ANÁLISE DE GRUPOS DE EXPERIMENTOS EM BLOCOS COMPLETOS
AUMENTADOS, ATRAVÉS DO PACOTE COMPUTACIONAL SAS.

ELISETTE ALLEONI MARCOS
Economista Doméstica

Orientadora: Prof. Dr. Maria Cristina Stolf Nogueira

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Agronomia, Área de Concentração: Estatística e Experimentação Agronômica.

P I R A C I C A B A

Estado de São Paulo - Brasil

Julho - 1994

Ficha catalografica preparada pela Secção de Livros da
Divisão de Biblioteca e Documentação - PCLQ/USP

Marcos, Elisete Alleoni

M321a Análise de grupos de experimentos em blocos comple
tos aumentados, através do pacote computacional SAS.
Piracicaba, 1994.
91p. ilus.

Diss.(Mestre) - ESALQ
Bibliografia.

1. Delineamento de experimento 2. Estatística expe
rimental 3. Programa de computador 4. SAS I. Escola
Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Piracicaba

CDD 519.5

ANÁLISE DE GRUPOS DE EXPERIMENTOS EM BLOCOS COMPLETOS
AUMENTADOS, ATRAVÉS DO PACOTE COMPUTACIONAL SAS.

ELISETE ALLEONI MARCOS

Aprovada em: 02.09.94

Comissão julgadora:

Prof^a. Dr^a. Maria Cristina Stolf Nogueira

ESALQ/USP

Prof. Dr. Antonio Francisco Iemma

ESALQ/USP

Prof. Dr. Sérgio do Nascimento Kronka

FCAVJ/UNESP

Prof^a. Dr^a. Maria Cristina Stolf Nogueira
Orientadora

iii.

Dedicada aos meus tres queridos:

Julinho, Ma e Du, com muito
carinho.

AGRADECIMENTOS

A todas as pessoas que no momento certo foram tão amigas e conseguiram, com um simples gesto, me mostrar que eu nunca estive sozinha.

Aos meus pais que sempre souberam me entender tão bem.

Ao Julinho, por estar sempre tão presente.

Aos meus filhos, Ma e Du, que com sua sinceridade e lógica inabalável me fizeram crescer em todos os sentidos.

À Maria Cristina Stolf Nogueira, pela paciência, amizade e prontidão em todos os momentos de dúvida.

Ao Antonio Francisco Iemma, pelo incentivo desde o começo da minha vida profissional.

A Roseli A. Leandro, por ser sempre tão amiga.

A Rosemeire, que fez tanta falta, por ter sido uma pessoa sensata e serena.

Ao José Eduardo Corrente, pelo interesse e por estar sempre pronto a dar apoio.

v.

À Ana Maria, Expedita, Luciane, Solange, Rosa e Rosni por mostrarem sempre tanta disposição em ajudar.

À Cristina Bombo, sempre pronta a me substituir em todos os momentos necessários.

À CAPES, pela bolsa de estudos concedida.

Aos amigos do Curso de Pós-Graduação, pela amizade e companheirismo.

SUMARIO

	Página
RESUMO	viii
SUMMARY	x
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	13
3.1. Caracterização	13
3.2. Modelo Matemático	14
3.3. Notação $R()$	15
3.4. Estimabilidade	16
3.4.1. Forma Geral de uma Função Estimável	18
3.4.2. Funções Estimáveis Tipo I	27
3.4.3. Funções Estimáveis Tipo II	37
3.4.4. Funções Estimáveis Tipo III	39
3.4.5. Funções Estimáveis Tipo IV	43
3.5. Esperança do Quadrado Médio	43
4. MATERIAL E MÉTODOS	53
4.1. Análise Individual	56
4.2. Análise Conjunta	57
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	59
5.1. Análise Individual	59
5.2. Análise Conjunta	73

6. CONCLUSÕES	84
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
APÊNDICE	91

ANÁLISE DE GRUPOS DE EXPERIMENTOS EM BLOCOS COMPLETOS AUMENTADOS, ATRAVÉS DO PACOTE COMPUTACIONAL SAS

Autora: ELISETE ALLEONI MARCOS

Orientadora: PROF. DR. MARIA CRISTINA STOLF NOGUEIRA

RESUMO

O delineamento em blocos completos aumentados (blocos de Federer) geralmente é utilizado quando o experimento apresenta um número relativamente grande de tratamentos a serem avaliados. Para este caso, consideram-se dois grupos de tratamentos:

- Tratamentos comuns, que são repetidos j vezes e estão presentes em todos os blocos;
- Tratamentos regulares, que aparecem uma única vez em um dos blocos.

Da forma como esse delineamento é estruturado, o uso da análise de variância convencional gera problemas no momento de serem testadas as hipóteses de interesse, em geral efetuadas pela estatística "F". As dificuldades para a análise tornam-se ainda maiores quando se consideram grupos de experimentos em blocos aumentados.

Assim, o presente trabalho, conduzido no Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP, teve como objetivo desenvolver um procedimento para as análises individuais e a conjunta, segundo o delineamento proposto para grupos de experimentos, através da aplicação da metodologia utilizada pelo pacote computacional SAS (Statistical Analysis System).

Com o auxílio de um conjunto de dados hipotéticos, adotou-se o modelo matemático para o delineamento em blocos completos aumentados, onde foram consideradas as funções estimáveis e as hipóteses a serem testadas pelas quatro somas de quadrados fornecidas pelo SAS. Calcularam-se, também, as esperanças dos quadrados médios, a fim de compor o denominador para a estatística "F".

Como aplicação desta técnica realizaram-se análises individuais e a conjunta de dados de produção de cana-de-açúcar (t/ha), provenientes de cinco experimentos conduzidos em diferentes locais.

Concluiu-se que:

- A Soma de Quadrados Tipo I mostrou não ser a mais indicada para o delineamento em estudo, tanto na análise individual como na conjunta.

- A Soma de Quadrados Tipo III parece ser a mais adequada, desde que a estatística "F" seja obtida através da opção TEST do comando RANDOM na PROC GLM do SAS.

ANALYSIS OF EXPERIMENTAL GROUPS IN AUGMENTED COMPLETE BLOCKS. THROUGH OUT SOFTWARE SAS.

Author : ELISETE ALLEONI MARCOS

Adviser: PROF. DR.MARIA CRISTINA STOLF NOGUEIRA

SUMMARY

The design in augmented complete blocks (Federer blocks) generally is used when the experiment presents a relatively large number of treatments to be evaluated. In this case two groups of experiments are considered:

- Common treatments, that are repeated j times and are presented in all blocks;
- Regular treatments, that appear only once in one of the blocks.

In the way as this design is structured, the conventional analysis of variance produces problems at the moment of testing the hypothesis of interest, in general made of "F" statistic. The analysis procedure becomes more complicate when groups of experiments in augmented blocks are considered.

Thus, the main objective of this research conducted at Mathematics and Statistics Department of the Escola Superior de

Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP, State of São Paulo - Brazil was to develop a procedure for individual and joint analysis, according to the proposed design for groups of experiments, through out the applied methodology used by the software SAS (Statistical Analysis System).

Using a fictitious data set, it was adopted a mathematical model for the augmented complete blocks design, where were considered the estimable functions and the hypothesis to be tested through the four sum of squares provided by SAS. It was also found the expectation of the mean square, in order to compose the denominator for the F statistical test.

As an application of this technic, it was used a data set from sugar cane production (t/ha) obtained from five experiments carried out in different locations; the individual and joint analysis were done.

It was concluded from this study that the sum of squares Type I didn't show to be the most appropriate for this design. On the other hand, the sum of square Type III showed better results, since the F statistics has been obtained through the option TEST from the statement RANDOM at SAS - Proc GLM.

1. INTRODUÇÃO

Na experimentação agronômica, em especial nos programas de melhoramento de plantas, é comum o pesquisador planejar um experimento com a inclusão de um número relativamente grande de tratamentos a serem avaliados.

A dificuldade de se conseguirem áreas que sejam homogêneas ou então a heterogeneidade ou escassez do material experimental fez com que FEDERER (1956) desenvolvesse uma classe de delineamentos experimentais conhecida por "delineamentos aumentados", quando trabalhava em um programa de melhoramento de cana-de-açúcar no "Hawain Sugar Planter's Association".

De acordo com este autor, um delineamento experimental aumentado é caracterizado pela adição de tratamentos a qualquer delineamento padrão, como, por exemplo, blocos ao acaso, quadrado latino.

Assim, o delineamento em blocos completos aumentados apresenta dois grupos de tratamentos, a saber:

a.) Tratamentos comuns, que são repetidos j vezes e estão presentes em todos os blocos.

b.) Tratamentos regulares, que aparecem uma única vez em um dos blocos.

Neste caso, os tratamentos comuns são aqueles que apresentam comportamento já conhecido e atuarão como uma espécie de controle ou testemunha para os tratamentos regulares ou novos que se tem interesse em testar.

Embora a literatura apresente vários trabalhos referentes a este assunto pouco se tem escrito a respeito, no que se refere a execução de análises utilizando os pacotes computacionais desenvolvidos atualmente.

Uma vez que as técnicas computacionais se tornaram ferramentas úteis para a execução de análises estatísticas, pode ser interessante o estudo dessas novas técnicas para análise do delineamento em blocos completos aumentados.

O objetivo deste trabalho é, portanto, analisar este delineamento através da aplicação da metodologia utilizada no pacote computacional SAS (Statistical Analysis System, 1987), um dos mais importantes pacotes estatísticos de uso mundial. Através de um exemplo hipotético será explicada a metodologia em que está baseada a análise e, com dados reais, uma análise de um grupo de experimentos, planejado segundo o delineamento em blocos completos aumentados, será apresentada.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

FEDERER (1956) trabalhando em uma pesquisa de comparação do desempenho de plântulas de diferentes clones, desenvolveu uma metodologia que possibilitou a comparação de variedades novas chamadas regulares, com variedades já conhecidas, chamadas comuns. Deu a esse novo delineamento o nome de "delineamento aumentado". O mesmo autor em 1961, através de dois outros trabalhos, definiu esse delineamento como um delineamento padrão onde são adicionados novos tratamentos que podem ou não apresentar o mesmo número de repetições.

PIMENTEL GOMES & GUIMARÃES (1958) propuseram um método de análise conjunta de experimentos em blocos completos casualizados com alguns tratamentos comuns, assumindo que os dados a serem analisados fossem provenientes de g diferentes experimentos em blocos com r repetições e $k = z + c$ tratamentos, onde c são os tratamentos comuns e z os regulares. Dessa forma, o número total de tratamentos foi representado por $v = gz + c$.

De acordo com esses autores, o esquema da análise para cada experimento seria feito da forma usual, isto é:

CV	GL
Blocos	$(r - 1)$
Tratamentos	$(z + c - 1)$
Resíduo	$(r - 1)(z + c - 1)$
Total	$r(z + c) - 1$

E, para análise conjunta,

CV	GL
Experimentos	$(g - 1)$
Blocos d. de Exper.	$g(r - 1)$
Tratamentos (ajust.)	$(gz + c - 1)$
Trat. comuns x Exper.	$(c - 1)(g - 1)$
Resíduo	$g(r - 1)(z + c - 1)$
Total	$gr(z + c) - 1$

Continuando nessa mesma linha de pesquisa, PIMENTEL GOMES (1970) ampliou o uso desse método para os casos onde o número de repetições e o número de tratamentos regulares poderiam variar de um experimento para o outro. Isso pode acontecer quando se incluem g experimentos em blocos completos casualizados, com o i -ésimo experimento recebendo z_i tratamentos regulares e, também, c tratamentos comuns com r_i repetições. Neste caso, o número total de tratamentos foi representado por $v = \sum_i z_i + c$. A análise de

variância, obtida da maneira usual, para o i -ésimo experimento, originará uma soma de quadrado de resíduo indicada por SQR_i .

Assim, a análise conjunta foi obtida por:

CV	GL	SQ	QM
Experimentos	$g - 1$	usual	
Blocos d. Exper.	$\sum r_i - g$	usual	
Trat comuns x Exper.	$(c - 1)(g - 1)$	usual	
Trat (ajust)	$\sum z_i + c - 1$	por subtração	
Resíduo	por subt.	$\sum SQR_i$	s^2
Total	$\sum r_i (z_i + c) - 1$	usual	

Como uma aplicação prática desse método, CARVALHO (1991) trabalhou com melhoramento genético de soja, adotando o modelo:

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + \theta_k + \delta_i \gamma_{ij} + \varepsilon_{ijk} ,$$

com:

$$\delta_i = 0 \quad \text{se } i \text{ for tratamento regular}$$

$$\delta_i = 1 \quad \text{se } i \text{ for tratamento comum}$$

onde:

- y_{ijk} é a observação do i-ésimo tratamento no j-ésimo conjunto na k-ésima repetição;
- μ é uma constante inerente a todas as observações;
- τ_i é o efeito do i-ésimo tratamento;
- β_j é o efeito do j-ésimo conjunto;
- θ_k é o efeito da k-ésima repetição;
- γ_{ij} é o efeito da interação tratamento comum x conjunto (erro experimental ou erro entre parcelas) e supõe-se $\gamma_{ij} \cap N(0, \sigma^2)$ e independentes;
- ε_{ijk} é o erro amostral ou erro dentro de parcelas e supõe-se $\varepsilon_{ijk} \cap N(0, \sigma^2)$ e independentes;
- δ_i é o delta de Kronecker

Nesse trabalho considerou: o sistema de equações normais; uma análise de variância, envolvendo todos os efeitos do modelo; outra desprezando os tratamentos comuns e outra onde utilizaram-se as médias dos tratamentos comuns, que se repetem dentro de cada conjunto, e as variâncias de contrastes entre médias de tratamentos.

NOGUEIRA (1976) estudou a análise conjunta de experimentos em blocos casualizados completos aumentados. Cada experimento apresentou os mesmos $t = c + z$ tratamentos, distribuídos em r blocos onde os c tratamentos, tidos como comuns, apareceram nos r blocos e os z tratamentos, tidos como regulares, foram incluídos uma única vez em um dos r blocos. Nesta pesquisa a autora adotou o seguinte modelo:

$$y_{ijk} = \mu + t_i + l_k + b_{j|k} + (tl)_{ik} + e_{ijk}$$

com $i = 1, \dots, t$; $j = 1, \dots, r$ e $k = 1, \dots, l$

onde:

- y_{ijk} é o valor observado do i-ésimo tratamento no j-ésimo bloco do k-ésimo local;
- μ é uma constante inerente a todas as observações;
- t_i é o efeito do i-ésimo tratamento;
- l_k é o efeito do k-ésimo local;
- $b_{j|k}$ é o efeito do j-ésimo bloco no k-ésimo local;
- $(tl)_{ik}$ é o efeito do i-ésimo tratamento no k-ésimo local;
- e_{ijk} é o erro experimental, tal que $e_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Para a obtenção da Soma de Quadrados de Tratamentos ajustada, foi considerado o modelo de blocos casualizados, isto é:

$$y_{ij} = \mu + t_i + b_j + e_{ij}$$

sendo que: $i = 1, 2, \dots, t$
 $j = 1, 2, \dots, b$

onde:

- y_{ij} é o valor observado do i-ésimo tratamento no j-ésimo bloco;
- μ é uma constante inerente a todas as observações;
- t_i é o efeito do i-ésimo tratamento;
- b_j é o efeito do j-ésimo bloco;
- e_{ij} é o erro experimental tal que $e_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Esse trabalho foi desenvolvido segundo a metodologia desenvolvida por PIMENTEL GOMES & GUIMARÃES (1958) e PIMENTEL GOMES (1970).

Um delineamento aumentado modificado (MAD) foi proposto por LIN & POUSWINSKY (1983) para o caso de experimentos que apresentavam um grande número de linhas a serem avaliadas, mas com uma quantidade insuficiente de material para poder repetir o experimento. Impuseram duas restrições, ou sejam, a parcela deveria apresentar o formato quadrado, ou próximo disso e as subparcelas deveriam apresentar o desenho 3x3 (3 linhas por 3 colunas).

Essas restrições foram estabelecidas para que houvesse uniformidade entre a parcela controle e as 8 subparcelas adjacentes e a homogeneidade da correlação entre parcelas pudesse ser mantida.

Continuando seus estudos, LIN & POUSWINSKY (1985) desenvolveram um delineamento aumentado modificado, chamado Tipo 2, para o plantio de alguns tipos de cereais e de soja que são plantados em linhas, onde a diferença básica era usar 5 parcelas retangulares arranjadas em linhas paralelas. Utilizaram, como exemplo, um delineamento 5x6 (5 linhas por 6 colunas) e 12 conjuntos de dados hipotéticos. Com isso, investigaram:

i.) A escolha de um método ajustado baseado na análise de variância das parcelas controles;

ii.) A estimativa da eficiência relativa do método.

Os resultados mostraram que a escolha de um método de correção baseado na análise de variância é satisfatório e, em-

bora as estimativas da eficiência relativa tenham diferido dos valores populacionais, esses valores podem ser considerados praticamente idênticos.

GONÇALVEZ (1984) fez um estudo comparativo entre quatro métodos de estimação dos componentes de variância: Hender-son-3, Máxima Verossimilhança, Máxima Verossimilhança Restrita e MIVQUE0 (Estimação Não-Tendenciosa de Mínima Norma), considerando como de efeitos fixos todos os blocos e os tratamentos comuns e, como de efeito aleatório, os demais tratamentos.

Estudando o delineamento em bloco aumentados com parcelas subdivididas no tempo, VIZONI (1984) considerou c variedades comuns, dispostas em b blocos, z variedades regulares que aparecem uma única vez em todo o experimento e v anos. Todos os blocos apresentavam o mesmo número de parcelas.

Adotou o seguinte modelo matemático:

$$y_{ijv} = m + t_i + b_j + (tb)_{ij} + a_v + (ta)_{iv} + (ba)_{jv} + e_{ijv}$$

onde:

y_{ijv} é o valor observado na sub-parcela que recebeu o v -ésimo tratamento secundário (anos) dentro do i -ésimo tratamento principal no j -ésimo bloco;

m é o efeito da média geral;

t_i é o efeito do i -ésimo tratamento principal;

b_j é o efeito do j -ésimo bloco;

- $(tb)_{ij}$ é o efeito da interação do i-ésimo tratamento principal com o j-ésimo bloco, também chamado erro (a);
- a_v é o efeito do v-ésimo tratamento secundário (anos);
- $(ta)_{iv}$ é o efeito da interação entre o i-ésimo tratamento principal com o v-ésimo tratamento secundário;
- $(ba)_{jv}$ é o efeito da interação entre o j-ésimo bloco e o v-ésimo tratamento secundário;
- e_{ijv} é o erro atribuído à observação y_{ijv} , chamado erro (b).

Segundo o autor, quando se trabalha com parcelas subdivididas no tempo, não é raro encontrar correlações diferentes entre duas subparcelas de uma mesma parcela. Nesse trabalho, considerou-se apenas o caso onde as correlações eram constantes e existia independência entre subparcelas e parcelas distintas. Dessa forma, determinou-se o sistema de equações normais, as somas de quadrados dos parâmetros, as matrizes de dispersão e os critérios para as comparações múltiplas pelo critério de Tukey. O autor concluiu que:

- é viável o delineamento aumentado no esquema de parcelas subdivididas,
- a análise deve ser feita após o teste de homogeneidade e uniformidade de variância ;
- quando os tratamentos regulares aparecem somente uma vez em todo o experimento, os resíduos podem ser obtidos através de valores singulares da matriz uniforme ou através do modelo adotado.

Com o objetivo de determinar o sistema de equações normais, as estimativas dos efeitos ajustados de tratamentos, a matriz de dispersão dos efeitos de tratamentos, as somas de quadrados e a variância das estimativas dos contrastes possíveis entre duas médias de tratamentos, GREINER (1986) desenvolveu uma análise conjunta de experimentos conduzidos em blocos incompletos balanceados (BIB) com alguns tratamentos comuns a todos os experimentos.

Trabalhando com análise de covariância, SILVA (1987) determinou o sistema de equações normais, as estimativas dos efeitos dos parâmetros, as somas de quadrados e suas esperanças matemáticas e, também, as distribuições das formas quadráticas. Para tanto, adotou o seguinte modelo matemático:

$$y_{ij} = \mu + \beta_i + t_j + \gamma x_{ij} + e_{ij}, \text{ onde}$$

y_{ij} é o valor observado do bloco i que recebeu o tratamento j ;

μ é a média geral;

β_i é o efeito do bloco i ;

t_j é o efeito do tratamento j ;

γ é o coeficiente de regressão linear de y em relação a X ;

$x_{ij} = X_{ij} - \bar{X}$, onde X_{ij} são os valores observados da variável

auxiliar (covariável);

e_{ij} é o erro experimental associado à observação y_{ij} , onde

$$e_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2).$$

Através de um exemplo numérico verificou o seguinte:

- o modelo permitiu uma estimativa dos efeitos de tratamentos condizente com o objetivo;
- o modelo e o método permitiram obter os efeitos de tratamentos ajustados para blocos e regressão.

Em um estudo com experimentos conduzidos em reticulados quadrados, aumentado pela adição de alguns tratamentos comuns a todos os blocos, OLIVEIRA (1990a) aplicou métodos de análise intrablocos e com recuperação da informação interblocos. Em outra pesquisa, o mesmo autor (1990b) usou essa metodologia para o caso de um ensaio em blocos incompletos parcialmente balanceados (PBIB).

Não foram encontrados na literatura trabalhos de pesquisa referentes a delineamentos em blocos aumentados que utilizassem pacotes computacionais. Dessa forma, apesar de muito úteis, os trabalhos sobre o assunto são escassos.

3. DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

3.1. Caracterização

O esquema geral para um experimento em blocos completos aumentados pode ser caracterizado da seguinte forma:

Bloco ₁	Bloco ₂	... Bloco _j
A ₁	A ₁	... A ₁
A ₂	A ₂	... A ₂
...	...	
A _c	A _c	... A _c
a ₁₁	a ₂₁	... a _{j1}
a ₁₂	a ₂₂	... a _{j2}
...	...	
a _{1p₁}	a _{2p₂}	... a _{jp_j}

onde:

A₁, A₂, ..., A_c representam os tratamentos comuns e os a₁₁, a₁₂, ..., a_{1p₁}, ..., a_{j1}, a_{j2}, ..., a_{jp_j}, representam os z tratamentos regulares, sendo que $z = \sum_j p_j$.

Dependendo da necessidade do pesquisador, pode ser interessante a instalação do experimento em vários locais, seguindo a mesma estrutura. Neste caso, fica caracterizado um grupo de experimentos em blocos completos aumentados, cujo esquema geral po

de ser representado por:

Bloco ₁₁	Bloco ₂₁	...	Bloco _{J1}		Bloco _{1K}	Bloco _{2K}	...	Bloco _{JK}
A ₁	A ₁	...	A ₁		A ₁	A ₁	...	A ₁
A ₂	A ₂	...	A ₂		A ₂	A ₂	...	A ₂
...	...	...	...		...	...	...	...
A _c	A _c	...	A _c		A _c	A _c	...	A _c
a ₁₁	a ₂₁	...	a _{J1}		a ₁₁	a ₂₁	...	a _{J1}
a ₁₂	a ₂₂	...	a _{J2}		a ₁₂	a ₂₂	...	a _{J2}
...	...	...	...		...	...	...	...
a _{1p₁}	a _{2p₂}	...	a _{Jp_J}		a _{1p₁}	a _{2p₂}	...	a _{Jp_J}
Local 1					Local k			

onde os Locais 1, 2,, k representam os locais de instalação do experimento.

3.2. Modelo Matemático

Para a análise conjunta de um grupo de experimentos em blocos completos aumentados, será considerado o seguinte modelo:

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

com $i = 1, 2, \dots, I$ $j = 1, 2, \dots, J$ e $k = 1, 2, \dots, K$.

onde:

Y_{ijk} é o valor observado referente ao i -ésimo tratamento no j -ésimo bloco do k -ésimo local;
 μ é uma constante inerente a todas as observações;
 λ_k é o efeito do k -ésimo local;
 α_i é o efeito do i -ésimo tratamento;
 $\beta_{j|k}$ é o efeito do j -ésimo bloco no k -ésimo local;
 γ_{ki} é o efeito da interação entre o k -ésimo local e o i -ésimo tratamento;
 ε_{ijk} é o erro experimental, tal que $\varepsilon_{ijk} \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$.

Para o desenvolvimento da análise será aplicado a notação $R(\cdot)$, desenvolvida por SEARLE (1971) e utilizada em modelos de posto incompleto.

Como essa metodologia é utilizada pelo pacote computacional SAS (Statistical Analysis System, 1987), empregado para a execução da análise em questão, será efetuada a seguir uma abordagem geral dos procedimentos adotados.

3.3. Notação $R(\cdot)$

De uma maneira geral, a notação $R(\cdot)$ pode ser descrita da seguinte maneira:

Dado o modelo

$$y = X\beta + e, \text{ onde}$$

y é um vetor de dimensões $n \times 1$;

X é a matriz de delineamento de dimensões $n \times p$ de posto $q < p$;

β é um vetor de parâmetros de dimensões $p \times 1$;

e é um vetor não observável de erros aleatórios de dimensões $n \times 1$ tal que $e \sim N(0, \sigma^2)$.

A notação $R(\cdot)$, segundo SEARLE (1971) é definida por:

$R(\beta) = \beta^{\circ\prime} X' y$, onde β° é alguma solução de $X'X\beta^{\circ} = X'y$.

Se X e β forem particionados em $[X_1 \mid X_2]$ e $\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$, respectivamente, e se for considerado o modelo:

$$y = \beta_2' X_2 + e, \text{ então}$$

$R(\beta_2) = \beta_2^{\circ\prime} X_2' y$ onde β_2° é uma solução de $X_2' X_2 \beta_2^{\circ} = X_2' y$.

Assim, $R(\beta_1 \mid \beta_2) = R(\beta_1, \beta_2) - R(\beta_2)$.

Ainda segundo SEARLE (1971), $R(\cdot)$ é uma redução na soma de quadrados e os termos que estarão contidos entre parênteses serão os indicativos do modelo ajustado. Esse método pode ser estendido para modelos mais complexos.

O pacote computacional SAS (1987) apresenta quatro tipos de somas de quadrados que diferem quando se trabalha com dados desbalanceados. Dessa forma, serão apresentados os quatro tipos de funções estimáveis calculadas pelo SAS.

3.4. Estimabilidade

MILLIKEN & JOHNSON (1984) definem estimabilidade da seguinte maneira:

" Um parâmetro ou uma função de parâmetros $f(\beta)$ é estimável se e somente se a estimativa do parâmetro ou da função dos parâmetros for invariante com respeito à escolha da solução de mínimos quadrados; isto é, o valor da estimativa é o mesmo independente da escolha da solução das equações normais."

Por outro lado, conceito de estimabilidade segundo o Manual do SAS (1987), é dado por:

Para modelos lineares, tais como:

$$y = X \beta + e$$

que tem $E(Y) = X\beta$, o primeiro passo é estimar ou testar os elementos de β ou certas combinações lineares dos elementos de β . Para testar uma função linear específica de um determinado β , isto é, $L\beta$ deve-se encontrar uma combinação linear dos y 's que tenha como valor esperado $L\beta$. Assim, define-se:

" $L\beta$ é estimável se e somente se existir uma combinação linear dos y 's que tenha como valor esperado $L\beta$ "

Qualquer combinação linear dos y 's como, por exemplo Ky , terá $E(KY) = KX\beta$. Dessa forma o valor esperado de qualquer combinação linear dos y 's é igual àquela mesma combinação linear das linhas de X multiplicado por β . Portanto,

" $L\beta$ é estimável se e somente se uma combinação linear das linhas de X , que é igual a L , puder ser encontrada"

As linhas de X formam um conjunto gerador, através do qual se pode construir L .

Uma vez que X pode ser reconstruído através de $X = [X(X'X)^{-1}(X'X)]$, as linhas de $X'X$ também formam um conjunto

gerador a partir do qual todos os L podem ser construídos. De maneira análoga, as linhas de $(X'X)^-(X'X)$ também formam um conjunto gerador para L .

Portanto $L\beta$ é estimável quando L é gerado como uma combinação linear das linhas de X , $X'X$ ou $(X'X)^-(X'X)$. Os L gerados devem ter posto linha completo e $L\beta$ pode ser estimado através de Lb onde $b = (X'X)^- X'y$. Segundo a teoria geral de modelos lineares, Lb é o melhor estimador não viesado de $L\beta$.

Para testar a hipótese $H_0: L\beta = 0$, calcula-se a $SQH_0 = (Lb)' [L (X'X)^- L']^{-1} (Lb)$ e constroi-se o teste F utilizando o erro apropriado.

3.4.1. Forma Geral de uma Função Estimável

Como já foi visto anteriormente, inúmeros conjuntos podem ser gerados. O conjunto gerador ideal é aquele que contém o mínimo possível de linhas, ou seja, de posto linha completo, e o máximo de elementos nulos.

Através de um exemplo hipotético, será ilustrado como esse conjunto gerador é obtido, para tanto, utilizou-se da PROC IML do pacote computacional SAS.

Seja o seguinte esquema experimental para um grupo de experimentos em blocos completos aumentados:

Bloco ₁₁	Bloco ₂₁	Bloco ₁₂	Bloco ₂₂
A	A	A	A
B	B	B	B
a	d	a	d
b	e	b	e
c	f	c	f
L_1		L_2	

onde,

A, B são os tratamentos comuns

a, b, c, d, e, f são os tratamentos regulares;

b_{11} , b_{21} , b_{12} , b_{22} são os blocos dentro de locais;

L_1 , L_2 são os locais.

Os dados desse experimento encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1. Dados hipotéticos referentes a um grupo de experimentos em blocos completos aumentados

Local	Bloco						
Local ₁	$B_{1(1)}$	(A) 107	(B) 110	(a) 120	(b) 130	(c) 140	
	$B_{2(1)}$	(A) 123	(B) 130	(d) 145	(e) 123	(f) 110	
Local ₂	$B_{1(2)}$	(A) 89	(B) 79	(a) 78	(b) 75	(c) 86	
	$B_{2(2)}$	(A) 97	(B) 78	(d) 65	(e) 76	(f) 67	

A forma geral das funções estimáveis é obtida através da expressão:

$$L\theta = [(X'X)^{g^2} (X'X)]\theta$$

A partir da matriz X de dimensões 20 x 31, obtém-se a matriz (X'X) que, neste caso será:

20	10	10	4	4	2	2	2	2	2	2	5	5	5	5	5	2	2	1	1	1	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1
10	10	0	2	2	1	1	1	1	1	1	5	5	0	0	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	10	2	2	1	1	1	1	1	1	0	0	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	1	1	1	1	1
4	2	2	4	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
4	2	2	0	4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	2	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
5	5	0	1	1	1	1	0	0	0	0	5	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	5	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	5	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	5	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
5	0	5	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1
2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

31

31

A matriz $(X'X)^{g^2}$ é obtida através dos seguintes passos:

a. Toma-se, da matriz X , as colunas linearmente independentes sequencialmente, da esquerda para a direita, e constrói-se uma nova matriz chamada X_1 de dimensões 20×31 .

Neste caso, serão desprezadas as colunas 3, 11, 13, 15 e 23 a 31 da matriz X de delineamento.

b. Calcula-se $(X_1'X_1)$ e, a seguir, $(X_1'X_1)^{-1}$.

c. Para obter-se a matriz $(X'X)^{g2}$, colocam-se as colunas da matriz $(X_1'X_1)^{-1}$ no lugar das colunas linearmente independentes da matriz $(X'X)$ e zero nas demais colunas.

A matriz L , calculada seguindo esta metodologia é apresentada na Figura 1.

O pacote computacional SAS (1987) apresenta a forma geral das funções estimáveis através da opção E, acrescentada após o comando MODEL no procedimento GLM (General Linear Models), cujo resultado é mostrado na Tabela 2.

Verifica-se que é possível construir a matriz L a partir da forma geral fornecida pelo SAS (1987).

Figura 1. Matriz $L = (X'X)^{g2}(X'X)$ para o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

[illegible]

A matriz L, neste caso, terá as dimensões de 22 linhas por 31 colunas.

Tabela 2. Forma geral das funções estimáveis para o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

Parâmetros	Coefficientes
μ	L_1
λ_1	L_2
λ_2	$L_1 - L_2$
α_1	L_4
α_2	L_5
α_3	L_6
α_4	L_7
α_5	L_8
α_6	L_9
α_7	L_{10}
α_8	$L_1 - L_4 - L_5 - L_6 - L_7 - L_8 - L_9 - L_{10}$
$\beta_{1(1)}$	L_{12}
$\beta_{2(1)}$	$L_2 - L_{12}$
$\beta_{1(2)}$	L_{14}
$\beta_{2(2)}$	$L_1 - L_2 - L_{14}$
γ_{11}	L_{16}
γ_{12}	L_{17}
γ_{13}	L_{18}
γ_{14}	L_{19}
γ_{15}	L_{20}
γ_{16}	L_{21}
γ_{17}	L_{22}
γ_{18}	$L_2 - L_{16} - L_{17} - L_{18} - L_{19} - L_{20} - L_{21} - L_{22}$
γ_{21}	$L_4 - L_{16}$
γ_{22}	$L_5 - L_{17}$
γ_{23}	$L_6 - L_{18}$
γ_{24}	$L_7 - L_{19}$
γ_{25}	$L_8 - L_{20}$
γ_{26}	$L_9 - L_{21}$
γ_{27}	$L_{10} - L_{22}$
γ_{28}	$L_1 - L_2 - L_4 - L_5 - L_6 - L_7 - L_8 - L_9 - L_{10} + L_{16} + L_{17} + L_{18} + L_{19} + L_{20} + L_{21} + L_{22}$

Através da Tabela 3 , pode-se verificar que o número de L 's refere-se ao número de coeficientes linearmente independentes do modelo, isto é, representa o posto da matriz $(X'X)$. O número de L 's para um efeito corresponde ao número de graus de liberdade para esse determinado efeito; assim, no exemplo dado, tem-se:

CV	Coeficientes	GL
Local	L_2	1
Tratamento	$L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, L_9, L_{10}$	7
Bloco(Local)	L_{12}, L_{14}	2
Trat * Loc	$L_{16}, L_{17}, L_{18}, L_{19}, L_{20}, L_{21}, L_{22}$	7

Atribuindo-se valores para um determinado L_i e igualando-se os demais a zero, pode-se obter uma determinada função estimável. Por exemplo, sendo $L_2 = 1$ e, os restantes, iguais a zero, tem-se $\lambda_1 - \lambda_2 + \beta_{2(1)} + \beta_{2(2)} + \gamma_{18} - \gamma_{28}$, que representa uma das funções que são estimáveis neste delineamento.

Pode-se observar também que tanto λ_1 como λ_2 , não são estimáveis, pois fazendo $L_2 = 1$ e os demais L 's iguais a zero ainda assim estão envolvidos outros fatores, no caso, $\beta_{2(1)}, \beta_{2(2)}, \gamma_{18}$ e γ_{28} . Para que não estivessem presentes, L_2 deveria ser igual a zero, o que é contraditório; portanto $\lambda_1 - \lambda_2$ não é estimável neste modelo.

Um conjunto básico de funções estimáveis pode ser facilmente obtido quando se faz sucessivamente $L_1, L_2, \dots, L_n$

igual a um e, os demais, iguais a zero. Esse conjunto básico pode ser encontrado na Tabela 3.

Tabela 3. Exemplo de um conjunto básico de funções estimáveis para o modelo $y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$

Coeficientes	Funções estimáveis
$L_1 = 1$	$\mu + \lambda_2 + \alpha_8 + \beta_{2(2)} + \gamma_{28}$
$L_2 = 1$	$\lambda_1 - \lambda_2 + \beta_{2(1)} + \beta_{2(2)} + \gamma_{18} - \gamma_{28}$
$L_4 = 1$	$\alpha_1 - \alpha_8 + \gamma_{21} - \gamma_{28}$
$L_5 = 1$	$\alpha_2 - \alpha_8 + \gamma_{22} - \gamma_{28}$
$L_6 = 1$	$\alpha_3 - \alpha_8 + \gamma_{23} - \gamma_{28}$
$L_7 = 1$	$\alpha_4 - \alpha_8 + \gamma_{24} - \gamma_{28}$
$L_8 = 1$	$\alpha_5 - \alpha_8 + \gamma_{25} - \gamma_{28}$
$L_9 = 1$	$\alpha_6 - \alpha_8 + \gamma_{26} - \gamma_{28}$
$L_{10} = 1$	$\alpha_7 - \alpha_8 + \gamma_{27} - \gamma_{28}$
$L_{12} = 1$	$\beta_{1(1)} - \beta_{2(1)}$
$L_{14} = 1$	$\beta_{1(2)} - \beta_{2(2)}$
$L_{16} = 1$	$\gamma_{11} - \gamma_{18} - \gamma_{21} + \gamma_{28}$
$L_{17} = 1$	$\gamma_{12} - \gamma_{18} - \gamma_{22} + \gamma_{28}$
$L_{18} = 1$	$\gamma_{13} - \gamma_{18} - \gamma_{23} + \gamma_{28}$
$L_{19} = 1$	$\gamma_{14} - \gamma_{18} - \gamma_{24} + \gamma_{28}$
$L_{20} = 1$	$\gamma_{15} - \gamma_{18} - \gamma_{25} + \gamma_{28}$
$L_{21} = 1$	$\gamma_{16} - \gamma_{18} - \gamma_{26} + \gamma_{28}$
$L_{22} = 1$	$\gamma_{17} - \gamma_{18} - \gamma_{27} + \gamma_{28}$

Através da opção SOLUTION, acrescentada após o comando MODEL, encontrada na PROC GLM do SAS (1987), é possível verificar quais efeitos são estimáveis, como mostra a Tabela 4.

Tabela 4. Resultados obtidos através da opção SOLUTION na PROC GLM do SAS.

Parâmetros	Estimativa		T para H_0 Parâmetro = 0	Pr > T	Erro Padrão da Estimativa
μ	88,00	B	8,70	0,0129	10,11
λ_1	16,00	B	1,12	0,3795	14,30
λ_2	0,00	B	—	—	—
α_1	3,25	B	0,24	0,8307	13,38
α_2	4,75	B	0,36	0,7565	13,38
α_3	5,50	B	0,31	0,7832	17,51
α_4	-15,50	B	-0,88	0,4695	17,51
α_5	-0,50	B	-0,03	0,9798	17,51
α_6	20,00	B	1,40	0,2968	14,30
α_7	24,00	B	1,68	0,2353	14,30
α_8	0,00	B	—	—	—
$\beta_{1(1)}$	1,50	B	0,15	0,8957	10,11
$\beta_{2(1)}$	0,00	B	—	—	—
$\beta_{1(2)}$	14,50	B	1,43	0,2880	10,11
$\beta_{2(2)}$	0,00	B	—	—	—
γ_{11}	-7,50	B	-0,40	0,7301	18,92
γ_{12}	-4,50	B	-0,24	0,8341	18,92
γ_{13}	-3,00	B	-0,12	0,9147	24,77
γ_{14}	11,00	B	0,44	0,7004	24,77
γ_{15}	0,00	B	0,00	1,0000	24,77
γ_{16}	-7,00	B	-0,35	0,7623	20,22
γ_{17}	-25,00	B	-1,24	0,3419	20,22
γ_{18}	0,00	B	—	—	—
γ_{21}	0,00	B	—	—	—
γ_{22}	0,00	B	—	—	—
γ_{23}	0,00	B	—	—	—
γ_{24}	0,00	B	—	—	—
γ_{25}	0,00	B	—	—	—
γ_{26}	0,00	B	—	—	—
γ_{27}	0,00	B	—	—	—
γ_{28}	0,00	B	—	—	—

O SAS (1987) imprime uma nota no rodapé da tabela, explicando que, sendo $(X'X)$ singular, foi usada uma inversa generalizada para resolver as equações normais.

Embora seja impressa uma estimativa de mínimos quadrados para cada parâmetro do modelo, estes, na verdade, não são estimáveis. Isso é indicado através da letra B, colocada ao lado da estimativa de mínimos quadrados. As funções dos parâmetros, para os quais estes valores são realmente não viciados, foram apresentados na Tabela 3.

Assim, $\hat{\mu} = 88,00$ é o melhor estimador não viciado para $\mu + \lambda_2 + \alpha_B + \beta_2(2) + \gamma_{2B}$; $\hat{\lambda}_1 = 16,00$ é o melhor estimador não viciado para $\lambda_1 - \lambda_2 + \beta_2(1) + \beta_2(2) + \gamma_{1B} - \gamma_{2B}$ e assim sucessivamente, conforme pode ser verificado na Tabela 3.

O erro padrão da estimativa, impresso na Tabela 4, indica o erro padrão de cada estimador e a estatística t avalia se essas funções estimáveis são iguais a zero.

Uma vez definida a forma geral das funções estimáveis, serão estudadas, a seguir, as funções estimáveis relativas aos quatro tipos de somas de quadrados fornecidas pelo pacote computacional SAS (1987).

3.4.2. Funções Estimáveis Tipo I

A Soma de Quadrados Tipo I e as hipóteses a elas associadas são obtidas através de um operador "sweep" modificado, usado para calcular a inversa generalizada g^2 de $(X'X)$ e as soluções das equações normais. Neste tipo de soma de quadrados, cada

efeito é ajustado apenas para o efeito precedente do modelo. Dessa forma, para o exemplo utilizado neste trabalho, tem-se:

Efeito	S. Q. Tipo I
μ	$R(\mu)$
λ	$R(\lambda \mu)$
α	$R(\alpha \mu, \lambda)$
β	$R(\beta \mu, \lambda, \alpha)$
γ	$R(\gamma \mu, \lambda, \alpha, \beta)$

Segundo IEMMA (1993), as somas de quadrados Tipo I são obtidas através do método de ordenação "a priori".

Através da opção E1 do comando MODEL na PROC GLM do SAS, obtém-se as funções estimáveis do Tipo I, para cada efeito do modelo. Através destas é possível construir a matriz L para cada um dos efeitos estudados.

Os resultados obtidos através da opção E1 são mostrados nas Tabelas 5, 6, 7 e 8, para os efeitos de Local, Tratamento, Bloco(Local) e Trat*Local, respectivamente.

Tabela 5. Funções estimáveis do Tipo I para o efeito de Local, segundo o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

Parâmetros	Coeficientes
μ	0
λ_1	L_2
λ_2	$-L_2$
α_1	0
α_2	0
α_3	0
α_4	0
α_5	0
α_6	0
α_7	0
α_8	0
$\beta_{1(1)}$	$1/2 L_2$
$\beta_{2(1)}$	$1/2 L_2$
$\beta_{1(2)}$	$-1/2 L_2$
$\beta_{2(2)}$	$-1/2 L_2$
γ_{11}	$2/10 L_2$
γ_{12}	$2/10 L_2$
γ_{13}	$1/10 L_2$
γ_{14}	$1/10 L_2$
γ_{15}	$1/10 L_2$
γ_{16}	$1/10 L_2$
γ_{17}	$1/10 L_2$
γ_{18}	$1/10 L_2$
γ_{21}	$2/10 L_2$
γ_{22}	$2/10 L_2$
γ_{23}	$1/10 L_2$
γ_{24}	$1/10 L_2$
γ_{25}	$1/10 L_2$
γ_{26}	$1/10 L_2$
γ_{27}	$1/10 L_2$
γ_{28}	$1/10 L_2$

Tabela 6. Funções estimáveis do Tipo I para o efeito de Tratamento, segundo o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

Parâmetros	Coefficientes
μ	0
λ_1	0
λ_2	0
α_1	L_4
α_2	L_5
α_3	L_6
α_4	L_7
α_5	L_8
α_6	L_9
α_7	L_{10}
α_8	$-L_4 -L_5 -L_6 -L_7 -L_8 -L_9 -L_{10}$
$\beta_{1(1)}$	$1/4(L_4 + L_5) + 1/2 (L_6 + L_7 + L_8)$
$\beta_{2(1)}$	$-1/4(L_4 + L_5) - 1/2 (L_6 + L_7 + L_8)$
$\beta_{1(2)}$	$1/4(L_4 + L_5) + 1/2 (L_6 + L_7 + L_8)$
$\beta_{2(2)}$	$-1/4(L_4 + L_5) - 1/2 (L_6 + L_7 + L_8)$
γ_{11}	$1/2 L_4$
γ_{12}	$1/2 L_5$
γ_{13}	$1/2 L_6$
γ_{14}	$1/2 L_7$
γ_{15}	$1/2 L_8$
γ_{16}	$1/2 L_9$
γ_{17}	$1/2 L_{10}$
γ_{18}	$- 1/2(L_4 +L_5 +L_6 +L_7 +L_8 +L_9 +L_{10})$
γ_{21}	$1/2 L_4$
γ_{22}	$1/2 L_5$
γ_{23}	$1/2 L_6$
γ_{24}	$1/2 L_7$
γ_{25}	$1/2 L_8$
γ_{26}	$1/2 L_9$
γ_{27}	$1/2 L_{10}$
γ_{28}	$- 1/2(L_4 +L_5 +L_6 +L_7 +L_8 +L_9 +L_{10})$

Tabela 7. Funções estimáveis do Tipo I para o efeito de Bloco(Local), segundo o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

Parâmetros	Coefficientes
μ	0
λ_1	0
λ_2	0
α_1	0
α_2	0
α_3	0
α_4	0
α_5	0
α_6	0
α_7	0
α_8	0
$\beta_{1(1)}$	L_{12}
$\beta_{2(1)}$	$-L_{12}$
$\beta_{1(2)}$	L_{14}
$\beta_{2(2)}$	$-L_{14}$
γ_{11}	0
γ_{12}	0
γ_{13}	$1/10 (L_{12} - L_{14})$
γ_{14}	$1/10 (L_{12} - L_{14})$
γ_{15}	$1/10 (L_{12} - L_{14})$
γ_{16}	$1/10 (-L_{12} + L_{14})$
γ_{17}	$1/10 (-L_{12} + L_{14})$
γ_{18}	$1/10 (-L_{12} + L_{14})$
γ_{21}	0
γ_{22}	0
γ_{23}	$1/10 (-L_{12} + L_{14})$
γ_{24}	$1/10 (-L_{12} + L_{14})$
γ_{25}	$1/10 (-L_{12} + L_{14})$
γ_{26}	$1/10 (L_{12} - L_{14})$
γ_{27}	$1/10 (L_{12} - L_{14})$
γ_{28}	$1/10 (L_{12} - L_{14})$

Tabela 8. Funções estimáveis do Tipo I para o efeito da interação
Trat*Local, segundo o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_j|_k + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

Parâmetros	Coeficientes						
μ	0						
λ_1	0						
λ_2	0						
α_1	0						
α_2	0						
α_3	0						
α_4	0						
α_5	0						
α_6	0						
α_7	0						
α_8	0						
$\beta_1(1)$	0						
$\beta_2(1)$	0						
$\beta_1(2)$	0						
$\beta_2(2)$	0						
γ_{11}	L16						
γ_{12}	L17						
γ_{13}	L18						
γ_{14}	L19						
γ_{15}	L20						
γ_{16}	L21						
γ_{17}	L22						
γ_{18}	-L16	-L17	-L18	-L19	-L20	-L21	-L22
γ_{21}	- L16						
γ_{22}	- L17						
γ_{23}	- L18						
γ_{24}	- L19						
γ_{25}	- L20						
γ_{26}	- L21						
γ_{27}	- L22						
γ_{28}	L16	+L17	+L18	+L19	+L20	+L21	+L22

Para que se tenha uma visão geral das hipóteses testadas, estas também podem ser descritas como mostra a Tabela 9.

Tabela 9. Hipóteses testadas através da Soma de Quadrados Tipo I.

CV	Hipóteses
Local	$\lambda_1 - \lambda_2 + 1/2 (\beta_1(1) + \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 2/10(\gamma_{11} + \gamma_{12} - \gamma_{21} - \gamma_{22}) + 1/10 (\gamma_{13} + \gamma_{14} + \gamma_{15} + \gamma_{16} + \gamma_{17} + \gamma_{18} - \gamma_{23} - \gamma_{24} - \gamma_{25} - \gamma_{26} - \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Tratamento	$\alpha_1 - \alpha_8 + 1/4 (\beta_1(1) - \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 1/2 (\gamma_{11} - \gamma_{18} + \gamma_{21} - \gamma_{28})$
	$\alpha_2 - \alpha_8 + 1/4 (\beta_1(1) - \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 1/2 (\gamma_{12} - \gamma_{18} + \gamma_{22} - \gamma_{28})$
	$\alpha_3 - \alpha_8 + 1/2 (\beta_1(1) - \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 1/2 (\gamma_{13} - \gamma_{18} + \gamma_{23} - \gamma_{28})$
	$\alpha_4 - \alpha_8 + 1/2 (\beta_1(1) - \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 1/2 (\gamma_{14} - \gamma_{18} + \gamma_{24} - \gamma_{28})$
	$\alpha_5 - \alpha_8 + 1/2 (\beta_1(1) - \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 1/2 (\gamma_{15} - \gamma_{18} + \gamma_{25} - \gamma_{28})$
	$\alpha_6 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{16} - \gamma_{18} + \gamma_{21} - \gamma_{28})$
	$\alpha_7 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{17} - \gamma_{18} + \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Bloco(Loc)	$\beta_1(1) - \beta_2(1) + 1/10 (\gamma_{13} + \gamma_{14} + \gamma_{15} - \gamma_{16} - \gamma_{18} - \gamma_{23} - \gamma_{24} - \gamma_{25} + \gamma_{26} + \gamma_{27} + \gamma_{28})$
	$\beta_1(2) - \beta_2(2) + 1/10 (-\gamma_{13} - \gamma_{14} - \gamma_{15} + \gamma_{16} + \gamma_{18} + \gamma_{23} + \gamma_{24} + \gamma_{25} - \gamma_{26} - \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Trat*Loc	$\gamma_{11} - \gamma_{18} - \gamma_{21} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{12} - \gamma_{18} - \gamma_{22} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{13} - \gamma_{18} - \gamma_{23} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{14} - \gamma_{18} - \gamma_{24} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{15} - \gamma_{18} - \gamma_{25} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{16} - \gamma_{18} - \gamma_{26} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{17} - \gamma_{18} - \gamma_{27} + \gamma_{28}$

Baseando-se nas hipóteses descritas anteriormente, a análise de variância, apresentando as somas de quadrados Tipo I é dada a seguir:

CV	GL	SQ	QM
Locais	1	10035,20	10035,20
Tratamentos	7	694,55	99,22
Blocos (Loc)	2	346,33	173,16
Trat*Loc	7	1242,47	177,50
Resíduo	2	24,25	

Deve-se ressaltar que a inclusão dos resultados da análise de variância terão aqui apenas um caráter ilustrativo. Com o decorrer da apresentação do texto, esses aspectos serão discutidos.

Como já foi comentado anteriormente, na Soma de Quadrados do Tipo I cada efeito é ajustado em relação ao efeito precedente; portanto, é importante a ordem de entrada dos efeitos no modelo. Uma vez que o SAS (1987) utiliza apenas as linhas linearmente independentes de maneira sequencial, para que se possa testar o efeito de local, no exemplo dado, as colunas da matriz X para esse efeito deverão estar posicionadas ao lado da coluna de μ .

Fazendo uma inversão na ordem dos efeitos, como por exemplo,

$$y_{ijk} = \mu + \beta_{j|k} + \lambda_k + \alpha_i + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

não é possível testar Local, pois as colunas referentes a esse

Tabela 10. Um conjunto básico de funções estimáveis para o mode-

$$y_{ijk} = \mu + \beta_j | k + \lambda_k + \alpha_i + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

Coeficientes	Funções estimáveis
L1 = 1	$\mu + \lambda_2 + \alpha_8 + \beta_2(2) + \gamma_{28}$
L2 = 1	$\lambda_1 - \lambda_2 + \beta_1(1) + \beta_2(2) + \gamma_{18} - \gamma_{28}$
L3 = 1	$\lambda_1 - \lambda_2 + \beta_2(1) - \beta_2(2) + \gamma_{18} - \gamma_{28}$
L8 = 1	$\alpha_1 - \alpha_8 + \gamma_{21} - \gamma_{28}$
L9 = 1	$\alpha_2 - \alpha_8 + \gamma_{22} - \gamma_{28}$
L10 = 1	$\alpha_3 - \alpha_8 + \gamma_{23} - \gamma_{28}$
L11 = 1	$\alpha_4 - \alpha_8 + \gamma_{24} - \gamma_{28}$
L12 = 1	$\alpha_5 - \alpha_8 + \gamma_{25} - \gamma_{28}$
L13 = 1	$\alpha_6 - \alpha_8 + \gamma_{26} - \gamma_{28}$
L14 = 1	$\alpha_7 - \alpha_8 + \gamma_{27} - \gamma_{28}$
L16 = 1	$\gamma_{11} - \gamma_{18} - \gamma_{21} + \gamma_{28}$
L17 = 1	$\gamma_{12} - \gamma_{18} - \gamma_{22} + \gamma_{28}$
L18 = 1	$\gamma_{13} - \gamma_{18} - \gamma_{23} + \gamma_{28}$
L19 = 1	$\gamma_{14} - \gamma_{18} - \gamma_{24} + \gamma_{28}$
L20 = 1	$\gamma_{15} - \gamma_{18} - \gamma_{25} + \gamma_{28}$
L21 = 1	$\gamma_{16} - \gamma_{18} - \gamma_{26} + \gamma_{28}$
L22 = 1	$\gamma_{17} - \gamma_{18} - \gamma_{27} + \gamma_{28}$

3.4.3. Funções Estimáveis Tipo II

Na Soma de Quadrados Tipo II, neste modelo, cada efeito é ajustado para todos os demais efeitos, exceto para a interação. Para o modelo adotado tem-se:

Efeito	S. Q. Tipo II
λ	$R(\lambda \mu, \alpha, \beta)$
α	$R(\alpha \mu, \lambda, \beta)$
β	$R(\beta \mu, \lambda, \alpha)$
γ	$R(\gamma \mu, \lambda, \alpha, \beta)$

Esta soma de quadrados propicia (para modelos de regressão e efeitos principais) uma hipótese de posto máximo (MRH) para cada efeito que não envolva os parâmetros dos outros efeitos.

Não é possível obter um teste de hipótese para um efeito principal, livre de outros efeitos, em modelos que envolvam interação e efeitos aninhados, a não ser que sejam feitas algumas restrições paramétricas "à priori". Isto pode ser verificado na Tabela 11 e o resultado da análise de variância, para as hipóteses já descritas, é apresentado na Tabela 12.

Tabela 11. Hipóteses testadas na soma de quadrados Tipo II para o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_j|_k + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

CV	Hipóteses
Local	$\lambda_1 - \lambda_2 + 1/2 (\beta_{1(1)} + \beta_{2(1)} - \beta_{1(2)} - \beta_{2(2)}) + 2/10(\gamma_{11} + \gamma_{12} - \gamma_{21} - \gamma_{22}) + 1/10 (\gamma_{13} + \gamma_{14} + \gamma_{15} + \gamma_{16} + \gamma_{17} + \gamma_{18} - \gamma_{23} - \gamma_{24} - \gamma_{25} - \gamma_{26} - \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Tratamento	$\alpha_1 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{11} - \gamma_{18} + \gamma_{21} - \gamma_{28})$
	$\alpha_2 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{12} - \gamma_{18} + \gamma_{22} - \gamma_{28})$
	$\alpha_3 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{13} - \gamma_{18} + \gamma_{23} - \gamma_{28})$
	$\alpha_4 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{14} - \gamma_{18} + \gamma_{24} - \gamma_{28})$
	$\alpha_5 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{15} - \gamma_{18} + \gamma_{25} - \gamma_{28})$
	$\alpha_6 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{16} - \gamma_{18} + \gamma_{26} - \gamma_{28})$
	$\alpha_7 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{17} - \gamma_{18} + \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Bloco	$\beta_{1(1)} - \beta_{2(1)}$
	$\beta_{1(2)} - \beta_{2(2)}$
Trat*Loc	$\gamma_{11} - \gamma_{18} - \gamma_{21} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{12} - \gamma_{18} - \gamma_{22} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{13} - \gamma_{18} - \gamma_{23} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{14} - \gamma_{18} - \gamma_{24} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{15} - \gamma_{18} - \gamma_{25} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{16} - \gamma_{18} - \gamma_{26} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{17} - \gamma_{18} - \gamma_{27} + \gamma_{28}$

Tabela 12. Análise de variância apresentando as somas de quadrados
Tipo II para o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_j|_k + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

CV	GL	SQ	QM
Locais	1	10035,20	10035,20
Tratamentos	7	925,67	132,24
Blocos (Loc)	2	336,25	168,13
Trat*Loc	7	1242,47	177,50
Resíduo	2	24,25	

Segundo o Manual do SAS (1987) a Soma de Quadrados
Tipo II é adequada para:

- qualquer modelo balanceado;
- qualquer modelo de efeito principal;
- qualquer modelo de regressão;
- modelos que não possuem efeitos contidos em outros efeitos.

3.4.4. Funções estimáveis Tipo III.

As hipóteses Tipo III são construídas a partir da forma geral das funções estimáveis. Elas podem ser obtidas através do método de quadrados de médias ponderadas, Y_2 , de YATES (1934); de mínimos quadrados completos, OS_1 , de OVERALL & SPIEGEL (1969); o da inversa da parte inversa de SEARLE (1971), entre outros. Assim a notação $R()$ para o exemplo dado, será:

Efeito	S. Q. Tipo III
μ	$R(\mu \lambda, \alpha, \beta, \gamma)$
λ	$R(\lambda \mu, \alpha, \beta, \gamma)$
α	$R(\alpha \mu, \lambda, \beta, \gamma)$
β	$R(\beta \mu, \lambda, \alpha, \gamma)$
γ	$R(\gamma \mu, \lambda, \alpha, \beta)$

Para construir a hipótese de um efeito qualquer (H1), deve-se seguir as seguintes etapas:

a.) Igualar a zero todos os coeficientes da forma geral das funções estimáveis, exceto aquelas referentes a H1 e os efeitos que contém H1. Se no modelo adotado, um efeito está contido em outro, deve-se passar à etapa seguinte.

b.) Sendo necessário, criar novos símbolos para compor expressões no bloco H1 a fim de obter uma forma mais simples para os coeficientes de H1.

c.) Igualar todos os coeficientes simbólicos fora do bloco H1 a uma função linear dos símbolos do bloco H1, a fim de que a hipótese de H1 seja ortogonal às hipóteses associadas aos efeitos que contém H1.

Seguindo-se esse procedimento, obtém-se os resultados apresentados na Tabela 14.

A análise de variância referente às hipóteses da Tabela 14, são apresentadas na Tabela 13.

Tabela 13. Análise de variância apresentando as somas de quadrados Tipo III para o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

CV	GL	SQ	QM
Locais	1	10560,02	10560,02
Tratamentos	7	925,67	132,24
Blocos(Loc)	2	336,25	168,13
Trat*Loc	7	1242,47	177,50
Resí duo	2	24,25	

Tabela 14. Hipóteses testadas para a soma de quadrados Tipo III considerando o modelo

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_j|_k + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk}$$

CV	Hipóteses
Local	$\lambda_1 - \lambda_2 + 1/2 (\beta_1(1) + \beta_2(1) - \beta_1(2) - \beta_2(2)) + 1/8 (\gamma_{11} + \gamma_{12} + \gamma_{13} + \gamma_{14} + \gamma_{15} + \gamma_{16} + \gamma_{17} + \gamma_{18} - \gamma_{21} - \gamma_{22} - \gamma_{23} - \gamma_{24} - \gamma_{25} - \gamma_{26} - \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Tratamento	$\alpha_1 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{11} - \gamma_{18} + \gamma_{21} - \gamma_{28})$
	$\alpha_2 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{12} - \gamma_{18} + \gamma_{22} - \gamma_{28})$
	$\alpha_3 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{13} - \gamma_{18} + \gamma_{23} - \gamma_{28})$
	$\alpha_4 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{14} - \gamma_{18} + \gamma_{24} - \gamma_{28})$
	$\alpha_5 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{15} - \gamma_{18} + \gamma_{25} - \gamma_{28})$
	$\alpha_6 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{16} - \gamma_{18} + \gamma_{26} - \gamma_{28})$
	$\alpha_7 - \alpha_8 + 1/2 (\gamma_{17} - \gamma_{18} + \gamma_{27} - \gamma_{28})$
Bloco	$\beta_1(1) - \beta_2(1)$
	$\beta_1(2) - \beta_2(2)$
Trat*Loc	$\gamma_{11} - \gamma_{18} - \gamma_{21} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{12} - \gamma_{18} - \gamma_{22} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{13} - \gamma_{18} - \gamma_{23} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{14} - \gamma_{18} - \gamma_{24} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{15} - \gamma_{18} - \gamma_{25} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{16} - \gamma_{18} - \gamma_{26} + \gamma_{28}$
	$\gamma_{17} - \gamma_{18} - \gamma_{27} + \gamma_{28}$

3.4.5. Funções estimáveis Tipo IV

Segundo IEMMA (1992, 1993), não existindo caselas vazias as somas de quadrados Tipo IV são similares às do Tipo III. Havendo caselas vazias elas são, em geral, diferentes e se referem a hipóteses distintas. Estas não são únicas pois dependem do número e da posição das caselas vazias.

Uma vez que os dados analisados no presente trabalho referem-se a blocos completos, as hipóteses testadas Tipo IV e as respectivas somas de quadrados não diferem das do Tipo III.

3.5. Esperança do Quadrado Médio

De acordo com o Manual do SAS (1987), Esperanças do Quadrado Médio ($E [QM]$) são expressões algébricas que especificam quais funções dos parâmetros do modelo são estimadas pelo quadrado médio, são resultados das partições das somas de quadrados. Geralmente essas $E [QM]$ são funções lineares dos elementos representando:

- a.) a variância do erro
- b.) funções de variâncias de efeitos aleatórios
- c.) funções de somas de quadrados e formas quadráticas de efeitos fixos.

O princípio básico do teste F de um conjunto de parâmetros de efeito fixo postula que a $E [QM]$ para o denominador contenha uma função linear das variâncias de efeitos aleatórios,

enquanto que a $E [QM]$ do numerador contenha as mesmas funções das variâncias, acrescidas da forma quadrática dos parâmetros a serem testados. Se essa relação não existir, o teste passa a ser aproximado.

Para modelos de efeitos fixos, o teste é efetuado através da variância residual.

Uma soma de quadrados pode sempre ser representada através da forma quadrática

$$Q = y' A y,$$

onde y é o vetor de observações e A é uma matriz de constantes, simétrica, escolhida apropriadamente.

Sabe-se também que

$$E [y' A y] = \text{Tr} [PI] \sigma^2 + \theta' X' P X \theta$$

onde:

$P = XX^+$, idempotente, onde X^+ é a inversa de Moore-Penrose

θ é o vetor de parâmetros

As esperanças dos quadrados médios são calculadas da seguinte forma:

Seja o modelo

$$y = X_0 \beta_0 + X_1 \beta_1 + \dots + X_k \beta_k + \varepsilon,$$

onde:

β_0 representa o efeito fixo, e

$\beta_1 \dots \beta_k$ representam os efeitos aleatórios

Assumem-se os efeitos aleatórios como independentes e normalmente distribuídos. Para algum L no espaço linha de

$$X = (X_0 \mid X_1 \mid X_2 \mid \dots \mid X_k)$$

tem-se,

$$E[SQ_L] = \beta_0' C_0' C_0 \beta_0 + SQ Q(C_1) \sigma_1^2 + \dots + SQ Q(C_k) \sigma_k^2 + \text{posto } (L) \sigma_e^2$$

onde $Q(C)$ é a forma quadrática de C , com a mesma dimensão de L , sendo esta uma partição de X . Além disso, $C = ML$, onde M é a inversa de Cholesky e L é uma função estimável.

Para os modelos mistos, a $E[QM]$ pode ser obtida a través do comando `RANDOM` na `PROC GLM` do `SAS` (1987), sendo necessário especificar quais efeitos do modelo são aleatórios. A opção `Q`, acrescentada depois do comando `RANDOM` calcula os coeficientes da forma quadrática associada ao efeito fixo.

No modelo apresentado neste estudo, considerou-se α_i com efeito fixo e os demais parâmetros com efeito aleatório e, através do comando `RANDOM`, foram obtidas as $E[QM]$ e as respectivas formas quadráticas para os quatro tipos de somas de quadrados, que são apresentadas nas tabelas 15, 16 e 17.

Tabela 15. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadrados Tipo I.

CV	E [QM]		
L	$\sigma^2 + 10,00 \sigma_L^2$	$+ 5,00 \sigma_B^2$	$+ 1,40 \sigma_{TL}^2$
T	σ^2	$+ Q(t) + 0,43 \sigma_B^2$	$+ 1,22 \sigma_{TL}^2$
B(L)	σ^2	$+ 3,50 \sigma_B^2$	$+ 0,30 \sigma_{TL}^2$
T*L	σ^2		$+ 1,14 \sigma_{TL}^2$
Residuo	σ^2		

Tabela 16. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadrados Tipo II.

CV	E [QM]		
L	$\sigma^2 + 10,00 \sigma_L^2$	$+ 5,00 \sigma_B^2$	$+ 1,40 \sigma_{TL}^2$
T	σ^2	$+ Q(t)$	$+ 1,14 \sigma_{TL}^2$
B(L)	σ^2	$+ 2,00 \sigma_B^2$	
T*L	σ^2		$+ 1,14 \sigma_{TL}^2$
Residuo	σ^2		

Tabela 17. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadrados Tipo III.

CV	E [QM]		
L	$\sigma^2 + 9,14 \sigma_L^2$	$+ 4,57 \sigma_B^2 + 1,14 \sigma_{TL}^2$	
T	σ^2	$+ Q(t)$	$+ 1,14 \sigma_{TL}^2$
B(L)	σ^2	$+ 2,00 \sigma_B^2$	
T*L	σ^2		$+ 1,14 \sigma_{TL}^2$
Resíduo	σ^2		

A matriz núcleo da forma quadrática do efeito de tratamento é a mesma para os quatro tipos de soma de quadrados; é apresentada a seguir:

$$\begin{bmatrix} 3,2 & -0,8 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 \\ -0,8 & 3,2 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 \\ -0,4 & -0,4 & 1,6 & -0,4 & -0,4 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4 & -0,4 & -0,4 & 1,6 & -0,4 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4 & -0,4 & -0,4 & -0,4 & 1,6 & 0 & 0 & 0 \\ -0,4 & -0,4 & 0 & 0 & 0 & 1,6 & -0,4 & -0,4 \\ -0,4 & -0,4 & 0 & 0 & 0 & -0,4 & 1,6 & -0,4 \\ -0,4 & -0,4 & 0 & 0 & 0 & -0,4 & -0,4 & 1,6 \end{bmatrix}$$

A Esperança do Quadrado Médio Tipo IV, neste caso, é a mesma que a encontrada para o Tipo III. Fazendo-se uma análise geral das esperanças, verifica-se que nem sempre o quadrado médio do resíduo é o melhor testador para os demais efeitos.

Uma maneira para determinar o quadrado médio apropriado, para o teste dos efeitos do modelo, pode ser através da opção TEST, acrescentada após o comando RANDOM na PROC GLM do SAS (1987). O procedimento que o pacote computacional SAS (1987) usa nesta opção é o seguinte:

a. Primeiramente é construída uma matriz dos coeficientes das E [QM] dos efeitos que foram considerados aleatórios.

b. Em seguida, para cada efeito do modelo é determinada uma combinação das E [QM] que irão formar uma esperança contendo todos os termos da E [QM] do efeito de interesse, com exceção daquele correspondente ao efeito de interesse.

c. Quando for necessário combinar mais de um quadrado médio, deve-se ajustar os graus de liberdade, através do método desenvolvido por SATTERTHWAIT (1941, 1946). Existindo mais de um efeito fixo no modelo, os testes de hipóteses envolvendo um efeito fixo de interesse somente serão válidos se os demais forem assumidos como sendo zero. Neste caso é impressa uma nota lembrando que essas pressuposições são necessárias para validar o teste. Apesar dos testes não serem válidos, a menos que algumas pressuposições sejam feitas, isto não propicia uma base para que sejam verdadeiras.

Para compor o denominador apropriado para o teste de cada efeito do modelo, em cada tipo de soma de quadrados, no exemplo ilustrativo, foi utilizada a opção TEST, gerando as informações apresentadas nas tabelas 18, 19 e 20.

Uma vez que, no exemplo estudado não existem diferenças entre as Somas de Quadrados Tipo III e IV, os testes de hipóteses são idênticos. Deve-se ressaltar que o exemplo aqui adotado teve como intuito apenas ilustrar a metodologia usada.

Tabela 18. Testes de hipóteses para somas de quadrados Tipo I

CV : Local

Erro: $1,4286 \text{ QM B(L)} + 0,85 \text{ QM T*L} - 1,2786 \text{ QM Res}$

GL do numerador: 1

SQ do numerador: 10035,20

GL do denominador: 4,31

SQ do denominador: 382,7443

F calculado: 26,219

CV: Tratamento

Erro: $0,1224 \text{ QM B(L)} + 1,0429 \text{ QM T*L} - 0,1653 \text{ QM Res}$

GL do numerador: 7

SQ do numerador: 99,2214

GL do denominador: 8,15

SQ do denominador: 204,3027

F calculado: 0,486

CV: Bloco(Local)

Erro: $0,2625 \text{ QM T*L} + 0,7375 \text{ QM Res}$

GL do numerador: 2

SQ do numerador: 173,1625

GL do denominador: 8,81

SQ do denominador: 55,535

F calculado: 3,118

CV: Local * Tratamento

Erro: QM Res

GL do numerador: 7

SQ do numerador: 177,4964

GL do denominador: 2

SQ do denominador: 12,125

F calculado: 14,639

Tabela 19. Testes de hipóteses para somas de quadrados Tipo II

CV : Local

Erro: $2,50 \text{ QM B(L)} + 1,225 \text{ QM T*L} - 2,725 \text{ QM Res}$

GL do numerador: 1

SQ do numerador: 10035,20

GL do denominador: 3,82

SQ do denominador: 604,705

F calculado: 16,95

CV: Tratamento

Erro: QM T*L

GL do numerador: 7

SQ do numerador: 132,2393

GL do denominador: 7

SQ do denominador: 177,4964

F calculado: 0,75

CV: Bloco(Local)

Erro: QM Res

GL do numerador: 2

SQ do numerador: 168,125

GL do denominador: 2

SQ do denominador: 12,125

F calculado: 13,66

CV: Local * Tratamento

Erro: QM Res

GL do numerador: 7

SQ do numerador: 177,4964

GL do denominador: 2

SQ do denominador: 12,125

F calculado: 14,39

Tabela 20. Testes de hipóteses para somas de quadrados Tipo III

CV : Local

Erro: $2,2857 \text{ QM B(L)} + \text{QM T*L} - 2,2857 \text{ QM Res}$

GL do numerador: 1

SQ do numerador: 10560,02

GL do denominador: 3,62

SQ do denominador: 534,068

F calculado: 19,773

CV: Tratamento

Erro: QM T*L

GL do numerador: 7

SQ do numerador: 132,2393

GL do denominador: 7

SQ do denominador: 177,4964

F calculado: 0,745

CV: Bloco(Local)

Erro: QM Res

GL do numerador: 2

SQ do numerador: 168,125

GL do denominador: 2

SQ do denominador: 12,125

F calculado: 13,866

CV: Local * Tratamento

Erro: QM Res

GL do numerador: 7

SQ do numerador: 177,4964

GL do denominador: 2

SQ do denominador: 12,125

F calculado: 14,639

4. MATERIAL E MÉTODOS

Para o desenvolvimento do presente trabalho, foram utilizados os dados de produção de cana-de-açúcar, em t/ha de cinco experimentos, instalados segundo o delineamento em blocos completos aumentados, analisados por NOGUEIRA (1976).

Cada experimento foi composto por 4 blocos e por $t = c + z = c + \sum_j p_j$ tratamentos, sendo:

(i) $c = 3$ cultivares, considerados como os tratamentos comuns presentes nos 4 blocos;

(ii) $p_j = 3$ cultivares, considerados como os tratamentos regulares presentes no bloco j , com $j = 1, 2, 3, 4$;

(iii) $t = 3 + 4 \times 3 = 3 + 12 = 15$ cultivares de cana-de-açúcar, no total;

Deve-se ressaltar que cada bloco foi composto por $n = c + p_j$ parcelas.

Os tratamentos comuns foram identificados por A, B e C e os regulares por a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l. Assim, pode-se exemplificar a composição de cada bloco de um dos experimentos da seguinte forma:

bloco1

A
h
C
a
B
c

bloco2

l
b
B
C
i
A

bloco3

j
C
B
e
g
A

bloco4

B
C
A
k
d
f

Os dados obtidos neste grupo de experimentos encontram-se na Tabela 21.

A análise desses dados foi efetuada em duas etapas, a saber:

a.) Análise individual para cada local ou experimento;

b.) Análise conjunta, incluindo os resultados obtidos em todos os experimentos.

Tabela 21. Dados de produção de cana de açúcar em t/ha.

Loc.	Blocos	Produção (t/ha)							
L ¹	1	(A) 107	(B) 100	(C) 108	(c) 101	(h) 119	(j) 105		
	2	(A) 94	(B) 110	(C) 117	(g) 101	(i) 104	(l) 110		
	3	(A) 103	(B) 99	(C) 108	(e) 87	(f) 102	(k) 87		
	4	(A) 97	(B) 108	(C) 112	(a) 113	(b) 104	(d) 78		
L ²	1	(A) 82	(B) 90	(C) 92	(a) 112	(d) 75	(j) 88		
	2	(A) 103	(B) 90	(C) 118	(b) 82	(f) 110	(l) 105		
	3	(A) 89	(B) 101	(C) 114	(e) 118	(h) 104	(i) 113		
	4	(A) 93	(B) 102	(C) 111	(c) 66	(g) 91	(k) 96		
L ³	1	(A) 194	(B) 189	(C) 184	(a) 193	(f) 152	(j) 171		
	2	(A) 195	(B) 182	(C) 193	(b) 200	(e) 166	(k) 198		
	3	(A) 191	(B) 188	(C) 182	(c) 162	(g) 186	(h) 203		
	4	(A) 195	(B) 187	(C) 182	(d) 173	(i) 189	(l) 199		
L ⁴	1	(A) 130	(B) 140	(C) 155	(c) 99	(f) 89	(g) 130		
	2	(A) 114	(B) 112	(C) 122	(d) 94	(e) 113	(l) 112		
	3	(A) 130	(B) 121	(C) 129	(b) 122	(i) 102	(k) 123		
	4	(A) 136	(B) 127	(C) 133	(a) 112	(h) 113	(j) 127		
L ⁵	1	(A) 143	(B) 152	(C) 154	(c) 122	(h) 138	(j) 135		
	2	(A) 148	(B) 153	(C) 147	(g) 155	(i) 157	(l) 129		
	3	(A) 150	(B) 153	(C) 148	(e) 116	(f) 133	(k) 134		
	4	(A) 137	(B) 158	(C) 157	(a) 157	(b) 146	(d) 100		

4.1. Análise Individual

A análise individual teve por objetivo obter informações referentes a cada um dos experimentos ou locais. Uma vez que a análise conjunta somente pode ser efetuada se houver homogeneidade de variâncias entre os quadrados médios residuais dos experimentos, a análise individual deve ser o ponto de partida deste estudo.

A homogeneidade de variâncias pode ser verificada através de testes citados na literatura, sendo que o teste $F_{\max}$, também conhecido por teste de Hartley, é o comumente usado.

Uma regra prática descrita por alguns autores, dentre eles PIMENTEL GOMES (1978), para que possa ser verificada a homogeneidade de variâncias, consiste em determinar a razão entre o maior e o menor quadrado médio residual. Se essa relação ultrapassar a proporção 4:1, pode haver indício de heterocedasticidade.

Se a heterogeneidade de variâncias for detectada, segundo COCHRAN (1954), pode-se resolver o problema de duas maneiras:

- a.) Separar os experimentos em sub-grupos homocedásticos e analisá-los separadamente;
- b.) Ajustar os graus de liberdade do resíduo médio e os da interação entre local e tratamento.

Para a análise individual foi adotado o seguinte modelo matemático:

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

com, $i = 1, 2, \dots, 15$ e $j = 1, 2, \dots, 4$;

onde,

y_{ij} é o valor observado referente ao i -ésimo tratamento no j -ésimo bloco;

μ é uma constante inerente a todas as observações;

α_i é o efeito do i -ésimo tratamento;

β_j é o efeito do j -ésimo bloco;

ε_{ij} é o erro experimental associado a y_{ij} , tal que

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2).$$

Para o estudo das funções estimáveis e das esperanças do quadrado médio de cada efeito do modelo, foi utilizada a metodologia descrita durante a exposição do DESENVOLVIMENTO TEÓRICO (Capítulo 3).

4.2. Análise Conjunta

Uma vez constatada a homogeneidade de variâncias entre os experimentos, foi possível reuni-los em uma análise conjunta para que se possa obter informações de ordem geral.

O modelo matemático adotado neste caso, passou a ser:

$$y_{ijk} = \mu + \lambda_k + \alpha_i + \beta_{j|k} + \gamma_{ki} + \varepsilon_{ijk},$$

com $i = 1, 2, \dots, 15$; $j = 1, 2, \dots, 4$ e $k = 1, 2, \dots, 5$, onde:

y_{ijk} é o valor observado referente ao tratamento i no bloco j do local k ;
 μ é uma constante inerente a todas as observações;
 λ_k é o efeito do local k ;
 α_i é o efeito do tratamento i ;
 $\beta_{j|k}$ é o efeito do bloco j no local k ;
 γ_{ki} é o efeito do i -ésimo tratamento no k -ésimo local
 ε_{ijk} é o erro experimental, tal que $\varepsilon_{ijk} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

Deve-se ressaltar que o modelo adotado no presente trabalho é um modelo misto, onde o fator tratamento foi considerado como efeito fixo, enquanto que o fator bloco foi considerado aleatório.

Essa análise foi efetuada utilizando a metodologia descrita no Capítulo 3, a fim de se verificar, entre as quatro somas de quadrados, qual delas foi a mais adequada para o delineamento proposto neste estudo.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Análise individual

Observando-se a Tabela 21, verifica-se que todos os experimentos são compostos pela mesma estrutura. Dessa maneira, a forma geral das funções estimáveis é a mesma para os cinco experimentos estudados, conforme mostra a Tabela 22.

Seguindo-se a metodologia descrita no capítulo 3, obtiveram-se as funções estimáveis Tipo I, II, III e IV, a fim de que o pesquisador possa verificar quais hipóteses serão testadas em cada soma de quadrados fornecida pelo SAS (1987).

Assim, as hipóteses testadas para as somas de quadrados Tipo I, II, III e IV foram calculadas e verificou-se que as do Tipo II, III e IV não diferiram entre si. Os resultados obtidos são apresentados nas Tabelas 23 e 24, para o Tipo I e Tipos II, III e IV, respectivamente.

Tabela 22. Forma geral das funções estimáveis para o modelo

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$

Parâmetros	Coefficientes
μ	L1
α_1	L2
α_2	L3
α_3	L4
α_4	L5
α_5	L6
α_7	L8
α_8	L9
α_9	L10
α_{10}	L11
α_{11}	L12
α_{12}	L13
α_{13}	L14
α_{14}	L15
α_{15}	L1-L2-L3-L4-L5-L6-L7-L8-L9-L10-L11-L12-L13-L14-L15
β_1	L17
β_2	L18
β_3	L19
β_4	L1-L17-L18-L19

Tabela 23. Hipóteses testadas através da Soma de Quadrados Tipo I

CV	Hipóteses
	$\alpha_1 - \alpha_{15} + 1/4 (\beta_1 + \beta_3 + \beta_4) - 3/4 \beta_2$ $\alpha_2 - \alpha_{15} + 1/4 (\beta_1 + \beta_3 + \beta_4) - 3/4 \beta_2$ $\alpha_3 - \alpha_{15} + 1/4 (\beta_1 + \beta_3 + \beta_4) - 3/4 \beta_2$
Tratamentos	$\alpha_4 - \alpha_{15} - \beta_2 + \beta_4$ $\alpha_5 - \alpha_{15} - \beta_2 + \beta_4$ $\alpha_6 - \alpha_{15} + \beta_1 - \beta_2$ $\alpha_7 - \alpha_{15} - \beta_2 + \beta_4$ $\alpha_8 - \alpha_{15} - \beta_2 + \beta_3$ $\alpha_9 - \alpha_{15} - \beta_2 + \beta_3$ $\alpha_{10} - \alpha_{15}$ $\alpha_{11} - \alpha_{15} + \beta_1 - \beta_2$ $\alpha_{12} - \alpha_{15}$ $\alpha_{13} - \alpha_{15} + \beta_1 - \beta_2$ $\alpha_{14} - \alpha_{15} - \beta_2 + \beta_3$
Blocos	$\beta_1 - \beta_4$ $\beta_2 - \beta_4$ $\beta_3 - \beta_4$

Tabela 24. Hipóteses testadas através das Somas de Quadrados Tipos II, III e IV.

CV	Hipóteses
Tratamentos	$\alpha_1 - \alpha_{15}$
	$\alpha_2 - \alpha_{15}$
	$\alpha_3 - \alpha_{15}$
	$\alpha_4 - \alpha_{15}$
	$\alpha_5 - \alpha_{15}$
	$\alpha_6 - \alpha_{15}$
	$\alpha_7 - \alpha_{15}$
	$\alpha_8 - \alpha_{15}$
	$\alpha_9 - \alpha_{15}$
	$\alpha_{10} - \alpha_{15}$
	$\alpha_{11} - \alpha_{15}$
	$\alpha_{12} - \alpha_{15}$
	$\alpha_{13} - \alpha_{15}$
	$\alpha_{14} - \alpha_{15}$
Blocos	$\beta_1 - \beta_4$
	$\beta_2 - \beta_4$
	$\beta_3 - \beta_4$

A Tabela 23 indica que a hipótese Tipo I, testada para o fator tratamento contém, além do efeito de interesse, o efeito do fator bloco; portanto, a soma de quadrados Tipo I para o modelo em questão, não testa apenas a hipótese $H_0: \alpha_i = 0$. Como foi verificado no Capítulo 3, uma inversão na ordem de entrada dos fatores do modelo, modifica a soma de quadrados e também as hipóteses testadas. A Tabela 24 indica que as hipóteses Tipos II, III ou IV testam apenas o efeito de tratamento, sem a interferência do efeito de blocos.

Para poder compor um quadrado médio apropriado aos testes de hipóteses de interesse, foram calculadas as Esperanças dos Quadrados Médios, $E[QM]$, para os quatro tipos de somas de quadrados. Como as hipóteses Tipo II, III e IV são as mesmas, consequentemente as $E[QM]$ não variam. As Tabelas 25a. e 25b., a seguir contém as $E[QM]$ para as hipóteses Tipo I e II, III ou IV.

Tabela 25a. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadra
dos Tipo I, em cada Local ou Experimento.

CV	E [QM]
Tratamentos	$\sigma^2 + Q(t) + 0,6429 \sigma_B^2$
Blocos	$\sigma^2 + 3,0 \sigma_B^2$
Resíduo	σ^2

Tabela 25b. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadra
dos Tipos II, III e IV, em cada Local ou Experimento.

CV	E [QM]
Tratamentos	$\sigma^2 + Q(t)$
Blocos	$\sigma^2 + 3,0 \sigma_B^2$
Resíduo	σ^2

Analisando-se a Tabela 25a., verifica-se que para a soma de quadrados Tipo I, a esperança do quadrado médio para o fator tratamento contém, além do efeito de interesse, a adição do efeito de bloco. Assim, na obtenção da estatística F para o efeito de tratamento é necessário compor o quadrado médio do denominador e, conseqüentemente, ajustar os seus graus de liberdade.

Para as somas de quadrados Tipos II, III e IV, a estatística F para o efeito de tratamento, pode ser obtida através do quadrado médio do resíduo para o denominador, uma vez que a $E[QM]$ para o efeito de interesse inclui apenas o componente do efeito de tratamento mais a variância do erro.

Como padrão (default) o pacote computacional SAS (1987), considera o denominador da estatística F sempre com o quadrado médio do resíduo, nos quatro tipos de somas de quadrados. Dessa forma, deve-se estar consciente de que a estatística F para o efeito de tratamento, na soma de quadrados Tipo I, não testa apenas o efeito de interesse; está adicionado o efeito de blocos.

As análises de variâncias obtidas para os cinco locais encontram-se nas Tabelas 26a., 26b., 27a., 27b., 28a., 28b., 29a., 29b., 30a., e 30b.. Verifica-se que as somas de quadrados Tipos II, III e IV são iguais e diferem da soma de quadrados Tipo I.

Tabela 26a. Análise de variância apresentando as somas de quadra
dos Tipo I, para o Local ou Experimento 1.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	1861,08	132,93	3,48	0,0668
Blocos	3	20,92	6,97	0,18	0,9046
Resí duo	6	229,33	38,22		
Total	23	2111,33			

Tabela 26b. Análise de variância apresentando as somas de quadra
dos Tipo II, III e IV, para o Local ou Experimento 1.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	1558,67	111,33	2,91	0,0977
Blocos	3	20,92	6,97	0,18	0,9046
Resí duo	6	229,33	38,22		
Total	23	2111,33			

Tabela 27a. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo I, para o Local ou Experimento 2.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	3648,71	260,62	5,37	0,0242
Blocos	3	470,92	156,97	3,23	0,1030
Resí duo	6	291,33	48,56		
Total	23	4410,96			

Tabela 27b. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo II, III e IV, para o Local ou Experimento 2.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	3081,17	220,08	4,53	0,0364
Blocos	3	470,92	156,97	3,23	0,1030
Resí duo	6	291,33	48,56		
Total	23	4410,96			

Tabela 28a. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo I, para o Local ou Experimento 3.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	3621,33	258,67	14,44	0,0018
Blocos	3	15,00	5,00	0,28	0,8389
Resíduo	6	107,50	17,92		
Total	23	3743,83			

Tabela 28b. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo II, III e IV, para o Local ou Experimento 3.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	3388,83	242,06	13,51	0,0021
Blocos	3	15,00	5,00	0,28	0,8389
Resíduo	6	107,50	17,92		
Total	23	3743,83			

Tabela 29a. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo I, para o Local ou Experimento 4.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	3984,21	284,59	6,61	0,0143
Blocos	3	1031,58	343,86	7,99	0,0162
Resíduo	6	258,17	43,03		
Total	23	5273,96			

Tabela 29b. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo II, III e IV, para o Local ou Experimento 4.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	4321,67	308,69	7,17	0,0116
Blocos	3	1031,58	343,86	7,99	0,0162
Resíduo	6	258,17	43,03		
Total	23	5273,96			

Tabela 30a. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo I, para o Local ou Experimento 5.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	4807,83	343,42	10,92	0,0038
Blocos	3	3,33	1,11	0,04	0,9902
Resíduo	6	188,67	31,44		
Total	23	4999,83			

Tabela 30b. Análise de variância apresentando as somas de quadra dos Tipo II, III e IV, para o Local ou Experimento 5.

CV	GL	SQ	QM	F	Pr > F
Tratamentos	14	4525,00	323,21	10,28	0,0045
Blocos	3	3,33	1,11	0,04	0,9902
Resíduo	6	188,67	31,44		
Total	23	4999,83			

Como foi citado no Capítulo 3, a opção TEST na PROC GLM do SAS (1987) estima o quadrado médio apropriado para testar os efeitos do modelo, quando se torna necessário fazer uma composição do quadrado médio do denominador. No caso do presente estudo apenas o fator tratamento, na soma de quadrados Tipo I, necessita desse ajuste, como se observa na Tabela 25 a. Dessa forma, os resultados obtidos através da opção TEST do comando RANDOM para os locais 1 e 2, encontram-se na Tabela 31 e, para os locais 3, 4 e 5, na Tabela 32.

Tabela 31. Resultados obtidos através da opção TEST na PROC GLM do SAS para os Locais 1 e 2.

Local 1

CV: Tratamento

Erro: 0,2143 QM Bl + 0,7857 QM Res

GL do denominador: 6,58

SQ do denominador: 31,52

F calculado: 4,22

Pr > F: 0,0359

Local 2

CV: Tratamento

Erro: 0,2143 QM Bl + 0,7857 QM Res

GL do denominador: 8,32

SQ do denominador: 71,79

F calculado: 3,63

Pr > F: 0,0337

Tabela 32. Resultados obtidos através da opção TEST na PROC GLM do SAS para os Locais 3, 4 e 5.

Local 3

CV: Tratamento

Erro: 0,2143 QM Bl + 0,7857 QM Res

GL do denominador: 6,87

SQ do denominador: 15,15

F calculado: 17,075

Pr > F: 0,0005

Local 4

CV: Tratamento

Erro: 0,2143 QM Bl + 0,7857 QM Res

GL do denominador: 5,78

SQ do denominador: 107,49

F calculado: 2,648

Pr > F: 0,1239

Local 5

CV: Tratamento

Erro: 0,2143 QM Bl + 0,7857 QM Res

GL do denominador: 6,12

SQ do denominador: 24,94

F calculado: 13,767

Pr > F: 0,0018

Aplicando-se o Teste de Hartley para testar a hipótese referente a homocedasticidade, verifica-se que H_0 não é rejeitada, ao nível de 0,05 de significância, isto é:

$$\frac{QM \text{ Res}_{(k)} \{ \text{max} \}}{QM \text{ Res}_{(k)} \{ \text{min} \}} = \frac{48,56}{17,92} = 2,71$$

De acordo com a tabela de Hartley, encontrada em PEARSON & HARTLEY (1956), verifica-se que o valor crítico para $\alpha = 0.05$, com $n_1 = 6$ (graus de liberdade associados aos quadrados médios dos resíduos) e n_2 (números de variâncias envolvidas) é igual a 12,10.

5.2. Análise Conjunta

Para a análise conjunta do grupo de experimentos em blocos completos aumentados, seguiu-se a mesma metodologia descrita no Capítulo 3.

De uma maneira geral, quando se trabalha com grupo de experimentos, a quantidade de variáveis resposta é muito grande, dificultando a transcrição das hipóteses testadas para cada tipo de soma de quadrados fornecida pelo SAS (1987). Uma outra maneira de se verificarem as hipóteses testadas, nestas somas de quadrados, é através da esperança do quadrado médio.

Considerando o fator tratamento como efeito fixo e os demais, como aleatórios, os resultados obtidos através do comando RANDOM na PROC GLM do SAS encontram-se nas Tabelas 33, 34 e 35, para as Somas de Quadrados Tipos I, II e III, respectivamente.

Não será incluída a E [QM] Tipo IV pois esta não diferiu do Tipo III.

Tabela 33. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadra dos Tipo I.

CV	E [QM]		
L	$\sigma^2 + 24 \sigma_L^2$	$+ 6,00 \sigma_B^2$	$+ 2,5 \sigma_{TL}^2$
T	σ^2	$+ Q(t) + 0,64 \sigma_B^2$	$+ 1,54 \sigma_{TL}^2$
B(L)	σ^2	$+ 5,40 \sigma_B^2$	$+ 0,43 \sigma_{TL}^2$
T*L	σ^2		$+ 1,42 \sigma_{TL}^2$
Resíduo	σ^2		

Tabela 34. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadra dos Tipo II.

CV	E [QM]		
L	$\sigma^2 + 24 \sigma_L^2$	$+ 6,00 \sigma_B^2$	$+ 2,5 \sigma_{TL}^2$
T	σ^2	$+ Q(t)$	$+ 1,46 \sigma_{TL}^2$
B(L)	σ^2	$+ 3,00 \sigma_B^2$	
T*L	σ^2		$+ 1,42 \sigma_{TL}^2$
Resíduo	σ^2		

Tabela 35. Esperanças dos Quadrados Médios para a Soma de Quadra dos Tipo III.

CV	E [QM]			
L	$\sigma^2 + 17,65 \sigma_L^2$	$+ 4,41 \sigma_B^2$	$+ 1,18 \sigma_{TL}^2$	
T	σ^2	$+ Q(t)$	$+ 1,39 \sigma_{TL}^2$	
B(L)	σ^2	$+ 3,00 \sigma_B^2$		
T*L	σ^2		$+ 1,42 \sigma_{TL}^2$	
Resí duo	σ^2			

Comparando-se os resultados obtidos para as esperanças do presente experimento e as obtidas para o exemplo desenvolvido no Capítulo 3 verifica-se que os componentes de variância presentes em cada esperança são os mesmos, variando apenas os coeficientes que antecedem cada uma delas.

Neste caso, observou-se que na E [QM] referente a Tratamentos e à interação Local*Tratamento, os coeficientes correspondentes aos componentes de variância da interação incluídos nela apresentaram uma pequena variação. Este fato pode estar relacionado com o número de condição da matriz pois, segundo IEMMA (1990)¹, matrizes com altos números de condição podem gerar sérios problemas em termos de aproximações numéricas.

(1) IEMMA, A.F.. Algebra de matrizes com aplicações em estatística. Piracicaba, ESALQ/USP. Departamento de Matemática e Estatística. Mimeografado. 390 p., 1990.

Montgomery & Peck (1981), citados por FERRARI (1989), indicam que o número de condição da matriz pode ser dado por:

$$K(x) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}$$

onde,

$\lambda_{\max}$ é o maior auto - valor da matriz

$\lambda_{\min}$ é o menor auto - valor da matriz,

Salientaram também que, se o número condição for menor que 100, não existe problema sério de multicolinearidade. Entre 100 e 1000 implica em multicolinearidade de moderada a forte e, se $K(x)$ for maior que 1000, indica uma multicolinearidade severa.

A multicolinearidade ocorre em uma análise quando as observações amostrais das variáveis independentes, ou as combinações lineares entre elas, são altamente correlacionadas.

Para a verificação deste fato, foram obtidos os auto-valores da forma quadrática para o efeito de tratamento, onde $\lambda_{\max} = 20,00$ e $\lambda_{\min} = 0,0000147$; portanto:

$$K(x) = \frac{20,00}{0,0000147} = 1360544,218$$

Dessa forma, verifica-se que existe uma multicolinearidade severa, que provavelmente interferiu na aproximação dos resultados.

Assim, não existindo multicolinearidade entre os dados, a estatística F obtida para o efeito de tratamento, nas So-

mas de Quadrados Tipos II e III terá como denominador o quadrado médio da interação T*L; o efeito de bloco e a interação T*L terão como denominador o quadrado médio residual; para o efeito de local o denominador deverá ser obtido através da composição dos quadrados médios dos efeitos envolvidos. Na Soma de Quadrados Tipo I, com exceção da interação, a estatística F para os demais efeitos do modelo terão como denominador uma composição de quadrados médios e, conseqüentemente, os graus de liberdade associados a esse denominador deverão ser ajustados por SATTERTHWAITTE (1941, 1946).

Os resultados das análises de variância, apresentados nas Tabelas 36, 37 e 38 foram obtidos pela PROC GLM do SAS (1987). Uma vez que este pacote computacional considera o denominador da estatística F como o quadrado médio do resíduo, os valores de F não serão incluídos. Posteriormente serão obtidos através da opção TEST.

Tabela 36. Análise de variância apresentando a Soma de Quadrados Tipo I

CV	GL	SQ	QM
L	4	122553,38	30638,35
T	14	8976,35	641,17
B(L)	15	1805,35	120,36
T*L	56	8683,22	155,06
Resíduo	30	1075,00	35,83
Total	119	143093,30	

Tabela 37. Análise de variância apresentando a Soma de Quadrados Tipo II.

CV	GL	SQ	QM
L	4	122553,38	30638,35
T	14	8192,12	585,15
B(L)	15	1541,35	102,78
T*L	56	8683,22	155,06
Resí duo	30	1075,00	35,83
Total	119	143093,30	

Tabela 38. Análise de variância apresentando a Soma de Quadrados Tipo III.

CV	GL	SQ	QM
L	4	88673,45	22168,36
T	14	7904,90	564,64
B(L)	15	1541,75	102,78
T*L	56	8683,22	155,06
Resí duo	30	1075,00	35,83
Total	119	143093,30	

A fim de compor o quadrado médio apropriado para a estatística F nos quatro tipos de somas de quadrados, foi utilizada a opção TEST do comando RANDOM na PROC GLM do SAS (1987). Os resultados obtidos nas análises de variância, com os graus de liberdade já corrigidos, encontram-se nas Tabelas 39, 40 e 41.

Tabela 39. Composição da estatística "F", obtida através da opção
TEST do comando RANDON para a Soma de Quadrados Tipo I.

CV						
Erro: 1,1111 QMB(L) + 1,4217 QMT*L - 1,5328 QMRes						
Local	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	4	30638,35	41,45	299,25	102,39	0,0001
Erro: 0,1190 QMB(L) + 1,0455 QMT*L - 0,1645 QMRes						
Tratam.	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	14	641,17	60,08	170,54	3,76	0,0002
Erro: 0,3055 QMT*L + 0,6945 QMRes						
Bl(Local)	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	15	120,36	85,99	72,26	1,67	0,0735
Erro: QMRes						
Trat*Loc	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	56	155,06	30,00	35,83	4,33	0,0001

Tabela 40. Composição da estatística "F", obtida através da opção
TEST do comando RANDON para a Soma de Quadrados Tipo II.

CV						
Erro: 2,00 QMB(L) + 1,7611 QMT*L - 2,7611 QMRes						
Local	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	4	30638,35	32,22	379,70	80,69	0,0001
Erro: 1,0318 QMT*L - 0,0318 QMRes						
Tratam.	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	14	585,15	55,20	158,85	3,68	0,0002
Erro: QMRes						
Bl(Local)	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	15	102,78	30,00	35,83	2,87	0,0068
Erro: QMRes						
Trat*Loc	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	56	155.06	30,00	35,83	4,33	0,0001

Tabela 41. Composição da estatística "F", obtida através da opção TEST do comando RANDON para as Somas de Quadrados Tipos III e IV.

CV						
Erro: 1,4706 QMB(L) + 0,8288 QMT*L - 1,2994 QMRes						
Local	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	4	22168,36	28,74	233,09	95,10	0,0001
Erro: 0,9267 QMT*L - 0,0233 QMRes						
Tratam.	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	14	564,64	56,62	152,28	3,74	0,0002
Erro: QMRes						
Bl(Local)	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	15	102,78	30,00	35,83	2,87	0,0068
Erro: QMRes						
Trat*Loc	GLNun.	QMNum.	GLDen.	QMDen.	F cal.	Pr>F
	56	155.06	30,00	35,83	4,33	0,0001

Assim, devido ao problema de multicolinearidade encontrado nas colunas da matriz de delineamento, os resultados obtidos pela aplicação da opção TEST parecem ser mais apropriados.

Um estudo desenvolvido por NOGUEIRA (1976), baseado em trabalhos realizados por vários autores, chegou a resultados condizentes com a Soma de Quadrados Tipo I fornecida pelo SAS. No presente trabalho, verificou-se que esta soma de quadrados não parece ser a mais adequada para o delineamento em blocos aumentados, conforme foi verificado através das hipóteses testadas para esta soma de quadrados.

As somas de quadrados Tipos II e III não diferiram em termos de hipóteses testadas, mas sim em termos dos coeficientes que antecedem os componentes de variância, incluídos nas E [QM] dos efeitos do modelo. Este fato está relacionado à maneira como a matriz de delineamento é particionada para o cálculo dos quatro tipos de somas de quadrados.

O programa utilizado na execução dessa análise é apresentado como Apêndice.

6. CONCLUSÕES

Considerando-se os objetivos e as informações obtidas neste estudo, pode-se concluir o seguinte:

- Na análise individual, a estatística "F" para o efeito de tratamento na Soma de Quadrados Tipo I pode ser obtida através da composição do quadrado médio do denominador.

- A Soma de Quadrados Tipo I não mostrou ser a mais adequada na análise conjunta, pois verificou-se que as hipóteses testadas para cada efeito do modelo contém, além do efeito de interesse, outros efeitos embutidos.

- Embora as Esperanças dos Quadrados Médios nas Somas de Quadrados Tipos II e III não difiram em termos de componentes de variância, sabe-se que, de acordo com o Manual do SAS (1987), a Tipo II é adequada para modelos balanceados e que não possuam efeitos contidos em outros efeitos. Portanto, é razoável considerar que a Soma de Quadrado Tipo III parece ser a mais indicada, na análise conjunta.

- O resultado apresentado como padrão ("default") na Soma de Quadrados Tipo III, pelo SAS, que calcula a estatística F através do quadrado médio do resíduo, não é adequado. Para a análise

lise conjunta foi verificado que é necessário fazer uma composição do quadrado médio do denominador para alguns efeitos do modelo.

- Devido aos problemas de multicolinearidade que podem ocorrer nas colunas da matriz de delineamento, a obtenção da estatística F através da opção TEST do comando RANDOM apresenta a eficiência desejada.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CARVALHO, L.R.. Blocos casualizados com tratamentos comuns: uma aplicação em melhoramento genético de soja, Piracicaba, 1991. SP. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP). 80 p.
- COCHRAN, W.G.. The combination of estimates from different experiments. *Biometrics*, Alexandria, 10: 101-129. 1954.
- FEDERER, W.T.. Augmented (or Hoonuiaku) designs. *Hawaiian Planter's Record*, Aiea, 55: 191-208. 1956.
- FEDERER, W.T.. Augmented design with one way elimination of heterogeneity. *Biometrics*, Alexandria, 17: 447-73. 1961.
- FEDERER, W.T.. Augmented design with two, three and higher way elimination of heterogeneity. *Biometrics*, Alexandria 17: 166-72. 1961.
- FERRARI, F.. Sobre estimadores viesados para modelos de regressão em presença de multicolinearidade, Piracicaba, 1989. SP. (Doutorado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP). 121 p..

- GONÇALVES, N.M.. Comparação de diversas metodologias para a análise de um delineamento aumentado com tratamentos fixos e aleatórios. Fundação Universidade de Brasília, Brasília - DF. 1984. 98 p.
- GREINER, L.C.. Análise conjunta de experimentos em blocos incompletos balanceados com alguns tratamentos em comum, Piracicaba, 1986. SP. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz/ USP). 89 p.
- IEMMA, A.F. & PALM, R.. Statistical hypothesis and orthogonal projections for unbalanced data. IN: CONGRESO IBEROAMERICANO, 1. , REUNIÓN NACIONAL DE ESTADÍSTICA E INVESTIGACIÓN OPERATIVA, 20 . Espanha. Resumos. 1992.
- IEMMA, A.F. Análisis de varianza de experimentos con celdas vacías. $\varphi \sigma \rho$ Publicações, Bogotá, Colombia, 102 p.. 1993.
- LIN, C.S. & POUSWINSKY, G.. A modified augmented design for an early stage of plant selection involving a large number of test lines without replication. *Biometrics*, Alexandria 39: 553-61. 1983.
- LIN, C.S. & POUSWINSKY, G.. A modified augmented design (type 2) for rectangular plots. *Canadian Journal of Plant Science*. Ottawa. 65: 743-49. 1985.
- MILLIKEN, G.A. & JOHNSON, D.E. *Analysis of messy data*. New York, Van Nostrand Reinhold Company. 473 p. 1984.

- NOGUEIRA, M.C.S.. Análise conjunta para experimentos em blocos casualizados completos aumentados. Piracicaba, 1976. SP. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP). 49p.
- OLIVEIRA, A.C.. Experimentos em reticulado quadrado com alguns tratamentos comuns adicionados em cada bloco. Análise com recuperação da informação interblocos. Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília, 25 (3): 289-98. 1990a.
- OLIVEIRA, A.C.. Experimentos em blocos incompletos parcialmente balanceados (PBIB) com tratamentos comuns adicionados em cada bloco. Pesquisa Agropecuária Brasileira, Brasília, 25 (4): 469-90. 1990b.
- OVERALL, J.E. & SPIEGEL, D.K. Concerning least square analysis of experimental data. Psychological Bulletin, 72: 311-22, 1969.
- PEARSON, E.S. & HARTLEY, H.O. Biometrika tables for statisticians. 1^a edição. Cambridge, The University Press. 238 p. 1956.
- PIMENTEL GOMES, F.. An extension of the method of joint analysis of experiments in complete randomised blocks. Biometrics, Alexandria, 26: 331-36. 1970.
- PIMENTEL GOMES, F. Curso de estatística experimental. 8^a edição. Livraria Nobel, São Paulo. 1978. 430 p..

- PIMENTEL GOMES, F. & GUIMARÃES, R.F.. Joint analysis of experiments in complete randomised blocks with some common treatments *Biometrics*, Alexandria, 14: 521-26. 1958.
- SAS Institute Inc. SAS for Linear Models. Cary, NC: SAS Institute Inc., 1981. 287 p..
- SAS Institute Inc. SAS/STAT Guide for Personal Computers, Version 6 Edition. Cary, NC: SAS Institute Inc., 1987. 1028 p..
- SAS Institute Inc. SAS/IML User's Guide, Release 6.03 Edition. Cary, NC:SAS Institute Inc., 1988. 357 p..
- SATTERTHWAITE, F.E.. Synthesis of variance. *Psychometrika*. Chicago, 6(5): 309-16. 1941.
- SATTERTHWAITE, F.E.. An aproximate distribution of estimates of variance components. *Biometrics Bulletin*. Washington, 2: 110-14. 1946.
- SEARLE, S.R.. *Linear models*. New York, John Wiley & Sons. 532 p. 1971.
- SEARLE, S.R.. *Linear models for unbalanced data*. New York, John Wiley & Sons. 536 p. 1987.
- SILVA, E.A.. *Análise de covariância em delineamentos de blocos completos aumentados (Blocos de Federer)*. Piracicaba, 1987.SP. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/ USP). 87 p.

SPEED, F.M. & HOCKING, R.R.. The use of the R () notation with unbalanced data. The American Statistician, Alexandria, 30: 30-3. 1976.

VIZONI, E.. Análise de experimentos em blocos casualizados completos aumentados (Blocos de Federer), com parcelas subdivididas no tempo. Piracicaba, 1984. SP (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" / USP). 98 p.

YATES, F.. The analysis of multiple classifications with unequal numbers in the different classes. Journal American Statistical Association, 29: 51-66. 1934.

Apêndice: Programa desenvolvido para realizar as análises individuais por local e a análise conjunta através do SAS (1987).

```
OPTIONS NODATE PS=65;
```

```
DATA tese;
```

```
INPUT l t b prod; OUTPUT;
```

```
CARDS;
```

```
1 1 1 107
```

```
1 2 1 100
```

```
.....
```

```
5 4 5 100
```

```
;
```

```
/* ANÁLISE POR LOCAL OU EXPERIMENTO */;
```

```
PROC GLM;
```

```
BY l;
```

```
CLASS t b;
```

```
MODEL prod=t b / E E1 E2 E3 E4 SS1 SS2 SS3 SS4 SOLUTION;
```

```
RANDOM b/Q TEST;
```

```
RUN;
```

```
/* ANÁLISE CONJUNTA */;
```

```
PROC GLM;
```

```
CLASS l t b;
```

```
MODEL prod=l t b(l) t*1/E E1 E2 E3 E4 SS1 SS2 SS3 SS4 SOLUTION;
```

```
RANDOM l b(l) t*1/Q TEST;
```

```
RUN;
```