4708	-	1,4687	64,3639	0,4117	0,8859	22,3389	$\hat{\alpha} \pm 0,6752$	$\hat{\beta} \pm 1,4529$
1 - 24	2,2865	3,2854	-	1,3226	75,1209	0,5166	0,8305	24,6801	$\hat{\alpha} \pm 0,8472$	$\hat{\beta} \pm 1,3621$
1 - 27	2,3131	3,6821	-	1,3151	85,1706	0,5230	0,9304	31,3607	$\hat{\alpha} \pm 0,8578$	$\hat{\beta} \pm 1,5258$
1 - 30	2,0787	4,6897	-	1,3872	97,4856	0,4662	0,7646	45,7114	$\hat{\alpha} \pm 0,7646$	$\hat{\beta} \pm 1,2539$

Tabela 12. Estimativas de α , β , Q , assimetria (a_3), média e variância das precipitações observadas ($\bar{m}$, s^2), desvio padrão de $\hat{\alpha}$, desvio padrão de $\hat{\beta}$ e intervalos de confiança dos parâmetros α , β , obtidos nos dez períodos de dezembro.

Períodos	Estimativas						Intervalos de confiança a 90%			
	$\hat{\alpha}$	$\hat{\beta}$	$\hat{Q}$	$\hat{a}_3$	$\hat{m}$	$s(\hat{\alpha})$	$s(\hat{\beta})$	s^2	α	β
1 - 3	0,6863	2,4004	0,2059	2,4142	16,4739	0,1279	0,7151	3,9544	$\hat{\alpha} \pm 0,2098$	$\hat{\beta} \pm 1,1727$
1 - 6	0,8734	2,9546	0,0294	2,1401	25,8055	0,1693	0,7943	7,6245	$\hat{\alpha} \pm 0,2776$	$\hat{\beta} \pm 1,3026$
1 - 9	1,6611	2,1495	-	1,5517	35,7053	0,3646	0,5518	7,6749	$\hat{\alpha} \pm 0,5980$	$\hat{\beta} \pm 0,9049$
1 - 12	2,3670	2,0938	-	1,2999	49,5617	0,5361	0,5285	10,3769	$\hat{\alpha} \pm 0,8792$	$\hat{\beta} \pm 0,8668$
1 - 15	2,9381	2,1516	-	1,1668	63,2147	0,6744	0,5388	13,6003	$\hat{\alpha} \pm 1,1061$	$\hat{\beta} \pm 0,8836$
1 - 18	2,7281	2,9156	-	1,2108	79,2486	0,6236	0,7319	23,1892	$\hat{\alpha} \pm 1,0226$	$\hat{\beta} \pm 1,2004$
1 - 21	3,5612	2,8828	-	1,0598	102,6629	0,8253	0,7176	29,5955	$\hat{\alpha} \pm 1,3535$	$\hat{\beta} \pm 1,1769$
1 - 24	3,6092	3,2565	-	1,0527	117,5299	0,8369	0,5615	38,2725	$\hat{\alpha} \pm 1,3726$	$\hat{\beta} \pm 0,9209$
1 - 27	4,1871	3,4648	-	0,9744	145,7120	0,9769	0,8589	50,2655	$\hat{\alpha} \pm 1,6022$	$\hat{\beta} \pm 1,4087$
1 - 31	4,3352	4,0094	-	0,9606	173,8164	1,0128	0,9932	69,6896	$\hat{\alpha} \pm 1,6609$	$\hat{\beta} \pm 1,6288$

APÊNDICE 2
VALORES DE χ^2 OBTIDOS NO TESTES DE AJUSTAMENTO
PARA TODOS OS PERÍODOS ESTUDADOS

Tabela 1. Valores de χ^2 obtidos no teste de ajustamento para os períodos de janeiro e fevereiro.

janeiro				fevereiro			
Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão	Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão
1 - 3	1,81	1	n.s.	1 - 3	1,85	1	n.s.
1 - 6	2,82	1	n.s.	1 - 6	1,95	1	n.s.
1 - 9	1,87	1	n.s.	1 - 9	1,03	2	n.s.
1 - 12	0,92	2	n.s.	1 - 12	0,70	1	n.s.
1 - 15	1,81	2	n.s.	1 - 15	3,29	1	n.s.
1 - 18	0,66	2	n.s.	1 - 18	2,47	1	n.s.
1 - 21	1,66	2	n.s.	1 - 21	2,31	2	n.s.
1 - 24	3,27	2	n.s.	1 - 24	3,15	2	n.s.
1 - 27	1,34	2	n.s.	1 - 28	2,80	2	n.s.
1 - 31	2,01	2	n.s.				

Tabela 2. Valores de χ^2 obtidos no teste de ajustamento para os períodos de março e abril.

março				abril			
Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão	Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão
1 - 3	1,97	1	n.s.	1 - 3	1,81	1	n.s.
1 - 6	1,46	1	n.s.	1 - 6	2,18	1	n.s.
1 - 9	3,30	2	n.s.	1 - 9	3,04	1	n.s.
1 - 12	3,08	1	n.s.	1 - 12	0,45	1	n.s.
1 - 15	1,37	2	n.s.	1 - 15	3,12	1	n.s.
1 - 18	2,36	2	n.s.	1 - 18	5,32	2	n.s.
1 - 21	3,73	2	n.s.	1 - 21	1,16	2	n.s.
1 - 24	0,10	2	n.s.	1 - 24	1,12	2	n.s.
1 - 27	2,49	3	n.s.	1 - 27	5,35	3	n.s.
1 - 31	0,68	2	n.s.	1 - 30	3,38	3	n.s.

Tabela 3. Valores de χ^2 obtidos no teste de ajustamento para os períodos de maio e junho.

maio				junho			
Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão	Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão
1 - 3	0,21	1	n.s.	1 - 3	0,91	1	n.s.
1 - 6	0,62	1	n.s.	1 - 6	1,66	1	n.s.
1 - 9	4,37	2	n.s.	1 - 9	2,34	1	n.s.
1 - 12	3,83	2	n.s.	1 - 12	2,14	1	n.s.
1 - 15	4,23	2	n.s.	1 - 15	1,53	2	n.s.
1 - 18	4,56	2	n.s.	1 - 18	3,95	2	n.s.
1 - 21	3,18	2	n.s.	1 - 21	3,99	2	n.s.
1 - 24	2,76	2	n.s.	1 - 24	1,31	2	n.s.
1 - 17	4,13	2	n.s.	1 - 17	1,98	2	n.s.
1 - 31	4,04	3	n.s.	1 - 30	2,31	1	n.s.

Tabela 4. Valores de χ^2 obtidos no teste de ajustamento para os períodos de julho e agosto.

julho				agosto			
Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão	Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão
1 - 3	3,28	1	n.s.	1 - 3	3,87	1	*
1 - 6	2,99	1	n.s.	1 - 6	2,33	1	n.s.
1 - 9	2,55	2	n.s.	1 - 9	1,19	1	n.s.
1 - 12	0,99	2	n.s.	1 - 12	3,49	2	n.s.
1 - 15	2,76	2	n.s.	1 - 15	2,77	1	n.s.
1 - 18	3,98	2	n.s.	1 - 18	4,38	2	n.s.
1 - 21	3,01	2	n.s.	1 - 21	1,86	2	n.s.
1 - 24	2,32	2	n.s.	1 - 24	4,29	2	n.s.
1 - 27	1,84	2	n.s.	1 - 27	1,71	2	n.s.
1 - 31	4,57	2	n.s.	1 - 31	4,14	2	n.s.

* Significativo ao nível de 5%.

Tabela 5. Valores de χ^2 obtidos no teste de ajustamento para os períodos de setembro e outubro.

setembro				outubro			
Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão	Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão
1 - 3	3,55	1	n.s.	1 - 3	5,90	1	*
1 - 6	3,48	1	n.s.	1 - 6	2,14	1	n.s.
1 - 9	2,07	1	n.s.	1 - 9	0,68	1	n.s.
1 - 12	0,71	1	n.s.	1 - 12	0,15	1	n.s.
1 - 15	0,33	2	n.s.	1 - 15	0,16	1	n.s.
1 - 18	3,04	2	n.s.	1 - 18	2,01	1	n.s.
1 - 21	0,77	2	n.s.	1 - 21	2,89	2	n.s.
1 - 24	1,76	2	n.s.	1 - 24	3,48	2	n.s.
1 - 27	0,63	3	n.s.	1 - 27	0,61	2	n.s.
1 - 30	3,82	3	n.s.	1 - 31	2,23	2	n.s.

* Significativo ao nível de 5%.

Tabela 6. Valores de χ^2 obtidos no teste de ajustamento para os períodos de novembro e dezembro.

novembro				dezembro			
Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão	Períodos	χ^2	G.L.	Conclusão
1 - 3	4,16	1	*	1 - 3	3,04	1	n.s.
1 - 6	1,66	1	n.s.	1 - 6	1,57	1	n.s.
1 - 9	0,46	2	n.s.	1 - 9	2,64	1	n.s.
1 - 12	2,04	1	n.s.	1 - 12	1,45	1	n.s.
1 - 15	3,01	1	n.s.	1 - 15	1,66	1	n.s.
1 - 18	0,60	1	n.s.	1 - 18	1,62	1	n.s.
1 - 21	0,05	1	n.s.	1 - 21	0,82	1	n.s.
1 - 24	0,82	1	n.s.	1 - 24	1,13	2	n.s.
1 - 27	0,65	1	n.s.	1 - 27	4,35	2	n.s.
1 - 30	0,26	1	n.s.	1 - 31	1,15	2	n.s.

* Significativo ao nível de 5%.

APÊNDICE 3

PRECIPITAÇÕES PLUVIAIS EM (mm) AJUSTADAS
PELA DISTRIBUIÇÃO GAMA PARA TODOS OS PERÍODOS ESTUDADOS

Tabela 1. Precipitações pluviiais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de janeiro, para o município de Belém-PA.

Probabilidade	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	3,53	16,03	30,45	57,10	72,79	95,79	122,60	150,03	177,74	225,37
0,10	5,53	21,47	39,03	68,48	86,32	111,67	140,83	170,52	201,05	249,96
0,15	7,29	25,83	45,69	77,00	96,39	123,37	154,15	185,39	217,92	267,41
0,20	8,96	29,72	51,46	84,27	104,95	133,25	165,33	197,83	232,00	282,14
0,25	10,61	33,37	56,86	90,88	112,70	142,15	175,35	208,94	244,56	295,07
0,30	12,26	36,90	62,03	97,12	119,99	150,49	184,70	219,28	256,24	307,01
0,35	13,94	40,40	67,10	103,16	127,02	158,50	193,66	229,16	267,38	318,37
0,40	15,68	43,92	72,16	109,11	133,95	166,37	202,43	238,82	278,26	329,41
0,45	17,51	47,53	77,31	115,09	140,89	174,22	211,17	248,41	289,06	340,33
0,50	19,44	51,27	82,61	121,19	147,95	182,19	220,01	258,11	299,96	351,31
0,55	21,51	55,20	88,15	127,50	155,25	190,41	229,10	268,05	311,13	362,52
0,60	23,76	59,40	94,03	134,13	162,91	199,00	238,58	278,41	322,77	374,16
0,65	26,25	63,96	100,37	141,23	171,08	208,15	248,65	289,39	335,09	386,45
0,70	29,05	69,00	107,35	148,96	179,98	218,09	259,57	301,28	348,41	399,68
0,75	32,29	74,73	115,24	157,62	189,92	229,16	271,70	314,46	363,17	414,30
0,80	36,16	81,47	124,46	167,64	201,41	241,91	285,64	329,57	380,09	436,62
0,85	41,04	89,80	135,79	179,84	214,36	257,36	302,46	347,78	400,45	471,11
0,90	47,74	101,04	150,96	195,98	233,78	277,68	324,54	371,61	427,05	506,28
0,95	58,88	119,28	175,37	221,57	262,91	309,65	359,12	408,84	468,56	539,91

Tabela 2. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em nove períodos de fevereiro, para o município de Belém-PA.

Probabilidade	Períodos								
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 28
0,05	9,65	23,73	41,96	59,45	76,54	101,67	129,81	160,07	195,88
0,10	12,93	30,30	51,51	71,89	91,57	119,29	150,82	182,20	221,99
0,15	15,55	35,40	58,76	81,25	102,75	132,31	166,27	198,27	239,66
0,20	17,89	39,87	65,01	89,27	112,28	143,34	179,30	211,71	254,99
0,25	20,09	44,01	70,73	96,57	120,93	153,29	191,02	223,74	268,67
0,30	22,22	47,98	76,15	103,47	129,08	162,62	201,99	234,92	281,36
0,35	24,33	51,86	81,43	110,16	136,96	171,61	212,52	245,62	293,49
0,40	26,45	55,74	86,66	116,77	144,73	180,44	222,86	256,07	305,31
0,45	28,62	59,68	91,93	123,42	152,53	189,27	233,18	266,47	317,06
0,50	30,87	63,74	97,32	130,21	160,48	198,24	243,64	276,97	328,90
0,55	33,24	67,97	102,92	137,24	168,70	207,50	254,41	287,74	341,04
0,60	35,77	72,47	108,83	144,64	177,33	217,19	265,68	298,97	353,68
0,65	38,51	77,31	115,17	152,57	186,56	227,52	277,67	310,88	367,07
0,70	41,55	82,65	122,11	161,22	196,62	238,75	290,69	323,77	381,53
0,75	45,00	88,67	129,91	170,92	207,87	251,27	305,18	338,07	397,56
0,80	49,06	95,71	138,96	182,16	220,89	265,71	321,86	354,47	415,92
0,85	54,08	104,93	150,02	195,85	236,72	283,22	342,05	374,23	438,01
0,90	60,84	115,93	164,72	214,01	257,65	306,28	368,59	400,11	466,88
0,95	71,82	134,54	188,16	242,85	290,82	342,65	410,32	440,54	511,89

Tabela 3. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de março, para o município de Belém-PA.

Probabilidade	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	8,01	26,62	54,93	70,97	95,75	106,74	131,62	166,21	188,99	225,84
0,10	11,61	33,90	64,64	82,10	109,98	123,25	150,25	188,46	214,25	253,79
0,15	14,67	39,55	71,84	90,26	120,37	135,34	163,80	204,58	232,56	273,93
0,20	17,48	44,49	77,94	97,14	129,09	145,52	175,16	218,04	247,85	290,71
0,25	20,20	49,06	83,46	103,31	136,92	154,66	185,32	230,07	261,51	304,64
0,30	22,87	53,43	88,63	109,08	144,21	163,20	194,78	241,25	274,21	319,49
0,35	25,57	57,72	93,62	114,62	151,20	171,39	203,83	251,93	286,34	332,70
0,40	28,32	61,69	98,52	120,04	158,05	179,41	212,68	262,36	298,18	345,57
0,45	31,17	66,33	103,42	125,46	164,86	187,41	221,49	272,72	309,94	358,34
0,50	34,16	70,80	108,41	130,46	171,76	195,51	230,39	283,18	321,82	371,21
0,55	37,34	75,46	113,55	136,59	178,85	203,85	239,53	293,91	334,00	384,38
0,60	40,77	80,41	118,94	142,48	186,25	212,56	249,05	305,08	346,68	398,08
0,65	44,53	85,74	124,69	148,76	194,11	221,81	259,10	316,92	360,12	412,58
0,70	48,74	91,61	130,94	155,56	220,63	231,85	270,11	329,72	374,66	428,23
0,75	53,55	98,23	137,92	163,13	212,09	243,02	282,26	343,92	390,78	445,56
0,80	59,27	105,96	145,97	171,84	222,97	255,86	296,20	360,19	409,25	465,39
0,85	66,42	115,46	155,73	182,37	236,10	271,38	313,01	379,78	431,50	489,22
0,90	76,16	128,16	168,61	196,20	253,32	291,77	335,03	405,41	460,58	520,32
0,95	92,18	148,58	188,91	217,92	280,30	323,75	269,48	445,51	505,99	556,28

Tabela 4. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de abril, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 30
0,05	5,20	24,19	42,15	60,23	79,00	95,45	121,13	151,93	177,02	199,67
0,10	7,93	30,50	51,21	71,53	92,01	110,73	139,36	172,11	119,04	223,04
0,15	10,29	35,37	58,09	79,91	101,58	121,70	152,70	186,72	214,91	239,83
0,20	12,51	39,61	64,00	87,05	109,66	131,41	163,90	198,93	228,14	253,77
0,25	14,68	43,52	69,40	93,52	116,94	139,92	173,95	209,83	239,91	266,17
0,30	16,84	47,26	74,50	99,61	123,75	147,88	183,32	219,96	250,83	277,65
0,35	19,03	50,91	79,47	105,49	130,29	155,52	192,31	229,64	261,25	288,58
0,40	21,30	54,55	84,36	111,27	136,72	163,01	201,11	239,08	271,40	299,21
0,45	23,65	58,24	89,29	117,08	143,14	170,49	209,88	248,47	281,47	309,75
0,50	26,14	62,03	94,34	122,98	149,65	178,10	218,76	257,94	291,62	320,36
0,55	28,80	65,98	99,57	129,08	156,35	185,91	227,88	267,65	302,01	331,21
0,60	31,69	70,16	105,07	135,48	163,37	194,07	237,41	277,66	312,82	342,49
0,65	34,87	74,66	110,98	142,32	170,83	202,75	247,53	288,48	324,26	354,40
0,70	38,44	79,61	111,43	149,77	178,94	212,17	258,51	300,06	336,22	367,26
0,75	42,55	85,19	124,67	158,08	187,98	222,65	270,70	312,91	350,29	381,47
0,80	47,46	91,69	133,06	167,70	198,38	234,72	274,72	327,63	365,94	397,72
0,85	53,62	99,67	143,30	179,38	210,97	249,32	301,65	345,35	384,76	417,22
0,90	62,06	110,33	156,89	194,80	227,54	268,52	323,86	368,52	409,31	439,10
0,95	76,04	127,42	178,51	219,19	253,61	298,68	358,69	404,68	432,16	462,85

Tabela 5. Precipitações pluviiais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de maio, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	4,09	19,88	32,26	51,47	69,73	85,85	104,38	119,56	133,90	160,07
0,10	6,52	24,86	39,41	60,40	80,97	98,87	119,31	135,94	151,98	179,89
0,15	8,69	28,68	44,84	67,01	89,23	108,39	130,19	147,83	165,10	193,29
0,20	10,76	32,00	49,48	72,61	96,20	116,40	139,30	157,77	176,06	204,86
0,25	12,81	35,05	53,74	77,67	102,47	123,58	147,46	166,66	185,85	215,15
0,30	14,86	37,96	57,77	82,40	108,33	130,28	155,06	174,93	194,96	224,69
0,35	16,93	40,80	61,68	86,97	113,96	136,71	162,34	182,83	203,66	233,77
0,40	19,16	43,63	65,56	91,45	119,48	143,00	169,45	190,55	212,16	242,62
0,45	21,46	46,49	69,47	95,94	124,99	149,27	176,53	198,22	220,60	251,40
0,50	23,90	49,42	73,46	100,49	130,58	155,63	183,69	205,98	229,13	260,24
0,55	26,53	52,47	77,61	105,19	136,33	162,15	191,04	213,93	237,88	269,28
0,60	29,38	55,70	81,98	110,11	142,35	168,97	198,71	222,22	246,99	278,68
0,65	32,55	59,18	86,67	115,36	148,75	176,22	206,85	231,01	256,65	288,63
0,70	36,11	62,99	91,79	121,06	155,70	184,07	215,66	240,51	267,09	299,36
0,75	40,24	67,29	97,54	127,43	163,44	192,80	225,44	251,06	278,67	311,24
0,80	45,19	72,29	104,22	134,76	172,34	202,84	236,67	263,15	291,96	324,82
0,85	51,43	78,42	112,37	143,66	183,12	214,96	250,22	277,72	307,95	341,13
0,90	60,02	86,59	123,19	155,38	197,28	230,88	267,97	296,79	328,87	362,41
0,95	77,32	99,67	140,42	173,86	219,55	255,83	295,74	326,58	361,55	398,23

Tabela 6. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de junho, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 12	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 30
0,05	1,58	8,21	16,69	27,87	35,60	42,23	51,45	63,50	71,24	85,56
0,10	2,84	11,22	21,53	33,80	42,70	50,45	60,61	74,03	82,89	99,02
0,15	4,06	13,67	25,31	38,27	48,03	56,60	67,39	81,78	91,46	108,89
0,20	5,29	15,86	28,64	42,11	52,57	61,84	73,14	88,32	98,69	117,20
0,25	6,55	17,94	31,73	45,60	56,70	66,60	78,34	94,22	105,21	124,67
0,30	7,85	19,96	34,69	48,91	60,60	71,07	83,22	99,74	111,30	131,65
0,35	9,21	21,97	37,61	52,11	64,37	75,41	87,92	105,05	117,15	138,35
0,40	10,66	24,00	40,52	55,28	68,09	79,68	92,55	110,26	122,90	144,91
0,45	12,20	26,08	41,49	58,47	71,82	83,96	97,17	115,46	128,64	151,46
0,50	13,86	28,25	46,54	61,73	75,63	88,33	101,88	120,74	134,46	158,10
0,55	15,67	30,54	49,74	65,11	79,57	92,85	106,73	126,18	140,45	164,93
0,60	17,67	32,98	53,13	68,67	83,72	97,59	111,82	131,87	146,72	172,07
0,65	19,91	35,64	56,80	72,47	88,15	102,66	117,25	137,93	153,39	179,66
0,70	22,46	38,60	60,85	76,64	92,98	108,19	123,15	144,51	160,63	187,90
0,75	25,45	41,96	65,42	81,30	98,39	114,37	129,74	151,84	168,70	197,06
0,80	29,07	45,93	70,76	86,71	104,65	121,52	137,34	160,29	177,99	207,60
0,85	33,68	50,85	77,34	93,31	112,27	130,22	146,56	170,51	189,24	220,35
0,90	40,12	57,50	86,16	102,05	122,35	141,72	158,72	183,97	204,03	237,10
0,95	50,98	68,33	100,38	115,96	138,34	159,93	177,91	205,14	227,29	263,40

Tabela 7. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de julho, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	1,12	3,15	6,62	11,39	18,47	21,76	27,53	37,95	47,25	58,29
0,10	2,08	5,32	10,10	16,34	24,99	29,33	36,46	48,13	58,78	71,00
0,15	3,03	7,33	13,14	20,51	30,24	35,41	43,56	56,02	67,61	80,61
0,20	4,00	9,30	16,00	24,33	34,93	40,84	49,86	62,91	75,25	88,81
0,25	5,00	11,28	18,79	28,00	39,36	45,95	55,76	69,27	82,28	96,34
0,30	6,05	13,31	21,57	31,61	43,65	50,91	61,46	75,35	88,97	102,48
0,35	7,15	15,41	24,41	35,24	47,92	55,83	67,09	81,31	95,49	110,41
0,40	8,33	17,61	27,33	38,94	52,22	60,78	72,75	87,25	101,96	117,25
0,45	9,59	19,93	30,37	42,76	56,62	65,86	78,52	93,27	108,51	124,15
0,50	10,95	22,42	33,59	46,77	61,20	71,12	84,50	99,46	115,22	131,20
0,55	12,44	25,11	37,03	51,02	66,02	76,67	90,79	105,93	122,21	138,52
0,60	14,09	28,06	40,76	55,60	71,17	82,59	97,43	112,78	129,59	146,22
0,65	15,95	31,35	44,87	60,62	76,78	89,02	104,73	120,17	137,53	154,48
0,70	18,08	35,08	49,50	66,23	83,01	96,15	112,76	128,29	146,23	163,52
0,75	20,57	39,42	54,83	72,66	90,13	104,25	121,86	137,45	156,02	173,65
0,80	23,60	44,65	61,21	80,32	98,60	113,79	132,54	148,14	167,42	185,40
0,85	27,47	51,30	69,27	90,00	109,44	125,59	145,74	161,26	181,37	199,74
0,90	32,39	60,62	80,69	103,91	126,06	141,52	163,50	178,71	199,97	218,78
0,95	42,06	77,87	106,30	123,83	145,07	167,39	192,26	206,99	229,70	249,08

Tabela 8. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de agosto,
para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	0,90	1,65	6,01	11,72	16,78	22,04	30,48	38,50	46,74	58,69
0,10	1,67	2,85	8,69	15,52	21,52	27,99	37,79	46,61	56,20	70,00
0,15	2,43	3,98	10,94	18,54	25,22	32,62	43,38	52,72	63,29	78,44
0,20	3,21	5,09	13,01	21,22	28,47	36,67	48,22	57,95	69,35	85,64
0,25	4,00	6,22	14,99	23,73	31,47	40,45	52,66	62,72	74,87	92,17
0,30	4,84	7,38	16,95	26,16	34,35	44,07	56,88	67,23	80,07	98,33
0,35	5,71	8,59	18,92	28,56	37,35	47,54	60,99	71,60	85,11	104,25
0,40	6,65	9,86	20,93	30,96	40,01	51,04	65,08	75,93	90,07	110,15
0,45	7,65	11,20	23,01	33,42	42,86	54,60	69,19	80,28	95,06	115,98
0,50	8,73	12,65	25,18	35,97	45,82	58,25	73,42	84,71	100,16	121,96
0,55	9,91	14,21	27,51	38,65	48,91	62,06	77,82	89,32	105,43	128,15
0,60	11,22	15,94	29,99	41,49	52,19	66,11	82,46	94,16	110,97	134,64
0,65	12,69	17,86	32,73	44,58	55,73	70,47	87,45	99,34	116,91	141,58
0,70	14,37	20,04	35,79	47,99	59,63	75,26	92,93	105,01	123,38	149,15
0,75	16,35	22,59	39,28	51,87	64,03	80,68	99,08	111,36	130,62	157,61
0,80	18,74	25,66	43,43	56,41	69,18	86,99	106,24	118,72	139,01	167,39
0,85	21,81	29,57	48,61	62,03	75,51	94,75	114,99	127,69	149,23	179,28
0,90	26,09	35,00	55,66	69,59	83,83	105,13	126,65	139,58	162,75	195,00
0,95	33,34	44,12	67,25	81,83	97,63	121,80	145,29	158,48	184,21	219,89

Tabela 9. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de setembro, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 30
0,05	1,46	5,31	10,94	17,53	25,16	33,30	47,13	57,25	64,83	77,12
0,10	2,95	8,18	15,26	22,85	31,82	41,37	56,01	67,32	75,70	89,40
0,15	4,51	10,69	18,81	27,03	36,96	47,55	62,63	74,79	83,72	98,42
0,20	6,15	13,05	22,03	30,72	41,45	52,90	68,27	81,11	90,49	106,02
0,25	7,89	15,36	25,08	34,16	45,59	57,81	73,37	86,83	96,60	112,83
0,30	9,74	17,68	28,07	37,47	49,55	62,49	78,18	92,17	102,31	119,24
0,35	11,71	20,03	31,05	40,73	53,43	67,05	82,83	97,33	107,81	125,37
0,40	13,85	22,46	34,08	44,00	57,29	71,58	87,37	102,41	113,22	131,38
0,45	16,16	25,02	37,19	47,32	61,20	76,14	91,94	107,49	118,61	137,38
0,50	18,68	27,70	40,44	50,76	65,22	80,83	96,60	112,65	124,02	143,46
0,55	21,47	30,58	43,88	54,35	69,41	85,71	101,42	117,97	129,73	149,72
0,60	24,58	33,70	47,56	58,18	73,86	90,87	106,47	123,54	135,61	156,27
0,65	28,11	37,14	51,58	62,32	78,65	96,41	111,87	129,49	141,93	163,23
0,70	32,16	41,01	56,05	66,89	83,91	102,48	117,75	135,96	148,76	170,78
0,75	36,96	45,47	61,16	72,06	89,84	109,32	124,32	143,17	156,38	179,19
0,80	42,82	50,80	67,10	78,12	96,77	117,27	131,92	151,50	165,16	188,87
0,85	50,37	57,50	74,68	85,58	105,26	127,01	141,14	161,59	175,70	200,57
0,90	60,99	66,70	84,85	95,61	116,62	139,97	153,33	174,90	189,78	215,95
0,95	79,11	81,94	101,46	111,80	134,84	160,71	172,61	195,89	211,80	240,12

Tabela 10. Precipitações pluviais em "(mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de outubro, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	0,94	2,35	4,63	8,62	10,87	15,10	20,47	24,57	30,02	34,19
0,10	1,97	4,20	7,60	12,62	15,77	21,07	27,56	32,70	39,16	45,17
0,15	3,07	5,98	10,32	15,99	19,89	25,97	33,24	39,18	46,37	53,88
0,20	4,24	7,76	12,94	19,11	23,69	30,40	38,31	44,95	52,74	61,61
0,25	5,51	9,58	15,56	22,11	27,34	34,62	43,08	50,36	58,68	68,85
0,30	6,86	11,46	18,21	25,08	30,94	38,75	47,70	55,58	64,39	75,83
0,35	8,32	13,43	20,95	28,07	34,57	42,86	52,23	60,75	70,02	82,72
0,40	9,90	15,51	23,80	31,13	38,27	47,04	56,85	65,95	75,66	89,65
0,45	11,63	17,73	26,81	34,30	42,10	51,31	61,62	71,27	81,41	96,72
0,50	13,52	20,12	30,01	37,63	46,12	55,82	66,48	76,77	87,35	104,03
0,55	15,62	22,72	33,47	41,47	50,39	60,56	71,63	82,56	93,56	111,72
0,60	17,87	25,59	37,25	44,99	54,99	65,65	77,13	88,73	100,18	119,92
0,65	20,64	28,80	41,45	49,18	60,04	71,20	83,11	95,42	107,34	128,76
0,70	23,73	32,46	46,20	53,83	65,67	77,37	89,74	102,82	115,25	138,56
0,75	27,38	36,75	51,71	59,24	72,14	84,42	97,27	111,23	124,19	149,67
0,80	31,86	41,93	58,34	65,63	79,80	92,74	106,13	121,10	134,68	162,71
0,85	37,65	48,53	66,75	73,61	89,30	103,09	117,09	133,30	147,60	178,82
0,90	45,82	57,74	78,53	84,50	102,44	117,12	131,89	149,73	164,96	200,49
0,95	59,81	73,25	100,91	102,42	123,90	140,05	155,91	176,37	193,00	235,57

Tabela 11. Precipitações pluviiais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de novembro;
para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 30
0,05	0,20	0,82	2,05	2,38	5,94	6,37	10,36	15,69	17,91	18,15
0,10	0,55	1,69	3,77	4,34	9,28	10,35	15,82	22,57	25,70	26,90
0,15	1,00	2,62	5,47	6,28	12,20	14,02	20,63	28,33		34,32
0,20	1,53	3,60	7,19	8,22	14,98	17,57	25,15	33,61	38,19	41,20
0,25	2,15	4,64	8,97	10,20	17,70	21,10	29,58	38,68	43,91	47,85
0,30	2,85	5,75	10,82	12,27	20,43	24,68	34,00	43,67	49,54	54,44
0,35	3,64	6,95	12,77	14,45	23,21	28,37	38,50	48,68	55,19	61,10
0,40	4,54	8,25	14,84	16,75	26,09	32,22	43,13	53,79	60,95	67,92
0,45	5,56	9,65	17,06	19,21	29,11	36,27	47,97	59,07	66,91	75,00
0,50	6,70	11,20	19,45	21,87	32,29	40,59	53,09	64,61	73,15	82,44
0,55	8,01	12,90	22,07	24,77	35,71	45,25	58,56	70,48	79,77	90,37
0,60	9,50	14,81	24,97	27,98	39,43	50,34	64,50	76,81	86,90	98,94
0,65	11,24	16,97	28,22	31,57	43,53	55,99	71,05	83,74	94,70	108,36
0,70	13,29	19,47	31,94	35,62	48,15	62,39	78,41	91,49	103,42	118,90
0,75	15,77	22,42	36,31	40,47	53,49	69,81	86,91	100,37	113,36	131,02
0,80	18,86	26,03	41,60	46,32	59,86	78,71	97,06	110,83	125,18	145,22
0,85	22,92	30,69	48,36	53,78	67,89	89,98	109,76	123,93	139,91	163,22
0,90	28,77	37,24	57,81	64,08	78,92	105,55	127,21	141,77	159,97	187,81
0,95	38,98	48,50	73,81	81,63	97,23	131,59	156,14	171,06	192,89	228,35

Tabela 12. Precipitações pluviais em (mm) ajustadas pela distribuição gama em dez períodos de dezembro, para o município de Belém-PA.

Probabilidades	Períodos									
	1 - 3	1 - 6	1 - 9	1 - 12	1 - 15	1 - 18	1 - 21	1 - 24	1 - 27	1 - 31
0,05	0,27	0,91	4,92	10,72	16,91	19,87	32,21	37,26	51,13	62,69
0,10	0,75	2,05	7,83	15,32	22,93	27,39	41,96	48,44	64,88	79,15
0,15	1,38	3,35	10,45	19,12	27,75	33,48	49,64	57,22	75,48	91,78
0,20	2,13	4,78	12,94	22,60	32,08	39,98	56,42	64,97	84,73	102,77
0,25	3,00	6,35	15,41	25,92	36,15	44,18	62,63	72,17	93,28	112,91
0,30	4,01	8,07	17,90	29,19	40,11	49,26	68,81	79,10	101,45	122,58
0,35	5,15	9,94	20,46	32,47	44,03	54,30	74,79	85,92	109,44	132,05
0,40	6,44	12,00	23,10	35,80	47,99	59,41	80,79	92,75	117,42	141,48
0,45	7,90	14,27	25,88	39,25	52,05	64,66	86,90	99,71	125,51	151,03
0,50	9,56	16,78	28,83	42,85	56,26	70,13	93,21	106,89	133,84	160,86
0,55	11,44	19,59	32,01	46,67	60,70	75,90	99,83	114,43	142,54	171,05
0,60	13,61	22,76	35,47	50,78	65,45	82,08	106,87	122,44	151,78	181,89
0,65	16,14	26,38	39,29	55,28	70,61	88,74	114,51	131,13	161,77	193,55
0,70	19,12	30,59	43,61	60,30	76,35	96,31	122,98	140,76	172,48	206,36
0,75	22,73	35,61	48,62	66,02	82,81	104,79	132,32	151,38	184,77	220,81
0,80	27,23	41,80	54,57	72,81	90,46	114,84	143,45	164,01	199,10	237,65
0,85	33,17	49,84	62,13	81,30	99,94	127,31	157,16	179,59	216,70	258,31
0,90	41,71	61,25	72,53	92,79	112,74	144,19	175,57	200,49	240,23	285,90
0,95	56,67	80,93	89,86	111,67	133,55	171,70	205,29	234,22	278,01	330,14