Universidade de São Paulo
Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz"

Valor econômico da água na suplementação hídrica da agricultura brasileira: aplicação de um modelo multissetorial de crescimento

Péterson Felipe Arias Santos

Tese apresentada para obtenção do título de Doutor em Ciências. Área de concentração: Economia Aplicada

Piracicaba
2020

Péterson Felipe Arias Santos
Bacharel em Ciências Econômicas

Valor econômico da água na suplementação hídrica da agricultura brasileira: aplicação de um modelo multissetorial de crescimento

versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011

Orientador:
Prof. Dr. **HUMBERTO FRANCISCO SILVA SPOLADOR**

Tese apresentada para obtenção do título de Doutor em Ciências. Área de concentração: Economia Aplicada

Piracicaba
2020

Dados Internacionais de Catalogação da na Publicação
DIVISÃO DE BIBLIOTECA – DIBD/ESALQ/USP

Santos, Péterson Felipe Arias

Valor econômico da água na suplementação hídrica da agricultura brasileira: aplicação de um modelo multissetorial de crescimento / Péterson Felipe Arias Santos. - - versão revisada de acordo com a resolução CoPGr 6018 de 2011. - - Piracicaba, 2020.

83 p.

Tese (Doutorado) - - USP / Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz".

1. Valor da água 2. Crescimento econômico 3. Equilíbrio geral dinâmico l. Título

AGRADECIMENTOS

A meus pais, Paulo e Deise, pela paciência e apoio ao longo de toda minha trajetória acadêmica, e sem os quais nada poderia alcançar, incluindo a presente tese. A meus demais familiares e amigos, especialmente minhas irmãs e meu tio Abel.

Ao Prof. Humberto Spolador, pela orientação indispensável ao longo do desenvolvimento do trabalho, bem como as mais diversas conversas sobre a economia brasileira.

Também contribuíram para o andamento da tese os professores Joaquim Bento (ESALQ), Angelo Gurgel (EESP/FGV) e Cassiano Bragagnolo (UFSCar) através de valorosas sugestões na ocasião do Exame de Qualificação. Em particular, reforço minha gratidão ao Prof. Bento por ajudar-me também com a base de dados.

Ao Prof. Demetrius David da Silva da UFV por gentil e prontamente fornecer-me acesso aos dados do projeto *Desenvolvimento de matriz de coeficientes técnicos para recursos hídricos no Brasil*.

Agradeço aos demais professores e funcionários do Departamento de Economia, Administração e Sociologia da ESALQ, que direta ou indiretamente participaram de minha formação na pós-graduação.

A meus colegas de turma que sempre compartilharam momentos, conhecimentos e dificuldades, inclusive acadêmicas, ao longo de todo o doutorado.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro ao desenvolvimento desta tese.

SUMÁRIO

RESUMO....5
ABSTRACT....6
LISTA DE FIGURAS....7
LISTA DE TABELAS....8
LISTA DE QUADROS....9
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS....10
1. INTRODUÇÃO....11
2. PANORAMA DOS RECURSOS HÍDRICOS NO BRASIL....13
2.1. DISPONIBILIDADE HÍDRICA E DEMANDA POR ÁGUA NO BRASIL....13
2.2. AGRICULTURA IRRIGADA NO BRASIL....16
3. REVISÃO DE LITERATURA....23
3.1. MÉTODOS DE CÁLCULO DO VALOR DA ÁGUA....23
3.2. ESTIMATIVAS DO VALOR DA ÁGUA NO BRASIL....25
3.3. ESTIMATIVAS DO VALOR DA ÁGUA NO MUNDO....28
4. METODOLOGIA....35
4.1. MODELO TEÓRICO....35
4.1.1. Ambiente econômico....37
4.1.2. Comportamento das famílias....37
4.1.3. Preço sombra dos recursos naturais....39
4.1.4. Composição do capital....40
4.1.5. Firmas....41
4.1.6. Equilíbrio intratemporal....43
4.1.7. Equilíbrio intertemporal....45
4.2. CALIBRAÇÃO....47
4.2.1. Uma matriz de contabilidade social para o Brasil....48
4.2.2. Decomposição do crescimento: estoque de capital, depreciação, força de trabalho e progresso técnico....51
4.2.3. Dotações setoriais de recursos naturais e preferências intertemporais....53
4.2.4. Preferências intertemporais....54
4.3. SOLUÇÃO NUMÉRICA....55
5. RESULTADOS....57
5.1. DINÂMICA ECONÔMICA....57
5.2. VALORES-SOMBRA DA ÁGUA UTILIZADA PARA SUPLEMENTAÇÃO HÍDRICA....64
5.2.1. Remuneração-sombra (shadow-rent) da água....64
5.2.2. Preço-sombra (shadow-price) e valor do estoque de água utilizada na suplementação hídrica....68
5.3. REMUNERAÇÕES E PREÇOS-SOMBRA DA TERRA....70
6. CONCLUSÃO....75
REFERÊNCIAS....77
APÊNDICE....83

RESUMO

Valor econômico da água na suplementação hídrica da agricultura brasileira: aplicação de um modelo multissetorial de crescimento

Apesar de possuir uma das maiores reservas água doce do mundo, o Brasil apresenta uma elevada concentração deste recurso hídrico na região norte, de modo que existe relativa escassez no atendimento de diferentes demandas, entre as quais a irrigação, o abastecimento humano e para uso industrial. No país, assim como em diversos locais do mundo, têm surgido propostas e implementações de políticas de cobrança pelo uso da água que, inevitavelmente, passam pela atribuição de um valor econômico para a mesma. A presente tese buscou, então, obter uma estimativa do valor econômico da água utilizada para suplementação hídrica das lavouras brasileiras, por meio de um modelo multissetorial de crescimento com poupança endógena em que se permitiu uma abordagem regional. O modelo foi calibrado para o ano de 2005 por meio de uma matriz de contabilidade social com discriminação da remuneração da água, e por meio de um exercício de decomposição do crescimento. Como resultado, obtiveram-se valores da água por meio de dois conceitos distintos existentes em uma perspectiva intertemporal: sua remuneração-sombra e seu preço-sombra. O primeiro pode ser associado diretamente aos valores presentes em políticas de cobrança pelo uso da água no Brasil, enquanto o segundo possui maior relevância do ponto de vista macroeconômico, pois permite obter o valor econômico de toda água utilizada no ano de referência, e está associado teoricamente à dinâmica do estoque de capital físico da economia justificando, assim, a metodologia empregada. Especificamente, maiores valores tanto de remuneração quanto preço-sombra foram identificados no grupo de "outras lavouras" – ou seja, lavouras que não correspondam às produções de arroz e de cana-de-açúcar – do centro-sul brasileiro, englobando, portanto, grande parte da moderna fronteira agrícola. Por outro lado, pequenos valores foram obtidos para a cana-de-açúcar também no centro-sul, que é a maior demandante de água do país, refletindo características agronômicas e institucionais presentes no setor, como o caráter desejável da restrição hídrica ao longo do desenvolvimento da cultura, e a grande disponibilidade de água cuja origem é a vinhaça que, por aspectos legais, acaba lançada à lavoura. Os resultados sugerem que políticas de cobrança possam adotar, além do critério regional, a própria atividade para qual a água se destina como determinante para o valor a ser exercido. Em termos do valor do estoque de água utilizado, a maior parte encontra-se nas produções de arroz e no grupo de outras lavouras, com pequena representatividade da produção de cana-de-açúcar.

Palavras-chave: Valor da água, Crescimento econômico, Equilibrío geral dinâmico

ABSTRACT

Economic value of supplementary water in Brazilian crops: an application of a multisector growth model

Despite its large reserves of fresh water, Brazil has a high concentration of these hydrological resource in the north region, which makes it relative scarce for attaining various demands such as irrigation, human and industrial uses. In the country, as it is the case in many other places in the world, proposals and implementations of water charge policies have been discussed, and those inevitably depend on resource's economic valuations. Therefore, this thesis aimed to estimate the economic value of water in Brazilian irrigate crops by using a multisector growth model with endogenous savings, that also included regional disaggregation. The model was calibrated for the year 2005 through a social accounting matrix with explicit water remuneration, and a growth accounting exercise. The results are the monetary values for two different concepts were obtained: shadow-rent and shadow-price. The first one can be directly associated to current values in water charging policies in Brazil, while the second one is related to the estimations of all the water used in the base year, and is theoretically linked to physical capital stock dynamics, which justifies the use of the proposed methodology. Specifically, the highest values in both shadow-rent and shadow-price concepts were found in the aggregated sector "other crops", i.e., crops other than rice and sugar cane, in middle-south region of Brazil, thus comprising a large part of the modern agricultural frontier. Meanwhile, small values were found for sugar cane production, also in center-south region, the biggest user of water in the country, due to agronomical and institutional aspects of the sector, such as the desirability of water restrictions during plant development and the large supply of water from stillage that, for legal reasons, is applied to the crops. Additionally, referent to the regional approach, the results suggest that water charging policies could adopt the economic activity as parameter to establish the charged value. In terms of water stock value, the largest share of it comprises rice and other crops, while sugarcane is responsible for a lower share of total value.

Keywords: Water value, Economic growth, Dynamic general equilibrium

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Regiões hidrográficas brasileiras. 13
Figura 2. Vazões retirada e consumida no Brasil em 2017..... 14
Figura 3. Composição relativa da retirada anual de água para fins de irrigação em 2015, por cultura. 20
Figura 4. Relação capital-produto no Brasil. 51
Figura 5. Pessoal ocupado, em milhões de indivíduos, no Brasil entre 1981 e 2013. 52
Figura 6. Evolução do índice (1981=100) da produtividade Harrod-neutra no Brasil. 52
Figura 7. Evolução da taxa de investimento no Brasil, entre 1970 e 2013. 54
Figura 8. Evolução projetada do estoque de capital por trabalhador efetivo em reais de 2005. 57
Figura 9. Evolução projetada do estoque de capital por trabalhador em reais de 2005. 58
Figura 10. Evolução projetada do preço relativo da cana-de-açúcar. 59
Figura 11. Evolução projetada do preço do bem de serviços. 60
Figura 12. Evolução projetada da taxa de juros e remuneração do capital. 61
Figura 13. Comparação entre valores simulados e observados dos valores adicionados setoriais e da economia brasileira, em bilhões de reais de 2005. 62
Figura 14. Evolução projetada das taxas de crescimento do produto setorial. 63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Vazão e disponibilidade hídrica segundo as regiões hidrográficas brasileiras em 2012. 14

Tabela 2. Distribuição da vazão retirada total e para irrigação de água no Brasil em 2017, em m^3/s..... 15

Tabela 3. Evolução das áreas irrigadas, em hectares, no Brasil entre 1985 e 2017, conforme edições do censo agropecuário. 17

Tabela 4. Área irrigada por classe de atividade em 2006, em hectares. 19

Tabela 5. Disposição a pagar dos produtores (DAP) agrícolas da área do córrego da rocinha (DF). 26

Tabela 6. Valor econômico da água utilizada na irrigação no médio São Francisco, de acordo com cultura..... 27

Tabela 7. Quantidade dos fatores fixos considerados no modelo. 53

Tabela 8. Parâmetros do modelo externos à matriz de contabilidade social. 55

Tabela 9. Indicadores de acuidade das previsões do modelo (1995-2018). 62

Tabela 10. Evolução projetada das remunerações-sombra da água por setor e região, em R$ de 2005 por m^3..... 64

Tabela 11. Evolução projetada dos preços-sombra da água por setor e região, em R$ de 2005 por m^3. 69

Tabela 12. Estimativa do valor da água utilizada pelas lavouras brasileiras em 2005. 69

Tabela 13. Evolução projetada das remunerações-sombra da terra por setor e região, em R$ de 2005 por hectare. 70

Tabela 14. Evolução projetada do preços-sombra da terra por setor, em R$ de 2005 por hectare. 72

Tabela 15. Estimativa do valor do estoque de terra utilizado pelas lavouras no ano de 2005. 72

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Trabalhos e resultados sobre o valor da água no Brasil. 28

Quadro 2. Trabalhos e resultados sobre o valor da água no mundo. 33

Quadro 3. Setores ($\boldsymbol{s}$) e produtos ($\boldsymbol{c}$) considerados no modelo e respectivos índices. 36

Quadro 4. Agregação regional e indexação. 36

Quadro 5. *Headers* da base de dados considerados na construção da SAM, conforme nomenclatura do modelo ORANI-G. 49

Quadro 6. Valores cobrados pela utilização de água bruta em bacias brasileiras. 66

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA	Agência Nacional de Águas
CGE	Equilíbrio geral computável (*computable general equilibrium*)
CODEVASF	Companhia de Desenvolvimento do Vale do São Francisco
CPO	Condição de primeira ordem
DAP	Disposição a pagar
DEA	Análise por envoltória de dados (*data envelopment analysis*)
EMP	Programação matemática econométrica (*econometric mathematical programming*)
EOB	Excedente operacional bruto
FUNARBE	Fundação de Apoio à Universidade Federal de Viçosa
GTAP	Global Trade Analysis Project
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGP-DI	Índice Geral de Preços – Disponibilidade Interna
IPEA	Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada
m^3	Metro cúbico
MIP	Matriz Insumo-Produto
PAM	Pesquisa Agrícola Municipal
PL	Programação linear
PMP	Programação matemática positiva
PNAD	Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios
POF	Pesquisa de Orçamentos Familiares
StoNED	Envoltória de dados não paramétrica estocástica (*stochastic nonparametric envelopment of data*)
TRU	Tabela de recursos e usos

1. INTRODUÇÃO

O Brasil possui uma extensão territorial da ordem de 8,5 milhões de quilômetros quadrados divididos em dozes grandes regiões hidrográficas com diferentes perfis de clima e disponibilidade hídrica, e que concentram, de maneira heterogênea, a população residente. Conforme apontava o extinto Ministério da Integração Nacional (MIN, 2008), tal característica faz com que, a despeito de possuir cerca de 12% da disponibilidade hídrica global, exista relativa escassez de água, especialmente em áreas muito populosas e/ou períodos de estiagens severas, como ocorrido no sudeste brasileiro a partir de 2014.

Conforme dados da ANA (Agência Nacional de Águas), o abastecimento humano, contudo, representava em 2017 23,8% da retirada total, e 8,6% do consumo de água bruta (ANA, 2018). Assim, a maior parte da água retirada das fontes brasileiras destina-se, assim como em muitos países, à irrigação de áreas agrícolas. Especificamente, as duas principais lavouras em termos de utilização de água são as produções de cana-de-açúcar e de arroz que se localizam, em grande parte, em áreas sujeitas a períodos de seca no centro-sul brasileiro, resultando em potenciais perdas econômicas e de bem-estar devido à insuficiência hídrica. Na região nordeste, por sua vez, a técnica tem sido historicamente empregada como forma de mitigar os efeitos do clima local, especialmente no semiárido (MIN, 2008).

Neste contexto, embora constitua tema politicamente controverso, iniciativas para que a água passe a ser tratada como recurso natural dotado de valor econômico e, portanto, sujeito a mecanismos de preços, têm surgido frente à necessidade de um uso racional da mesma, e de obtenção de recursos para garantir o próprio acesso dos usuários à mesma. Do ponto de vista microeconômico, a eficiência destas políticas e dos valores cobrados estaria associada à sua capacidade de equalizar o benefício marginal de uma unidade de água ao custo marginal de ofertá-la, conforme ocorreria em um mercado competitivo.

Por outro lado, não existindo um mercado para água utilizada na suplementação hídrica de lavouras, de modo a estabelecer um preço eficiente, a cobrança pelo uso por parte das agências reguladoras exige alguma metodologia para estimá-lo. Johansson (2005), por exemplo, sumarizou potenciais métodos para aferir o valor da água nos níveis micro e macroeconômico, entre eles, modelos econométricos, de equilíbrio – geral e parcial – e outras abordagens empíricas como programação linear (PL), método residual, hedônico, entre outros.

A presente tese insere-se no conjunto de trabalhos de abordagem macroeconômica, especificamente ao aplicar um modelo multissetorial de crescimento que tem como uma de suas características tornar endógena a decisão de poupança das famílias ao estilo de Ramsey (1928). A partir deste modelo, *o principal objetivo do trabalho é obter uma estimativa da remuneração e preço-sombra por m³ da água utilizada para suplementação hídrica das lavouras brasileiras*, comparando tais valores aos atualmente presentes na legislação brasileira de cobrança pelo uso da água, e à literatura existente sobre o tema. A razão para uso do termo "suplementação hídrica" em substituição a "irrigação" decorre da abrangência mais ampla do primeiro frente ao segundo, sendo esclarecida brevemente. Justifica-se o emprego da metodologia pela relação teórica do preço-sombra de um recurso natural e o fluxo de remunerações-sombra que, por sua vez, é fortemente influenciado pelo processo de acumulação de capital descrito nos modelos de crescimento econômico. Dessa forma, segundo Roe e Smith (2015), os valores dos recursos naturais e do capital físico passam a ser relativos, e tendem a mover-se conjuntamente.

O modelo empírico desta tese considera seis setores (cana-de-açúcar, arroz, outras lavouras, outros produtos da agropecuária, indústria e serviços) em três regiões geográficas, tendo como fatores de produção capital,

trabalho, terra e água para irrigação das lavouras. O modelo foi, então, calibrado a partir de uma matriz de contabilidade social (*social accounting matrix* - SAM) e de um exercício de decomposição do crescimento. Um método numérico foi utilizado para a solução do sistema de equações diferenciais, dando origem às trajetórias das variáveis de interesse do trabalho.

Adicionalmente ao valor do metro cúbico, buscou-se calcular o valor do estoque da água utilizada na suplementação hídrica como parte do esforço recente de incorporar os recursos naturais à análise do processo econômico. De maneira análoga, dada a estrutura e as hipóteses admitidas no modelo, também foi possível obter estimativas da remuneração e preço-sombra da terra nos quatro grandes setores que dela se utilizam.

Esta tese encontra-se organizada em seis seções, incluindo a presente introdução. A segunda seção apresenta o panorama dos recursos hídricos e da agricultura irrigada no país. A seção 3 descreve brevemente metodologias existentes para valoração da água, de modo a contextualizar a metodologia empregada na presente tese entre tais abordagens, e apresenta uma revisão de literatura sobre o tema, voltando-se, sobretudo, às estimativas do valor da água no Brasil e no mundo, conforme diferentes metodologias, mas sem a pretensão de compará-las diretamente. A seção 4 expõe detalhadamente a metodologia empregada, incluindo o modelo teórico considerado, as decorrentes condições de equilíbrio, e apresenta o procedimento de calibração do modelo dinâmico. A seção 5 discorre acerca dos resultados obtidos, tendo em consideração os objetivos estabelecidos e, finalmente, a sexta seção realiza as considerações finais do trabalho.

2. PANORAMA DOS RECURSOS HÍDRICOS NO BRASIL

2.1. Disponibilidade hídrica e demanda por água no Brasil

A atual divisão hidrográfica brasileira foi estabelecida pela Resolução n.º 32, de 15 de outubro de 2003 (BRASIL, 2003) de modo a agregar áreas com características similares. Deve-se notar que, a rigor, estas regiões hidrográficas não se confundem com as grandes bacias hidrográficas – ainda que frequentemente sejam evocadas de maneira equivalente – na medida em que as primeiras são definidas apenas dentro do território nacional. A Figura 1 apresenta de que maneira o território brasileiro encontra-se formalmente dividido conforme estas regiões hidrográficas.

Figura 1. Regiões hidrográficas brasileiras.
Fonte: ANA (2016a).

Ressalta-se que, ainda que limitadas ao território brasileiro, não há uma correspondência exata entre as regiões hidrográficas e as Unidades da Federação, de modo que o tratamento mais adequado dos dados de disponibilidade e uso da água não se daria nas divisas administrativas. Não obstante, muitas vezes, descreve-se o panorama dos recursos hídricos por meio de divisões administrativas devido à disponibilidade imediata das informações.

Na Tabela 1 lista-se as regiões hidrográficas brasileiras juntamente com os valores absolutos e respectivas participações das mesmas na vazão média e na disponibilidade hídrica nacional por segundo (ao longo do ano) bem como suas participações no total da população, visando evidenciar, dessa forma, os diferentes potenciais de racionamento, em particular para o consumo humano. Evidentemente, pode-se inferir, também, a partir dos dados, distintos níveis de restrição hídrica para as atividades econômicas, incluindo a agricultura irrigada.

Tabela 1. Vazão e disponibilidade hídrica segundo as regiões hidrográficas brasileiras em 2012.

Região hidrográfica	Vazão média (m^3/s)	Participação na vazão média total (%)	Disponibilidade hídrica* (m^3/s)	Participação na disponibilidade hídrica total (%)	Participação na população total♀ (%)
Amazônica	132.145	73,4	73.748,0	80,8	5,0
Atlântico Leste	1.484	0,8	305,0	0,3	7,8
Atlântico NE Ocidental	2.608	1,4	320,4	0,4	3,2
Atlântico NE Oriental	774	0,4	91,5	0,1	12,4
Atlântico Sudeste	3.167	1,8	1.145,0	1,3	14,6
Atlântico Sul	4.055	2,3	647,4	0,7	6,9
Paraguai	2.359	1,3	782,0	0,9	1,1
Paraná	11.831	6,6	5.956,0	6,5	31,7
Parnaíba	767	0,4	379,0	0,4	2,2
São Francisco	2.846	1,6	1.886,0	2,1	7,4
Tocantins-Araguaia	13.779	7,7	5.447,0	6,0	4,4
Uruguai	4.103	2,3	565,0	0,6	3,2

Fonte: Adaptado de ANA (2013).
Notas: *Vazão presente em 95% do ano.
♀Valores baseados no Censo Demográfico de 2010.

Sendo a mais populosa do Brasil, a região hidrográfica do Paraná possui 31,7% da população brasileira, e apenas 6,6% da disponibilidade hídrica, indicando a necessidade de adequado gerenciamento dos recursos hídricos. Nesta região, por exemplo, eventos extremos como a crise hídrica entre 2014 e 2016 possuem condições para levar grandes contingentes populacionais a situações de racionamento.

Ainda que as cinco regiões hidrográficas mais ao sul do país (Paraguai, Paraná, Atlântico Sudeste, Atlântico Sul e Uruguai) estejam sujeitas a secas, as regiões Atlântico Nordeste Ocidental e Atlântico Nordeste Oriental são aquelas com maiores reduções relativas em períodos de estiagem, tomando como referência a razão entre disponibilidade hídrica e vazão média – comportamentos que evidenciam as diversas condições geográficas existentes no território brasileiro.

Do lado da demanda por água dos corpos hídricos, ainda que a distribuição populacional ilustre diferentes exposições a situações de racionamento, o consumo humano representa uma parcela minoritária da destinação dos recursos hídricos obtidos de corpos hídricos – principal fonte dos mesmos – que se encontra desagregada na Figura 2.

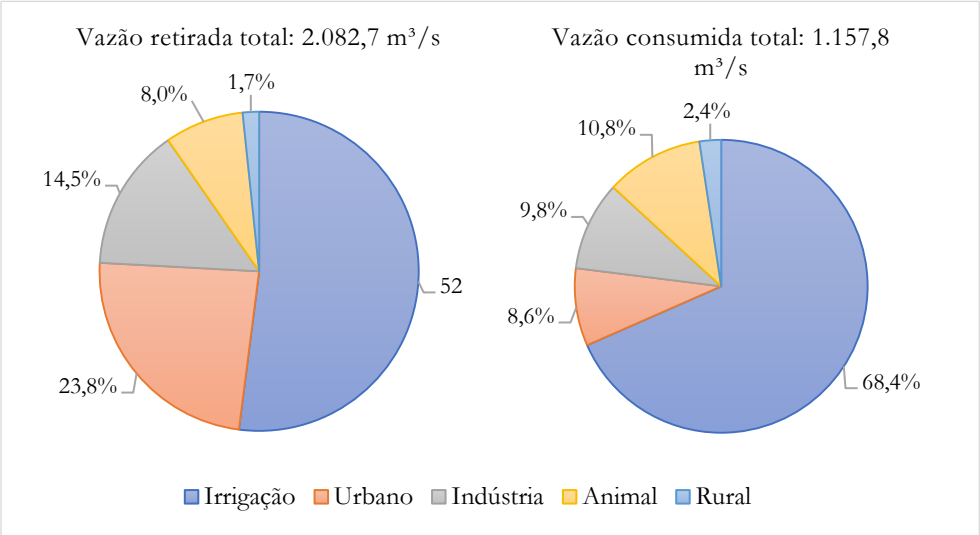

Figura 2. Vazões retirada e consumida no Brasil em 2017.
Fonte: Adaptado de ANA de Águas (2019).
Nota: Consumo industrial corresponde à soma da indústria propriamente dita, atividade de mineração e termoeletricidade.

A vazão retirada, como sugere o nome, corresponde ao montante retirado dos corpos d'água para os respectivos usos, enquanto o conceito de vazão consumida representa a quantidade água que, após utilizada, não retorna ao sistema hídrico. Como essa taxa de retorno é baixa na atividade agropecuária, as participações da irrigação e consumo animal no conceito de consumo são superiores às suas respectivas participações na vazão retirada. Também se ressalta que, do ponto de vista produtivo, é mais relevante o montante retirado, na medida em que, em tese, a produção não é afetada pela taxa de retorno posterior da água utilizada ao sistema hídrico, sendo, deste modo, a ênfase aqui dada aos valores de retirada. Além da irrigação que representa 52,0% da vazão retirada, têm proeminência as destinações urbana (23,8%) e industrial (14,5%). No caso da vazão consumida, destaca-se a redução da participação destes dois últimos usos para 8,6% e 10,8%, respectivamente, em favor da irrigação (68,4%) e consumo animal (10,8%).

Em particular, a atividade irrigante retirou dos corpos d'água uma vazão de 1.083,6 m^3/s ou um total de 34,2 bilhões de metros cúbicos de água ao longo do ano de 2017. Para este mesmo ano, a Tabela 2 mostra a distribuição da vazão retirada total e para fins de irrigação por Unidade Federativa e Região Administrativa no Brasil no ano de 2017 (ANA, 2019).

Tabela 2. Distribuição da vazão retirada total e para irrigação de água no Brasil em 2017, em m^3/s.

	Retirada total (m^3/s)	**Retirada irrigação (m^3/s)**	**Participação irrigação (%)**
Rondônia	17,7	1,6	9,2
Acre	4,9	0,1	3,0
Amazonas	15,5	0,3	2,1
Roraima	6,0	3,6	60,8
Pará	56,6	3,8	6,8
Amapá	5,7	0,3	6,1
Tocantins	30,6	20,9	68,1
Norte	**137,0**	**30,8**	**22,5**
Maranhão	46,4	11,6	24,9
Piauí	15,7	7,4	47,0
Ceará	60,6	35,8	59,0
Rio Grande do Norte	25,1	14,0	55,8
Paraíba	22,6	10,9	48,2
Pernambuco	81,6	39,0	47,8
Alagoas	35,6	18,3	51,4
Sergipe	15,1	6,2	40,9
Bahia	196,3	150,5	76,6
Nordeste	**498,9**	**293,4**	**58,8**
Minas Gerais	269,4	160,3	59,5
Espírito Santo	66,7	45,9	68,7
Rio de Janeiro	90,5	5,1	5,6
São Paulo	280,1	66,4	23,7
Sudeste	**706,7**	**277,6**	**39,3**
Paraná	59,3	7,3	12,3
Santa Catarina	73,4	32,8	44,7
Rio Grande do Sul	403,6	349,3	86,5
Sul	**536,3**	**389,4**	**72,6**
Mato Grosso do Sul	37,3	8,1	21,7
Mato Grosso	54,5	22,0	40,4
Goiás	100,9	59,9	59,4
Distrito Federal	11,1	2,3	20,7
Centro-Oeste	**203,8**	**92,3**	**45,3**
Brasil	**2.082,7**	**1.083,6**	**52,0**

Fonte: Adaptado de ANA (2019).

Desta Tabela, percebe-se que, embora o país destinasse 52,0% da vazão retirada total à irrigação, este valor é fortemente influenciado pelas regiões sul e nordeste que, por razões distintas, têm grande dependência de regimes agrícolas irrigados. No caso do sul, a rizicultura tem é altamente dependente da irrigação, especialmente por inundação, enquanto a região nordeste apresenta baixa disponibilidade hídrica em grande parte do seu território, o que incentiva a adoção de técnicas de suplementação. Cabe notar que, em termos absolutos, a região sudeste é a maior demandante de água total, contudo, a grande destinação do volume aos setores urbano e industrial, em especial nos estados de São Paulo e Rio de Janeiro, reduz a importância relativa do uso agrícola.

Na maior parte da região norte, a elevada disponibilidade hídrica, o regime de chuvas e a estrutura produtiva tendem a não incentivar o uso de irrigação, com as notáveis exceções de Roraima e Tocantins. Ainda que possuam climas bastante distintos[1], nestes dois estados, viabilizou-se nas últimas décadas a produção de arroz irrigado e demandando elevado grau de irrigação e grande participação relativa na retirada total dos dois estados.

Por fim, o Centro-Oeste, que se configura a expansão mais recente da agricultura comercial brasileira, possui níveis de precipitação favoráveis às culturas ali presentes na maior parte do ano, dando segurança à produção de sequeiro. Contudo, tem ocorrido grande crescimento do uso de irrigação nesta região, com particular importância do estado de Goiás no uso de pivôs centrais e canhões aspersores ANA, 2017).

2.2. Agricultura irrigada no Brasil

A precedente subseção antecipou algumas considerações sobre a importância da irrigação no conjunto de demandas por água no país, buscando-se agora tratar de aspectos específicos da mesma, a iniciar por sua definição que corresponde ao uso de equipamentos e técnicas que visem suprir a deficiência total ou parcial de água para as culturas agrícolas (ANA, 2016b) e que, a despeito de tratar-se de uma técnica agrícola que remonta à Antiguidade[2], no Brasil teve suas primeiras experiências iniciadas na virada do século XIX para o XX no Rio Grande do Sul para a produção de arroz, com caráter eminentemente privado.

O uso mais amplo da técnica, não obstante, ocorreu apenas a partir da década de 1960. A ANA (2017) apresenta um histórico da atuação do poder público e legislação acerca do tema, em que se evidencia que, embora venha se alterando, grande parte da política de irrigação brasileira teve, ao longo da história, foco na região nordeste, dando à mesma uma perspectiva social. Essa atuação do Estado pode ser associada às condições físico-climáticas vigentes em outras regiões produtivas do país, majoritariamente favoráveis à produção agrícola em regime de sequeiro (ANA, 2016b). Apesar disso, os potenciais ganhos de produtividade decorrentes da conversão de áreas de sequeiro em áreas irrigadas não devem ser desconsiderados, de modo que, desde a década de 1990, tem ocorrido esforços no sentido de incorporar mais amplamente a técnica ao agronegócio brasileiro (MIN, 2008).

Visando ilustrar o processo de adoção da técnica no país, a Tabela 3 apresenta a evolução da área irrigada no Brasil levantada nas edições do Censo Agropecuário entre 1975 e 2017, por Unidade da Federação e Região Administrativa, bem como o cálculo de uma taxa média de crescimento anual entre os períodos, ressaltando-se o desmembramento do estado de Goiás que deu origem ao Tocantins.

---

[1]Ver, por exemplo, o mapa produzido pelo Serviço Geológico do Brasil (2019). No caso do Tocantins, seu clima difere substancialmente da região administrativa em que se encontra e, portanto, terá tratamento diferenciado no modelo empírico abordado adiante.

[2]Para uma visão histórica da irrigação no mundo, ver Sojka, Bjorneberg e Entry (2002).

Tabela 3. Evolução das áreas irrigadas, em hectares, no Brasil entre 1985 e 2017, conforme edições do Censo Agropecuário.

	1975	1985	Cresc. Anual médio (1975-85)	1995/96	Cresc. Anual médio (1985-96)	2006	Cresc. Anual médio (1996-2006)	2017	Cresc. Anual médio (2006-2017)
RO	23	143	20,0%	1.041	19,8%	14.130	29,8%	38.748	9,6%
AC	5	52	26,4%	728	27,1%	1.454	7,2%	1.826	2,1%
RR	-	2.240	..	5.660	8,8%	13.003	8,7%	14.986	1,3%
AP	9	28	12,0%	9.119	69,2%	2.404	-12,5%	59.034	33,8%
AM	585	285	-6,9%	209	-2,8%	6.204	40,4%	8.057	2,4%
PA	4.496	11.917	10,2%	4.797	-7,9%	29.517	19,9%	103.352	12,1%
TO	..	28.577	..	61.469	7,2%	42.870	-3,5%	146.527	11,8%
Total norte	**..**	**43.242**	**..**	**83.023**	**6,1%**	**109.582**	**2,8%**	**372.530**	**11,8%**
MA	524	24.034	46,6%	16.521	-3,4%	64.059	14,5%	64.473	0,1%
PI	1.944	13.560	21,4%	18.254	2,7%	30.948	5,4%	32.968	0,6%
CE	29.887	67.304	8,5%	108.998	4,5%	117.381	0,7%	222.478	6,0%
RN	7.896	17.588	8,3%	45.778	9,1%	54.716	1,8%	56.632	0,3%
PB	18.227	18.895	0,4%	63.548	11,7%	58.683	-0,8%	105.178	5,4%
PE	34.553	83.456	9,2%	118.400	3,2%	152.917	2,6%	192.806	2,1%
AL	18.643	27.814	4,1%	156.992	17,0%	195.764	2,2%	150.382	-2,4%
SE	10.678	7.121	-4,0%	13.691	6,1%	20.521	4,1%	29.089	3,2%
BA	41.007	109.054	10,3%	209.705	6,1%	312.668	4,1%	415.128	2,6%
Total nordeste	**163.359**	**368.826**	**8,5%**	**751.887**	**6,7%**	**1.007.657**	**3,0%**	**1.269.134**	**2,1%**
MG	138.533	194.618	3,5%	322.679	4,7%	530.042	5,1%	1.145.628	7,3%
ES	15.673	49.797	12,3%	92.695	5,8%	209.840	8,5%	364.569	5,1%
RJ	43.411	71.007	5,0%	74.761	0,5%	81.748	0,9%	49.587	-4,4%
SP	150.074	284.140	6,6%	439.054	4,0%	786.051	6,0%	1.107.033	3,2%
Total sudeste	**347.691**	**599.562**	**5,6%**	**929.189**	**4,1%**	**1.607.681**	**5,6%**	**2.666.817**	**4,7%**
PR	9.387	31.477	12,9%	46.890	3,7%	105.455	8,4%	155.782	3,6%
SC	49.951	75.951	4,3%	114.025	3,8%	136.249	1,8%	167.473	1,9%
RS	475.738	779.534	5,1%	935.677	1,7%	997.108	0,6%	1.408.262	3,2%
Total sul	**535.076**	**886.962**	**5,2%**	**1.096.592**	**1,9%**	**1.238.812**	**1,2%**	**1.731.517**	**3,1%**
MS	23.650	25.808	0,9%	73.228	9,9%	120.521	5,1%	92.564	-2,4%
MT	1.062	11.857	27,3%	59.211	15,7%	148.848	9,7%	242.889	4,6%
GO	8.791	20.015	..	115.908	17,3%	297.924	9,9%	501.883	4,9%
DF	2.086	5.538	10,3%	12.591	7,8%	14.508	1,4%	25.626	5,3%
Total centro-oeste	**..**	**63.218**	**..**	**260.938**	**13,8%**	**581.801**	**8,3%**	862.962	3,6%
TOTAL BRASIL	**1.086.833**	**1.961.810**	**6,1%**	**3.121.629**	**4,3%**	**4.545.533**	**3,8%**	**6.902.960**	**3,9%**

Fonte: Elaboração própria a partir de IBGE(1979, 1991, 1998, 2019a).

Nota: *Os estados de Goiás e Tocantins foram desmembrados a partir da Constituição Federal de 1988, de modo a não se apresentar a somatória das áreas das Regiões Administrativas afetadas, bem como a taxa de crescimento de Goiás, cuja território foi reduzido.

Embora, em termos nacionais, a área irrigada tenha crescido a taxas consideráveis, a mesma ainda representa pequena parcela do potencial total. O Censo Agropecuário de 1975 mostrava que pouco mais de um milhão de hectares eram, então, irrigados no Brasil, passando para 1.959.810 ha, na edição de 1985 e 3.121.648 ha na edição de 1995-96. De acordo com os resultados do Censo Agropecuário de 2017, a área irrigada no país alcançou 6.902.960 ha, o que corresponderia a 23,3% do potencial nacional, de 29,6 milhões de hectares (ANA, 2016a)[3]. É relevante ter em conta que, sob uma taxa de crescimento média de 3,9% a.a., vigente no último período da Tabela 3, a área irrigada em 2017 alcançaria o potencial total apenas na década de 2050.

No nível nacional, poder-se-ia, então, concluir por uma taxa de crescimento decrescente ao tomar-se como referência o período após 1985, mas com padrões regionais distintos. A região sul – especialmente seus dois estados mais meridionais – é aquela de menor crescimento da área irrigada nas últimas décadas, o que pode ser consequência do estabelecimento de longa data da atividade rizícola. Por outro lado, a região centro-oeste, fronteira da moderna produção agrícola brasileira é aquela com maior crescimento da área irrigada, incentivada também por um regime de chuva irregular ao longo ano (CUNHA et al., 2014)[4].

A região norte do país apresenta comportamentos diversos no que tange ao crescimento da área irrigada: no último período, por exemplo, ocorreu um forte crescimento, mas concentrado nos estados do Amapá, Tocantins e Pará. Além disso, de maneira geral, os estados da região possuem pequena área irrigada, o que pode ser associado às elevadas temperaturas ao longo do ano e padrões de chuva bem definidos (CUNHA et al., 2014), dando um caráter circunstancial à adoção de irrigação, bem como à presença de tecnologias rudimentares e infraestrutura de rede elétrica deficiente, que se mostrariam limitantes à utilização de irrigação em algumas áreas, como no caso do estado do Pará (SOUZA et al., 2012).

Com menor disponibilidade hídrica, a região nordeste, por sua vez, desacelerou sobremaneira o crescimento de sua área irrigada, o que poderia sinalizar o esgotamento de políticas de irrigação inicialmente focalizadas nesta região e, posteriormente, generalizadas para o país.

Há, também, relativa concentração das áreas irrigadas em determinados estados, refletindo sua estrutura produtiva agrícola, como as produções de arroz e cana-de-açúcar. Em 2017, por exemplo, Minas Gerais, São Paulo e Rio Grande do Sul representavam conjuntamente 53,0% da área equipadas para irrigação do país. Deve-se notar, contudo, que a concentração vem se reduzindo tendo em vista que, em 1975, 43,8% da área irrigada encontrava-se unicamente no Rio Grande do Sul que, desde então, perdeu participação no total da área irrigada em favor sobretudo do Centro-Oeste.

Ao contrário de sua edição de 2017, no Censo Agropecuário de 2006 a área equipada para irrigação pôde ser ainda desagregada quanto às diferentes classes de atividade econômica, como o realizado na Tabela 4, que expõe apenas os valores por Regiões Administrativas devido à limitação de espaço e o grande número de valores ocultos no nível estadual.

---

[3]Outras estimativas apontam que a área adicional irrigável poderia alcançar 75 milhões hectares (FUNDAÇÃO DE ESTUDOS AGRÁRIOS LUIZ DE QUEIROZ, 2014), ou seja, a área irrigada em 2017 corresponderia a pouco mais de 9% do potencial total.

[4]Considerando o intervalo 1985-2017, para o qual há dados comparáveis entre todas as regiões.

Tabela 4. Área irrigada por classe de atividade em 2006, em hectares.

	Brasil	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-Oeste
Cereais	1.193.005	31.523	53.710	118.035	937.064	52.673
Algodão herbáceo e outras fibras	65.832	578	22.238	17.385	13	25.618
Cana-de-açúcar	1.071.349	6.469	341.932	487.846	32.116	202.987
Fumo	9.070	-	725	130	8.214	-
Soja	385.116	12.627	43.148	77.586	84.104	167.652
Outras oleaginosas	1.896	5	920	756	77	138
Outros (lavoura temporária)	284.878	8.784	99.434	109.943	28.684	38.033
Laranja	84.655	840	3.119	78.350	325	2.022
Uva	18.049	18	10.815	4.004	3.055	157
Outras frutas	188.770	6.120	121.920	50.795	5.755	4.180
Café	251.131	4.598	32.007	204.738	5.861	3.927
Cacau	7.636	127	2.872	4.638	-	-
Outros (lavoura permanente)	56.832	4.796	12.705	34.295	1.780	3.256
Horticultura e floricultura	255.936	5.679	43.976	158.321	32.663	15.296
Propagação vegetal	18.347	26	1.083	7.611	1.932	7.696
Pecuária e criação de animais	513.402	23.267	185.723	156.840	92.694	54.877
Produção florestal	131.437	2.892	27.564	94.674	3.784	2.522
Pesca e Aquicultura	8.193	1.232	3.768	1.734	691	766
Total	**4.545.534**	**109.582**	**1.007.657**	**1.607.681**	**1.238.812**	**581.801**

Fonte: Adaptado de Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2019a).

No nível nacional, as duas atividades mais relevantes eram as produções de cereais e de cana-de-açúcar, responsáveis por cerca de 49,8% do total. Estas produções, contudo, encontram-se fortemente concentradas em áreas distintas; enquanto na região sul, 75,6% da área irrigada é ocupada pela produção de cereais, e apenas 2,6% destinam-se a cana-de-açúcar. Esta, por sua vez, distribui-se de maneira relativamente equitativa entre nordeste, sudeste e centro-oeste com, respectivamente, 33,9%, 30,3% e 34,9% do total nacional, sendo a cultura mais irrigada nestas regiões. Deve-se notar que no caso da cana-de-açúcar, a segmentação regional das áreas irrigadas difere significativamente daquela da área colhida total[5], sugerindo que a irrigação visa compensar deficiências hídricas, sejam elas pontuais ou constantes.

A região Centro-Oeste, de maneira esperada, apresentava participação relevante da soja na área irrigada com 28,8%, enquanto a região norte também tinha parcela significativa de sua área irrigada ocupada pela produção de cereais (28,8% da área total), o que se deve essencialmente ao Tocantins.

Limitando a análise às lavouras, pode-se tratar do uso da água em si nas técnicas de irrigação, a partir dos resultados do *Atlas irrigação: uso da água da água na agricultura irrigada* (ANA, 2017). Embora, em termos totais, os valores divirjam de estimativas apresentadas pela agência reguladora mais recentemente[6], estes são os dados públicos mais recentes desagregados por cultura – no caso, as duas principais consumidoras de água (arroz e cana-de-açúcar) e um agregado das demais culturas. Deve-se notar que as estimativas apresentadas pela ANA (2017) possuem diferenças metodológicas importantes em relação ao projeto *Desenvolvimento de Matriz de Coeficientes Técnicos para Recursos Hídricos no Brasil* conduzido pela Fundação de Apoio à Universidade Federal de Viçosa (FUNARBE) e referente ao ano de 2006 (FUNARBE, 2011). Neste último trabalho, considerava-se que a demanda por

[5]Dados do próprio Censo Agropecuário de 2006 (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA, 2019a) indicavam que 62% da área colhida de cana-de-açúcar encontravam-se na região sudeste, 20% no Nordeste, 11% no Centro Oeste e 7% no Sul do país.

[6]Ver ANA (2019).

suplementação hídrica das culturas era atendida pelo acesso a corpos d'água, contudo, no caso da cana-de-açúcar, grande parte da suplementação hídrica advém da aplicação de vinhaça às lavouras[7], conhecida como fertirrigação, o que levaria à superestimação da quantidade de água retirada dos corpos hídricos, mesmo tendo em conta a necessidade de diluição do resíduo em água. Neste sentido, a demanda hídrica de uma cultura pode diferir do volume retirado dos corpos d'água, configurando-se conceitos distintos. Isto posto, ao longo do presente trabalho optou-se por adotar o termo "suplementação hídrica" de modo a abranger tanto a técnica convencional a partir de água de corpos hídricos quanto de outras origens não pluviais como, por exemplo, resíduos agroindustriais, embora, quando aplicável, utilize-se o termo mais restritivo "irrigação".

Com estas considerações, a Figura 3 mostra a composição das vazões totais de retirada dos corpos hídricos e consumo no ano de 2015 para fins de irrigação, conforme ANA (2017), ou seja, desconsidera-se outras fontes de água utilizadas na suplementação hídrica das culturas, como resíduos da agroindústria.

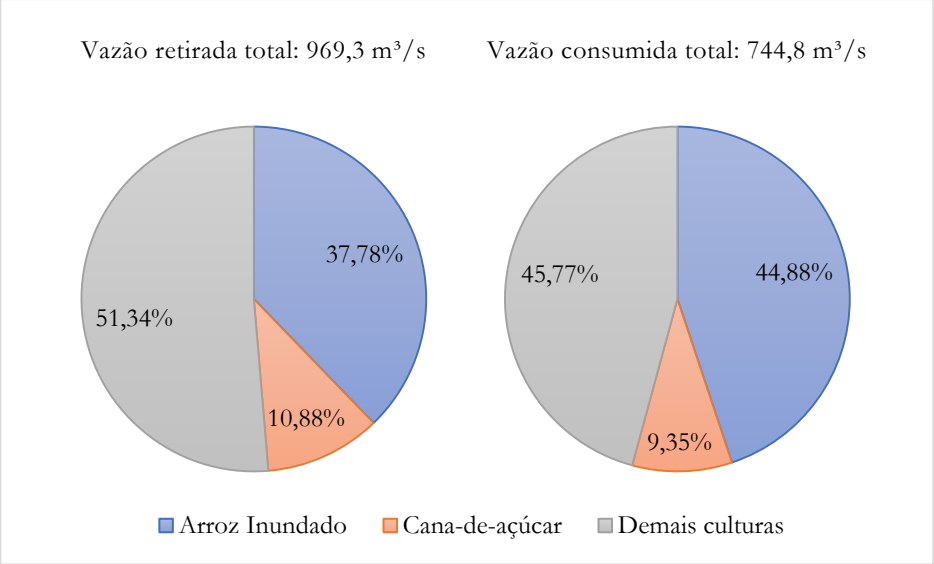

Figura 3. Composição relativa da retirada anual de água para fins de irrigação em 2015, por cultura.
Fonte: Elaboração própria a partir de dados ANA (2017).

Por meio de um cálculo simples, pode-se inferir que em 2015, 30,5 bilhões de metros cúbicos foram retirados para fins de irrigação e, desse total, 23,4 não retornaram ao sistema hídrico, sendo que as culturas da cana-de-açúcar e arroz corresponderam a algo em torno da metade do valor total. No caso particular da cana-de-açúcar, mesmo tendo em conta a distância temporal dos dados, parece haver divergência entre sua participação na área irrigada total reportada na Tabela 4 e no volume de água retirado ou consumido indicada na Figura 3, o que é conciliado ao ter-se em conta que os valores do Censo Agropecuários consideram a fertirrigação de vinhaça indistintamente à irrigação convencional. Assim, pode-se concluir que a cana-de-açúcar é efetivamente uma grande demandante de suplementação hídrica, embora a quantidade retirada de água por hectare possa ser considerada baixa (ANA, 2019).

[7]A vinhaça é um resíduo industrial gerado durante o processo de destilação de etanol e que não pode sofrer dispersão direta em corpos hídricos (ANA, 2017).

Acerca da produção rizícola, ainda que na Tabela 4 esta encontre-se agregada na produção de cereais, pode-se inferir que exista grande dependência de recursos hídricos, além de suas características agronômicas implicarem no uso acentuado de água. De toda sorte, os dados apresentados demonstram a importância de se considerar de maneira particular estas duas atividades no modelo empírico a ser desenvolvido.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. Métodos de cálculo do valor da água

Assim como muitos recursos naturais, a água utilizada na suplementação hídrica, na maioria dos casos, não possui um mercado em que seus preços possam ser formados e observados. Portanto, diversas metodologias foram propostas para estimar esse valor, tendo Johansson (2005) realizado uma abrangente revisão de literatura sobre as mesmas, de modo que esta subseção se baseia, em grande medida, em seu trabalho.

A primeira destas abordagens, quando dados se encontram disponíveis, corresponde à utilização de métodos econométricos visando obter o valor econômico da água para os produtores. Neste sentido, pode-se realizar a estimação de funções de produção que incorporem a água como um dos fatores, seguindo os procedimentos estatísticos convencionais, e tendo entre as formas funcionais possíveis, por exemplo, a *Cobb-Douglas* e a *translog*. Ainda que verse sobre a atividade industrial chinesa, um exemplo de aplicação destes conceitos é o trabalho de Wang e Lall (2002) que ilustra como uma função de produção estimada a partir da receita das firmas pode ser utilizada para derivar o valor marginal da água. Segundo Johansson (2005), quando se utiliza métodos econométricos, deve-se ter em conta a inexistência de determinados dados e a presença de ineficiências. No primeiro caso, pode-se suplementar as bases de dados com modelos calibrados de simulação de lavouras que podem prover, por exemplo, informações sobre a demanda hídrica de água por parte das culturas. Na presença de ineficiências, o autor sugere a utilização de técnicas de estimação de fronteira.

Contudo, deve-se ter em conta que estimações econométricas sofrem restrições quando há poucas observações disponíveis e, nestas situações, Johansson (2005) apontou que abordagens de programação matemática se mostram adequadas, em particular programações linear e não linear. Assim como nos métodos econométricos, diversas especificações podem ser consideradas para obter o valor da água nos níveis da firma ou setorial. De maneira geral, estima-se o valor-sombra do fator ao se relaxar marginalmente a restrição da quantidade utilizada do mesmo. Esta abordagem foi utilizada por Resende Filho et al. (2011) para obter estimativas do preço-sombra da água na região do Submédio Vale do São Francisco e guarda, conceitualmente, alguma semelhança com a maneira de obtenção do valor da água no modelo de equilíbrio geral dinâmico empregado neste trabalho.

Johansson (2005) apontou, ainda, que alguns estudos têm considerado funções que descrevem processos físicos em si, de modo que a irrigação seja vista como um fator na determinação do crescimento das lavouras e, subsequentemente, determinando seu valor.

Além da referida programação matemática "convencional", é possível estabelecer estratégias como a "programação matemática positiva" (PMP), em que uma função de produção é calibrada utilizando uma estrutura de custos quadrática de modo a obter resultados compatíveis com condições de competição perfeita, e podendo-se obter não apenas o valor-sombra dos recursos, mas uma curva de demanda para os mesmos. Johansson (2005) resumiu em três etapas tal estratégia, sendo a primeira delas a solução de um problema de maximização de lucro sujeito a restrições sobre a quantidade de água, terra disponível total e terra efetivamente utilizada na cultura, resultando na alocação ótima da terra em cada cultura e em valores-sombra associados à escolha ótima – por exemplo, o valor-sombra dá água. Na segunda etapa, estes valores-sombra resultantes são, então, utilizados para obter uma função de rendimento (*yield*) para as lavouras e, finalmente, na terceira etapa reformata-se o problema de

otimização com a função de rendimento obtida anteriormente, e resolve-se o problema para o valor sombra da água, que passa então a ser função de sua disponibilidade e dos preços das culturas.

Ainda que com variações, existe um conjunto de estratégias denominadas "residuais" que consistem basicamente em verificar a renda da produção agrícola em dois cenários: com e sem irrigação. Admitindo que não há diferenças outras que não a presença da técnica, entende-se que a diferença de renda nestes casos é a parcela atribuível à água. Haqiqi et al. (2016) aplicaram esta abordagem à nona versão da base de dados do Global Trade Analysis Project (GTAP) para desagregar o valor adicionado pelo fator terra em uma parcela adicional vinculada à água. A estratégia destes autores é aqui considerada de maneira modificada para ajustar uma SAM para o Brasil, uma vez que as limitações nos dados – particularmente relativas à desagregação setorial necessária, informações sobre o estoque de capital e, em menor grau, a inadequação do método de apuração do fator trabalho – foram impeditivos da estimação econométrica, como aquela realizada por Smith e Gemma (2014).

De maneira similar, o método de preços hedônicos consiste em identificar "atributos ou características de um bem composto privado cujos atributos sejam complementares a bens e serviços ambientais" (MOTTA, 1997, p. 23). Entende-se por um "bem composto", neste caso, um ativo que pode ser visto como a soma de várias qualidades distintas que determinam seu valor de mercado, como o que ocorre, por exemplo, com bens imobiliários em geral. Dessa forma, no caso da água, as diferenças no preço da terra em áreas irrigadas e de sequeiro indicariam o valor do serviço ambiental da mesma.

A valoração contingente, por sua vez, é baseada na aplicação de questionários que visam revelar a disposição a pagar (DAP) para garantir o acesso a algum bem ou serviço para o qual não há um mercado (SILVA; LIMA, 2004). De acordo com Carramaschi, Cordeiro Neto e Nogueira (2000), devido ao comportamento racional, o valor da DAP tende a ser inferior ao valor obtido por outros métodos empíricos, como a estimação de função de produção, a depender, por exemplo, da disponibilidade hídrica apresentada aos entrevistados.

É possível obter uma *proxy* do custo marginal de utilizar água para a irrigação como forma de estimar o valor da água para a produção através do levantamento dos custos de investimento e manutenção da infraestrutura necessária. O raciocínio implícito do procedimento é que a água será progressivamente utilizada até o ponto em que o custo de a empregá-la seja igual ao seu benefício, de modo que a contribuição deste fator de produção equivalha aos gastos (observáveis) para utilizá-lo.

A estratégia de programação linear, anteriormente mencionada, pode incorporar outros setores ou aspectos que não a agricultura irrigada, no que Johansson (2005) convencionou chamar de "modelos integrados". Exemplos deste tipo de estratégia seriam a consideração do ambiente macroeconômico, comércio, restrições de infraestrutura ou ambientais. Estes, contudo, não se confundem com abordagens de equilíbrio geral que consistem em modelos multissetoriais, cujo aspecto distintivo é o comportamento otimizador no mercado por parte dos agentes, com a especificação completa dos lados da oferta e da demanda (FERREIRA FILHO, 2011).

Além de diferentes setores, análises de equilíbrio geral podem incluir regiões distintas, com suas respectivas atividades econômicas que, por sua vez, relacionam-se por condições de equilíbrio determinadas pela microeconomia neoclássica. Johansson (2005, p. 29) afirma que a análise de equilíbrio geral, comumente "*refers to such things as steady-state paths, or economy-wide effects and is generally viewed as being a macro-level approach*". Em particular, a presença de "*steady-state paths*" é típica de modelos dinâmicos de crescimento, como o que será aqui considerado. Naturalmente, a metodologia de equilíbrio geral admite diversas hipóteses sobre o ambiente econômico que, por sua vez, pode variar substancialmente entre diferentes regiões, de modo que as conclusões obtidas nesta abordagem devem ser vistas com estes aspectos em mente (JOHANSSON, 2005).

Segundo Roe, Smith e Saracoğlu (2010), a implementação de modelos multissetoriais dinâmicos ainda é recente e tem se viabilizado por meio de avanços em estratégias de solução como o método *time-elimination* (MULLIGAN; SALA-I-MARTIN, 1991), *relaxation* (TRIMBORN; KOCH; STEGER, 2008) e *backward integration* (BRUNNER; STRULIK, 2002), além do surgimento de funções específicas para solução numérica de equações diferenciais em *softwares* como o *Mathematica* e o *Matlab*. Roe, Smith e Saracoğlu (2010) veem paralelo entre estes avanços e aqueles experimentados anteriormente pelos modelos computáveis de equilíbrio geral (*computable general equilibrium*, CGE) que se desenvolveram devido a uma série de fatores como o Algoritmo do Ponto Fixo de Scarf, a criação de *softwares* adequados à simulação destes modelos e, mais recentemente, à criação de grandes bases de dados como aquelas do GTAP.

Johansson (2005) ressaltou, todavia, que poucos estudos haviam buscado efetivamente calcular o valor da água por meio de modelos de equilíbrio geral, mesmo no contexto dos estabelecidos modelos computáveis, embora a irrigação se encontrasse presente em diversas análises de aspectos macroeconômicos como comércio internacional e crescimento econômico. A análise desta tese, portanto, combina duas metodologias para aferição do valor econômico da água, a saber, a residual para a construção da SAM, vinculando-se diretamente ao conceito de remuneração-sombra no período base (2005), e um modelo de equilíbrio geral que permite projetar a dinâmica da economia brasileira e determinar o fluxo futuro de remunerações, o que permite o cálculo do valor presente do recurso natural, ou seja, seu preço-sombra, na terminologia de Roe, Smith e Saracoğlu (2010).

3.2. Estimativas do valor da água no Brasil

Poucos estudos no Brasil efetivamente aplicaram as metodologias anteriormente descritas. De maneira geral, os trabalhos existentes tratam-se de estudos de caso em localidades com baixa disponibilidade hídrica, em especial no semiárido nordestino. Neste sentido, Teixeira (1990) parece ter sido o primeiro autor a tratar explicitamente do tema para cinco perímetros irrigados públicos sob jurisdição da Companhia de Desenvolvimento do Vale do São Francisco (CODEVASF) nas cidades Petrolina (PE), Juazeiro (BA) e Maniçoba (BA). Utilizando 18 cenários distintos, e visando identificar os preços sombra da água utilizada em dois períodos do ano, o autor implementou um modelo de programação linear que foi solucionado por meio do algoritmo Simplex. Os valores obtidos pelo autor implicam um valor médio, na situação de maior escassez, de aproximadamente de Cr$ 8.600/m³ de novembro de 1985, mas que poderia alcançar Cr$ 20.140/m³. Estes valores, corrigidos pelo IGP-DI, corresponderiam, em dezembro de 2005, a R$ 7,68 e R$ 17,98.

Frizzone et al. (1997) desenvolveram um modelo de programação linear considerando fatores relevantes para a rentabilidade de um projeto de irrigação. Este modelo consistia na maximização da diferença entre receita bruta e custos, dadas as restrições sobre a lâmina d'água passível de aplicação e área de produção das lavouras, sendo então aplicado ao projeto de irrigação denominado Senador Nilo Coelho no Vale do São Francisco pernambucano. As lavouras consideradas foram feijão, melancia, pimenta, tomate, cebola e banana e suas áreas foram sujeitas a restrições de mínimo ou máximo por razões como consumo dos produtores, capacidade de processamento ou de absorção pelo mercado local. Além de obter alocações ótimas dos fatores água e terra, os autores apresentaram os preços-sombra dos mesmos, vigentes para certos limites disponíveis. No caso da água, entre 17.850.000 e 20.527.500 m³, o preço-sombra alcançaria US$ 0,82/m³, mas se reduziria para US$ 0,004/m³ caso a disponibilidade de água alcançasse um patamar entre 88.324.703 m³ e 88.338.983 m². Acima de tais valores o preço-sombra da água seria nulo.

Pinheiro e Shirota (2000), por seu turno, buscaram avaliar, para o ano agrícola de 1995/96, o critério de cobrança pelo uso da água na irrigação no projeto público Curu-Paraipaba no município de Paraipaba, Ceará, por meio da estimação de funções de produção. As culturas em análise foram coco, mamão e cana-de-açúcar com dados obtidos por meio da aplicação de questionários. Assim, incorporando a hipótese de que há apenas um preço que iguala a demanda total por água das culturas a uma disponibilidade fixa, os autores obtiveram que o preço eficiente por metro cúbico da água seria R$ 0,141/m³. As alocações eficientes implicadas por este preço de equilíbrio, contudo, diferiram amplamente dos consumos observados por parte das culturas, concluindo-se, dessa forma, que a política de cobrança então vigente era ineficiente do ponto de vista econômico, implicando perdas relevantes no valor bruto da produção e na receita governamental.

No mesmo ano, Carramaschi, Cordeiro Neto e Nogueira (2000) buscaram avaliar os impactos de mudanças no preço da água sobre sua demanda nas áreas de influência do córrego da Rocinha, no Distrito Federal. Para tanto, os autores utilizaram os métodos de valoração contingente e função de produção, este último com características de análise residual, a partir de dados obtidos pela aplicação de questionários. No caso da valoração contingente, os autores dividiram a amostra em irrigantes e não irrigantes, e cada uma destas categorias entre produtores familiares e patronais. Os valores para cada uma das mesmas encontram-se na Tabela 5, em que são apresentadas as médias obtidas diretamente do questionário e o limite inferior do intervalo de confiança com 0,05 de significância, sob distribuição *t* de Student.

Tabela 5. Disposição a pagar dos produtores (DAP) agrícolas da área do córrego da Rocinha (DF).

Produtor	**Disposição a pagar em R$/m³**	
	Média	**Limite inferior***
Familiar irrigante	0,05661	0,03549
Patronal irrigante	0,05508	0,02205
Familiar não irrigante	0,03953	0,03704
Patronal não irrigante	0,03364	0,02535

Fonte: Adaptado de Carramaschi, Cordeiro Neto e Nogueira (2000).
Nota: *Limite inferior considerando uma distribuição *t* de Student e 0,05 de significância.

Por seu turno, a análise por meio de função de produção se deu considerando diferenças de produtividade entre irrigantes e não irrigantes, sendo tal diferença atribuída à irrigação em si. Por esta metodologia, estimou-se que entre os produtores familiares preço eficiente do metro cúbico de água seria R$ 0,235, enquanto entre os produtores patronais alcançaria R$ 0,263. Argumenta-se que a diferença entre os valores obtidos seria decorrente do comportamento racional dos produtores, que teriam respondido admitindo uma situação "normal" de oferta de água.

Pelo método residual, Pinheiro e Lima (2001) estimaram o preço eficiente da água destinada à irrigação em um projeto público realizado na cidade de Limoeiro do Norte, no estado do Ceará, durante o segundo semestre do ano 2000. Os autores calcularam que este preço eficiente para todas as culturas seria R$ 0,0761/m³ que, contudo, encontrar-se-ia abaixo da DAP de todos os produtores à exceção daqueles da produção de feijão, contrariando, portanto, a observação de Carramaschi, Cordeiro Neto e Nogueira (2000). A diferença entre a DAP e o preço eficiente seria, dessa forma, atribuída aos produtores e, ainda neste sentido, a maior DAP seria observada na produção de melão em que alcançaria R$ 0,5947/m³, quase oito vezes o preço eficiente.

Utilizando uma abordagem de custo de investimento, Kelman e Ramos (2005) calcularam o valor da água na região do médio São Francisco e obtiveram valores que iam de R$0,04 a R$ 1,62 a depender da cultura.

Considerou-se, além do custo de capital, os custos de operação e manutenção, e de oportunidade. Os resultados relevantes para a presente tese, obtidos pelos autores, são expostos na Tabela 6, abaixo.

Tabela 6. Valor econômico da água utilizada na irrigação no médio São Francisco, de acordo com cultura.

Culturas	Valor da água (R$/m³)
Batata	1,62
Feijão	0,32
Melão	0,82
Banana	0,38
Coco Verde	0,04
Manga	0,40
Uva	1,43

Fonte: Adaptado de Kelman e Ramos (2005).

Combinando a análise residual com simulações de Monte Carlo, Campos (2010) estimou a capacidade de pagamento dos produtores irrigantes na bacia do Rio Jaguaribe, no Ceará, em um contexto de risco da atividade econômica. Foi identificado que a maioria dos produtores não possuía capacidade de pagamento e, entre aqueles que possuíam, o valor era mais elevado para os usuários do sistema público de irrigação comparativamente a irrigantes privados – R$ 59,12 contra R$ 34,56 por 1.000 m³ por hectare. O autor concluiu, assim, que a tarifa então cobrada pelo governo cearense encontrar-se-ia acima da capacidade de pagamento dos produtores. Em termos de risco, considerando-se o total de produtores, identificou-se que a probabilidade de a capacidade de pagamento ser positiva era de apenas 32,4%.

Torres et al. (2012) utilizaram a Programação Matemática Positiva para examinar efeitos da regulação pelo uso da água sobre a agricultura na bacia do Rio São Francisco. A hipótese dos autores é de que os produtores agrícolas respondem a mudanças na regulação alterando a composição de culturas e de insumos empregados nas mesmas. No modelo desenvolvido, os agricultores buscam maximizar a receita líquida, tendo como insumos terra, água para irrigação, trabalho contratado, trabalho familiar e outros materiais. Incorporou-se, ainda, um modelo hidrológico baseado em experiências dinamarquesas, cujos fluxos hídricos resultantes foram inseridos no modelo econômico no nível dos municípios da região. Os autores calcularam a demanda por água pelas culturas pela diferença entre evapotranspiração potencial de cada cultura e precipitação observada. A viabilidade de um mercado para a água utilizada foi testada sob condições de competição perfeita, e o valor-sombra associado ao mesmo variou de zero a R$ 23,00/m³ a depender do mês e município em questão.

Em consonância com as observações de Johansson (2005) acerca da limitação de dados para estimação econométrica, Resende-Filho et al. (2011) utilizaram a programação linear para estimar uma função insumo-distância de especificação *translog* que permitisse identificar ineficiências técnicas e a DAP de 41 colonos[8] de perímetros irrigados em Petrolina e Juazeiro, respectivamente, nos estados de Pernambuco e Bahia, no ano de 1998. Os autores dividiram os 41 colonos em dois grupos de acordo com a técnica de irrigação empregada e concluíram que o preço-sombra por metro cúbico da água para irrigantes por aspersão/microaspersão era de R$ 7,30, enquanto irrigantes por gravidade era de R$

[8]Os autores consultaram os dados de 222 colonos, levantados pela Fundação de Apoio ao Desenvolvimento da Universidade Federal de Pernambuco, no entanto apenas esse número (41) pôde ser efetivamente utilizado devido à insuficiência dos dados, em especial quanto ao consumo de água.

3,82. Os autores chamaram a atenção, contudo, para o elevado desvio-padrão, obtido indiretamente, destas estimativas o que, segundo eles, estaria em consonância com trabalhos anteriores que aplicaram a mesma metodologia.

O quadro 1 apresenta, de maneira sumarizada, os diferentes trabalhos que buscaram valorar a água utilizada na irrigação considerando diferentes metodologias e regiões brasileiras.

Quadro 1. Trabalhos e resultados sobre o valor da água no Brasil.

Autor(es)	Área geográfica	Metodologia	Resultados (por m³)
Teixeira (1990)	Petrolina (PE) Juazeiro (BA) Maniçoba (BA)	PL	Entre R$ 7,68 e 17,98, a preços de dezembro de 2005ψ
Frizzone et al. (1997)	Petrolina (PE) Casa Nova (BA)	PL	Entre US$ 0,004 e US$ 0,82ψ
Pinheiro e Shirota (2000)	Paraibaba (CE)	Função de produção	R$ 0,141 (preço eficiente)
Carramaschi, Cordeiro Neto e Nogueira (2000)	Córrego da Rocinha (DF)	Valoração contingente	Entre R$ 0,034 e R$ 0,056
		Função de produção	Entre R$ 0,235 e R$ 0,263;
Pinheiro e Lima (2001)	Limoeiro do Norte (CE)	Método residual	R$ 0,076 (preço eficiente)
Kelman e Ramos (2005)	Médio São Francisco	Custo de investimento	Entre R$ 0,04 e R$ 1,62*
Campos (2010)	Bacia do Jaguaribe (CE)	Método residual com simulações de Monte Carlo	Capacidade de pagamento majoritariamente negativa
Torres et al. (2012)	Bacia do São Francisco	PMP com modelo hidrológico	R$ 0,00 a R$ 23,00ψ¤
Resende-Filho et al. (2011)	Petrolina (PE) Juazeiro (BA)	Função insumo-distância, estimada por programação linear	Irrigantes por gravidade: R$ 3,82 Irrigantes por aspersão: R$ 7,30

Fonte: Elaboração própria a partir das mencionadas referências.
Notas: *A depender da cultura considerada.
ψA depender da disponibilidade hídrica.
¤A depender da localidade.

Além dos trabalhos que buscaram explicitamente calcular o valor da água, cabe notar a tese elaborada por Viana (2015) em que, visando calibrar um modelo de equilíbrio geral computável de nível nacional, o autor estimou uma função de produção do tipo *translog* restrita a partir de dados do Censo Agropecuário de 2006 e da Fundação Arthur Bernardes (FUNARBE). Este trabalho destaca-se por considerar a água como um fator primário de produção no contexto de equilíbrio geral, embora não objetivasse analisar seu valor econômico. Assim, considerando como produto o valor bruto da produção, a elasticidade do mesmo para com a água variou entre 0,02 no caso do grupo denominado "hortaliças" e 0,15 para a produção de cana-de-açúcar. Deve-se atentar que na função não se considerou o fator capital, na medida em que este dado não foi disponibilizado pelo Censo Agropecuário de 2006 simultaneamente nos níveis dos municípios e das classes de atividade econômica. Além disso, no caso da cana-de-açúcar, observou-se coeficiente negativo para o fator trabalho, possivelmente em decorrência do fato de os dados sobre o trabalho referirem-se ao dia 31/12/2006, portanto, fora do período de safra para a maioria das regiões produtoras.

3.3. Estimativas do valor da água no mundo

Evidentemente, os estudos que buscaram calcular o valor da água no restante do mundo totalizam um número muito superior ao observado em relação ao Brasil, e apresentam variados resultados em termos de valores estimados quando convertidos a dólares americanos. Esta subseção foca-se, então, em trabalhos recentes e/ou de metodologia relacionada àquela aqui empregada.

Berck, Robinson e Goldman (1991) mostraram como os modelos computáveis de equilíbrio geral eram adequados para análises de impactos econômicos de projetos na área hídrica. Em favor dos modelos de equilíbrio geral, os autores argumentaram que, muitas vezes, a análise de custo benefício realizada apenas sobre a atividade afetada por uma política ignora efeitos em outros setores. Os autores utilizaram uma SAM com 14 setores para quatro condados do Vale de San Joaquin na Califórnia, EUA, e implementaram um modelo de equilíbrio geral computável que permitiu, entre outras considerações, obter as curvas de demanda pela água que se encontrava incorporada na análise por meio de coeficientes fixos. No cenário em que o valor adicionado era uma combinação, por meio de função *Cobb-Douglas* com terra, trabalho e capital, os autores calcularam que, na situação de maior escassez, o preço sombra da água alcançaria cerca de US$ 60 por acres-pé de água[9].

Por sua vez, Karagiannis, Tzouvelekas e Xepapadeas (2003) utilizaram a análise de fronteira estocástica para avaliar a eficiência técnica no uso da água para irrigação, mas no conceito de eficiência *input-specific*, diferentemente, portanto, da consideração de um índice geral de eficiência. A forma funcional empregada para a função de produção foi a *translog* e os dados utilizados foram coletados a partir de questionários aplicados entre 50 produtores aleatoriamente selecionados durante a safra 1998-99 na Ilha de Creta, Grécia. Além dos resultados relativos à eficiência técnica, os autores calcularam que o preço-sombra da água para irrigação na região seria de ₯18,90/m³, o que equivaleria, em valores de 4 de janeiro de 1999, a US$0,07/m³ (BANK OF GREECE, 2019).

Também na Grécia, Latinopoulos, Tziakas e Mallios (2004) optaram pelo método hedônico, com base no valor de áreas agrícolas irrigadas e de sequeiro, para obter o valor implícito da água na região de Chalkidiki. Empiricamente, os autores regrediram o valor do hectare de terra contra atributos como quantidade oliveiras, altitude média e o quão plana a área era, além de uma *dummy* que indicasse a presença de equipamento para irrigação. Os resultados apontaram para um valor duas vezes maior do preço das áreas equipadas para irrigação. Interpretando esta diferença como o valor presente de uma perpetuidade de capitalização composta, e considerando uma taxa de desconto de 2,5% a.a. conjuntamente à uma estimativa de consumo de água da ordem de 7.000 m³/ha/ano, os autores avaliaram que o preço hedônico da água seria, no verão de 2001, de €0,06/m³.

Buscando realizar considerações sobre diferentes políticas de cobrança pelo uso da água, Tsur et al. (2004) aplicaram a Programação Matemática Positiva aos dados (agregados) da África do Sul e da Turquia, e Programação Linear ao Marrocos, cujos dados eram mais detalhados. No primeiro caso, os dados referiam-se ao esquema de irrigação da região da represa de Loskop e a curva de demanda pela água implicou preços que variavam entre zero e R1,40, a preços de 1999 (US$ 0,23), a depender da restrição hídrica imposta. Quanto à Turquia, os dados referiam-se às Planícies do Harã no ano 2000, e o preço descrito na curva de demanda variou entre zero e cerca de ₺150.000/m³ (US$ 239.916). Os autores apontam que este último valor, extremamente elevado, está associado aos baixíssimos níveis de disponibilidade hídrica, e ocorre essencialmente pela alta rentabilidade da produção de pimentas. Finalmente, para o Marrocos, a análise foi realizada para propriedades médias na região do rio Loukkos, mas sem especificar o período de referência dos dados; neste caso a metodologia aplicada foi a de programação linear, e a curva de demanda obtida apresentou preços variando entre zero e DH 30,00/m³ (US$ 2,82, caso se admita o ano 2000 como referência), conforme aumentava-se a restrição de água disponível para a atividade irrigante[10].

---

[9]O equivalente a cerca de US$ 0,05/m³.

[10]Todas as conversões realizadas conforme cotações oficiais médias reportadas por Banco Mundial (2019).

Ainda na África do Sul, por meio de imputação residual, Speelman et al. (2008), por sua vez, avaliaram o valor da água utilizada em irrigação de pequena escala no município de Zeerust, conforme cultura e esquemas de irrigação. Utilizando dados obtidos por aplicação de questionários sobre a estrutura de custo dos produtores, os autores identificaram, entre as culturas, um valor médio de US$0,188/m³ e, com exceção da produção de alface em que o valor alcançou US$1.532/m³; todas aquelas culturas avaliadas apresentaram preços-sombra da água abaixo de US$1,00. Na consideração dos diferentes esquemas de irrigação, foram encontrados valores entre US$0,088/m³ e 0,321/m³

Pelo método residual Muchara et al. (2016) estimaram o valor da água utilizada pela agricultura de pequena escala na província de KwaZulu-Natal na África do Sul. Dados de 307 produtores foram levantados, mas apenas 60 apresentavam qualidade suficiente para serem considerados. Não havendo medidas de consumo de água para irrigação, estes foram estimados por meio de *softwares* específicos e cálculos de especialistas. Para o ano de 2013, foram apresentados valores por metro cúbico para sete culturas distintas, variando entre US$0,10 e US$1,08 nos casos do feijão (*dry beans*) e do tomate, respectivamente.

Utilizando a análise de fronteira estocástica, Dhehibi et al. (2007) buscaram mensurar a eficiência técnica e de irrigação no nível das firmas para 144 unidades produtoras de citros em Nabeul, na Tunísia, entre 2002 e 2004. Os dados utilizados pelos autores foram provenientes de levantamentos realizados por duas delegações do governo da região, e a forma funcional considerada foi a *translog*. Embora não constituísse o objetivo principal do trabalho, as elasticidades computadas em conjunto com o valor médio das variáveis relevantes permitiram o cálculo do preço-sombra da água, que alcançaria TND 0,546/m³, equivalente a US$ 0,384/m³ a preços de 2002.

Valendo-se do método hedônico, Esmaeili e Shahsavari (2011) calcularam o valor implícito da água utilizada na irrigação na região da represa Doroodzam no sudeste do Irã. Entre os atributos determinantes do valor do hectare cultivado estavam quantidade, qualidade e acessibilidade da água por parte propriedade agrícola, distância do canal hídrico, infraestrutura interna e externa, produtividade na produção de trigo, entre outras. Os autores consideraram apenas as propriedades que retiravam a água de poços e canais, obtendo uma estimativa de US$0,046/m³, valor que se encontrava acima do que os produtores efetivamente pagavam pelo uso da água.

Berbel, Mesa-Jurado e Pistón (2011) também aplicaram o método residual para decompor o valor adicionado bruto de atividades agrícolas da região da bacia do rio Guadalquivir, na Espanha, de modo a captar a contribuição da água utilizada na irrigação. Considerando uma unidade produtiva representativa da estrutura de custos da região, o valor médio da água seria de €0,31/m³ em 2005. Entre as diferentes culturas, o valor residual da água variou de € 0,040/m³ na produção de girassol a € 0,548/m³ na produção de oliveiras.

De maneira semelhante, Ziolkowska (2015) estimou o valor da água utilizada para irrigação na região das High Plains[11], Estados Unidos, mas focando nos estados do Texas, Kansas e Nebraska e nas culturas de milho, algodão, sorgo, soja e trigo. Seus resultados apontaram para um maior valor da água na produção de algodão na parte norte das High Plains texanas (US$ 0,70/m³), e menor valor na produção de milho na parte sul das mesmas (US$ 0,004/m³). A autora ressaltou a presença de preços-sombra negativos que corresponderiam a um resultado indesejável por parte dos produtores no sentido de que a respectiva atividade não foi lucrativa, preferindo, deste modo, não analisar economicamente tais valores.

[11]As High Plains correspondem à faixa central do território dos Estados Unidos e se estendem do norte ao sul do país, de modo que a análise da referida autora se limita a uma parcela da região.

Feng et al. (2007) utilizaram um modelo de equilíbrio geral computável derivado do *Dynamic Recursive Chinese CGE* (DRC-CGE) para analisar cenários relacionados ao Projeto de Transferência de Água Sul-Norte na China. O objetivo deste projeto seria reduzir a escassez de água na região norte, que constituiria forte restrição ao seu crescimento econômico. Para o ano de referência do modelo (1997), os autores obtiveram como preços-sombra do metro cúbico de água ¥ 1,17, ¥ 15,32 e ¥ 52,7 nos setores agropecuário, industrial e de serviços respectivamente. Estes valores corresponderiam a US$ 0,141, US$ 1,848 e US$ 6,357, respectivamente, considerando a taxa de câmbio oficial disponibilizada por Banco Mundial (2019).

He et al. (2007) utilizaram um modelo de equilíbrio geral computável dinâmico de tempo discreto para calcular o preço-sombra da água na China. Os fundamentos do modelo encontravam-se no modelo de insumo-produto estático, e no modelo de Turnpike, em que o objetivo do problema de programação linear é maximizar a acumulação de capital ao fim do período de interesse. O modelo resulta numa série de 100 anos para o preço-sombra da água, destacando-se que o valor médio, entre os diferentes setores, no ano de referência (1999) foi de US$ 0,46/m³. Os autores mostraram que este valor se encontrava muito acima do efetivamente cobrado pelo governo chinês (US$0,117/m³), e atribuíram tal diferença à aplicação de conceitos marxistas de formação de preços.

Aplicando a chamada análise por envoltória de dados não paramétrica estocástica (*stochastic nonparametric envelopment of data*, StoNED), Shen e Lin (2017) estimaram os preços-sombra da água na agropecuária de 30 províncias da China Continental, excluindo a região do Tibet, entre 2002 e 2012. Os autores ressaltaram que a StoNED possui como vantagem a ausência de necessidade de estabelecer uma forma funcional, assim como a análise envoltória convencional, mas, da mesma forma que a análise de fronteira estocástica, permite decompor desvios da fronteira em um termo de ineficiência e outro estocástico. Além de lavouras irrigadas, o trabalho considerou a água utilizada nas atividades de produção animal, florestal e pesca. Os fatores considerados foram, adicionalmente à água, terra, capital, trabalho e fertilizantes. Como resultado, estimou-se que o preço-sombra médio para as províncias tenha variado entre ¥2,98/m³ e ¥16,13/m³, o que equivaleria a US$ 0,36 e US$ 1,95 por metro cúbico de água, a preços de 2002.

Smith e Gemma (2014) implementaram um modelo multissetorial de crescimento para obter numericamente a evolução no tempo da remuneração-sombra da água no Japão. Os autores evidenciaram a distinção entre os conceitos de remuneração-sombra e preço sombra, sendo este último interpretado como o valor presente do fluxo futuro do primeiro. O modelo empírico abrangeu quatro setores (agricultura, indústria, serviços e água residencial) e três regiões japonesas (Tóquio, restante do Kantō[12] e restante do Japão). Para calibrar as funções de produção setoriais, os autores estimaram econometricamente as elasticidades de uma especificação *Cobb-Douglas* que considerasse o fator água, e redistribuíram o valor adicionado na SAM de acordo com estas estimativas. Para o ano de referência, 2008, os autores encontraram seis preços-sombra da água, a depender de região e setor, sendo o mais baixo para a agricultura do resto do Kantō (¥915,46/m³) e o mais elevado para o setor de serviços em Tóquio (¥6.295,74/m³). Estes valores corresponderiam a US$8,86/m³ e US$60,91/m³, respectivamente, de acordo com Banco Mundial (2019).

Também no contexto do Projeto de Transferência de Água Sul-Norte, na China, Fang, Roe e Smith (2015) igualmente implementaram um modelo multissetorial de crescimento visando avaliar os impactos de diferentes políticas de alocação inter e intra-regional da água disponível para quatro setores: agropecuária, indústria,

[12]A região do Kantō corresponde à parte da ilha de Honshu na qual situa-se a cidade de Tóquio.

serviços e provisão de água residencial. Os autores, então, realizaram simulações de cenário, visando identificar impactos macroeconômicos de diferentes políticas de alocação de água no país. No modelo relativo ao cenário de realocação intra-regional – em que a remuneração da água se igualava entre os setores de uma mesma região – os autores obtiveram remunerações do fator água da ordem de ¥0,53/m³ na região sul e ¥0,77/m³ na região norte, o que corresponderia a US$0,064/m³ e US$0,0930/m³, respectivamente, conforme cotação oficial disponibilizada por Banco Mundial (2019).

Smith, Nelson e Roe (2015) buscaram investigar os efeitos de subsídios ao uso de eletricidade na dinâmica econômica e das águas subterrâneas na região do Punjab na Índia. O argumento do trabalho era que os subsídios à eletricidade incentivariam uma depleção mais acelerada do aquífero existente. Para tal objetivo, também foi utilizado um modelo multissetorial de crescimento com duas regiões distintas, Punjab e restante da Índia, em que cada região possuía um conjunto distinto de setores: na primeira, arroz, trigo, outros produtos agrícolas, indústria, energia e irrigação; e na segunda, arroz, trigo, outros produtos agrícolas, indústria e serviços. Diferentemente das águas superficiais, o nível do aquífero dependia fortemente da quantidade de água extraída, exigindo modelagem específica. A água foi considerada na função de produção da agricultura do Punjab, por meio de uma especificação Leontief e, no que tange a seu preço-sombra, no cenário de referência relativo ao ano de 2007, obteve-se um valor de apenas US$0,00049/m³. O valor muito baixo pode ser associado ao fato de, em seu trabalho, os autores modelarem também a água de precipitação.

No mesmo sentido, Roe e Smith (2015) utilizaram dados da oitava versão da base de dados do GTAP para calibrar um modelo multissetorial de crescimento visando calcular a remuneração e preço sombra da água utilizada na irrigação das atividades agrícolas do Cazaquistão em 2007. Os setores considerados foram algodão no sul do país, arroz na região do Kyzylorda, restante da agropecuária, indústria e serviços, em que o setor "restante da agropecuária" foi dividido entre as três regiões consideradas. Os autores calcularam que a remuneração-sombra da água variava de US$0,00487/m³ na produção de arroz a US$0,05668/m³ no restante da agropecuária no Cazaquistão.

Fragoso e Marques (2015) buscaram comparar dois modelos de cobrança pelo uso da água, a saber: volumétrico e por "blocos" de 1.000 m³, no contexto de um esquema de cobrança de tarifa em duas partes na região do Alentejo em Portugal . Para este objetivo, empregaram a programação matemática positiva tradicional (PMP), bem como uma versão em que os parâmetros são estimados e não calibrados (*econometric mathematical programming*, EMP). Neste último caso, uma vez que o número de parâmetros a serem estimados era inferior ao número de observações, empregou-se o procedimento de estimação de parâmetros pelo método da máxima entropia generalizada. Os dados considerados eram relativos a diversas lavouras irrigadas e consideravam como fatores de produção trabalho, capital, terra, água e outros insumos. No que tange especificamente aos preços-sombra, os autores não apresentaram valores pontuais para a disponibilidade corrente de água, mas sim a curva de demanda pela água obtida pelo PMP e pelo EMP, sendo que os valores variaram entre zero numa situação de grande oferta de água para irrigação e cerca de € 0,09/m³ pelo EMP e € 0,12/m³ no pelo PMP, na situação de maior restrição hídrica.

No contexto de crescimento da população mundial e consequentemente da maior demanda por alimentos no mundo, Lotze-Campen et al. (2008) desenvolveram um modelo de programação matemática para a produção agrícola combinado um modelo da dinâmica da vegetação, considerando dez grandes regiões e resolução espacial de 3 graus – o equivalente a 300km² na Linha do Equador. Tendo como referência cinco cenários distintos até 2055, os autores buscaram, então, avaliar as taxas de crescimento tecnológico necessárias ao atendimento das diferentes demandas por alimentos no período. Por tratar-se de um modelo de programação matemática, as diferentes restrições ativas (*binding constraints*) em cada divisão espacial geram preços-sombra para área de lavoura, pasto e água para irrigação.

Como resultado, o modelo gera um mapa-múndi com os diferentes preços-sombra das restrições, sendo que no caso da água, a grande maioria das unidades espaciais possuía preço-sombra nulo, com valores positivos tipicamente em regiões de clima árido, como a região do Atacama no Chile, Oriente Médio e norte do continente africano.

Assim como realizado para os estudos sobre o cenário brasileiro, o quadro 2 sumariza alguns dos trabalhos que analisaram a questão do valor da água no mundo, por meio de metodologias diversas e reportados neste trabalho.

Quadro 2. Trabalhos e resultados sobre o valor da água no mundo.

Autor(es)	Área geográfica	Metodologia	Resultados (por m³)
Berck, Robinson e Goldman (1991)	Vale de San Joaquin, EUA	Modelo de equilíbrio geral computável	Alta elasticidade: Entre US$ 0,03 e US$ 0,05
			Baixa elasticidade: Entre US$ 0,04 e US$ 0,07
Karagiannis, Tzouvelekas e Xepapadeas (2003)	Ilha de Creta, Grécia	Função de produção com estimação de fronteira estocástica	US$ 0,07
Latinopoulos, Tziakas e Mallios (2004)	Chalkidiki, Grécia	Método hedônico	€ 0,06
Tsur el al. (2004)	Loskop, África do Sul	PMP	Entre US$ 0,00 e US$ 0,23ψ
	Harã, Turquia	PMP	Entre US$ 0,00 e US$ 239.916ψ
	Rio Loukkos, Marrocos	PL	Entre US$ 0,00 e US$ 2,82ψ
Speelman et al. (2008)	Zeerust, África do Sul	Método residual	Entre US$ 0,04 e US$ 1.532*
Muchara et al. (2016)	KwaZulu-Natal, África do Sul	Método residual	Entre US$ 0,10 e US$ 1,08*
Dhehibi et al. (2007)	Nabeul, Tunísia	Função de produção com estimação de fronteira estocástica	US$ 0,384
Esmaeili e Shahsavari (2011)	Doroodzam, Irã	Método hedônico	US$ 0,046
Berbel, Mesa-Jurado e Pistón (2011)	Guadalquivir, Espanha	Método residual	Entre € 0,040 e € 0,548*
Ziolkowska (2015)	High Plains, EUA	Método residual	Entre US$ 0,004 e US$ 0,70*¤
Feng et al. (2007)	China	Modelo de equilíbrio geral computável	Agropecuária: US$: 0,141
			Indústria: US$: 1,848
			Serviços: US$: 6,357
He et al. (2007)	China	Modelo de equilíbrio geral computável	Valor médio entre setores: US$ 0,46
Shen e Lin (2007)	China continental, exceto Tibet	DEA não paramétrica estocástica	Entre US$ 0,36 e US$ 1,95¤
Smith e Gemma (2014)	Japão	Modelo multissetorial de crescimento	Entre US$ 8,86 e US$ 60,91, a depender de setor e região
Fang, Roe e Smith (2015)	China	Modelo multissetorial de crescimento	Sul: US$ 0,064
			Norte: US$ 0,093
Smith, Nelson e Roe (2015)	Punjab, Índia	Modelo multissetorial de crescimento com modelo hidrológico	US$0,00049 (inclui precipitação)
Roe e Smith (2015)	Cazaquistão	Modelo multissetorial de crescimento	Entre US$ 0,00487 e US$ 0,05668 *¤
Fragoso e Marques (2015)	Alentejo, Portugal	PMP	Entre zero e € 0,12
		EMP	Entre zero e € 0,09
Lotze-Campen et al. (2008)	Global, com resolução espacial de 3 graus	Programação matemática como modelo hidrológico e uso da terra	Tipicamente zero, com valores positivos em regiões de clima árido

Fonte: Elaboração própria a partir das mencionadas referências.
Notas: *A depender da cultura considerada.
ψA depender da disponibilidade hídrica.
¤A depender da localidade.

4. METODOLOGIA

Esta seção descreve os aspectos relacionados ao modelo multissetorial de crescimento utilizado no que se refere ao seu desenvolvimento analítico, calibração e solução numérica. A notação considerada e estrutura de apresentação são semelhantes às de Roe, Smith e Saracoğlu (2010) e, salvo expresso de outra forma, algumas convenções são adotadas: 1) letras maiúsculas indicam variáveis agregadas; 2) letras minúsculas apontam variáveis por trabalhador; 3) letras minúsculas com circunflexo (^) indicam variáveis por trabalhador efetivo; 4) o sinal gráfico til (~) indica expressões algébricas em formas reduzidas.

Buscando minimizar ambiguidades na notação, adotou-se ainda uma convenção derivada da estrutura da SAM, em que cada célula representa um pagamento da conta da coluna para a conta da linha. Na representação algébrica, os equivalentes às contas das colunas serão identificados por sobrescritos, enquanto as contas das linhas por subscritos, identificando, quando for o caso, a região a que se refere. Dessa forma, por exemplo, $Y_{c,i}^{s,j}$ representaria a compra do bem c da região i realizada pelo o setor s da região j, ou seja, trata-se de consumo intermediário. Ademais, considerando esta quantidade física $Y_{c,i}^{s,j}$, o preço associado ao produto adquirido pode ser expresso apenas por $p_{c,i}$, sem explicitar os compradores, pois, sob concorrência perfeita, todos enfrentam o mesmo preço. Nem todas as variáveis, entretanto, possuem contrapartida na SAM, de modo que a notação é realizada por analogia como ocorre, por exemplo, com o preço do capital, p_k, que indica o valor pago pelas firmas para ter o direito de propriedade sobre uma unidade deste ativo – diferente, portanto, de um mercado de aluguel de capital. Este tratamento busca facilitar a utilização de operadores baseados em índices e a concisão das expressões.

Optou-se, ainda, por enumerar apenas as expressões que, eventualmente, sejam retomadas ao longo do texto. Dada a grande quantidade de variáveis a serem utilizadas, para conveniência do leitor, o apêndice 1 apresenta um quadro resumo com a notação utilizada.

4.1. Modelo teórico

O modelo aqui considerado é baseado naqueles presentes nos trabalhos de Roe, Smith e Saracoğlu (2010), Smith e Gemma (2014) e Roe e Smith (2015). Os aspectos fundamentais destes modelos são o tempo contínuo, os fundamentos microeconômicos e a presença de poupança endógena, que são baseados, no nível teórico, aos trabalhos de Ramsey (1928), Cass (1965) e Koopmans (1965). A economia modelada é aberta e pequena, sem governo, e possui seis setores e três regiões cujas produções destinam-se ao consumo do agente representativo, acumulação de capital e consumo intermediário.

Cada bem é produzido por um único setor, de modo que as expressões "setor" e "produto" são equivalentes em diversos contextos, mas referindo-se, de maneira geral, a aspectos de oferta e demanda, respectivamente, o que torna necessário distingui-los na notação. Assim, visando maior clareza matemática, produtos e setores são indexados, nesta ordem, pelas letras c e s que assumem os números naturais entre 1 e 6, com os conjuntos que representam sua totalidade dados por

$$C = S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

Os setores considerados encontram-se no quadro 3 conjuntamente a seus identificadores de modo que, por exemplo, o preço do bem de serviços será identificado por p_6.

Quadro 3. Setores (s) e produtos (c) considerados no modelo e respectivos índices.

Setor/Produto	Índices c, s
Cana-de-açúcar	1
Arroz em casca	2
Outros produtos da lavoura	3
Outros produtos da agropecuária	4
Indústria	5
Serviços	6

Fonte: Elaboração própria.

A desagregação setorial considerada é justificada pela importância da rizicultura e da produção canavieira na utilização de água para irrigação e pela disponibilidade de dados sobre os valores da produção agrícola associados aos dois regimes de produção possíveis (sequeiro e irrigado). Além disso, ao se manter apenas estas atividades desagregadas há benefícios do ponto de vista computacional, dada a complexidade da solução numérica de modelos desta natureza com muitas variáveis dinamicamente endógenas.

Os setores industrial (5) e de serviços (6) são considerados nacionais, enquanto os setores de 1 a 4 são divididos em três regiões que, em grande medida, sobrepõem-se às regiões administrativas brasileiras, com exceção do estado do Tocantins, que foi agregado à região denominada "NordesteTO", definida a seguir.

No detalhamento do modelo utilizado, dada a necessidade de definir relações intersetoriais e inter-regionais, é conveniente associar os conceitos de produto e setor – identificados por c e s, respectivamente – a dois índices distintos de região, neste caso as letras i e j, respectivamente. Assim, sempre que um setor s for regionalmente desagregado, este estará acompanhado por um índice j, enquanto o bem c – caso seja regionalizado – será acompanhado pela letra i.

Para fins de aplicação do modelo, a agregação regional considerada é exposta no quadro 4, sendo o conjunto de regiões dado por $I = J = \{1,2,3\}$. Os nomes atribuídos às regiões do modelo buscam de diferenciá-las das macrorregiões administrativas norte e nordeste.

Quadro 4. Agregação regional e indexação.

Região do modelo	Índices i, j	Unidades Federativas do Brasil
CentroSul	1	DF, ES, GO, MG, MS, MT, PR, RJ, RS, SC, SP
NordesteTO	2	AL, BA, CE, MA, PE, PI, RN, SE, TO
NorteExTO	3	AC, AM, AP, PA, RO, RR

Fonte: Elaboração própria.

A agregação regional tem em conta, além da limitação operacional, características das atividades produtivas em termos de demandas hídricas em consequência de diferentes características geográficas, especialmente pluviometria, de modo que se admite, por exemplo, que a produção de arroz no Tocantins possui maior similaridade com aquela presente no estado do Maranhão *vis-à-vis* aquela existente no Pará.

Adicionalmente ao capital e bens intermediários, as firmas de todos os setores utilizam trabalho aumentado por produtividade do tipo Harrod-neutra. Os setores produtores de cana-de-açúcar (1), arroz (2) e de outras lavouras (3) utilizam, adicionalmente, os fatores fixos água e terra, enquanto o setor de outros bens agropecuários (4) se vale apenas do fator fixo terra.

4.1.1. Ambiente econômico

Inicialmente, a economia é dotada de $L(0)$ unidades de trabalho e $K(0)$ unidades de capital distribuídas entre todos os setores, além das dotações de água e terra em cada um dos setores que delas se utilizam nas distintas regiões. Os residentes são proprietários de todo o estoque de ativos, os serviços dos fatores de produção não são negociados internacionalmente, e suas respectivas remunerações são atribuídas às famílias que decidem o quanto consumir e investir em cada período.

Os bens produzidos pelos setores abertos ao comércio internacional são negociados a preços fixos[13], enquanto os preços da cana-de-açúcar e do bem de serviços são dinamicamente endógenos ao modelo. No caso do bem de serviços, este é considerado doméstico por hipótese do modelo original de Roe, Smith e Saracoğlu (2010), enquanto a cana-de-açúcar, como produto *in natura*, não pode sofrer deslocamentos significativos (BASTOS, 2013), o que se reflete na estrutura do modelo. Déficits ou superávits comerciais são negociados aos preços internacionais vigentes. Admite-se que o preço do bem industrial seja o *numéraire*.

A oferta de trabalho cresce a uma taxa constante n e a produtividade aumentadora de trabalho à taxa constante x. Estabelece-se, ainda, duas condições de sustentabilidade associadas às produtividades $\mathcal{B}(t)$ e $\Lambda(t)$ dos fatores fixos, terra e água, respectivamente: as mesmas devem crescer à uma taxa que é a soma das taxas de crescimento da força de trabalho e do progresso técnico, ou seja, à taxa:

$$\eta_T = \eta_H = x + n, \tag{1}$$

em que η_T e η_H denotam os crescimentos das produtividades associadas aos fatores fixos terra e água, respectivamente. Esta hipótese é compartilhada por uma série de trabalhos derivados do modelo desenvolvido por Roe, Smith e Saracoğlu (2010)[14] e implica equações diferenciais autônomas, sendo necessária para evitar que, no longo prazo, o produto por trabalhador efetivo dos setores com fatores fixos seja nulo.

4.1.2. Comportamento das famílias

A economia do modelo é habitada por um grande número de famílias idênticas que vivem indefinidamente, podendo ser interpretadas como dinastias, e cujo número de membros cresce à taxa constante n. O agente representativo obtém um fluxo de utilidade ao consumir os bens produzidos nas diferentes regiões da economia, pelos setores de arroz, outras lavouras, outros bens agropecuários, indústria e serviços, ou seja, a partir da sequência

$$\left\{q_{2,1}(t), q_{2,2}(t), q_{2,3}(t), q_{3,1}(t), q_{3,2}(t), q_{3,3}(t), q_{4,1}(t), q_{4,2}(t), q_{4,3}(t), q_5(t), q_6(t)\right\}_0^\infty,$$

em que $q_{2,1}(t)$ indica, por exemplo, a quantidade consumida do bem 2 (arroz) produzido na região 1 (CentroSul) no período t, ressaltando-se novamente que os setores 5 e 6 são nacionais e, portanto, não apresentam índices de

[13]Alternativamente, existe a possibilidade de se considerar preços não fixos para os bens transacionáveis, embora variações continuassem sendo incorporadas de maneira exógena, como realizado por Spolador e Roe (2013). No presente estudo, os dois setores mais relevantes à temática não são diretamente afetados pelo pressuposto: a cana-de-açúcar é um produto de consumo eminentemente doméstico, e a produção brasileira de arroz é pequena no contexto mundial.

[14]Ver, por exemplo, Pinto (2011), Spolador e Roe (2013), Smith e Gemma (2014), Fang, Roe e Smith (2015).

região. Em particular, a ausência da cana-de-açúcar entre os bens consumidos é uma característica derivada da estrutura empírica da SAM. O somatório do fluxo futuro descontado de utilidades pode ser representado por:

$$\int_0^{\infty} \frac{u\left(q_{2,1}(t), q_{2,2}(t), \dots, q_{4,3}(t), q_5(t), q_6(t)\right)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{(n-\rho)t} dt, \tag{2}$$

ou seja, em termos por trabalhador, é definido a partir de um índice do bem composto $q(t)$, do inverso da elasticidade de substituição intertemporal θ, do parâmetro de desconto intertemporal ρ e da taxa n.

Em cada período, o agente representativo busca minimizar o custo ϵ de aquisição dos bens de consumo por trabalhador. Se a função utilidade é homotética, como no caso da especificação *Cobb-Douglas* aqui admitida, a função dispêndio decorrente da minimização é separável em q (ROE; SMITH; SARACOĞLU, 2010), de modo que se tenha:

$$\epsilon = \mathcal{E}(\boldsymbol{p})q \equiv \min_{q_{c,i}, q_c} \left\{ \sum_{c=2}^{4} \sum_{i=1}^{3} p_{c,i} q_{c,i} + \sum_{c=5}^{6} p_c q_c : q \leq u\left(q_{2,1}, q_{2,2}, \dots, q_{4,3}, q_5, q_6\right) \right\},$$

em que se omite os índices t, enquanto $\boldsymbol{p}$ indica o vetor de preços dos bens da economia. Dessa forma, $\mathcal{E}(\boldsymbol{p})$ pode ser interpretado como o preço unitário do bem de consumo composto q.

Se $\mathcal{E}(\boldsymbol{p})$ é diferenciável nos preços, as demandas hickisianas pelos diferentes bens da economia são obtidas pelo lema de Shephard:

$$\begin{cases} q_{c,i} = \dfrac{\partial \mathcal{E}(\boldsymbol{p})q}{\partial p_{c,i}}, & \forall\, c \in \{2,3,4\}, \forall\, i \in I \\ q_c = \dfrac{\partial \mathcal{E}(\boldsymbol{p})q}{\partial p_c}, & \forall\, c \in \{5,6\} \end{cases}.$$

Para o estabelecimento da restrição orçamentária, é útil ressaltar que o preço do bem de capital é endógeno ao modelo e, evidentemente, varia no tempo. O custo de oportunidade de se reter uma unidade de capital físico cujo preço é dado por p_k foi definido por Romer (2012, p. 406), que apresentou os seguintes elementos, em cada momento no tempo:

1. rp_k: remuneração que seria obtida ao emprestar o valor obtido na venda de uma unidade de capital físico, sendo r a taxa de juros;
2. δp_k: custo que a firma incorre devido à depreciação do capital, de taxa δ;
3. $\dot{p}_k$: variação do preço do capital, em que o aumento do preço do ativo reduz o custo de oportunidade e vice-versa.

Dessa forma, o custo de oportunidade e, no equilíbrio, a remuneração do capital r_k devem ser tal que:

$$r_k = rp_k + \delta p_k - \dot{p}_k$$

que implica uma taxa de juros vigente de:

$$r = \frac{r_k}{p_k} - \delta + \frac{\dot{p}_k}{p_k} \tag{3}$$

Sendo o valor do estoque do capital $p_k K$, então sua variação deve ser igual à soma das rendas obtidas menos o dispêndio com consumo. Estas rendas compreendem: a remuneração do capital K, o salário recebido por ofertar L unidades de trabalho, o aluguel da terra $(T^{s,j})$ e renda (sombra) obtida pela utilização de água para irrigação $(H^{s,j})$. Matematicamente tem-se que:

$$\dot{p}_k K + p_k \dot{K} = wL + r(p_k K) + \sum_{s=1}^{4} \sum_{j=1}^{3} V_T^{s,j} T^{s,j} + \sum_{s=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} V_H^{s,j} H^{s,j} - E,$$

em que w é o salário vigente, enquanto $V_T^{s,j}$ e $V_H^{s,j}$ indicam, respectivamente a remuneração da terra e (sombra) da água no setor s da região j, e E o valor do dispêndio total. A notação de ponto acima da variável, indica variação infinitesimal no tempo, ou seja, para uma variável $x(t)$ qualquer, $\dot{x} \equiv \frac{dx(t)}{dt}$.

Dividindo ambos os membros da expressão pela força de trabalho, L, tem-se que:

$$\dot{p}_k k + p_k \dot{k} + n p_k k = w + r(p_k k) + \sum_{s=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} v_T^{s,j} T^{s,j} + \sum_{s=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} v_H^{s,j} H^{s,j} - \epsilon \tag{4}$$

em que letras minúsculas indicam divisão pelo número de trabalhadores. O termo $np_k k$ no membro esquerdo surge em decorrência da divisão[15].

Substituindo (3) em (4) e simplificando, dada a taxa Harrod de progresso técnico, x, a restrição orçamentária pode ser escrita em termos por trabalhador efetivo como:

$$\dot{\hat{k}} = \frac{1}{p_k}\left(\hat{w} + r_k \hat{k} + \sum_{s=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} \hat{v}_T^{s,j} T^{s,j} + \sum_{s=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} \hat{v}_H^{s,j} H^{s,j} - \hat{\epsilon} \right) - (x + n + \delta)\hat{k} \tag{5}$$

em que o acento circunflexo indica variáveis por trabalhador efetivo. Esta especificação é a considerada na solução do modelo.

Finalmente, para evitar esquemas Ponzi, impõe-se a seguinte condição de transversalidade (ROE; SMITH; SARACOĞLU, 2010):

$$\lim_{t\to\infty}\left[k(t) e^{-\int_0^t \left(r(v) - n - \frac{\dot{p}_k}{p^k} \right) dv} \right] = 0 \tag{6}$$

ou seja, o valor presente dos ativos físicos por trabalhador em um futuro distante tende a zero.

4.1.3. Preço sombra dos recursos naturais

No contexto de recursos naturais incorporados como fatores fixos em um modelo multissetorial de crescimento, Roe e Smith (2015), em sua discussão, destacaram como os conceitos de remuneração-sombra e preço-sombra, são distintos entre si. Neste sentido,

> *"the unit shadow rental rate is the amount a farmer would be willing to pay for the right to purchase an additional unit of water in the current period. This is to be contrasted with a sector's unit shadow price of water, which is the amount a farmer would pay for permanent user rights to a unit of water"* (ROE; SMITH, 2015, p. 9),

podendo-se fazer uma analogia com o aluguel do capital e seu preço – na ocasião da venda de propriedade.

Da forma como está apresentada, a restrição orçamentária (5) vincula-se a uma condição de não arbitragem entre investimento em capital físico e empréstimos por meio de (3). Admite-se também que há não arbitragem entre o capital físico e cada um dos recursos naturais da economia. Nesta análise, argumento semelhante

[15]Notar que, se $k \equiv \frac{K}{L}$, então $\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + nk$.

àquele utilizado para obter (3), pode ser aplicado aos recursos naturais da economia, admitindo-se a não depreciação desses recursos[16].

Dessa forma, no equilíbrio, o agente deve ser indiferente entre vender uma unidade do recurso natural ao preço vigente ou mantê-la obtendo, assim, rendimentos. Tomando como exemplo o fator terra, o valor de seu estoque no setor s da região j é dado por $p_T^{s,j}T^{s,j}$, então o rendimento, via taxa de juros livre de risco r, da venda de uma unidade deste estoque, $rp_T^{s,j}$, deve ser igual a remuneração $V_T^{s,j}$ obtida, caso se retenha esta unidade de terra, mais a variação (positiva ou negativa) do preço da terra $p_T^{s,j}$, de modo que:

$$rp_T^{s,j} = V_T^{s,j} + \dot{p}_T^{s,j}.$$

Dividindo-se esta relação pelo número de trabalhadores e rearranjando, sendo $\tilde{p}_T^{s,j} = \frac{p_T^{s,j}}{L}$ e $v_T^{s,j} = \frac{V_T^{s,j}}{L}$, então:

$$r = \frac{v_T^{s,j}}{\tilde{p}_T^{s,j}} + \frac{\dot{\tilde{p}}_T^{s,j}}{\tilde{p}_T^{s,j}} + n, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J. \tag{7}$$

Alternativamente, pode-se definir $p_{\varsigma T}^{s,j} = \frac{\tilde{p}_T^{s,j}}{p^k}$, de modo que:

$$r = \frac{v_T^{s,j}/p_k}{p_{\varsigma T}^{s,j}} + \frac{\dot{p}_{\varsigma T}^{s,j}}{p_{\varsigma T}^{s,j}} + \frac{\dot{p}_k}{p_k} + n, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J.$$

Roe, Smith e Saracoğlu (2010) solucionaram diferencialmente esta especificação para $p_{\varsigma T}^{s,j}$, tendo em conta a condição de transversalidade (6), de modo a obter o valor presente da terra no setor j.

$$p_{\varsigma T}^{s,j}(t) = \int_t^{\infty} e^{-\int_t^{\tau}\left(r(s)-n-\frac{\dot{p}_k}{p_k}\right)ds} \frac{v_T^{s,j}(\tau)}{p_k(\tau)}\, d\tau\,, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J. \tag{8}$$

Procedimento semelhante pode ser realizado para a água, de modo a se obter seu preço-sombra por unidade.

4.1.4. Composição do capital

Quanto ao capital, combina-se, sob mínimo custo diferentes bens produzidos a partir de uma função do tipo *Cobb-Douglas*, cuja soma das elasticidades é a unidade, ou seja, apresenta retornos constantes à escala. Dessa forma, suprimindo o índice t do tempo, o custo mínimo de produção de uma unidade de capital é dado por:

$$c_k(\boldsymbol{p}) = \min\left\{\sum_{c=3}^{4}\sum_{i=1}^{3} p_{c,i}y_{c,i}^k + \sum_{c=5}^{6} p_c y_c^k : 1 \leq F(\boldsymbol{y^k})\right\},$$

em que $y_{c,i}^k$ e y_c^k denotam os diferentes bens utilizados para a composição do capital e $\boldsymbol{y^k}$ corresponde ao vetor que representa o conjunto dos mesmos[17].

[16]Uma apresentação alternativa da derivação apresentada encontra-se em Roe, Smith e Saracoğlu (2010). Nesta abordagem fica implícito, portanto, que não há redução da qualidade dos fatores fixos resultante, por exemplo, de degradação de terras ou poluição das águas.

[17]No caso da formação de capital, além da cana-de-açúcar (1), o produto arroz (2) não é identificado como um bem investido na SAM utilizada.

O lema de Shephard aplicado a essa função determina o montante de mínimo custo de cada bem necessário à produção de uma unidade de capital. A existência de lucro zero na produção do bem de capital implica que, em cada período, o custo total da acumulação de capital por trabalhador efetivo seja, finalmente,

$$c_k(\boldsymbol{p})\left[\dot{\hat{k}} + \hat{k}(x + n + \delta)\right].$$

4.1.5. Firmas

As funções de produção das firmas representativas da economia modelada podem ser classificadas em dois grupos conforme a presença ou não de fatores fixos. Em ambos os casos, as funções de produção são do tipo Leontief, mas combinando, sob funções *Cobb-Douglas*, os fatores de produção primários.

Iniciando pelos setores industrial e de serviços, considerados nacionais, os mesmos empregam tecnologia neoclássica e linearmente homogênea nos fatores de produção capital e trabalho, e nos insumos intermediários. Nestas atividades, a tecnologia pode ser representada como:

$$Y_s = \min\left\{F_s(AL^s, K^s), \frac{Y_{1,1}^s}{\sigma_{1,1}^s}, \frac{Y_{1,2}^s}{\sigma_{1,2}^s}, \dots, \frac{Y_{4,3}^s}{\sigma_{4,3}^s}, \frac{Y_5^s}{\sigma_5^s}, \frac{Y_6^s}{\sigma_6^s}\right\}, \qquad \forall\, s \in \{5,6\}.$$

Aqui, $Y_{1,2}^s$ indica, por exemplo, a quantidade do produto 1 (cana-de-açúcar) produzido na região 2 (NordesteTO) utilizada como bem intermediário na produção do setor $s \in \{1,6\}$, enquanto $\sigma_{1,2}^s$ é o respectivo coeficiente insumo-produto. Considerando as variáveis em termos por trabalhador efetivo, a minimização de custo das firmas dá origem a funções custo do tipo

$$\mathcal{TC}^s = \left(\mathcal{C}^s(\hat{w}, r_k) + \sum_{c=1}^{4}\sum_{i=1}^{3} \sigma_{c,i}^s p_{c,i} + \sum_{c=5}^{6} \sigma_c^s p_c\right)\hat{y}_s, \qquad \forall\, s \in \{5,6\}.$$

O lema de Shephard garante que a demanda do setor s por trabalho e capital sejam, respectivamente[18]:

$$l^s = \frac{\partial \mathcal{C}^s(\hat{w}, r_k)\hat{y}_s}{\partial \hat{w}}, \qquad \forall\, s \in \{5,6\},$$

$$\hat{k}^s = \frac{\partial \mathcal{C}^s(\hat{w}, r_k)\hat{y}_s}{\partial r_k}, \qquad \forall\, s \in \{5,6\}.$$

No segundo grupo, das firmas que utilizam fatores fixos, inicia-se pelos setores 1 (arroz), 2 (cana-de-açúcar) e 3 (outras lavouras) em que as tecnologias, em cada região j, possuem como fatores de produção primários, além de trabalho e capital, os recursos naturais terra e água para suplementação hídrica, sendo representadas por:

$$Y_{s,j} = \min\left\{\mathcal{F}_{s,j}(AL^{s,j}, K^{s,j}, \mathcal{B}T^{s,j}, \Lambda H^{s,j}), \frac{Y_{1,1}^{s,j}}{\sigma_{1,1}^{s,j}}, \frac{Y_{1,2}^{s,j}}{\sigma_{1,2}^{s,j}}, \dots, \frac{Y_{4,3}^{s,j}}{\sigma_{4,3}^{s,j}}, \frac{Y_5^{s,j}}{\sigma_5^{s,j}}, \frac{Y_6^{s,j}}{\sigma_6^{s,j}}\right\}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3\}, \forall\, j \in J,$$

em que, por exemplo, $Y_{4,3}^{s,j}$ indica a demanda do setor s na região j pelo produto 4 (outros produtos agropecuários) da região 3 (NorteExTO). A presença de fatores fixos – no caso, terra e água – permite construir o problema da firma em termos da maximização de lucro e correspondente função valor adicionado. Considerando a condição de sustentabilidade imposta na expressão (1), a forma intensiva da função de produção destes setores passar a ser

[18]Deve-se ressaltar que, ao dividir $F_s(AL^s, K^s)$ por AL, a variável na forma intensiva l^s passa a corresponder à participação do setor s no emprego total da economia.

$$\hat{y}_{s,j} \leq \min\left\{f_{s,j}\left(l^{s,j},\hat{k}^{s,j},T^{s,j},H^{s,j}\right),\frac{\hat{y}_{1,1}^{s,j}}{\sigma_{1,1}^{s,j}},\frac{\hat{y}_{1,2}^{s,j}}{\sigma_{1,2}^{s,j}},\dots,\frac{\hat{y}_{4,3}^{s,j}}{\sigma_{4,3}^{s,j}}\frac{\hat{y}_{5}^{s,j}}{\sigma_{5}^{s,j}}\frac{\hat{y}_{6}^{s,j}}{\sigma_{6}^{s,j}}\right\}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3\}, \forall\, j \in J,$$

Por seu turno, o setor produtor de outros bens agropecuários, indexado pelo número 4, compreende atividades que não aquelas de lavouras – e que, portanto, não utilizam irrigação –, tais como a pecuária e a produção florestal, e diferencia-se por considerar como fator fixo apenas a terra, de modo que sua função de produção seja:

$$Y_{4,j} = \min\left\{F_{4,j}(AL^{4,j},K^{4,j},\mathcal{B}T^{4,j}),\frac{Y_{1,1}^{4,j}}{\sigma_{1,1}^{4,j}},\frac{Y_{1,2}^{4,j}}{\sigma_{1,2}^{4,j}},\dots,\frac{Y_{4,3}^{4,j}}{\sigma_{4,3}^{4,j}},\frac{Y_{5}^{4,j}}{\sigma_{5}^{4,j}},\frac{Y_{6}^{4,j}}{\sigma_{6}^{4,j}}\right\}, \qquad \forall\, j \in J,$$

que – também tendo em conta a condição de sustentabilidade – implica uma forma intensiva, por trabalhador efetivo dada por:

$$\hat{y}_{4,j} \leq \min\left\{f_{4,j}\left(l^{4,j},\hat{k}^{4,j},T^{4,j}\right),\frac{\hat{y}_{1,1}^{4,j}}{\sigma_{1,1}^{4,j}},\frac{\hat{y}_{1,2}^{4,j}}{\sigma_{1,2}^{4,j}},\dots,\frac{\hat{y}_{4,3}^{4,j}}{\sigma_{4,3}^{4,j}}\frac{\hat{y}_{5}^{4,j}}{\sigma_{5}^{4,j}}\frac{\hat{y}_{6}^{4,j}}{\sigma_{6}^{4,j}}\right\}, \qquad \forall\, j \in J.$$

As funções de produção dos setores $s = 1,2,3,4$, em suas formas intensivas, garantem o caráter autônomo do sistema de equações diferenciais que determinam o equilíbrio intertemporal do modelo.

Como já ressaltado, o problema das firmas dos setores industrial e de serviços, que não utilizam fatores fixos, é solucionado pela minimização de custo, enquanto as firmas dos setores produtores de arroz, cana-de-açúcar, outras lavouras e outros produtos agropecuários maximizam lucro, dando origem a funções de valor adicionado (ROE; SMITH; SARACOĞLU, 2010)[19]. Deste modo, nos setores $s = 1,2,3$ a função de valor adicionado pode ser formalmente expressa como

$$\hat{v}^{s,j}(\bullet) = \hat{v}^{s,j}\left(p_{v_{s,j}},\hat{w},r_k,T^{s,j},H^{s,j}\right) \equiv$$
$$\equiv \max_{l^{s,j},\hat{k}^{s,j}}\left\{p_{v_{s,j}}f_{s,j}\left(l^{s,j},\hat{k}^{s,j},T^{s,j},H^{s,j}\right) - \hat{w}l^{s,j} - r_k\hat{k}^{s,j}\right\}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3\}, \forall\, j \in J.$$

No setor de outros bens agropecuários faz-se uso do fato de que, se há apenas um fator fixo, então a função de valor adicionado é separável neste fator, ou seja:

$$\hat{v}^{4,j}(\bullet) = \hat{v}^{4,j}\left(p_{v_{4,j}},\hat{w},r_k\right)T^{4,j} \equiv$$
$$\equiv \max_{l^{s,j},\hat{k}^{s,j}}\left\{p_{v_{4,j}}f_{4,j}\left(l^{4,j},\hat{k}^{4,j},T^{4,j}\right) - \hat{w}l^{4,j} - r_k\hat{k}^{4,j}\right\}, \qquad \forall\, j \in J.$$

Para diminuir a notação, frequentemente serão suprimidos os argumentos das funções valor adicionado. Ademais, aqui, $p_{v_{s,j}}$ indica o "preço de valor adicionado", dado por:

$$p_{v_{s,j}}(\boldsymbol{p}) = p_{c=s,i=j} - \sum_{c=1}^{4}\sum_{i=1}^{3}\sigma_{c,i}^{s,j}p_{c,i} - \sum_{c=5}^{6}\sigma_c^s p_c\,, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J,$$

em que $p_{c=s,i=j}$ é o preço recebido pelo setor s da região j pela venda de uma unidade de seu produto, de modo que $p_{v_{s,j}}$ indicaria o valor adicionado por unidade vendida[20].

Às funções de valor adicionado, pode ser aplicado o lema de Hotelling tendo-se que, para cada setor com fatores fixos, em cada região, sua função oferta é dada por:

---

[19]A equivalência da maximização de lucro (e também da utilidade) e minimização de custo é abordada pela teoria da dualidade.

[20]Uma notação mais rigorosa para lado esquerdo da expressão, considerando o estabelecido anteriormente, seria $p_{v_{c=s,i=j}}$, entretanto como cada setor produz um único bem, optou-se por identificar apenas $p_{v_{s,j}}$.

$$\hat{y}_{s,j} = \frac{\partial \hat{v}^{s,j}(\bullet)}{\partial p_{v_{s,j}}}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J,$$

assim como sua participação no emprego e demanda por capital são obtidas, respectivamente, como:

$$l_{s,j} = -\frac{\partial \hat{v}^{s,j}(\bullet)}{\partial \hat{w}}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J,$$

$$\hat{k}_{s,j} = -\frac{\partial \hat{v}^{s,j}(\bullet)}{\partial r_k}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3,4\}, \forall\, j \in J.$$

Além disso, a derivada parcial das funções de valor adicionado, em relação a cada um dos fatores fixos, determina a remuneração deste fator necessária para que ocorra o equilíbrio de um mercado perfeitamente competitivo para o mesmo (ROE; SMITH; SARACOĞLU, 2010), ou seja, para os setores irrigantes:

$$\hat{v}_T^{s,j} \equiv \frac{\partial \hat{v}^{s,j}\left(p_{v_{s,j}}, \hat{w}, r_k, T^{s,j}, H^{s,j}\right)}{\partial T^{s,j}}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3\}, \forall\, j \in J,$$

$$\hat{v}_H^{s,j} \equiv \frac{\partial \hat{v}^{s,j}\left(p_{v_{s,j}}, \hat{w}, r_k, T^{s,j}, H^{s,j}\right)}{\partial H^{s,j}}, \qquad \forall\, s \in \{1,2,3\}, \forall\, j \in J.$$

Enquanto para o setor produtor de outros bens agropecuários, como já apontado, vale-se da separabilidade no fator fixo terra, de modo que se tenha:

$$\hat{v}_T^{4,j} \equiv \frac{\partial \hat{v}^{4j}\left(p_{v_{4,j}}, \hat{w}, r_k\right) T^{s,j}}{\partial T^{s,j}} \equiv \hat{v}^{4j}\left(p_{v_{4,j}}, \hat{w}, r_k\right), \qquad \forall\, j \in J.$$

4.1.6. Equilíbrio intratemporal

Como já enfatizado, os preços dos bens transacionáveis são considerados fixos, enquanto os bens exclusivamente domésticos possuem preços endógenos. Isto posto, é conveniente definir muitas das expressões como função apenas destes preços endógenos, ou seja, $p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}$ e p_6, isto é, os preços regionais da cana-de-açúcar e o preço nacional do bem de serviços. Assim, dada a sequência $\left\{\hat{k}(t), \hat{\epsilon}(t)\right\}_0^\infty$, o equilíbrio competitivo da economia pode ser caracterizado pela sequência

$$\left\{\hat{w}(t), r^k(t), \hat{y}_5(t), \hat{y}_6(t), p_{1,1}(t), p_{1,2}(t), p_{1,3}(t), p_6(t)\right\}_0^\infty$$

que satisfaz as seguintes condições:

i) Lucro zero nos setores industrial (5) e de serviços (6):

$$C^5(\hat{w}, r_k) = p_{v_5}\left(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6\right)$$

$$C^6(\hat{w}, r_k) = p_{v_6}\left(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6\right),$$

em que, de maneira semelhante aos setores desagregados regionalmente,

$$p_{v_s}(\boldsymbol{p}) = p_{c=s} - \sum_{c=1}^{4}\sum_{i=1}^{3} \sigma_{c,i}^{s,j} p_{c,i} - \sum_{c=5}^{6} \sigma_c^s p_c\,, \qquad \forall\, s \in \{5,6\};$$

ii) Equilíbrio do mercado de trabalho:

$$\sum_{s=5}^{6} \frac{\partial C^s(\hat{w}, r_k)\hat{y}_s}{\partial \hat{w}} - \sum_{s=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \hat{v}^{s,j}(\bullet)}{\partial \hat{w}} = 1;$$

iii) Equilíbrio do mercado de capital:

$$\sum_{s=5}^{6} \frac{\partial C^s(\widehat{w}, r_k)\hat{y}_s}{\partial r^k} - \sum_{s=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \hat{v}^{s,j}(\bullet)}{\partial r_k} = \hat{k};$$

iv) Equilíbrio dos mercados regionais de cana-de-açúcar:

$$\frac{\partial \hat{v}^{1,1}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \widehat{w}, r_k, T^{1,1}, H^{1,1})}{\partial p_{3,1}} = \sum_{s=1}^{4} \sigma_{1,1}^{s,1}\hat{y}_{s,1} + \sum_{s=5}^{6} \sigma_{1,1}^{s}\hat{y}_s\,,$$

$$\frac{\partial \hat{v}^{1,2}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \widehat{w}, r_k, T^{1,2}, H^{1,2})}{\partial p_{3,2}} = \sum_{s=1}^{4} \sigma_{1,2}^{s,2}\hat{y}_{s,2} + \sum_{s=5}^{6} \sigma_{1,2}^{s}\hat{y}_s\,,$$

$$\frac{\partial \hat{v}^{1,3}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \widehat{w}, r_k, T^{1,3}, H^{1,3})}{\partial p_{3,3}} = \sum_{s=1}^{4} \sigma_{1,3}^{s,3}\hat{y}_{s,3} + \sum_{s=5}^{6} \sigma_{1,3}^{s}\hat{y}_s\,;$$

v) Equilíbrio do mercado de serviços

$$\frac{\lambda_6 \hat{\epsilon}}{p_6} = \hat{y}_6 - \sum_{s=1}^{4}\sum_{j=1}^{3} \sigma_6^{s,j}\hat{y}_{s,j} - \sum_{s=5}^{6} \sigma_6^{s}\hat{y}_{s,j} - \hat{y}_6^k\left[\dot{\hat{k}} + \hat{k}(x+n+\delta)\right].$$

A primeira condição impõe que não exista lucro econômico nos setores industrial e de serviços. A segunda e a terceira condições valem-se particularmente da aplicação dos lemas de Shephard e Hotelling, enquanto a quarta condição explicita o fato de a produção de cana-de-açúcar de cada região destinar-se apenas ao consumo intermediário dos setores locais, além dos setores nacionais indústria e serviços. A quinta condição vincula o dispêndio total ao mercado de serviços, e mostra que o consumo real do bem de serviços é a diferença entre a oferta total, o consumo intermediário e a parte investida desta produção.

Das duas expressões da condição (i) pode-se solucionar para $\widehat{w}$ e r^k de modo a obter formas reduzidas que definem salário e remuneração do capital como funções dos preços dos bens domésticos.

$$\tilde{w}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6) \equiv W\left(p_{v_5}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6), p_{v_6}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6)\right),$$

$$\tilde{r}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6) \equiv R\left(p_{v_5}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6), p_{v_6}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6)\right). \tag{9}$$

Este resultado pode ser substituindo nas condições (ii) e (iii), de modo que se tenha como variáveis relevantes apenas $p_{1,1}$, $p_{1,2}$, $p_{1,3}$, p_6 e $\hat{k}$. Desconsiderando a notação dos fatores fixos, e sendo estas condições lineares em $\hat{y}_5$ e $\hat{y}_6$, pode-se, então, solucionar para as ofertas dos setores industrial e de serviços que passam a depender das variáveis endógenas.

$$\hat{y}_5 = \tilde{y}^5(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k})$$

$$\hat{y}_6 = \tilde{y}^6(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k})$$

Finalmente, da expressão associada à condição (v), tem-se que o dispêndio por trabalhador pode ser expresso como:

$$\hat{\epsilon} = \bar{\epsilon}\left(p_{3,1}, p_{3,2}, p_{3,3}, p_6, \hat{k}, \dot{\hat{k}}\right) =$$

$$= \frac{p_6}{\lambda_6}\left\{\hat{y}_6 - \sum_{s=5}^{6} \sigma_6^{s}\hat{y}_{s,j} - \sum_{s=2}^{5}\sum_{j=1}^{3} \sigma_6^{s,j}\hat{y}_{s,j} - \hat{y}_6^k\left[\dot{\hat{k}} + \hat{k}(x+n+\delta)\right]\right\}, \tag{10}$$

em que se enfatiza a presença do termo $\dot{\hat{k}}$, impedindo, portanto, que a evolução de $\hat{\epsilon}$, seja definida meramente pela sequência de preços dos bens domésticos e nível do estoque de capital. Esta dificuldade pode ser solucionada retomando a restrição orçamentária (5), mas substituindo os termos por suas respectivas formas reduzidas, tal que

$$\dot{\hat{k}} = \frac{1}{p_k}\left(\tilde{w}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6) + \tilde{r}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6)\hat{k} + \sum_{s=1}^{4}\sum_{j=1}^{3}\tilde{v}_T^{s,j}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6)T^{s,j}\right.$$

$$\left. + \sum_{s=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\tilde{v}_H^{s,j}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6)H^{s,j} - \bar{\epsilon}\left(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k}, \dot{\hat{k}}\right)\right) - (x + n + \delta)\hat{k}.$$

Sendo a restrição orçamentária linear em $\dot{\hat{k}}$, substituindo (10) em (5), então conclui-se que:

$$\dot{\hat{k}} = \tilde{K}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k}), \tag{11}$$

que implica em:

$$\hat{\epsilon} = \bar{\epsilon}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k}, \tilde{K}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k})) = \tilde{\epsilon}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k}). \tag{12}$$

Com este resultado, todas as variáveis da definição de equilíbrio estariam determinadas dada a sequência $\{p_{1,1}(t), p_{1,2}(t), p_{1,3}(t), p_6, \hat{k}(t)\}_0^\infty$, a ser obtida separadamente.

4.1.7. Equilíbrio intertemporal

Assim como em Roe, Smith e Saracoğlu (2010), vigentes as condições de não-arbitragem na economia, o retorno sobre o valor total dos ativos por trabalhador, $a(t)$, possuídos pelas famílias deve ser a taxa de juros livre de risco $r(t)$. Por facilidade de exposição, convém reconhecer que o único preço que efetivamente influencia o consumo das famílias é o preço do bem de serviços, uma vez que o setor de cana-de-açúcar produz bens apenas para consumo intermediário e que os bens transacionáveis são negociados a preços exógenos, portanto, o hamiltoniano correspondente à maximização de (2) pode ser escrito como:

$$J = \frac{q(t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta}e^{(n-\rho)t} + \xi(t)[w(t) + (r(t) - n)a(t) - \mathcal{E}(p_6)q],$$

em que $\xi(t)$ é uma variável de co-estado ou adjunta. Admitindo apenas soluções internas, as condições de primeira ordem (CPO) do problema são[21]:

$$\frac{\partial J}{\partial q} = 0 \Longrightarrow q^{-\theta}e^{(n-\rho)t} - \xi\mathcal{E}(p_6) = 0,$$

$$\frac{\partial J}{\partial a} = -\dot{\xi} \Longrightarrow \frac{\dot{\xi}}{\xi} = -(r - n).$$

Neste problema, impõe-se a condição de transversalidade

$$\lim_{t\to\infty}\{\xi(t)\cdot a(t)\} = 0,$$

garantindo que, no limite, uma de duas condições é verdadeira: o valor $\xi(t)$ dos ativos $a(t)$ é nulo ou o agente representativo não possui nenhum ativo.

Sabendo-se que, entre os preços encarados pelo consumidor, apenas o preço do bem de serviços é endógeno, da primeira CPO, resolve-se para ξ, toma-se o logaritmo natural e derivadas em relação ao tempo de modo a obter-se, multiplicando por $\frac{p_6}{p_6}$:

[21]Para detalhes do procedimento de solução do hamiltoniano (da teoria do controle ótimo), ver Barro e Sala-i-Martin (2004).

$$\frac{\dot{\xi}}{\xi} = -\theta\frac{\dot{q}}{q} + (n-\rho) - \frac{\mathcal{E}_{p_6}(p_6)}{\mathcal{E}(p_6)}\dot{p}_6\frac{p_6}{p_6}$$

em que $\mathcal{E}_{p_6}$ equivale a $\frac{\partial\mathcal{E}(\bullet)}{\partial p_6}$. Substituindo a segunda CPO nesta última expressão e rearranjando:

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{1}{\theta}\left[r - \rho - \frac{\mathcal{E}_{p_6}(p_6)p_6}{\mathcal{E}(p_6)}\frac{\dot{p}_6}{p_6}\right]. \tag{13}$$

Paralelamente, a função dispêndio resultante de uma utilidade do estilo *Cobb-Douglas*, implica em[22]:

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} = \lambda_6\frac{\dot{p}_6}{p_6} + \frac{\dot{q}}{q}.$$

que, em conjunto com (13), define:

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} = \frac{1}{\theta}\left[\frac{r_k}{p_k} - \delta - \rho - (1-\theta)\lambda_6\frac{\dot{p}_6}{p_6} + \frac{\dot{p}_k}{p_k}\right],$$

no qual vale-se do fato de que:

$$\frac{\dot{p}_k}{p_k} = \frac{d(\ln p_k)}{dt} = \frac{c^k_{p_6}(p_6)p_6}{c^k(p_6)}\frac{\dot{p}_6}{p_6} = \psi_6\frac{\dot{p}_6}{p_6},$$

em que ψ_6 é a quantidade do bem de serviços necessária à composição de uma unidade de capital.

Adotando elasticidade de substituição intertemporal unitária, tal que $\theta = 1$, então a equação de Euler em termos por trabalhador efetivo torna-se[23]:

$$\frac{\dot{\hat{\epsilon}}}{\hat{\epsilon}} = \frac{r_k}{p_k} - x - \delta - \rho + \psi_6\frac{\dot{p}_6}{p_6}. \tag{14}$$

Esta é a primeira de três equações diferenciais necessária a solução de um sistema que descreva a evolução das variáveis dinâmicas do modelo (k, $p_{1,1}$, $p_{1,2}$, $p_{1,3}$ e p_6). Deve-se recordar que de (12):

$$\dot{\hat{\epsilon}} = \sum_{i=1}^{3}\frac{\partial\hat{\epsilon}}{\partial p_{1,i}}\dot{p}_{1,i} + \frac{\partial\hat{\epsilon}}{\partial p_6}\dot{p}_6 + \frac{\partial\hat{\epsilon}}{\partial k}\dot{k},$$

e, assim, a equação de Euler pode ser escrita apenas em termos das cinco variáveis dinâmicas do modelo – quatro preços e o estoque de capital.

A segunda equação diferencial trata-se da própria restrição orçamentária com as devidas substituições dos argumentos por suas formas reduzidas, conforme realizado em (11), enquanto a terceira tem origem na condição intratemporal (iv). Neste caso, reconhecendo que o excesso de oferta $\hat{\chi}_{1,j}$ no mercado de cana-de-açúcar, em cada região deve ser nulo, então pode-se definir:

$$\hat{\chi}_{1,j}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, k) \equiv \frac{\partial\hat{v}^{1,j}(p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{w}, r_k)}{\partial p_{1,j}} - \sum_{s=1}^{4}\sigma^{s,j}_{1,i=j}\hat{y}_{s,i=j} - \sum_{s=5}^{6}\sigma^{s}_{1,j}\hat{y}_s = 0, \qquad \forall j \in J,$$

em que se ignora a notação dos fatores fixos, e recorda-se da presença do argumento k nas funções de oferta dos setores industrial e de serviços. Deste modo, derivando-se em relação ao tempo, conclui-se que:

$$\dot{\hat{\chi}}_{1,j} \equiv \frac{d\hat{\chi}_j(p_{3,1}, p_{3,2}, p_{3,3}, p_6, \hat{k})}{dt} = 0, \qquad \forall\, j \in J, \tag{15}$$

---

[22]No caso de uma função utilidade homotética, pode-se mostrar que $\frac{\mathcal{E}_{p_6}(p_6)p_6}{\mathcal{E}(p_6)} = \lambda_6$, ou seja, corresponde à participação do bem 6 no dispêndio total.

[23] Notar que $\frac{\dot{\hat{\epsilon}}}{\hat{\epsilon}} \equiv \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} - x$.

ou seja, dado que o excesso de oferta de cana-de-açúcar é constante, ainda que nulo, seu valor obviamente não pode se alterar ao longo do tempo. Dessa forma, tem-se um sistema com equações diferenciais dadas em (11), (14) e (15), e que pode ser numericamente solucionado para as trajetórias das variáveis de interesse.

Dada a característica autônoma do sistema de equações diferenciais, pode-se aplicar o método *time-elimination*, proposto por Mulligan e Sala-i-Martin (1991), que consiste em estabelecer que, no entorno do estado estacionário, as variáveis controle (preços da cana-de-açúcar e do bem de serviços) são funções apenas da variável estado (estoque de capital), ou seja, definir duas *policy functions*, independentes do tempo, tais que:

$$p_{1,j} = P^{1,j}(\hat{k}), \qquad \forall\, j \in J,$$
$$p_6 = P^6(\hat{k}).$$

Em um segundo momento, estas funções são substituídas na equação diferencial da variável estado, cuja dinâmica passa a depender unicamente de seu estoque. Dessa forma, dado o valor inicial da variável estado $\hat{k}(0)$, poder-se-ia integrar "para frente" até um valor conhecido de estado estacionário, obtendo-se a sequência da mesma. Esta sequência, substituída nas *policy functions* resulta, finalmente, na evolução das variáveis controle.

Para obter os valores de estado estacionário necessários à solução via *time-elimination*, buscou-se os valores de $p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6$ e $\hat{k}$ que tornavam verdadeira a proposição:

$$\dot{\hat{k}} = \dot{\hat{\epsilon}} = \dot{\hat{\chi}}_{1,1} = \dot{\hat{\chi}}_{1,2} = \dot{\hat{\chi}}_{1,3} = 0.$$

Finalmente, a partir da sequência $\{p_{1,1}, p_{1,2}, p_{1,3}, p_6, \hat{k}\}_0^T$, resultante da solução numérica do sistema de equações diferenciais, pode-se obter as diversas outras variáveis presentes no modelo, em acordo com as condições de equilíbrio intratemporal.

4.2. Calibração

O modelo desenvolvido pode ser quase que imediatamente aplicado aos dados de uma SAM, contudo alguns parâmetros necessitam ser estabelecidos externamente por meio de um exercício de decomposição do crescimento. Ressalta-se que as taxas de crescimento exógenas incorporadas à solução numérica do modelo, como aquelas da produtividade e da força de trabalho, referem-se a tendências determinísticas exponenciais ajustadas às séries temporais dos dados, buscando refletir padrão de longo prazo da economia, em acordo com a natureza do modelo utilizado. Para obtenção das séries, que dão origem às referidas taxas de crescimento, os dados foram considerados a preços constantes do ano de referência, ou seja, 2005. O modelo ajustado às séries utilizadas é dado, então, por:

$$z_t = z_0 e^{g \cdot t} u_t. \tag{16}$$

onde z_t é o valor de uma série qualquer no momento t, g é a taxa de crescimento estimada – e considerada para calibração – e u_t um termo de erro. Cabe notar que o procedimento deve ser interpretado meramente como uma forma de obter taxas de crescimento representativas do período completo, mas reduzindo a importância dos ciclos econômicos e choques de diversas naturezas[24].

[24]Em uma decomposição clássica de séries temporais, o procedimento adotado corresponderia apenas à tendência, abrindo mão, portanto, dos ciclos e componentes aleatórios.

A escolha do ano de 2005 possui como benefício a proximidade temporal com os dados do Censo Agropecuário de 2006 do trabalho sobre demanda por recursos hídricos da FUNARBE (2011). Estes dois levantamentos possuem vantagens para a presente análise relativamente a seus equivalentes mais recentes – a saber, a edição de 2017 do Censo Agropecuário e o *Atlas irrigação: uso da água na agricultura irrigada* (ANA, 2017). No caso do Censo Agropecuário 2017, ocorreu considerável redução de seu escopo frente à edição anterior, de modo que a produção agrícola e seu valor monetário deixaram de ser desagregados por sistema de produção (irrigado e sequeiro). Por seu turno, embora o trabalho da ANA (2017) apresente dados sobre recursos hídricos com a mesma desagregação setorial adotada na presente tese, as estimativas para a cultura de cana-de-açúcar são ajustadas para considerarem apenas a retirada de água de mananciais, desconsiderando a suplementação hídrica a partir da fertirrigação com resíduos da agroindústria, o que levaria a conceitos não totalmente compatíveis entre o estudo da agência e o Censo Agropecuário de 2017, mesmo que este em sua edição atual viesse a apresentar valores com suficiente detalhamento[25].

4.2.1. Uma matriz de contabilidade social para o Brasil

Uma matriz de contabilidade social (SAM) corresponde a uma representação que segue o princípio de partidas dobradas, a partir dos diversos fluxos entre agentes e instituições em uma economia, geralmente em um ano específico. Roe, Smith e Saracoğlu (2010) ressaltaram que a SAM, embora seja modelo-específica, segue a convenção de que cada elemento da matriz representa um pagamento da "conta" representada na coluna para a "conta" representada na linha. Os autores afirmaram, ainda, que não se desenvolveu um guia geral de apresentação, de modo que o nível de agregação da mesma depende sua aplicação. Ferreira Filho (2011, p. 385) destacou que "da mesma forma, o nível de valoração utilizado (valores a preços básicos, preços de consumidores ou de produtores) também é uma questão de escolha do pesquisador".

No presente trabalho, em acordo com o modelo anteriormente descrito, a SAM apresenta seis setores, três regiões e quatro fatores de produção, mas não engloba, por exemplo, o governo como um agente em separado. A SAM foi construída a partir da base de dados desenvolvida no Departamento de Economia, Administração e Sociologia da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, pelo Professor Joaquim Bento de Souza Ferreira Filho[26] (informação pessoal) e sua equipe para a aplicação em modelos computáveis de equilíbrio geral como aqueles derivados do ORANI-G (HORRIDGE, 2003). Em sua origem, esta base de dados considera informações da Matriz Insumo-Produto (MIP) de 2005, Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) e Pesquisa Agrícola Municipal (PAM).

Optou-se por trabalhar com valores a preços básicos, ressaltando-se que, inicialmente, não se tem em conta o fator de produção água, a ser abordado adiante. Os *headers* presentes na base de dados e considerados para a construção da SAM encontram-se descritos no quadro 5

[25]No Censo Agropecuário não há diferenciação entre os tipos de uso dos equipamentos de irrigação, ou seja, se eles são empregados para irrigação convencional com águas de mananciais ou para a fertirrigação a partir de resíduos agroindustriais, como a vinhaça.

[26]FERREIRA-FILHO, J. B. S. **Base de dados do modelo OranigFR para o Brasil – ano 2005**. Comunicação pessoal em 30 de novembro de 2017, na Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", USP.

Quadro 5. *Headers* da base de dados considerados na construção da SAM, conforme nomenclatura do modelo ORANI-G.

Header	Descrição
V1BAS	Matriz de consumo intermediário a preços básicos
V2BAS	Vetor de investimento por produto a preços básicos
V3BAS	Vetor de consumo das famílias por produto a preços básicos
V1LAB	Vetor de remuneração do trabalho, por indústria
V1CAP	Vetor de remuneração do capital, por indústria
V1LND	Vetor de remuneração da terra, por indústria

Fonte: Elaboração própria.

Estes *headers* não são exaustivos da base de dados, bem como não implicam imediatamente uma SAM dita balanceada, ou seja, em que a soma das linhas se iguale à soma das colunas. Além disso, dada a estrutura do modelo, os consumidores e firmas são indiferentes à compra de bens domésticos ou importados, de modo que a dimensão origem ("SRC") foi somada no *software ViewHar*. Para realizar o referido balanceamento, alguns critérios foram estabelecidos visando refletir características do modelo empregado, ainda que ajustes pontuais tenham sido realizados como será evidenciado.

A taxa de poupança da economia na SAM balanceada, definida como a razão entre o montante investido e o PIB pela ótica da renda, é a mesma originalmente presente na base de dados. Portanto, a coluna de acumulação correspondente ao vetor V2BAS foi considerada integralmente.

A desagregação regional é definida a partir da participação das mesmas na produção nacional, conforme a base de dados adotada. Cabe notar que o consumo intermediário foi regionalizado da mesma forma, ou seja, se uma região produz, por exemplo, 30% de determinado bem, então os setores que utilizam este produto demandaram 30% desta mesma região. A exceção a esta estratégia refere-se ao setor de cana-de-açúcar, cujo produto é utilizado como consumo intermediário apenas na região de origem.

Os setores de cana-de-açúcar e de serviços são domésticos, portanto, os valores de suas produções foram definidos como sendo iguais a seus custos econômicos, sendo nulo o saldo de suas balanças comerciais.

Assim como no caso da taxa de poupança, buscou-se manter os valores do consumo intermediário, e consequentemente os coeficientes insumo-produto implicados, próximos aos originais.

À luz do exposto, o primeiro passo do balanceamento consistiu em alterar o valor do consumo das famílias do bem de serviços de modo que fosse igual ao valor da produção total – anteriormente definido como igual ao custo econômico total do setor de serviços – menos o montante destinado ao consumo intermediário das firmas e ao investimento, ambos definidos pelos dados. Este procedimento pode ser associado à condição intratemporal v) e acaba por agregar a maior parte do consumo do governo ao consumo das famílias.

Esta modificação implicou, contudo, um "excesso de demanda" das famílias relativamente à soma de consumo e investimento, sendo esta diferença distribuída proporcionalmente entre os demais bens de consumo das famílias. Adicionalmente, o excesso de oferta de cana-de-açúcar foi adicionado ao consumo intermediário deste produto, em cada região, por parte da indústria, visando manter as relações tecnológicas próximas das originais.

Verificou-se, então, se o custo econômico de cada setor era superior à soma destas demandas, de modo a determinar, para dado produto negociado internacionalmente, a existência de exportações ou importações líquidas.

Com a SAM balanceada, a etapa seguinte consistiu em desagregar da renda da terra, a renda atribuível a água utilizada nos sistemas de suplementação hídrica das lavouras. Conforme discutido anteriormente, ao menos duas estratégias poderiam, em princípio, ser utilizadas: estimação de função de produção como, por exemplo, em Gemma e Smith (2014), ou cálculo residual. Infelizmente, para o primeiro caso, a disponibilidade de dados mostrou-se limitante, na medida em que o Censo Agropecuário não disponibiliza publicamente informações acerca do fator

capital empregado no nível municipal ou de microrregiões. Além disso, os dados de arroz encontravam-se agregados à produção de outros cereais, bem como as informações sobre o fator trabalho poderiam ser pouco representativas, ao menos no caso da cana-de-açúcar[27]. Assim, optou-se por aplicar a estratégia de Haqiq et al. (2016), obtendo-se de maneira residual a contribuição da água de irrigação para a renda das lavouras.

Dividiu-se, então, cada um dos três setores de lavouras nos regimes com e sem suplementação hídrica conforme a participação de cada método no valor da produção, de acordo com o Censo Agropecuário de 2006. Segundo Haqiq et al. (2016, p. 124), isto tem implícito que:

> *"1) irrigated and rainfed products are homogeneous; 2) irrigated and rainfed crop producers pay the same price for a given input except for land; and 3) input requirements per unit of output are the same for rainfed and irrigated crops except for land which is more productive under irrigation (and earns a higher return)"*

Cabe notar, contudo, que Haqiq et al. (2016) valeram-se da participação dos setores na produção física, enquanto aqui optou-se por utilizar o valor da produção, uma vez que as medidas de produção física disponibilizadas no Censo Agropecuário são diferentes entre produtos, o que é inconveniente para o nível de agregação considerado. Por exemplo, ainda que os produtos abacaxi e melão sejam ambos considerados frutas, o primeiro é medido em unidades, e o segundo em toneladas. Não obstante, esta modificação no procedimento é compatível com a hipótese de que os produtos sejam homogêneos e, portanto, vendidos aos mesmos preços.

O passo seguinte consistiu em dividir a remuneração da terra nas parcelas com e sem suplementação hídrica, de modo a obter-se uma remuneração a ser atribuída à água. A expressão a seguir, retirada *ipsis litteris* de Haqiq et al. (2016, p. 126) é utilizada com este intuito.

$$EVFAWATER_{irz}^{irrigated} = \left[\frac{EVFALAND0_{irz}^{irrigated}}{AGTAP_{irz}^{irrigated}} - \frac{EVFALAND0_{irz}^{rainfed}}{AGTAP_{irz}^{rainfed}}\right] AGTAP_{irz}^{irrigated}.$$

Essencialmente, esta expressão postula que o valor adicionado pela água em regime irrigado[28] corresponde à diferença entre os níveis da produtividade da terra neste regime e em sequeiro, multiplicada pela área total irrigada. Deste modo, $EVFALAND0_{irz}^{irrigated}$ e $EVFALAND0_{irz}^{rainfed}$ correspondem respectivamente ao valor adicionado pela terra neste dois regimes de produção, conforme distribuição realizada na primeira etapa, enquanto $AGTAP_{irz}^{irrigated}$ e $AGTAP_{irz}^{rainfed}$ correspondem às áreas colhidas em cada um dos métodos de produção.

Uma vez que a base de dados possuía como referência o ano de 2005, a área considerada na expressão foi aquela da PAM daquele ano, em que se admitiu que a participação, no total, da área com suplementação hídrica fosse a mesma observada no Censo Agropecuário de 2006.

Finalmente, o valor adicionado pela terra na parcela com suplementação hídrica de cada lavoura foi recuperado por diferença e, em seguida os valores foram agregados em um único setor por produto. Cabe notar que adoção desta estratégia residual, dependente da identificação com e sem uso de suplementação hídrica, explica a não

[27]Viana (2015) ressaltou que os dados sobre força de trabalho no Censo Agropecuário de 2006 se referem ao dia 31/12/2006, portanto, fora do período de safra da cana-de-açúcar na maior parte das regiões produtoras. Dessa forma, estes dados poderiam implicar, por exemplo, na estimação de um efeito negativo do número de trabalhadores sobre a produção. Cabe notar que naquele ano, ainda se fazia uso intensivo de trabalhadores temporários para o corte na região Centro-Sul do Brasil, o que viria a reduzir-se com a proibição das queimadas nas lavouras e consequente processo de mecanização da colheita (MORAES, 2007).

[28]Aqui, optou-se por manter a nomenclatura do trabalho de Haqiqi et al. (2016), ou seja, sem distinção conceitual entre irrigação e suplementação hídrica, ainda que, na presente aplicação os valores refiram-se ao segundo conceito, mais amplo.

consideração da água nos setores industrial e da pecuária, uma vez que, em ambos os setores, não é possível construir dois grupos cujas tecnologias difiram unicamente pela utilização da água.

4.2.2. Decomposição do crescimento: estoque de capital, depreciação, força de trabalho e progresso técnico.

Para a decomposição do crescimento da economia brasileira e obtenção dos parâmetros a ela relacionados adotou-se como referência o período entre 1981 e 2013, sendo os dados obtidos da base *Ipeadata* (INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA, 2019) e *World Development Indicators* (BANCO MUNDIAL, 2019), além de diversas edições da PNAD. Adotou-se a seguinte função de produção para a economia brasileira:

$$Y = (AL)^{\alpha} K^{1-\alpha},$$

em que Y é o produto da economia, A o nível da produtividade aumentadora de trabalho, L é a força de trabalho, K é o estoque de capital e α é a participação do fator trabalho na renda. Dessa forma, aplicando logaritmo natural e derivando-se em relação ao tempo, em cada instante observa-se que:

$$x = \frac{\dot{A}}{A} = \frac{1}{\alpha}\left[\frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha\frac{\dot{L}}{L} - (1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K}\right],$$

em que x é a taxa Harrod de progresso técnico a ser incorporada ao modelo após suavização do índice resultante, de acordo com (16). Para obtê-la são necessárias as séries do PIB, da força de trabalho e do estoque de capital, que é calculado conjuntamente à taxa de depreciação conforme metodologia de Conesa, Kehoe e Ruhl (2007).

Os dados para a obtenção do estoque de capital foram a série histórica de formação bruta de capital fixo (FBKF) (INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA, 2019), além da relação entre consumo de capital fixo e PIB (BANCO MUNDIAL, 2019). Os resultados indicaram que o estoque de capital em 2005 era de R$ 5,8 trilhões, a preços do referido ano, e a taxa de depreciação de 0,0407. O procedimento empregado implica uma razão capital-produto de 2,71 que, ao passar pela suavização proposta no início desta seção, se reduz para 2,70, valor incorporado ao modelo. Ilustrativamente, a Figura 4 apresenta da relação capital-produto no Brasil entre 1981 e 2013, ou seja, o período de calibração do modelo.

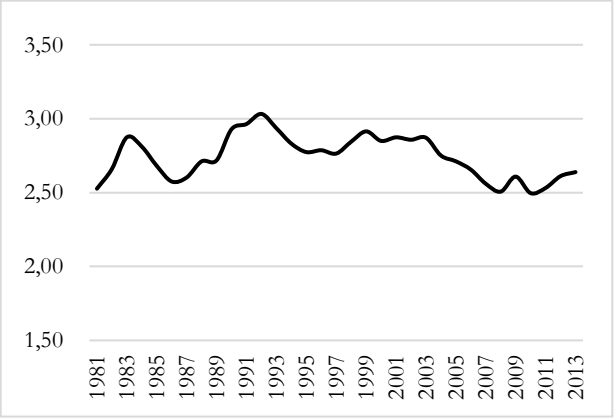

Figura 4. Relação capital-produto no Brasil.

Fonte: Elaboração própria a partir de IPEA (2019) e Banco Mundial (2019).

Como pode ser observado, a relação capital-produto no país não possuía tendência clara, embora no período recente apresentasse queda. O padrão é, em princípio, compatível com uma situação próxima àquela de estado estacionário, o que é sugerido também pela solução do modelo calibrado, a ser abordado posteriormente.

A série de força de trabalho foi obtida a partir das edições entre 1981 e 2013 da PNAD[29] e submetidos à compatibilização proposta por Barbosa Filho e Pessôa (2014). Dessa forma, o pessoal ocupado corresponde aos indivíduos que exerceram trabalho remunerado, ou trabalho não-remunerado por 15 horas ou mais na semana de referência da pesquisa, conforme apresentado na Figura 5, abaixo.

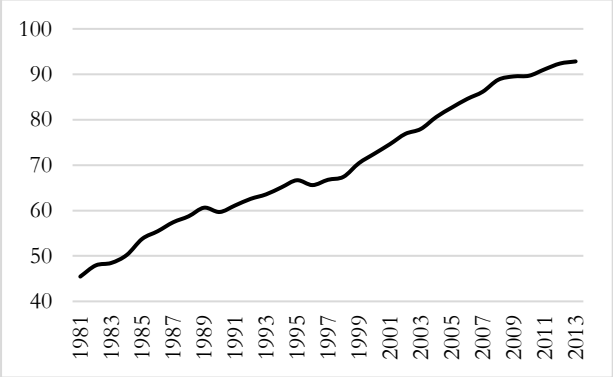

Figura 5. Pessoal ocupado, em milhões de indivíduos, no Brasil entre 1981 e 2013.
Fonte: Elaboração própria a partir IBGE (2019b).

O procedimento de ajuste de tendência determinística aplicado à série obtida de pessoal ocupado implica uma taxa de crescimento de 2,15% que, à primeira vista, pode parecer excessivo, mas está em consonância com o período de bônus demográfico brasileiro e aumento da participação feminina no mercado de trabalho. A série obtida para o estoque de capital, em conjunto com a da evolução da força de trabalho e a participação do capital na renda – no caso de um único setor – obtida diretamente da SAM, permite o cálculo por resíduo do crescimento da produtividade Harrod-neutra, cujo índice (1995 = 100) é apresentado na Figura 6.

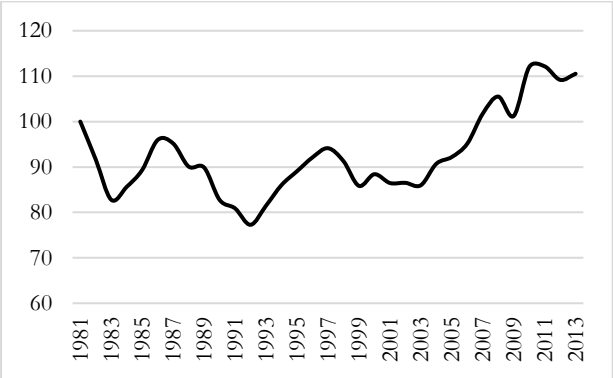

Figura 6. Evolução do índice (1981=100) da produtividade Harrod-neutra no Brasil.
Fonte: Elaboração própria a partir de IPEA (2019), IBGE (2019b) e Banco Mundial (2019).

[29]Os microdados das edições a partir de 2001 da PNAD encontram-se disponibilizados pelo IBGE (2019b) em sua página eletrônica. Edições anteriores são fornecidas em mídia física através da loja virtual do Instituto ou obtidas, por exemplo, na base de dados do CEM (CENTRO DE ESTUDOS DA METRÓPOLE, 2019).

No período em questão, observa-se grande irregularidade no crescimento da produtividade. O ajustamento de uma tendência exponencial à série obtida implica uma taxa de crescimento da produtividade de 0,59% a.a., que é incorporada à solução numérica do modelo.

Estas duas taxas de crescimento, da produtividade e da força de trabalho, implicam que, dada a condição de sustentabilidade imposta, a produtividade dos fatores fixos cresça à taxa de 2,75% a.a.. Este valor, bastante superior ao crescimento da produtividade agregada, é compatível com características da economia brasileira em que a agropecuária se destaca por seu dinamismo frente aos outros grandes setores, e está em acordo com estimativas realizadas para o setor por diferentes metodologias (BRAGAGNOLO; SPOLADOR; BARROS, 2010; GASQUES et al., 2012; SANTOS; SPOLADOR, 2018).

4.2.3. Dotações setoriais de recursos naturais e preferências intertemporais

Dada a estrutura do modelo proposto, o valor numérico das dotações dos recursos naturais (fatores fixos) é relevante apenas para a análise de valores-sombra unitários. Do contrário, se o objetivo for unicamente estimar o valor total do estoque dos fatores fixos em determinado setor, poder-se-ia simplesmente definir todos eles como 1.

Para o fator terra nos setores de lavouras (cana-de-açúcar, arroz e outras lavouras), considerou-se os dados sobre de área colhida Pesquisa Agrícola Municipal (PAM) de 2005 (IBGE, 2019a). No caso das outras atividades agropecuárias, espera-se que a maior parte da área utilizada corresponda à produção pecuária e, em menor grau, à produção florestal. Como não existem levantamentos sistemáticos destas áreas, optou-se por obter apenas a estimativa do valor do estoque total do fator, o que é feito especificando o valor das dotações de terra como unitários.

As informações sobre o volume de água utilizado, originalmente no ano de 2006, são provenientes da base de dados elaborada pela FUNARBE (2011) e correspondem ao conceito de "volume retirado", embora o termo não fosse o mais adequado no caso da cana-de-açúcar, uma vez que acabava por incorporar uma necessidade de suplementação hídrica atendida pela aplicação de resíduos agroindustriais. Considerando que participação das áreas equipadas para irrigação na PAM de 2005 fosse a mesma observada no Censo Agropecuário de 2006, aplicou-se a consequente variação para atualizar as informações de quantidade água retirada por cultura para o ano de 2005. A Tabela 7 sumariza os valores dos fatores fixos terra e água considerados no modelo.

Tabela 7. Quantidade dos fatores fixos considerados no modelo.

	Cana-de-açúcar	**Arroz em casca**	**Outras lavouras**
Área colhida por lavoura e região do modelo (ha)			
CentroSul	4.660.039	2.455.528	40.378.307
NordesteTO	1.130.574	1.003.562	10.722.218
NorteExTO	14.905	456.765	1.824.438
Água destinada à irrigação por lavoura e região do modelo (1.000.000 m³)			
CentroSul	6.214,17	7.371,03	2.468,17
NordesteTO	8.572,77	439,20	2.521,72
NorteExTO	3,61	43,97	107,34

Fonte: Elaboração própria a partir de FUNARBE (2011) e IBGE (2019a).

4.2.4. Preferências intertemporais

Neste ponto, para a calibração do modelo empírico restam os parâmetros relativos às preferências intertemporais. O primeiro deles, o inverso da elasticidade de substituição, θ, já foi definido durante a apresentação do modelo como unitário; assim como a hipótese de sustentabilidade, esta suposição está presente em diversos trabalhos derivados de Roe, Smith e Saracoğlu (2010). Como apontaram Ellery Junior e Bugarin (2003), a estimativa deste parâmetro, realizada no contexto de aversão ao risco, constitui tarefa complexa, mesmo em países com tradição em manter boas bases de dados, sendo que tentativas para o caso brasileiro geraram valores bastante díspares. Exemplos destes estudos incluem aquele de Issler e Piqueira (2000) que obtiveram, para dados anuais, uma mediana de estimativas de 4,89 e de Costa e Carrasco-Gutierrez (2015) cuja mediana das estimativas foi -0,0974. Dessa forma, optou-se por adotar uma elasticidade unitária, tendo como vantagem tornar a função utilidade logarítmica, com vantagens em termos de procedimentos computacionais.

O parâmetro de desconto intertemporal ρ, por sua vez, associa-se fortemente à taxa de poupança, uma vez que, intuitivamente, quanto maior a valorização do consumo presente (ρ maior), menor tende a ser a poupança que visa gerar consumo futuro. Assim, uma alternativa simples para determinar seu valor seria escolhê-lo, dado os demais parâmetros, de modo que a taxa de poupança resultante do equilíbrio intertemporal numericamente obtido fosse igual ao presente na SAM balanceada, da mesma forma que o realizado por Fang, Roe e Smith (2015). Entretanto, no ano de referência taxa de investimento encontrava-se em um patamar historicamente baixo, o que pode ser visto na Figura 7.

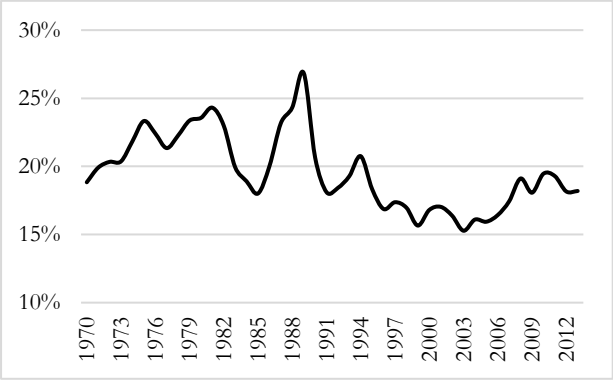

Figura 7. Evolução da taxa de investimento no Brasil, entre 1970 e 2013.
Fonte: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (2019).

Esta taxa de investimento, em conjunto com a relação capita-produto vigente naquele momento, na estrutura do modelo, seria insuficiente para garantir o crescimento do estoque de capital por trabalhador. Isto pode ser ilustrado tendo em conta que, em qualquer momento do tempo

$$\dot{k}(t) = s(t)y(t) - (n + \delta)k(t)$$

Ao escolher ρ, efetivamente está se fixando o valor de $s(0) = s$, então, o crescimento $g_k(0)$ do capital por trabalhador, inicialmente será dado por

$$g_k(0) \equiv \frac{\dot{k}(0)}{k(0)} = \frac{s(0)}{\left[\frac{K(0)}{Y(0)}\right]} - (n + \delta)$$

Adotando a taxa de poupança implicada pela SAM e os outros parâmetros já definidos, então $g_k(0) = -0{,}003833$. Dada a tendência de ajustamento monotônico para estado estacionário, isto implicaria uma redução contínua do produto por trabalhador, em evidente discordância com a observação empírica de longo prazo. Dessa forma, optou-se por também ajustar uma tendência determinística à série disponibilizada pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (2019) para a taxa de investimento da economia brasileira, bem como a relação capital-produto, tal qual realizado para os parâmetros do crescimento da produtividade Harrod-neutra (x) e da força de trabalho (n). Assim, a taxa de investimento, referência para a obtenção do parâmetro de desconto intertemporal, foi de 17,58%.

O valor de ρ foi, então, fixado em 0,1086, o que pode ser considerado bastante elevado frente a outros valores presentes na literatura. Neste sentido, Lopez (2008), no contexto de avaliação de projetos de longo prazo, fez uma revisão acerca deste parâmetro, e observou que a utilização de um fator de desconto muito baixo decorrente, por exemplo, de avaliações morais, implicaria taxas de poupança irrealistas, como o que ocorreria com o intervalo comumente empregado, entre 1 e 2[30]. Dessa forma, ainda que o valor utilizado seja consideravelmente elevado, este parece mais adequado à economia brasileira em perspectiva de longo prazo.

4.3. Solução numérica

A solução numérica para o sistema de equações diferenciais, descrito na subseção 4.1.7, é obtida numericamente com o modelo calibrado através do *software Mathematica*, versão 11.2, em sua linguagem de alto nível *Wolfram Language*. A estratégia de programação consiste, resumidamente, em estabelecer as condições intratemporais, de modo que, ao considerar os valores iniciais dos preços dos bens domésticos e do estoque de capital, os valores resultantes fossem aqueles da calibração. Em uma segunda etapa, vale-se das equações diferenciais obtidas e do método *time-elimination* para obter, via função dedicada *NDSolve*, a sequência de preços da cana-de-açúcar nas três regiões e do bem de serviços nacional, assim como a evolução do estoque de capital. Finalmente, recupera-se a evolução das outras variáveis do equilíbrio intratemporal.

Para esta solução numérica, é necessária a consideração dos parâmetros externos à SAM, discutidos na subseção 4.2.. Excetuando as dotações dos fatores fixos, já apresentados na Tabela 7, estes parâmetros externos à SAM são sumarizados na Tabela 8.

Tabela 8. Parâmetros do modelo externos à Matriz de Contabilidade Social.

Taxa de depreciação	δ	0.0407
Inverso da elasticidade de substituição intertemporal	θ	1
Taxa de preferência temporal	ρ	0,1084
Taxa Harrod	x	0,0059
Taxa de crescimento da força de trabalho	n	0,0215
Taxa de crescimento da produtividade dos fatores fixos	η	0,0275
Relação capital-produto em 2005	$K(0)/Y(0)$	2,7025

Fonte: Elaboração própria a partir de Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (2019) e Banco Mundial (2019).

[30]Curiosamente, o próprio Ramsey (1928, p. 544), em famoso excerto de seu artigo seminal, exprime uma perspectiva utilitarista e argumenta que a prática de descontar benefícios futuros seria eticamente indefensável e que esta possibilidade surgiria "merely from the weakness of the imagination".

Após a etapa de solução da dinâmica intertemporal da economia, obtém-se os preços-sombra dos recursos naturais por meio da aplicação de (8), em que a função do *Mathematica* considerada é a *NIntegrate*, que deve lidar, simultaneamente com as evoluções da taxa de juros, preço do capital e remunerações dos fatores fixos.

Uma ressalva feita por Roe, Smith e Saracoğlu (2010) é a potencial diferença entre os dados da SAM e os resultados para o ano de referência do modelo solucionado intertemporalmente de modo que, por exemplo, o valor do dispêndio $E(0)$ obtido numericamente seja distinto de sua contraparte na SAM. Entretanto, a estratégia para escolha do parâmetro de preferência intertemporal reduz drasticamente estas discrepâncias.

5. RESULTADOS

5.1. Dinâmica econômica

Inicialmente, cabe analisar os resultados diretamente obtidos da solução do sistema de equações diferenciais, ou seja, como evoluem o estoque de capital e os preços regionais da cana-de-açúcar e do bem de serviços a partir do período inicial.

Uma característica importante do modelo adotado é a tendência de muitas variáveis apresentarem convergência para uma taxa de crescimento de longo prazo, quando consideradas no nível. Esta taxa de crescimento, assim como ocorre no modelo de Solow-Swan (SWAN, 1956; SOLOW, 1957), corresponde à soma do progresso técnico x e do crescimento populacional n. Dessa forma, quando considerado em sua forma intensiva – por trabalhador efetivo – as variáveis devem tornar-se constantes, ou seja, atingindo seus respectivos valores de estado estacionário. No caso do estoque de capital por trabalhador efetivo, sua evolução projetada é apresentada na Figura 8 para um período bastante longo, como é tipicamente realizado neste tipo de análise, e será realizado para outras variáveis de interesse.

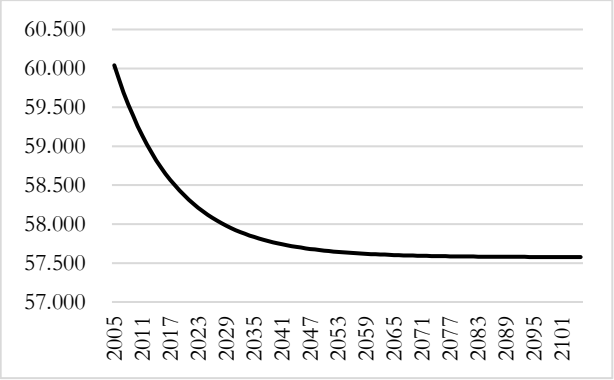

Figura 8. Evolução projetada do estoque de capital por trabalhador efetivo em reais de 2005.
Fonte: Resultados do modelo.

Ressaltando-se que no ano-base, 2005, o nível tecnológico é normalizado para a unidade, o capital por trabalhador efetivo reduz-se de aproximadamente R$ 60 mil para cerca de R$ 57,6 mil ao atingir-se o estado estacionário. Este comportamento difere, portanto, do diagrama tradicionalmente apresentado para ilustrar o modelo de Solow-Swan, em que o capital por trabalhador efetivo se eleva até um valor constante de estado estacionário[31]. Tal aspecto decorre exclusivamente do processo de calibração do modelo, sendo que uma trajetória

[31]O modelo de Solow-Swan, contudo, não impõe que a convergência para o estado estacionário ocorra sempre com aumento do estoque de capital por trabalhador efetivo, sendo tal fator condicional aos parâmetros e das condições iniciais da economia em análise. Para se obter uma trajetória com crescimento do estoque de capital, bastaria que o estoque de capital inicial fosse determinado em um nível inferior ao do estado estacionário.

dita "convencional" poderia ser obtida para outras combinações de parâmetros, em especial na ocorrência de um parâmetro ρ menor, o que, não é compatível com a baixa taxa de poupança inicial identificada nos dados[32].

A redução do capital por trabalhador efetivo ao longo da trajetória de transição para o estado estacionário não implica necessariamente uma redução do capital por trabalhador. Como discutido no tópico 4.2.4, uma redução do capital por trabalhador não é suportada pelos dados brasileiros, de modo que o valor inicial para a taxa de poupança foi obtido através de um procedimento de suavização, o que, todavia, não evitou que o capital por trabalhador efetivo se reduzisse ao longo do tempo.

Sendo a produtividade marginal do capital decrescente, quanto mais abundante (escasso) o fator de produção, menor (maior) sua produtividade marginal. Assim, no nível teórico, a redução do capital por trabalhador efetivo ocasionaria um processo de aumento de sua produtividade marginal e, por consequência, de sua remuneração. Contudo, sob a perspectiva operacional, esta causalidade tem importância limitada, tal que a solução para evolução do estoque de capital reflete a convergência da remuneração do capital, a partir de seu valor implicado pela calibração e pelo estoque de capital inicial externamente estimado, até seu valor de estado estacionário de acordo com o equilíbrio intertemporal do modelo. Quanto maior a diferença entre o valor de estado estacionário da remuneração de capital e valor inicial, maior deverá ser a taxa de variação negativa do estoque de capital por trabalhador efetivo, de modo que este seja conciliado com uma remuneração projetada. Este aspecto ilustra, portanto, a importância de estimativas corretas do estoque de capital para a solução do modelo.

A evolução do capital por trabalhador é mostrada na Figura 9, em que se evidencia a dinâmica distinta daquela do capital por trabalhador efetivo.

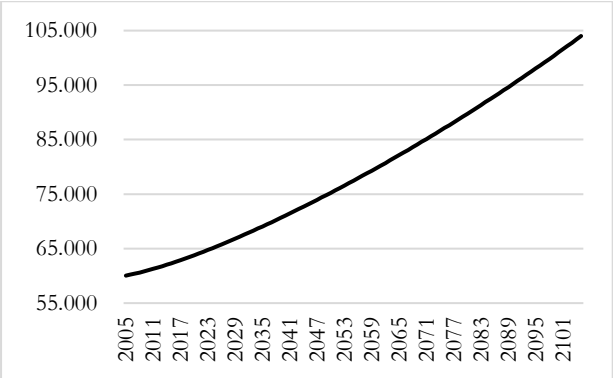

Figura 9. Evolução projetada do estoque de capital por trabalhador em reais de 2005.
Fonte: Resultados do modelo.

No presente caso, no início da transição para o estado estacionário, o estoque de capital por trabalhador parte de aproximadamente R$ 60.000 e cresce à taxa de 0,29%. Esta taxa de crescimento aumenta progressivamente até a taxa de crescimento do progresso técnico dada por 0,59%.

[32]A ênfase no parâmetro de desconto intertemporal ocorre porque este influencia a decisão de poupança dos indivíduos. Assim, uma baixa taxa de poupança, como a observada no caso brasileiro, deve vincular-se a uma elevada valoração subjetiva do consumo presente frente ao consumo futuro, representada por um parâmetro ρ elevado.

Os resultados para o estoque de capital, em especial a redução de pequena magnitude em seu valor por trabalhador efetivo até o nível de equilíbrio de longo prazo, são compatíveis com uma economia próxima de seu estado estacionário, como o sugerido pela série da relação capital-produto obtida no procedimento de calibração do modelo.

O preço relativo da cana-de-açúcar nas diferentes regiões possui pequena tendência de redução, em consonância com a observação histórica, conforme identificado, por exemplo, por Satolo e Bacchi (2009). As evoluções dos preços regionais da cana-de-açúcar são apresentadas na Figura 10.

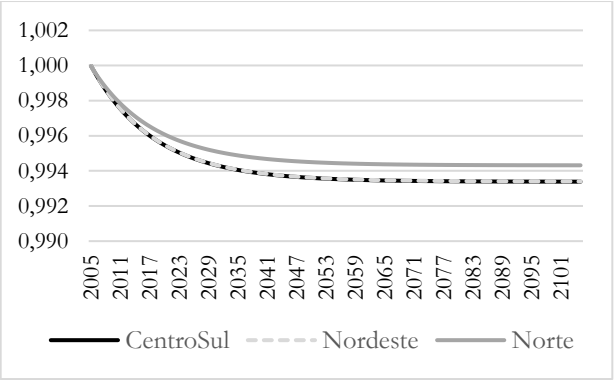

Figura 10. Evolução projetada do preço relativo da cana-de-açúcar.
Fonte: Resultados do modelo.

Dada a forma de construção da SAM utilizada, as produções de cana-de-açúcar diferem entre as regiões apenas pelas participações dos fatores fixos água e terra na renda total. Como estas produções são trabalho-intensivas, a ausência de aprofundamento do capital as torna relativamente mais efetivas na competição por recursos econômicos, viabilizando uma redução de até 0,66% em seus preços relativos ao longo da transição.

Cabe notar que, embora os três preços regionais possuam tendência de redução, as dinâmicas das regiões CentroSul e NordesteTO são, na prática, iguais, enquanto na região NorteExTO sua magnitude é levemente menor. Esta diferença nos preços regionais, mesmo ao final da transição, e entre o menor e maior valor, alcança apenas 0,094%, o que pode ser atribuído à dinâmica do setor industrial que, como será visto, apresenta tendência de redução em sua participação na economia. Assim, como o referido setor depende menos da produção da região NorteExTO como fornecedora, o preço de sua produção necessita reduzir-se menos *vis-à-vis* as outras regiões. Nas comparações regionais, pode-se descartar, ainda, efeitos *à la* Rybczynski (1955), uma vez que a intensidade de capital é admitida igual na base de dados, de modo que, se os mesmos ocorrem, afetam igualmente as localidades.

No caso do setor de serviços, por encontrar-se agregado nacionalmente, efeitos similares aos postulados por Rybczynski (1955) são mais facilmente endereçados. Como também se trata de um setor trabalho-intensivo, embora em menor magnitude, este observaria uma pequena redução, de -0,14%, em seu preço, ao longo de toda a transição, conforme ilustrado na Figura 11.

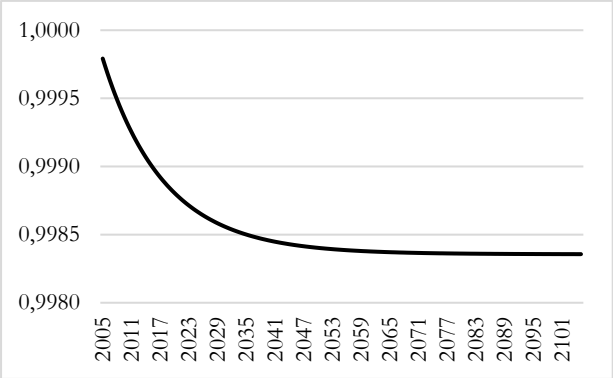

Figura 11. Evolução projetada do preço do bem de serviços.

Fonte: Resultados do modelo.

Esta tendência pode ser avaliada a partir da expressão (9) da qual decorre que a taxa de variação da remuneração do capital seja dada por:

$$\frac{\dot{\tilde{r}}^k}{\tilde{r}^k} = \sum_{i=1}^{3} \varepsilon^{r,p_{1,i}} \frac{\dot{p}_{3,i}}{p_{3,i}} + \varepsilon^{r,p_6} \frac{\dot{p}_6}{p_6},$$

em que $\varepsilon^{r,p_{1,i}}$ e ε^{r,p_6} indicam, respectivamente, as elasticidades da expressão (9) em relação aos preços locais da cana-de-açúcar ($p_{1,i}$) e preço nacional de serviços (p_6). Adicionalmente, se há redução do capital por trabalhador efetivo, então ocorre pressão para o aumento da remuneração do mesmo, de modo que

$$\frac{\dot{\tilde{r}}^k}{\tilde{r}^k} \geq 0.$$

Se o setor de cana-de-açúcar é pequeno o suficiente, pode-se, por simplicidade do argumento, admitir que $\varepsilon^{r,p_{1,i}} \cong 0 \; \forall \; i \in I$. Sendo trabalho-intensivo, ε^{r,p_6} deve ser negativo, pois uma redução do estoque de capital por trabalhador efetivo, associada ao aumento de sua remuneração, torna o setor de serviços relativamente mais competitivo, permitindo a redução de seus preços, e, consequentemente, mantendo a desigualdade válida.

Referindo-se a um modelo com apenas dois setores e aprofundamento do capital – ou seja, situação oposta àquela discutida no parágrafo anterior –, Roe, Smith e Saracoğlu (2010, p. 72) argumentam que, na presença de um setor de serviços relativamente intensivo em trabalho,

> *"growth in the capital stock will have Rybczynski-like effects on the growth of in the industrial-agricultural sector supply, while growth in labor services will affect positively the growth in supply of service good. Since the growth rate of $K(t)$ in transition exceeds the rate growth in labor services, the rise in price of the service good is required in order for the service good sector to compete for resources needed for the service good market to clear"*

sendo a recíproca obviamente válida para o caso de uma redução do capital por trabalhador efetivo.

Esta pequena redução do preço relativo de serviços, não obstante, diverge da experiência brasileira ao comparar, por exemplo, a evolução do deflator implícito do setor de serviços frente ao deflator do PIB agregado, em que o primeiro apresenta uma variação superior ao segundo. Dada a pequena variação negativa identificada, não é possível descartar que resulte efetivamente de características particulares dos dados no ano base que não reflitam perfeitamente características da economia brasileira no longo prazo, sendo essa uma limitação geral da calibração de

modelos de equilíbrio geral (FERREIRA FILHO, 2011), não eliminada totalmente pelo procedimento de suavização exponencial das séries utilizadas para a calibração[33].

Como já enunciado, a produtividade marginal e, consequentemente, a taxa de juros da economia apresentam pequena elevação ao longo da transição, o que é apresentado na Figura 12.

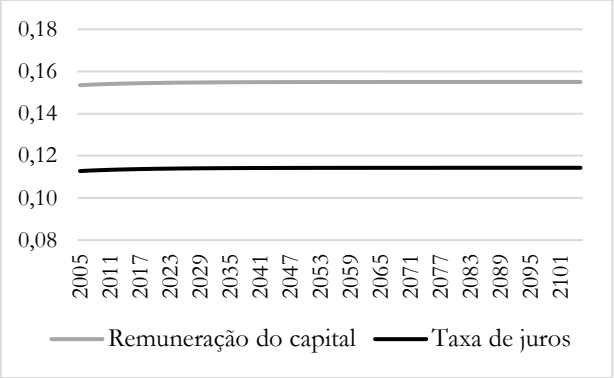

Figura 12. Evolução projetada da taxa de juros e remuneração do capital.

Fonte: Resultados do modelo.

Neste caso, a taxa de juros livre de risco estimada da economia era de aproximadamente 11,3% no período inicial. Considerando a taxa SELIC e o IPCA, esse valor mostra-se abaixo da taxa real de juros *ex-post* vigente em 2005, uma vez que tal valor teria ficado, ao final de dezembro de daquele ano, em 12,64% a.a., o que sugere a possibilidade de considerar-se valores inferiores para a relação capital-produto. Assim como o preço do bem de serviços, a projeção da taxa de juros aparenta conflito com o histórico brasileiro, especialmente a partir de 2007 quando uma política monetária anticíclica passou a ser adotada. Novamente, contudo, não se descarta a possibilidade de que os parâmetros não reflitam adequadamente as características de longo prazo da economia brasileira, mantendo plausível a adoção, por exemplo, de uma relação capital-produto menor no período inicial, o que levaria à convergência "por baixo" da taxa de juros levando, inclusive, à projeção de um preço crescente do bem nacional de serviços.

Obtidas as dinâmicas dos valores intertemporalmente endógenos, é interessante avaliar comparativamente a dinâmica dos diferentes setores da economia quanto ao crescimento. Antes, porém, avalia-se a performance do modelo em captar a evolução efetivamente observada dos dados através de um procedimento de validação simples proposto por Roe, Smith e Saracoğlu (2010), que consiste em plotar conjuntamente valores reais e simulados, normalizados de modo que sejam unitários no ano de referência[34], além de obter medidas numéricas de acurácia. Por indisponibilidade de informações, considerou-se apenas o setor agregado "agropecuária", além de indústria, serviços, e o agregado da economia brasileira. A Figura 13 apresenta, portanto, a evolução de valores simulados e observados do valor adicionado no intervalo entre 1995 e 2018 para a economia brasileira e seus três macrossetores, a preços constantes de 2005.

[33]Não se descarta, ainda, a possibilidade a evolução projetada dos preços regionais de cana-de-açúcar sejam igualmente imprecisas pelos mesmos motivos, uma vez que as variações calculadas também poderiam ser consideradas pequenas.

[34]Embora não apresentado, a validação do modelo obteria resultados similares caso fossem considerados valores em nível ao invés de normalizados.

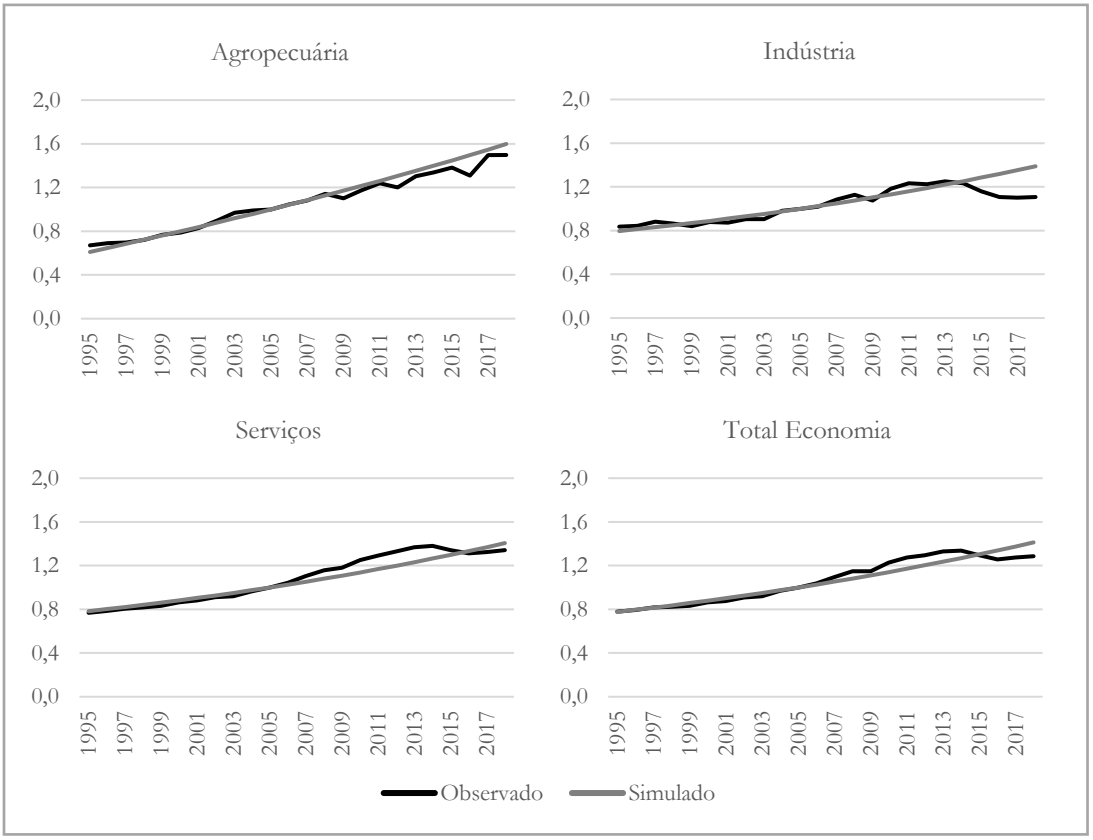

Figura 13. Comparação entre valores simulados e observados dos valores adicionados setoriais e da economia brasileira, em bilhões de reais de 2005.

Fonte: resultados do modelo
Nota: para o cálculo das medidas para a economia agregada, considera-se o resultado do modelo como a soma dos valores setoriais, enquanto o valor observado corresponde a uma série em separado, por conta da perda de aditividade ao considerar-se um nível de preços fixo (FEIJÓ; RAMOS, 2013).

Como pode ser observado, os resultados mostraram-se satisfatórios para a análise aqui proposta, de modo que a tendência das séries observadas e simuladas se comportam de maneira bastante próxima, sendo a maior divergência identificada para o setor industrial a partir de 2015. Adicionalmente, Roe, Smith e Saracoğlu (2010) propuseram a utilização de medidas numéricas, entre elas o coeficiente de correlação de Pearson, o coeficiente de concordância de Lin, a estatística U de Theil, o erro percentual absoluto médio. Os valores dos referidos indicadores encontram-se na Tabela 9.

Tabela 9. Indicadores de acuidade das previsões do modelo (1995-2018).

Medida	PIB da economia	PIB da agropecuária	PIB da indústria	PIB de serviços
Coeficiente de correlação de Pearson	0,963	0,955	0,991	0,854
Coeficiente de concordância de Lin	0,947	0,954	0,977	0,820
Estatística U de Theil	0,060	0,054	0,055	0,094
Erro percentual absoluto médio (%)	4,256	3,716	3,784	5,795

Fonte: IPEA (2019) e resultados do modelo

As magnitudes dos indicadores da Tabela 9 são semelhantes às apresentadas por Roe, Smith e Saracoğlu (2010) para um modelo estendido de três setores aplicado à economia turca, e sugerem um robusto ajuste da simulação ao comportamento da economia brasileira em um intervalo temporal de 24 anos. Com tais considerações, ou seja, de que o modelo reproduz adequadamente o comportamento da economia brasileira no longo prazo, a Figura 14 mostra a evolução projetada da taxa de crescimento instantânea dos diferentes setores da economia. A existência de taxas de crescimento semelhantes entre as produções de arroz, de outros produtos da lavoura e de outros produtos da agropecuária decorre da presença, na base de dados, de tecnologias semelhantes, com exceção da intensidade no uso da terra e da água.

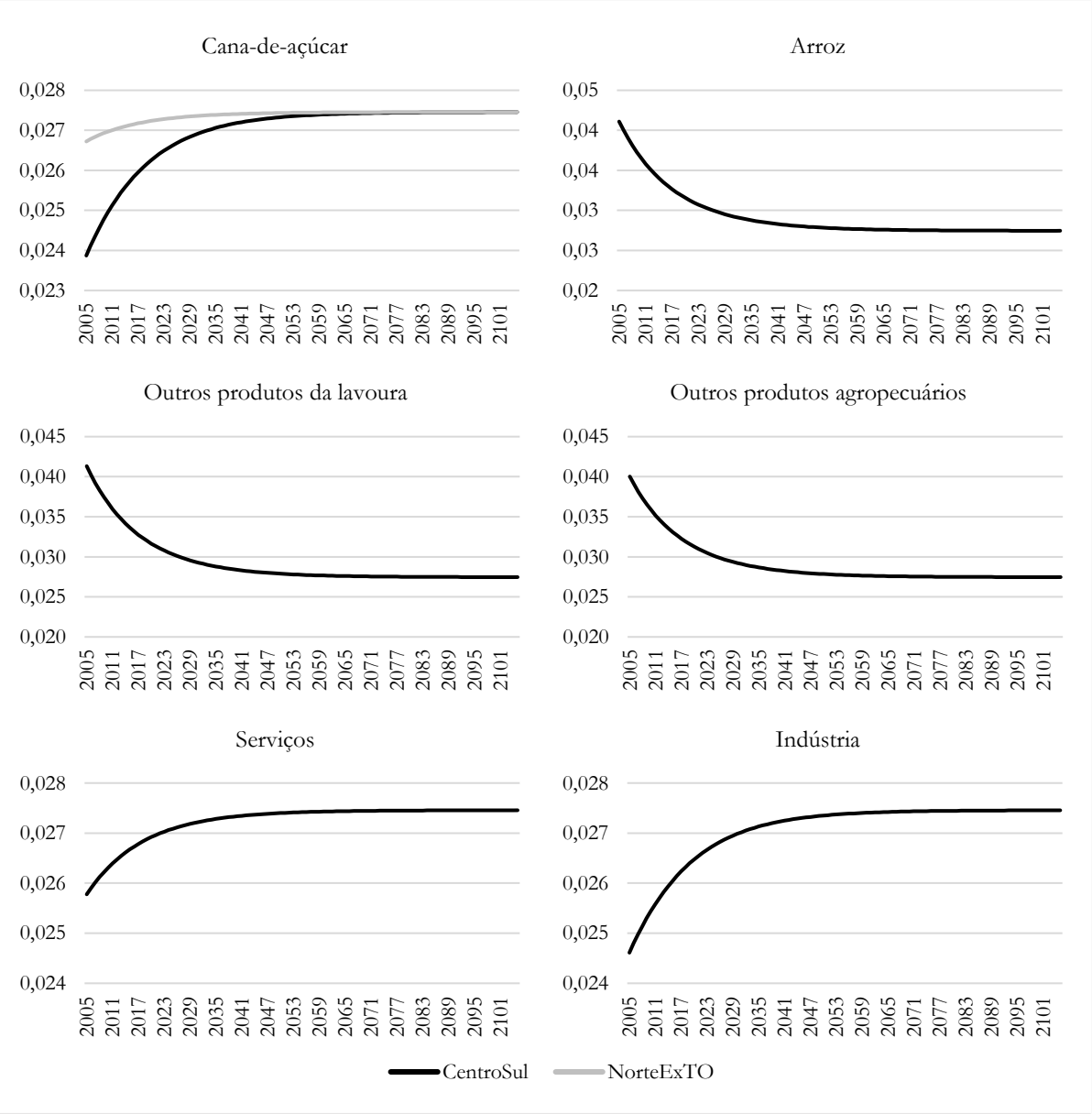

Figura 14. Evolução projetada das taxas de crescimento do produto setorial.

Fonte: Resultados do modelo.

Nota: Com exceção da produção de cana-de-açúcar na região NorteExTO, todos os outros setores possuem trajetórias das taxas de crescimento sobrepostas entre regiões. Por simplicidade de exibição, optou-se por destacar nos gráficos apenas valores relativos à região CentroSul, bem como a produção de cana-de-açúcar na região NorteExTO.

Nota-se que as atividades possuem dinâmicas distintas de crescimento, sendo notável o maior crescimento inicial das atividades agropecuárias, com exceção da cana-de-açúcar. O padrão encontra-se de acordo com características da economia brasileira com maior dinamismo do setor agropecuário. A produção de cana-de-açúcar, todavia, é afetada pelo comportamento da indústria, que cresce menos ao longo da transição, sendo o efeito menor na região NorteExTO, cujo preço de sua produção é menos afetado.

A indústria, ainda, cresce a uma taxa inferior àquela do setor de serviços, demonstrando um processo de mudança estrutural. Este comportamento dá-se em decorrência de diferentes intensidades de capital, sendo o setor de serviços intensivo em trabalho, o crescimento elevado da força de trabalho o beneficia relativamente à indústria, intensiva em capital.

5.2. Valores-sombra da água utilizada para suplementação hídrica

5.2.1. Remuneração-sombra (*shadow-rent*) da água

Nesta seção discute-se os resultados que atendem aos objetivos da presente tese, iniciando pela remuneração-sombra (*shadow-rent*) da água nos três setores de lavouras, em cada uma das regiões modeladas, conforme a Tabela 10. Estes valores devem ser compreendidos como o montante que os produtores estariam dispostos a pagar por uma unidade do recurso natural ao longo de um período, ou seja, no presente caso, o valor em reais por metro cúbico utilizado em determinado ano. Dessa forma, os valores equivaleriam conceitualmente à razão entre o valor adicionado pela água em cada um dos setores e regiões – conforme seria observado na SAM – e a quantidade de água utilizada em cada um deles.

Tabela 10. Evolução projetada das remunerações-sombra da água por setor e região, em R$ de 2005 por m³.

	Cana-de-açúcar			Arroz			Outras lavouras		
Ano	CentroSul	NordesteTO	NorteExTO	CentroSul	NordesteTO	NorteExTO	CentroSul	NordesteTO	NorteExTO
2005	0,001	0,001	0,090	0,007	0,002	0,021	0,041	0,030	0,010
2015	0,001	0,001	0,118	0,011	0,003	0,030	0,059	0,044	0,014
2025	0,001	0,002	0,154	0,014	0,004	0,042	0,081	0,060	0,020
2035	0,002	0,002	0,203	0,019	0,006	0,056	0,108	0,080	0,026
2045	0,002	0,003	0,267	0,026	0,008	0,074	0,144	0,107	0,035
2055	0,003	0,003	0,351	0,034	0,010	0,098	0,190	0,141	0,046
2065	0,004	0,004	0,462	0,045	0,013	0,129	0,251	0,186	0,061
2075	0,005	0,006	0,608	0,059	0,018	0,170	0,330	0,245	0,080
2085	0,006	0,008	0,800	0,078	0,023	0,224	0,435	0,323	0,106
2095	0,008	0,010	1,052	0,103	0,030	0,295	0,572	0,425	0,139
2105	0,011	0,013	1,385	0,135	0,040	0,388	0,753	0,559	0,183

Fonte: Resultados do modelo.

Apesar de os estados da região NorteExTO representarem parcelas minoritárias das produções de arroz e cana-de-açúcar, esta região apresenta valores da remuneração-sombra da água superiores às demais. Uma conjectura sobre os valores simulados é de que a presença de irrigação esteja servindo de *proxy* para outras melhorias tecnológicas presentes nas áreas com este regime de produção, refletidas em uma maior produtividade, e maior

remuneração. Esta característica teria sido, então, incorporada ao modelo através de uma maior remuneração da água na SAM, resultando em valores por metro cúbico, da ordem de R$ 0,090, R$ 0,021 e R$ 0,010 nas produções de cana-de-açúcar, arroz e outras lavouras, respectivamente.

Por seu turno, nas regiões CentroSul e NordesteTO, os valores mais elevados da remuneração da água são encontrados na produção de outras lavouras, isto é, 0,041 e 0,030 por metro cúbico, respectivamente. Este resultado parece estar em acordo com o processo de adoção de sistemas irrigados na fronteira agrícola brasileira, concentrada na região Centro-Oeste, e com os diferenciais produtivos implicados em NordesteTO. Em ambos os casos, regimes de produção irrigados tendem a apresentar significativos ganhos de produtividade frente à produção em sequeiro, embora sua adoção se mostre menos crítica no caso na região CentroSul.

No caso da cana-de-açúcar, esta atividade apresenta as menores remunerações nas regiões CentroSul e NordesteTO, embora seja a maior consumidora de água. Pode-se afirmar que esta remuneração-sombra reflete a baixa produtividade da água neste setor que, por seu turno, pode ter origem em aspectos agronômicos e institucionais. Na produção de cana-de-açúcar reconhece-se que a necessidade de suplementação hídrica, ocorre geralmente nas fases iniciais de desenvolvimento da planta, pois, a partir de certo estágio, torna-se desejável a ocorrência de menor disponibilidade de água, o que leva a uma maior concentração de açúcares na planta (AUDE, 1993). Assim, em um cenário de poucas chuvas, busca-se apenas equalizar, por meio da suplementação hídrica, o desenvolvimento inicial da planta *vis-à-vis* um regime pluviométrico adequado, com poucos efeitos sobre o resultado final da produção, quando se afere a produtividade efetiva.

Simultaneamente, durante a produção de etanol – que possui maior participação no *mix* de produção das usinas da região Centro-Sul –, gera-se vinhaça, um resíduo com potencial poluente e que, por força de legislação ambiental, não pode ser dispensado em corpos hídricos. Dessa forma, o setor busca lançar tal resíduo à lavoura como forma de suplementação hídrica das fases iniciais de crescimento da planta, fornecendo também outros nutrientes. Por outro lado, dada a necessidade de dispensa dos resíduos agroindustriais e a existência de diversas restrições quanto à dose de vinhaça aplicada por hectare (COMPANHIA AMBIENTAL DO ESTADO DE SÃO PAULO, 2015), existe incentivo à expansão da área equipada para irrigação/fertirrigação, o que pode levar ao fornecimento adicional de água mesmo em parcelas da lavoura em que o mesmo não seria estritamente necessário. Resguardando-se a expectativa que o recurso não seja aplicado a ponto de prejudicar as lavouras, nesta situação, a utilização da água ocorrerá até que seu produto marginal seja nulo, contribuindo para que, no agregado deste setor, a remuneração do fator de produção seja bastante baixa, especialmente no Centro-Sul.

No caso do nordeste brasileiro, a produção de cana-de-açúcar concentra-se no litoral em que vigoram maiores índices pluviométricos (SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL, 2019; UNIÃO DA INDÚSTRIA DE CANA-DE-AÇÚCAR, 2019), o que reduziria a necessidade de irrigação, mesmo nas fases iniciais. Além disso, as usinas da região possuem menor participação do etanol no *mix* de produção, gerando menos resíduos a serem lançados ao solo, o que pode gerar maior seletividade das áreas a serem fertirrigadas *vis-à-vis* à região Centro-Sul, e refletir-se em uma maior produtividade marginal da água com consequente maior remuneração-sombra, embora em termos intersetoriais, a mesma continue a ser considerada baixa.

Ao longo do tempo, com montantes fixos de água disponível, o crescimento das remunerações em todos os setores reflete a pressão de demanda resultante do processo de desenvolvimento econômico. Dessa forma à medida em que os setores irrigados crescem, ainda que com velocidades distintas, o aumento dos preços-sombra seria a forma de manter o equilíbrio entre oferta e demanda pelo recurso natural. Entre as atividades, a produção de arroz observa o maior crescimento da remuneração-sombra da água, seguida por outras lavouras e, bastante abaixo,

cana-de-açúcar. Em particular, além de ser o setor com menores valores unitários, como já mencionado, a produção de cana-de-açúcar é menos beneficiada ao longo da dinâmica da transição, refletindo-se, assim, em um menor crescimento da remuneração da água.

Tendo em conta a distinção entre remuneração-sombra e preço-sombra realizada por Roe e Smith (2015), caso se compare os valores obtidos no modelo com os vigentes em sistema de cobrança implementados no Brasil, mostra-se mais adequado utilizar valores de remuneração-sombra e não os preços-sombra, na medida em que a cobrança no país é realizada por metro cúbico utilizado – tanto no conceito de retirada quanto no de consumo – e não em um esquema de cotas que garantiriam, de maneira permanente, o acesso dos produtores a um montante fixo do recurso. Gelain (2018) apresentou um extenso levantamento de tarifas cobradas no Brasil pela retirada da água a partir da página eletrônica da ANA[35]. O quadro 6 apresenta tais valores conforme a referida autora, sendo interessante notar que tais políticas ocorrem apenas em 16 estados brasileiros, sendo apenas um na região norte, o Tocantins, o que reforça suas peculiaridades, e a opção do presente trabalho em incorporá-lo à região do modelo NordesteTO.

Quadro 6. Valores cobrados pela utilização de água bruta em bacias brasileiras.

(Continua)

UF	Local	Legislação	Data	R$/m³
AL	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
AM	Estadual	Lei Estadual nº 3.167	Ago/07	0,00100
BA	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
CE	Estadual	Resolução CONERH nº 05*	Mai/16	0,00406
DF	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
ES	Rio Doce	Deliberação CBH-Doce nº 26	Mar/11	0,00675
GO	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
MG	Rio Paraíba do Sul	Deliberação CEIVAP º 218	Set/14	0,01853
	- Rios Pomba e Muriá Compé	- Deliberação Compé º 37	Fev/14	0,01000
	- Rios Preto e Paraibuna	- Deliberação CBH Preto e Paraíbuna PS1 nº 02	Abr/14	0,01000
	Comitê PCJ	Deliberação dos Comitês PCJ nº 021	Dez/08	0,01700
	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
	- Rio das Velhas	- Deliberação CBH-Velhas nº 03	Mar/09	0,00040
	- Rio Pará	- Deliberação Comitê do Rio Pará nº 24	Fev/13	0,00383
	Rio Doce	Deliberação CBH-Doce nº 26	Mar/11	0,00675
	- Rio Piranga	- Deliberação normativa nº 04	Abr/11	0,00675
	- Rio Piracicaba	- Deliberação normativa nº 15	Abr/11	0,01350
	- Rio Sto Antônio	- Deliberação normativa nº 08	Mai/11	0,00675
	- Rio Suaçui	- Deliberação normativa nº 28	Abr/11	0,00675
	- Rio Caratinga	- Deliberação normativa nº 09	Abr/11	0,00675
	- Manhuaçu	- Deliberação normativa nº 01	Ago/11	0,01350
	Rio Araguari	Resolução CBH-Araguari nº 12	Jun/09	0,01700
PB	Estadual	Resolução nº 07	Jul/09	0,00500
	- Litoral Sul	- Deliberação nº 01	Jan/08	0,00500
	- Rio Paraíba	- Deliberação nº 01	Fev/08	0,00500
	- Litoral Norte	- Deliberação nº 01	Mar/08	0,00500
PR	Alto Iguaçu e afluentes	Resolução nº 05ϕ	Out/08	0,02000
PE	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
PI	Estadual	Decreto nº 16.696	Ago/16	0,00500
RJ	Rio Paraíba do Sul	Deliberação CEIVAP nº 218	Set/14	0,01853

[35]<http://www3.ana.gov.br/portal/ANA/gestao-da-agua/cobranca>.

(Continuação)

UF	Local	Legislação	Data	R$/m³
SP	Rio Paraíba do Sul - Paraíba do Sul	Deliberação CEIVAP nº 218	Set/14	0,01853
		Deliberação CBH-OS nº 05	Nov/06	0,02000
	Comitê PCJ	Deliberação dos Comitês PCJ nº 160	Dez/12	0,02550
	Rio Sorocaba e Médio Tietê	Deliberação CBH-SMT nº 208	Out/08	0,02900
	Baixo Tietê	Deliberação CBH-BT nº 090	Ago/09	0,02400
	Alto Tietê	Deliberação CBH-AT nº 012	Out/09	0,02000
	Tietê Jacaré	Deliberação CBH-TJ nº 05	Nov/09	0,02100
	Tietê Batalha	Deliberação CBH-TB nº 012	Abr/10	0,02000
	Baixada Santista	Deliberação CBH-BS nº 157	Set/09	0,02000
	Ribeira do Iguape e Litoral Sul	Deliberação CBH-RB nº 135	Dez/10	0,02000
SE	Rio São Francisco	Deliberação CBHSF nº 40	Out/08	0,00040
TO	Rio Formoso	Deliberação CBH-Formoso nº 04¤	Out/15	0,00038

Fonte: Elaborado por Gelain (2018) a partir de informações da ANA.

Notas: *Valores para sistemas cuja água não é conduzida por meio do Conselho de Recursos Hídricos do Ceará.

ψ O Art. 18º do Decreto nº 5.361 de 26/02/2002 isenta a cobrança pelo uso dos recursos hídricos para as captações destinadas à produção agrícola no estado do Paraná.

¤Cobrança não iniciada, de acordo com a página eletrônica da ANA.

Excetuando os estados de São Paulo e Paraná, os valores apresentados podem ser considerados baixos, com uma média de 0,0059/m³. Ignorando-se o momento em que tais cobranças foram formalizadas – embora não necessariamente aplicadas –, e quaisquer procedimentos de deflacionamento, algumas considerações podem ser elaboradas acerca destas cobranças frente aos valores estimados pelo modelo e presentes na Tabela 10. No CentroSul, a produção de arroz encontra-se fortemente concentrada no Rio Grande do Sul, estado que não possuía uma regulamentação de cobrança pelo uso da água. Contudo, considerando o valor médio da cobrança na região CentroSul, mesmo excluindo valores de São de Paulo e Paraná, é razoável interpretar que o valor proposto em 2005 encontrar-se-ia acima da remuneração-sombra, embora para 2015 tal afirmação seja menos assertiva. Na produção do NordesteTO, para a cultura do arroz o valor médio cobrado pelo uso da água já se encontraria acima da remuneração-sombra.

No caso da cana-de-açúcar, o valor a ser cobrado encontrar-se-ia acima da remuneração-sombra tanto no CentroSul quanto no NordesteTO devido à baixa produtividade de água nestas atividades. Cabe notar que a atividade canavieira no CentroSul é bastante concentrada em São Paulo, justamente onde a cobrança pelo uso da água possui valores mais elevados, de modo a se questionar acerca do incentivo em se realizar irrigação se o custo a ser pago superaria o benefício de sua utilização. Não obstante, além de parte significativa da água fornecida às lavouras de cana-de-açúcar ter origem em resíduos agroindustriais, nos anos de 2005 e 2006, cujos dados foram utilizados para calibração do modelo, as políticas de cobrança mostravam-se ainda incipientes, ou seja, a tarifa era efetivamente zero naquele momento.

Por outro lado, no grupo de outras lavouras, os elevados ganhos de produtividade resultantes do uso de irrigação não estariam sendo adequadamente refletidos nos valores de cobrança, ao menos nas regiões CentroSul e NordesteTO. Isto constitui, evidentemente, um incentivo à utilização da irrigação nestas áreas, com grande espaço para crescimento da técnica, não obstante seja necessário atentar para a própria capacidade de provimentos das bacias hidrográficas.

De maneira geral, os resultados evidenciam que o valor econômico da água é baixo, em linha com muitos trabalhos realizados no mundo, embora possam aparentar discordâncias com outros estudos realizados para o caso brasileiro no que tange à magnitude dos valores. Conforme evidenciado no quadro 1, os valores obtidos encontrar-se-iam próximos aos limites inferiores observados por Frizzone et al. (1997) e Torres et al. (2011), divergindo, portanto, dos demais trabalhos. Cabe notar que os trabalhos existentes para o Brasil apresentam foco em

experiências de pequena escala, especialmente na região nordeste, o que pode justificar a presença de valores tipicamente mais elevados, resultantes de um uso intensivo da irrigação em áreas pequenas. No caso de Torres et al. (2011), deve-se ressaltar que o estudo circunscreveu um conjunto de cidades na bacia do Rio São Francisco, dando um caráter mais agregado à análise, e gerou estimativas de que, na maior parte do ano, o valor econômico do metro cúbico de água era nulo, embora pudesse alcançar dezenas de reais em situações de extrema restrição hídrica. Dessa forma, a abrangência espacial do trabalho, o momento do ano ao qual os dados se referem, e seu caráter micro ou macroeconômico, parecem ter papel relevante nos valores calculados para a água utilizada na irrigação.

Sob a ótica de política pública, para parte das atividades e regiões, os valores presentes em políticas de cobrança pelo uso da água parecem abaixo do potencial econômico deste recurso natural. Nesta direção, Resende Filho, Correa e Torres (2015), ao avaliarem as políticas de cobrança pelo uso da água no Brasil, consideraram os valores praticados muito baixos, sendo resultado principalmente de planos de investimento e necessidades orçamentárias e, portanto, de considerações de ordem política e não de escassez – em termos de quantidade e qualidade.

Ainda que trate-se de um aspecto não abarcado pelo modelo aplicado na presente tese, no caso da cana-de-açúcar, na prática, políticas de cobrança pelo uso da água, mesmo que oriunda exclusivamente de corpos hídricos, poderiam, em princípio, incentivar um melhor uso da técnica de fertirrigação, ao encarecer, em termos relativos, o acesso aos corpos hídricos, com possíveis efeitos positivos sobre a produtividade da cultura. De maneira geral, ainda que no longo prazo a cobrança pelo uso da água possa incentivar investimentos que levem a ganhos e maior equalização intersetorial da produtividade na utilização da água, as diferentes remunerações-sombra identificadas sugerem que políticas de cobrança pelo uso da água que busquem promover a eficiência alocativa, mas não permitam a livre negociação dos direitos pelo uso da água, devem considerar valores distintos para os setores.

5.2.2. Preço-sombra (*shadow-price*) e valor do estoque de água utilizada na suplementação hídrica

Enquanto a remuneração-sombra da água apresenta forte relação com as políticas de cobrança por seu uso, o preço-sombra e, consequentemente, o valor do estoque deste recurso natural associam-se à riqueza econômica, tal qual a estimação do capital físico de uma economia. Obviamente, aqui, a riqueza associada à água tem caráter unicamente econômico, excluindo-se o conceito de valor de não uso, por exemplo.

Como já destacado, o preço-sombra de um recurso natural seria o valor a ser pago para garantir a acesso permanente ao mesmo, seja a propriedade de um hectare de terra, ou a utilização de um metro cúbico de água a cada ano por tempo indefinido. Dadas as considerações acerca da remuneração-sombra da água na subseção 4.2.1 e, conforme evidenciado pela integral definida em (8), a dinâmica dos preços-sombra de cada um dos fatores fixos deve refletir em alguma medida a evolução desta remuneração. A Tabela 11 mostra, portanto, a evolução dos preços-sombra do metro cúbico da água nos três setores de lavouras, em cada uma das regiões consideradas, ou seja, o valor que os produtores deveriam pagar para garantir o direito permanente de utilizar um metro cúbico de água a cada ano.

Tabela 11. Evolução projetada dos preços-sombra da água por setor e região, em R$ de 2005 por m³.

	Cana-de-açúcar			Arroz			Outras lavouras		
Ano	**CentroSul**	**NordesteTO**	**NorteExTO**	**CentroSul**	**NordesteTO**	**NorteExTO**	**CentroSul**	**NordesteTO**	**NorteExTO**
2005	0,008	0,010	1,047	0,093	0,028	0,267	0,518	0,384	0,126
2015	0,011	0,013	1,361	0,127	0,038	0,365	0,708	0,525	0,172
2025	0,014	0,017	1,782	0,170	0,050	0,489	0,948	0,704	0,231
2035	0,018	0,023	2,338	0,226	0,067	0,649	1,259	0,934	0,306
2045	0,024	0,030	3,074	0,298	0,088	0,858	1,663	1,234	0,405
2055	0,031	0,039	4,042	0,393	0,116	1,131	2,193	1,628	0,534
2065	0,041	0,052	5,318	0,518	0,153	1,490	2,888	2,144	0,703
2075	0,054	0,068	6,998	0,682	0,202	1,961	3,802	2,822	0,926
2085	0,071	0,090	9,208	0,898	0,266	2,581	5,004	3,715	1,218
2095	0,093	0,118	12,117	1,182	0,350	3,397	6,586	4,889	1,604
2105	0,122	0,155	15,946	1,555	0,460	4,471	8,668	6,434	2,110

Fonte: Resultados do modelo.

Como seria esperado, o preço-sombra da água nos três setores é bastante superior à remuneração-sombra: em 2005, a relação rendimento/preço da água variou entre 7,1% na produção de arroz da região NordesteTO e 12,5% na produção de cana-de-açúcar no CentroSul. Estes valores relacionam-se a dinâmica futura dos setores, de modo que a cana-de-açúcar, ao apresentar menores taxas de crescimento, observa rápido desconto intertemporal, resultando em uma maior relação remuneração/preço comparativamente às produções de arroz e de outras lavouras. Embora as taxas de crescimento destes preços-sombra sejam convergentes para aquela de longo prazo, o recurso destinado à produção canavieira possui menor variação, refletindo também a redução de seu preço ao longo da trajetória da economia.

Em termos absolutos, em 2005, o maior preço-sombra é observado para a cana-de-açúcar na região NorteExTO, contudo, como já observado, tal resultado pode ser consequência da estratégia de distribuição do valor adicionado na SAM, atribuindo uma elevada produtividade marginal à irrigação nesta região. Excetuando as produções desta região, destacam-se os valores obtidos para o grupo de outras lavouras no CentroSul e NordesteTO, novamente como consequência dos efeitos positivos da adoção da irrigação nestas áreas.

A partir dos preços, pode-se obter, de maneira simples, outro importante resultado do presente trabalho que consiste no valor total da água utilizada para irrigação no Brasil, compatível com a solução do modelo multissetorial de crescimento calibrado e a evolução projetada da acumulação de capital. No caso da água, os três valores para o ano de 2007 encontram-se reportados na Tabela 12.

Tabela 12. Estimativa do valor da água utilizada pelas lavouras brasileiras em 2005.

		Valor do estoque (R$ 1.000.000)	**Participação no total (%)**
Cana-de-açúcar	CentroSul	50,95	1,64
	NordesteTO	89,25	2,87
	NorteExTO	3,78	0,12
Arroz	CentroSul	685,28	22,02
	NordesteTO	12,08	0,39
	NorteExTO	11,75	0,38
Outras lavouras	CentroSul	1.277,31	41,04
	NordesteTO	968,72	31,12
	NorteExTO	13,53	0,43
Total		3.112,66	100,00

Fonte: Resultados do modelo.

Estes montantes correspondem simplesmente à multiplicação dos preços-sombra no ano de 2005 pelo montante de água utilizado conforme a Tabela 7 e podem ser interpretados como o valor econômico da quantidade do recurso natural utilizada nas lavouras de cada região. Assim, o valor total do montante de água utilizado em 2005 alcançava R$ 3,1 bilhões, a preços daquele ano, valor que corresponderia a apenas 0,053% do estoque de capital físico da economia.

A quase totalidade (94,2%) do valor econômico da água, contudo, concentrar-se-ia nas atividades de rizicultura no CentroSul – localizada sobretudo no Rio Grande do Sul –, e na produção de outras lavouras no CentroSul e NordesteTO, refletindo o fato de que a adoção de regimes irrigados proporciona importantes ganhos de produtividade neste grupo. No cerrado brasileiro, por exemplo, embora tenha sido realizada de maneira exitosa a adaptação de culturas a um clima com períodos relevantes de estiagem, a adoção de regimes irrigados é um processo em andamento, conferindo diferencial a estas áreas. Na região NordesteTO, por sua vez, muitas vezes a agricultura comercial viabiliza-se apenas sob regimes irrigados, provendo grande valor econômico à água utilizada nestes processos de produção.

Por outro lado, invariavelmente, o setor canavieiro apresenta pequena participação no valor total da água, mesmo sendo o maior consumidor da mesma. Este aspecto sugere um uso ineficiente da água para suplementação hídrica no setor. A cobrança pelo uso da água, neste sentido, pode constituir importante incentivo ao uso mais eficiente deste recurso mesmo que de maneira indireta, e pelo fato de que sua origem não seja a de corpos hídricos.

5.3. Remunerações e preços-sombra da terra

Tendo em conta a discussão realizada na subseção anterior, discorre-se brevemente sobre os resultados para o fator terra, uma vez que aspectos da evolução de tais valores tendem a ser similares ao observado no caso da água. Dessa forma, inicialmente, tem-se os valores da remuneração-sombra da terra nas lavouras e regiões consideradas[36], podendo os mesmos serem interpretados como "arrendamentos-sombra". A Tabela 13 apresenta estes resultados.

Tabela 13. Evolução projetada das remunerações-sombra da terra por setor e região, em R$ de 2005 por hectare.

	Cana-de-açúcar			Arroz			Outras lavouras		
Ano	CentroSul	NordesteTO	NorteExTO	CentroSul	NordesteTO	NorteExTO	CentroSul	NordesteTO	NorteExTO
2005	55,27	26,71	17,92	17,28	14,27	17,59	40,87	25,55	41,54
2015	70,89	34,27	23,47	24,97	20,62	25,40	59,14	36,96	60,10
2025	92,15	44,56	30,81	34,28	28,30	34,88	81,24	50,78	82,56
2035	120,55	58,29	40,50	46,00	37,98	46,80	109,06	68,16	110,84
2045	158,19	76,50	53,27	61,09	50,44	62,16	144,87	90,55	147,23
2055	207,90	100,54	70,08	80,75	66,67	82,16	191,48	119,68	194,60
2065	273,42	132,23	92,22	106,48	87,91	108,34	252,51	157,82	256,63
2075	359,70	173,95	121,35	140,26	115,80	142,71	332,62	207,89	338,04
2085	473,28	228,88	159,69	184,66	152,46	187,88	437,92	273,71	445,06
2095	622,78	301,18	210,14	243,06	200,68	247,30	576,42	360,27	585,81
2105	819,53	396,33	276,54	319,89	264,12	325,48	758,63	474,15	770,99

Fonte: Resultados do modelo.

[36]Dada a disponibilidade de informações, na calibração optou-se por normalizar as áreas destinadas a outros produtos da agropecuária (exceto lavouras) para a unidade, de modo a obter-se apenas os valores dos estoques regionais, não sendo adequado, portanto, retratá-los neste momento.

O aspecto evidente da Tabela apresentada são os baixos valores quando confrontados com levantamentos diretos de mercado, entretanto tais valores não são comparáveis. Neste sentido, deve-se notar que no período base, tais valores refletem simplesmente a participação da terra na renda, dividida pela área utilizada, conforme a base de dados original, ou seja, tais valores refletem apenas a contribuição econômica "média" das áreas utilizadas, sejam elas passíveis de negociação ou não. No mercado de terras, contudo, os valores de equilíbrio são obtidos a partir da interação entre oferta e demanda, correspondendo a primeira a uma parcela das áreas totais, seja por não haver interesse de seus proprietários em negociá-las, seja pelo fato de não haver mercado para características específicas como, por exemplo, áreas de solo precário que podem não encontrar interessados.

Para ilustrar as dificuldades em conciliar os valores obtidos com aqueles de mercado basta ressaltar que, nas contas nacionais brasileiras, mesmo que toda a remuneração não atribuída ao trabalho fosse compreendida como remuneração da terra – o que, evidentemente, é irrealista e superestima esta remuneração – e apenas fossem consideradas as áreas destinadas às lavouras temporárias e permanentes do Censo Agropecuário de 2006 como correspondentes à atividade "Agricultura, silvicultura, exploração florestal" da Tabela de Recursos e Usos (TRU) do mesmo ano, ou seja, um cálculo extremamente conservador, ter-se-ia uma remuneração de apenas R$ 146,80/ha. Caso as remunerações da terra e área utilizada fossem associadas de maneira adequada, inclusive retirando a participação do capital, pode-se supor, com relativa confiança, que este valor encontrar-se-ia abaixo de R$ 100/ha. Gasques, Bastos e Valdes (2008), por exemplo, calcularam que o valor do arrendamento de terra para lavouras em 2006 no Brasil foi, em média, de R$ 140,97/ha, o que, conjuntamente ao cálculo simples realizado deixa evidente a divergência ou mesmo incompatibilidade entre valores de mercado e aqueles reportados nas contas nacionais.

Não obstante, com exceção dos valores da região NorteExTO, em especial na produção de outras lavouras, os resultados alinham-se à percepção de terras mais valorizadas e produtivas na região CentroSul nas três atividades apresentadas. Destaca-se, também, os valores presentes na produção de cana-de-açúcar, os mais elevados das regiões CentroSul e NordesteTO, contrastando, portanto, com o ocorrido para o fator água analisado na subseção anterior, o que pode ser atribuído aos diferentes graus de escassez em cada caso: enquanto a água é virtualmente ilimitada e, na prática, deve ser aplicada às lavouras por força de lei, a terra possui grande escassez, incentivando seu uso racional. No caso particular do grupo de outras lavouras, cabe ressaltar a presença de uma grande variedade de produtos incluída nesta atividade, de modo que os valores obtidos representam médias, esperando-se remunerações muito díspares, por exemplo, entre áreas destinadas à agricultura comercial de grande escala e a camponesa.

Em termos de tendência, repete-se o padrão observado para a água, ou seja, novamente a cana-de-açúcar apresenta crescimento menor, decorrente da redução do preço de sua produção ao longo da transição, ainda que apresente as maiores remunerações no período inicial. Na região CentroSul, o baixo crescimento da remuneração da terra não impede sua manutenção como a mais elevada frente ao arroz e outras lavouras ao longo da transição da economia. O mesmo não ocorreria, contudo, na região NordesteTO em que a produção de outras lavouras já apresentaria maior remuneração que a cana-de-açúcar em 2015, devido a um maior dinamismo na produção de outras lavouras *vis-à-vis* à canavieira.

Os discutidos fluxos de remunerações-sombra dão origem, então, aos preços-sombra, cujas trajetórias são apresentadas na Tabela 14.

Tabela 14. Evolução projetada do preços-sombra da terra por setor, em R$ de 2005 por hectare.

	Cana-de-açúcar			Arroz			Outras lavouras		
Ano	**CentroSul**	**NordesteTO**	**NorteExTO**	**CentroSul**	**NordesteTO**	**NorteExTO**	**CentroSul**	**NordesteTO**	**NorteExTO**
2005	633,34	306,19	209,14	220,24	181,84	224,08	521,54	325,97	530,04
2015	814,08	393,63	271,86	300,92	248,46	306,18	713,16	445,74	724,78
2025	1.059,53	512,36	355,76	403,09	332,81	410,13	955,64	597,29	971,21
2035	1.387,06	670,77	466,95	534,92	441,65	544,26	1.268,38	792,76	1.289,04
2045	1.820,84	880,56	613,74	706,72	583,51	719,07	1.675,91	1.047,47	1.703,21
2055	2.393,37	1.157,45	807,19	931,77	769,31	948,05	2.209,66	1.381,07	2.245,66
2065	3.147,86	1.522,33	1.061,95	1.227,26	1.013,29	1.248,70	2.910,47	1.819,08	2.957,88
2075	4.141,39	2.002,81	1.397,31	1.615,71	1.334,01	1.643,94	3.831,71	2.394,87	3.894,13
2085	5.449,25	2.635,31	1.838,70	2.126,64	1.755,86	2.163,80	5.043,43	3.152,21	5.125,58
2095	7.170,60	3.467,77	2.419,60	2.798,86	2.310,88	2.847,75	6.637,62	4.148,60	6.745,75
2105	9.436,00	4.563,34	3.184,06	3.683,37	3.041,17	3.747,71	8.735,29	5.459,67	8.877,58

Fonte: Resultados do modelo.

O padrão no caso do preço-sombra da terra é semelhante ao da remuneração deste fator, com maior valor observado para cana-de-açúcar no CentroSul, seguida pelas três regiões produtoras de outras lavouras. De maneira geral, a produção de arroz possui terras com baixos valores comparativamente às demais produções, exceto cana-de-açúcar na região NorteExTO. Ao longo do tempo, a posição relativa de cada atividade/região não se altera, embora, novamente, o crescimento do preço da terra na produção de cana-de-açúcar seja menor, devido à perda de competitividade do setor.

A multiplicação dos preços-sombra obtidos, pelas quantidades de terra nas três lavouras dá origem a uma estimativa do valor do estoque de terra utilizado, exibida na Tabela 15. Neste caso, apresenta-se, ainda, o valor do estoque de terra no setor de "outros produtos agropecuários" (pecuária, produção florestal, aquicultura, etc.), uma vez que este pôde ser obtido diretamente do modelo e de maneira independente da unidade de medida para este fator

Tabela 15. Estimativa do valor do estoque de terra utilizado pelas lavouras no ano de 2005.

		Valor do estoque (R$ 1.000.000)	**Participação no total (%)**
Cana-de-açúcar	CentroSul	2.951,41	5,24
	NordesteTO	346,17	0,61
	NorteExTO	3,12	0,01
Arroz	CentroSul	540,79	0,96
	NordesteTO	182,49	0,32
	NorteExTO	102,35	0,18
Outras lavouras	CentroSul	21.058,95	37,37
	NordesteTO	3.495,12	6,20
	NorteExTO	967,02	1,72
Outros produtos da agropecuária	CentroSul	18.653,03	33,10
	NordesteTO	5.329,97	9,46
	NorteExTO	2.715,57	4,82
Total		56.345,99	100,00

Fonte: Resultados do modelo.

Obviamente, o valor do estoque de terra associa-se fortemente à própria área utilizada, de modo a compensar, em algumas situações, o menor valor unitário deste fator. Isto posto, 70,5% do valor do estoque total de terra encontra-se concentrado nas atividades de outras lavouras e de outros produtos agropecuários na região CentroSul, refletindo as grandes áreas ocupadas por estas atividades, especialmente no segundo caso. As lavouras de

arroz constituiriam, somadas as três regiões, 1,46% do valor total, bastante inferior, por exemplo, à participação da produção de cana-de-açúcar apenas no CentroSul (5,24%).

Não obstante, pode-se considerar que o valor da terra constitui pequena parcela da riqueza nacional, alcançando 0,97% do valor do estoque de capital físico, ressaltando-se, obviamente, que este corresponde apenas ao valor de uso da terra. Tal resultado é condizente com a pequena participação da agricultura na economia brasileira, medida por sua contribuição ao valor agregado total e, considerando os dados oficiais das contas nacionais, refletidos na base de dados considerada, com a característica de ser uma atividade relativamente menos capital intensiva que os demais macrossetores brasileiros[37].

[37]Deve-se notar que a identificação de baixa intensidade do capital na agricultura brasileira, como sugerida pelas contas nacionais, é uma evidente divergência para com a percepção de uma produção altamente tecnológica na fronteira agrícola e com informações de outras bases de dados como as do GTAP (GOPALAKRISHNAN; WALMSLEY, 2008).

6. CONCLUSÃO

Em um cenário de aumento da escassez da água no mundo, estudos e políticas relativas ao seu uso têm se difundido em diversos países. No caso brasileiro, embora o país apresente uma das maiores disponbilidades hídricas do planeta, sua distribuição geográfica é desfavorável às atividades agrícolas e ao fornecimento para áreas urbanas, conFigurando importante desafio de gestão. Dessa forma, sendo a maior parcela da água retirada destinada à suplementação hídrica de lavouras, políticas de cobrança têm surgido visando criar incentivos para utilização racional deste recurso, ao mesmo tempo em que se observa crescimento da área irrigada no país. Nestas políticas, por sua vez, há a necessidade de identificar os valores monetários associados à disposição a pagar dos agricultores e, então, determinar os valores a serem cobrados conforme objetivos específicos, que podem proporcionar a eficiência econômica ou mudanças na alocação de recursos.

Em sentido mais amplo, a incorporação de recursos naturais como fatores produtivos ainda é uma tarefa em andamento, especialmente nas estatísticas oficiais. Nas contas nacionais, por exemplo, não há nenhuma distinção acerca da contribuição do fator terra para a composição do valor adicionado[38], sendo necessários métodos alternativos para apurá-la. Além disso, embora a estimação do estoque de capital das economias encontre-se relativamente sedimentada – dada a disponibilidade de longas séries de formação bruta de capital fixo e a utilização de variações do método do invetário perpértuo –, valorações equivalentes para recursos naturais ainda mostram-se incipientes, especialmente para os casos em que o recurso econômico é utilizado, mas não possui um mercado em que se forme um preço, como o que ocorre com a água utilizada nas técnicas de suplementação hídrica.

Neste sentido, esta tese buscou, então, estimar o valor econômico da água a partir de sua relação teórica com o processo de acumulação de capital e crescimento econômico em modelo de equilíbrio geral dinâmico, baseado em Roe, Smith e Saracoğlu (2010), em que permitiu-se uma abertura regional, de modo a enfatizar os diferentes contextos em que a irrigação ocorre no país. Este modelo foi calibrado por meio de uma matriz de contabilidade social, em que desagregou-se a contribuição da água para a formação do valor adicionado, e de um exercício de decomposição do crescimento.

Adicionalmente à projeção de variáveis macroeconômicas, o modelo gerou uma evolução da renda-sombra da água que, por seu turno, deu origem ao preços-sombra em cada uma das atividades e regiões consideradas. Tais preços-sombra foram utilizados, em seguida, para estimar o valor ecônomico do estoque total da água utilizada. Os resultados enfatizam a importância dos diferentes graus de dinamismo nas atividades agrícolas, e do diferencial produtivo implicado pela passagem do sistema produtivo de sequeiro para irrigado como fonte de valor econômico da água, aspecto que se relaciona diretamente com as características regionais das produções. Dessa forma a suplementação hídrica realizada de maneira pouco seletiva ou, no limite, apenas como forma de atender a legislação ambiental vigente, agrega pouco valor à produção comparativamente, por exemplo, à adoção destas técnicas como forma explícita de aumentar a produtividade; essas situações têm paralelo, respectivamente, com as áreas canavieira e de fronteira agrícola no Brasil.

[38]Cabe notar que a remuneração da terra encontrar-se-ia incorporada ao excedente operacional bruto (EOB) ou rendimento misto, assim como ocorre com o capital. Estes dois conceitos são, então, igualmente aplicados a atividades intrinsicamente diferentes em termos de fatores de produção como, por exemplo, agricultura e indústria de transformação, sem nenhuma distinção adicional.

Os resultados sugerem que políticas pela cobrança do uso da água, além de diferenças regionais, podem vir a considerar o tipo de produção como fator determinante do valor a ser imputado pelos orgãos reguladores, a depender também dos objetivos específicos que, de toda sorte, devem prezar pela garantia da disponibilidade de água para as atividades econômicas e consumo humano ao longo de todo o ano.

Os resultados obtidos sugerem a existência de valores mais elevados da água utilizada para irrigação no grupo de "outras lavouras", especialmente no Centro-Sul, em que inclui-se grande parte da moderna agricultura brasileira, mas que é responsável por parcela minoritária da utilização de água no país. Como maior demandante do recurso, a produção canavieira apresentou baixo valor para a água, refletindo o tipo bastante particular de irrigação existente no setor, enquanto o caso intermediário correspondeu à produção de arroz – segunda maior atividade em termos de demanda por água. De modo geral, todavia, os valores obtidos podem ser considerados baixos frente a outros trabalhos para localidades específicas no Brasil, embora se coadune com estudos disponíveis na literatura de abordagem macroeconômica em localidades diversas no mundo.

Do ponto de vista macroeconômico, cabe notar que o valor da água corresponde à parcela muito pequena do valor do estoque de capital físico brasileiro, o que seria esperado tendo em conta a participação da agricultura na economia, medida, por exemplo, por seu *share* no valor adicionado total, além de a própria contribuição da água para a produção agrícola ser muito menor frente aos demais fatores de produção (capital, trabalho e terra).

A presente tese contribui, assim, à literatura econômica brasileira ao ser uma das primeiras abordagens macroeconômicas (ao nosso melhor conhecimento) ao problema de valoração da água como recurso econômico no país, permitindo dimensioná-la frente ao estoque de capital físico do país. Além disso, apresenta evidência de que as políticas de cobrança pelo uso da água podem vir a considerar não apenas o aspecto regional, como já ocorre, mas também o tipo de produção existente.

Avanços na metodologia empregada contemplam desafios como a consideração da água de origem pluvial ou estimação econométrica das elasticidades associadas às tecnologias de produção nas lavouras. A incorporação de modelos hidrológicos e/ou incorporação da degradação dos recursos naturais também são, em princípio, compatíveis com a abordagem adotada, embora constituam evidente desafio operacional. Os resultados poderiam ser afetados também por uma estrutura não constante do consumo de água pelos setores agrícolas, isto é, a quantidades variáveis de água para os setores, ainda que incorporadas de maneira exógena, refletindo cenários hipotéticos que por si mesmos demandariam maior elaboração, uma vez que não poderiam crescer indefinidamente. No caso particular da cana-de-açúcar, dada a legislação ambiental, a disponibilidade de água pode crescer conjuntamente à produção de etanol, exigindo modelagem específica. Finalmente, a versão do modelo utilizada ainda é estilizada na medida em que o governo não é considerado como um agente em separado, tendo seu consumo incorporado ao das famílias. A presença de impostos ou subsídios explícitos afetaria a estrutura de incentivos, inclusive dos setores irrigantes, pondendo modificar os resultados, ainda de que em pequena intensidade.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Conjuntura do recursos hídricos no Brasil: 2013**. Brasília: ANA, 2013.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Conjuntura dos recursos hídricos: Informe 2016**. Brasília: ANA, 2016a.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Levantamento da Agricultura Irrigada por Pivôs Centrais no Brasil - 2014: relatório síntese**. Brasília: ANA, 2016b.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Atlas irrigação: uso da água na agricultura irrigada**. Brasília: ANA, 2017.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Conjuntura dos recursos hídricos no Brasil 2018: informe anual**. Brasília: ANA, 2018.

AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Manual de Usos Consuntivos da Água no Brasil**. Brasília: ANA, 2019.

AUDE, M. I. da S. ESTÁDIOS DE DESENVOLVIMENTO DA CANA-DE-AÇÚCAR E SUAS RELAÇÕES COM A PRODUTIVIDADE. **Ciência Rural**, v. 23, n. 2, p. 241–248, ago. 1993. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84781993000200022&lng=pt&tlng=pt>.

BANCO MUNDIAL. **World Development Indicators Database**. Disponível em: <https://databank.worldbank.org/data/source/world-development-indicators>. Acesso em: 5 out. 2019.

BANK OF GREECE. **Exchange Rates**. Disponível em: <https://www.bankofgreece.gr/en/main-tasks/markets/exchange-rates/historical-rates-vis-a-vis-the-drachma-1997-2000-list?year=1999>. Acesso em: 11 fev. 2019.

BARBOSA FILHO, F. de H.; PESSÔA, S. de A. Pessoal ocupado e jornada de trabalho: uma releitura da evolução da produtividade no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 68, n. 2, p. 149–169, 2014. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0034-71402014000200001>.

BARRO, R. J.; SALA-I-MARTIN, X. **Economic growth**. 2nd. ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2004.

BASTOS, A. da C. **Fornecimento de cana-de-açúcar e integração vertical no setor sucroenergético do Brasil**. 2013. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013. Disponível em: <http://doi.org/10.11606/D.11.2013.tde-15052013-094143>. Acesso em: 31 jan. 2019.

BERBEL, J.; MESA-JURADO, M. A.; PISTÓN, J. M. Value of Irrigation Water in Guadalquivir Basin (Spain) by Residual Value Method. **Water Resources Management**, v. 25, n. 6, p. 1565–1579, 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11269-010-9761-2>.

BERCK, P.; ROBINSON, S.; GEORGE, G. The use of computable general equilibrium models to assess water policies. In: DINAR, A.; ZILBERMAN, D. (Ed.). **The Economics and Management of Water and Drainage in Agriculture**. Amsterdam: Kluwer Publising Company, 1991.

BRAGAGNOLO, C.; SPOLADOR, H. F. S.; BARROS, G. S. de C. Regional Brazilian Agriculture TFP Analysis: A Stochastic Frontier Analysis Approach. **EconomiA**, v. 11, n. 4, p. 217–242, dez. 2010. Disponível em: <https://ideas.repec.org/a/anp/econom/v11y2010i4217_242.html>.

BRASIL. Resolução n. 32, de 15 de outubro de 2003. Institui a Divisão Hidrográfica Nacional. **Diário Oficial**, 17 ago. 2003.

BRUNNER, M.; STRULIK, H. Solution of perfect foresight saddlepoint problems: a simple method and applications. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 26, n. 5, p. 737–753, maio 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/S0165-1889(00)00078-6>.

CAMPOS, R. T. Avaliação sob risco da capacidade de pagamento por água bruta de produtores da Bacia do Jaguaribe (CE). **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 48, n. 2, p. 357–380, jun. 2010. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0103-20032010000200005>.

CARRAMASCHI, E. C.; CORDEIRO NETO, O. M.; NOGUEIRA, J. M. O Preço da Água para Irrigação: Um Estudo Comparativo de Dois Métodos de Valoração Econômica - Contingente e Dose-Resposta. **Cadernos de Ciência e Tecnologia**, v. 17, n. 3, p. 59–81, 2000.

CASS, D. Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. **The Review of Economic Studies**, v. 32, n. 3, p. 233, jul. 1965. Disponível em: <https://doi.org/10.2307/2295827>.

CENTRO DE ESTUDOS DA METRÓPOLE. **Base de dados PNADs**. Disponível em: <http://centrodametropole.fflch.usp.br/pt-br>. Acesso em: 6 fev. 2019.

COMPANHIA AMBIENTAL DO ESTADO DE SÃO PAULO. **Vinhaça - Critérios e procedimentos para aplicação no solo agrícola**. 3. ed. São Paulo: CETESB, 2015.

CONESA, J. C.; KEHOE, T. J.; RUHL, K. J. Modeling Great Depressions: The Depression in Finland in the 1990s. **Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review**, v. 31, n. 1, p. 16–44, nov. 2007. Disponível em: <https://www.minneapolisfed.org/research/qr/qr3112.pdf>.

COSTA, M. G.; GUTIERREZ, C. E. C. Testing the Optimality of Consumption Decisions of the Representative Household: Evidence from Brazil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 69, n. 3, set. 2015. Disponível em: <http://doi.org/10.5935/0034-7140.20150017>.

CUNHA, D. A. da et al. Effects of climate change on irrigation adoption in Brazil. **Acta Scientiarum. Agronomy**, v. 36, n. 1, p. 1, 7 mar. 2014. Disponível em: <http://doi.org/10.4025/actasciagron.v36i1.15375>.

DHEHIBI, B. et al. Measuring Irrigation Water Use Efficiency Using Stochastic Production Frontier: An Application on Citrus Producing Farms in Tunisia. **African Journal of Agricultural and Resource Economics**, v. 1, n. 2, p. 1–15, 2007. Disponível em: <https://ageconsearch.umn.edu/record/57013/files/0102 Dhehibi et al final.pdf>.

ELLERY JUNIOR, R. de G.; BUGARIN, M. N. S. Previdência social e bem estar no Brasil. **Revista Brasileira de Economia**, v. 57, n. 1, p. 27–57, mar. 2003. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0034-71402003000100002>.

ESMAEILI, A.; SHAHSAVARI, Z. Valuation of irrigation water in South-western Iran using a hedonic pricing model. **Applied Water Science**, v. 1, n. 3, p. 119–124, dez. 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s13201-011-0015-0>.

FANG, X.; ROE, T. L.; SMITH, R. B. W. Water shortages, intersectoral water allocation and economic growth: the case of China. **China Agricultural Economic Review**, v. 7, n. 1, p. 2–26, 2 fev. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1108/CAER-02-2014-0014>.

FEIJÓ, C. A.; RAMOS, R. L. O. (ed.). **Contabilidade social: a nova referência das contas nacionais do Brasil**. 4. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

FENG, S. et al. Assessing the impacts of South-to-North Water Transfer Project with decision support systems. **Decision Support Systems**, v. 42, n. 4, p. 1989–2003, jan. 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.dss.2004.11.004>.

FERREIRA FILHO, J. B. Introdução aos modelos de equilíbrio geral computável: conceitos, teoria e aplicações. In: CRUZ, B. D. O. et al. (Ed.). **Economia Regional e Urbana: Teorias e métodos com ênfase no Brasil**. Brasília: IPEA, 2011. p. 375–400.

FRAGOSO, R. M. D. S.; MARQUES, C. A. F. Alternative irrigation water pricing policies: An Econometric Mathematical Programming Model. **New Medit**, v. 14, n. 4, p. 42–49, dez. 2015. Disponível em: <http://newmedit.iamb.it/edizioni_new_medit,229,229,2015,161,1044,alternative-irrigation-water-pricing-policies:-an-econometric-mathematical-programming-model-.htm>.

FRIZZONE, J. A. et al. Linear programming model to optimize the water resource use in irrigation projects: an application to the Senator Nilo Coelho Project. **Scientia Agricola**, v. 54, n. especial, p. 136–148, jun. 1997. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0103-90161997000300016>.

FUNDAÇÃO DE APOIO À UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA. **Desenvolvimento de Matriz de Coeficientes Técnicos para Recursos Hídricos no Brasil**. Brasília: MMA, 2011.

FUNDAÇÃO DE ESTUDOS AGRÁRIOS LUIZ DE QUEIROZ. **Análise Territorial para o Desenvolvimento da Agricultura Irrigada no Brasil**. Piracicaba: IICA, 2014.

GASQUES, J. G. et al. Produtividade da agricultura brasileira e os efeitos de algumas políticas. **Revista de Política Agrícola**, v. 21, n. 3, p. 83–92, set. 2012. Disponível em: <https://seer.sede.embrapa.br/index.php/RPA/article/view/248/208>.

GELAIN, J. G. **Análise do custo-benefício da exportação de água virtual no setor agropecuário brasileiro**. 2018. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2018. Disponível em: <http://doi.org/10.11606/D.11.2018.tde-21062018-174459>. Acesso em: 31 jan. 2019.

GOPALAKRISHNAN, B. N.; WALMSLEY, T. L. (ed.). **Global Trade, Assistance, and Production: The GTAP 7 Data Base**. Disponível em: <https://www.gtap.agecon.purdue.edu/databases/v7/v7_doco.asp>. Acesso em: 7 dez. 2019.

HAQIQI, I. et al. Introducing Irrigation Water into GTAP Data Base Version 9. **Journal of Global Economic Analysis**, v. 1, n. 2, p. 116–155, dez. 2016. Disponível em: <http://doi.org/10.21642/JGEA.010203AF>.

HE, J. et al. Dynamic Computable General Equilibrium Model and Sensitivity Analysis for Shadow Price of Water Resource in China. **Water Resources Management**, v. 21, n. 9, p. 1517–1533, ago. 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11269-006-9102-7>.

HORRIDGE, M. **ORANI-G: A Generic Single-Country Computable General Equilibrium Model**. Melbourne: Monash University, Centre of Policy Studies, 2003.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Agropecuário: 1975**. Rio de Janeiro: IBGE, 1979.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Agropecuário: 1985**. Rio de Janeiro: IBGE, 1991.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Censo Agropecuário: 1995-1996**. Rio de Janeiro: IBGE, 1998.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Sistema IBGE de Recuperação Automática**. Disponível em: <https://sidra.ibge.gov.br>. Acesso em: 10 out. 2019a.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios**. Disponível em: <https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/trabalhoerendimento/pnad2015/microdados.shtm>. Acesso em: 6 fev. 2019b.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA. **Ipeadata**. Disponível em: <http://www.ipeadata.gov.br/>. Acesso em: 11 out. 2019.

ISSLER, J. V.; PIQUEIRA, N. S. Estimating Relative Risk Aversion, the Discount Rate, and the Intertemporal Elasticity of Substitution in Consumption for Brazil Using Three Types of Utility Function. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 20, n. 2, p. 201, 2 nov. 2000. Disponível em: <http://doi.org/10.12660/bre.v20n22000.2758>. Acesso em: 31 jan. 2019.

JOHANSSON, R. C. **Micro And Macro-Level Approaches For Assessing The Value Of Irrigation Water**. Washigton, DC: The World Bank, 2005.

KARAGIANNIS, G.; TZOUVELEKAS, V.; XEPAPADEAS, A. Measuring Irrigation Water Efficiency with a Stochastic Production Frontier. **Environmental and Resource Economics**, v. 26, n. 1, p. 57–72, 2003. Disponível em: <https://doi.org/10.1023/A:1025625402762>.

KELMAN, J.; RAMOS, M. Custo, valor e preço da água utilizada na agricultura. **REGA - Revista de Gestão de Água da América Latina**, v. 2, n. 2, p. 39–48, dez. 2005. Disponível em: <https://www.abrh.org.br/SGCv3/index.php?PUB=2&ID=66&SUMARIO=821>. Acesso em: 31 jan. 2019.

KOOPMANS, T. C. On the concept of optimal economic growth. The econometric approach to development planning. In: PONTIFICIAE ACADEMIAE SCIENTIARUM (Ed.). **Semaine D'Etude sur Le Role de L'analyse Econometrique dans la Formulation de Plans de Developpement**. Amsterdam: North-Holland, 1965. p. 225–289.

LATINOPOULOS, P.; TZIAKAS, V.; MALLIOS, Z. Valuation of Irrigation Water by the Hedonic Price Method: A Case Study in Chalkidiki, Greece. **Water, Air and Soil Pollution: Focus**, v. 4, n. 4, p. 253–262, 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1023/B:WAFO.0000044803.01747.bd>.

LOPEZ, H. **The Social Discount Rate: Estimates For Nine Latin American Countries**. Washigton: The World Bank, 2008.

LOTZE-CAMPEN, H. et al. Global food demand, productivity growth, and the scarcity of land and water resources: a spatially explicit mathematical programming approach. **Agricultural Economics**, v. 39, n. 3, p. 325–338, ago. 2008. Disponível em: <http://doi.wiley.com/10.1111/j.1574-0862.2008.00336.x>.

MINISTÉRIO DA INTEGRAÇÃO NACIONAL. **A irrigação no Brasil: Situação e Diretrizes**. Brasília: IICA, 2008.

MORAES, M. A. F. D. de. O mercado de trabalho da agroindústria canavieira: desafios e oportunidades. **Economia Aplicada**, v. 11, n. 4, p. 605–619, dez. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-80502007000400008&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt>.

MOTTA, R. S. da. **Manual para Valoração Econômica de Recursos Naturais**. Rio de Janeiro: IPEA, 1997.

MUCHARA, B. et al. Irrigation water value for potato farmers in the Mooi River Irrigation Scheme of KwaZulu-Natal, South Africa: A residual value approach. **Agricultural Water Management**, v. 164, p. 243–252, jan. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2015.10.022>.

MULLIGAN, C.; SALA-I-MARTIN, X. **A Note on the Time-Elimination Method For Solving Recursive Dynamic Economic Models**. Cambridge, MA: NBER, 1991.

PINHEIRO, J. C. V.; LIMA, A. T. de M. Valor economico da água para irrigação: uma aplicação do método residual. In: III ENCUENTRO DE LAS ÁGUAS: ÁGUA, VIDA E DESARROLLO, Santiago. **Anais**... Santiago: 2001.

PINHEIRO, J. C. V.; SHIROTA, R. Determinação do Preço Eficiente da Água para Irrigação no Projeto Curu-Paraipaba. **Revista Econômica do Nordeste**, v. 31, n. 1, p. 36–47, mar. 2000.

PINTO, C. V. **Effects of economy-wide factors on Brazilian economic growth and biofuels production: an inter-temporal general equilibrium analysis.** 2011. Dissertation (Ph.D. in Applied Economics) – College of Food, Agricultural and Natural Resource Sciences, University of Minnesota, Saint Paul, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11299/104552>. Acesso em: 31 jan. 2019.

RAMSEY, F. P. A Mathematical Theory of Saving. **The Economic Journal**, v. 38, n. 152, p. 543, dez. 1928. Disponível em: <http://doi.org/10.2307/2224098>.

RESENDE FILHO, M. de A. et al. Precificação da água e eficiência técnica em perímetros irrigados: uma aplicação da função insumo distância paramétrica. **Estudos Econômicos (São Paulo)**, v. 41, n. 1, p. 143–172, mar. 2011. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0101-41612011000100006>.

RESENDE FILHO, M. de A.; CORREA, J. S. O.; TORRES, M. de O. Water Pricing in Brazil: Successes, Failures, and New Approaches. In: DINAR, A.; POCHAT, V.; ALBIAC-MURILLO, J. (Ed.). **Water Pricing Experiences and Innovations**. Cham: Springer International Publishing, 2015. p. 41–61.

ROE, T. L.; SMITH, R. B. W. **Mainstreaming of ecosystem services into sectoral and macroeconomic policies and programmes of Republic of Kazakhstan**. Nairobi: UNEP, 2015.

ROE, T. L.; SMITH, R. B. W.; SARACOĞLU, D. S. **Multisector Growth Models**. New York, NY: Springer, 2010.

ROMER, D. **Advanced Macroeconomics**. 4th. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2012.

RYBCZYNSKI, T. M. Factor Endowment and Relative Commodity Prices. **Economica**, v. 22, n. 88, p. 336, nov. 1955. Disponível em: <http://doi.org/10.2307/2551188>.

SANTOS, P. F. A.; SPOLADOR, H. F. S. Produtividade Setorial e Mudança Estrutural no Brasil – Uma Análise para o Período 1981 a 2013. **Revista Brasileira de Economia**, v. 72, n. 2, p. 217–248, 2018. Disponível em: <http://doi.org/10.5935/0034-7140.20180011>.

SATOLO, L. F.; BACCHI, M. R. P. Dinâmica econômica das flutuações na produção de cana-de-açúcar. **Economia Aplicada**, v. 13, n. 3, p. 377–397, set. 2009. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S1413-80502009000300002>.

SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL. **Atlas Pluviométrico do Brasil**. Disponível em: <http://www.cprm.gov.br/publique/Hidrologia/Mapas-e-Publicacoes/Atlas-Pluviometrico-do-Brasil-1351.html>. Acesso em: 11 mar. 2019.

SHEN, X.; LIN, B. The shadow prices and demand elasticities of agricultural water in China: A StoNED-based analysis. **Resources, Conservation and Recycling**, v. 127, n. May, p. 21–28, dez. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2017.08.010>.

SILVA, R. G. da; LIMA, J. E. de. Valoração contingente do parque "Chico Mendes": uma aplicação probabilística do método Referendum com bidding games. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 42, n. 4, p. 685–708, dez. 2004. Disponível em: <http://doi.org/10.1590/S0103-20032004000400008>.

SMITH, R. B. W.; GEMMA, M. Valuing ecosystem services in macroeconomic settings. In: NUNES, P.; KUMAR, P.; DEDEURWAERDERE, T. (Ed.). **Handbook on the Economics of Ecosystem Services and Biodiversity**. Cheltenham: Edward Elgar Publishing, 2014. p. 130–152.

SMITH, R. B. W.; NELSON, H.; ROE, T. L. Groundwater and Economic Dynamics, Shadow Rents and Shadow Prices: The Punjab. **Water Economics and Policy**, v. 01, n. 03, p. 1550014, set. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1142/S2382624X15500149>.

SOJKA, R. E.; BJORNEBERG, D. L.; ENTRY, J. A. Irrigation : an Historical Perspective. In: LAL, R. (Ed.). **Encyclopedia of Soil Science**. 1st. ed. New York: Marcel Dekker, Inc, 2002. p. 745–749.

SOLOW, R. M. Technical Change and the Aggregate Production Function. **The Review of Economics and Statistics**, v. 39, n. 3, p. 312, ago. 1957. Disponível em: <https://doi.org/10.2307%2F1926047>.

SOUZA, R. O. R. de M. et al. Cenário da agricultura irrigada no Estado do Pará. **Irriga**, v. 17, n. 2, p. 177, 5 jul. 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.15809/irriga.2012v17n2p177>.

SPEELMAN, S. et al. Irrigation Water Value at Small-scale Schemes: Evidence from the North West Province, South Africa. **International Journal of Water Resources Development**, v. 24, n. 4, p. 621–633, dez. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/07900620802224536>.

SPOLADOR, H. F. S.; ROE, T. L. The Role of Agriculture on the Recent Brazilian Economic Growth: How Agriculture Competes for Resources. **The Developing Economies**, v. 51, n. 4, p. 333–359, dez. 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/deve.12025>.

SWAN, T. W. Economic Growth and Capital Accumulation. **Economic Record**, v. 32, n. 2, p. 334–361, nov. 1956. Disponível em: <https://doi.org/10.1111/j.1475-4932.1956.tb00434.x>.

TEIXEIRA, R. de M. **Demanda de água: a tarifa vista sob a ótica do preço-sombra**. 1990. Dissertação (Mestrado em Economia) - Escola de Pós Graduação em Economia, Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 1990. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10438/7962>. Acesso em: 4 fev. 2019.

TORRES, M. D. O. et al. Economic impacts of regional water scarcity in the São Francisco River Basin, Brazil: an application of a linked hydro-economic model. **Environment and Development Economics**, v. 17, n. 02, p. 227–248, 8 abr. 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1017/S1355770X11000362>.

TRIMBORN, T.; KOCH, K.-J.; STEGER, T. M. Multidimensional Transitional Dynamics: A Simple Numerical Procedure. **Macroeconomic Dynamics**, v. 12, n. 03, p. 301–319, 25 jun. 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.1017/S1365100507070034>.

TSUR, Y. et al. Irrigation water pricing: policy implications based on international comparison. **Environment and Development Economics**, v. 9, n. 6, p. 735–755, dez. 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1017/S1355770X04001494>.

UNIÃO DA INDÚSTRIA DE CANA-DE-AÇÚCAR. **Mapa da Produção**. Disponível em: <https://www.unica.com.br/setor-sucroenergetico/mapa-da-producao/>. Acesso em: 11 mar. 2019.

VIANA, J. H. N. **Impactos de uma Redução na Disponibilidade Hídrica Sobre a Agricultura e a Pobreza Multidimensional No Brasil**. 2015. Tese (Doutorado em Economia) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal de Pernambuco, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/17447>. Acesso em: 31 jan. 2019.

WANG, H.; LALL, S. Valuing water for Chinese industries: a marginal productivity analysis. **Applied Economics**, v. 34, n. 6, p. 759–765, mar. 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00036840110054044>.

ZIOLKOWSKA, J. R. Shadow price of water for irrigation—A case of the High Plains. **Agricultural Water Management**, v. 153, p. 20–31, maio 2015. Disponível em: <http://doi.org/10.1016/j.agwat.2015.01.024>.

APÊNDICE

Variável	Expressão
A	Produtividade aumentadora do fator trabalho (Harrod-neutra)
$\mathcal{B}$	Produtividade aumentadora do fator terra
c_k	Custo econômico (preço) por unidade de capital produzido
E	Dispêndio total da economia
$H^{s,j}$	Quantidade de água no setor s da região j
K	Estoque total de capital da economia
K^s	Estoque de capital utilizado no setor nacional s
Λ	Produtividade aumentadora do fator água para irrigação
L	Oferta total de trabalho na economia
L^s	Quantidade do fator trabalho utilizado no setor nacional s
$\boldsymbol{p}$	Vetor de preços de todos os bens produzidos
p_c	Preço do bem nacional c
$p_{c,i}$	Preço do bem c, produzido na região i
p_k	Preço do bem de capital
$p_T^{s,j}$	Preço da terra no setor s da região j
p_{v_s}	Preço de valor adicionado (valor adicionado unitário) recebido pelo setor nacional s na comercialização de seu produto.
$p_{v_{s,j}}$	Preço de valor adicionado (valor adicionado unitário) recebido pelo setor s da região j na comercialização de seu produto.
$p_{\varsigma_T}^{s,j}$	Variável de manipulação matemática, equivale a $\frac{p_T^{s,j}/L}{p_k}$
q	Consumo do bem composto
q_c	Consumo do bem nacional c
$q_{c,i}$	Consumo do bem c, produzido na região i
r	Taxa de juros da economia
r_k	Remuneração do capital
$T^{s,j}$	Quantidade do fator terra no setor s da região j
$V_H^{s,j}$	Remuneração-sombra da água no setor s da região j
$V_T^{s,j}$	Remuneração da terra no setor s da região j
w	Salário por trabalhador
$\boldsymbol{y^k}$	Vetor de produtos, por trabalhador, destinados a composição do bem de capital.
y_c^k	Produto nacional, por trabalhador, c, destinado à composição do bem de capital.
$y_{c,i}^k$	Produto, por trabalhador, c, originário da região i e destinado à composição do bem de capital
Y_c	Oferta total do produto nacional c
Y_c^s	Compra do bem nacional c pelo setor nacional s
$Y_{c,i}^s$	Compra do bem c, produzido na região i, realizada pelo setor nacional s
$Y_c^{s,j}$	Compra do bem nacional c, realizada pelo setor s da região j
$Y_{c,i}^{s,j}$	Compra do bem c, produzido na região i, realizada pelo setor s da região j

Apêndice A - Lista de variáveis do modelo utilizado