PREVISÃO DE PREÇOS NA PECUÁRIA DE CORTE DO
ESTADO DE SÃO PAULO

ANA LÚCIA KASSOUF

Dissertação apresentada à Escola
Superior de Agricultura "Luiz de
Queiroz", da Universidade de São
Paulo, para obtenção do título
de Mestre em Agronomia. Área de
Concentração: Economia Agrária.

PIRACICABA
ESTADO DE SÃO PAULO - BRASIL
Abril de 1988

Reservo esta página para expressar especial agradecimento ao professor, orientador e amigo Rodolfo Hoffmann com quem aprendi muito, não só nas suas excelentes aulas e sua brilhante e firme orientação, mas também pela sua personalidade e simplicidade que me deram uma grande lição de vida.

Na verdade, por mais que escreva, será pouco para externar minha gratidão.

Diante disso, a você Rodolfo, o meu muito obrigada.

Aos meus pais

Ibrahim e Maria Alice

OFEREÇO

Ao meu marido

João Martines

DEDICO

AGRADECIMENTOS

Aos professores membros da banca Dr. Geraldo Sant'Ana de Camargo Barros, Dr. Manuel Follado e Dr. Pedro Valentim Marques pelas críticas e sugestões.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Economia e Sociologia Rural da ESALQ, que direta ou indiretamente colaboraram para a realização desta pesquisa.

Ao Centro de Informática na Agricultura (CIAGRI) por ter proporcionado a utilização dos microcomputadores, indispensáveis na realização desta dissertação e a seus funcionários que muito me auxiliaram e ensinaram.

A Bolsa de Mercadorias de São Paulo pelo apoio financeiro, em especial a Dra. Irene Goldenberg pelo fornecimento de dados e pelo empenho e interesse nesta pesquisa.

Ao Boletim Preços Agrícolas Pecuária de Corte, em especial a João Gomes Martines FQ, por ter proporcionado todas as facilidades na obtenção dos dados e nos contatos com especialistas do mercado de carne.

Ao colega Abel Ciro M. Igreja e a todos os outros que me ajudaram e incentivaram.

As bibliotecárias do Departamento de Economia e Sociologia Rural, Angélica e Luciane.

Ao CNPq e CAPES pelo apoio financeiro.

SUMÁRIO

	Página
LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE FIGURAS	ix
RESUMO	xiii
SUMMARY	xvi
1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	5
3. REVISÃO DE LITERATURA	6
3.1. Método de Análise Harmônica	6
3.2. Método de Box e Jenkins (Modelos ARIMA)	7
3.3. Outros Métodos	10
4. MATERIAL E MÉTODOS	12
4.1. Os Dados Utilizados	12
4.2. Séries Temporais	13
4.3. Análise Harmônica	15
4.4. Métodos de Box e Jenkins (Modelos ARIMA)	19
4.4.1. Autocorrelação	25
4.4.2. Autocorrelação parcial	29
4.4.3. Testes para verificar se o modelo é apropriado	32
4.4.4. Formas do Modelo ARIMA	35
4.4.5. Métodos de Previsão	39
4.4.6. Atualização das previsões	44

	Página
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	46
5.1. Boi Gordo	46
5.1.1. Modelo ARIMA de Box e Jenkins	46
5.1.2. Modelo Harmônico	53
5.1.3. Modelos Mistos	54
5.1.4. Fatores modificadores de preços	63
5.2. Boi Magro	74
5.3. Bezerro	81
6. CONCLUSÕES	89
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	93
APÊNDICE	99

LISTA DE TABELAS

Tabela nº	Página
5.1. Estimativas dos parâmetros obtidas de alguns modelos SARIMA testados na série dos logaritmos dos preços mensais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1970 a dezembro de 1986	50
5.2. Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986	56
5.3. Previsões de preços reais da arroba do boi gordo, observações obtidas nos mercados físicos e a termo, para 1987, e valor do erro quadrático médio de previsão (EQM)	57
5.4. Equação obtida do modelo misto com ARMA(1,1) para a série de preços reais mensais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986	60
5.5. Previsões de preços reais da arroba do boi gordo obtidas do modelo misto com AR(2), observações fornecidas nos mercados físico e a termo para o período de 1981 a 1987 e valores do erro quadrático médio de previsão (EQM)	62
5.6. Variação do Produto Interno Bruto brasileiro no período 1980-86	65

Tabela nº

Página

5.7.	Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do boi magro no período de janeiro de 1974 a dezembro de 1980	77
5.8.	Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do boi magro no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986	78
5.9.	Previsões de preços do boi magro obtidas pelo modelo misto com AR(2) e preços do mercado físico para 1981 e 1987	79
5.10.	Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do bezerro no período de janeiro de 1974 a dezembro de 1980	85
5.11.	Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do bezerro no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986	86
5.12.	Previsões de preços reais do bezerro e observações do mercado físico para 1981 e 1987	87

LISTA DE FIGURAS

Figura nº	Página
4.1. Onda senoidal	15
4.2. Representação do MHS no círculo trigonométrico	16
4.3. Exemplo de função de autocorrelação extraída de Box e Jenkins (1976)	26
4.4. Exemplos de autocorrelações (r_k) e autocorrela- ções parciais amostrais ($\hat{\phi}_{kk}$) para modelos AR(1), MA(1) e ARMA(1,1). Extraído de MORETTIN e TOLOI (1985)	27
5.1. Gráfico dos preços reais mensais da arroba do boi gordo no período de 1970 a 1987	48
5.2. Primeiras 48 autocorrelações da série do log do preço do boi gordo, após efetuar a 1ª diferença e a 1ª diferença sazonal	49
5.3. Primeiras 48 autocorrelações parciais da série do log do preço do boi gordo, após efetuar a 1ª diferença e a 1ª diferença sazonal	49
5.4. Estimativas das autocorrelações dos resíduos do modelo SARIMA (0,1,1)(0,1,1) ₁₂	51
5.5. Previsões de 84 meses (7 anos) obtidas a partir do mês 205 (jan.de 1987) pelo modelo SARIMA (0,1,1)(0,1,1) ₁₂	52

Figura nº

Página

5.6.	Comparação entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas do modelo misto com $AR(2)$, do mercado a termo e observações do mercado físico para 1987	58
5.7.	Comparação entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas do modelo misto com $ARMA(1,1)$, do mercado a termo e observações do mercado físico para 1987	61
5.8.	Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com $AR(2)$, pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1981	64
5.9.	Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com $AR(2)$, pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1982	66
5.10.	Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com $AR(2)$, pelo mercado a termo, e observações do mercado físico para 1983	67
5.11.	Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com $AR(2)$, pelo mercado a termo, e observações do mercado físico para 1984	69

5.12. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1985	70
5.13. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1986	71
5.14. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1987	73
5.15. Gráfico dos preços reais mensais do boi magro no período de janeiro de 1970 a agosto de 1987	76
5.16. Comparações entre as previsões de preços do boi magro obtidas pelo modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1981	80
5.17. Comparações entre as previsões de preços do boi magro obtidas pelo modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1987	80
5.18. Gráfico dos preços reais mensais do bezerro no período de janeiro de 1970 a agosto de 1987	82

5.19. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas da regressão com boi magro e observações do mercado físico para 1981	88
5.20. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas da regressão com boi magro e observações do mercado físico para 1987	88
5.21. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas do modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1981	89
5.22. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas do modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1987	89

PREVISÃO DE PREÇOS NA PECUÁRIA DE CORTE DO
ESTADO DE SÃO PAULO

Ana Lúcia Kassouf

Orientador: Prof. Rodolfo Hoffmann

RESUMO

Séries de preços reais mensais do bezerro, boi magro e da arroba do boi gordo, no período de janeiro de 1970 a dezembro de 1986, foram analisadas, observando-se as variações existentes e ajustando-se modelos do tipo ARIMA, Harmônico e mistos, a fim de obter previsões de preços.

Estas séries temporais são compostas por uma tendência linear de crescimento dos preços, variações cíclicas estacionais, caracterizadas por períodos de safra e entressafra dentro do ano, e plurianuais, com período em torno de 6 anos, resultante dos abates de matrizes em épocas de preços baixos, além de variações irregulares.

Aplicando-se o método de Box e Jenkins à série dos logarítmos dos preços da arroba do boi gordo, no período de janeiro de 1970 a dezembro de 1986, foi obtido como melhor modelo um SARIMA $(0, 1, 1)$ $(0, 1, 1)_{12}$. Entretanto, este não forneceu boas previsões, não conseguindo captar os ciclos de 6 anos.

O modelo harmônico, aplicado à mesma série e no mesmo período, conseguiu prever valores razoáveis, porém, as melhores previsões de preços foram obtidas ao se utilizar modelos mistos com $AR(2)$ e com $ARMA(1,1)$, ou seja, contendo componentes do modelo harmônico associados aos do ARIMA.

Todos estes modelos forneceram previsões mensais de preços da arroba do boi gordo para o ano de 1987, as quais foram comparadas, através do erro quadrático médio de previsão, aos preços do mercado físico. Preços obtidos em negociações no mercado a termo do boi gordo da Bolsa de Mercadorias de São Paulo também foram comparados aos preços do mercado físico, para a verificação do seu desempenho.

Os resultados mostraram ser o modelo misto com $AR(2)$ o que forneceu melhores previsões, vindo em seguida o modelo misto com $ARMA(1,1)$, as previsões do mercado a termo, o modelo harmônico e por último o $SARIMA(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$.

O modelo misto com $AR(2)$ foi ajustado à série de preços da arroba do boi gordo num período mais longo, prevendo preços para 1981 até 1987, ano a ano. Estas previsões de preços, assim como as fornecidas pelo mercado a termo, foram comparadas aos preços do mercado físico. Observou-se que no mercado a termo as previsões foram melhores em 5 dos 7 anos; em 1982 e 1983 as previsões do modelo misto com $AR(2)$ foram superiores.

Este resultado nos levou a concluir que as previsões de preços obtidas na Bolsa de Mercadorias de São Paulo são muito boas e refletem os preços do mercado físico.

As séries de preços do bezerro e boi magro, foi, também, ajustado o modelo com $AR(2)$, para obtenção de previsões para 1981 e 1987. Devido à semelhança entre essas séries, foram obtidas previsões de preços do bezerro através de uma regressão com base nos preços do boi magro.

BEEF CATTLE PRICE FORECASTING IN THE STATE OF SÃO PAULO

Ana Lúcia Kassouf

Adviser: Prof. Rodolfo Hoffmann

SUMMARY

Monthly real prices of calf, feeder cattle as well as of fat steer, from january, 1970 up to december, 1986, were analysed. ARIMA, Harmonic and mixed models were fitted, in order to make prices forecasts.

In general, time series can be decomposed in the following itens: a) linear trend, b) seasonal variations, c) a long term cycle (with about six years period, which reflects cows slaughtering when prices are low and fat steers retention in the upward phasis of the cycle) and d) random variations.

The Box and Jenkins processes were adjusted to the logarithm of fat steer prices, from january, 1970 to december, 1986. The SARIMA $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$ model was chosen as the best one. However, this model was not helpful in forecasting since it failed to capture long term cycles.

The harmonic model fitted to the same time series resulted in better estimates. However the best prices forecasts were obtained by using the mixed models with AR(2) and ARMA(1,1). Each one of these models is a combination of the harmonic and ARIMA models.

All of the models provided monthly forecast estimates for prices of fat steer in 1987. These were compared with the prices really practiced under market conditions through the mean square error of forecasting. Futures market prices at the São Paulo Board of Trade were also compared with the actual market prices, in order to verify their performance.

The results showed that the AR(2) mixed model provided the best forecasts, followed by ARMA(1,1) mixed model, the harmonic model and finally SARIMA(0,1,1) $\times$ (0,1,1)₁₂. The futures market prices performed between the ARMA(1,1) mixed model and harmonic model.

The AR(2) mixed model was fitted to a longer series of fat steer prices and was used to forecast prices from 1981 up to 1987, annually. These results and the futures market prices were compared with the actual market prices. Futures market predictions performed better in five out of the seven years considered. Better forecasts for 1982 and 1983 were obtained by AR(2) mixed model.

Such results led us to conclude that the price forecasts obtained from the São Paulo Board of Trade are satisfactory and reflect the actual market prices.

The AR(2) mixed model was also adjusted to the time series of calf and feeder cattle in order to obtain forecast estimates in 1981 and 1987. Due to the similarity between those time series, the price forecasts for calf were obtained through a regression of calf prices on feeder cattle prices.

1. INTRODUÇÃO

Os mercados de produtos agrícolas são, muitas vezes, competitivos, ou seja, existe um grande número de vendedores e de compradores com informações sobre o mercado, negociando mercadorias razoavelmente homogêneas (ver, por exemplo, Brandt, 1980). Também é frequente a situação em que um grande número de produtores agrícolas se defrontam com um número relativamente reduzido de compradores, especialmente quando o produto agrícola é a matéria prima de uma agro-indústria.

A pulverização da produção agropecuária faz com que os produtores do setor sejam, de maneira geral, passivos à formação dos preços, sujeitando-se ao preço estabelecido no mercado.

Por outro lado, é importante o caráter biológico da produção agrícola e sua dependência das condições climáticas, o que faz com que a produção planejada seja, em geral, bastante diferente da efetivamente obtida.

Essas circunstâncias determinam grande instabilidade nos preços agrícolas, em comparação com os preços de produtos e serviços não-agrícolas. Isso mostra a importância de se dispor de um método estatístico para prever, da melhor maneira possível, os preços futuros, que são elementos essenciais para tomar decisões na produção e na comercialização dos produtos.

O mercado de carne bovina nacional possui características peculiares, apresentando ciclos que se repetem com certa regularidade, com períodos de alta e baixa dos preços, o que torna as técnicas de previsão de grande importância na orientação dos agentes desse mercado.

A formação destes ciclos já foi descrita por vários autores, entre eles: Dias (1972), Mascolo (1980) e Garcia (1984). Os ciclos plurianuais decorrem basicamente das expectativas das cotações do boi gordo no futuro. Se a tendência do preço do boi gordo for declinante e o pecuarista projetá-la para o futuro, não haverá estímulo para a produção e retenção de matrizes. Os produtores, necessitando cobrir seus custos e estando os preços baixos, levarão um maior número de animais ao abate, incluindo as matrizes, o que acentuará a tendência de baixa nos preços pelo excesso de oferta. Contudo, esta matança indiscriminada de animais acarretará em algum tempo escassez de boi gordo, o que fará reverter a tendência, com alta nos preços. Havendo uma expectativa futura desta alta, a produção é estimulada e matrizes e bezerras serão retidos, reduzindo ainda mais a oferta de animais para abate, acentuando a tendência altista dos preços. Entretanto, futuramente

esta retenção de animais ocasionará excesso de oferta e consequente declínio nos preços, dando início a nova fase de queda nos preços, e assim sucessivamente.

Além desta variação cíclica plurianual, há também as variações estacionais dentro de um mesmo ano, que decorrem da sazonalidade da produção forrageira. No caso da criação extensiva de gado no Estado de São Paulo, na entrada do período das águas (setembro-outubro), a produção forrageira aumenta, fazendo com que os produtores retenham o gado para obter maior peso, reduzindo com isto a oferta. Ao contrário, na entrada do período seco (abril-maio) a oferta de boi aumenta, pois o gado é vendido para evitar perdas de peso e prejuízo na venda.

O mercado de carne bovina no Brasil, além de apresentar oscilações nos preços decorrentes de ciclos normais de produção, sofre constantes intervenções governamentais que acarretam grandes variações dentro da série histórica e dificultam a obtenção de previsões de preços, uma vez que a uniformidade do comportamento dos preços ao longo do tempo é drasticamente afetada.

O conhecimento do ciclo pecuário e das variações nos preços é de grande importância para os agentes do mercado bovino que trabalham com expectativas, como é o caso das negociações futuras de boi gordo e garrote realizadas no Mercado a Termo da Bolsa de Mercadorias de São Paulo. Nesse mercado, indivíduos com a posse física da mercadoria podem se assegurar contra oscilações de preços utilizando o mecanismo de "hedge", através da compra ou venda de contratos com datas de vencimento futuro, como descrevem Andrade (1985) e Tsunehiro (1983).

A ocorrência de um período de alta dos preços prejudica os consumidores, diminuindo seu poder de compra e conseqüentemente o consumo *per capita* de carne. Por outro lado, o período de baixa acarreta drásticas conseqüências à pecuária de corte brasileira e descapitaliza o setor. As políticas governamentais visando amenizar essas oscilações de preços poderiam ser mais efetivas se houvesse uma maneira de prever a evolução dos preços com uma precisão razoável.

2. OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é analisar as variações dos preços do bezerro, boi magro e da arroba do boi gordo no estado de São Paulo, levando em consideração a tendência, as variações cíclicas, estacionais e plurianuais e as irregularidades que podem ocorrer dentro de uma série temporal.

Serão comparados os modelos de Análise Harmônica e ARIMA de Box e Jenkins, ajustando-os às séries para obtenção de previsões de preços. Previamente será feita uma exposição sobre aspectos básicos da teoria relativa a estes modelos.

Para as três categorias, boi gordo, boi magro e bezerro, as previsões obtidas serão comparadas aos preços do mercado físico, para que se possa avaliar a capacidade preditiva do modelo utilizado.

Preços do boi gordo, estabelecidos em negociações no mercado a termo da Bolsa de Mercadorias de São Paulo, serão comparados aos obtidos através dos modelos estatísticos e também aos do mercado físico, visando estudar o desempenho deste mercado quanto à obtenção de boas previsões.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. Método de Análise Harmônica

GARCIA (1984) estudou as variações cíclicas e de tendência dos preços anuais (1950-1982), das principais categorias de gado comercializado no Pantanal Matogrossense, comparando-as com as variações de outras regiões pecuárias do país. A tendência mostrou-se linear, enquanto as oscilações em torno dessa tendência, estimadas pelo modelo harmônico, mostraram a existência de um ciclo pecuário de 8 anos para o boi magro no Pantanal Matogrossense e de 7 anos para o boi gordo no Estado de São Paulo.

Este autor utilizou um modelo harmônico contendo apenas dois componentes, com períodos de 7 e 8 anos, e através do Índice de Doran e Quilkey selecionou aquele que apresentava a maior porcentagem da variação explicada pela regressão.

Assim como GARCIA (1984), vários outros autores, citados a seguir, utilizaram a análise harmônica para o ajustamento de

modelos e estudos de ciclos, porém raramente esta técnica foi utilizada para previsão de preços, que é o intuito deste trabalho.

SILVEIRA JUNIOR (1979) utilizou modelos de Análise Harmônica para estudar o crescimento de bovinos da raça Ibagé e para fazer previsão do peso de abate, levando em consideração a variação estacional do peso do animal.

Através de regressão múltipla com função harmônica OKAWA (1985) analisou preços e quantidades comercializadas de sardinha no mercado atacadista de São Paulo. Os resultados obtidos permitiram considerar a análise harmônica um instrumento de grande utilidade no esclarecimento de fenômenos cíclicos do mercado de sardinha.

COELHO (1980) empregou a análise harmônica a dados de produção de citros, enquanto AMARAL (1968) utilizou-a em dados de precipitações pluviométricas e DUARTE (1974) no estudo de curva epidemiológica da ferrugem alaranjada do cafeeiro na Zona da Mata, MG.

3.2. Método de Box e Jenkins (Modelos ARIMA).

A técnica de Box e Jenkins é considerada recente, por muitos autores, em comparação aos modelos estatísticos tradicionais. Diante de tal fato, a bibliografia, no que se refere à aplicabilidade desta técnica em problemas práticos e de economia agrícola é escassa, principalmente no Brasil. Isto incentivou-nos a estudar o desempenho dos modelos ARIMA aplicando-os ao estudo das variações de preços da pecuária de corte no Estado de São Paulo.

A seguir estão relacionados alguns trabalhos sobre essa técnica.

SCHMITZ e WATTS (1970) utilizaram o modelo ARIMA e a técnica de alisamento exponencial para obter previsões da produção de trigo em quatro grandes países exportadores - Estados Unidos, Canadá, Austrália e Argentina - no período 1950-1966. O objetivo foi obter previsões mais precisas comparando as duas técnicas utilizadas. Para os Estados Unidos, o modelo ARIMA mostrou-se melhor enquanto que no Canadá, Austrália e Argentina o método de alisamento exponencial foi superior. Desta forma, os autores concluem que o método de previsão a ser escolhido depende das condições do problema e dos dados a serem utilizados, sendo portanto específico para cada caso. Além disso, salientam o fato de os modelos estruturais, isto é, aqueles que contêm variáveis econômicas de nada superarem, nas previsões, os modelos estatísticos que utilizam apenas a série temporal a ser projetada.

PINO (1980) aplica a técnica de Box e Jenkins às séries de preços e produção de leite e café no Estado de São Paulo, dando ênfase à análise de intervenção. Suas conclusões sugerem que os modelos ARIMA são bastante gerais e fornecem previsões precisas. As limitações estão na fase de identificação do modelo, que segundo o autor, exige experiência e perspicácia do pesquisador, além da necessidade do uso de computadores, podendo ocorrer limitações por detalhes de programação.

BRANDT e BESSLER (1981) analisaram três diferentes métodos individuais de previsão: econométrico, ARIMA e opinião de especialistas, além de métodos combinados, para uma série de preços de

suínos nos Estados Unidos, no período 1976-1980. Os resultados mostraram ser o modelo ARIMA o melhor método individual para previsão; porém, métodos combinados superaram o modelo ARIMA.

LEUTHOLD *et alii*, citados por BRANDT e BESSLER (1981), compararam modelos econométricos aos modelos ARIMA, para obtenção de previsões de preços em uma série temporal de preços diários de suínos, concluindo que o modelo econométrico apresentou-se um pouco melhor com relação ao modelo ARIMA.

JUST e RAUSSER (1981) examinaram a performance de vários modelos econométricos utilizados por firmas americanas para previsão de preços de milho, trigo, farelo de soja, óleo de soja, soja, algodão, boi em pê e suínos, no período 1976-1978, utilizando preços do mercado futuro como padrão de comparação. Os resultados sugerem que os preços do mercado futuro são preferíveis para o farelo de soja e o óleo de soja, enquanto que algumas previsões econométricas são preferíveis para boi gordo e suínos, mostrando-se inconclusivos os resultados para os demais produtos.

Diversos métodos para previsão de séries temporais foram comparados por GONÇALVES (1983), entre eles: de Suavização, "Naive", Auto Regressivos e Box e Jenkins. Esses modelos foram utilizados na análise de dados climatológicos, especificamente, a série de precipitações pluviais mensais no Município de Pindorama, SP, de janeiro de 1950 a abril de 1981. Os resultados permitiram concluir que o modelo ARIMA de Box e Jenkins foi o que mostrou melhor desempenho.

MASCOLO e SOUZA (1983) aplicaram a técnica de Box e Jenkins à série de preços mensais, reais da arroba do boi gordo recebidos pelos pecuaristas do Estado de São Paulo, no período de janeiro de 1975 a dezembro de 1982, selecionando os modelos: SARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1)₁₂ e SARIMA (0, 1, 0) (0, 1, 1)₁₂.

3.3. Outros Métodos

DIAS (1972) e MASCOLO (1980) analisaram a pecuária de corte no Brasil, adaptando um modelo de programação linear dinâmica desenvolvido por José L. Carvalho na Universidade de Chicago. Estes estudos seguem uma outra linha em relação à utilizada no presente trabalho, uma vez que utilizaram da análise estrutural, ou seja, diversos índices econômicos são avaliados, assim como decisões que o pecuarista pode tomar em relação ao seu rebanho (por exemplo, o número de bois, novilhas e matrizes a vender para abate e número de novilhas incorporadas ao estoque reprodutor) são levadas em conta. Os autores reconhecem como grande problema no desenvolvimento da pesquisa a dificuldade na obtenção de dados, necessitando impor inúmeras restrições e estabelecer com certo grau de arbitrariedade, alguns coeficientes.

Nesta mesma análise, MASCOLO (1980) subdividiu em três fases distintas a estrutura de mercado da pecuária de corte no Brasil, sendo elas: produção, processamento e distribuição. Considerou, dentro da produção, as fases de cria, recria e engorda como sendo caracterizadas por um sistema competitivo de mercado, juntamente com a fase de

distribuição, realizada por açougues e supermercados. Já na etapa de processamento, representada pelos frigoríficos, foi constatada a existência de um sistema oligopsonista com relação aos produtores e oligopolista em relação aos varejistas.

4. MATERIAL E MÉTODOS

4.1. Os Dados Utilizados

As séries de preços mensais do bezerro, do boi magro e da arroba do boi gordo foram obtidas do Instituto de Economia Agrícola - IEA e representam valores nominais médios recebidos pelos pecuaristas, ponderados para várias regiões de produção do Estado de São Paulo, no período de janeiro de 1970 a agosto de 1987. De março a dezembro de 1986, entretanto, devido ao congelamento de preços decretado pelo governo e a cobrança de âgios, os preços fornecidos pelo IEA apresentaram-se defasados em relação aos preços realmente realizados no mercado. Optou-se, então, pela utilização, neste período, de dados obtidos de levantamentos diários realizados pelo CEPEA/FEALQ (Fundação de Estudos Agrários "Luiz de Queiroz").

Os preços nominais mensais foram deflacionados pelo Índice Geral de Preços - Disponibilidade Interna, da Fundação Getúlio Vargas, com base em março de 1986. Todo o estudo foi realizado com as séries de preços reais mensais do bezerro, do boi magro e da arroba do boi gordo.

Os preços do Mercado a Termo foram fornecidos pela Bolsa de Mercadorias de São Paulo, onde as cotações, no caso do boi gordo, são feitas somente nos meses pares do ano. Foram utilizados os preços médios estabelecidos em dezembro do ano anterior ao da previsão, cujas cotações referem-se aos meses de fevereiro, abril, junho, agosto, outubro e dezembro do ano seguinte. Esses preços também foram deflacionados da forma descrita anteriormente.

Para a realização dos cálculos, foram experimentados os seguintes programas para microcomputadores da linha PC/XT: Statistical Graphics System (STATGRAPHICS), The System for Statistics (SYSTAT) e Regression Analysis for Time Series (RATS).

Através da comparação dos resultados de exemplos, extraídos do livro de Box e Jenkins (1976), concluiu-se que, para a utilização dos modelos SARIMA, o melhor em termos de precisão, facilidade e rapidez foi o STATGRAPHICS, que foi, então, utilizado para ajustar esse tipo de modelo. O programa RATS trouxe problemas no uso dos componentes sazonais e no processo de convergência. Entretanto, os modelos harmônicos e mistos foram obtidos através do RATS pois somente ele apresentou a possibilidade de incluir variáveis externas ao modelo ARIMA.

4.2. Séries Temporais

As séries temporais, segundo GREENBERG e WEBSTER (1983), possuem certas peculiaridades que levaram à criação de métodos especiais para sua análise. São elas:

- importância da ordenação temporal dos valores da série;
- valores de variáveis num determinado tempo serem dependentes de valores de variáveis num tempo anterior, isto é, presença de alta correlação entre "lags", devido a componentes sazonais;
- uma série temporal de comprimento t não corresponder a t diferentes observações de uma variável aleatória, mas sim, a uma única observação ou realização parcial de um processo estocástico.

Conceitualmente uma série temporal Z_t com $t=1,2,\dots,n$, pode ser dividida em quatro componentes: tendência, variação estacional, variação cíclica e variação aleatória.

Considerando um modelo multiplicativo obtemos:

$$Z_t = T_t \cdot E_t \cdot C_t \cdot a_t$$

ou

$$\log Z_t = \log T_t + \log E_t + \log C_t + \log a_t$$

onde, a tendência (T_t) retrata o comportamento da série em um longo período de tempo, podendo ser: crescente, decrescente ou constante. A variação estacional ou sazonal (E_t) mostra as flutuações ocorridas dentro de um ano, em função, basicamente, dos períodos de safra e entressafra da produção agropecuária. A variação cíclica plurianual (C_t) exhibe movimentos com períodos variáveis e maiores que um ano e as variações aleatórias (a_t) mostram as oscilações irregulares causadas por fenômenos climáticos excepcionais, intervenções governamentais, etc,

4.3. Análise Harmônica

A análise harmônica tem sua origem no estudo dos fenômenos ondulatórios da física. O exemplo básico é o movimento harmônico simples.

A Figura 4.1. abaixo representa uma onda senoidal, cuja equação é:

$$Y_t = A \cos (\omega t - \xi_0) \quad (4.1)$$

Figura 4.1. Onda senoidal

onde:

A = semi-amplitude da onda;

$-\xi_0$ = fase inicial

ω = velocidade angular ou pulsação

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f \quad (T = \text{período}; f = \text{frequência});$$

t = tempo.

A Figura 4.2. ilustra a relação entre o ângulo $\omega t - \xi_0$ e o valor de Y_t .

Figura 4.2. Representação do MHS no círculo trigonométrico

Lembrando que o $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$, a equação (4.1) pode ser escrita como:

$$Y_t = A (\cos \omega t \cos \xi_0 + \sin \omega t \sin \xi_0) \quad (4.2)$$

Podemos escrever:

$$A \cos \xi_0 = a \quad (4.3)$$

$$A \sin \xi_0 = b \quad (4.4)$$

Substituindo-se (4.3) e (4.4) na equação (4.2), obtemos:

$$Y_t = a \cos \omega t + b \sin \omega t$$

ou ainda,

$$Y_t = a \cos \frac{2\pi}{T} t + b \sin \frac{2\pi}{T} t$$

Elevando ao quadrado e somando as equações (4.3) e (4.4) resulta:

$$\begin{aligned}
 A^2 \cos^2 \xi_0 + A^2 \sin^2 \xi_0 &= a^2 + b^2 \\
 A^2 (\cos^2 \xi_0 + \sin^2 \xi_0) &= a^2 + b^2 \\
 A &= \sqrt{a^2 + b^2} \quad (4.5)
 \end{aligned}$$

Dividindo (4.4) por (4.3) encontramos:

$$\operatorname{tg} \xi_0 = \frac{b}{a} \therefore \xi_0 = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{b}{a} \quad (4.6)$$

Conhecidos os valores de a e b , a relação (4.6) permite determinar ξ_0 , levando-se em consideração os sinais de $\underline{a}$ e $\underline{b}$.

É claro que, em geral, as variações cíclicas de uma série temporal com período T não terão a forma de uma senóide e, conseqüentemente, não serão bem representadas por apenas um componente harmônico com período T . Para obter uma função cíclica com forma mais flexível são incluídos no modelo os componentes harmônicos com períodos iguais a vários submúltiplos de T .

Então, dados os valores da série Z_t , tem-se:

$$Z_t = \alpha + \sum_{i=1}^{T/2} Y_{it}$$

ou

$$Z_t = \alpha + \sum_{i=1}^{T/2} A_i \cos(\omega i t - \xi_{0i})$$

ou

$$Z_t = \alpha + \sum_{i=1}^{T/2} A_i \cos\left[\left(2\pi i t/T\right) - \xi_{0i}\right]$$

ou

$$Z_t = \alpha + \sum_{i=1}^{T/2-1} (a_i \cos \omega i t + b_i \sin \omega i t) + a_{T/2} \cos(\omega t T/2)$$

Note-se que o termo $\sin(\omega t T/2)$ não aparece nesta última expressão porque, como $\omega = 2\pi/T$, seu valor será sempre zero.

Neste trabalho, além do componente cíclico explicado pelo modelo harmônico, é necessário também representarmos a tendência, que será dada por um polinômio:

$$Z_t = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \dots + c_m t^m,$$

onde:

Z_t = preço no mês t

t = tempo

c_j = parâmetros da regressão

m = grau do polinômio.

Desta forma, o modelo a ser estudado será composto pela tendência, mais a combinação linear de harmônicos, da seguinte forma:

$$Z_t = c_0 + c_1 t + \dots + c_m t^m + \sum_{i=1}^{T/2-1} [a_i \cos(2\pi i t/T) + b_i \sin(2\pi i t/T)] + a_{T/2} \cos \pi t$$

Esse modelo é uma regressão múltipla de Z_t contra $t, t^2, \dots, t^m, \cos(2\pi i t/T)$ e $\sin(2\pi i t/T)$. Os parâmetros podem, então, ser estimados pelo método de mínimos quadrados da maneira usual.

Vale ressaltar que na prática não é preciso incluir todos os $T/2$ componentes harmônicos.

As variações estacionais também podem ser estimadas através de um modelo de regressão linear múltipla com 11 variáveis binárias S_{it} (com $i = 1, \dots, 11$), de maneira que $S_{it} = 1$ para o mês de ordem $i + 1$ e $S_{it} = 0$ para os demais meses. O modelo fica

$$Z_t = \alpha + \sum_{i=1}^{11} \beta_i S_{it},$$

onde α representa o valor da variável em janeiro. Note que esse modelo tem 12 parâmetros e que o modelo harmônico com todos os submúltiplos possíveis do período de 12 meses também tem 12 parâmetros (μ , 5 coeficientes de termos com seno e 6 coeficientes de termos com co-seno). Na realidade o uso de variáveis binárias e o modelo harmônico são equivalentes, isto é, "explicam" a mesma parcela das variações de Z_t . Os parâmetros do modelo com variáveis binárias são de interpretação mais simples, mostrando diretamente a variação estacional dos preços.

Maiores detalhes sobre a Análise Harmônica podem ser obtidos em Doran e Quilkey, 1972; Morettin, 1979 e Chatfield, 1984.

4.4. Método de Box e Jenkins (Modelos ARIMA)

Para facilitar a explanação dessa metodologia, inicialmente serão analisados os modelos auto-regressivos (AR) e de médias móveis (MA). Posteriormente serão apresentados os modelos ARMA e ARIMA (modelos auto-regressivos, integrados, de médias móveis).

Preliminarmente são definidos alguns operadores que facilitam a manipulação desses modelos.

Considere a série temporal Z_t , $t = 1, \dots, n$.

Utilizando o operador (B) de translação para o passado (Backward), podemos escrever

$$BZ_t = Z_{t-1}$$

e, em geral,

$$B^m Z_t = Z_{t-m}.$$

Analogamente, utilizando o operador (F) de translação para o futuro (Forward), temos

$$F^m Z_t = Z_{t+m}$$

O operador diferença (Δ) e o operador soma (S) são caracterizados pelas expressões a seguir:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1-B) Z_t$$

$$\Delta^d Z_t = (1-B)^d Z_t$$

$$SZ_t = (1+B+B^2+\dots) Z_t = (1-B)^{-1} Z_t.$$

Se a variável Z_t é formada por um processo auto-regressivo de ordem p, indicado por AR (p), temos

$$\bar{Z}_t = \phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \phi_2 \bar{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + a_t \quad (4.7)$$

onde, sendo μ a média da série,

$$\bar{Z}_t = Z_t - \mu$$

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ são parâmetros

e

a_t é o erro aleatório com $E(a_t) = 0$, $V(a_t) = \sigma_a^2$ e

$E(a_t a_{t+h}) = 0$ para $h \neq 0$. Um elemento aleatório com essas características é denominado ruído branco.

A expressão (4.7) pode ser escrita:

$$\phi(B) \bar{Z}_t = a_t,$$

onde

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

Consideremos o caso particular de um AR (1), ou seja:

$$\bar{Z}_t = \phi_1 \bar{Z}_{t-1} + a_t$$

ou

$$(1 - \phi_1 B) \bar{Z}_t = a_t$$

ou, ainda,

$$\bar{Z}_t = (1 - \phi_1 B)^{-1} a_t = (1 + \phi_1 B + \phi_1^2 B^2 + \dots) a_t = a_t + \phi_1 a_{t-1} + \phi_1^2 a_{t-2} + \dots$$

Uma vez que a_t é um ruído branco, segue-se que

$$V(\bar{Z}_t) = (1 + \phi_1^2 + \phi_1^4 + \dots) \sigma_a^2$$

Essa expressão mostra que a variância de $\bar{Z}_t$ só é finita se $|\phi_1| < 1$. Dizemos, então, que o processo auto-regressivo é estacionário. Verifica-se, então, que o AR(1) só é estacionário quando $|\phi_1| < 1$. Considerando $\phi(B) = 1 - \phi_1 B$ como um polinômio em B, nota-se que a raiz da equação $\phi(B) = 0$ é $1/\phi_1$. Se $|\phi_1| < 1$, essa raiz será, em módulo, maior que 1. Portanto, um AR(1) é estacionário somente se a raiz de $\phi(B) = 0$ for, em módulo, maior que 1. Pode-se demonstrar que um AR(p) é estacionário somente se todas as p raízes de $\phi(B) = 0$ tiverem módulos maiores que 1.

Consideremos em seguida, uma variável Z_t gerada por um processo de médias móveis de ordem q , indicado por $MA(q)$. Nesse caso:

$$\tilde{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q},$$

onde

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ são parâmetros.

Fazendo

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q,$$

o modelo fica

$$\tilde{Z}_t = \theta(B) a_t$$

No caso particular do $MA(1)$ temos

$$\tilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B) a_t$$

segue-se que

$$a_t = (1 - \theta_1 B)^{-1} \tilde{Z}_t$$

ou

$$a_t = (1 + \theta_1 B + \theta_1^2 B^2 + \dots) \tilde{Z}_t$$

Os coeficientes $1, \theta_1, \theta_1^2, \dots$ dessa expressão formam uma sequência convergente somente se $|\theta_1| < 1$. Nesse caso dizemos que o $MA(1)$ é invertível, e ele é equivalente a um processo auto-regressivo de ordem infinita.

Considerando $\theta(B) = 1 - \theta_1 B$ como um polinômio em B , verifica-se que a raiz de $\theta(B) = 0$ é $1/\theta_1$. Se $|\theta_1| < 1$ essa raiz será,

em módulo, maior que 1. Portanto, um processo MA(1) é invertível se a raiz de $\theta(B) = 0$ tiver módulo maior que 1. Em geral, pode-se demonstrar que um MA(q) é invertível se todas as q raízes de $\theta(B) = 0$ tiverem módulo maior que 1.

Combinando-se os dois processos, AR e MA, obtêm-se um modelo auto-regressivo de média móvel ARMA (p, q), onde os valores correntes da série temporal dependem dos valores passados da série e dos erros correntes e passados.

$$\bar{Z}_t = \phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \dots + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Na forma compacta, temos:

$$\phi(B) \bar{Z}_t = \theta(B) a_t$$

Os modelos apresentados até aqui exigem estacionaridade das séries temporais, isto é, a série se desenvolve no tempo aleatoriamente em torno de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável. Quando nos deparamos com séries não estacionárias, porém homogêneas, ou seja, sem apresentar comportamento explosivo, podemos obter uma série estacionária através de diferenças entre valores consecutivos, isto é, calculando-se $w_t = \Delta^d Z_t$. Diante da nova série w_t , o modelo ARMA visto anteriormente poderá ser ajustado aos dados, ou seja, temos

$$\phi(B) w_t = \theta(B) a_t$$

Uma vez que $w_t = \Delta^d Z_t = (1-B)^d Z_t$, obtemos

$$\phi(B) \Delta^d Z_t = \theta(B) a_t$$

que é a representação geral de um modelo auto-regressivo, integrado, de médias móveis, indicado por ARIMA (p, d, q).

Quando uma série temporal apresenta autocorrelação nos resíduos, ou correlação significativa em "lags" de baixa ordem, o ajustamento é feito através do modelo ARIMA. Porém, quando se observa correlações entre "lags" múltiplos de um determinado período s , devemos ajustar aos dados um modelo ARIMA sazonal (SARIMA).

Considerando um comportamento sazonal com período igual a s , podemos escrever o modelo SARIMA (p, d, q) x (P, D, Q) $_s$ como:

$$\phi(B) \phi(B^s)(1-B^s)^D(1-B)^d Z_t = \theta(B) \theta(B^s) a_t,$$

onde

$$\phi(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_P B^{Ps}$$

é o operador auto-regressivo sazonal de ordem P, estacionário;

$$\theta(B^s) = 1 - \theta_1 B^s - \dots - \theta_Q B^{Qs}$$

é o operador de médias móveis sazonal de ordem Q, invertível, e

$(1-B^s)^D = \Delta^D$ é o operador diferença sazonal, onde D representa o número de "diferenças sazonais".

Após a apresentação dos diferentes modelos, vamos descrever a metodologia para o seu ajustamento a uma série temporal.

Inicialmente, o modelo deverá ser identificado. Esta fase é considerada crítica, segundo MORETTIN e TOLLOI (1985), pois vários pesquisadores podem identificar modelos diferentes para a mesma série temporal.

O procedimento baseia-se na análise das estimativas das autocorrelações e autocorrelações parciais.

4.4.1. Autocorrelação

A autocovariância de "lag" k , definida como a covariância entre Z_t e Z_{t+k} , é dada por:

$$\gamma_k = \text{cov}[Z_t, Z_{t+k}] = E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]$$

É claro que $\gamma_0 = \sigma_Z^2$

A autocorrelação de "lag" k é

$$\rho_k = \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(Z_t - \mu)^2]E[(Z_{t+k} - \mu)^2]}} = \frac{E[(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu)]}{\sigma_Z^2},$$

já que para um processo estacionário a variância $\sigma_Z^2 = \gamma_0$ é a mesma no tempo $t + k$ e no tempo t .

Então a autocorrelação de "lag" k é:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

É claro que, com $k = 0$, temos $\rho_0 = 1$.

Para obtermos a função de autocovariância, basta colocar em gráfico os valores de γ_k em função dos "lags" k . Da mesma forma, para obter a função de autocorrelação, basta colocar os valores de ρ_k em função dos "lags" k , como exemplificado na figura 4.3. a seguir.

Figura 4.3. Exemplo de função de autocorrelação extraída de Box e Jenkins (1976)

Nota-se que o gráfico é simétrico. Portanto podemos considerar apenas valores a partir do "lag" 0. A representação gráfica da função de autocorrelação é denominada correlograma.

Na prática, evidentemente, não conhecemos os verdadeiros valores das autocorrelações, e utilizamos as respectivas estimativas.

As estimativas das autocovariâncias (γ_k) são dadas por:

$$\hat{\gamma}_k = c_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \text{ para } k = 0, 1, \dots$$

e as estimativas das autocorrelações (ρ_k) por:

$$\hat{\rho}_k = r_k = \frac{c_k}{c_0}$$

A função de autocorrelação é importante para verificar se uma série é estacionária. Se a série é estacionária, a função de autocorrelação aproxima-se rapidamente de zero. Se isso não ocorrer, devem ser calculadas as diferenças de valores consecutivos da série, sucessivamente, até obter estacionaridade.

As funções de autocorrelação dos processos $AR(p)$, $MA(q)$ e $ARMA(p, q)$ possuem determinadas características de grande importância na identificação do modelo. Elas estão descritas a seguir e na Figura 4.4 são apresentados os casos mais simples.

a) para um processo $AR(p)$ a função de autocorrelação decai de acordo com exponenciais e/ou senóides amortecidas, sendo infinita em extensão;

Figura 4.4. Exemplos de autocorrelações (r_k) e autocorrelações parciais amostrais ($\hat{\phi}_{kk}$) para modelos $AR(1)$, $MA(1)$ e $ARMA(1,1)$. Extraído de MORETTIN e TOLOI (1985).

b) para um processo MA(q) a função de autocorrelação é finita, no sentido de que após o "lag" q todas as autocorrelações são iguais a zero;

c) para um processo ARMA (p,q) a função de autocorrelação é infinita em extensão, e decai de acordo com exponenciais e/ou senóides amortecidas após o "lag" q-p.

Para caracterizar a função de autocorrelação será necessário testar se os valores de ρ_k são zero além de um certo "lag". Para efetuar esse teste, dado por BARTLETT (ver Box e Jenkins, 1976), obtêm-se inicialmente a estimativa do desvio padrão da autocorrelação estimada (r_k), que é aproximadamente dado por

$$\hat{\sigma}(r_k) = \sqrt{\frac{1}{N} (1 + 2 \sum_{v=1}^q r_v^2)}, \quad k > q, \text{ onde } k = \text{"lag"}$$

Esta fórmula para $k = 1$ resume-se em $\hat{\sigma}(r_k) = \sqrt{\frac{1}{N}}$, pois considera-se uma série totalmente aleatória, em que todas as autocorrelações r_v são iguais a zero. Já para $k = 2$, testaremos a hipótese $\rho_2 = 0$, atribuindo um valor diferente de zero a r_1 e zero aos demais r . Para $k = 3$ os valores de r_1 e r_2 serão diferentes de zero e os demais iguais a zero, etc.

Na prática podemos considerar ρ_k como sendo significativamente diferente de zero se $|r_k| > 2 \cdot \hat{\sigma}(r_k)$, $k > q$.

Visando facilitar o processo de identificação, Box e Jenkins (1976) propõem a utilização da função de autocorrelação parcial.

4.4.2. Autocorrelação parcial

Consideremos um modelo AR de ordem p , ou seja:

$$\tilde{Z}_t = \phi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t$$

Multiplicando por $\tilde{Z}_{t-k}$ e aplicando esperança, obtemos:

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} \quad k > 0 \quad (4.8)$$

pois

$$E[\tilde{Z}_{t-k} a_t] = 0 \text{ quando } k > 0$$

Dividindo (4.8) por γ_0 , teremos:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad k > 0 \quad (4.9)$$

Indicando por ϕ_{kj} o j -ésimo coeficiente de um processo AR (k), então ϕ_{kk} será o último coeficiente. De acordo com (4.9) podemos escrever:

$$\rho_j = \phi_{k1} \rho_{j-1} + \phi_{k2} \rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk} \rho_{j-k} \quad j = 1, 2, \dots, k$$

Estas k equações para $j = 1$ até k , denominadas equações de YULE-WALKER podem ser escritas na seguinte forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_k \end{bmatrix}$$

Resolvendo sucessivamente estas equações para $k = 1, 2, 3, \dots$, além de outros coeficientes, obteremos ϕ_{kk} , que são as autocorrelações parciais.

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_3 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}, \text{ etc}$$

Demonstra-se que ϕ_{kk} é a autocorrelação parcial entre as variáveis Z_t e Z_{t-k} , dadas as variáveis intermediárias $Z_{t-1}, \dots, Z_{t-k+1}$.

Para se obter a estimativa da autocorrelação parcial $\hat{\phi}_{kk}$, basta substituir ρ_k pelas suas estimativas r_k .

Para a identificação do modelo através da função de autocorrelação parcial, devemos observar as seguintes características descritas abaixo e ilustradas na Figura 4.4.

a) um processo AR(p) tem função de autocorrelação parcial $\phi_{kk} \neq 0$ para $k \leq p$ e $\phi_{kk} = 0$, para $k > p$;

b) um processo MA(q) tem função de autocorrelação parcial que se comporta de maneira similar à função de autocorrelação de um processo AR(p), ou seja, é dominada por exponenciais e/ou senóides amortecidas;

c) um processo ARMA (p,q) tem função de autocorrelação parcial que se comporta como a função de autocorrelação parcial de um processo MA puro.

QUENOUILLE, citado em Box e Jenkins (1976), mostra que para um processo AR(p) as estimativas das autocorrelações parciais de ordem $p+1, p+2, \dots$, são aproximadamente independentemente distribuídas e a estimativa do respectivo desvio padrão é dada por:

$$\hat{\sigma}[\hat{\phi}_{kk}] = \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad k > p$$

Evidentemente, isso pode ser usado para testar a significância das estimativas das autocorrelações parciais. Da mesma forma que para as autocorrelações, consideramos $\phi_{kk} \neq 0$ se $|\hat{\phi}_{kk}| > 2 \cdot \hat{\sigma}[\hat{\phi}_{kk}]$ para $k > p$.

Após a identificação do modelo, o próximo passo consiste em se estimar os parâmetros. Este procedimento abrange duas partes: cálculo das estimativas iniciais e cálculo das estimativas finais do modelo especificado.

Pelo fato dos métodos de estimação dos parâmetros serem complexos, envolvendo a resolução de sistemas de equações não-lineares por processos iterativos, eles não serão apresentados neste estudo. Para maiores informações ver Box e Jenkins (1976).

Tendo sido identificado o modelo e estimados os seus parâmetros, resta sabermos se ele é realmente apropriado para a série analisada. Para isto, serão apresentados alguns testes que auxiliarão a checagem e obtenção do melhor modelo.

4.4.3. Testes para verificar se o modelo é apropriado

4.4.3.1. Teste do Superajustamento

Consiste em se ajustar modelos com parâmetros adicionais, testando a significância destes parâmetros incluídos e verificando se há redução significativa na variância residual.

Este método é útil quando sabemos "a priori" em que direção pode estar ocorrendo a inadequação do modelo.

4.4.3.2. Teste de autocorrelação residual

Suponha um modelo

$$\phi(B) w_t = \theta(B) a_t$$

onde

$$w_t = \Delta^d Z_t$$

Tendo sido estimados os parâmetros ϕ e θ , podemos escrever:

$$\hat{a}_t = \hat{\theta}^{-1}(B) \hat{\phi}(B) w_t$$

onde

$\hat{a}_t$ são os resíduos estimados.

Supondo que a forma do modelo utilizado é correta e os verdadeiros valores de ϕ e θ são conhecidos, então, para valores de k pequenos em comparação com n , e n grande, as estimativas das autocorrelações $r_k(a)$ dos a_t são não-correlacionadas e com distribuição aproximadamente normal com média zero e desvio padrão $1/\sqrt{n}$. Poderemos, então, utilizar este fato para testar aproximadamente se as autocorrelações são significativamente diferentes de zero.

Na prática os valores dos parâmetros são todos estimativas e o teste consiste em comparar $r_k(\hat{a})$ com os limites $\pm 2/\sqrt{n}$.

Em certos casos foi demonstrado que, para valores de k pequenos ($k = 1$ ou 2) o desvio padrão de $r_k(\hat{a})$ é substancialmente menor do que $1/\sqrt{n}$. Nesses casos os limites $\pm 2/\sqrt{n}$ levam a subestimar a significância dos valores de $r_k(\hat{a})$ (ver Box e Jenkins, 1976, p.290-291).

Os valores $r_k(\hat{a})$ são obtidos pela seguinte fórmula:

$$r_k(\bar{a}) = \frac{\sum_{t=k+1}^n \bar{a}_t \bar{a}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \bar{a}_t^2}$$

4.3.3.3. Teste de Box-Pierce (Q)

O teste de Box-Pierce é baseado nas primeiras K autocorrelações dos $\bar{a}_t$, isto é, nos valores de $r_k(\bar{a})$ para $(k=1,2,\dots,K)$. Para um processo ARIMA (p,d,q) , demonstra-se que, se o modelo ajustado é apropriado, então $Q = n \sum_{k=1}^K r_k^2(\bar{a})$ tem distribuição de qui-quadrado (χ^2) com $(K-p-q)$ graus de liberdade.

Na prática podemos utilizar as primeiras 20 ou 25 autocorrelações, considerando o modelo como bem ajustado para valores de $Q < \chi^2(K-p-q)$.

4.4.3.4. Teste de correlação cruzada

Esse teste baseia-se na correlação cruzada entre valores passados da série e o valor presente do resíduo. Um modelo adequado terá a_t e Z_{t-k} independentes para $k \geq 1$ e portanto a $\text{cov}\{a_t, Z_{t-k}\} = 0$ para $k \geq 1$. Torna-se necessário, portanto, examinarmos a função de correlação cruzada ($\bar{s}_k$), para valores estimados do resíduo $\bar{a}_t$:

$$\bar{s}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \bar{a}_t (Z_{t-k} - \bar{Z})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n \bar{a}_t^2 \sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2}} \quad k = 1, 2, \dots$$

Considera-se que $\hat{s}_k$ é significativamente diferente de zero se $|\hat{s}_k| > 2/\sqrt{n}$.

Analisando as autocorrelações $r_k(\hat{a})$, teremos idéia sobre novos termos de média móvel que deverão ser incluídos no modelo. Por exemplo, se $|r_6(\hat{a})| > 2/\sqrt{n}$, um termo $\theta_6 a_{t-6}$ deverá ser incluído no modelo.

Se $|\hat{s}_k| > 2/\sqrt{n}$, isso indica que novos termos auto-regressivos devem ser incluídos no modelo.

Procederemos tentativamente desta forma, até que nenhum dos $\hat{s}_k$ e $r_k(\hat{a})$ se apresente mais significativo.

A próxima etapa consiste na apresentação do modelo de previsão dos valores futuros da série, que é a principal finalidade da construção de modelos ARIMA.

4.4.4. Formas do Modelo ARIMA

Inicialmente são apresentadas as 3 formas alternativas do Modelo ARIMA, que serão utilizadas posteriormente.

I. Expressão de Z_t em função de valores prévios da série e de valores prévios e correntes de a_t .

Vimos que o modelo ARIMA (p,d,q) pode ser indicado por

$$\phi(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)a_t$$

Temos

$$\phi(B)(1-B)^d = 1 - \xi_1 B - \xi_2 B^2 - \dots - \xi_{p+d} B^{p+d} = \xi(B)$$

Então o modelo ARIMA pode ser escrito como

$$\xi(B)Z_t = \theta(B)a_t \quad (4.10)$$

ou

$$Z_t = \xi_1 Z_{t-1} + \dots + \xi_{p+d} Z_{t-p-d} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (4.11)$$

Essa expressão mostra Z_t como função de valores anteriores da série, do valor de a_t e de valores anteriores do ruído branco. É uma forma útil para calcular previsões.

No caso particular do ARIMA (1,1,1) temos:

$$(1-\phi_1 B)(1-B)Z_t = (1-\theta_1 B)a_t$$

$$[1-(1+\phi_1)B+\phi_1 B^2]Z_t = (1-\theta_1 B)a_t$$

$$Z_t = (1+\phi_1) Z_{t-1} - \phi_1 Z_{t-2} + a_t - \theta_1 a_{t-1}$$

Comparando essa expressão com (4.11), verifica-se que

$$\xi_1 = 1 + \phi_1$$

$$\xi_2 = -\phi_1$$

II. Expressão de Z_t em função dos valores atual e prévios de a_t

$$Z_t = a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \dots$$

ou

$$Z_t = a_t + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j a_{t-j}$$

ou ainda

$$Z_t = \psi(B) a_t \quad (4.12)$$

onde

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots$$

Multiplicando ambos os lados de (4.12) por $\xi(B)$, obtemos:

$$\xi(B) Z_t = \xi(B) \psi(B) a_t \quad (4.13)$$

Comparando (4.10) e (4.13) verifica-se que

$$\xi(B) \psi(B) = \theta(B) \quad (4.14)$$

ou

$$(1 - \xi_1 B - \dots - \xi_{p+d} B^{p+d})(1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)$$

Os pesos ψ_j podem ser obtidos identificando-se os coeficientes de $B, B^2, \dots$. Desta maneira obtemos

$$\psi_1 = \xi_1 - \theta_1$$

$$\psi_2 = \xi_1 \psi_1 + \xi_2 - \theta_2$$

$\vdots$

$$\psi_j = \xi_1 \psi_{j-1} + \dots + \xi_{p+d} \psi_{j-p-d} - \theta_j$$

onde

$$\psi_0 = 1 \text{ e } \psi_j = 0 \quad \text{para } j < 0$$

e

$$\theta_j = 0 \quad \text{para } j > q.$$

III. Expressão de Z_t em função de valores prévios de Z_t e do valor atual de a_t .

De (4.12), admitindo a invertibilidade do modelo, obtemos:

$$\psi^{-1}(B) Z_t = a_t$$

ou

$$\pi(B) Z_t = (1 - \sum \pi_j B^j) Z_t = a_t \quad (4.15)$$

Portanto, o modelo será:

$$Z_t = \pi_1 Z_{t-1} + \pi_2 Z_{t-2} + \dots + a_t$$

De (4.15) segue-se que

$$a_t = \pi(B) Z_t.$$

Substituindo esse resultado em (4.10), obtemos:

$$\xi(B) Z_t = \theta(B) \pi(B) Z_t$$

$$\xi(B) = \theta(B) \pi(B)$$

$$(1 - \xi_1 B - \dots - \xi_{p+d} B^{p+d}) = (1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)(1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots)$$

4.4.5. Métodos de Previsão

Supondo conhecidos os valores $\dots, Z_{t-2}, Z_{t-1}, Z_t$ até o instante t , denominado origem das previsões, nosso objetivo é prever valores Z_{t+l} com $l \geq 1$.

Rescrevendo as 3 formas do modelo ARIMA vistas anteriormente com $t + l$ ao invés de t , temos:

I. Equação de diferenças

$$Z_{t+l} = \xi_1 Z_{t+l-1} + \dots + \xi_{p+d} Z_{t+l-p-d} - \theta_1 a_{t+l-1} - \dots - \theta_q a_{t+l-q} + a_{t+l} \quad (4.16)$$

II. Choques aleatórios

$$Z_{t+l} = \sum_{j=-\infty}^{t+l} \psi_{t+l-j} a_j = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+l-j}, \text{ com } \psi_0 = 1 \quad (4.17)$$

III. Forma invertida

$$Z_{t+l} = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j Z_{t+l-j} + a_{t+l} \quad (4.18)$$

A previsão de origem t e horizonte l , isto é, a previsão de Z_{t+l} , será denotada por $\hat{Z}_t(l)$.

Tendo origem t , a previsão de Z_{t+l} pode ser considerada como uma função linear das observações $Z_t, Z_{t-1}, Z_{t-2} \dots$ e portanto será também uma função linear dos choques $a_t, a_{t-1}, a_{t-2} \dots$.

Vamos supor que a melhor previsão é dada por:

$$\bar{z}_t(\ell) = \psi_\ell^* a_t + \psi_{\ell+1}^* a_{t-1} + \psi_{\ell+2}^* a_{t-2} \dots = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_{\ell+j}^* a_{t-j}$$

Queremos determinar os pesos ψ_j^* que minimizem o erro quadrático médio de previsão.

Usando (4.17) temos que:

$$E[Z_{t+\ell} - \bar{z}_t(\ell)]^2 = E\left[\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+\ell-j} - \sum_{j=0}^{\infty} \psi_{\ell+j}^* a_{t-j}\right]^2$$

Observando que:

$$\sum_{j=0}^{\infty} \psi_j a_{t+\ell-j} = \sum_{j=-\ell}^{\infty} \psi_{\ell+j} a_{t-j}$$

podemos escrever o erro de previsão como:

$$\begin{aligned} e_t(\ell) = Z_{t+\ell} - \bar{z}_t(\ell) &= \psi_0 a_{t+\ell} + \psi_1 a_{t+\ell-1} + \dots + \\ &+ \psi_{\ell-1} a_{t+1} + \sum_{j=0}^{\infty} (\psi_{\ell+j} - \psi_{\ell+j}^*) a_{t-j} \end{aligned}$$

Então, lembrando que a_t é um ruído branco, obtemos:

$$E[e_t(\ell)]^2 = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{\ell-1}^2) \sigma_a^2 + \sum_{j=0}^{\infty} (\psi_{\ell+j} - \psi_{\ell+j}^*)^2 \sigma_a^2$$

Concluimos portanto que $E[e_t(\ell)]^2$ é minimizada, se:

$$\psi_{\ell+j}^* = \psi_{\ell+j}$$

Então a previsão de erro quadrático médio mínimo é:

$$\bar{z}_t(\ell) = \psi_\ell a_t + \psi_{\ell+1} a_{t-1} + \psi_{\ell+2} a_{t-2} + \dots \quad (4.19)$$

De acordo com (4.17), temos:

$$Z_{t+\ell} = (a_{t+\ell} + \psi_1 a_{t+\ell-1} + \dots + \psi_{\ell-1} a_{t+1}) + \\ + (\psi_{\ell} a_t + \psi_{\ell+1} a_{t-1} + \dots) = e_t(\ell) + \bar{Z}_t(\ell).$$

A esperança condicional de um valor passado, presente ou futuro de uma variável, dadas as informações disponíveis até o instante t , será indicada colocando a variável entre colchetes. Considerando a expressão anterior, a esperança condicional de $Z_{t+\ell}$, conhecidos os valores da série até o tempo t é dada por:

$$E[Z_{t+\ell} | Z_t, Z_{t-1}, \dots] = [Z_{t+\ell}] = \psi_{\ell} a_t + \psi_{\ell+1} a_{t-1} + \dots \quad (4.20)$$

Comparando (4.19) e (4.20), conclui-se que a previsão $\bar{Z}_t(\ell)$ é igual à esperança condicional de $Z_{t+\ell}$ no tempo t .

O erro de previsão fica:

$$e_t(\ell) = a_{t+\ell} + \psi_1 a_{t+\ell-1} + \dots + \psi_{\ell-1} a_{t+1}$$

Desde que:

$$[e_t(\ell)] = 0$$

a previsão é imparcial. A variância do erro de previsão é dada por:

$$V(\ell) = \text{Var} [e_t(\ell)] = (1 + \psi_1^2 + \psi_2^2 + \dots + \psi_{\ell-1}^2) \sigma_a^2$$

O erro de previsão a um passo será:

$$e_t(1) = Z_{t+1} - \bar{Z}_t(1) = a_{t+1} \quad (4.21)$$

Como a_t é um ruído branco, segue-se que os erros de previsão a um passo, para diferentes valores de t , são não correlacionados.

Iremos agora, escrever a previsão $\hat{Z}_t(\ell)$ com base nas 3 formas alternativas do modelo ARIMA vistas anteriormente.

I. Previsão com base na equação de diferenças.

Tomando a equação (4.16) e aplicando esperança condicional, temos:

$$\begin{aligned} [Z_{t+\ell}] = \hat{Z}_t(\ell) &= \xi_1 [Z_{t+\ell-1}] + \dots + \xi_{p+d} [Z_{t+\ell-p-d}] - \\ &- \theta_1 [a_{t+\ell-1}] - \dots - \theta_q [a_{t+\ell-q}] + [a_{t+\ell}] \quad p/\ell \geq 1. \end{aligned}$$

Então as previsões podem ser feitas, utilizando os seguintes fatos:

$$[Z_{t+k}] = \hat{Z}_t(k), \quad k > 0$$

$$[Z_{t+k}] = Z_{t+k}, \quad k \leq 0$$

$$[a_{t+k}] = 0, \quad k > 0$$

$$[a_{t+k}] = a_{t+k}, \quad k \leq 0$$

Para calcular $\hat{Z}_t(\ell)$ precisamos dos $\hat{Z}_t(\ell-1), \hat{Z}_t(\ell-2), \dots$ que são obtidos recursivamente.

Para exemplificar, vamos considerar um modelo ARIMA (3,1,1)

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B)Z_t = (1 - \theta_1 B) a_t$$

Substituindo t por $t+\ell$, obtemos

$$(1-\phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1-B)Z_{t+\ell} = (1-\theta_1 B) a_{t+\ell}$$

ou

$$\begin{aligned} Z_{t+\ell} = & (1+\phi_1)Z_{t+\ell-1} - (\phi_1-\phi_2)Z_{t+\ell-2} - (\phi_2-\phi_3)Z_{t+\ell-3} - \phi_3 Z_{t+\ell-4} + \\ & + a_{t+\ell} - \theta_1 a_{t+\ell-1} \end{aligned}$$

Então

$$\bar{Z}_t(1) = (1+\phi_1)Z_t - (\phi_1-\phi_2)Z_{t-1} - (\phi_2-\phi_3)Z_{t-2} - \phi_3 Z_{t-3} - \theta_1 a_t$$

$$\bar{Z}_t(2) = (1+\phi_1)\bar{Z}_t(1) - (\phi_1-\phi_2)Z_t - (\phi_2-\phi_3)Z_{t-1} - \phi_3 Z_{t-2}$$

$$\bar{Z}_t(3) = (1+\phi_1)\bar{Z}_t(2) - (\phi_1-\phi_2)\bar{Z}_t(1) - (\phi_2-\phi_3)Z_t - \phi_3 Z_{t-1}$$

$\vdots$

Generalizando:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_t(\ell) = & (1+\phi_1)\bar{Z}_t(\ell-1) - (\phi_1-\phi_2)\bar{Z}_t(\ell-2) - (\phi_2-\phi_3)\bar{Z}_t(\ell-3) - \\ & - \phi_3 \bar{Z}_t(\ell-4), \quad \text{para } \ell \geq 5 \end{aligned}$$

II. Previsão com base na equação de choques aleatórios.

De (4.17) utilizando esperança condicional, obtemos:

$$\begin{aligned} [Z_{t+\ell}] = \bar{Z}_t(\ell) = & \psi_1[a_{t+\ell-1}] + \dots + \psi_{\ell-1}[a_{t+1}] + \psi_\ell[a_t] + \\ & + \psi_{\ell+1}[a_{t-1}] + \dots + [a_{t+\ell}] \end{aligned}$$

III. Previsão com base na equação de forma invertida.

De (4.18) utilizando esperança condicional, obtemos:

$$[Z_{t+\ell}] = \bar{Z}_t(\ell) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j [Z_{t+\ell-j}] + [a_{t+\ell}]$$

4.4.6. Atualização das previsões

Consideremos as previsões de $Z_{t+\ell+1}$ feitas a partir das origens $t+1$ e t , da seguinte forma:

$$\bar{Z}_{t+1}(\ell) = \psi_{\ell} a_{t+1} + \psi_{\ell+1} a_t + \psi_{\ell+2} a_{t-1} + \dots$$

e

$$\bar{Z}_t(\ell+1) = \psi_{\ell+1} a_t + \psi_{\ell+2} a_{t-1} + \dots$$

Subtraindo as equações acima, obtemos:

$$\bar{Z}_{t+1}(\ell) = \bar{Z}_t(\ell+1) + \psi_{\ell} a_{t+1} \quad (4.22)$$

Desta forma, poderemos atualizar a previsão $Z_{t+\ell+1}$, feita no instante t , com base em uma nova observação Z_{t+1} . Ou seja, faremos a previsão de $Z_{t+\ell+1}$ na origem $t+1$, adicionando a $\bar{Z}_t(\ell+1)$ um múltiplo do erro de previsão de Z_{t+1} , dado por (4.21):

$$a_{t+1} = Z_{t+1} - \bar{Z}_t(1)$$

Cabe observar que as fórmulas de previsão apresentadas nessa seção não levam em consideração o fato de que não dispomos dos valores dos parâmetros, mas apenas de suas estimativas. Seguindo um

procedimento estabelecido por Box e Jenkins, o cálculo dos erros de previsão ignora a nossa incerteza a respeito dos valores dos parâmetros.

Todos os procedimentos vistos anteriormente referem-se aos modelos ARIMA. Para os modelos sazonais (SARIMA) não há nenhuma dificuldade adicional. Inicialmente teremos que calcular diferenças com "lag" 1 e com "lag" s , ou seja, teremos que aplicar os operadores Δ e Δ_s (s -período), a fim de produzir estacionaridade; com isto obtemos os valores de $w_t = \Delta_s^D \Delta^d Z_t = (1-B^s)^D (1-B)^d Z_t$.

Em seguida, observamos as funções de autocorrelação e de autocorrelação parcial amostrais da série w_t nos "lags" 1,2,3... para obter valores de p e q e nos "lags" $s, 2s, 3s, \dots$, para obter valores de P e Q , selecionando-se deste modo, um modelo tentativo.

Os procedimentos subsequentes serão idênticos aos explicados para o processo ARIMA, porém agora com o modelo inicial SARIMA.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Boi Gordo

A Figura 5.1 mostra a série de preços reais mensais da arroba do boi gordo. Para a realização dos cálculos, os preços foram transformados em logaritmo, a fim de tornar o efeito sazonal aditivo e estabilizar a variância do erro, como descreve CHATFIELD(1984).

5.1.1. Modelo ARIMA de Box e Jenkins

Foi utilizada inicialmente a técnica de Box e Jenkins aplicada à série dos logaritmos dos preços reais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1970 a dezembro de 1986.

A estacionaridade da série foi obtida, isto é, as autocorrelações caíram rapidamente para zero, após se efetuar a 1ª diferença e a 1ª diferença sazonal.

Em seguida foram obtidas estimativas das autocorrelações e autocorrelações parciais que são apresentadas nas Figuras 5.2

e 5.3, respectivamente. Com base nessas figuras foram escolhidos e testados alguns modelos. Os resultados dos ajustes encontram-se na Tabela 5.1. O SARIMA $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$ foi considerado o melhor, apresentando todas as estimativas de parâmetros significativas.

As estimativas das autocorrelações dos resíduos foram obtidas a fim de se testar a adequabilidade do modelo escolhido, e estas não apresentaram valor superior a dois desvios padrões, ou seja, não foram significativas, como pode ser visto na Figura 5.4.

O teste Q calculado, tomando as 20 primeiras autocorrelações residuais, apresentou-se não-significativo, mostrando, portanto, que o modelo foi apropriado para fins de ajuste.

As previsões obtidas a partir de janeiro de 1987 mostraram que o modelo SARIMA utilizado não foi capaz de projetar as variações cíclicas plurianuais, com período de 6 anos. Para que o modelo capte essas variações cíclicas plurianuais parece ser necessário, neste caso, que ele contenha termos com defasagem de 72 meses (6 anos). Entretanto, o programa utilizado (STATGRAPHICS) permite somente a introdução de defasagens de baixa ordem e/ou defasagens relativas a componentes sazonais, assim como, diferenças de ordem 1 ou no máximo 2, impossibilitando o aparecimento de variáveis com defasagem 72 junto com as de ordem 12 e ordem inferior. É interessante ressaltar, ainda, que de acordo com o método exposto por Box e Jenkins, um componente de média móvel ou auto-regressivo de ordem 72 (equivalente a 6 anos) só deveria ser incluído no modelo se a autocorrelação do

Figura 5.1. Gráfico dos preços reais mensais da arroba do boi gordo no período de 1970 a 1987

Figura 5.2. Primeiras 48 autocorrelações da série do log do preço do boi gordo, após efetuar a 1ª diferença e a 1ª diferença sazonal

Figura 5.3. Primeiras 48 autocorrelações parciais da série do log do preço do boi gordo, após efetuar a 1ª diferença e a 1ª diferença sazonal

Tabela 5.1. Estimativas dos parâmetros obtidas de alguns modelos SARIMA testados na série dos logarítmos dos preços mensais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1970 a dezembro de 1986. Entre parênteses estão os valores do teste t obtidos para cada estimativa de parâmetro

Modelos SARIMA	Estimativas dos parâmetros e respectivas variáveis						teste Q(20)	estimativa da variância do erro
	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\theta}_1$		
	z_{t-1}	z_{t-2}	a_{t-1}	a_{t-2}	z_{t-12}	a_{t-12}		
$(0,1,0) \times (0,1,1)_{12}$	-	-	-	-	-	.782 (13,67)	21,16	0,32804
$(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	-	-	-.298 (-4,06)	-	-	.778 (14,07)	12,01	0,84647
$(1,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	-.182 (-0,82)	-	-.468 (-2,28)	-	-	.758 (12,96)	9,93	0,90659
$(1,1,1) \times (1,1,1)_{12}$	-.170 (-0,79)	-	-.461 (-2,33)	-	-.079 (-0,71)	.719 (8,64)	9,36	0,89799
$(1,1,2) \times (1,1,1)_{12}$	-.001 (-0,003)	-	-.298 (-0,81)	.031 (0,24)	-.075 (-0,00)	.740 (8,85)	10,75	0,77019
$(2,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	.024 (0,08)	-.107 (-0,95)	-.248 (-0,78)	-	-	.756 (12,53)	10,21	0,85531
$(0,1,2) \times (0,1,1)_{12}$	-	-	-.291 (-3,77)	.042 (0,51)	-	.772 (13,06)	11,44	0,83256

Figura 5.4. Estimativas das autocorrelações dos resíduos do modelo SARIMA $(0,1,1) (0,1,1)_{12}$

resíduo e a correlação cruzada, respectivamente, apresentassem, na defasagem 72, valor superior a duas vezes o desvio padrão. Entretanto, tendo calculado as autocorrelações até a defasagem 96 (embora as figuras apresentadas mostrem os resultados apenas até a defasagem 50), não foi constatada nenhuma autocorrelação significativa na defasagem 72 ou próxima a essa defasagem, apesar de ser nítida na série a presença dos ciclos plurianuais.

Na Figura 5.5 estão apresentadas as previsões num longo período de tempo, mostrando apenas a tendência e o componente sazonal.

Para comprovar o fato também foram feitas previsões com outros modelos que haviam sido descartados anteriormente, já que, para a escolha do melhor modelo também deve ser considerada a obtenção de boas previsões. Entretanto, os resultados mostraram-se bastante semelhantes aos do SARIMA $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$.

Figura 5.5. Previsões de 84 meses (7 anos) obtidas a partir do mês 205 (jan. de 1987) pelo modelo SARIMA $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$

5.1.2. Modelo Harmônico

Tentando captar de forma apropriada as variações sazonais e os ciclos plurianuais, obtendo com isto um bom ajuste e consequentemente boas projeções, foi testado um modelo harmônico para o mesmo período (jan.de 1970 a dez. de 1986).

Para retratar a tendência da série foi incluído na regressão um termo linear em t , com $t = 1$ em janeiro de 1970.

Os ciclos plurianuais foram representados por componentes harmônicos de período 72 (equivalente a 6 anos) mais os seus submúltiplos. Porém, para representar as oscilações sazonais, foram utilizadas 11 variáveis binárias S_{it} , as quais facilitam a interpretação das estimativas dos parâmetros, pois refletem os períodos de baixa e alta dos preços na safra e entressafra, respectivamente.

Sendo Z_t o preço real mensal da arroba do boi gordo, a equação de regressão pode ser escrita como,

$$\log Z_t = a_0 + b_0 t + \sum_{i=1}^5 \left(c_i \sin \frac{2\pi i t}{72} + d_i \cos \frac{2\pi i t}{72} \right) + \sum_{i=1}^{11} e_i S_{it} + \bar{a}_t$$

Todas as variáveis foram mantidas no modelo, mesmo apresentando efeito não-significativo.

Ajustado o modelo, obteve-se $R^2 = 0,60$, teste de Durbin-Watson $DW = 0,19$ e $Q(42) = 674,47$. O modelo apresentou um razoável ajustamento, acompanhando os ciclos estacional e plurianual. Foram feitas projeções para os 12 meses de 1987, obtendo-se valores razoavelmente próximos aos observados no mercado físico nesse período.

Entretanto, o teste de Durbin-Watson e o valor de Q mostraram a existência de autocorrelação nos resíduos.

5.1.3. Modelos Mistos

Na tentativa de se contornar os problemas de autocorrelação nos resíduos, ocorridos com a análise harmônica, e de incapacidade em prever os ciclos de 6 anos, ocorrido nos modelos ARIMA, foram utilizados modelos mistos.

Estes modelos foram estimados com base nos últimos 7 anos da série, de janeiro de 1980 a dezembro de 1986. Esta redução do período foi testada, objetivando um melhor ajuste do modelo em época próxima ao ano para o qual são feitas previsões.

Um dos modelos mistos foi formado pela tendência, com componentes harmônicos, variáveis binárias e por um processo auto-regressivo de ordem dois.

Foi observado que no início da série as variações estacionais eram suaves, enquanto no final eram bastante pronunciadas. Diante de tal fato, e visando um melhor ajustamento do modelo no período mais recente, foi introduzido um fator de ponderação, sugerido por Brown (1962, citado em Morettin e Toloi, 1985), igual a β^{N-t} , onde N é o número de dados da série e t é o tempo. Este mesmo autor sugeriu que o valor de β deveria ser determinado de acordo com as características específicas da série em estudo. Analisando a série, foi estabelecido o valor 0,95 para β , o qual forneceu uma boa proporção entre os pesos da parte inicial e final do conjunto de dados.

A regressão apresentou então a seguinte forma:

$$\log Z_t = a_0 + b_0 t + \sum_{i=1}^5 \left(c_i \sin \frac{2\pi i t}{72} + d_i \cos \frac{2\pi i t}{72} \right) + \sum_{i=1}^{11} e_i S_{it} + \\ + \phi_1 \log Z_{t-1} + \phi_2 \log Z_{t-2} + \bar{a}_t$$

Os resultados encontram-se na Tabela 5.2. Foi obtido o valor de 0,923¹ para o coeficiente de determinação (R^2), mostrando o bom ajustamento do modelo. Entretanto, o valor do teste Q ($Q(27)=103,07$) deixa clara a existência de autocorrelação nos resíduos.

Sabemos que a ocorrência de autocorrelação nos resíduos compromete a validade do teste t, e, portanto, seus valores serão utilizados, nesta pesquisa, apenas na indicação da importância das variáveis no modelo: o nível de significância, apresentado nas tabelas, deve ser interpretado dessa maneira.

As previsões de preços obtidas a partir do modelo foram muito boas, bem próximas aos preços do mercado físico, como se pode observar na Tabela 5.3 e Figura 5.6. Portanto, mesmo diante da existência de autocorrelação nos resíduos, este modelo não foi descartado, sendo considerado um dos melhores para a obtenção de previsões.

Foram testados, para o mesmo modelo descrito anteriormente, de janeiro de 1977 a dezembro de 1986, valores para o período do ciclo

¹ Todos os valores do coeficiente de determinação (R^2), nas regressões ponderadas, foram recalculados através de comandos específicos, diante da constatação feita pelo Prof. Rodolfo Hoffmann de que o programa de computador utilizado (RATS) fornece valores errados do R^2 em regressões ponderadas.

Tabela 5.2. Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986

$\text{Log } Z_t = 4,307$	$-0,387.10^{-3}t$
$(4,50)***$	$(-0,37)$
$-0,758.10^{-1}$	$-0,298.10^{-1}$
$(-2,88)*** \text{ sen } \frac{2\pi t}{72}$	$(-1,00) \cos \frac{2\pi t}{72}$
$-0,132$	$-0,599.10^{-1}$
$(-4,59)*** \text{ sen } \frac{4\pi t}{72}$	$(-2,67)*** \cos \frac{4\pi t}{72}$
$+0,427.10^{-1}$	$-0,211.10^{-1}$
$(1,82)* \text{ sen } \frac{6\pi t}{72}$	$(-1,19) \cos \frac{6\pi t}{72}$
$+0,177.10^{-1}$	$-0,232.10^{-1}$
$(0,98) \text{ sen } \frac{8\pi t}{72}$	$(-1,31)* \cos \frac{8\pi t}{72}$
$+0,705.10^{-1}$	$-0,131.10^{-1}$
$(3,72)*** \text{ sen } \frac{10\pi t}{72}$	$(-0,73) \cos \frac{10\pi t}{72}$
$-0,667.10^{-1}$	$-0,112$
$(-1,43)* S_{1t}$	$(-2,07)**2t$
$-0,105$	$-0,138$
$(-1,64)* S_{3t}$	$(-1,97)* S_{4t}$
$-0,160$	$-0,189.10^{-1}$
$(-2,31)** S_{5t}$	$(-2,76)*** S_{6t}$
$-0,583.10^{-1}$	$+0,190.10^{-1}$
$(-0,88) S_{7t}$	$(0,36) S_{8t}$
$-0,403.10^{-1}$	$+0,167$
$(-0,86) S_{9t}$	$(3,90)*** S_{10t}$
$+0,470.10^{-1}$	
$(0,98) S_{11t}$	
$+0,785$	$-0,549$
$(6,26)*** \log Z_{t-1}$	$(-3,93)*** \log Z_{t-2} + \hat{a}_t$

Entre parênteses encontram-se os valores do teste t

*** = significativo a 1%

** = significativo a 5%

* = significativo a 10%

plurianual iguais a 71, 73, 74, 76, 78, 81 e 84 meses, cada um separadamente, a fim de observar se o valor preliminarmente testado, igual a 72 meses ou 6 anos, era adequado.

De acordo com os resultados obtidos, foi possível considerar o período de 72 meses como o melhor período plurianual, para fins de previsões.

Tabela 5.3. Previsões de preços reais da arroba do boi gordo, observações obtidas nos mercados físicos e a termo, para 1987, e valor do erro quadrático médio de previsão (EQM)

1987	Mercado físico	Mercado a termo	Modelo SARIMA $(0,1,1)(0,1,1)_{12}$	Modelo Harmônico	Modelo Misto com AR(2)	Modelo Misto com ARMA(1,1)
Jan	409,64	-	470,19	305,25	432,42	435,11
Fev	314,96	305,20	425,76	282,95	327,41	352,02
Mar	270,07	-	396,81	262,79	260,53	295,25
Abr	252,62	221,90	400,62	252,87	240,37	267,38
Mai	246,07	-	409,62	239,08	230,40	244,28
Jun	188,27	153,43	406,24	222,46	211,46	215,39
Jul	212,91	-	475,74	228,51	217,49	224,68
Ago	243,90	199,64	506,18	232,71	211,66	223,75
Set	-	-	564,72	244,06	211,85	235,02
Out	-	-	560,85	249,08	198,71	229,38
Nov	-	-	595,87	252,52	232,01	234,86
Dez	-	-	624,41	242,66	243,72	227,58
EQM(1)	-	1.052,94	33.254,84	1.695,43	344,78	519,59

(1) O erro quadrático médio das cotações do mercado a termo foi calculado com base em 4 valores. Nos demais casos foram utilizados 8 valores (janeiro a agosto).

Ao examinar a tabela 5.3 deve-se ter em mente que o mercado a termo faz previsões em valores nominais, estando embutida no preço uma estimativa da inflação. Uma vez que o modelo utiliza valores reais, foi necessário deflacionar, através do IGP, os preços do mercado a termo e do mercado físico para que se pudesse fazer comparações.

Figura 5.6. Comparação entre as previsões de preços de arroba do boi gordo obtidas do modelo misto com AR(2), do mercado a termo e observações do mercado físico para 1987

Outro modelo misto testado foi composto por uma tendência, componentes cíclicos, variáveis binárias e por um processo auto-regressivo e de média móvel ARMA (1,1). Devido ao processo de média móvel, não foi possível, com os programas disponíveis, utilizar um método ponderado de estimação.

A regressão pode ser representada por:

$$\log Z_t = a_0 + b_0 t + \sum_{i=1}^5 \left(c_i \sin \frac{2\pi i t}{72} + d_i \cos \frac{2\pi i t}{72} \right) + \sum_{i=1}^{11} e_i S_{it} + \\ + \phi_1 \log Z_{t-1} + \hat{a}_t - \theta_1 \hat{a}_{t-1}$$

O modelo apresentou $R^2 = 0,92$, e teste $Q(27) = 10,94$, indicando bom ajustamento e inexistência de autocorrelação nos resíduos. Os demais resultados estão apresentados na Tabela 5.4.

As previsões obtidas encontram-se na Tabela 5.3 e Figura 5.7, e, como no modelo anterior, foram muito boas.

Os modelos descritos anteriormente forneceram previsões somente para o ano de 1987. Este procedimento foi inicialmente adotado visando a identificação do melhor modelo, ou seja, aquele que fosse capaz de fornecer as melhores previsões.

Observando a Tabela 5.3, através de comparações entre os erros quadrático médio de previsão, calculados para cada modelo descrito anteriormente, constatamos ser o modelo misto com AR(2) o melhor. Foram feitas, então, a partir dele, previsões para os anos de 1981, 1982, 1983, 1984, 1985, 1986 e 1987, que encontram-se na Tabela 5.5 e nas Figuras 5.8 a 5.14, apresentadas na seção seguinte. O período utilizado para esta análise foi mais longo, iniciando em janeiro de 1970 e terminando em dezembro do ano anterior ao da previsão, sendo o modelo reajustado neste período. Uma vez que o ano de previsão era alterado continuamente, a utilização de um período de apenas 7 anos (janeiro de 1980 a dezembro de 1986), como foi feito no caso anterior, traria problemas de ajuste, tornando-se difícil captar a tendência e os ciclos plurianuais.

Tabela 5.4. Equação obtida do modelo misto com ARMA(1,1) para a série de preços reais mensais da arroba do boi gordo no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986

Log Z_t	=	1,968 (1,87)*		-0,150.10 ⁻³ t (-0,19)	
		-0,371.10 ⁻¹ (-1,46)*	sen $\frac{2\pi t}{72}$	-0,247.10 ⁻¹ (-0,87)	cos $\frac{2\pi t}{72}$
		-0,431.10 ⁻¹ (-1,55)*	sen $\frac{4\pi t}{72}$	-0,548.10 ⁻¹ (-2,43)**	cos $\frac{4\pi t}{72}$
		+0,276.10 ⁻¹ (1,16)	sen $\frac{6\pi t}{72}$	+0,170.10 ⁻¹ (0,99)	cos $\frac{6\pi t}{72}$
		-0,135.10 ⁻² (-0,08)	sen $\frac{8\pi t}{72}$	-0,380.10 ⁻² (-0,22)	cos $\frac{8\pi t}{72}$
		+0,419.10 ⁻¹ (2,15)**	sen $\frac{10\pi t}{72}$	+0,942.10 ⁻² (0,50)	cos $\frac{10\pi t}{72}$
		-0,509.10 ⁻¹ (-1,30)*	S_{1t}	-0,623.10 ⁻¹ (-1,15)	S_{2t}
		-0,163.10 ⁻¹ (-0,26)	S_{3t}	-0,103.10 ⁻¹ (-0,17)	S_{4t}
		-0,489.10 ⁻¹ (-0,82)	S_{5t}	+0,967.10 ⁻¹ (1,53)*	S_{6t}
		+0,791.10 ⁻¹ (1,57)*	S_{7t}	+0,135 (2,91)***	S_{8t}
		+0,748.10 ⁻¹ (1,63)*	S_{9t}	+0,103 (2,24)**	S_{10t}
		+0,427.10 ⁻¹ (1,05)	S_{11t}		
		+0,642 (3,74)***	log Z_{t-1}	+0,402 (2,48)**	$\hat{a}_{t-1} + \hat{a}_t$

Entre parênteses encontram-se os valores do teste t.

*** significativo a 1%

** significativo a 5%

* significativo a 10%

Figura 5.7. Comparação entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas do modelo misto com ARMA(1,1), do mercado a termo e observações do mercado físico para 1987

Na mesma Tabela 5.5 estão os valores do erro quadrático médio de previsão, que tornam possível a comparação das previsões obtidas do modelo misto com AR(2) e as fornecidas pela Bolsa de Mercadorias de São Paulo com relação aos preços do mercado físico para os anos de 1981 a 1987. Observamos que o modelo conseguiu prever melhor somente nos anos de 1982 e 1983; nos demais, as previsões da Bolsa foram melhores, ou seja, conseguiram se aproximar mais do mercado físico.

As principais causas das más previsões realizadas pelo mercado a termo para o ano de 1983 foram: uma expectativa de 100% de inflação feita pelos agentes do mercado em dezembro de 1982 para 1983, atingindo esta 200%; e a má desvalorização do cruzeiro de 30% ocorrida em fevereiro de 1983 possibilitando maiores exportações e aumento no preço interno.

Tabela 5.5. Previsões de preços reais da arroba do boi gordo obtidas do modelo misto com AR(2), observações fornecidas nos mercados físico e a termo para o período de 1981 a 1987 e valores do erro quadrático médio de previsão (EQM)

Me- ses	1981			1982			1983			1984			1985			1986			1987		
	Prev.	Fís.	Bolsa	Prev.	Fís.	Bolsa	Prev.	Fís.	Bolsa	Prev.	Fís.	Bolsa	Prev.	Fís.	Bolsa	Prev.	Fís.	Bolsa	Prev.	Fís.	Bolsa
Jan	300,23	294,57	-	244,08	225,63	-	190,83	187,68	-	267,39	275,79	-	260,56	235,76	-	293,56	257,09	-	457,30	409,65	-
Fev	282,01	268,93	277,51	237,36	203,04	189,99	176,45	183,68	160,13	248,57	265,69	258,63	261,34	204,64	216,83	277,45	225,98	222,39	372,41	314,96	305,20
Mar	265,54	250,67	-	231,97	188,15	-	166,35	184,71	-	236,62	248,15	-	259,06	179,37	-	254,32	213,05	-	302,15	270,07	-
Abr	259,53	238,24	259,24	230,87	183,54	169,19	164,63	222,32	141,69	251,84	233,67	257,35	272,92	169,50	213,17	241,76	223,20	230,01	266,02	252,62	221,90
Mai	253,00	226,65	-	226,43	185,44	-	167,66	218,27	-	248,75	270,87	-	304,76	157,85	-	229,69	235,86	-	237,65	246,07	-
Jun	247,50	209,09	257,15	215,63	180,72	154,74	168,58	202,49	128,09	238,87	261,30	252,07	308,36	146,56	226,05	203,77	257,44	270,54	207,55	188,27	153,43
Jul	260,31	208,35	-	219,11	225,19	-	199,55	240,87	-	282,61	266,51	-	356,52	206,34	-	235,01	284,18	-	209,22	212,91	-
Ago	275,68	212,73	273,91	222,90	226,31	160,06	216,06	255,14	124,87	304,14	274,46	277,96	388,91	254,43	234,25	249,72	311,59	383,60	202,04	243,90	199,64
Set	293,83	239,72	-	236,34	228,49	-	240,30	315,60	-	358,89	342,65	-	479,31	272,28	-	270,57	335,40	-	199,19	-	-
Out	321,76	251,98	303,48	245,67	217,83	186,71	256,52	310,62	123,42	374,61	318,38	297,76	473,58	287,25	250,05	264,45	322,39	489,65	182,06	-	-
Nov	320,16	256,01	-	239,43	208,28	-	262,40	295,88	-	377,29	288,92	-	445,10	331,23	-	268,16	434,52	-	206,34	-	-
Dez	298,96	242,53	278,83	220,01	198,08	163,66	256,08	283,70	100,56	371,55	260,09	253,57	404,18	299,58	204,34	243,36	499,10	474,38	213,05	-	-
EQM	2.074,18	-	1.772,40	909,50	-	1.265,57	1.762,83	-	16.357,59	2.218,12	-	195,95	17.563,72	-	3.206,72	9.652,47	-	5.667,22	1.123,52	-	1.052,94

Observando as figuras 5.8 a 5.14, referentes às previsões obtidas, notamos que o modelo estatístico conseguiu captar de forma adequada as tendências de alta e baixa dos preços, embora em algumas vezes o preço tenha se distanciado do realmente ocorrido.

Para fins de negociações em Bolsa, conhecer a tendência do preço, isto é, um aumento ou queda, é de grande importância, uma vez que os participantes do mercado, de posse dessas informações, podem liquidar suas posições e evitar grandes prejuízos.

Ainda tentando melhorar as previsões apresentadas na Tabela 5.5, foi ajustado um modelo ARMA (1,1) aos resíduos obtidos do modelo misto com AR(2) e feitas as previsões do resíduo, somando-as às previsões já obtidas no mesmo período. Este procedimento eliminou a autocorrelação dos resíduos, entretanto, apesar das estimativas dos parâmetros do modelo ARMA (1,1) apresentarem-se significativas, o valor da previsão do resíduo foi muito pequeno, quase não alterando as previsões do modelo misto com AR(2). Sendo um procedimento mais complexo e demorado e não contribuindo para melhorar sensivelmente os resultados, foi descartado.

5.1.4. Fatores modificadores de preços

Nesta seção são apresentados e discutidos, para os anos de 1981 a 1987, alguns fatores, de ordem econômica, política e social, que provocaram variações nos preços, de forma a, em diversos casos, alterar as oscilações normais do ciclo pecuário, contrariar as expectativas dos especialistas do mercado e prejudicar as previsões.

Figura 5.8. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1981

O ano de 1981 foi marcado pelo aumento da oferta de carne bovina devido ao aumento do abate de matrizes em relação a 1980, em consequência da queda dos preços reais da carne, já caracterizando um período descendente do ciclo pecuário. A situação foi ainda agravada pela mudança na cobrança do Imposto sobre Circulação de Mercadorias - ICM a partir de janeiro, passando de 4,75% para 15,5%.

O consumo "per capita" de carne caiu de 16,6 kg/hab/ano em 1980 para 15,2 kg/hab/ano em 1981, segundo dados da USDA. Este fato

pode ser explicado pelo período recessivo pelo qual passava o país (ver Tabela 5.6).

Tentando aliviar a crise do setor pecuário, o governo adquiriu como estoque regulador para a entressafra 263,5 mil toneladas de carne, considerado na época um volume recorde, além de intensificar a exportação.

Tabela 5.6. Variação do Produto Interno Bruto brasileiro no período 1980-86

Anos	Índice do PIB "per capita"	Variação %
1980	100,0	6,5
1981	94,3	-5,7
1982	92,9	-1,5
1983	88,3	-4,9
1984	91,1	3,1
1985	96,2	5,6
1986	101,6	5,6

FONTE: Conjuntura Econômica 41(5):15, maio 1987.

As exportações em 1982 continuaram aumentando. Entretanto, a reversão do ciclo pecuário, esperada por muitos especialistas de mercado, não ocorreu, permanecendo os preços reais ainda mais baixos em relação a 1981.

Figura 5.9. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1982

A queda dos preços já havia sido prevista pelo governo, devido à abundante oferta de carne bovina e a continuidade da recessão econômica, o que o levou a retirar a Cobal da administração dos estoques de carne congelada na entressafra, deixando o setor pecuário mais livre para que se regulasse através das leis de mercado. Por outro lado, implementou políticas anticíclicas de financiamento da retenção de matrizes e do boi em pê.

Figura 5.10. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo, e observações do mercado físico para 1983

Sendo caracterizado por um período ascendente do ciclo pecuário, o ano de 1983 foi marcado por grandes aumentos na exportação de carne bovina, ajudada pela diminuição da oferta por parte dos dois principais países exportadores da época, Austrália e Argentina, como consequência, respectivamente, da seca e da Guerra das Malvinas. Diante deste quadro, o Brasil passou a ser o 3º maior exportador mundial, de acordo com dados da USDA, após a Austrália e Argentina. Porém, já nesta época é posto em dúvida a manutenção deste volume de

exportação nos anos subsequentes, uma vez que a pecuária brasileira, além de apresentar baixíssimos índices zootécnicos, sofreria dentro de alguns anos a escassez de animais para abate, resultado da matança indiscriminada de fêmeas. Diante de tais problemas, seria difícil o país conseguir manter suas exportações elevadas, mesmo se a demanda interna fosse reprimida, como resultado de políticas de arrocho salarial e consequente queda do poder aquisitivo da população.

Ainda no ano de 1983, os negócios realizados no mercado a termo da Bolsa de Mercadorias de São Paulo movimentaram quantias mais elevadas do que aquelas envolvidas em transações com ouro, café ou soja; entretanto, no final do ano, o governo central interveio no mercado a termo do boi gordo, acusando-o de especulativo e cancelando a isenção de imposto de renda, decretada em março de 1982, para as operações relativas a boi em pé. Este fato resultou numa drástica redução dos contratos em aberto. Vale porém ressaltar que os preços previstos nesta época, para o ano de 1984, mostraram exatamente a realidade do mercado.

O Brasil em 1984 ocupou o 29º lugar em exportações mundiais, logo após a Austrália, com 480 mil toneladas, segundo a USDA. No entanto, o consumo "per capita" caiu para 13,2 kg/hab/ano neste ano, sendo um dos mais baixos das últimas décadas.

Figura 5.11. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo, e observações do mercado físico para 1984

Segundo dados do FIBGE, o mês de janeiro foi caracterizado pela maior matança de fêmeas desde 1975, que continuou elevada durante todo ano. Diante destas estatísticas, constatou-se a entrada do Brasil no 39º ano consecutivo em que a participação de matrizes no abate global foi superior a um terço da quantidade total de animais sacrificados. Esses dados deixaram claro que num futuro próximo haveria redução da oferta de carne bovina.

Figura 5.12. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1985

Mercado inicialmente por baixos preços e crescentes perdas reais por parte dos pecuaristas, no ano de 1985 deu-se continuidade a grandes exportações, auxiliadas por uma política de minidesvalorizações diárias implementada pelo Banco Central, que aumentou a competitividade das exportações brasileiras no mercado internacional e facilitou o escoamento de volumes não consumidos internamente.

De junho a novembro o preço real da arroba do boi gordo sofreu um aumento excepcional de 126%, em função do período de

entressafra, do bom ritmo das exportações no primeiro semestre e principalmente por ser o ano de 1985 esperadamente de fase ascendente do ciclo, já refletindo a matança de fêmeas em anos anteriores. No entanto, as quedas nos preços verificadas no primeiro semestre são totalmente atípicas.

Figura 5.13. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1986

Em 28 de fevereiro de 1986 foi decretado o Plano de Estabilização Econômica, cujas políticas de congelamento de preços e extinção da correção monetária provocaram um aumento da demanda de carne por parte dos consumidores, principalmente pelo aumento do poder aquisitivo da população e a diminuição da poupança interna.

A carne bovina com preço tabelado no mercado varejista se tornou escassa pela falta de boi gordo pronto para abate, resultante das matanças de matrizes em anos anteriores e pela retenção de animais nos pastos. Segundo dados do FIBGE, os abates de julho a dezembro foram 38% inferiores aos do mesmo período de 1985, apresentando o mês de setembro de 1986 o mais baixo volume de animais abatidos desde 1975.

Por pressões de demanda, além do elevado preço dos animais de reposição (boi magro e bezerro), que não foram tabelados, iniciou-se a cobrança de ágio sobre o preço da carne, atingindo em dezembro de 1986 o maior pico de alta de toda a série histórica.

Medidas foram tomadas pelo governo tentando solucionar os problemas da alta dos preços e escassez da carne; entre elas podemos citar o confisco do boi no pasto, o aumento das importações, que segundo a Companhia de Financiamento da Produção (CFP) totalizaram 458 mil toneladas em 1986, contra 50 mil toneladas em 1985, a redução das exportações da ordem de 28% em relação ao ano anterior, que fizeram o Brasil perder sua já garantida fatia do mercado externo e a intervenção do Banco Central na Bolsa de Mercadorias de São Paulo, suspendendo as negociações de contratos com boi gordo e impondo restrições que inviabilizaram seu funcionamento até maio de 1987.

Figura 5.14. Comparações entre as previsões de preços da arroba do boi gordo obtidas pelo modelo misto com AR(2), pelo mercado a termo e observações do mercado físico para 1987

O ano de 1987, caracterizado por um período descendente do ciclo pecuário, teve a queda dos preços agravada devido a uma retração da demanda, causada pela perda do poder de compra dos salários da ordem de 27,4%, no período de janeiro a julho, para a Grande São Paulo, segundo pesquisa realizada pela Fundação Sistema Estadual de Análise de Dados (SEADE) e pelo Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócio-Econômicos (DIEESE). Esta mesma pesquisa também revelou uma diminuição no total de salários pagos de 27,9% de janeiro a julho, causada pelo aumento do número de desempregados, pela

corrosão inflacionária e pela prática de rotatividade de mão-de-obra.

Outro fator agravante da queda dos preços da arroba do boi gordo foi o aumento da oferta de animais, resultante de um estoque de aproximadamente 100 mil toneladas do produto importado no ano anterior, além das exportações limitadas a 40% da média exportada em 1984 e 1985.

Diante da liberação das exportações a partir de novembro e do período de entressafra, é esperado um pequeno aumento nos preços da carne, através da eliminação de parte do excedente do mercado interno e diminuição da oferta de animais para abate, respectivamente.

5.2. Boi Magro

Diante das semelhanças entre as séries de preços do boi magro e da arroba do boi gordo, que podem ser observadas nas Figuras 5.15 e 5.1, respectivamente, e tendo sido concluído para o boi gordo que o melhor modelo de previsão foi o misto com $AR(2)$, adotou-se o mesmo modelo para o ajuste e previsão de preços na série do boi magro.

Desta forma, após a transformação logarítmica dos dados, o modelo foi ajustado à série nos períodos de janeiro de 1974 a dezembro de 1980, prevendo o ano de 1981, e de janeiro de 1980 a dezembro de 1986, prevendo 1987. Note-se que o ajustamento é sempre feito com base em um período de sete anos.

Os resultados estão apresentados nas Tabelas 5.7 e 5.8, e como descrito anteriormente para o boi gordo, trata-se de uma regressão ponderada com componentes harmônicos, variáveis binárias e um

autoregressivo de ordem dois, onde nenhuma variável foi eliminada da regressão, mesmo não apresentando influência significativa.

As previsões obtidas a partir deste modelo estão mostradas na Tabela 5.9 e nas Figuras 5.16 e 5.17.

Neste caso foram feitas apenas comparações das previsões com o mercado físico, uma vez que não há negociações com a categoria boi magro no mercado a termo da Bolsa de Mercadorias de São Paulo.

Figura 5.15. Gráfico dos preços reais mensais do boi magro no período de janeiro de 1970 a agosto de 1987.

Tabela 5.7. Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do boi magro no período de janeiro de 1974 a dezembro de 1980

Log Z_t =	7,490 (6,70)***	+ 0,332.10 ⁻³ t (1,08)
	- 0,341 sen $\frac{2\pi t}{72}$ (-6,39)***	- 0,164 cos $\frac{2\pi t}{72}$ (-8,15)***
	+ 0,446.10 ⁻¹ sen $\frac{4\pi t}{72}$ (4,75)***	+ 0,391.10 ⁻¹ cos $\frac{4\pi t}{72}$ (4,94)***
	+ 0,237.10 ⁻¹ sen $\frac{6\pi t}{72}$ (3,05)***	+ 0,389.10 ⁻¹ cos $\frac{6\pi t}{72}$ (5,53)***
	+ 0,147.10 ⁻¹ sen $\frac{8\pi t}{72}$ (2,48)**	+ 0,149.10 ⁻³ cos $\frac{8\pi t}{72}$ (0,03)
	+ 0,414.10 ⁻² sen $\frac{10\pi t}{72}$ (0,80)	+ 0,151.10 ⁻² cos $\frac{10\pi t}{72}$ (0,27)
	- 0,103.10 ⁻¹ S_{1t} (-0,73)	- 0,260.10 ⁻¹ S_{2t} (-1,78)*
	- 0,999.10 ⁻² S_{3t} (-0,66)	- 0,161.10 ⁻¹ S_{4t} (-1,04)
	- 0,181.10 ⁻¹ S_{5t} (-1,21)	- 0,525.10 ⁻² S_{6t} (-0,35)
	- 0,106.10 ⁻¹ S_{7t} (-0,70)	+ 0,550.10 ⁻² S_{8t} (0,38)
	+ 0,368.10 ⁻¹ S_{9t} (2,57)**	+ 0,214.10 ⁻¹ S_{10t} (1,48)
	+ 0,665.10 ⁻² S_{11t} (0,49)	
	+ 0,353 log Z_{t-1} (2,96)***	- 0,305 log $Z_{t-2} + \hat{a}_t$ (-2,62)**
	$R^2 = 0,994$	$Q(27) = 27,06$

Entre parênteses encontram-se os valores do teste t

*** significativo a 1%

** significativo a 5%

* significativo a 10%

Tabela 5.8. Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do boi magro no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986

Log Z_t	=	3,655 (3,67)***		+ 0,987.10 ⁻³ (1,09)
		- 0,682.10 ⁻¹ (2,45)**	sen $\frac{2\pi t}{72}$	- 0,288.10 ⁻¹ (-1,00) cos $\frac{2\pi t}{72}$
		- 0,122 (-3,69)***	sen $\frac{4\pi t}{72}$	- 0,696.10 ⁻¹ (-3,10)*** cos $\frac{4\pi t}{72}$
		+ 0,408.10 ⁻¹ (1,93)*	sen $\frac{6\pi t}{72}$	- 0,413.10 ⁻¹ (-2,00)** cos $\frac{6\pi t}{72}$
		+ 0,146.10 ⁻¹ (0,81)	sen $\frac{8\pi t}{72}$	- 0,167.10 ⁻² (-0,10) cos $\frac{8\pi t}{72}$
		+ 0,298.10 ⁻¹ (1,76)*	sen $\frac{10\pi t}{72}$	+ 0,109.10 ⁻¹ (0,66) cos $\frac{10\pi t}{72}$
		- 0,402.10 ⁻¹ (-0,94)	S_{1t}	- 0,476.10 ⁻¹ (-1,03) S_{2t}
		+ 0,533.10 ⁻¹ (1,04)	S_{3t}	- 0,243.10 ⁻¹ (-0,46) S_{4t}
		- 0,410.10 ⁻¹ (-0,83)	S_{5t}	+ 0,624.10 ⁻¹ (1,26) S_{6t}
		+ 0,204.10 ⁻¹ (0,41)	S_{7t}	+ 0,606.10 ⁻¹ (1,35) S_{8t}
		- 0,215.10 ⁻¹ (-0,50)	S_{9t}	+ 0,124 (3,07)*** S_{10t}
		+ 0,572.10 ⁻¹ (1,31)	S_{11t}	
		+ 0,841 (6,45)***	log Z_{t-1}	- 0,333 log Z_{t-2} + $\hat{a}_t$ (-2,56)**

$R^2 = 0,970$	$Q(27) = 53,15$

Entre parênteses encontram-se os valores do teste t

*** significativo a 1%

** significativo a 5%

* significativo a 10%

Tabela 5.9. Previsões de preços do boi magro obtidas pelo modelo misto com AR(2) e preços do mercado físico para 1981 e 1987

Previsão	1981		1987	
	Previsão	Mercado Físico	Previsão	Mercado Físico
Janeiro	2.960,54	2.932,53	4.933,79	4.387,77
Fevereiro	2.855,62	2.709,02	4.094,32	3.421,25
Março	2.732,27	2.543,16	3.421,60	2.149,96
Abril	2.691,77	2.387,15	3.285,92	2.357,25
Maiο	2.637,06	2.260,88	2.954,00	2.229,89
Junho	2.576,60	2.155,21	2.555,78	1.802,68
Julho	2.567,98	2.039,54	2.484,41	1.903,65
Agosto	2.542,39	1.992,06	2.354,66	2.203,90
Setembro	2.557,18	1.950,19	2.306,13	-
Outubro	2.635,99	1.980,77	2.093,85	-
Novembro	2.603,53	1.997,00	2.235,91	-
Dezembro	2.512,08	1.982,34	2.282,70	-

Figura 5.16. Comparações entre as previsões de preços do boi magro obtidas pelo modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1981

Figura 5.17. Comparações entre as previsões de preços do boi magro obtidas pelo modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1987

5.3. Bezerro

Analisando as Figuras 5.15 e 5.18 vemos que as variações dos preços do bezerro acompanham as variações dos preços do boi magro, havendo grande semelhança entre as duas séries. Diante da observação deste fenômeno surgiu a idéia de obter previsões de preços do bezerro com base nos preços do boi magro, através de uma regressão.

O melhor modelo obtido, isto é, aquele que apresentou o maior coeficiente de determinação, foi a regressão do logaritmo do preço do bezerro em função de uma constante, do logaritmo do preço do boi magro defasado de um mês, do logaritmo do preço do boi magro e de um componente de média móvel de ordem um.

Os resultados obtidos foram:

$$\text{Log } Z1_t = -1,038 + 0,769 \log Z1_{t-1} + 0,339 \log Z2_t + 0,420 \bar{a}_{t-1} + \bar{a}_t$$

(-2,90) (11,15)
(3,30)
(4,03)

onde

$Z1_t$ são os preços do bezerro nos meses t

$Z1_{t-1}$ são os preços do bezerro nos meses $t-1$

$Z2_t$ são os preços do boi magro nos meses t

O coeficiente de determinação (R^2) foi de 0,989; o teste $Q(27)$ igual a 83,57 mostrou a existência de autocorrelação nos resíduos e os valores do teste t apresentados entre parenteses mostraram-se todos significativos ao nível de 1% de probabilidade.

Esta regressão visou inicialmente a obtenção da previsão dos preços do bezerro no ano de 1981. Para tanto, foi utilizado um

Figura 5.18. Gráfico dos preços reais mensais do bezerro no período de janeiro de 1970 a agosto de 1987

período de 7 anos (janeiro de 1974 a dezembro de 1980). Os preços do boi magro no ano de 1981, obtidos no mercado físico foram substituídos pelas previsões encontradas anteriormente, através do modelo misto com AR(2) e mostradas na Tabela 5.9. Com as previsões do boi magro em 1981 foi possível, através da regressão, prever os preços do bezerro neste mesmo ano.

O mesmo procedimento foi utilizado para prever os preços do bezerro em 1987, ajustando a regressão no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986 e substituindo os preços do boi magro no mercado físico no ano de 1987 pelas previsões já obtidas.

A regressão resultou em:

$$\text{Log } Z1_t = -1,597 + 0,270 \log Z1_{t-1} + 0,873 \log Z2_t + 0,500 \hat{a}_{t-1} + \hat{a}_t$$

(-7,80) (5,57) (15,31) (4,93)

Neste caso, o coeficiente de determinação (R^2) foi de 0,983, o teste $Q(27) = 43,19$ e os valores do teste t entre parenteses também apresentaram-se todos significativos ao nível de 1% de probabilidade.

Vale ressaltar que este mesmo modelo poderia ter sido utilizado para obter previsões do boi magro em função dos preços do bezerro, utilizando para isso preços do boi magro como variável dependente e preços do bezerro no mês t e do boi magro defasados ($t-1$) como variáveis independentes.

A fim de comparar o desempenho das previsões de preços obtidas pelas regressões apresentadas anteriormente e as obtidas através do modelo misto com AR(2), ajustou-se também a série de preços do bezerro um modelo misto com AR(2) nos mesmos períodos (1974 a 1980 e 1980 a 1986), cujos resultados são mostrados nas Tabelas 5.10 e 5.11. As previsões encontram-se na Tabela 5.12 e Figuras 5.19, 5.20, 5.21 e 5.22. Com

base no erro quadrático médio de previsão concluímos que para o ano de 1981 a regressão com base nos preços do boi magro previu melhor, enquanto para 1987 o modelo misto com AR(2) apresentou resultados melhores. Neste caso, os métodos apresentados podem ser utilizados de forma alternativa.

Tabela 5.10. Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do bezerro no período de janeiro de 1974 a dezembro de 1980

Log Z_t	=	6,990 (6,80)***	+ 0,430.10 ⁻² t (5,82)***
		- 0,514 sen $\frac{2\pi t}{72}$ (-6,51)***	- 0,245 sen $\frac{2\pi t}{72}$ (-8,15)***
		+ 0,566.10 ⁻¹ sen $\frac{4\pi t}{72}$ (4,77)***	+ 0,326.10 ⁻¹ cos $\frac{4\pi t}{72}$ (3,74)***
		+ 0,314.10 ⁻¹ sen $\frac{6\pi t}{72}$ (3,25)***	+ 0,279.10 ⁻¹ cos $\frac{6\pi t}{72}$ (3,72)***
		+ 0,293.10 ⁻¹ sen $\frac{8\pi t}{72}$ (3,74)***	- 0,169.10 ⁻¹ cos $\frac{8\pi t}{72}$ (-2,07)**
		+ 0,179.10 ⁻¹ sen $\frac{10\pi t}{72}$ (2,32)**	+ 0,225.10 ⁻¹ cos $\frac{10\pi t}{72}$ (3,08)***
		+ 0,510.10 ⁻² S_{1t} (0,28)	- 0,257.10 ⁻¹ S_{2t} (-1,39)
		- 0,348.10 ⁻² S_{3t} (-0,18)	- 0,151.10 ⁻¹ S_{4t} (-0,77)
		- 0,185.10 ⁻¹ S_{5t} (-0,97)	+ 0,243.10 ⁻¹ S_{6t} (1,26)
		+ 0,409.10 ⁻¹ S_{7t} (2,16)**	+ 0,435.10 ⁻¹ S_{8t} (2,42)**
		+ 0,507.10 ⁻¹ S_{9t} (2,86)***	+ 0,384.10 ⁻¹ S_{10t} (2,19)**
		+ 0,360.10 ⁻¹ S_{11t} (2,05)**	
		+ 0,226. log Z_{t-1} (1,87)*	- 0,271 log Z_{t-2} + $\hat{a}_t$ (-2,29)**
		$R^2 = 0.996$	$Q(27) = 97,58$

Entre parênteses encontram-se os valores do teste t

*** significativo a 1%

** significativo a 5%

* significativo a 10%

Tabela 5.11. Equação obtida do modelo misto com AR(2) para a série de preços reais mensais do bezerro no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986

$\text{Log } Z_t = 2,870$ (3,59)***	$+ 0,566.10^{-3}t$ (0,66)
$-0,791.10^{-1} \text{ sen } \frac{2\pi t}{72}$ (-2,68)***	$- 0,395.10^{-1} \text{ cos } \frac{2\pi t}{72}$ (-1,42)
$-0,131 \text{ sen } \frac{4\pi t}{72}$ (-3,84)***	$- 0,587.10^{-1} \text{ cos } \frac{4\pi t}{72}$ (-3,06)***
$+0,374.10^{-1} \text{ sen } \frac{6\pi t}{72}$ (2,03)**	$- 0,496.10^{-1} \text{ cos } \frac{6\pi t}{72}$ (-2,39)**
$+0,194.10^{-1} \text{ sen } \frac{8\pi t}{72}$ (1,08)	$+ 0,112.10^{-1} \text{ cos } \frac{8\pi t}{72}$ (0,71)
$+0,222.10^{-1} \text{ sen } \frac{10\pi t}{72}$ (1,40)	$+ 0,175.10^{-1} \text{ cos } \frac{10\pi t}{72}$ (1,13)
$-0,148.10^{-1} s_{1t}$ (-0,38)	$- 0,286.10^{-1} s_{2t}$ (-0,69)
$+0,939.10^{-1} s_{3t}$ (2,09)**	$+ 0,440.10^{-2} s_{4t}$ (0,09)
$-0,126.10^{-2} s_{5t}$ (-0,03)	$+ 0,100 s_{6t}$ (2,38)**
$+0,442.10^{-1} s_{7t}$ (1,01)	$+ 0,934.10^{-1} s_{8t}$ (2,36)**
$-0,844.10^{-2} s_{9t}$ (-0,21)	$+ 0,120 s_{10t}$ (3,24)***
$+0,432.10^{-1} s_{11t}$ (1,10)	
$+0,960 \log Z_{t-1}$ (7,90)***	$- 0,381 \log Z_{t-2} + \bar{a}_t$ (-3,07)***
$R^2 = 0,982$	$Q(27) = 48,24$

Entre parênteses encontram-se os valores do teste t

*** significativo a 1%

** significativo a 5%

* significativo a 10%

Tabela 5.12. Previsões de preços reais do bezerro e observações do mercado físico para 1981 e 1987

Meses	1981			1987		
	Modelo misto com AR(2)	Regressão	Mercado Físico	Modelo misto com AR(2)	Regressão	Mercado Físico
Jan	1.711,43	1.753,66	1.640,77	2.632,06	2.820,27	2.583,71
Fev	1.612,51	1.640,25	1.460,08	2.206,10	2.466,09	1.888,70
Mar	1.487,98	1.534,91	1.379,64	1.823,89	2.033,37	1.404,36
Abr	1.431,77	1.451,17	1.303,39	1.741,35	1.863,03	1.217,64
Mai	1.359,31	1.380,25	1.248,53	1.553,26	1.657,99	1.139,19
Jun	1.293,27	1.317,69	1.149,05	1.342,06	1.415,81	900,71
Jul	1.307,43	1.270,07	1.107,34	1.294,69	1.323,50	944,16
Ago	1.317,84	1.230,45	1.054,79	1.211,45	1.240,15	1.026,09
Set	1.300,59	1.203,18	1.023,97	1.184,11	1.196,57	
Out	1.293,37	1.194,85	1.051,55	1.058,63	1.089,28	
Nov	1.275,83	1.183,51	1.043,01	1.082,61	1.124,56	
Dez	1.266,55	1.160,71	1.018,33	1.064,95	1.154,99	
	32.329,19	23.911,97		134.604,93	240.715,45	

Figura 5.19. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas da regressão com boi magro e observações do mercado físico para 1981

Figura 5.20. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas da regressão com boi magro e observações do mercado físico para 1987

Figura 5.21. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas do modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1981

Figura 5.22. Comparações entre as previsões de preços do bezerro obtidas do modelo misto com AR(2) e observações do mercado físico para 1987

6. CONCLUSÕES

Não foi possível ajustar um modelo ARIMA apropriado à série de preços da arroba do boi gordo, que contém variações cíclicas estacionais e plurianuais. O modelo ajustado não conseguiu prever os ciclos plurianuais.

O modelo harmônico e o modelo misto ponderado com AR(2), quando aplicados à série temporal, resultaram em bom ajuste e boas previsões; porém, foi constatada autocorrelação nos resíduos. Para solucionar este problema, foi necessário introduzir um processo de média móvel, o que só foi possível com a eliminação da ponderação.

Para comparar a capacidade preditiva dos modelos ajustados foi calculado o erro quadrático médio de previsão para cada modelo, comparando-se as previsões com as observações do mercado físico. Ajustando os modelos mistos, no período de janeiro de 1980 a dezembro de 1986, e prevendo os preços de 1987, os resultados mostraram ser o modelo misto com AR(2) o que forneceu melhores previsões, vindo em seguida o modelo misto com ARMA(1,1), o mercado a termo, o modelo

harmônio e por último o SARIMA $(0,1,1) \times (0,1,1)_{12}$, estes dois últimos ajustados no período de janeiro de 1970 a dezembro de 1986.

Com base no melhor modelo, ou seja, o misto com AR(2), foram obtidas previsões de preços para os anos de 1981 a 1987, utilizando para a análise um período de tempo maior em relação ao utilizado anteriormente, com dados a partir de 1970. Os resultados mostraram que as previsões obtidas através deste modelo foram superiores às obtidas na Bolsa de Mercadorias de São Paulo somente em 1982 e 1983.

É interessante observar, que, a utilização de técnicas estatísticas e computacionais complexas e trabalhosas para a obtenção de previsões de preços, muitas vezes, não consegue superar as previsões obtidas no mercado futuro. É importante salientar também, que, às previsões de preços, obtidas na Bolsa de Mercadorias são dadas em valores nominais, estando, portanto, associadas a uma previsão da inflação.

No mercado a termo existem, basicamente, duas análises que visam a obtenção de previsões, a técnica e a fundamental. A análise técnica utiliza gráficos contendo preços, volume de contratos e contratos em aberto, e reflete o comportamento dos negociantes do mercado. Já a análise fundamental leva em consideração fatores determinantes da oferta e demanda, ou seja, aspectos de produção, consumo, comercialização e existência de produtos complementares e substitutos no mercado interno e externo, que podem afetar os preços das mercadorias. Além destas análises, a própria vivência e opinião dos especialistas deste mercado, ou seja, o "feeling", contribui para a obtenção de boas previsões.

Talvez, o ideal para a obtenção de melhores previsões seja associar as técnicas econométricas aos conhecimentos de fatores de ordem política e social, juntamente com o "feeling" dos especialistas.

As previsões de preços do boi magro e bezerro não puderam ser comparadas às do mercado a termo, pois estas categorias não são negociadas na Bolsa de Mercadorias de São Paulo.

Devido à semelhança entre as séries de preços do boi magro e bezerro, constatou-se que os preços do bezerro poderiam ser previstos a partir das previsões de preços para o boi magro, através de uma regressão.

As previsões dos preços do bezerro obtidas para 1981 através do modelo misto com $AR(2)$ foram melhores, quando comparadas às obtidas pela regressão com base nos preços do boi magro, entretanto, este último modelo foi superior na obtenção de previsões para 1987. Diante destes resultados, não é possível recomendar um desses métodos como melhor em relação ao outro.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRICULTURA SITUAÇÃO E PERSPECTIVAS 87/88, São Paulo, 3:99-100, 1987.

AMARAL, E. Análise Harmônica e Previsão a Longo prazo. *Anais da Reunião Internacional de Biometria*. Piracicaba. 1975. p.232-271.

ANDRADE, R. O Mercado a Termo como Instrumento de Orientação de Política Agrícola. Viçosa. 1985. 124p. (Mestrado - Universidade Federal de Viçosa).

BOTELHO, F.A. *Curso de Formação em Negócios a Termo: A Análise Técnica no Mercado de "Commodities"*. São Paulo, Bolsa de Mercadorias de São Paulo. 50p.

BOX, G.E. e G.M.JENKINS. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco. Holden-Day. 1976. 575p.

BRANDT, S.A. *Comercialização Agrícola*. Piracicaba, Livroceres. 1980. 195p.

BRANDT, J.A. e D.A.BESSLER. Composite Forecasting: An Application with U.S. Hog Prices. *Amer.J.Agr.Econ.* 63(1): 1981. 136-140p.

CASTRO, P.R. e R.FERNANDEZ. Conjectures and Evidences on the Behavior of the Brazilian Beef Cattle Market. 1956-1974. Mimeogr.

CHATFIELD, C. *The Analysis of Time Series*, 3^a ed. New York, Chapman and Hall Ltd. 1984, 286p.

COELHO, H. Emprego da Análise Harmônica a Dados de Produção de Citros, Piracicaba, 1980. 124p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

DIEESE registra aumento do desemprego em São Paulo. Folha de São Paulo, São Paulo, 22 set. 1987. p.A28.

DIAS, G.D. Avaliação da Política Econômica para a Pecuária de Corte no Brasil. Rio de Janeiro. 1972. 100p. (Doutorado - Fundação Getúlio Vargas).

DORAN, H.E. e J.J.QUILKEY. Harmonic Analysis of Seasonal Data: Some Important Properties. *Am.J.Agric.Econ.*, Manasha, 1972. 54(4):646-651p.

DUARTE, G.S. Curva Epidemiológica da Ferrugem Alaranjada do Cafeeiro na Zona da Mata-MG, Piracicaba. 1974. 65p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

DUARTE, G.S. e D.BARBIN. Curva Epidemiológica da Ferrugem Alaranjada do Cafeeiro na Zona da Mata-MG. *Anais da Reunião Internacional de Biometria*. Piracicaba, 1975. 167-184p.

ESTADOS UNIDOS. Department of Agriculture. Agricultural Research Service. *Dairy, Livestock and Poultry*. Washington, 1986. 68p.

GARCIA, E.A.C. Os preços da Pecuária Bovina do Pantanal Matogrossense. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*. Brasília, 19(2): 1984. p.123-148.

GONÇALVES, E.G. Comparação de Modelos para Previsão de Séries Temporais - Série de Precipitações Pluviais Mensais no Município de Pindorama-SP. Piracicaba, 1983. 162p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

GREENBERG, E. e C.E.WEBSTER Jr., *Advanced Econometrics*. A Bridge to the Literature, USA. John Wiley & Sons. 1983.

HOFFMANN, R. e S.VIEIRA. *Análise de Regressão. Uma Introdução à Econometria*. 2ª ed., São Paulo, Hucitec, 1983. 379p.

IBGE. Pesquisa mensal de abate de animais, Rio de Janeiro.

JUST, R.E. e G.C.RAUSSER. Commodity Price Forecasting with Large-Scale Econometric Models and the Futures Market. *Amer.J.Agr.Econ.* 63(2): 1981. 197-208p.

MASCOLO, J.L. Um Estudo Econômico da Pecuária de Corte no Brasil. Rio de Janeiro, 1980. 100p. (Doutorado - Fundação Getúlio Vargas).

MASCOLO, J.L. e A.L.S.P.SOUZA. A Política Comercial Brasileira Recente e o seu Impacto na Agricultura de Exportação. Rio de Janeiro. *Fundação Centro de Estudos do Comércio Exterior*. (Relatório de Pesquisa) 1983. 100p.

MONTELLO, J. *Estatística para Economistas*, Rio de Janeiro, APEC Editora S.A. 1970. 333p.

MORETTIN, P.A. Análise Harmônica de Processos Estocásticos. *12º Colóquio Brasileiro de Matemática*, Poços de Caldas, MG. 1979. 43-73p.

MORETTIN, P.A. e C.M.C.TOLOI. *Previsão de Séries Temporais*. São Paulo. Atual Editora Ltda. 1985. 436p.

OKAWA, H. Análise Harmônica das Variações dos Preços e das Quantidades de Sardinha Fresca no Mercado Atacadista de São Paulo - 1981/82. Piracicaba. 1985. 96p. (Mestrado - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"/USP).

PECUÁRIA DE CORTE. Agroanalysis, Rio de Janeiro, diversos.

PECUÁRIA DE CORTE. Suma Agrícola e Pecuária, São Paulo, diversos.

PINO, F.A. Análise de Intervenção em Séries Temporais - Aplicações em Economia Agrícola. São Paulo, 1980. 253p. (Mestrado - Instituto de Matemática e Estatística/USP).

REGRESSION ANALYSIS for Time Series. T.A.DOAN e R.B.LITTERMAN.
Minneapolis, 1984.

SANVICENTE, A.Z. *Curso de Formação em Negócios a Termo: Análise Fundamental*. São Paulo, Bolsa de Mercadorias de São Paulo. 17p.

SCHMITZ, A e WATTS, D.G. Forecasting Wheat Yields: an application of parametric time series modelling. *American Journal of Agricultural Economics*, 52(2): 1970. 247-254p.

SILVEIRA Jr., P. Modelo de Crescimento para Bovinos da Raça Ibagê, tendo em conta a Oscilação Estacional. Pelotas, RS. 1979. 121p. (Título - Universidade Federal do Paraná).

STATISTICAL GRAPHICS SYSTEM. United States of America. Statistical Graphics Corporation. Copyright, 1985.

TSUNECHIRO, A. O Desempenho dos Mercados a Termo: Os Casos do Café, Soja e Boi Gordo na Bolsa de Mercadorias de São Paulo. São Paulo, 1983. 124p. (Mestrado - Faculdade de Economia e Administração/USP).

YO, G.T. *Operações a termo de mercadorias: Commodities*. São Paulo, Gedimex, 1981. 206p.

APENDICE

Tabela I - Preços reais mensais da arroba do boi gordo

Anos	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1970	158,4	161,0	163,0	175,2	171,2	171,2	179,5	194,1	195,9	205,3	210,9	217,6
1971	212,6	213,7	211,4	209,2	208,8	208,0	206,2	207,8	208,2	216,5	220,5	223,7
1972	223,8	223,1	221,4	222,9	220,1	215,9	214,3	213,0	233,1	254,7	256,2	257,7
1973	261,1	250,5	242,4	240,2	240,4	241,1	246,4	282,9	351,8	402,2	409,4	364,5
1974	309,6	299,9	297,6	340,0	323,6	299,5	311,3	315,5	305,9	303,3	303,0	302,0
1975	293,4	280,8	268,8	258,0	255,5	246,3	239,5	242,9	236,7	251,0	275,2	266,2
1976	257,0	244,3	246,0	237,1	224,6	219,1	213,8	223,0	217,7	222,1	225,3	213,4
1977	212,1	209,8	206,0	198,6	193,5	189,5	196,8	211,1	239,4	260,5	268,1	263,3
1978	256,9	250,9	247,7	241,6	235,4	236,4	285,6	294,1	306,2	367,1	364,7	361,6
1979	357,4	352,9	341,1	349,9	350,5	344,3	360,2	393,2	470,9	464,0	461,1	415,5
1980	406,1	375,5	348,3	338,6	329,3	319,3	324,2	334,3	328,3	363,0	345,9	310,4
1981	294,6	268,9	250,7	238,2	226,7	208,1	208,4	212,7	239,7	252,0	256,0	242,5
1982	225,6	203,0	188,1	183,5	185,4	180,7	225,2	226,3	228,5	217,8	208,3	198,1
1983	187,7	183,7	188,1	222,3	218,3	202,5	240,9	255,1	315,6	310,6	295,9	283,7
1984	275,8	265,7	248,2	233,7	270,9	261,3	266,5	274,5	342,6	318,4	288,9	260,1
1985	235,8	204,6	179,4	169,5	157,9	146,6	206,3	254,4	272,3	287,3	331,2	299,6
1986	257,1	226,0	213,1	223,2	235,9	257,4	284,2	311,6	335,4	322,4	434,5	499,1

FONTE: IEA, FGV, CEPEA/FEALQ.

Tabela II - Preços reais mensais do boi magro

Anos	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1970	1.472	1.455	1.491	1.595	1.551	1.571	1.657	1.890	1.939	1.910	2.138	2.165
1971	2.326	2.298	2.262	2.324	2.309	2.320	2.388	2.469	2.569	2.551	2.578	2.576
1972	2.559	2.485	2.472	2.570	2.534	2.508	2.586	2.548	2.597	2.708	2.716	2.720
1973	2.659	2.687	2.690	2.747	2.723	2.763	2.872	3.170	3.533	3.805	4.072	3.566
1974	3.164	3.355	3.806	3.779	3.845	3.632	3.600	3.553	3.357	3.226	3.080	3.223
1975	3.141	2.967	2.819	2.682	2.691	2.592	2.492	2.437	2.393	2.406	2.606	2.483
1976	2.425	2.286	2.291	2.207	2.197	2.090	2.017	1.944	1.844	1.868	1.801	1.745
1977	1.645	1.672	1.643	1.737	1.693	1.771	1.799	1.835	1.897	2.052	2.119	2.177
1978	2.217	2.281	2.396	2.472	2.439	2.414	2.701	2.809	2.906	3.235	3.225	3.232
1979	3.321	3.431	3.464	3.618	3.988	3.919	3.853	4.041	4.394	4.447	4.414	4.296
1980	4.190	4.064	3.908	3.904	3.761	3.755	3.732	3.562	3.419	3.447	3.325	3.097
1981	2.933	2.709	2.543	2.387	2.261	2.155	2.040	1.992	1.950	1.981	1.997	1.982
1982	1.874	1.770	1.652	1.620	1.654	1.588	1.746	1.752	2.091	1.982	1.750	1.698
1983	1.764	1.843	1.713	2.517	2.372	2.130	2.179	2.397	2.428	2.888	2.686	2.727
1984	2.741	2.715	2.779	2.898	2.866	2.911	2.917	2.804	3.208	3.125	2.976	2.733
1985	2.508	2.219	1.979	1.866	1.748	1.625	1.928	2.237	2.372	2.350	2.746	2.655
1986	2.412	2.205	2.200	2.687	3.113	3.334	3.839	4.117	4.464	4.145	4.899	5.412

FONTE: IEA, FGV, CEPEA/FEALQ

Tabela III - Preços reais mensais do bezerro

Anos	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
1970	605	643	671	659	675	707	745	802	826	811	878	901
1971	949	1.053	1.084	1.077	1.114	1.116	1.102	1.166	1.249	1.246	1.254	1.330
1972	1.286	1.293	1.329	1.294	1.351	1.400	1.297	1.284	1.304	1.332	1.330	1.396
1973	1.341	1.413	1.405	1.325	1.461	1.475	1.497	1.627	1.821	1.823	1.842	1.621
1974	1.522	1.540	1.550	1.675	1.679	1.630	1.660	1.587	1.516	1.491	1.474	1.340
1975	1.310	1.224	1.123	1.111	1.090	1.037	978	926	868	906	971	944
1976	935	921	865	836	820	792	768	732	727	678	687	667
1977	622	663	659	668	652	646	677	710	787	861	867	873
1978	927	987	1.050	1.087	1.090	1.097	1.285	1.398	1.468	1.552	1.563	1.595
1979	1.619	1.700	1.797	1.913	2.176	2.196	2.237	2.633	2.590	2.521	2.439	2.471
1980	2.339	2.274	2.140	2.185	2.101	2.120	2.230	2.143	2.100	2.049	1.973	1.873
1981	1.641	1.460	1.380	1.303	1.249	1.149	1.107	1.055	1.024	1.052	1.043	1.018
1982	964	849	784	764	786	758	821	810	978	891	806	746
1983	865	895	801	1.156	1.097	1.025	1.191	1.321	1.414	1.411	1.297	1.246
1984	1.274	1.381	1.459	1.482	1.590	1.622	1.649	1.662	1.764	1.702	1.601	1.464
1985	1.350	1.216	1.079	1.018	947	876	1.019	1.115	1.183	1.170	1.226	1.191
1986	1.065	1.006	1.043	1.373	1.652	1.872	2.185	2.384	2.639	2.467	2.837	2.942

FONTE: IEA, FGV, CEPEA/FEALQ