ANÁLISE CONJUNTA PARA EXPERIMENTOS EM BLOCOS CASUALIZADOS COMPLETOS AUMENTADOS

MARIA CRISTINA STOLF NOGUEIRA

Orientador: Dr. F. Pimentel Gomes

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Experimentação e Estatística.

P I R A C I C A B A
Estado de São Paulo - Brasil
Março - 1 9 7 6

Aos meus pais

Eulálio e Ilda Jenny

DEDICO

A G R A D E C I M E N T O S

Agradeço a muitos o haver concluído de forma satisfatória este trabalho.

Meus agradecimentos são extensivos ao Dr. F.Pimentel Gomes, Chefe do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela orientação precisa e oportuna e pelo incentivo.

Ao Dr. Izaias Rangel Nogueira devo as sugestões na escolha da metodologia.

Ao Dr. Roberto Simionato Moraes, responsável pela Unidade de Processamento de Dados do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, pela utilização do computador IBM 1130 para realização deste trabalho.

À CAPES e à EMBRAPA meu agradecimento por me ter permitido a conclusão do curso de pós-graduação, além do suporte financeiro a esta pesquisa.

À Srta. Maria Izalina Ferreira Alves e ao Sr.Octávio Frasseto, agradeço o zelo dispendido na fase de publicação do trabalho.

Se bem caibam a todos participação nos méritos que porventura houver, o autor chama a si a responsabilidade por possíveis erros.

ÍNDICE

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Delineamento aumentado é um tipo do delineamento experimental formado a partir de qualquer delineamento, pelo acréscimo de parcelas nos blocos. Foi introduzido por FEDERER (1956), no Havaí, com o objetivo de solucionar problemas encontrados ao comparar plântulas ("seedlings") e "variedades" (que melhor se chamariam clones) de cana-de-açúcar, abacaxi, etc., no decorrer do desenvolvimento de um programa de melhoramento. Este delineamento é útil também, nos campos da Entomologia, da Fitopatologia, da Química Fisiológica, da Agronomia, e outros, desde que se tenha interesse em combinar num mesmo experimento cultivares novos com cultivares já selecionados e utilizados em larga escala.

Este tipo de delineamento experimental torna possível a racionalização do uso das parcelas testemunhas e a combinação de experimentos de "variedades" com experimentos de plântulas, num programa de melhoramento. Proporciona um delineamento eficiente e uma medida do erro experimental para as plântulas, permitindo comparações entre as "variedades", entre as plântulas, e entre elementos dos dois grupos.

A finalidade deste trabalho consiste na realização da análise oonjunta de uma série de experimentos planejados em delineamento de blocos casualizados completos aumentados, em diferentes regiões, em uma mesma época e com os mesmos tratamentos com o objetivo de observar de uma maneira geral o comportamento dos tratamentos estudados, e entre eles apontar o melhor (ou os melhores) em todas as regiões observadas.

CAPÍTULO II

REVISÃO DE LITERATURA

FEDERER (1956) em resposta às necessidades de um delineamento experimental mais eficiente na comparação de plântulas ("seedlings") nas fases iniciais de um programa de melhoramento de cana-de-açúcar, desenvolveu um novo tipo de delineamento experimental, qual seja o delineamento aumentado. Basicamente os delineamentos aumentados para blocos completos casualizados e quadrado latino, apresentam um conjunto de tratamentos comuns, repetidos b vezes, e um segundo grupo de tratamentos, denominados tratamentos regulares, que aparecem uma única vez. A análise do delineamento padrão utilizado (com exceção das parcelas adicionais nos blocos) é efetuada para os tratamentos comuns, enquanto que a análise do delineamento aumentado é realizado para os tratamentos comuns e regulares conjuntamente. Este delineamento possui uma gama de aplicação muito mais am pla, podendo ser utilizado em todos os campos onde se desejem combinar num mesmo experimento, cultivares novos já selecionados com cultivares promissores.

PIMENTEL GOMES e GUIMARÃES (1958) propuseram uma análise intrablocos de um grupo de experimentos em blocos completos casualizados, onde alguns tratamentos são comuns para todos os grupos. Estes tratamentos foram considerados como tratamentos comuns, e os demais, específicos para cada grupo, foram denominados tratamentos regulares.

A análise do delineamento estudado é um caso especial de blocos incompletos equilibrados intra e intergrupos. O conjunto dos experimentos, considerado como um delineamento usual em blocos incompletos, foi analisado conjuntamente, admitindo-se que apresentassem variâncias semelhantes.

FEDERER (1961 a, 1961 b) definiu o delineamento aumentado como um delineamento padrão qualquer onde novos tratamentos são adicionados, podendo ser em blocos completos, incompletos, linhas, colunas, etc., e os tratamentos adicionais podem ou não ser repetidos o mesmo número de vezes. O número de tratamentos adicionais dentro dos blocos, linhas, colunas, etc., pode ser constante, mas também pode variar.

PAVATE (1961) sugeriu um método simplificado para obtenção dos componentes dos tratamentos ajustados para efetuar a análise conjunta de um grupo de experimentos, quando estes individualmente tenham sido planejados em delineamento de blocos incompletos equilibrados. Considerou o trabalho de PIMENTEL GOMES e GUIMARÃES (1958), como um caso especial do método geral sugerido.

CORSTEN (1962) sugeriu uma investida sistemática no problema da construção dos delineamentos em blocos incompletos apresentando os tratamentos em diferentes repetições, mas por outro lado equilibrado no sentido de que, a exatidão das comparações entre alguns pares de tratamentos dependa somente do número de repetições, e não da escolha do par particular de tratamento do grupo de pares repetidos similarmente.

Considerou o delineamento aumentado (FEDERER, 1961), como um caso particular pertencente à classe do delineamento experimental muito ampla, sem nenhuma dificuldade no seu planejamento, mas no geral perde na propriedade do balanceamento referido.

Referiu-se aos trabalhos de CORSTEN (1958), FEDERER (1961), PIMENTEL GOMES e GUIMARÃES (1958), GRAYBILL e PRUITT (1958), PEARCE (1948), RAO (1947), YOUDEN e CONNOS (1953), existentes na literatura estatística, relacionados com a análise de delineamentos que apresentam os tratamentos com diferentes repetições.

AFONJA (1968) sugeriu método específico para análise conjunta de um grupo de experimentos, com alguns tratamentos comuns.

PIMENTEL GOMES (1970) sugeriu análise conjunta de um grupo de experimentos em blocos casualizados com alguns tratamentos comuns, onde o número de repetições para os tratamentos varia de um experimento para outro.

MARTINEZ (1972) diz que, a partir de 1962, o IMPA introduziu no México os delineamentos aumentados de FEDERER (1961), que substitui o antigo delineamento empregado na fase denominada 30 x 30 do programa de seleção. Atualmente, no México, os delineamentos aumentados empregados na experimentação com cana-de-açúcar, são de uso geral. Descreveu e ilustrou no capítulo dedicado aos delineamentos aumentados uma metodologia estatística para a análise deste tipo de experimento, como também, para uma série de experimentos similares.

FEDERER e RAGHAVARAO (1975) definiram o delineamento aumentado como um delineamento onde os tratamentos comuns são repetidos r vezes, e os tratamentos regulares repetidos menos que r vezes. Apresentaram a estimativa dos contrastes para efeitos de tratamentos comuns, para efeito de tratamentos regulares, para efeito de tratamentos comuns versus tratamentos regulares ou de todos os tratamentos comuns e tratamentos regulares simultaneamente, para delineamentos em blocos aumentados e para delineamentos em linhas e colunas aumentados.

FEDERER, NAIR e RAGHAVARAO (1975) apresentaram análise estatística para três generalizações do delineamento de n linhas por n colunas aumentados, para um número específico de n = 3, 4, 5, 6, 7, com v tratamentos comuns e repetidos e r_1 tratamentos regulares, sem repetição.

CAPÍTULO III

MATERIAL E MÉTODO

1. Material

O material utilizado para aplicação do método em estudo, refere-se a dados hipotéticos da produção agrícola em t./ha de 5 ensaios em blocos casualizados completos aumentados, de competição de "variedades" de cana-de-açúcar.

Cada ensaio apresenta os mesmos $t = c + z$ tratamentos, distribuídos em $\underline{r}$ blocos, onde os $\underline{c}$ tratamentos são considerados comuns, pois aparecem nos $\underline{r}$ blocos, e os $\underline{z}$ tratamentos são considerados regulares, pois aparecem uma única vez em um dos $\underline{r}$ blocos. Os blocos são formados por $\underline{k}$ parcelas, com $k = c + p_j$, onde p_j ($j=1,2,\ldots,r$) é o número de tratamentos regulares por bloco.

Hipoteticamente cada ensaio se caracteriza por apresentar:

- número total de tratamentos, $t = 15$ "variedades" de cana-de-açúcar;
- número de tratamentos comuns, $c = 3$ "variedades" de cana-de-açúcar, indicadas por A, B, C;
- número de tratamentos regulares, $z = 12$ "variedades" de cana-de-açúcar, indicadas por a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l;
- número de blocos, $r = 4$;
- número de repetições para os tratamentos comuns = 4;
- número de repetições para os tratamentos regulares = 1;
- número de parcelas por bloco, $k = 6$;
- número de tratamentos regulares por bloco, $p_j = 3$;
- $\lambda = 1$ para tratamentos comuns e regulares;
- $\lambda = 0$ ou 1 para 2 tratamentos regulares.

Ao considerar o conjunto de ensaios, as características são as seguintes:

- número de ensaios, $g = 5$;
- número de blocos, $b = r.g = 20$;
- número de repetições para tratamentos comuns, $r_c = b = r.g = 20$;
- número de repetições para tratamentos regulares, $r_z = g = 5$.

Tabela 1. Dados hipotéticos em t./ha.

Ensaios	Blocos							Total blocos
E_1	1	(1) 107	(2) 100	(3) 108	(6) 101	(11) 119	(13) 105	640
	2	(1) 94	(2) 110	(3) 117	(10) 103	(12) 104	(15) 110	638
	3	(1) 103	(2) 99	(3) 108	(8) 87	(9) 102	(14) 87	586
	4	(1) 97	(2) 103	(3) 112	(4) 113	(5) 104	(7) 78	612
E_2	5	(1) 82	(2) 90	(3) 92	(4) 112	(7) 75	(13) 88	539
	6	(1) 103	(2) 90	(3) 118	(5) 82	(9) 110	(15) 105	608
	7	(1) 89	(2) 101	(3) 114	(8) 118	(11) 104	(12) 113	639
	8	(1) 93	(2) 102	(3) 111	(6) 66	(10) 91	(14) 96	559
E_3	9	(1) 194	(2) 189	(3) 184	(4) 193	(9) 152	(13) 171	1.083
	10	(1) 195	(2) 182	(3) 193	(5) 200	(8) 166	(14) 198	1.134
	11	(1) 191	(2) 188	(3) 182	(6) 162	(10) 186	(11) 203	1.112
	12	(1) 195	(2) 187	(3) 182	(7) 173	(12) 189	(15) 199	1.125
E_4	13	(1) 130	(2) 140	(3) 155	(6) 99	(9) 89	(10) 130	743
	14	(1) 114	(2) 112	(3) 122	(7) 94	(8) 113	(15) 112	667
	15	(1) 130	(2) 121	(3) 129	(5) 122	(12) 102	(14) 123	727
	16	(1) 136	(2) 127	(3) 133	(4) 112	(11) 113	(13) 127	748
E_5	17	(1) 143	(2) 152	(3) 154	(6) 122	(11) 138	(13) 135	844
	18	(1) 148	(2) 153	(3) 147	(10) 155	(12) 157	(15) 129	889
	19	(1) 150	(2) 153	(3) 148	(8) 116	(9) 133	(14) 134	834
	20	(1) 137	(2) 158	(3) 157	(4) 157	(5) 146	(7) 100	855

Total Geral = 15.582

Tabela 2. Totais dos tratamentos em t./ha.

Tratamentos	Variedades	Total dos tratamentos em t./ha
1	A	2.631
2	B	2.662
3	C	2.766
4	a	687
5	b	654
6	c	550
7	d	520
8	e	600
9	f	586
10	g	665
11	h	677
12	i	665
13	j	626
14	k	638
15	l	655

Tabela 3. Totais dos ensaios em t./ha.

Ensaios	Total dos ensaios em t./ha
E_1	2.476
E_2	2.345
E_3	4.454
E_4	2.885
E_5	3.422

2. Método

O presente estudo propõe realizar uma análise conjunta de um grupo de ensaios em blocos casualizados completos aumentados (FEDERER, 1956).

Para desenvolvê-la considerou-se o conjunto dos ensaios, como um delineamento comum em blocos incompletos, baseado nos trabalhos realizados por PIMENTEL GOMES e GUIMARÃES (1958), PAVATE (1961) e PIMENTEL GOMES (1970), admitindo-se que os ensaios apresentassem variâncias semelhantes.

Modelo matemático:

$$Y_{hj} = m + t_h + b_j + e_{hj} \qquad \begin{matrix} h=1,2,\ldots,t \\ j=1,2,\ldots,b \end{matrix} .$$

Ao partir do modelo $Y = X\beta + \varepsilon$, segundo PIMENTEL GOMES (1968), chegamos ao sistema de equações normais $X'X\hat{\beta} = X'Y$ com $X'X = S$, portanto, $S\hat{\beta} = X'Y$, onde,

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\tau} \\ \hat{b} \end{bmatrix}, \qquad \underset{(t\times 1)}{\hat{\tau}} = \begin{bmatrix} \hat{t}_1 \\ \hat{t}_2 \\ \vdots \\ \hat{t}_t \end{bmatrix}, \qquad \underset{(b\times 1)}{\hat{b}} = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \vdots \\ \hat{b}_b \end{bmatrix},$$

$\hat{\tau}$ = matriz correspondente às estimativas dos efeitos de tratamentos;

$\hat{b}$ = matriz correspondente às estimativas dos efeitos de blocos.

A matriz $\underline{X}$ abrange duas submatrizes, a submatriz X_1, que contém os coeficientes dos efeitos dos tratamentos, e a submatriz X_2, que contém os coeficientes dos efeitos de blocos.

Portanto:

$$S = X'X = \begin{bmatrix} X_1' \\ X_2' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 , X_2 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} X_1'X_1 & X_1'X_2 \\ X_2'X_1 & X_2'X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & N \\ N' & K \end{bmatrix} ,$$

onde, $X_1'X_1 = R = \text{diagonal } (r_1, r_2, \dots , r_t)$, de dimensões (txt);

$X_2'X_2 = K = \text{diagonal } (k_1, k_2, \dots , k_b)$, de dimensões (bxb);

$X_1'X_2 = N = \begin{bmatrix} n_{hj} \end{bmatrix}$, matriz de incidência, de dimensões (txb).

$$X'Y = \begin{bmatrix} X_1'Y \\ X_2'Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ B \end{bmatrix} ,$$

onde, T = Totais dos tratamentos;

B = Totais dos blocos.

Portanto, obteremos:

$$\begin{bmatrix} R & N \\ N' & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\tau} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ B \end{bmatrix}$$

Para eliminar o efeito de blocos do sistema anterior, pré-multiplicamos ambos os membros pela matriz

$$W = \begin{bmatrix} I_t - N K^{-1} \end{bmatrix} ,$$

desta feita obtemos o novo sistema

$$W\,S\,\hat{\beta} = W\,X'Y\,.$$

Assim teremos que

$$W\,S = \begin{bmatrix} I_t - N\,K^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & N \\ N' & K \end{bmatrix}$$

$$W\,S = \begin{bmatrix} R\,I_t - N\,K^{-1}\,N' \;,\; N\,I_t - N\,K^{-1}\,K \end{bmatrix}$$

$$W\,S = \begin{bmatrix} R - N\,K^{-1}\,N' \;,\; N - N \end{bmatrix}$$

Portanto,

$$W\,S = \begin{bmatrix} R - N\,K^{-1}\,N' \;,\; \Phi \end{bmatrix}$$

$$W\,S = \begin{bmatrix} C \;,\; \Phi \end{bmatrix}\,.$$

Como neste caso $k_1 = k_2 = \dots = k_b = k$, teremos

$$C = \begin{bmatrix} R - \frac{1}{k}\,N\,N' \end{bmatrix}$$

A matriz $N\,N'$ é constituída da seguinte forma:

$$N\,N' = \begin{bmatrix} r_1 & \lambda_{12} & \lambda_{13} & \dots & \lambda_{1t} \\ \lambda_{21} & r_2 & \lambda_{23} & \dots & \lambda_{2t} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & r_3 & \dots & \lambda_{3t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{t1} & \lambda_{t2} & \lambda_{t3} & \dots & r_t \end{bmatrix}$$

onde, $\lambda_{hh} = \Sigma\, n_{hj}^2 = r_h$ $(h=1,2,\ldots,t\ ;\ j=1,2,\ldots,b)$;

$\lambda_{hh'} = \Sigma\, n_{hj} . n_{h'j}$, representa o número de vezes que os tratamentos $\underline{h}$ e $\underline{h'}$ aparecem juntos dentro do mesmo bloco.

Desta feita os elementos da matriz $\underset{\sim}{C}$, serão dados por duas fórmulas:

$$c_{hh} = r\left(1 - \frac{1}{k}\right) \quad ,$$

$$c_{hh'} = - \frac{\lambda_{hh'}}{k} \quad .$$

Portanto:

$$W\, S\, \hat{\beta} = \begin{bmatrix} C \ , \ \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\tau} \\ \hat{b} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} T \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T - N\, K^{-1}\, B \end{bmatrix}$$

isto é,

$$C\, \hat{\tau} = \begin{bmatrix} T - N\, K^{-1}\, B \end{bmatrix} \quad .$$

Como $\underline{k}$ é constante, temos:

$$\begin{bmatrix} T - N\, K^{-1}\, B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T - \frac{1}{k} N\, B \end{bmatrix} = Q \ .$$

Portanto:

$$Q_h = T_h - \frac{1}{k} \sum_j^b n_{hj} \cdot B_j \quad .$$

Conclui-se, pois, que o sistema $W\,S\,\hat{\beta} = W\,X'Y$ poderá ser escrito da seguinte forma:

$$C\,\hat{\tau} = Q\ .$$

Para o caso em estudo, a matriz C será formada da seguinte forma:

1) Cálculo dos associados:

- Entre tratamentos comuns: $i=1,2,\ldots,c$

$$\lambda_{ii} = \Sigma\, n_{ij}^2 = r.g = r_c$$

- Entre 2 tratamentos comuns: $i \neq i'$

$$\lambda_{ii'} = \Sigma\, n_{ij} \cdot n_{i'j} = r.g = r_c$$

- Entre tratamentos comuns e tratamentos regulares: $\ell = 1,2,\ldots,z$

$$\lambda_{i\ell} = \lambda_{\ell i} = \Sigma\, n_{ij} \cdot n_{\ell j} = g = r_z$$

- Entre tratamentos regulares:

$$\lambda_{\ell\ell} = \Sigma\, n_{\ell j}^2 = g = r_z$$

- Entre 2 tratamentos regulares: $\ell \neq \ell'$

$$\lambda_{\ell\ell'} = \Sigma\, n_{\ell j} \cdot n_{\ell' j} = 0\ ,$$

quando o tratamento regular ℓ não aparece junto com o tratamento ℓ' dentro do mesmo bloco;

$\lambda_{\ell\ell'} = \Sigma\, n_{\ell j} \cdot n_{\ell' j} = 1, 2, \ldots, p_j$,

para o caso quando 2 tratamentos regulares ℓ e ℓ' aparecem juntos dentro de um mesmo bloco.

2) Cálculo dos elementos da matriz $\underline{C}$ ($C = R - N K^{-1} N'$)

- Para tratamentos comuns:

$$c_{ii} = r_c \left(1 - \frac{1}{k}\right) = r.g \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

- Para 2 tratamentos comuns: $i \neq i'$

$$c_{ii'} = -\frac{\lambda_{ii'}}{k} = -\frac{r.g}{k} = -\frac{r_c}{k}$$

- Para tratamentos comuns e tratamentos regulares:

$$c_{i\ell} = -\frac{\lambda_{i\ell}}{k} = -\frac{g}{k} = -\frac{r_z}{k}$$

- Para tratamentos regulares:

$$c_{\ell\ell} = r_z \left(1 - \frac{1}{k}\right) = g \left(1 - \frac{1}{k}\right)$$

- Para 2 tratamentos regulares: $\ell \neq \ell'$

$$c_{\ell\ell'} = -\frac{\lambda_{\ell\ell'}}{k} = 0 \quad ,$$

quando 2 tratamentos regulares não aparecem junto dentro de um mesmo bloco;

$$c_{\ell\ell'} = -\frac{\lambda_{\ell\ell'}}{k} \quad ,$$

quando os 2 tratamentos regulares aparecem juntos dentro do mesmo bloco.

Como o sistema de equações normais $C\,\hat{\tau} = Q$ com efeito de blocos eliminado é indeterminado, por ser singular a matriz $\underline{C}$, de dimensões (txt) e de características (t-1), para torná-lo determinado há necessidade de introduzir no sistema uma matriz de restrição, com as mesmas dimensões e característica igual ao grau de singularidade da matriz $\underline{C}$.

A restrição introduzida para tornar o sistema determinado segue um procedimento similar ao utilizado por PIMENTEL GOMES (1967), resultando um novo sistema de equações,

$$A\,\hat{\tau} = \Phi \quad ,$$

onde $\underline{A}$ é uma matriz singular de dimensões (txt), com característica igual ao grau de singularidade da matriz $\underline{C}$.

Desta feita,

$$\begin{cases} C\,\hat{\tau} = Q \\ A\,\hat{\tau} = \Phi \, , \end{cases}$$

subtraindo obteremos

$$(C - A)\,\hat{\tau} = Q \, ,$$

onde

$$(C - A) = M \quad ,$$

portanto

$$\underline{M}\,\hat{\underline{T}} = \underline{Q}\ ,$$

onde a matriz $\underline{M}$ é suposta não-singular de dimensões (txt), portanto

$$\hat{\underline{T}} = \underline{M}^{-1}\,\underline{Q}\ .$$

Através deste sistema obteremos as estimativas dos efeitos de tratamentos $(\hat{t}_h)$.

Tabela 4. Esquema da análise de variância.

Causa da variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Ensaios	$(g-1)$	$\frac{1}{r.k} \sum_{1}^{g} E_g^2 - \frac{G^2}{b.k}$	QME	QME/QMInt.=F(Ens.)
Blocos dentro Ensaios	$[g(r-1)]$	SQB - SQEnsaios	...	...
Blocos	$(b-1)$	$\frac{1}{k} \sum_{j}^{b} B_j^2 - \frac{G^2}{b.k}$	...	...
Tratamentos (ajustados)	$(t-1)$	$\hat{t}'\,Q = \sum_{h}^{t} \hat{t}_h\, Q_h$	QMT	QMT/QMInt. = F(Trat.)
Interação (Trat.x Ens.)	$(t-1)(g-1)$	SQTotal - SQB - SQT - SQR	QMInt.(TxE)	QMInt/QMR = F(Int.).
Resíduo	$[g(c-1)(r-1)]$	$\sum_{1}^{g}$ SQR E_g	QMR	
Total	$[b.k-1]$	$\sum_{h}^{t} \sum_{j}^{b} Y_{hj}^2 - \frac{G^2}{b.k}$		

As médias ajustadas dos tratamentos serão calculadas através:

$$\hat{m}_h = \hat{m} + \hat{t}_h\ ,$$

onde, $\hat{m}_h$ = média ajustada do tratamento h ;

$\hat{m}$ = média geral = $\dfrac{G}{b.k}$;

$\hat{t}_h$ = estimativa do efeito de tratamento h .

Para a comparação das médias ajustadas, a variância dos contrastes será calculada da seguinte forma:

$$\hat{V}(\hat{t}_h - \hat{t}_{h'}) = \hat{V}(\hat{t}_h) + \hat{V}(\hat{t}_{h'}) - 2\ \hat{Cov}\ (\hat{t}_h\ ,\ \hat{t}_{h'})\ .$$

As variâncias dos tratamentos e as covariências serão extraídas da matriz de dispersão,

$$D = \sigma^2 \ . \ M^{-1} \ . \ C \ . \ M^{-1'} \quad ,$$

como trabalhamos com a estimativa de σ^2, portanto

$$D = s^2\ M^{-1}\ C\ M^{-1'}$$

$$D = s^2 \begin{bmatrix} \hat{V}(\hat{t}_1) & \hat{Cov}(\hat{t}_1,\hat{t}_2) & \cdots & \hat{Cov}(\hat{t}_1,\hat{t}_h) \\ \hat{Cov}(\hat{t}_2,\hat{t}_1) & \hat{V}(\hat{t}_2) & \cdots & \hat{Cov}(\hat{t}_2,\hat{t}_h) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{Cov}(\hat{t}_h,\hat{t}_1) & \hat{Cov}(\hat{t}_h,\hat{t}_2) & \cdots & \hat{V}(\hat{t}_h) \end{bmatrix}$$

Aplicação do teste Tukey

As médias ajustadas dos tratamentos, serão comparadas entre si, através da aplicação do teste Tukey. Cada contraste será estudado individualmente, e calcula-se para cada um a DMS ao nível de 5% e 1% de probabilidade.

Segundo PIMENTEL GOMES (1973), a fórmula utilizada para o cálculo da Diferença Mínima Significativa (DMS) é a seguinte:

$$DMS = q \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \hat{V}(\hat{t}_h - \hat{t}_{h'})} \quad .$$

CAPÍTULO IV

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Primeiramente consideremos os quadrados médios residuais, obtidos da análise estatística individual dos ensaios. Para que os ensaios possam ser agrupados sem dificuldades é preciso que esses quadrados médios residuais não sejam muito diferentes entre si. Estudos de BOX (1954), citado por PIMENTEL GOMES (1973), indicam que se todos os ensaios possuirem o mesmo número de parcelas, a relação entre o maior quadrado médio residual e o menor deles poderá ir até 3 ou 4 sem que isso cause prejuízos sérios à análise.

Tabela 5. Resultados individuais dos quadrados médios residuais dos ensaios.

	Ensaios				
	1	2	3	4	5
G.L. Resíduo	6	6	6	6	6
S.Q. Resíduo	229,3333	291,3333	107,5000	258,1667	188,6667
Q.M. Resíduo	38,2222	48,5555	17,9167	43,0278	31,4445

Como podemos observar, os quadrados médios residuais para os ensaios não diferem muito entre si. Portanto podem ser agrupados sem dificuldades.

Aplicando o método desenvolvido no ítem 2 do Capítulo III, primeiramente obteremos a matriz

$$C = R - N\ K^{-1}\ N',$$

ou

$$C = R - \frac{1}{k} N\ N' \ .$$

Tabela 6. Matriz $\underset{\sim}{R}$ de dimensões (15x15).

$$
\begin{bmatrix}
20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5
\end{bmatrix}
$$

Tabela 7. Matriz $\underline{N}$ de dimensões (15x20).

$$
\begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

Matriz $\underset{\sim}{K}$ de dimensões (20x20):

$K = \text{diag}\ (k_1, k_2, \ldots, k_{20})$.

Como $k_1 = k_2 = \ldots = k_{20} = k = 6$, portanto ,

$K = \text{diag}\ (6, 6, 6, \ldots, 6)$.

Tabela 8. Matriz N N' de dimensões (15x15).

$$
\begin{bmatrix}
20 & 20 & 20 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
20 & 20 & 20 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
20 & 20 & 20 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\
5 & 5 & 5 & 5 & 2 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 0 \\
5 & 5 & 5 & 2 & 5 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\
5 & 5 & 5 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 3 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\
5 & 5 & 5 & 3 & 2 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\
5 & 5 & 5 & 0 & 1 & 0 & 1 & 5 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & 1 \\
5 & 5 & 5 & 1 & 1 & 1 & 0 & 2 & 5 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\
5 & 5 & 5 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 1 & 5 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 \\
5 & 5 & 5 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 & 5 & 1 & 3 & 0 & 0 \\
5 & 5 & 5 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 & 1 & 5 & 0 & 1 & 3 \\
5 & 5 & 5 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 5 & 0 & 0 \\
5 & 5 & 5 & 0 & 2 & 1 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \\
5 & 5 & 5 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 1 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 5
\end{bmatrix}
$$

Tabela 9. Matriz C de dimensões (15x15).

20(1-1/6)	-20/6	-20/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6
-20/6	20(1-1/6)	-20/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6
-20/6	-20/6	20(1-1/6)	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 5/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	5(1-1/6)	- 2/6	0	- 3/6	0	- 1/6	0	- 1/6	0	- 3/6	0	0
- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 2/6	5(1-1/6)	0	- 2/6	- 1/6	- 1/6	0	0	- 1/6	0	- 2/6	- 1/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	0	0	5(1-1/6)	0	0	- 1/6	- 3/6	- 3/6	0	- 2/6	- 1/6	0
- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 3/6	- 2/6	0	5(1-1/6)	- 1/6	0	0	0	- 1/6	- 1/6	0	- 2/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	0	- 1/6	0	- 1/6	5(1-1/6)	- 2/6	0	- 1/6	- 1/6	0	- 3/6	- 1/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 1/6	- 1/6	- 1/6	0	- 2/6	5(1-1/6)	- 1/6	0	0	- 1/6	- 2/6	- 1/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	0	0	- 3/6	0	0	- 1/6	5(1-1/6)	- 1/6	- 2/6	0	- 1/6	- 2/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 1/6	0	- 3/6	0	- 1/6	0	- 1/6	5(1-1/6)	- 1/6	- 3/6	0	0
- 5/6	- 5/6	- 5/6	0	- 1/6	0	- 1/6	- 1/6	0	- 2/6	- 1/6	5(1-1/6)	0	- 1/6	- 3/6
- 5/6	- 5/6	- 5/6	- 3/6	0	- 2/6	- 1/6	0	- 1/6	0	- 3/6	0	5(1-1/6)	0	0
- 5/6	- 5/6	- 5/6	0	- 2/6	- 1/6	0	- 3/6	- 2/6	- 1/6	0	- 1/6	0	5(1-1/6)	0
- 5/6	- 5/6	- 5/6	0	- 1/6	0	- 2/6	- 1/6	- 1/6	- 2/6	0	- 3/6	0	0	5(1-1/6)

A matriz C obtida é singular de característica (15 - 1 = 14) e de dimensões (15x15), tornando o sistema indeterminado, há para tal necessidade de aplicar uma restrição, através da matriz A de dimensões e característica igual ao grau de singularidade da matriz C.

Desta feita obteremos

$$\begin{array}{r} C\ \hat{\tau} = Q \\ A\ \hat{\tau} = \Phi \\ \hline (C-A)\hat{\tau} = Q \end{array} \quad ,$$

onde $(C-A) = M$.

Empregou-se neste caso a seguinte restrição:

$$\frac{r.g}{k}\ \Sigma\ \hat{t}_h = \frac{r.g}{k}\ \Sigma\ \hat{t}_i + \frac{g}{k}\ \Sigma\ \hat{t}_\ell = 0 \quad ,$$

onde, $i=1,2,\ldots,c$; $\ell=1,2,\ldots,z$; $h=1,2,\ldots,t$.

Portanto, teremos que:

$$\frac{20}{6}\hat{t}_1 + \frac{20}{6}\hat{t}_2 + \frac{20}{6}\hat{t}_3 + \frac{5}{6}\hat{t}_4 + \frac{5}{6}\hat{t}_5 + \frac{5}{6}\hat{t}_6 +$$

$$+ \frac{5}{6}\hat{t}_7 + \frac{5}{6}\hat{t}_8 + \frac{5}{6}\hat{t}_9 + \frac{5}{6}\hat{t}_{10} + \frac{5}{6}\hat{t}_{11} +$$

$$+ \frac{5}{6}\hat{t}_{12} + \frac{5}{6}\hat{t}_{13} + \frac{5}{6}\hat{t}_{14} + \frac{5}{6}\hat{t}_{15} = 0 \ .$$

Tabela 10. Matriz $\underline{A}$ de dimensões (15x15) e característica igual a 1.

$$
\begin{bmatrix}
20/6 & 20/6 & 20/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 \\
20/6 & 20/6 & 20/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 \\
20/6 & 20/6 & 20/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 & 5/6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
$$

Tabela 11. Matriz $\underline{M}$ de dimensões (15x15).

$$
\begin{bmatrix}
20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 5(1-1/6) & -2/6 & 0 & -3/6 & 0 & -1/6 & 0 & -1/6 & 0 & -3/6 & 0 & 0 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & -2/6 & 5(1-1/6) & 0 & -2/6 & -1/6 & -1/6 & 0 & 0 & -1/6 & 0 & -2/6 & -1/6 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 0 & 0 & 5(1-1/6) & 0 & 0 & -1/6 & -3/6 & -3/6 & 0 & -2/6 & -1/6 & 0 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & -3/6 & -2/6 & 0 & 5(1-1/6) & -1/6 & 0 & 0 & 0 & -1/6 & -1/6 & 0 & -2/6 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 0 & -1/6 & 0 & -1/6 & 5(1-1/6) & -2/6 & 0 & -1/6 & -1/6 & 0 & -3/6 & -1/6 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & -1/6 & -1/6 & -1/6 & 0 & -2/6 & 5(1-1/6) & -1/6 & 0 & 0 & -1/6 & -2/6 & -1/6 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 0 & 0 & -3/6 & 0 & 0 & -1/6 & 5(1-1/6) & -1/6 & -2/6 & 0 & -1/6 & -2/6 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & -1/6 & 0 & -3/6 & 0 & -1/6 & 0 & -1/6 & 5(1-1/6) & -1/6 & -3/6 & 0 & 0 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 0 & -1/6 & 0 & -1/6 & -1/6 & 0 & -2/6 & -1/6 & 5(1-1/6) & 0 & -1/6 & -3/6 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & -3/6 & 0 & -2/6 & -1/6 & 0 & -1/6 & 0 & -3/6 & 0 & 5(1-1/6) & 0 & 0 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 0 & -2/6 & -1/6 & 0 & -3/6 & -2/6 & -1/6 & 0 & -1/6 & 0 & 5(1-1/6) & 0 \\
-5/6 & -5/6 & -5/6 & 0 & -1/6 & 0 & -2/6 & -1/6 & -1/6 & -2/6 & 0 & -3/6 & 0 & 0 & 5(1-1/6)
\end{bmatrix}
$$

A matriz $\underline{M}$ obtida, é não-singular, e não é simétrica.

Cálculo de $Q_h = T_h - N K^{-1} B_j = T_h - \frac{1}{k} N B_j$.

Portanto,

$$Q_1 = T_1 - \frac{1}{k}(B_1 + B_2 + \dots + B_{20}) = T_1 - \frac{1}{k} G = 34{,}0000$$

$$Q_2 = T_2 - \frac{1}{k} G = 65{,}0000$$

$$Q_3 = T_3 - \frac{1}{k} G = 169{,}0000$$

$$Q_4 = T_4 - \frac{1}{k}(B_4 + B_5 + B_9 + B_{16} + B_{20}) = 47{,}5000$$

$$Q_5 = T_5 - \frac{1}{k}(B_4 + B_6 + B_{10} + B_{15} + B_{20}) = -\ 2{,}0000$$

$$Q_6 = T_6 - \frac{1}{k}(B_1 + B_8 + B_{11} + B_{13} + B_{17}) = -\ 99{,}6667$$

$$Q_7 = T_7 - \frac{1}{k}(B_4 + B_5 + B_{12} + B_{14} + B_{20}) = -\ 113{,}0000$$

$$Q_8 = T_8 - \frac{1}{k}(B_3 + B_7 + B_{10} + B_{14} + B_{19}) = -\ 43{,}3333$$

$$Q_9 = T_9 - \frac{1}{k}(B_3 + B_6 + B_9 + B_{13} + B_{19}) = -\ 56{,}3333$$

$$Q_{10} = T_{10} - \frac{1}{k}(B_2 + B_8 + B_{11} + B_{13} + B_{18}) = 8{,}1667$$

$$Q_{11} = T_{11} - \frac{1}{k}(B_1 + B_7 + B_{11} + B_{16} + B_{17}) = 13{,}1667$$

$$Q_{12} = T_{12} - \frac{1}{k}(B_2 + B_7 + B_{12} + B_{15} + B_{18}) = -\ 4{,}6667$$

$$Q_{13} = T_{13} - \frac{1}{k}(B_1 + B_5 + B_9 + B_{16} + B_{17}) = -16{,}3333$$

$$Q_{14} = T_{14} - \frac{1}{k}(B_3 + B_8 + B_{10} + B_{15} + B_{19}) = -2{,}0000$$

$$Q_{15} = T_{15} - \frac{1}{k}(B_2 + B_6 + B_{12} + B_{14} + B_{18}) = 0{,}5000$$

$$\Sigma\, Q_h = 0 \qquad , \qquad h=1,2,\ldots,t \;.$$

Cálculo dos efeitos de tratamentos ($\hat{t}_h$):

$$\left[\hat{\tau}\right] = M^{-1}\,Q\,.$$

$$\begin{bmatrix} \hat{t}_1 \\ \hat{t}_2 \\ \hat{t}_3 \\ \hat{t}_4 \\ \hat{t}_5 \\ \hat{t}_6 \\ \hat{t}_7 \\ \hat{t}_8 \\ \hat{t}_9 \\ \hat{t}_{10} \\ \hat{t}_{11} \\ \hat{t}_{12} \\ \hat{t}_{13} \\ \hat{t}_{14} \\ \hat{t}_{15} \end{bmatrix} = \left[M^{-1}\right] \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \\ Q_9 \\ Q_{10} \\ Q_{11} \\ Q_{12} \\ Q_{13} \\ Q_{14} \\ Q_{15} \end{bmatrix} = \left[M^{-1}\right] \begin{bmatrix} 34{,}0000 \\ 65{,}0000 \\ 169{,}0000 \\ 47{,}5000 \\ -\ 2{,}0000 \\ -\ 99{,}6667 \\ -\ 113{,}0000 \\ -\ 43{,}3333 \\ -\ 56{,}3333 \\ 8{,}1667 \\ 13{,}1667 \\ -\ 4{,}6667 \\ -\ 16{,}3333 \\ -\ 2{,}0000 \\ 0{,}5000 \end{bmatrix}$$

Tabela 12. Matriz M^{-1} de dimensões (15x15).

0,050000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,000000	0,050000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,000000	0,000000	0,050000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,016660	0,016660	0,016660	0,251317	0,024270	0,005632	0,034250	0,004923	0,013688	0,002751	0,015346	0,004163	0,034368	0,004127	0,005175
0,016660	0,016660	0,016660	0,024270	0,248353	0,002929	0,025454	0,016417	0,015272	0,004482	0,003382	0,014932	0,005184	0,023932	0,015407
0,016661	0,016661	0,016661	0,005632	0,002929	0,251405	0,002712	0,004827	0,014442	0,033505	0,035233	0,005589	0,025681	0,013609	0,004454
0,016660	0,016660	0,016660	0,034250	0,025454	0,002712	0,249806	0,013855	0,005740	0,004075	0,004842	0,015178	0,015159	0,005035	0,023915
0,016665	0,016665	0,016665	0,004923	0,016417	0,004827	0,013855	0,248970	0,024674	0,005848	0,012079	0,015317	0,003970	0,034199	0,015037
0,016664	0,016664	0,016664	0,013688	0,015272	0,014442	0,005740	0,024674	0,247398	0,014469	0,005721	0,005892	0,013628	0,025346	0,013837
0,016661	0,016661	0,016661	0,002751	0,004482	0,033505	0,004075	0,005848	0,014469	0,249715	0,016042	0,024667	0,005675	0,014555	0,024235
0,016664	0,016664	0,016664	0,015346	0,003382	0,035233	0,004842	0,012079	0,005721	0,016042	0,250683	0,012819	0,035160	0,004745	0,004056
0,016664	0,016664	0,016664	0,004163	0,014932	0,005589	0,015178	0,015317	0,005892	0,024667	0,012819	0,249016	0,003328	0,014694	0,034512
0,016660	0,016660	0,016660	0,034368	0,005184	0,025681	0,015149	0,003970	0,013628	0,005675	0,035160	0,003328	0,251529	0,003369	0,002976
0,016661	0,016661	0,016661	0,004127	0,023932	0,013609	0,005035	0,034199	0,025346	0,014555	0,004745	0,014694	0,003369	0,249740	0,006674
0,016661	0,016661	0,016661	0,005175	0,015407	0,004454	0,023915	0,015037	0,013837	0,024235	0,004056	0,034512	0,002976	0,006674	0,249744

Tabela 13. Estimativa dos efeitos de tratamentos $\hat{t}_h$.

Tratamentos	Estimativa dos efeitos de tratamentos
1	1,7000
2	3,2500
3	8,4500
4	10,5509
5	0,2561
6	- 21,4081
7	- 23,5564
8	- 9,5011
9	- 12,1381
10	1,6631
11	3,0452
12	0,4570
13	- 2,7731
14	- 0,7526
15	0,2853

Cálculo das somas de quadrados

$$\text{SQ Ensaios} = \frac{1}{24} \sum_{1}^{5} E_g^2 - \frac{G^2}{120} = 122.553{,}3833$$

$$\text{SQ Blocos (usual)} = \frac{1}{6} \sum_{1}^{20} B_j^2 - \frac{G^2}{120} = 125.142{,}9667$$

SQ Blocos d.Ensaios = SQ Blocos (usual) - SQ Ensaios

SQ Blocos d.Ensaios = 2.589,5832

$$SQ \text{ Tratamentos (ajust.)} = \hat{\tau}' Q = \hat{t}_1 Q_1 + \hat{t}_2 Q_2 + \cdots + \hat{t}_{15} Q_{15}$$

$$SQ \text{ Tratamentos (ajust.)} = 8.191,8252$$

$$SQ \text{ Resíduo} = \sum_{1}^{5} SQR\ E_g = SQR\ E_1 + \cdots + SQR\ E_5 = 1.075,0000$$

$$SQ \text{ Total} = \sum_{1}^{15} \sum_{1}^{20} y_{hj}^2 - \frac{G^2}{120} = 143.093,3000$$

$$\begin{aligned} SQ \text{ Interação Tratamentos x Ensaios} &= SQ \text{ Total} - SQ \text{ Resíduo} - \\ &- SQ \text{ Blocos (usual)} - \\ &- SQ \text{ Trat. (ajust.)} = \\ &= 8683,5081 . \end{aligned}$$

Tabela 14. Análise da variância.

Causas da variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Ensaios	4	122.553,3833	30.638,3458	197,5869**
Blocos d.Ensaios	15	2.589,5832	...	...
(Blocos)	(19)	(125.142,9667)	...	...
Tratamentos (ajust.)	14	8.191,8252	585,1304	3,7735**
Interação Trat.xEnsaios	56	8.683,5081	155,0626	6,1877**
Resíduo	30	1.075,0000	35,8333	
T o t a l	119	143.093,3000		

** = significativo ao nível de 1% de probabilidade.

Ao analisar a Tabela 14, verificamos que:

a) O teste F para tratamentos ajustados é significativo ao nível de 1% de probabilidade, que indica a existência de diferença significativa entre os tratamentos.

b) O teste F para ensaios é altamente significativo, que indica a existência de diferença significativa entre os ensaios.

c) O teste F para interação (tratamentos x ensaios) é significativo ao nível de 1% de probabilidade, indicando que os tratamentos variam de comportamento de um ensaio para o outro.

Cálculo das médias ajustadas dos tratamentos

$$\hat{m}_h = \hat{m} + \hat{t}_h$$

$$\hat{m} = \frac{15.582}{120} = 129{,}850 \text{ t./ha.}$$

Tabela 15. Médias ajustadas dos tratamentos (t./ha).

Tratamentos	Médias ajustadas (t./ha)
1 (A)	131,550
2 (B)	133,100
3 (C)	138,300
4 (a)	140,401
5 (b)	130,106
6 (c)	108,442
7 (d)	106,294
8 (e)	120,349
9 (f)	117,712
10 (g)	131,513
11 (h)	132,895
12 (i)	130,307
13 (j)	127,077
14 (k)	129,097
15 (l)	130,135

Tabela 16. Matriz de dispersão ($D = s^2 M^{-1} C M^{-1'}$) de dimensões (15x15).

s^2

0,041667	-0,008332	-0,008332	-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,008331	-0,008331	-0,008329	-0,008331	-0,008331	-0,008329	-0,008329	-0,008329
-0,008332	0,041667	-0,008332	-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,008331	-0,008331	-0,008329	-0,008331	-0,008331	-0,008329	-0,008329	-0,008329
-0,008332	-0,008332	0,041667	-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,008331	-0,008331	-0,008329	-0,008331	-0,008331	-0,008329	-0,008329	-0,008329
-0,008329	-0,008329	-0,008329	0,226336	-0,000710	-0,019349	0,009269	-0,020063	-0,011298	-0,022230	-0,009641	-0,020823	0,009386	-0,020854	-0,019806
-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,000710	0,223371	-0,022052	0,000473	-0,008570	-0,009714	-0,020499	-0,021605	-0,010054	-0,019797	-0,001049	-0,009574
-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,019349	-0,022052	0,226423	-0,022269	-0,020160	-0,010545	0,008522	0,010246	-0,019398	0,000699	-0,011372	-0,020527
-0,008329	-0,008329	-0,008329	0,009269	0,000473	-0,022269	0,224825	-0,011132	-0,019247	-0,020906	-0,020144	-0,009809	-0,009832	-0,019946	-0,001066
-0,008331	-0,008331	-0,008331	-0,020063	-0,008570	-0,020160	-0,011132	0,223875	-0,000319	-0,019139	-0,012914	-0,009676	-0,021017	0,009210	-0,009951
-0,008331	-0,008331	-0,008331	-0,011298	-0,009714	-0,010545	-0,019247	-0,000319	0,222404	-0,010517	-0,019271	-0,019100	-0,011359	0,000358	-0,011149
-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,022230	-0,020499	0,008522	-0,020906	-0,019139	-0,010517	0,224733	-0,008945	-0,000320	-0,019306	-0,010427	-0,000747
-0,008331	-0,008331	-0,008331	-0,009641	-0,021605	0,010246	-0,020144	-0,012914	-0,019271	-0,008945	0,225689	-0,012174	0,010172	-0,020242	-0,020931
-0,008331	-0,008331	-0,008331	-0,020823	-0,010054	-0,019398	-0,009809	-0,009676	-0,019100	-0,000320	-0,012174	0,224023	-0,021658	-0,010293	0,009524
-0,008329	-0,008329	-0,008329	0,009386	-0,019797	0,000699	-0,009832	-0,021017	-0,011359	-0,019306	0,010172	-0,021658	0,226547	-0,021612	-0,022005
-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,020854	-0,001049	-0,011372	-0,019946	0,009210	0,000358	-0,010427	-0,020242	-0,010293	-0,021612	0,224757	-0,018308
-0,008329	-0,008329	-0,008329	-0,019806	-0,009574	-0,020527	-0,001066	-0,009951	-0,011149	-0,000747	-0,020931	0,009524	-0,022005	-0,018308	0,224761

Tabela 17. Comparação das médias. Aplicação do teste Tukey.

Contrastes e respectivas médias (t./ha)		$\hat{V}(\hat{t}_h - \hat{t}_{h'})$	DMS 1%	DMS 5%	Diferença entre médias (t./ha)
1(131,550)	2(133,100)	3,583330	8,219	6,974	1,550
1(131,550)	3(138,300)	3,583330	8,219	6,974	6,750
1(131,550)	4(140,401)	10,200414	13,866	11,766	8,851
1(131,550)	5(130,106)	10,094170	13,794	11,705	1,444
1(131,550)	6(108,442)	10,203533	13,868	11,768	23,108**
1(131,550)	7(106,294)	10,146266	13,830	11,735	25,256**
1(131,550)	8(120,349)	10,115979	13,809	11,717	11,201
1(131,550)	9(117,712)	10,059679	13,770	11,685	13,828**
1(131,550)	10(131,513)	10,142969	13,827	11,733	0,037
1(131,550)	11(132,895)	10,177390	13,851	11,753	1,345
1(131,550)	12(130,307)	10,117665	13,810	11,718	1,243
1(131,550)	13(127,077)	10,207974	13,871	11,770	4,473
1(131,550)	14(129,097)	10,143841	13,828	11,733	2,453
1(131,550)	15(130,135)	10,144011	13,828	11,734	1,415
2(133,100)	3(138,300)	3,583330	8,216	6,974	5,200
2(133,100)	4(140,401)	10,200414	13,866	11,766	7,301
2(133,100)	5(130,106)	10,094170	13,794	11,705	2,994
2(133,100)	6(108,442)	10,203533	13,869	11,768	24,658**
2(133,100)	7(106,294)	10,146266	13,830	11,735	26,806**
2(133,100)	8(120,349)	10,115979	13,809	11,717	12,751*
2(133,100)	9(117,712)	10,059679	13,770	11,685	15,388**
2(133,100)	10(131,513)	10,142969	13,827	11,733	1,587
2(133,100)	11(132,895)	10,177390	13,851	11,753	0,205
2(133,100)	12(130,307)	10,117665	13,810	11,718	2,793
2(133,100)	13(127,077)	10,207974	13,872	11,770	6,023
2(133,100)	14(129,097)	10,143841	13,828	11,733	4,003
2(133,100)	15(130,135)	10,144011	13,828	11,734	2,965
3(138,300)	4(140,401)	10,200414	13,866	11,766	2,101
3(138,300)	5(130,106)	10,094170	13,794	11,705	8,194
3(138,300)	6(108,442)	10,203533	13,869	11,768	29,858**
3(138,300)	7(106,294)	10,146266	13,830	11,735	32,006**
3(138,300)	8(120,349)	10,115979	13,809	11,717	17,951**
3(138,300)	9(117,712)	10,059679	13,770	11,685	20,588**
3(138,300)	10(131,513)	10,142969	13,827	11,733	6,787
3(138,300)	11(132,895)	10,177390	13,851	11,753	5,405
3(138,300)	12(130,307)	10,117665	13,810	11,718	7,993
3(138,300)	13(127,077)	10,207974	13,872	11,770	11,223
3(138,300)	14(129,097)	10,143841	13,828	11,733	9,203
3(138,300)	15(130,135)	10,144011	13,828	11,734	8,165

continuação

Contrastes e respectivas médias (t./ha)		$\hat{V}(\hat{t}_h - \hat{t}_{h'})$	DMS 1%	DMS 5%	Diferença entre médias (t./ha)
4(140,401) ,	5(130,106)	16,165442	17,456	14,812	10,295
4(140,401) ,	6(108,442)	17,610596	18,220	15,460	31,959**
4(140,401) ,	7(106,294)	15,502320	17,094	14,505	34,107**
4(140,401) ,	8(120,349)	17,573086	18,201	15,444	20,052**
4(140,401) ,	9(117,712)	16,889609	17,843	15,140	22,689**
4(140,401) ,	10(131,513)	17,756495	18,295	15,524	8,888
4(140,401) ,	11(132,895)	16,888539	17,842	15,140	7,506
4(140,401) ,	12(130,307)	17,630207	18,230	15,469	10,094
4(140,401) ,	13(127,077)	15,555591	17,124	14,530	13,324
4(140,401) ,	14(129,097)	17,658775	18,245	15,481	11,304
4(140,401) ,	15(130,135)	17,583821	18,206	15,448	10,266
5(130,106) ,	6(108,442)	17,698062	18,265	15,498	21,664**
5(130,106) ,	7(106,294)	16,026464	17,381	14,748	23,812**
5(130,106) ,	8(120,349)	16,644175	17,713	15,030	9,757
5(130,106) ,	9(117,712)	16,669863	17,726	15,041	12,394
5(130,106) ,	10(131,513)	17,526157	18,176	15,423	1,407
5(130,106) ,	11(132,895)	17,639714	18,235	15,473	2,789
5(130,106) ,	12(130,307)	16,752197	17,770	15,079	0,201
5(130,106) ,	13(127,077)	17,540879	18,184	15,429	3,029
5(130,106) ,	14(129,097)	16,133149	17,439	14,797	1,009
5(130,106) ,	15(130,135)	16,744281	17,766	15,075	0,029
6(108,442) ,	7(106,294)	17,765675	18,299	15,528	2,148
6(108,442) ,	8(120,349)	17,584103	18,206	15,448	11,907
6(108,442) ,	9(117,712)	16,838728	17,816	15,117	9,270
6(108,442) ,	10(131,513)	15,555603	17,124	14,530	23,071**
6(108,442) ,	11(132,895)	15,466405	17,075	14,488	24,453**
6(108,442) ,	12(130,307)	17,531213	18,179	15,425	21,865**
6(108,442) ,	13(127,077)	16,181281	17,465	14,819	18,635**
6(108,442) ,	14(129,097)	16,982327	17,892	15,182	20,655**
6(108,442) ,	15(130,135)	17,638607	18,234	15,472	21,693**
7(106,294) ,	8(120,349)	16,879845	17,838	15,136	14,055
7(106,294) ,	9(117,712)	17,405118	18,113	15,370	11,418
7(106,294) ,	10(131,513)	17,607434	18,218	15,459	25,219**
7(106,294) ,	11(132,895)	17,587132	18,208	15,450	26,601**
7(106,294) ,	12(130,307)	16,786715	17,788	15,094	24,013**
7(106,294) ,	13(127,077)	16,878830	17,837	15,135	20,783**
7(106,294) ,	14(129,097)	17,539514	18,183	15,429	22,803**
7(106,294) ,	15(130,135)	16,186634	17,468	14,822	23,841**
8(120,346) ,	9(117,712)	16,018212	17,376	14,745	2,634
8(120,349) ,	10(131,513)	17,450388	18,137	15,390	11,164
8(120,349) ,	11(132,895)	17,038548	17,921	15,207	12,546

continuação

Contrastes e respectivas médias (t./ha)	$\hat{V}(\hat{t}_h-\hat{t}_{h'})$	DMS 1%	DMS 5%	Diferença entre médias (t./ha)
8(120,349) , 12(130,307)	16,746743	17,767	15,076	9,958
8(120,349) , 13(127,077)	17,650011	18,240	15,477	6,728
8(120,349) , 14(129,097)	15,419470	17,049	14,466	8,748
8(120,349) , 15(130,135)	16,792917	17,792	15,097	9,786
9(117,712) , 10(131,513)	16,776217	17,783	15,089	13,801
9(117,712) , 11(132,895)	17,437843	18,130	15,384	15,183
9(117,712) , 12(130,307)	17,365858	18,093	15,352	12,595
9(117,712) , 13(127,077)	16,901529	17,849	15,146	9,365
9(117,712) , 14(129,097)	15,997613	17,365	14,735	11,385
9(117,712) , 15(130,135)	16,822545	17,807	15,110	12,423
10(131,513) , 11(132,895)	16,781224	17,785	15,092	1,382
10(131,513) , 12(130,307)	16,103383	17,423	14,784	1,206
10(131,513) , 13(127,077)	17,554475	18,191	15,435	4,436
10(131,513) , 14(129,097)	16,853992	17,824	15,124	2,416
10(131,513) , 15(130,135)	16,160442	17,453	14,810	1,378
11(132,895) , 12(130,307)	16,987179	17,894	15,184	2,588
11(132,895) , 13(127,077)	15,476126	17,080	14,493	5,818
11(132,895) , 14(129,097)	17,591714	18,210	15,452	3,798
11(132,895) , 15(130,135)	17,641285	18,236	15,474	2,760
12(130,307) , 13(127,077)	17,697630	18,265	15,498	3,230
12(130,307) , 14(129,097)	16,818986	17,805	15,109	1,210
12(130,307) , 15(130,135)	15,398875	17,037	14,457	0,172
13(127,077) , 14(129,097)	17,720626	18,277	15,508	2,020
13(127,077) , 15(130,135)	17,748961	18,291	15,521	3,058
14(129,097) , 15(130,135)	17,419855	18,121	15,376	1,038

** = significativo ao nível de 1%;
 * = significativo ao nível de 5%;
DMS 1% = Diferença Mínima Significativa ao nível de 1% de probabilidade;
DMS 5% = Diferença Mínima Significativa ao nível de 5% de probabilidade;
$\hat{V}(\hat{t}_h-\hat{t}_{h'})$ = variância do contraste.

Ao analisar a tabela 17, verificamos que:

a) O tratamento 1 correspondente à "variedade" A, superou significativamente em produtividade, ao nível de 1% de probabilidade, os seguintes tratamentos: 6, 7 e 9, que correspondem às "variedades" c, d e f.

b) O tratamento 2 correspondente à "variedade" B, superou significativamente em produtividade, ao nível de 1% de probabilidade, os seguintes tratamentos: 6, 7 e 9, que correspondem às "variedades" c, d e f; e ao nível de 5% de probabilidade o tratamento 8, correspondente à "variedade" e.

c) Os tratamentos 3 e 4 correspondentes respectivamente às "variedades" C e a superaram significativamente em produtividade ao nível de 1% de probabilidade, os seguintes tratamentos: 6, 7, 8 e 9, que correspondem respectivamente às "variedades" c, d, e e f.

d) O tratamento 5 correspondente à "variedade" b, superou significativamente em produtividade, ao nível de 1% de probabilidade, os seguintes tratamentos: 6 e 7, que correspondem às "variedades" c e d.

e) Os tratamentos 6 e 7 correspondentes respectivamente às "variedades" c e d, foram superados significativamente em produtividade ao nível de 1% de probabilidade, pelos seguintes tratamentos: 10, 11, 12, 13, 14 e 15, que correspondem às "variedades" g, h, i, j, k, e <u>l</u>.

f) Entre os demais tratamentos não foram constatadas diferenças significativas.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

Através da análise de variância se conclui que, embora haja interação significativa tratamentos x ensaios, isto é, embora o comportamento relativo dos tratamentos varie significativamente de uma localidade para outra, há efeitos gerais das variedades que se sobrepõem a essas variações, de sorte que se podem indicar algumas variedades como de maior produção para toda a região, não apenas de interesse local.

As variedades que mais se destacaram de uma maneira geral relativamente à produtividade, foram:

"Variedade" a com média de 140,401 t./ha;

"Variedade" C com média de 138,300 t./ha;

"Variedade" B com média de 133,100 t./ha.

As variedades que apresentaram menor produtividade de uma maneira geral, foram:

"Variedade" d com média de 106,294 t./ha;

"Variedade" c com média de 108,442 t./ha.

CAPÍTULO VI

R E S U M O

O presente estudo visa a efetuar uma análise conjunta de ensaios em blocos casualizados completos aumentados, cada ensaio apresenta os mesmos $t = c + z$ tratamentos, distribuídos em r blocos, onde os c tratamentos são considerados comuns, pois aparecem nos r blocos, e os z tratamentos são considerados regulares, pois aparecem uma única vez em um dos r blocos. Os blocos são formados por k parcelas, sendo $k = c + p_j$, onde p_j $(j=1,2,\ldots,r)$ é o número de tratamentos regulares por bloco.

Para desenvolvê-lo, considerou-se o conjunto dos ensaios como um delineamento comum em blocos incompletos, baseado nos trabalhos de PIMENTEL GOMES e GUIMARÃES (1958), PAVATE (1961) e PIMENTEL GOMES (1970), admitindo-se que os ensaios apresentassem variâncias semelhantes.

S U M M A R Y

This paper has in view the joint analysis of augmented trials in randomised blocks. Each experiment had $t = c + z$, in r blocks, where we have c common treatments, that is, treatments present in each block, and z regular treatments, which appear in only one of the r blocks. Each block has $k = c + p_j$ plots, where p_j ($j=1,2,\ldots,r$) is the number of regular treatments in it.

The analysis was carried out, taking the whole set of trials as one experiment with incomplete blocks, having in view papers by PIMENTEL GOMES and GUIMARÃES (1958), PAVATE (1961) and PIMENTEL GOMES (1970), assuming that the trials had similar variances.

BIBLIOGRAFIA

AFONJA, A. (1968) - Analysis of a Group of Balanced Block Experiments Having Error Variance and Some Treatments in Common. Biometrics 24, 389-411.

CORSTEN, L.C.A. (1962) - Balanced Block Designs with Two Different Number of Replicates. Biometrics 18, 499-519.

FEDERER, W.T. (1956) - Augmented (or Hoonuiaku) Designs. Hawaiian Planter's Record 55, 191-208.

FEDERER, W.T. (1961 a) - Augmented Designs with One Way Elimination of Heterogeneity. Biometrics 17, 447-473.

FEDERER, W.T. (1961 b) - Augmented Designs with Two Three and Higher Way Elimination of Heterogeneity (abstract). Biometrics 17, 166.

FEDERER, W.T. e RAGHAVARAO, D. (1975) - On Augmented Designs. Biometrics 31, 29-35.

FEDERER, W.T.; NAIR, R.C. and RAGHAVARAO, D. (1975) - Some Augmented Row - Column Designs. Biometrics 31, 361-373.

MARTINEZ G., A. (1972) - Diseños y análisis de experimentos com cana de azúcar. Colegio de Post-Graduados - Escuela Nacional de Agricultura. Chapingo. México.

PAVATE, M.V. (1961) - Combined Analysis of Balanced Incomplet Block Designs with Some Common Treatments. Biometrics 17, 111-119.

PIMENTEL GOMES, F. e GUIMARÃES, R.F. (1958) - Joint Analysis of Experiments in Complete Randomized Blocks with Some Common Treatments. Biometrics 14, 521-526.

PIMENTEL GOMES, F. (1967) - The Solution of Normal Equations of Experimental Design Models. Ciência e Cultura 19, 567-573.

PIMENTEL GOMES, F. (1968) - The Solution of Normal Equations of Experiments in Incomplete Blocks. Apost. mimeografada. ESALQ.

PIMENTEL GOMES, F. (1970) - An Extension of the Method of Joint Analysis of Experiments in Complete Randomised Blocks. Biometrics 26, 332-336.

PIMENTEL GOMES, F. (1973) - Curso de Estatística Experimental. 5ª edição. Livraria Nobel, São Paulo.