ANÁLISE UNIVARIADA DE DADOS COM MEDIDAS REPETIDAS

SUELY DE SOUZA COSTA
ESTATÍSTICA

Orientador: Prof. Dr. CLÓVIS POMPÍLIO DE ABREU

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia. Área de Concentração em "Estatística e Experimentação Agronômica".

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Janeiro- 1991

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Livros da
Divisão de Biblioteca e Documentação - PCAP/USP

Costa, Suely de Souza

C837a Análise univariada de dados com medidas repetidas.
Piracicaba, 1991.
60p. ilus.

Diss. (Mestre) - ESALQ
Bibliografia.

1. Análise univariada 2. Delineamento de experimento 3. Dendometria 4. Estatística matemática 5. Matriz (matemática) 6. Modelo matemático I. Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba

CDD 519.53

ANÁLISE UNIVARIADA DE DADOS COM MEDIDAS REPETIDAS

SUELY DE SOUZA COSTA

Aprovada em: 10.04.1991

Comissão julgadora:

Prof. Dr. Clóvis Pompílio de Abreu

ESALQ/USP

Prof. Dr. Vivaldo Francisco da Cruz

ESALQ/USP

Prof. Dr. David Ariovaldo Banzatto

FMVAJ/UNESP

Prof. Dr. CLOVIS POMPÍLIO DE ABREU

Orientador

Aos meus pais Arkbal e
Edna e ao meu irmão
Carlos Rubens

dedico.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Clóvis Pompílio de Abreu pelos ensinamentos, apoio, orientação e forma paciente com que sempre me atendeu.

Ao INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISA DA AMAZÔNIA (INPA) pela oportunidade de fazer este curso.

Aos Profs.: Dr. Décio Barbin e Dr. Humberto de Campos pela atenção e apoio durante o curso de Pós Graduação e os valiosos ensinamentos recebidos.

Ao Prof. José Eduardo Corrente, pela grande amizade, pelo carinho e dedicação nos momentos mais difíceis do curso e, pelas valiosas sugestões dadas para a realização deste trabalho.

Ao corpo Docente do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ e professores visitantes, pelos ensinamentos recebidos

Ao prof. Hugo Menezes Santos, do Departamento de Estatística e Computação da FUA, meu primeiro professor de estatística, pelos ensinamentos recebidos no início da carreira de pesquisa.

Ao Prof. José Cardoso Neto, da FUA, pela amizade e pelo apoio que me transmitiu durante os momentos difíceis, mesmo estando distante.

Aos colegas do Curso de Pós-Graduação da ESALQ, pelo companheirismo e amizade em especial Wagner Wolp, Maria Luiza Brás Alves, João e Waldelice Paiva e aos amigos da Pós-Graduação do CENA, Robinson Luiz Tuon e Marilda Abbas pela convivência amiga e pela cooperação em todos os momentos

Aos colegas do Departamento de Ciências Agronômicas/INPA, que não foram citados nominalmente. pelo companheirismo e incentivo no decorrer do trabalho.

Às bibliotecárias: Lliamar Donizete Antoniole, Cristina Pereira, Silvia Maria Zinsly, Lidionete Pansiera Brajão, Pedrila de Fátima Pellegrinotte (CENA/ESALQ), pelo empenho na complementação da literatura e particularmente pela colaboração na aquisição das referências bibliográficas.

Aos pesquisadores do CENA, em especial Roberto Bonetti e Dorinha M. S. S. Vitti, foi neste ambiente de trabalho e amizade, que obtive estímulo e a disciplina e do hábito de tentar.

Aos funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, a Luciane Brajão, Rosni Honofre Pinto, Rosa Maria Alves e Expedita Maria de Azevedo pelo companheirismo, cooperação e amizade.

As amigas Maria Annette Cervinho Martins, Maria Ivanete, Maria Helena Maciel e Andreia Godinho, pelo companheirismo e amizade.

Pelos professores Dr. Vivaldo Francisco da Cruz e Dr. David Ariovaldo Banzatto, pelas valiosas sugestões apresentadas.

A todos, meus agradecimentos pelo cumprimento desta missão.

A autora.

SUMÁRIO

	Página
RESUMO	viii
SUMMARY	ix
1. INTRODUÇÃO	01
2. REVISÃO DE LITERATURA	03
3. METODOLOGIA	12
3.0 - Método de análise univariada	12
3.1 - Caracterização e disposição dos dados	13
3.1.1 - Observações de um experimento com medidas repetidas com uma amostra	13
3.1.2 - Observações de um experimento com medidas repetidas com várias amostras	15
3.2 - Considerações gerais sobre as condições de avaliação	18
3.3 - Testes sobre a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias	20
3.3.1 - Teste de Homogeneidade para a Matriz de Variâncias e Covariâncias	20
3.3.2 - Teste de Uniformidade da Matriz de Variâncias e Covariâncias	23
3.4 - Solução Univariada Exata	25
3.5 - Teste de Hipóteses sobre os parâmetros do modelo....	27

3.6 -	Teste aproximado de F com $\hat{\epsilon}$ ajustado	33
3.7 -	Teste aproximado de F com $\tilde{\epsilon}$ -ajustado	34
4.	APRESENTAÇÃO DE UM EXEMPLO	35
4.1 -	Introdução	35
4.2 -	Considerações gerais sobre os dados	37
4.3 -	Testes sobre a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias.....	38
4.3.1 -	Teste de homogeneidade da matriz de variâncias covariâncias	38
4.3.2 -	Teste de uniformidade da matriz de variâncias e covariâncias	41
4.4 -	Análises Univariadas	43
4.4.1 -	Análise Inteiramente ao Acaso, para cada tempo	43
4.4.2 -	Análise <i>Split-Plot</i>	47
4.4.3 -	Análise univariada exata e os testes de ajustamento de F	48
4.4.4 -	Resultados	49
5.	DISCUSSÃO e CONCLUSÃO	51
5.1 -	Considerações finais	52
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54
7.	APÊNDICE	59
7.1 -	Dados de Altura (cm) Sucupira Vermelha (<i>Andira parviflora</i> Ducke), tomados em oito épocas de observações (1988)	60

ANÁLISE UNIVARIADA DE DADOS COM MEDIDAS REPETIDAS

Autora: SUELY DE SOUZA COSTA

Orientador :Prof. Dr. Clóvis Pompílio de Abreu

RESUMO

Dados de experimentos em que se tomam medidas repetidas em ocasiões sucessivas sobre a mesma unidade experimental são analisados através de Método Univariado de Parcela Subdividida (*Split-Plot*), o qual pressupõe que as medidas tomadas em ocasiões distintas tenham iguais variâncias e iguais covariâncias e ainda que tenham uma matriz uniforme.

Uma alternativa interessante para a execução da análise é, sem dúvida, a correção nos números de graus de liberdade. Embora existam outros procedimentos de análises, este é mais acessível à compreensão e, conseqüentemente, mais usual. Procedimentos estes que serão abordados durante o trabalho.

O método será ilustrado com uma análise de um experimento, cujo objetivo foi estudar o efeito global de tratamentos ao fim do experimento e a variação destes tratamentos ao longo de oito épocas de observação, em dois substratos diferentes, em *Sucupira vermelha*, *Andira parviflora* Ducke.

UNIVARIATE ANALYSIS OF DATA WITH REPEATED MEASUREMENTS.

Author :SUELY DE SOUZA COSTA

Adviser: Prof. Dr. Clóvis Pompílio de Abreu

SUMMARY

Data from the same experimental unit measured more than once analysed by Univariate Method Split-Plot Design (Parcela Subdividida), is supposed to have the same variance and same covariance, and also uniform matrix.

An interesting way for analysis of the data is the correction of degree of freedom. Although there are others analysis proceedings, the above method is easier to understand and consequently, more usefull. This is the objective of the present experiment.

The method will be illustrated using one experiment analysis which objective was to study the global effect of treatment by the end of the experiment, and the data variation during eight observation stages taken from Sucupira Vermelha (*Andira parviflora* Ducke), with two different treatments.

1. INTRODUÇÃO

O presente estudo está relacionado com a discussão e alguns aspectos de relevância, que serão vistos mais adiante, para a análise de dados provenientes de um conjunto de unidades experimentais (seres vivos, de um modo geral) classificados em diferentes subpopulações, segundo um ou mais fatores ou tratamentos (como grupo de tratamentos, procedência, tipo de ração, etc.), ao longo de diversas condições de avaliação (como tempo, distância, dose, etc.) que representam as unidades de observações repetidas.

Muitos são os campos de estudo onde se efetuam várias observações sobre a mesma unidade experimental. Este tipo de planejamento é freqüentemente utilizado em diversas áreas de pesquisa, tais como: silvicultura, agricultura, principalmente com culturas perenes ou semi-perenes, medicina, psicologia e outras.

As observações experimentais utilizadas em tais situações podem ser classificadas em dois tipos:

a) Cada unidade experimental recebe um único tratamento e anotam-se as correspondentes respostas, sucessivamente, em certa condição de avaliação como, por exemplo, o tempo. Nesses experimentos estão incluídos os que têm por objetivo o estudo de curvas de crescimento e análise de perfil.

b) Cada unidade experimental recebe diferentes tratamentos periodicamente, no decorrer do experimento, e anotam-se as respostas dos diferentes tratamentos nos respectivos períodos. Estes experimentos caracterizam-se pela presença de efeitos residuais de um tratamento sobre o outro em um mesmo ser vivo. Nestes experimentos,

estão incluídos os experimentos alternativos (*change-over*).

São vários os métodos que têm sido propostos para a análise desses experimentos. A diferença entre eles origina-se fundamentalmente dos seguintes motivos: dos esquemas de aplicação dos tratamentos; dos objetivos da pesquisa; do enfoque quanto à estrutura dos dados e do modelo matemático que for adotado para as observações.

O presente estudo restringir-se-á à análise de dados originados de experimentos em que se aplica um único tratamento a cada unidade experimental e anotam-se as respectivas respostas em ocasiões sucessivas e igualmente espaçadas.

Com base na problemática acima descrita, optou-se por um exemplo numérico para melhor entendimento das metodologias empregadas.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Os experimentos com medidas repetidas têm merecido certo destaque na literatura. Entretanto, os enfoques propostos em textos estão, em geral, diretamente relacionados com a estatística experimental. Em outras palavras, os artigos em questão fornecem métodos para análise de dados de medidas repetidas, mas, geralmente, não são discutidos os seus resultados.

WINER (1971) foi quem melhor classificou e definiu os experimentos onde são tomadas as medidas sucessivas sobre o mesmo ser vivo, os quais podem ser classificados em duas categorias:

A primeira categoria abrange os experimentos em que cada unidade experimental recebe uma seqüência de tratamentos distintos aplicados em períodos sucessivos. Esta categoria compreende um grande número de experimentos utilizados em pesquisa animal, cujos delineamentos se dividem em alternativos, como os *change-over*, e de reversão, como os *switch-back*. Estes experimentos caracterizam-se pela presença de efeitos residuais de um tratamento para outro.

A segunda categoria compreende os experimentos em que cada unidade experimental recebe um único tratamento e anotam-se as respostas, sucessivamente, em certa condição de avaliação.

A análise de dados oriundos desse tipo de planejamento é geralmente encontrada na literatura com diversos nomes, dentre os quais: análise de dados longitudinais, análise de curvas de crescimento e análise de medidas repetidas, sendo que as duas primeiras são usadas geralmente para experimentos cujo objetivo é

descrever a evolução de determinada variável no tempo. WINER (1971) deu o nome de experimentos com medidas repetidas à forma de verificar efeito dos fatores envolvidos no experimento.

Entretanto, alguns autores que antecederam WINER (1971) já haviam utilizado alguns procedimentos de análise estatística de experimentos com medidas repetidas.

WISHART (1938) critica a análise dos resultados de um experimento com suínos, onde os animais haviam sido cuidadosamente pesados em cada semana durante um período de dezesseis semanas após a pesagem inicial. Ele levanta a questão da possibilidade de obter-se informações mais exatas, levando-se em consideração as outras quinze observações referentes a cada animal, usando desta forma uma análise mais completa. Efetua, inicialmente, a análise dos componentes polinomiais ortogonais linear e quadrático nas dezessete pesagens para cada animal. A seguir, ele utiliza a análise de regressão, sendo linear para taxa média de crescimento, e quadrática para a taxa de mudança de crescimento, e a análise de covariância com relação aos pesos iniciais e os pesos finais. O autor recomenda ainda a exploração de outros procedimentos de análise para aqueles dados, por se tratar de variáveis independentes múltiplas e uma variável dependente. Originou-se, desta maneira, o desenvolvimento histórico de trabalhos, envolvendo questões relativas a curvas polinomiais de crescimento.

STEVENS (1949) discute e analisa os dados de um ensaio de variedades de café, anotados em dez anos sucessivos em cada parcela. Primeiramente, analisa a produção total obtida em cada parcela:

$$P_1 + P_2 + \dots + P_9 + P_{10}.$$

Posteriormente, ele analisa a diferença de produção entre os anos pares e ímpares para investigar a magnitude do efeito bienal:

$$P_1 - P_2 + P_3 - P_4 \dots + P_9 - P_{10}.$$

Finalmente, ele estuda a tendência da produção ao longo dos anos, através do contraste linear:

$$-2(P_1 + P_2) - (P_3 + P_4) + 0(P_5 + P_6) + (P_7 + P_8) + 2(P_9 + P_{10}),$$

agrupando, desta maneira, os anos sucessivos aos pares para remover o efeito bienal.

PEARCE (1953), trabalhando com culturas perenes, comenta que uma das características das pesquisas nesta área é o acúmulo de dados de produção (ou qualquer outra variável), em colheitas sucessivas sobre cada unidade experimental. Acrescenta, ainda, que o tempo tomado por um experimento pode ser dividido em períodos, que, de preferência, sejam eqüidistantes e que eles abranjam um número par de épocas de produção. Ele justifica essa conveniência, alegando que muitas espécies perenes são, até certo ponto, bienais em crescimento e em produção.

Ele aborda a análise conjunta de dados de colheita em períodos sucessivos durante alguns anos, através de três enfoques distintos:

Primeiramente, ele menciona que uma das técnicas utilizadas para analisar tais dados é aquela aplicada aos experimentos com parcelas subdivididas, considerando os períodos como um fator adicional, subdivididos sobre a menor unidade do experimento. Uma restrição a esta técnica é a homogeneidade do erro experimental dentro de períodos, que poderá não ocorrer em muitas situações.

Outro enfoque a considerar são os períodos como tratamentos aplicados sistematicamente, efetuando-se a análise de forma análoga àquela apropriada para dados originados de experimentos em faixa.

Finalmente, o método de análise preferido por PEARCE (1953) é o mesmo aplicado por STEVENS (1949), ao estudar dados de produção de café, o qual foi sugerido originalmente por WISHART (1938), ou seja, as análises da produção total e de funções polinomiais ortogonais, que fornecem informações sobre o efeito global dos tratamentos e a variação dos efeitos destes ao longo do tempo. Deste modo, efetua-se o estudo de efeitos importantes, associados com o tempo sem que, para isso, sejam feitas pressuposições sobre a homogeneidade do erro.

GREENHOUSE & GEISSER (1959) analisam um experimento no

qual g tratamentos são administrados a N indivíduos, de modo que n_i indivíduos recebem o tratamento i ($i = 1, 2, \dots, g$) e sobre cada indivíduo são tomadas medidas em p ocasiões sucessivas, após aplicação dos tratamentos. Os efeitos de indivíduos são tomados aleatoriamente e o modelo proposto é dado por:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + b_{j(i)} + \beta_k + v_{ik} + e_{jk(i)}$$

onde:

- μ : é a média geral;
- α_i : é o efeito do i -ésimo tratamento $i = 1, 2, \dots, g$;
- $b_{j(i)}$: é o efeito do j -ésimo indivíduo submetido ao i -ésimo tratamento $i = 1, 2, \dots, g$; $j = 1, \dots, n_i$;
- β_k : é o efeito do k -ésimo tempo $k = 1, 2, \dots, p$;
- v_{ik} : é o efeito da interação entre o i -ésimo tratamento e o k -ésimo tempo;
- $e_{jk(i)}$: é o efeito da interação entre o j -ésimo indivíduo e o k -ésimo tempo dentro do i -ésimo tratamento; mais o componente aleatório.

STEEL & TORRIE (1960) afirmam que experimentos nos quais observações sucessivas são feitas sobre uma mesma unidade experimental, durante certo intervalo de tempo se assemelham, em muitos aspectos, a experimentos com delineamento em parcelas subdivididas em que cada unidade experimental é dividida em sub-unidades distintas. Os autores denominam os experimentos usuais em parcelas subdivididas como "parcelas subdivididas no espaço" (*Split-plot in space*), enquanto que os experimentos referidos neste trabalho, como "parcelas subdivididas no tempo" (*Split-plot in time*).

Os autores observam, ainda, que, neste tipo de experimento, é comum a ocorrência de grandes diferenças entre as respostas de uma época para outra, bem como heterogeneidade de variâncias. Daí eles recomendarem que seja feita, inicialmente, uma

análise de variância para cada época e depois, então, se efetua a análise conjunta dos dados sobre todas as épocas.

DANFORD *et alii* (1960) afirmam que a aplicação da análise univariada (método de parcelas subdivididas) a dados dessa origem só tem validade sob a pressuposição de uniformidade da matriz de covariâncias de medidas tomadas sobre a mesma unidade experimental. Entretanto, as pressuposições necessárias para a realização de uma análise univariada podem não se verificar. Acrescentam, ainda, que, freqüentemente, entre medidas repetidas tomadas no tempo, aquelas mais próximas são mais altamente correlacionadas do que aquelas mais distantes, o que resulta numa estrutura de correlação serial.

Nesse trabalho, utilizando os procedimentos univariado e multivariado, concluíram que os testes de análises univariadas e multivariadas são assintoticamente idênticos.

Conforme afirmam HERNANDEZ & CASTILHO (1974) e AUBIN (1984) a grande diferença entre os procedimentos é que a análise univariada se baseia no número total de observações enquanto que a análise multivariada se baseia no número total de unidades experimentais.

Segundo MORRISON (1976), a solução univariada é definida mesmo quando o número de condições de avaliação excede o número de unidades experimentais por grupo de tratamento, $(N - g) \geq (p - 1)$, isto é; só pode ser aplicado nos experimentos, nos quais o número de unidades experimentais menos o número de tratamentos é maior ou igual ao número de graus de liberdade das condições de avaliação.

EVANS & ROBERTS (1979) comentam que análises de observações seqüenciais para experimentos de pastagem de animais e experimentos de plantas perenes têm sido usualmente analisados pela ANOVA (Análise de Variância) univariada de parcela subdividida no tempo, ou pela MANOVA (Análise Multivariada) para medidas repetidas, quando as matrizes de variâncias e/ou covariâncias são heterogêneas entre tempos. O ajustamento de equações polinomiais pela análise de ANOVA para medidas repetidas exige que estas sejam separadas em cada

período.

SILVA (1979), em ensaios biológicos onde deseja estudar os efeitos de drogas ou de outros tratamentos sobre um mesmo indivíduo extraído de uma população específica, em períodos sucessivos de tempo, afirma que a correlação entre medidas sucessivas sobre o mesmo indivíduo é que diferencia esta situação dos delineamentos e análises usuais. Diz ainda que os indivíduos que hoje estão em uma determinada posição na população poderão sofrer mudanças.

DINIZ (1980) classifica as observações feitas na mesma parcela em:

- a) Observações que se diferenciam entre si pelas suas características; e
- b) Observações que têm as mesmas características, mas que se diferenciam entre si somente pelo tempo.

Para as observações incluídas em (a), a natureza dos dados é claramente multivariada, no entanto, pode-se efetuar uma análise univariada para cada característica observada.

Para as observações classificadas em (b), a natureza dos dados tem a aparência univariada e, por isso, tradicionalmente, têm-se usado uma análise univariada.

BROOK & ARNOLD (1985) observam que, nos experimentos com dados de medidas repetidas, o tempo é diferente para cada tipo de experimento. Em experimentos com animais, surgem unidades experimentais que são freqüentemente observadas com um mesmo tratamento em diferentes tempos. Inicialmente, estas poderiam ser avaliadas em apenas dois períodos: um antes e o outro após o tratamento, como, por exemplo, no caso de ganho de peso através de dieta. Em pesquisas desta natureza é simples a análise. Mas um educador com treinamento em Ciências Sociais preferiria o acompanhamento com mais períodos. Em agricultura, é bastante usual ser feita uma série de colheitas numa mesma planta ou uma série de medidas numa mesma planta e numa mesma parcela.

LEAL (1979), AUBIN (1984) e SINGER (1977) observam que a matriz de variâncias e covariâncias tem uma particular estrutura

para cada grupo de tratamentos na análise univariada, enquanto que, na solução multivariada, é aplicável a matriz de variâncias e covariâncias Σ qualquer, desde que seja comum a todos os grupos de tratamentos. Eles indicam, ainda, duas desvantagens na solução multivariada que são:

- necessidade de obter observações completas; e
- pequeno poder do teste.

Em casos práticos, dados de medidas repetidas com a suposição de homogeneidade na matriz de variâncias e covariâncias não são muito realísticos, sendo necessário considerar outras alternativas as quais serão vistas no decorrer do capítulo.

GILL & HAFS (1971), GILL (1986) e em seu trabalho com "Medidas repetidas: tendência em análise *Split-plot* versus análise de primeira diferença" (1988), propõe uma alternativa: ao invés de trabalhar com os dados originais, trabalha-se com as diferenças entre as medidas. Mostra também que, no uso de primeiras diferenças, a matriz de variâncias e covariâncias reduz (se não elimina) a heterocedasticidade (variâncias diferentes). Entretanto, a análise incorre numa perda de graus de liberdade, que pode ser crítica em estudos com poucas unidades experimentais por tratamento.

Para dados com medidas repetidas, usualmente dois tipos de análise univariada podem ser feitos:

- 1) Análise dos dados em cada tempo, separadamente; e
- 2) Análise dos dados segundo o delineamento de parcelas divididas no tempo.

Se forem consideradas as medidas repetidas sobre a mesma parcela como subparcelas no tempo o delineamento em parcelas subdivididas no tempo, pode ser empregado. No entanto, para aplicação desse tipo de análise algumas pressuposições devem ser observadas:

- 1) Os tratamentos atribuídos às parcelas devem ser casualizados;
- 2) Os tratamentos atribuídos às subparcelas devem ser casualizados (o tempo, nesse caso, invalida a análise, já que as observações repetidas não têm como serem casualizadas); e
- 3) As medidas repetidas tomadas sobre a mesma parcela têm a mesma variância (σ^2) e são igualmente correlacionadas ($\rho\sigma^2$), ou seja,

medidas adjacentes no tempo são igualmente correlacionadas assim como as medidas mais distantes.

COCHRAN & COX (1957) afirmam que o modelo em parcelas subdivididas é vantajoso se os efeitos dos tratamentos aplicados às subparcelas e os de interação são de interesse maior do que os efeitos de tratamentos aplicados às parcelas.

De modo geral, o procedimento mais usado atualmente para a análise univariada de experimentos com medidas repetidas está na divisão da parcela segundo os períodos (PEARCE, 1953) e está condicionado à uniformidade da matriz de variâncias e covariâncias (BOX, 1950). Neste contexto, os indivíduos são tomados "como parcelas" ou "como blocos". No entanto, para que os testes de interesse sejam exatos, a uniformidade é essencial, exceto no caso de procedimentos multivariados.

Em todos esses casos, a análise *Split-Plot* é amplamente usada embora empregada erroneamente. A dificuldade é que as medidas repetidas no tempo não podem ser unidades experimentais separadas e aleatoriamente dispostas. O modelo *Split-Plot* pode ser ainda razoável na descrição dos dados. Entretanto, com a suposição de aleatoriedade e independência nos resíduos, este modelo parece ser dúbio.

Os critérios normalmente empregados são:

- i) Análise da função de medidas repetidas. Por exemplo: tomar a diferença entre o pré e o pós-teste. A média e a diferença entre as duas observações independentes do vetor de mesmo comprimento como as próprias observações são obtidas através da reparametrização do modelo. Entretanto as médias de pré e pós-teste da medida têm uma interpretação prática e, assim como a análise da diferença, provêm exatamente da mesma inferência prática como em parcela subdividida. Outro exemplo pode ser o crescimento (ou outro parâmetro) da linha de regressão para observações repetidas no tempo ou mesmo no total. Não havendo outra alternativa, esta medida é de suma importância no cálculo de análise de observações simples;
- ii) Separar a análise de cada medida. Esta é uma metodologia

bastante usual, pois garante a independência das variáveis no tempo;

- iii) Se é para dados de observações sucessivas no tempo, freqüentemente o melhor caminho é a apresentação gráfica através do tempo. Cada análise separada dá um ponto no gráfico, como uma medida de precisão para cada tempo. Se o gráfico não é suficiente, análises totalmente separadas podem ser formadas para ajustar o modelo através de observações transformadas pelo tempo;
- iv) Se forem necessárias análises, mais apuradas, deve ser feita ponderação das observações repetidas com diferentes variabilidades. A ponderação pode ser o inverso da variância residual das análises separadas.

3. METODOLOGIA.

3.0 Método de análise univariada.

A finalidade deste capítulo é apresentar alguns resultados metodológicos pertinentes à análise estatística univariada de experimentos envolvendo medidas repetidas.

A análise de experimentos com observações tomadas em mais de uma ocasião tem sido extensivamente referida e discutida na literatura nas mais variadas áreas de pesquisas e nos mais variados contextos. Os métodos que têm sido propostos para análise desses experimentos são também vários. A diferença entre eles origina-se fundamentalmente dos esquemas de aplicações dos tratamentos, dos objetivos das pesquisas, do enfoque quanto à estrutura dos dados e do modelo matemático que adotam para as observações.

O presente estudo restringir-se-á à análise de dados originados de experimentos em que se aplica um único tratamento a cada unidade experimental e anotam-se as respectivas respostas em ocasiões sucessivas e igualmente espaçadas.

3.1 Caracterização e disposição dos dados

3.1.1 Observações de um experimento com medidas repetidas com uma amostra.

Abordar-se-á aqui uma estrutura experimental de dados mais simples. Sejam n unidades experimentais submetidas a p condições de avaliação, registrando-se as respostas de cada unidade experimental, onde as n unidades experimentais representam a amostra da população, ou seja, são os níveis de um fator aleatório e as p condições de avaliação correspondem aos níveis de um fator fixo, conforme o Quadro 1.

Cada unidade experimental estará associada a um vetor p dimensional. Desta forma têm-se;

$$y_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{ip})' \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.1.1.0)$$

Pelo fato de as medidas serem obtidas de uma mesma unidade experimental, espera-se a existência de correlação entre as observações, o que corresponde a uma estrutura de covariância diferente da usual, isto é, uma forma do tipo $\sigma^2 I_{(p \times p)}$. Quando se atribui à condição experimental um fator aleatório, é comum supor correlação constante. Mas, quando esta condição experimental é seqüencial, existe uma certa tendência de as medidas mais próximas serem mais correlacionadas do que as medidas mais distantes.

Quadro 1 - Observações de um experimento com medidas repetidas
com uma amostra com n unidades experimentais.

Unidades Experimentais	Condições experimentais				Médias
	1	2	• • •	p	
1	y_{11}	y_{12}	• • •	y_{1p}	$y_{1\cdot}$
2	y_{21}	y_{22}	• • •	y_{2p}	$y_{2\cdot}$
•	•	•		•	•
•	•	•		•	•
•	•	•		•	•
n	y_{n1}	y_{n2}	• • •	y_{np}	$y_{n\cdot}$
Médias	$y_{\cdot 1}$	$y_{\cdot 2}$	• • •	$y_{\cdot p}$	$y_{\cdot \cdot}$

Onde:

y_{ij} : valor observado da i-ésima unidade experimental
e da j-ésima condição de avaliação ($i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, p$).

$$\bar{y}_{i\cdot} = \left(\sum_{j=1}^p y_{ij} \right) / p : \text{média da i-ésima unidade experimental};$$

$$\bar{y}_{\cdot j} = \left(\sum_{i=1}^n y_{ij} \right) / n : \text{média da j-ésima condição de avaliação};$$

$$\bar{y}_{\cdot \cdot} = \frac{1}{np} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p y_{ij} \right) : \text{média geral}.$$

3.1.2 Observações de um experimento com medidas repetidas com várias amostras

A partir da situação inicial exposta na seção anterior, considerar-se-á um delineamento completamente aleatório, no qual g tratamentos são aplicados em N unidades experimentais. Assim, vamos supor que em cada grupo de tratamentos, têm-se uma amostra de n unidades experimentais e p observações são feitas periodicamente sobre cada unidade experimental conforme o Quadro 2. Nota-se que $\sum_{i=1}^g n_i = N$. Neste contexto, y_{ijk} corresponde à resposta do i -ésimo tratamento, j -ésima unidade experimental, $j = 1, 2, \dots, n_i$, sob a k -ésima condição de avaliação, $k = 1, 2, \dots, p$. A média populacional pela qual foi delineada é dada por $E[y_{ijk}] = \mu_{ik}$, que representa a parte fixa do modelo, a qual pode ser decomposta em:

$$E[y_{ijk}] = \mu + \alpha_i + \beta_k + \gamma_{ik} \quad (3.1.2.1)$$

onde:

- μ : média geral;
- α_i : efeito do i -ésimo tratamento, $i = 1, 2, \dots, g$;
- β_k : efeito da k -ésima condição de avaliação, $k=1,2,\dots,p$;
- γ_{ik} : efeito da interação entre o i -ésimo tratamento e a k -ésima condição de avaliação.

Denota-se por e_{ijk} o erro aleatório que é igual à diferença entre a observação y_{ijk} e o seu valor esperado. Portanto o modelo geral é dado por:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_k + \gamma_{ik} + e_{ijk} \quad (3.1.2.2)$$

Supõe-se que os efeitos de tratamento, condição de avaliação e interação (tratamento X condição de avaliação) sejam de

efeito fixos, embora e_{ijk} seja uma variável normalmente distribuída e sob as restrições abaixo:

$$\sum_{i=1}^g n_i \alpha_i = \sum_{k=1}^p \beta_k = \sum_{i=1}^g n_i \gamma_{ik} = \sum_{k=1}^p \gamma_{ik} = 0 \quad (3.1.2.3)$$

$$E[e_{ijk}] = 0; \quad (3.1.2.4)$$

$$E[e_{ijk}, e_{i',j',k'}] = \begin{cases} \sigma_{kk'}, & \text{para } i=i', j=j', k=k' \\ \sigma_{kk'}, & \text{para } i=i', j=j', k \neq k' \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (3.1.2.5)$$

Observa-se que a restrição (3.1.2.5) com relação ao termo erro e_{ijk} pressupõe que a estrutura de variâncias e covariâncias entre medidas tomadas em condições distintas sobre a mesma unidade experimental seja comum a todos os tratamentos. Supõe ainda que y_{ijk} seguem distribuição normal, exceto quando indicado explicitamente o contrário.

Quadro 2 - Estrutura de dados experimentais com medidas repetidas com várias amostras (tratamentos).

TRATAMENTOS	Condição de Avaliação				SOMA
	1	2	...	p	
1	y_{111}	y_{112}	...	y_{11p}	$y_{11\cdot}$
	y_{121}	y_{122}	...	y_{12p}	$y_{12\cdot}$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
	$y_{1n_1 1}$	$y_{1n_1 2}$	...	$y_{1n_1 p}$	$y_{1n_1 \cdot}$
soma	$y_{1\cdot 1}$	$y_{1\cdot 2}$	...	$y_{1\cdot p}$	$y_{1\cdot\cdot}$
2	y_{211}	y_{212}	...	y_{21p}	$y_{21\cdot}$
	y_{221}	y_{222}	...	y_{22p}	$y_{22\cdot}$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
	$y_{2n_2 1}$	$y_{2n_2 2}$	...	$y_{2n_2 p}$	$y_{2n_2 \cdot}$
soma	$y_{2\cdot 1}$	$y_{2\cdot 2}$	...	$y_{2\cdot p}$	$y_{2\cdot\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
g	y_{g11}	y_{g12}	...	y_{g1p}	$y_{g1\cdot}$
	y_{g21}	y_{g22}	...	y_{g2p}	$y_{g2\cdot}$
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
	$y_{gn_g 1}$	$y_{gn_g 2}$	...	$y_{gn_g p}$	$y_{gn_g \cdot}$
soma	$y_{g\cdot 1}$	$y_{g\cdot 2}$	...	$y_{g\cdot p}$	$y_{g\cdot\cdot}$
TOTAL	$y_{\cdot\cdot 1}$	$y_{\cdot\cdot 2}$	...	$y_{\cdot\cdot p}$	$y_{\cdot\cdot\cdot}$

y_{ijk} : valor observado do i-ésimo tratamento, $i = 1, \dots, g$;
j-ésima unidade experimental $j = 1, \dots, n_i$ e a k-ésima
condição de avaliação $k = 1, \dots, p$.

3.2 Considerações gerais sobre as condições de avaliação.

Condições de Avaliação, como o tempo, são diferentes para cada tipo de experimento. O tempo decorrido entre uma observação e outra depende da natureza do material em estudo e/ou do objetivo do experimento.

Em estudos desenvolvidos com culturas perenes ou semi-perenes, o tempo decorrido entre uma observação e outra poderá ser um ano, um semestre ou menos.

Para experimentos com animais, o tempo poderá ser de trinta dias, quinze dias, sete dias ou menos.

Já em experimentos onde se deseja testar efeitos de drogas, por exemplo, o tempo entre duas observações pode ser de horas ou minutos.

A ligação entre as unidades experimentais e as unidades observacionais é, talvez, o aspecto mais importante na formulação de métodos estatísticos para análise destes experimentos. Basicamente, duas formas diferentes podem ser consideradas:

Uma forma acontece quando as diferentes condições de avaliação são atribuídas de forma aleatória à mesma unidade experimental, como por exemplo, no caso de drogas, a aleatorização é possível de ser realizada. Desta maneira, a análise pode ser baseada em blocos aleatórios, onde unidades experimentais se comportam como blocos e as unidades observacionais, como as unidades experimentais. Entretanto, CORDANI *et alii* (1983) alertam para a impossibilidade de se testar efeito de blocos, pois não somente se tem zero grau de liberdade no denominador, como também é impossível obter a soma de quadrados adequada para o referido teste.

A outra forma ocorre quando as condições experimentais são atribuídas, segundo uma ordem seqüencial, à mesma unidade experimental. Isto pode ser visto quando as condições experimentais correspondem ao tempo ou à distância, então a aleatorização não é possível de ser realizada.

O fato de que observações mais próximas no tempo são

mais altamente correlacionadas do que observações mais distantes implica em que a estrutura de correlação entre medidas repetidas em experimentos em que se anotam observações sucessivamente próximas são mais altamente correlacionadas no tempo do que aquelas em que as observações são mais distantes. Se as observações sucessivas são suficientemente distanciadas, é razoável a pressuposição de que não haja correlação entre elas.

Este último caso é a situação extrema em que se pode adotar modelo mais simples, que considera o tempo como um fator adicional a ser acrescentado àqueles presentes no modelo, para a análise de resultados de cada instante.

Por outro lado, qualquer modelo que pressuponha a mesma correlação para todos os pares de observações, ainda que estas sejam igualmente espaçadas, não é razoável.

3.3 Testes sobre a estrutura da matriz de Variâncias e Covariâncias.

3.3.1 Teste de Homogeneidade para a Matriz de Variâncias e Covariâncias

O teste de hipótese de homogeneidade para a matriz de variâncias e covariâncias de g amostras (grupos, subpopulações), de população de dimensão p multinormal que poderá ser testada com a alternativa geral para matriz positiva definida Σ_0 . é dado por:

$$H_0 : \Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_g = \Sigma_0 \quad (3.3.1.0)$$

Seja S_i^2 o estimador não viciado de σ^2 baseado numa amostra aleatória de tamanho n_i da i -ésima população. Sob H_0

$$S^2 = \left(N - g \right)^{-1} \sum_{i=1}^g n_i S_i^2 \quad (3.3.1.1)$$

é a estimação conjunta da matriz de variância comum.

A estatística de teste segundo MORRISON (1976), é dada por:

$$M = \sum_{i=1}^g n_i \mathbf{1}_n |S^2| - \sum_{i=1}^g n_i \mathbf{1}_n |S_i^2| \quad (3.3.1.2)$$

onde $n_i = n_i - 1$.

BOX (1949) sugere que, se a escala do fator é introduzida quantitativamente por MC^{-1} , têm-se :

a) Para n_i diferentes :

$$C^{-1} = 1 - \frac{2p^2 + 3p - 1}{6(p+1)(g-1)} \left(\sum_{i=1}^g \frac{1}{n_i} - \left(\sum_{i=1}^g n_i \right)^{-1} \right) \quad (3.3.1.3)$$

MC^{-1} é aproximadamente distribuída como uma variável aleatória χ^2 (qui-quadrado) com $1/2[(g-1)p(p+1)]$ graus de liberdade.

b) Se todos n_i são iguais a n :

$$C^{-1} = 1 - \frac{(2p^2 + 3p - 1)(g + 1)}{6(p + 1)ng} \quad (3.3.1.4)$$

Quando n_i se torna grande, pode-se testar por:

$$MC^{-1} \sim \chi^2_{1/2[(g-1)p(p+1)]}$$

Entretanto, MORRISON (1976) observa que a aproximação qui-quadrado parece ser boa quando g e p não excedem a 4 ou 5, e cada n_i tenha 20 ou mais unidades. Portanto para maiores g e p e pequenas unidades de n_i , BOX (1950) propõe uma aproximação da distribuição F.

Para a hipótese nula da estrutura idêntica para cada grupo, calcula-se :

$$Z_1 = [(g+1)(2p^2 + 3p - 1)]/[6 g (n-1)(p+1)] \quad (3.3.1.5)$$

$$Z_2 = (n-1)[g(\log_e |S^2|) - \sum_{i=1}^g \log_e (|S_i^2|)] \quad (3.3.1.6)$$

$$Z_3 = [(g^2 + g + 1)(p-1)(p+2)]/6g^2(n-1)^2 \quad (3.3.1.7)$$

$$f_1 = [p(p+1)(g-1)/2] \quad (3.3.1.8)$$

$$f_2 = [(f_1 + 2)/(Z_3 - Z_1)^2] \quad (3.3.1.9)$$

$$F_c = Z_2 [1 - Z_1 - (f_1/f_2)]/f_1 \quad (3.3.1.10)$$

Rejeita-se H_0 se $F_c \geq F_{(g-1); g1(\text{resíduo}); \alpha}$, onde α é o

nível de significância do teste.

Comentários sobre a precisão da distribuição de BOX foram feitos por Pearson¹ e Korin², que prepararam tabelas de valores críticos acima de 0,05 de M e para o caso de n_i desiguais e elas foram reproduzidas por Pearson & Hartley³, citados por MORRISON (1976).

A estatística (3.3.1.2) é a generalização do teste de homogeneidade de variância de BARTLETT (1937) e este determinante assume um papel de "variância generalizada". BOX⁴ e outros têm mostrado uma notável sensibilidade para a não normalidade neste teste e, como é esperado, a distribuição da estatística M depende fortemente da suposição multinormal. MARDIA *et alii* (1971) tem demonstrado a sensibilidade no teste de não normalidade dos dados.

1

PEARSON, E. S. Some comments on the accuracy of BOX's approximations to the distribution of M. *Biometrika*, Cambridge, 56:219-20, 1969.

2

KORIN, B. P. On the distribution of a statistics used for testing a covariance matrix. *Biometrika*, Cambridge, 56: 216-8, 1969.

3

PEARSON, E. S. & HARTLEY, H. O. *Biometrika tables for statisticians*. Cambridge. Cambridge University Press. 1972.

4

BOX, G. E. P. Non-normality and tests on variances. *Biometrika*, Cambridge 40 : 318-335, 1953.

3.3.2 Teste de Uniformidade da Matriz de Variâncias e Covariâncias.

A pressuposição de uniformidade comum de matriz de variâncias e covariâncias poderá ser testada pelo critério de WILKS (1946) que foi posteriormente modificado por BOX (1950).

A hipótese a ser testada é:

$$H_0: \Sigma = \Sigma^* \text{ vs } H_1: \Sigma \neq \Sigma^*$$

Onde:

Σ^* é uma matriz positiva definida da forma:

$$\Sigma^* = \sigma^2 \begin{bmatrix} 1 & \rho & \cdots & \rho \\ \rho & 1 & \cdots & \rho \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho & \rho & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3.2.0)$$

ρ - é o coeficiente de correlação usual de quaisquer observações repetidas entre a mesma unidade experimental.

σ^2 - é a variância comum a todos os grupos (tratamentos).

De modo que : r e S^2 são estimativas não tendenciosas de ρ e σ^2 .

O critério para se testar a hipótese de variâncias iguais e covariâncias iguais é dado por:

$$M_2 = - (N - g) L_n \Omega \quad (3.3.2.1)$$

$$\Omega = |S^2|/|\bar{S}^2|, \quad (3.3.2.2)$$

onde S^2 e $\bar{S}^2$ são matrizes com a mesma dimensão $p \times p$; os elementos da diagonal da matriz $\bar{S}^2$ são iguais à média aritmética dos elementos da diagonal de S^2 e os elementos fora da diagonal da matriz $\bar{S}^2$ são iguais à média aritmética dos elementos fora da diagonal da matriz S^2 .

A estatística M_2 , quando multiplicada por $(1-A_2)$, é aproximadamente distribuída como a variável χ^2 com f_2 graus de liberdade.

$$(1-A_2)M_2 \sim \chi^2_{f_2}, \text{ onde}$$

$$A_2 = \frac{p(p+1)^2(2p-3)}{6(N-g)(p-1)(p^2+p-4)} \quad (3.3.2.3)$$

$$f_2 = (p^2+p-4)/2 \quad (3.3.2.4)$$

Rejeita-se H_0 se e só se:

$$(1-A_2)M_2 \geq \chi^2_{(f_2, \alpha)}, \text{ onde}$$

α é o nível de significância do teste.

3.4 Solução Univariada Exata.

Considerar-se-á aqui o caso em que o conjunto de dados, como no Quadro 2, obedeça uma distribuição normal, com variância constante em cada uma das p condições de avaliação e covariância constante entre duas a duas observações dentro de cada unidade experimental e, ainda, que as unidades experimentais sejam independentes.

Discutir-se-á aqui a análise univariada conhecida como *Split-Plot*, considerando-se um modelo misto, onde as subpopulações (grupos de tratamentos) e condição de avaliação (medidas repetidas) são consideradas como fatores fixos completamente cruzados e as unidades experimentais hierarquizadas dentro das subpopulações, como fator aleatório.

Para o procedimento univariado, o modelo mais comumente adotado é o da parametrização de desvios médios, dado por:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_k + \alpha\beta_{ik} + \gamma_{ijk} \quad (3.4.0.0)$$

$$i = 1, \dots, g; j = 1, \dots, n_i; k = 1, \dots, p.$$

Onde:

μ : representa a média geral;
 α_i : efeito do i -ésimo tratamento;
 β_k : efeito da k -ésima condição de avaliação;
 $\alpha\beta_{ik}$: efeito da interação entre o i -ésimo tratamento e a k -ésima condição de avaliação.

Sob a equação do modelo (3.4.0.0), são impostas restrições quanto à matriz de variâncias e covariâncias, de acordo com os itens anteriores.

$$\gamma_{ijk} = \pi_{j(i)} + \pi\beta_{j(i)k} + e_{ijk} \quad (3.4.0.1)$$

Onde:

$\pi_{j(i)}$: representa o efeito aleatório da j -ésima, unidade experimental dentro do i -ésimo tratamento (referente à

parcela).

$\pi\beta_{j(i)k}$: efeito aleatório da j -ésima unidade experimental dentro do i -ésimo tratamento e a k -ésima condição de avaliação (referente à sub-parcela).

e_{ijk} : erro aleatório.

Sujeitos as restrições:

$$\sum_{i=1}^g \alpha_i = \sum_{k=1}^p \beta_k = \sum_{i=1}^g \alpha\beta_{ik} = \sum_{k=1}^p \alpha\beta_{ik} = 0.$$

Além disso, para os efeitos aleatórios, supostos independentes entre si, assume-se que:

$$\pi_{j(i)} \sim \text{NID}(0, \sigma_{\pi}^2).$$

$$\pi\beta_{j(i)k} \sim \text{NID}(0, \sigma_{\pi\beta}^2).$$

$$e_{ijk} \sim \text{NID}(0, \sigma_e^2).$$

3.5 Testes de Hipóteses sobre os parâmetros do modelo.

Para testar se existe diferença entre grupos de tratamentos, diferença entre as condições de avaliação e diferença entre as interações (grupos de tratamentos x condições de avaliação), será usado o método de análise univariada *Split-Plot*. Para isso, as seguintes hipóteses serão testadas:

$$1) \quad H_0 : \gamma_{ik} = 0, \quad i = 1, \dots, g; k = 1, \dots, p.$$

O que corresponde à hipótese de ausência de interação entre tratamento e condição de avaliação.

$$2) \quad H_0 : \alpha_i = 0, \quad i = 1, \dots, g.$$

O que corresponde à não existência de efeitos de grupos de tratamentos.

$$3) \quad H_0 : \beta_k = 0, \quad k = 1, \dots, p.$$

O que corresponde à não existência de efeito da condição de avaliação.

As hipóteses nulas, associadas à Interação (tratamento x condição de avaliação) e aos efeitos principais de tratamento e condição de avaliação, podem ser facilmente testadas através das estatísticas F_3 , F_1 e F_2 respectivamente, as quais serão apresentadas no Quadro 3 a seguir de acordo com o modelo (3.4.0.0) onde:

$$SQ_1 = (1/np) \sum_{i=1}^g y_{i..}^2 - (1/Np) y_{...}^2 \quad (3.5.0.0)$$

$$SQ_2 = (1/p) \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n y_{ij.}^2 - (1/np) \sum_{i=1}^g y_{i..}^2 \quad (3.5.0.1)$$

$$SQ_3 = (1/ng) \sum_{k=1}^p y_{...k}^2 - (1/Np) y_{...}^2 \quad (3.5.0.2)$$

$$SQ_4 = (1/n) \sum_{i=1}^g \sum_{k=1}^p y_{i\cdot k}^2 - (1/Np)y_{\cdot\cdot\cdot}^2 - SQ_1 - SQ_3 \quad (3.5.0.3)$$

$$SQ_5 = SQ_6 - SQ_1 - SQ_2 - SQ_3 - SQ_4 \quad (3.5.0.4)$$

$$SQ_6 = \sum_{i=1}^g \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p y_{ijk}^2 - (1/Np)y_{\cdot\cdot\cdot}^2 \quad (3.5.0.5)$$

Nas expressões acima, o uso do ponto (•) no índice indica a soma com respeito àquele índice, sendo o número de unidades experimentais o mesmo para todos os tratamentos, isto é: $n_i = n$, $i = 1, \dots, g$ e $\sum_{i=1}^g n_i = N$.

Quadro 3. Análise de Variância

Causa de Variação	gl	SQ	QM	E[QM]	F
Tratamentos(T)	g-1	SQ_1	QM_1	$[1+(p-1)\rho]\sigma^2+f_1^*$	$F_1=QM_1/QM_2$
Indivíduos d.T	N-g	SQ_2	QM_2	$[1+(p-1)\rho]\sigma^2$	
Condições(C)	p-1	SQ_3	QM_3	$(1-\rho)\sigma^2+f_2^*$	$F_2=QM_3/QM_5$
Int(TxC)	(g-1)(p-1)	SQ_4	QM_4	$(1-\rho)\sigma^2+f_3^*$	$F_3=QM_4/QM_5$
Individ.xTxC	(p-1)(N-g)	SQ_5	QM_5	$(1-\rho)\sigma^2$	
TOTAL	pN-1	SQ_6			

(*) - São funções não negativas f_1^* , f_2^* e f_3^* .

De acordo com o Quadro 3, os erros apropriados para testar essas hipóteses são evidentes, quando se observam as esperanças dos quadrados médios, de tal modo que as esperanças do numerador e denominador das estatísticas F's devem diferir somente da função positiva de efeito fixo, a qual se deseja testar. De modo que os efeitos dos fatores: tratamento, condição de avaliação e interação (tratamento X condição de avaliação), podem ser avaliados através das razões estatísticas F_1 , F_2 e F_3 que, sob a hipótese H_0 , tem distribuição central exata de F, isto é:

$$F_1 \sim F_{[(g-1), (N-g)]}$$

$$F_2 \sim F_{[(p-1), (p-1)(N-g)]}$$

$$F_3 \sim F_{[(g-1)(p-1), (p-1)(N-g)]}$$

Estas suposições implicam que:

$$\rho = \sigma_{\pi}^2 / (\sigma_{\pi}^2 + \sigma_{\nu}^2) ; \quad \sigma_{\nu}^2 = \sigma_{\pi\beta}^2 + \sigma_e^2 ; \quad \sigma^2 = \sigma_{\pi}^2 + \sigma_{\nu}^2 \quad (3.5.0.6)$$

Neste caso, dizemos que (3.4.0.0) satisfaz à condição de circularidade (vê 3.5.0.9), de modo que o padrão de uniformidade é um caso especial. Entretanto, existem matrizes mais gerais que a matriz uniforme e que ainda garantem a ocorrência de testes exatos. Trata-se da classe de matrizes ortogonais, matrizes de Helmert, que apresenta uma lei de formação dependendo da dimensão da condição de avaliação, IEMMA (1985).

Em casos práticos, dados de medidas repetidas com a suposição de padrão de uniformidade não são muito realísticos, sendo necessário considerar outras alternativas.

Alguns autores têm proposto a correção do número de graus de liberdade (gl) das estatísticas F para conseguir o padrão de uniformidade Σ . Note-se que, qualquer que seja a estrutura de covariância, a estatística F_1 não necessita de correção, pois ela sempre tem distribuição F central, dado que esta estatística está associada só à comparação "entre" unidades experimentais, isto é, entre tratamentos, de modo que sempre terá distribuição exata de F central com (g-1) e (N-g) graus de liberdade sob a hipótese nula $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_g = 0$.

Para encontrar as estatísticas F_2 e F_3 , que envolvem comparações "dentro" das unidades experimentais e estão diretamente associados à estrutura da matriz de variâncias e covariâncias Σ , são introduzidas as correções nos números de graus de liberdade de suas distribuições.

HUYNH & FELDT (1970) mostram que não são necessárias estruturas Σ tão restritivas e propõem uma estrutura alternativa para a matriz de variâncias e covariâncias que garante a utilização das estatísticas F usuais, e que os elementos σ_{kk} , $k = 1, \dots, p$ de Σ_0 satisfaça:

$$\sigma_{kk'} = \begin{cases} a_k + a_{k'} + \lambda & \text{se } k=k' \\ a_k + a_{k'} & \text{se } k \neq k' \end{cases} \quad (3.5.0.7)$$

com a_k , $a_{k'}$, e $\lambda > 0$ constantes.

Neste caso, dizemos que $\sigma_{kk'}$ satisfaz a condição de circularidade, embora ela também não seja tão adequada para a

representação da estrutura da matriz de variâncias e covariâncias em dados de medidas repetidas, dado que as medidas mais próximas nas condições de avaliação costumam ser mais correlacionadas do que as medidas mais distantes. Uma estrutura de correlação serial seria talvez mais viável, mas isto requer melhor conhecimento dos dados e não será abordado aqui.

Se a matriz de variâncias e covariâncias tiver forma arbitrária, comum a todos os tratamentos, a significância das estatísticas F_2 e F_3 podem ser determinadas através do uso das tabelas ordinária da distribuição F, mas com os números de graus de liberdade reduzidos.

GREENHOUSE & GEISSER (1958) mostram que, para o caso em que Σ tem a forma geral, as estatísticas F_2 e F_3 têm distribuições de F central aproximadas, isto é: F_2 com $(p-1)\epsilon$ e $(N-g)(p-1)\epsilon$ e F_3 com $(g-1)(p-1)\epsilon$ e $(N-g)(p-1)\epsilon$ graus de liberdade (gl), onde:

$$\epsilon = [\text{tr}(P'\Sigma P)]^2 / (p-1)\text{tr}(P'\Sigma P)^2 \quad (3.5.0.8)$$

P : é uma matriz $p \times (p-1)$ de contraste ortonormal.

Sendo a condição de circularidade dada por:

$$P'\Sigma P = \lambda' I_{p-1} \quad (3.5.0.9)$$

I_{p-1} : é a matriz identidade $(p-1) \times (p-1)$.

Então:

$$\epsilon = \frac{[\text{tr}(\lambda I_{(p-1)})]^2}{(p-1)\text{tr}[\lambda I_{(p-1)}]^2} = \frac{[\lambda(p-1)]^2}{(p-1)\lambda^2(p-1)} = 1 \quad (3.5.0.10)$$

Isto implica que nenhuma correção nos números de graus de liberdade deve ser feita e a distribuição é exata.

GREENHOUSE & GEISSER(1959) encontraram uma solução intermediária através de um procedimento de tres estágios que pode ser descrito da seguinte maneira:

- (1) Usa-se o teste exato F liberal ($\epsilon = 1$), ou seja, sem qualquer redução nos números de graus de liberdade. No caso de o teste não ser significativo, "não se rejeita" a hipótese nula, e o procedimento está encerrado; caso contrário, passa-se para o

estágio seguinte;

- (ii) Se o teste acima for significativo, usa-se o teste exato de F conservativo ($\epsilon = (p-1)^{-1}$), isto faz com que haja maior redução nos números de graus de liberdade. No caso de o teste ser significativo, "rejeita-se" a hipótese nula e o procedimento é encerrado; caso contrário, passa-se para o último estágio;
- (iii) Usa-se o teste aproximado de F com o ϵ estimado com base S_{kk}^2 , da matriz de variâncias e covariâncias amostral. Assim, a decisão final tomada neste último estágio pode ser contrária àquela tomada, usando somente o teste conservativo.

A vantagem deste procedimento é que, às vezes, em duas etapas, já é possível tomar uma decisão, sem necessidade de estimar o valor de ϵ .

3.6 Teste aproximado de F com $\hat{\epsilon}$ -ajustado.

O estimador de máxima verossimilhança de ϵ é obtido a partir de (3.4.0.0) com a $\sum$ substituída pela matriz de covariância amostral usual não viciada $S_{kk'}^2$:

$$(S_{kk'}^2) = S^2 = (N-g)^{-1} \sum_{k=1}^p \sum_{k'=1}^p (z_{kk'} - z_{k.})(z_{kk'} - z_{.k'}) \quad (3.6.0.0)$$

$$\begin{aligned} \hat{\epsilon} &= [\text{tr}(P'SP)]^2 / (p-1) \text{tr}(P'SP)^2 = \\ &= \frac{p^2 (S_{kk'}^2 - S_{..}^2)^2}{(p-1) \left[\sum_{k=1}^p \sum_{k'=1}^p S_{kk'}^2 - 2p \sum_{k=1}^p S_{k.}^2 + p^2 S_{..}^2 \right]} \quad (3.6.0.1) \end{aligned}$$

Onde:

$S_{kk'}^2$: é a média dos p elementos diagonais de S^2 ;

S_k^2 : é a média dos p elementos da k -ésima linha (ou coluna de S^2).

$S_{..}^2$: é a média de todos os p^2 elementos de S^2 .

O estimador $\hat{\epsilon}$, assim obtido, é o estimador de máxima verossimilhança de ϵ , se a população for normal multivariada.

3.7 Teste aproximado F com $\tilde{\epsilon}$ -ajustado.

HUYNH & FELDT (1976) propuseram um estimador alternativo $\tilde{\epsilon}$, que, de acordo com estudos amostrais por simulações, é menos viciado e menos dependente do número de unidades amostrais por grupos do que o estimador de verossimilhança ϵ , especialmente no caso em que $\epsilon \geq 0,75$. Estes valores de ϵ são muito comuns na maioria das pesquisas de psicologia e educação, o que traduz uma matriz próxima do padrão de circularidade de $\epsilon = 1$.

O estimador $\tilde{\epsilon}$ de HUYNH & FELDT(1976) é obtido por:

$$\tilde{\epsilon} = \frac{NA - 2B}{(p-1)[(N-1)B-A]} \quad (3.7.0.0)$$

Onde:

$$A = p^2(S_{kk'} - S_{..})^2 \quad (3.7.0.1)$$

$$B = \sum_{k=1}^p \sum_{k'=1}^p S_{kk'}^2 - 2p \sum_{k=1}^p S_{.k}^2 + p^2 S_{..}^2 \quad (3.7.0.2)$$

O estimador $\tilde{\epsilon}$ pode ser obtido por $\hat{\epsilon}$, da seguinte forma:

$$\tilde{\epsilon} = \frac{N(p-1)\hat{\epsilon} - 2}{(p-1)[N-g-(p-1)\hat{\epsilon}]} \quad (3.7.0.3)$$

Deve-se notar que $\tilde{\epsilon}$ pode assumir valores maiores do que um, pois, para qualquer valor de N e p, $\tilde{\epsilon} \geq \hat{\epsilon}$, com a igualdade ocorrendo exatamente quando $\hat{\epsilon} = (p-1)^{-1}$. Entretanto, como ele é um estimador para um parâmetro cujo valor máximo é uma unidade, $\tilde{\epsilon}$ será considerado igual a uma unidade sempre que ultrapassar este valor.

4. APRESENTAÇÃO DE UM EXEMPLO

4.1 Introdução.

A finalidade deste capítulo é ilustrar a aplicação do presente estudo aos dados originados de um experimento, onde foi aplicado um único tratamento a cada unidade experimental, e foram anotadas as respectivas respostas nos períodos sucessivos.

Os dados utilizados foram obtidos do relatório "Crescimento de *Andira parviflora* Ducke em cinco substratos diferentes", elaborado por Luiza Suely S. Martins e Edileuza Lopes Sette da Silva, como parte da disciplina Fisiologia Vegetal do curso de pós-graduação em Botânica do convênio do Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia e Fundação Universidade do Amazonas, cedidos pela prof^a. Dra. Isolde Dorothea Kossman Ferraz.

Do trabalho acima citado, foi utilizado apenas o parâmetro de altura, em apenas dois substratos para qual foram realizadas 8 medidas de tempo de 14, 29, 45, 60, 74, 90, 106 e 121 dias, a partir da repicagem.

Considerou-se como altura da muda a distância linear entre o solo e o colo da gema apical, medida com a trena, em centímetros.

O ensaio foi realizado em 1988, no viveiro do Departamento de Ciências Agronômicas do Instituto Nacional de Pesquisa da Amazônia, com o objetivo de avaliar o desenvolvimento das mudas em substratos (tratamentos). Estas mudas foram colocadas em

sacos de polietileno 18x27 cm, cujos substratos foram os seguintes:

T₁- Substrato 1, Solos de floresta (Estação Experimental de Fruticultura).

T₂- Substrato 2, Solos de campina, Km 60 da BR 174.

4.2 Considerações gerais sobre os dados.

Sobre a condição de avaliação tempo, as observações foram feitas em torno de 15 em 15 dias, podendo considerar-se de uma maneira igualmente espaçada, perfazendo um total de 8 observações em cada planta.

Verifica-se que o tempo de observação são fixos, isto é, os tempos foram estabelecidos *a priori*, arbitrariamente.

Com relação aos dados (apêndice 1), foi observado que, muitas vezes, a altura decresceu, o que na prática nunca poderia ter acontecido. Foi constatado, posteriormente, que, na hora da coleta de dados, aconteceram erros de medições em virtude da inclinação da trena.

Percebe-se que estes erros de medições dos dados podem contribuir para uma estimativa tendenciosa da matriz de variâncias e covariâncias da amostra e isto acarreta uma perda de precisão.

Apesar disso, estes dados não perdem o objetivo proposto como exemplo.

4.3 Testes sobre a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias.

4.3.1 Teste de homogeneidade para as matrizes de variâncias e covariâncias

Iniciar-se-á o estudo com a estrutura da matriz de variâncias e covariâncias, através de teste de homogeneidade, cujos cálculos foram efetuados através do pacote SOC (instalado no Departamento de Estatística e Computação da Universidade do Amazonas).

Pelos dados da variável altura (Apêndice 1), encontraram-se as matrizes de variâncias e covariâncias para cada substrato (tratamento), isto é, as matrizes dos substratos 1 e 2:

Substrato 1

3,6179	3,3791	3,6784	3,5605	3,6160	4,0314	3,3605	4,0703
3,3791	5,2676	5,5681	5,4854	5,3763	5,9740	6,1281	7,2638
3,6784	5,5681	7,4779	7,2622	6,9583	8,0073	8,9608	9,4137
3,5605	5,4854	7,2622	7,7492	7,3979	8,2622	8,9330	9,6545
3,6160	5,3763	6,9583	7,3979	7,2198	8,0024	8,4052	9,2513
4,0314	5,9740	8,0073	8,2622	8,0024	9,6544	10,4314	11,0049
3,3605	6,1281	8,9608	8,9330	8,4052	10,4314	12,6242	12,0252
4,0703	7,2638	9,4137	9,6546	9,2513	11,0049	12,0252	14,3649

Substrato 2

3,5214	4,4604	5,0830	5,2876	5,4732	5,6232	6,4552	6,6984
4,4604	4,6645	5,3335	5,6577	5,8648	6,1516	6,9150	7,5111
5,0830	5,3335	6,7002	6,7410	6,9992	7,3448	8,2631	9,1356
5,2876	5,6577	6,7410	7,4943	7,7214	8,0670	8,6928	9,4967
5,4732	5,8649	6,9992	7,7214	8,7688	8,9820	9,5082	10,0425
5,6232	6,1516	7,3448	8,0670	8,9823	9,5850	10,1994	10,9689
6,4552	6,9150	8,2631	8,6928	9,5082	10,1994	11,7222	11,9820
6,6984	7,5111	9,1356	9,4967	10,0425	10,9689	11,9820	14,4477

A partir dessas matrizes foi obtida a matriz conjunta S^2 :

Matriz Conjunta S^2							
3,5696	3,9198	4,3807	4,4240	4,5446	4,8273	4,9078	5,3843
3,9198	4,9660	5,4508	5,5716	5,6206	6,0628	6,5216	7,3874
4,3807	5,4508	7,0890	7,0016	6,9787	7,6761	8,6119	9,2747
4,4240	5,5716	7,0016	7,6217	7,5596	8,1646	8,8129	9,5756
4,5446	5,6206	6,9787	7,5596	7,9943	8,4922	8,9567	9,6469
4,8273	6,0628	7,6760	8,1646	8,4922	9,6197	10,3153	10,9869
4,9078	6,5216	8,6119	8,8129	8,9567	10,3153	12,1732	12,0036
5,3843	7,3874	9,2747	9,5756	9,6469	10,9869	12,0031	14,4063

Efetuada-se o teste de homogeneidade das matrizes de variâncias e covariâncias, sob a hipótese nula, $H_0: \Sigma_1 = \Sigma_2$, têm-se a mesma estrutura de matriz de variâncias e covariâncias. Serão obtidos pelas equações de (3.3.1.1) à (3.3.1.4), para $g \leq 4$ e $p \geq 5$ e pequenas unidades de $n \leq 20$, segundo BOX (1949).

$$M = \sum_{i=1}^g n_i \log_e |S|^2 - \sum_{i=1}^g n_i \log_e |S_i|^2$$

$$M = (34) \log_e (0,764351) - [(17) \log_e (0,247489) + (17) \log_e (0,027905)]$$

$$M = 19,170237$$

$$C^{-1} = 1 - \frac{(2p^2 + 3p - 1)(g + 1)}{6(p + 1) n g}$$

$$C^{-1} = 1 - \frac{(2 \times 8^2 + 3 \times 8 - 1)(2 + 1)}{6(8 + 1) 18 \times 2} = 0,766975$$

$$MC^{-1} = (19,170237)(0,766975) = 14,7031$$

$$\text{Rejeita-se } H_0 : \text{ se } MC^{-1} \geq \chi^2_{1/2[(g-1)p(p-1)]} = \chi^2_{28;1\%} = 48,28$$

Conclui-se que não existem evidências que induzam à rejeição da hipótese nula, portanto, as matrizes de variâncias e covariâncias para os substratos (tratamentos), podem ser consideradas homogêneas, a um nível de 1% de probabilidade, pelo teste de χ^2 (qui-quadrado) com 28 graus de liberdade.

4.3.2 Teste de uniformidade da matriz de variâncias e covariâncias.

Sob a hipótese nula, $H_0: \Sigma = \Sigma_0$, para matriz uniforme $\bar{S}^2$, abaixo obtida na secção anterior (4.3.1), da matriz conjunta S^2 , utilizar-se-á o critério de BOX (1950).

Matriz $\bar{S}^2$

8.4925	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522
7.2522	8.4925	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522
7.2522	7.2522	8.4925	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522
7.2522	7.2522	7.2522	8.4925	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522
7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	8.4925	7.2522	7.2522	7.2522
7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	8.4925	7.2522	7.2522
7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	8.4925	7.2522
7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	7.2522	8.4925

Os cálculos do teste de uniformidade são obtidos pelas equações (3.3.2.1) a (3.3.2.4), a seguir:

$$M_2 = - (N - g) \log_e (\Omega)$$

$$\Omega = |S^2| / |\bar{S}^2| = 0,764351/267,603121 = 2,8563 \times 10^{-3}$$

$$M_2 = - (36 - 2) \log_e (2,8563 \times 10^{-3}) = 199,1799$$

$$A_2 = \frac{p(p+1)^2(2p-3)}{6(N-1)(p-1)(p^2+p-4)}$$

$$A_2 = [8(8+1)^2(2 \times 8 - 3)] / [6(36-1)(8-1)(8^2+8-4)]$$

$$A_2 = 0,08427371$$

$$(1 - A_2)M_2 = 182,394271$$

$$f_2 = (p^2 + p - 4)/2 = 68/2 = 34$$

$$(1 - A_2)M_2 \geq \chi^2_{34;5\%} \cong 87,675$$

Conclui-se que a matriz $\bar{S}^2$ não é da forma uniforme, ao nível de 5% de probabilidade pelo teste de χ^2 , (qui-quadrado), com 34 graus de liberdade, o qual permitiu dectar a não uniformidade na matriz de variâncias e covariâncias dos dados, para a variável altura.

4.4 Análises Univariadas.

Analisar-se-á os dados em duas etapas :

- a) Análise Inteiramente ao acaso, para cada período de tempo; e
- b) Análise *Split-Plot*.

4.4.1 Análise Inteiramente ao Acaso, para cada tempo.

Inicialmente utilizar-se-á uma análise de delineamento inteiramente ao acaso, para cada período de tempo, processo recomendado por GILL (1986) e outros autores, quando ocorre a não uniformidade da matriz de variâncias e covariâncias, porque isto garante a independência das variáveis no tempo, de modo que cada período se comporta como uma variável.

Variável : tempo 1

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	3,2400	3,2400	0,80	0,3785
Resíduo	34	138,3689	4,0697		
Total	35	141,6089			
C.V.=19,86%		Média = 10,1556			

Variável : tempo 2

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	0,0400	0,0400	0,01	0,9290
Resíduo	34	168,8456	4,9660		
Total	35	168,8856			

C.V. = 20,95% Média = 10,6389

Variável : tempo 3

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	0,6944	0,6944	0,10	0,7562
Resíduo	34	241,0278	7,0890		
Total	35	241,72222			

C.V. = 23,61% Média = 11,2778

Variável : tempo 4

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	0,1111	0,1111	0,01	0,9046
Resíduo	34	259,1389	7,6217		
Total	35	259,2500			

C.V. = 22,23% Média = 12,4167

Variável : tempo 5

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	0,6944	0,6944	0,09	0,7700
Resíduo	34	271,8056	7,9943		
Total	35	272,5000			

C.V. = 22,321705 Média = 12,6667

Variável : tempo 6

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	1,1736	1,1736	0,12	0,7290
Resíduo	34	327,0694	9,6197		
Total	35	328,2430			

C.V. = 23,43% Média = 13,2361

Variável : tempo 7

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	3,3611	3,3611	0,28	0,6027
Resíduo	34	413,8889	12,1732		
Total	35	417,2500			

C.V. = 25,07% Média = 13,9167

Variável : tempo 8

Análise de Variância

Causa de Variação	gl	S.Q.	Q.M.	F	Prob > F
Tratamentos	1	12,4844	12,4844	0,87	0,3585
Resíduo	34	489,8156	14,4063		
Total	35	502,3000			
C.V. = 25,53%		Média = 14,8667			

Como se pode verificar não houve diferença significativa entre os substratos nas análises inteiramente ao acaso para cada tempo isoladamente, ao nível de 5% de probabilidade pelo test F. Mas nota-se que o coeficiente de variação, C.V. apresenta-se alto, conforme GOMES (1985), acompanhando o crescimento médio das plantas ao longo do tempo.

4.4.2 Análise *Split-Plot*.

Apresentar-se-á aqui um modelo *Split-Plot*, onde os grupos de tratamentos, substratos diferentes, e o tempo serão considerados como fatores fixos completamente cruzados e as unidades experimentais, plantas, hierarquizadas dentro das subpopulações, como fator aleatório, completamente dispostas.

Adotar-se-á o modelo (3.4.0.0), dado por:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_k + \alpha\beta_{ik} + \gamma_{ijk}$$

$$i = 1, 2; j = 1, 2, \dots, 18; k = 1, 2, \dots, 8$$

Onde:

μ : representa a média geral das variáveis (altura);

α_i : representa o efeito do i -ésimo substrato, $i=1,2$;

β_k : representa o efeito do k -ésimo tempo, $k = 1,2,\dots,8$;

$\alpha\beta_{ik}$: representa o efeito da interação entre o i -ésimo substrato e o k -ésimo tempo;

γ_{ijk} : representa os efeitos aleatórios referentes às parcelas e às subparcelas.

Sujeito a todas restrições do modelo (3.4.0.0).

4.4.3 Análise univariada exata e os testes de ajustamentos de F.

A partir do pressuposto de que o modelo dado por (3.4.0.0) representa adequadamente os dados de medidas repetidas, e que o número de condições de avaliação, o tempo, é o mesmo para todos os tratamentos, isto é, $n_1 = 18$ e $n_2 = 18$, as hipóteses nulas, associadas aos efeitos principais de: substratos(tratamentos); condições de avaliação (tempo) e interação(condição de avaliação e tratamento), poder-se-iam testar pela análise de variância em esquema *Split-Plot* ou parcela subdividida de acordo com o quadro abaixo;

Quadro 4.9 Análise de Variância

C. Variação	gl	S. Q.	Q. M.	F	Prob>F	Prob > F	
						$\hat{\epsilon}$	$\tilde{\epsilon}$
Tratamento	1	2,8600	2,8600	0,05	0,8274		
Erro(a)	34	2014,7634	59,2577				
Tempo	7	667,9275	95,4182	76,93	0,0001	0,0001	0,0001
TempoxTrat.	7	18,9391	2,7056	2,18	0,0366	0,1074	0,1000
Erro(b)	238	295,1971	1,2403				
Total	287	2999,6871					

$\hat{\epsilon}$ = Epsilon de Greenhouse-Geisser = 0,3555

$\tilde{\epsilon}$ = Epsilon de Huynh-Feldt Epsilon = 0,3971

Conforme observado na secção (4.1.2), a matriz $\bar{S}^2$ não tem o padrão uniforme. Assim, a aplicação do enfoque proposto não é, em geral, recomendada para a análise de dados neste tipo de estudo. Por outro lado, a simplicidade na obtenção e interpretação das estatística de teste F_1 , F_2 e F_3 , e ampla a bibliografia dos modelos univariados fazem com que este tipo de modelo seja, com certeza, o de mais aceitação.

4.4.4 Resultados.

Deve-se registrar aqui que nenhuma correção precisa ser feita com relação à distribuição F_1 , efeito de tratamentos na parcela (substratos), tendo em vista que esta estatística está associada só às comparações "entre" as unidades experimentais. Em outras palavras, quaisquer que sejam a estrutura de matriz de variâncias e covariâncias, F_1 sempre terá distribuição exata de F central com $(g - 1)$ e $(N - g)$ graus de liberdade sob a hipótese nula $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_g = 0$. Portanto a estatística F_1 é não significativa ao nível de 5% de probabilidade pelo teste F.

Embora as análises univariadas utilizadas sejam baseadas em diferentes suposições sobre a estrutura dos dados, os resultados obtidos foram essencialmente equivalentes e pode ser concluído de que não houve diferença entre substratos, isto é, substrato 1 (solos de floresta) e substrato 2 (solo de campina) não são diferentes ao nível de 5% de probabilidade, pelo teste F.

Entretanto às estatísticas que envolvem comparações "dentro" das unidades experimentais, as quais estão diretamente associadas à estrutura da matriz de variâncias e covariâncias, que necessitam de correção nos números de graus de liberdade de suas distribuições.

Deste modo, foram efetuados os cálculos das estatísticas F aproximadas, através dos epsilon, (ϵ), ajustadas pelo estimador de máxima verossimilhança de $\hat{\epsilon}$, proposto por GREENHOUSE & GEISSER (1958), e o teste aproximado de $\tilde{\epsilon}$ proposto por HUYNH & FELDT (1976): ambos, podendo ser obtidos pelo pacote estatístico SAS "Statistical Analysis System".

Como foi observado os dados obtidos $\hat{\epsilon} = 0,3555$ e $\tilde{\epsilon} = 0,3971$ confirmam com teste de não uniformidade da matriz de variâncias e covariâncias uma vez que estão longe do padrão de

circularidade de $\epsilon = 1$, conforme HUYNH & FELDT (1976).

Verifica-se que a estatísticas F_2 , com relação ao tempo, é significativa ao nível de 0,01% de probabilidade, pelo teste F, no quadro análise de variância (4.9). Neste caso, aplica-se um procedimento de comparação múltipla entre as médias. Entretanto esta aplicação não foi realizada, por fugir ao objetivo principal do presente estudo.

Por outro lado, a estatística F_3 , com relação à interação (condição de avaliação e tratamento), obtida da maneira tradicional, foi significativa a um nível de 3,66% de probabilidade. No entanto são as estatísticas que envolvem comparações "dentro" das unidades experimentais, as quais estão diretamente associadas à estrutura da matriz de variância, aquelas que necessitam de correção de graus de liberdade de suas distribuições. O que é sempre recomendado, na aplicação de esquema *Split-Plot* (parcela subdividida) em medidas repetidas, quando apenas a suposição básica sob H_0 , matrizes de variâncias e covariâncias homogêneas não for rejeitada e sob H_0 , a matriz da forma uniforme for rejeitada.

Ainda, quando as suposições de homogeneidade da matriz de variâncias e covariâncias, e para matriz da forma uniforme forem rejeitada sob H_0 respectivamente, é possível aplicação de uma análise separada para cada condição de avaliação. E, sempre é aconselhável um estudo exploratório dos dados, para termos solução mais adequada.

Observa-se que os tempos de observações foram fixos, isto é, o interesse da pesquisa restringe-se aos tempos considerados. Este parece ser o caso, em que os tempos de observação foram estabelecidos *a priori* arbitrariamente. Onde a análise de experimentos com esta característica possibilita estudar o efeito global dos tratamentos ao fim do experimento, e ainda, estudar o efeito de alguma ocasião particular.

5. DISCUSSÃO e CONCLUSÃO

O uso de métodos estatísticos para analisar dados experimentais exige uma forma de experimento "idealizada", ou seja, planejada e delineada. Nem sempre, contudo, um experimento é realizado sob condições ideais. No entanto, o pesquisador supõe que o experimento idealizado contém todos aspectos importantes do efetivo.

O modelo teórico idealizado apresenta as possíveis observações que o experimento pode potencialmente fornecer mediante variáveis aleatórias sobre as quais algumas leis de probabilidades são postuladas. Sobre esta base são construídos procedimentos de análise estatística do experimento e as conclusões obtidas com o método só serão válidas, quando o modelo representar adequadamente a realidade. O problema é que a maioria dos procedimentos clássicos supõe que as observações sejam realizações de variáveis aleatórias normais, com matrizes de variâncias constantes e covariâncias constantes. Entretanto, estas suposições em muitos casos estão longe de ser verdadeiras.

As soluções dos procedimentos Univariados e Multivariados têm cada uma suas próprias vantagens e desvantagens, tal que uma solução não pode ser universalmente recomendada sobre a outra. Um ponto em comum entre as duas técnicas de análise, segundo a revisão bibliográfica, é que ambas necessitam da suposição de que as observações repetidas seguem uma distribuição normal multivariada e que as matrizes de variâncias e covariâncias sejam homogêneas.

Por outro lado, o que ficou evidenciado é que, num planejamento com medidas repetidas, sobre um grupo de unidades experimentais, o teste F univariado, para efeito do fator "condição

de avaliação", é geralmente mais poderoso, quando comparado ao seu competidor no procedimento multivariado. E esta conclusão justifica-se pelo fato de que, enquanto ambos testes tem o mesmo número de graus de liberdade no numerador ($p - 1$), o teste univariado tem no denominador $[(p - 1)(N - g)]$ graus de liberdade maior que o teste multivariado ($N - p + 1$).

E mesmo quando usando os procedimentos alternativos, assim como a correção de $\hat{\epsilon}$ e $\tilde{\epsilon}$ para a situação onde os testes F não podem ser propriamente utilizados por se afastarem demais das condições do experimento efetivo, a superioridade dos univariados pode ser verificada. O uso dos ajustamentos nos graus de liberdade foi desenvolvido exatamente como alternativa para situações onde os testes F não podiam ser realizados com relação matrizes de variâncias e covariâncias.

Observa-se que os tempos de observações foram fixos, isto é, o interesse da pesquisa restringe-se aos tempos considerados. Este parece ser o caso em muitas situações, em que os tempos de observação foram estabelecidos *a priori* arbitrariamente. Onde a análise de experimentos com esta característica possibilita estudar o efeito global dos tratamentos ao fim do experimento, a variação deste ao longo do tempo, ou ainda, estudar o efeito de alguma ocasião particular.

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No que diz a respeito aos experimentos com medidas repetidas, abrem-se, alguns caminhos para pesquisa futuras. Dentre elas, destacam-se dois aspectos bastantes freqüentes em situações reais:

- i) Análise de experimentos com medidas repetidas, com observações incompletas ou perdidas.
- ii) Análises alternativas para situações onde os modelos paramétricos (teste F) não podem ser propriamente

utilizados, principalmente pela falta de normalidade nos dados.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- AUBIN, E. C. Q. Análise de experimentos com medidas repetidas. São Paulo, 1984. 164p. (Mestrado - Instituto de Matemática e Estatística/USP).
- BARTLETT, M. S. Properties of sufficiency and statistical tests. *Proceedings of the Royal Society. Serie A*, London, 160 : 268-82, 1937.
- BOX, G. E. P. A general distribution theory for a class of likelihood criteria. *Biometrika*, London, 36 : 317-46, 1949.
- BOX, G. E. P. Problems in the analysis of growth and wear curves. *Biometrics*, Alexandria, 6 : 362-89, 1950.
- BROOK, R. J. & ARNOLD, G. C. Applied Regression Analysis and Experimental Design. New York, Owen, 1985. 237p.
- COCHRAN, W. G. & COX, G. M. Diseños Experimentales. 2.ed., Chapingo, Trillas, 1965. 661p.
- CORDANI, L. K.; GATTÁS, R. R. ; SINGER, J. M. Blocos completamente aleatorizados: um modelo alternativo. *Ciência e Cultura*, São Paulo, 35 (8) : 1151-9, 1983.
- DANFORD, M. B.; HUGHES, H. M.; McNEE, R. C. On the analysis of repeated measurement experiments. *Biometrics*, Alexandria, 16 :

547-65, 1960.

DINIZ, U. D. Análise de experimentos com parcelas medidas sucessivamente no tempo. Piracicaba, 1980. 104p. (Doutorado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/ USP).

EVANS, J. C. & ROBERTS, E. A. Analysis of sequential observations with applications to experiments on grazing animal and perennial plants. *Biometrics*, Alexandria, 35 : 687-93, 1979.

GILL, J. L. Repeated measurement : sensitive tests for experiments with few animals. *Journal Animal Science*, Champaign, 63 : 943-54, 1986.

GILL, J. L. Repeated measurement : split-plot trend Analysis of first differences. *Biometrics*, Alexandria, 44 : 289-97, 1988.

GILL, J. L. & HAFS, H. D. Analysis of repeated measurements of animals. *Journal Animal Science*, Champaign, 33 (2): 331-6, 1971.

GOMES, F. P. Curso de estatística experimental. 11. ed. Piracicaba, Nobel, 1985. 466 p.

GREENHOUSE, S.W. & GEISSER, S. An extension of Box's results on the use of the F distribution in multivariate analysis. *The Annals of Mathematical Statistics*. London, 29 : 885-91, 1958.

GREENHOUSE, S.W. & GEISSER, S. On the methods in the analysis of profile data. *Psychometrika*, London, 24 : 95- 112, 1959.

HERNANDEZ, F. & CASTILHO, M. A. Comparación entre el análisis de

parcela dividida y el método de análisis de perfil. *Agrociência*, Chapingo, 17 :51-9, 1974.

HUYNH, H. & FELDT, L. S. Conditions under which mean square ratios in repeated measurements designs have exact F-distributions. *Journal of the American Statistical Association*, Washington, 65 : 1582-9, 1970.

HUYNH, H. & FELDT, L. S. Estimation of the Box correction degrees of freedom from sample data in randomized block and split-plot designs. *Journal of Educational Statistics*, Washington, 1 : 69-82, 1976.

IEMMA, A. F. Modelos lineares para experimentos com medidas repetidas e covariância uniforme: um enfoque através das matrizes de Helmert. Piracicaba, 1985. 196p. (Livre-Docência - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

LEAL, M. L. S. Análise de dados de experimentos com medidas repetidas. Brasília, 1979. 99p. (Mestrado - Universidade de Brasília).

MARDIA, K. V.; KENT, J. T.; BIBBY, J. M. Multivariate analysis. New York, Academic Press, 1979. 521p.

MORRISON, D. F. Multivariate statistical methods. 2. ed. New York, McGraw-Hill, 1967. 415p.

PEARCE, S. C. Field experimentation with fruit trees and other perenial plants. Farnham Royal, CAB, 1953. 131p. (Commonwealth Bureau of Horticulture and Plantation Crops. 74)

SAS/STAT User's guide, release ed. 6.03 Cary, NC: SAS Institute Inc., 1988. 1028 p.

SILVA, J. G. C. Análise de realizações simultâneas de séries de tempo dispostas segundo um delineamento experimental. Pelotas, 1979. 68p. (Cátedra - Universidade de Pelotas).

SINGER, J. M. Análise de curvas de crescimento. São Paulo, 1977. 112p. (Mestrado - Instituto de Matemática e Estatística/USP).

SINGER, J. M. & ANDRADE, D. F. Análise de dados longitudinais. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA, 7., Campinas, 1986. Campinas, s. ed., 106p.

SNEDECOR, G. W. & COCHRAN, W. G. Statistical methods. Ames, the State Yowa, University Press, 1957, 534p.

STEEL, R. G. D. & TORRIE, J.H. Principles and procedures of statistics. New York, McGraw-Hill, 1960. 418p.

STEVENS, W.L. Análise estatística de ensaio de variedades de café. *Bragantia*, Campinas, 9 : 103-123, 1949.

WILKS, S. S. Sample criteria for testing equality of means, equality of variances, and equality of covariances in a normal multivariate distribution. *The Annals of Mathematical Statistics*, London, 17 : 257-81, 1946.

WINER, B. J. Statistical principles in experimental design. 2. ed., New York, McGraw-Hill, 1971. 907p.

WISHART, J. Growth-rate determinations in nutrition studies with the bacon pig, and their analysis. *Biometrika*, London, 30 : 16-28, 1938.

7. APÊNDICE

APÊNDICE 1-Dados de altura (cm) de Sucupira Vermelha (*Andira parviflora* Ducke), tomados em oito épocas de observações (1988).

A _i	B _j	t ₁	t ₂	t ₃	t ₄	t ₅	t ₆	t ₇	t ₈
1	1	9,8	9,5	9,5	9,5	10,0	10,5	11,5	11,2
1	2	11,0	11,0	12,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
1	3	12,8	16,6	17,0	17,0	17,0	17,5	18,0	23,0
1	4	14,0	13,5	13,0	15,0	15,5	18,0	16,0	20,0
1	5	10,0	12,0	14,0	15,0	14,0	16,0	19,5	19,5
1	6	8,2	9,5	12,0	12,0	12,0	15,0	17,0	17,0
1	7	9,8	12,8	13,0	15,0	15,0	16,0	18,0	17,5
1	8	8,5	8,0	8,0	8,0	8,0	8,5	8,5	10,0
1	9	8,5	8,5	8,0	9,5	9,0	9,5	10,0	12,0
1	10	7,8	7,5	9,5	12,0	12,0	12,0	12,0	15,5
1	11	9,5	8,5	8,0	9,0	9,0	9,0	9,0	9,0
1	12	10,0	10,0	12,5	13,0	13,0	15,0	17,0	16,5
1	13	12,5	12,0	15,5	16,5	16,5	17,0	18,0	18,0
1	14	11,5	12,0	13,0	14,0	14,0	15,0	15,5	16,5
1	15	7,2	10,0	10,5	12,0	12,0	13,0	14,5	14,5
1	16	7,3	9,0	8,0	10,0	10,5	10,0	10,0	13,0
1	17	9,5	9,0	9,0	9,0	10,0	10,5	11,0	12,0
1	18	9,5	11,5	13,0	14,0	14,0	15,0	16,5	19,0
Médias		9,8	10,6	11,4	12,4	12,5	13,4	14,2	15,4
2	1	11,5	12,8	13,0	15,0	15,0	16,0	17,5	18,0
2	2	10,2	11,0	12,5	13,0	13,0	13,5	14,0	18,5
2	3	10,0	9,5	10,0	11,0	11,0	11,0	11,0	11,0
2	4	13,1	13,5	15,0	17,0	20,0	20,0	20,0	20,0
2	5	15,0	15,0	16,0	17,0	17,0	18,0	21,0	20,0
2	6	9,8	10,0	9,0	12,5	11,5	12,0	12,0	13,0
2	7	8,2	9,0	9,0	11,0	11,5	11,5	11,0	11,0
2	8	10,0	10,0	12,0	12,0	12,0	13,0	15,0	15,0
2	9	10,0	10,5	11,0	12,0	12,5	12,5	13,0	15,0
2	10	11,0	12,0	13,5	15,0	15,0	16,0	15,0	18,0
2	11	13,3	13,0	13,0	14,0	15,0	15,0	15,5	17,5
2	12	8,3	7,8	8,5	10,0	10,5	10,0	10,0	8,5
3	13	10,8	10,5	11,0	11,0	11,0	11,0	12,0	12,0
2	14	10,5	10,5	11,0	12,0	12,5	11,0	12,5	12,0
2	15	12,5	12,5	13,0	14,5	15,0	15,0	15,0	16,5
2	16	10,0	10,0	9,0	10,5	11,5	12,0	12,5	12,0
2	17	6,5	7,0	6,5	7,0	9,0	9,5	10,0	10,0
2	18	7,5	7,5	7,5	8,0	7,5	8,0	8,0	8,0
Médias		10,4	10,7	11,1	12,4	12,8	13,0	13,6	14,3

A_i = Tratamentos com i = 1, 2.

B_j = Unidades experimentais com j = 1, ..., 18.

t = Tempo das observações.