

DIFUSÃO DA ÁGUA NO SOLO DURANTE O PROCESSO DE INFILTRAÇÃO.

SERGIO MANIAKAS

Orientador: DR. KLAUS REICHARDT

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Energia Nuclear na Agricultura.

PIRACICABA
Estado de São Paulo - Brasil
Junho, 1979

"Essa água brilhante que escorre nos riachos e rios não é apenas água, mas o sangue de nossos antepassados. Os rios são nossos irmãos, saciam nossa sede. Os rios carregam nossas canoas e alimentam nossas crianças. Se lhes vendermos nossa terra, vocês devem lembrar e ensinar a seus filhos que os rios são nossos irmãos, e seus também. E, portanto, vocês devem dar aos rios a bondade que dedicariam a qualquer irmão ..."

"O ar é precioso para o homem vermelho, pois todas as coisas compartilham o mesmo sopro - o animal, a árvore, o homem, todos compartilham o mesmo sopro. Parece que o homem branco não sente o ar que respira. Mas se vendermos nossa terra ao homem branco, ele deve lembrar que o ar é precioso para nós, que o ar compartilha seu espírito com toda a vida que mantém ..."

"Vocês devem ensinar às suas crianças que o solo a seus pés é a cinza de nossos avós. Para que respeitem a terra, digam a seus filhos que ela foi enriquecida com as vidas de nosso povo. Ensinem às suas crianças o que ensinamos às nossas, que a terra é nossa mãe. Tudo o que acontecer à terra, acontecerá aos filhos da terra. Há uma ligação em tudo ..."

"Onde está o arvoredado? Desapareceu. Onde está a água? Desapareceu. É o final da vida e o início da sobrevivência."

(De uma carta do chefe indígena Seattle
ao presidente dos EUA, em 1854)

*Este trabalho é
integralmente dedicado
aos meus pais*

*Varvara Polonea Maniakas (Vera) e
Jevgenijus Maniakas (Eugênio)*

*que não pouparam sacrifícios
para a formação
de seus filhos*

Aos meus mestres e amigos

Antonio de Souza Teixeira Junior

Maria Natalia Cosme de Assumpção

Nivaldo José Bosio

Minha Homenagem

A G R A D E C I M E N T O S

Toda grande amizade conquistada, fonte de conhecimento, deve ser ampliada e agradecida. A todas as pessoas de cuja convivência nasceu este trabalho, e às instituições que o permitiram, expresse meus profundos agradecimentos. Em especial, agradeço às seguintes pessoas e instituições:

- *Dr. KLAUS REICHARDT*, pela orientação, experiência e amizade, fundamentais na realização deste trabalho.
- *Dr. PAULO LEONEL LIBARDI*, cujas críticas e sugestões foram necessárias para a melhoria deste trabalho.
- Colegas do Departamento de Física do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP em Rio Claro, pelas colaborações e incentivos.
- Companheiros *ANTONIO CADIMA ZEVALLOS*, *FERNANDO FELIPE FERREIRA HERNANDEZ*, *FRANCISCO NUNCIO CERIGNONI*, *LOURIVAL FERREIRA CAVALCANTE*, *LUIZ CARLOS UCHOA SAUNDERS* e *NELSON MORATO FERREZ MEIRELLES*, pelos bons momentos que tivemos juntos.
- Colegas *CLÓVIS JOSÉ* e *ROBERTO NAVES DOMINGOS*, pelos auxílios na parte técnica.
- Funcionários dos vários setores do CENA, que de modo efetivo

deram suas valiosas contribuições.

- Sr. *JOÃO EDUARDO PILOTTO*, pelo excelente trabalho de datilografia e também pela amizade.
- Sr. *MARCO ANTONIO CONTADOR*, pelo perfeito trabalho de desenho.
- Departamento de Matemática e Estatística, pelo empréstimo de sua calculadora, especialmente ao *Dr. RUBENS ALVES DA CUNHA*.
- Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelos ensinamentos.
- Centro de Energia Nuclear na Agricultura, pelos ensinamentos e facilidades oferecidas.
- Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), pela ajuda financeira concedida através de Bolsa de Estudos e do "Projeto Feijão" do CENA.

I N D I C E

| | <u>Página</u> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1. RESUMO | 1 |
| 2. INTRODUÇÃO | 3 |
| 3. REVISÃO DE LITERATURA | 8 |
| 3.1. A Equação de Darcy-Buckingham | 8 |
| 3.2. Tentativas de solução e condições de validade da equação de Darcy-Buckingham | 9 |
| 3.3. Tentativas de generalização das soluções particulares da equação de Darcy-Buckingham | 12 |
| 4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS | 16 |
| 4.1. Equações Fundamentais | 16 |
| 4.1.1. Introdução | 16 |
| 4.1.2. Equações da infiltração horizontal unidimensional | 20 |
| 4.1.3. Equações da infiltração vertical descendente | 23 |
| 4.1.4. Equações da infiltração vertical ascendente | 25 |
| 4.1.5. Infiltração acumulada e velocidade de infiltração | 25 |
| 4.2. Relações generalizadas entre os processos de infiltração | 28 |
| 4.2.1. Introdução | 28 |
| 4.2.1. Difusividade aparente | 29 |
| 4.2.3. Relação entre as difusividades | 31 |
| 4.2.4. Relação entre as infiltrações acumuladas | 32 |
| 5. MATERIAL E MÉTODOS | 34 |
| 5.1. Material | 34 |
| 5.1.1. Generalidades sobre os solos | 34 |
| 5.1.2. Preparação do solo e acondicionamento das amostras | 35 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 5.1. 3. Equipamento e geometria da montagem | 37 |
| 5.2. Métodos | 43 |
| 5.2. 1. Determinação da umidade do solo pela atenuação da radiação gama | 43 |
| 5.2. 2. Determinação da umidade do solo seco ao ar | 46 |
| 5.2. 3. Determinação da densidade global do solo | 47 |
| 5.2. 4. Verificação da homogeneidade do tubo e das colunas de solo | 48 |
| 5.2. 5. Processo de infiltração da água nas colunas de solo | 49 |
| 5.2. 6. Obtenção de um perfil de umidade | 49 |
| 5.2. 7. Determinação das umidades de saturação | 52 |
| 5.2. 8. Determinação das infiltrações acumuladas | 52 |
| 5.2. 9. Determinação da difusividade da água no solo segundo Bruce e Klute | 53 |
| 5.2.10. Determinação da difusividade da água no solo segundo Reichardt <u>et alii</u> | 55 |
| 5.2.11. Determinação dos fatores $\alpha(\theta)$, das relações entre difusividades e das relações entre as infiltrações acumuladas | 56 |
| 6. RESULTADOS | 58 |
| 6.1. Características das colunas de solo | 58 |
| 6.2. Posições das frentes de molhamento em função da raiz quadrada do tempo | 59 |
| 6.3. Infiltração acumulada em função da raiz quadrada do tempo | 63 |
| 6.4. Perfis de umidade | 67 |
| 6.5. Difusividades | 67 |
| 7. DISCUSSÃO | 82 |
| 7.1. Considerações gerais | 82 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 7.2. Os processos de infiltração | 83 |
| 7.3. Os fatores $\alpha(\theta)$ | 86 |
| 7.4. Relações entre as infiltrações acumuladas | 90 |
| 7.5. Relações entre as difusividades | 91 |
| 8. CONCLUSÕES | 103 |
| 9. SUMMARY | 106 |
| 10. LITERATURA CITADA | 108 |
| APÊNDICES | 118 |
| APÊNDICE 1 - Dedução da relação entre a difusividade aparente e a difusividade da água no solo | 119 |
| APÊNDICE 2 - Tabelas dos valores experimentais das posições da frente de molhamento x_f ou z_f e das infiltrações acumuladas I_{ac} em função do tempo | 121 |
| APÊNDICE 3 - Tabelas dos valores experimentais da umidade do solo em função da posição, em instantes determinados (perfis de umidade) | 127 |
| LISTA DE SÍMBOLOS, CONSTANTES E UNIDADES USADAS | 131 |

L I S T A D A S T A B E L A S

| <u>Tabela</u> | <u>Página</u> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1 - Análise granulométrica dos solos, conforme FERRAZ (1975) . . . | 35 |
| 2 - Valores das umidades volumétricas e das densidades globais médias dos solos | 58 |
| 3 - Valores dos coeficientes de variação das intensidades do fei xe de radiação obtidas ao longo do tubo e das colunas de solo | 59 |
| 4 - Equações de regressão linear das frentes de molhamento x_f (cm) e z_f (cm) em função da raiz quadrada do tempo $t^{1/2}$ (min ^{1/2}) | 60 |
| 5 - Equações de regressão linear das infiltrações acumuladas I_{ac} (cm ³ H ₂ O/cm ²) em função da raiz quadrada do tempo $t^{1/2}$ (min ^{1/2}) | 66 |
| 6 - Valores de infiltração acumulada obtidos, até $t = 1$ min, pe- las equações de regressão e pelos perfis de umidade | 66 |
| 7 - Equações do logaritmo natural da difusividade $D(\theta)$ (cm ² /min) da água no solo TRE em função da umidade θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) . . | 74 |
| 8 - Equações da difusividade da água $D(\theta)$ (cm ² /min) no solo TRE em função da umidade (cm ³ H ₂ O/cm ³) | 75 |
| 9 - Equações do logaritmo natural da difusividade $D(\theta)$ (cm ² /min) da água no solo LVA em função da umidade θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) . . | 80 |

Tabela

Página

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 10 - Equações da difusividade da água $D(\theta)$ (cm^2/min) no solo LVA em função da umidade θ ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) | 81 |
| 11 - Equações $\alpha = \alpha(\theta)$ obtidas por regressão linear | 89 |
| 12 - Comparação entre os fatores $\alpha(\theta_0)$ e as relações entre as infiltrações acumuladas obtidas através dos dados experimentais | 91 |
| 13 - Relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo TRE | 95 |
| 14 - Relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo LVA | 96 |
| 15 - Comparação entre os valores das relações entre difusividade aparente e difusividade da água no solo, para o umidade do solo seco ao ar | 98 |
| 16 - Desvios percentuais entre os valores $D_v(\theta_0)/D_h(\theta_0)$ e os correspondentes $\alpha(\theta_0)^2$, para o solo TRE | 99 |
| 17 - Desvios percentuais entre os valores $D_v(\theta_0)/D_h(\theta_0)$ e os correspondentes $\alpha(\theta_0)^2$, para o solo LVA | 100 |

L I S T A D A S F I G U R A S

| <u>Figura</u> | | <u>Página</u> |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1 | - Secção vertical da geometria usada na colimação do feixe de radiação gama | 38 |
| 2 | - Diagrama de blocos do sistema de detecção e contagem de radiação gama | 40 |
| 3 | - Tubo de plástico acrílico contendo a coluna de solo adaptada ao aplicador de água | 41 |
| 4 | - Posições relativas do reservatório de água de pressão ou tensão constante e das colunas de solo | 42 |
| 5 | - Distância da fonte de água à frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo para o solo TRE | 61 |
| 6 | - Distância da fonte de água à frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo para o solo LVA | 62 |
| 7 | - Infiltração acumulada de água em função da raiz quadrada do tempo, para o solo TRE | 64 |
| 8 | - Infiltração acumulada de água em função da raiz quadrada do tempo para o solo LVA | 65 |
| 9 | - Gráficos θ versus $\lambda(\theta)$ para as infiltrações horizontal e verticais, no caso do solo TRE | 68 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 10 - Gráficos θ versus $\lambda(\theta)$ para as infiltrações horizontal e verticais, no caso do solo LVA | 69 |
| 11 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo TRE em função da umidade; os dados experimentais foram obtidos pelo método Bruce e Klute | 71 |
| 12 - Retas obtidas por regressão linear dos logaritmos naturais da difusividade da água no solo TRE em função da umidade; dados experimentais obtidos pelo método Bruce e Klute . . . | 72 |
| 13 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo TRE em função da umidade, obtidos pelo método Reichardt <u>et alii</u> | 73 |
| 14 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo LVA em função da umidade; os dados experimentais foram obtidos pelo método Bruce e Klute | 77 |
| 15 - Retas obtidas por regressão linear dos logaritmos naturais da difusividade da água no solo LVA em função da umidade; dados experimentais obtidos pelo método Bruce e Klute . . . | 78 |
| 16 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo LVA em função da umidade, obtidos pelo método Reichardt <u>et alii</u> | 78 |
| 17 - Gráficos dos fatores $\alpha(\theta)$ versus θ para o solo TRE | 87 |
| 18 - Gráficos dos fatores $\alpha(\theta)$ versus θ para o solo LVA | 88 |

Figura

Página

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 19 - Relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo TRE, obtidas a partir das curvas $\ln D(\theta)$ versus θ | 93 |
| 20 - Relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo LVA, obtidas a partir das curvas $\ln D(\theta)$ versus θ | 94 |

C U R R I C U L U M V I T A E

Sérgio Maniakas

- Licenciado em Física pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (1968).

- Bacharel em Física pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo (1972).

- Ex-professor de Física da Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências (1969-1976).

- Ex-professor adjunto do Departamento de Ciências da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Santo André (1972-1975).

- Ex-professor assistente do Departamento de Física do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP, em Rio Claro (1971-1978).

- Professor assistente do Departamento de Mineralogia e Recursos Minerais do Instituto de Geociências e Ciências Exatas da UNESP, em Rio Claro.

1. RESUMO

Uma expressão geral é obtida para a relação entre a difusividade aparente da água no solo, definida para infiltração vertical ascendente ou descendente, e a difusividade da água no solo, normalmente determinada pela infiltração horizontal. O movimento de água é estudado em solo não saturado, homogêneo, isotrópico e isotérmico. Tal expressão é válida para solos nos quais as infiltrações horizontal, vertical ascendente e vertical descendente são governadas por equações diferenciais semelhantes, sendo sempre linear a relação matemática entre a posição da frente de molhamento e a raiz quadrada do tempo. Dados experimentais mostram que isso acontece com vários solos para tempos razoavelmente longos.

A expressão geral para a relação entre difusividades é estudada determinando-se os valores das difusividades pelo método tradicional proposto por *BRUCE* e *KLUTE* e pelo método proposto por *REICHARDT et alii*, baseado na teoria da simila

ridade, e comparando-se as relações entre si.

Verifica-se, para os solos e para os intervalos de tempo estudados, que o comportamento de cada infiltração vertical de água no solo pode ser previsto com razoável precisão a partir do comportamento da infiltração horizontal, desde que seja conhecida a relação entre os coeficientes angulares das retas que representam o avanço das frentes de molhamento em função da raiz quadrada do tempo.

Verifica-se também que a relação entre a difusividade aparente da água no solo e a difusividade normal da água no solo, determinada pelo método *BRUCE* e *KLUTE* coincide com a determinada pelo método *REICHARDT et alii*, exceto quando a umidade assume valores próximos da umidade de saturação.

A infiltração acumulada associada a uma infiltração vertical pode também, nessas condições, ser determinada a partir da infiltração acumulada associada a infiltração horizontal de água em solo.

2. INTRODUÇÃO

O escoamento de fluidos em meios porosos saturados ou não saturados, como tema de estudos e pesquisa, está relacionado com vários ramos da ciência e da técnica, como Mecânica de Fluidos, Física do Solo, Geofísica, Hidrologia Subterrânea, Engenharia do Petróleo, Tecnologia do Cimento, Irrigação, Engenharia Agrícola, Ecologia, etc.

No caso particular da água como fluido e do solo como meio poroso, o estudo do movimento da água no solo sob a forma de infiltração das águas da chuva ou da secagem por evaporação, relaciona-se também com vários ramos do domínio das ciências da água. Sem mencionar problemas de engenharia civil ou de poluição dos solos, nos quais a água desempenha importante papel, essas pesquisas relacionam-se diretamente à hidrologia e agronomia.

Em agronomia, o estudo das relações entre solo,

água e planta é de fundamental importância, uma vez que a água chega à planta através do solo. Tais estudos permitem o cálculo do consumo de água pelas plantas bem como o estudo das propriedades de retenção dos solos, com o objetivo de melhorar os métodos de manejo agrícola e a racionalização da irrigação.

Assim, para um adequado manejo do solo, é necessário que se compreendam os processos através dos quais ocorrem variações no conteúdo de água no solo, sob efeito de chuvas, irrigação, evapotranspiração e drenagem. O conhecimento de tais processos é básico para a resolução de problemas agrônômicos tais como erosão do solo, suprimento de água às diversas culturas, contaminação de lençóis freáticos através de compostos químicos, fertilidade do solo, produtividade do solo, etc.

Uma grande parte da água da chuva que atinge a superfície do solo move-se através de solo não saturado durante os processos subsequentes de infiltração, drenagem, evaporação e absorção pelas raízes das plantas.

Desses processos, o de infiltração, correspondendo a uma das principais fases do ciclo hidrológico, é de grande importância prática, pois a taxa ou velocidade de infiltração frequentemente determina o deflúvio superficial, e dela depende o balanço de água na zona das raízes.

O processo de infiltração tem sido objeto de es

tudo por físicos de solo tanto em condições de campo como em condições de laboratório. Embora no campo o processo de infiltração ocorra em todos os sentidos, faz-se distinção entre infiltração horizontal e vertical para se estudá-lo analiticamente, dadas as enormes dificuldades conceituais e matemáticas existentes ao se pretender estudá-lo de forma global. Assim, a maior parte das pesquisas já realizadas refere-se aos processos de infiltração unidimensionais na horizontal e na vertical de cima para baixo.

Em geral, as pesquisas até agora realizadas, relativas ao processo de infiltração horizontal unidimensional em meio não saturado, homogêneo e em condições isotérmicas, visam o estabelecimento de uma relação entre ou condutividade hidráulica do solo ou potencial matricial da água ou difusividade da água no solo e quantidade de água por unidade de volume de solo. Tais relações, com poucas exceções, têm sido obtidas através de métodos numéricos.

O mesmo pode-se afirmar sobre os estudos referentes à infiltração vertical descendente ou percolação. Entretanto, existe carência de dados relativos ao processo de infiltração vertical ascendente de água, também denominado de ascenção capilar. Esse processo é de fundamental importância tanto em termos práticos quanto teóricos, uma vez que as informações obtidas no seu estudo poderão contribuir de maneira efetiva tanto para o manejo da água e do solo em nossa agricultu-

ra, quanto para a evolução da teoria da infiltração da água. Irrigação subterrânea e comportamento de lençóis freáticos são exemplos de situações que requerem tais estudos.

Observe-se que o ciclo da água numa cultura, após sua principal fase que é a penetração no solo através da infiltração vertical descendente, segue uma sequência de temporário armazenamento na região do sistema radicular e posterior ou simultâneo deslocamento através ou da evapotranspiração ou da drenagem para camadas mais profundas.

Além dos estudos isolados de cada um dos processos de infiltração horizontal (absorção), infiltração vertical descendente (percolação) e infiltração vertical ascendente (ascensão capilar), tentativas têm sido feitas de se obter generalizações dentro de cada um deles. Pouco se sabe, no entanto, sobre situações nas quais pode-se propor generalizações entre processos, envolvendo dois deles ou mesmo os três.

Os experimentos têm demonstrado que o comportamento físico-hídrico de um solo é dinâmico, havendo permanente variação nos valores das grandezas físicas que determinam o movimento da água no solo. Boa parte das pesquisas nesse assunto relaciona-se, atualmente, à dinâmica da água no solo.

Este trabalho tem por objetivos estudar em detalhes o processo de infiltração vertical ascendente ou ascensão capilar de água em solo homogêneo, em condições isotérmicas, de

maneira dinâmica. A partir dos resultados obtidos, por comparação com resultados referentes às infiltrações horizontal e vertical descendente, procurar-se-á caracterizar as situações nas quais é possível obter uma generalização de comportamento físico envolvendo os três processos de infiltração.

Para isso, partindo-se das equações fundamentais que regem os processos, através de métodos já conhecidos, é preciso fazer determinações de difusividades e armazenamentos, fundamentais na descrição do movimento da água ou da solução do solo.

Espera-se que tal generalização forneça subsídios para posteriores estudos teóricos e que tenha, além disso, implicações de ordem prática.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. A Equação de Darcy-Buckingham

O fluxo de água através de um meio poroso saturado, como o solo, é comumente descrito em termos da equação de *DARCY (1856)*, que estabelece uma proporcionalidade direta entre a densidade de fluxo e o gradiente hidráulico. Existe considerável quantidade de trabalhos sobre tal relação, especificando as condições de sua validade. *SWARTZENDRUBER (1962a, 1962b, 1968)* fez uma boa revisão sobre o assunto para vários tipos de meios porosos.

Para ser aplicada ao fluxo de um fluido num meio poroso não saturado, a equação de Darcy foi modificada por *BUCKINGHAM (1907)*, que introduziu a dependência da constante de proporcionalidade com a umidade e também acrescentou uma "carga de sucção". A partir de então, a equação que descreve o fluxo de um fluido em um meio poroso não saturado passou a

ser geralmente denominada de Equação de Darcy-Buckingham.

RICHARDS (1931), combinando a equação da continuidade com a equação de Darcy-Buckingham forneceu elementos para a intensificação das pesquisas relativas ao assunto.

Dos muitos trabalhos publicados a partir dessa época sobre os vários aspectos da equação de Darcy-Buckingham merecem ser citados os de *KLUTE (1952a)*, *PHILIP (1955)*, *KLUTE et alii (1965)*, *PARLANGE (1971a, 1971b, 1973)*, sobre investigação teórica; os de *DAVIDSON et alii (1963a)* e *KLUTE et alii (1965)*, em experimentos de laboratório; e os de *NIELSEN et alii (1961, 1967)*, em experimentos de campo. Muitos dos estudos até então realizados foram também revisados por *SWARTZENDRUBER (1963, 1966, 1968, 1969)*.

3.2. Tentativas de Solução e Condições de Validade da Equação de Darcy-Buckingham

Várias tentativas têm sido feitas com o objetivo de se encontrar uma solução analítica geral para a Equação de Darcy-Buckingham, até hoje não encontrada. Assim, pesquisadores tanto teóricos como experimentais têm propostos soluções para situações particulares, nas quais as dificuldades são menores, como no caso da infiltração horizontal (absorção). Mesmo neste caso, entretanto, a equação que descreve o fluxo

de água em solo homogêneo não saturado, em condições isotérmicas, é de difícil solução, por causa de sua não linearidade.

Entre as tentativas teóricas para se obter uma solução parcial da equação de Darcy-Buckingham para o caso de uma coluna de solo semi-infinita submetida à infiltração horizontal podem ser citadas as de *KLUTE (1952a)* usando a transformação de Boltzmann, a de *SWARTZENDRUBER (1969)* usando a técnica de separação de variáveis, a de *TOBINAGA (1973)* usando a formulação variacional e a de *COUTINHO (1978)* usando as integrais de Ritz.

Usando a técnica de diferenças finitas, *PHILIP (1955)* propôs uma solução numérica para a estimativa da variável de Boltzmann através da qual se pode determinar a posição de uma frente de umidade num instante qualquer, para infiltração horizontal. A seguir, por um processo equivalente, *PHILIP (1957)* estudou teoricamente o processo de infiltração vertical descendente, desenvolvendo um método numérico para a obtenção de perfis de umidade; para isso, supôs que a solução da equação tivesse a forma de uma série convergente e que a infiltração vertical inicialmente se desse com a mesma velocidade que a horizontal.

Muitos autores, como *ASCROFT et alii (1962)* usaram métodos numéricos e experimentais para estimativas dos valores da variável de Boltzmann.

Dos parâmetros usados na descrição do movimento de água no solo não saturado, a difusividade é bastante importante e foi pela primeira vez definida por *CHILDS* e *COLLIS-GEORGE* (1950).

BRUCE e *KLUTE* (1956), após constatarem que as dificuldades de obtenção de solução da equação diferencial que rege o fluxo de água no solo não saturado estão relacionadas com a determinação tanto da difusividade da água no solo quanto da condutividade hidráulica do solo, parâmetros fortemente dependentes do teor de água, propuseram um método para determinação da difusividade hoje considerado clássico. O uso desse método e, por consequência, a evolução tanto da teoria quanto da parte experimental das pesquisas relativas ao movimento de água no solo ganhou impulso principalmente depois que técnicas nucleares de atenuação de radiação gama passaram a ser usadas nas determinações da umidade e da densidade global de solos, como pode ser visto em *DAVIDSON et alii* (1963b), *REICHARDT* (1965) e *FERRAZ* (1974).

O trabalho de *BRUCE* e *KLUTE* (1956) apresenta uma revisão dos métodos até então empregados na determinação desses parâmetros.

GARDNER e *MAYHUGH* (1958) mostraram que a difusividade da água no solo se relaciona com a umidade volumétrica através de uma função exponencial para muitos solos.

FREIRE (1970) estabeleceu uma forma empírica para a difusividade em função da umidade, utilizando-se de um solo areno-argiloso.

Sobre os vários aspectos físicos envolvidos na solução e nas condições de validade da equação de Darcy-Buckingham, merecem ser citados, no que se refere aos efeitos da compactação, da histerese, da umidade inicial e da temperatura, os trabalhos de *JACKSON (1963)*, *PAULAKIS e BARDEN (1972)*, *LIBARDI e REICHARDT (1974a)*, *DOMINGOS (1978)* e *JOSÉ (1978)*.

3.3. Tentativas de Generalização das Soluções Particulares da Equação de Darcy-Buckingham

Nos tempos recentes, vários pesquisadores vem se preocupando com a generalização das soluções particulares da equação que descreve o movimento da água no solo não saturado, com o objetivo de simplificar seu uso prático como também de progredir nos aspectos teóricos.

Os primeiros pesquisadores a fazerem tentativa nesse sentido foram *MILLER e MILLER (1955a, 1955b, 1956)*, apoiando suas pesquisas no princípio de que dois meios podem ser considerados similares se apresentam, ambos, os mesmos detalhes geométricos, diferindo somente por um fator constante, que foi denominado de comprimento microscópico característico.

Mostraram, assim, que seria possível descrever o movimento de água em solos distintos pelo uso de uma só equação, definida como generalizada, no caso de infiltração horizontal. Tal teoria, porém, não foi corroborada pelos experimentos realizados por *KLUTE* e *WILKINSON* (1958) e *WILKINSON* e *KLUTE* (1959).

REICHARDT et alii (1972), entretanto, renovaram a aplicação do conceito de meio similar de *MILLER* e *MILLER*, ao desenvolverem uma técnica para obtenção do comprimento microscópico característico, denominado por *LIBARDI* (1973) de Constante de Generalização. Dessa forma obtiveram, para a infiltração horizontal de água, equações generalizadas. A validade dessa técnica foi também confirmada por *LIBARDI* e *REICHARDT* (1973), que a aplicaram ao estudo da infiltração horizontal de água em cinco solos paulistas.

A seguir, *LIBARDI* e *REICHARDT* (1974b), continuando a usar a teoria da similaridade, verificaram que a técnica da generalização pode ser aplicada ao estudo da infiltração vertical descendente.

Finalmente, ainda nessa sequência de pesquisas, *REICHARDT* e *LIBARDI* (1974) e *REICHARDT et alii* (1975), baseados em dados de infiltração horizontal da água em solos secos ao ar, obtiveram equações generalizadas para o cálculo tanto da difusividade da água no solo quanto da condutividade hidráulica do solo.

Mais recentemente, alguns pesquisadores, entre eles *LIBARDI* e *REICHARDT (1974b)*, *QUEIROZ (1975)*, *REICHARDT et alii (1976)* e *MANFREDINI (1977)*, verificaram que os dados experimentais referentes à infiltração vertical descendente da água em solos brasileiros, homogêneos e de diferentes texturas, indicam para tempos razoavelmente longos, uma relação linear entre a posição da frente de molhamento e a raiz quadrada do tempo. Além disso, constataram que o coeficiente angular da reta no caso da infiltração vertical descendente é maior do que no caso da infiltração horizontal, quando ambas são realizadas num solo em idênticas condições. Esse fato mostra que a teoria de *PHILIP (1955)* é inadequada para descrever o comportamento da infiltração vertical descendente, pelo menos para os solos que apresentam tal comportamento.

Tais resultados experimentais mostram, para os intervalos de tempo nos quais essa relação linear se mantém, que as equações diferenciais que descrevem os processos de infiltração devem ser do mesmo tipo para quaisquer das duas direções de fluxo, horizontal e vertical descendente, e que as diferenças entre as posições das frentes de molhamento num mesmo instante devem ser atribuídas a aparentes diferenças entre os coeficientes de transmissão provocadas pela influência do potencial gravitacional.

Finalmente, *MANFREDINI (1977)*, usando o conceito de "difusividade gravitacional" proposto por *REICHARDT et*

alii (1976) estabeleceu uma relação aproximada entre a infiltração vertical descendente e a infiltração horizontal, com o objetivo de conseguir uma generalização entre os processos, para tempos curtos e intermediários. Mostrou, dessa forma, usando colunas de solo homogêneo seco ao ar, que o conceito de "difusividade gravitacional" é útil na descrição do fenômeno da infiltração da água em solo, pelo menos durante o intervalo de tempo em que a posição da frente de molhamento é proporcional à raiz quadrada do tempo.

4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

4.1. Equações Fundamentais

4.1.1. Introdução

Os processos dinâmicos da água nos solos, em situação de campo, são bastante complexos devido às várias situações termodinâmicas em que ela se apresenta e também às várias direções de seu movimento. Assim, com o objetivo de se obter conhecimento sobre a forma pela qual tais processos ocorrem, os estudiosos têm pesquisado os movimentos da água no solo criando situações mais simples em laboratório.

Para um estudo teórico, através de dados de laboratório, o movimento de água no solo geralmente é pesquisado isoladamente numa dada direção, horizontal ou vertical, e em situações nas quais a necessária homogeneidade do solo esteja garantida bem como as condições termodinâmicas possam ser

controladas.

A descrição do movimento de água num meio poroso saturado e isotrópico, inclusive nos solos, é feita admitindo-se como válida a equação de Darcy

$$\vec{q} = -K \nabla \phi \dots\dots\dots (1)$$

onde \vec{q} é o vetor densidade de fluxo (cm/min), K é a condutividade hidráulica do meio poroso (cm³ H₂O/cm².min) e ϕ é o potencial total da água (cm).

A equação de Darcy foi modificada por *BUCKINGHAM (1907)* de forma a tornar possível a descrição do movimento da água num meio poroso isotrópico não saturado, como o solo, obtendo a equação hoje conhecida como de Darcy-Buckingham

$$\vec{q} = -K(\theta) \nabla \phi \dots\dots\dots (2)$$

onde θ é a umidade volumétrica (cm³ H₂O/cm³), sendo a condutividade hidráulica $K(\theta)$ função extremamente não linear da umidade. O sinal negativo indica que o fluxo ocorre no sentido oposto ao do gradiente do potencial. Embora a unidade de medida do módulo do vetor densidade de fluxo corresponda à da velocidade, a densidade de fluxo não determina a velocidade real média do fluido, que é dada por

$$v = \frac{q}{\theta} \dots\dots\dots (3)$$

A validade da equação (2) bem como o comportamento geral de $K(\theta)$ foram estabelecidos, entre outros, por *RICHARDS (1931)*, *MOORE (1939)* e *CHILDS e COLLIS-GEORGE (1950)*.

Para um meio poroso não saturado, como o solo, admitiremos portanto que o movimento de água seja descrito pela Equação de Darcy-Buckingham. Nesse caso, o potencial total ϕ pode ser considerado como tendo duas componentes: o potencial matricial ψ (cm) e o potencial gravitacional z (cm), sendo válida a relação

$$\phi = \psi + z \dots\dots\dots (4)$$

O potencial matricial ψ é de natureza complexa, sendo o resultado de forças capilares e de adsorção que surgem devido à interação entre a água e as partículas sólidas. Geralmente, é determinado através de tensiômetros.

Combinando-se a equação de Darcy-Buckingham (2) com a obrigatoriedade de ser obedecida a equação da continuidade

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \nabla \cdot \vec{q} \dots\dots\dots (5)$$

obtém-se a equação

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \nabla \cdot (K \nabla \phi) \dots \dots \dots (6)$$

Introduzindo-se (4) em (6) obtém-se

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (K \nabla \psi) + \frac{\partial K}{\partial z} \dots \dots \dots (7)$$

As equações (6) e (7) possuem validade bastante ampla pelo fato de se aplicarem tanto aos solos homogêneos quanto heterogêneos, sendo independentes de univocidade nas relações entre K, ψ e θ .

Entretanto, para um solo homogêneo, e desde que K e ψ sejam funções unívocas de θ , a introdução de uma nova grandeza D(θ) definida por

$$D(\theta) = K(\theta) \left[\frac{d\psi}{d\theta} \right] \dots \dots \dots (8)$$

torna a equação (7) mais adequada para resolução. Obtém-se, então, de (7) e (8) a equação

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot \left[D(\theta) \nabla \theta \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \dots \dots \dots (9)$$

que é uma equação de Fokker-Planck não linear.

A nova grandeza introduzida $D(\theta)$ (cm^2/min) denomina-se difusividade da água no solo.

A equação (9) pode ser usada, evidentemente, para descrever o movimento de água num solo homogêneo não saturado, isotrópico, em qualquer direção. No caso em que o sistema em estudo é horizontal ou em situações nas quais o efeito gravitacional pode ser desprezado, a equação (9) se reduz à equação de difusão, também não linear

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (D(\theta) \nabla \theta) \dots\dots\dots (10)$$

Não há, até hoje, um método conhecido de solução geral para a equação (9); além desta equação conter o efeito gravitacional, as funções $D(\theta)$ e $dK(\theta)/d\theta$ são fortemente dependentes de θ . Uma boa análise dessa equação nos casos relevantes aos processos de infiltração é feita por *PHILIP (1969)*.

4.1.2. Equações da Infiltração Horizontal Unidimensional

A equação (10), que se aplica aos casos onde o movimento de água ocorre na horizontal ou onde o efeito gravitacional é desprezível, reduz-se, no caso unidimensional à

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (11)$$

onde $x(\text{cm})$ é a coordenada de posição. Esta equação não linear, portanto, descreve a absorção, isto é, a infiltração em sistemas horizontais ou em solos de textura fina nos quais a influência dos gradientes de umidade é muito maior que a da gravidade.

Uma solução quase-analítica da equação (11) pode ser obtida para a infiltração horizontal de água em solo, num sistema horizontal semi-infinito. A absorção de água por um sistema horizontal semi-infinito homogêneo, isotérmico, unidimensional, com umidade inicial θ_0 ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) é pois descrita pela equação (11) sujeita à condição inicial (12) e as condições de contorno (13)

$$\theta = \theta_0 \quad , \quad x > 0 \quad , \quad t = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\theta = \theta \quad , \quad x \rightarrow \infty \quad , \quad t \geq 0$$

$$\theta = \theta_s \quad , \quad x = 0 \quad , \quad t \geq 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

onde t é a coordenada do tempo e θ_s é a umidade volumétrica de saturação ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$).

A substituição de similaridade,

$$\lambda = x t^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

aparentemente usada pela primeira vez por *BOLTZMANN (1894)*, re

duz a equação (11) a equação (15) sujeita às condições (16)

$$\frac{-\lambda}{2} \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(D(\theta) \frac{d\theta}{d\lambda} \right) \dots \dots \dots (15)$$

$$\begin{aligned} \lambda = 0 & \quad , \quad \theta = \theta_s \quad \dots \dots \dots (16) \\ \lambda \rightarrow \infty & \quad , \quad \theta = \theta_o \end{aligned}$$

A solução da equação (11) sujeita às condições (12) e (13) é, portanto,

$$x(\theta, t) = \lambda(\theta) t^{1/2} \dots \dots \dots (17)$$

onde $\lambda(\theta)$ é a solução da equação (15) sujeita às condições (16).

Uma expressão analítica exata para $\lambda(\theta)$ não é conhecida. Por isso, métodos numéricos foram propostos para sua determinação, entre os quais destacam-se os de *KLUTE (1952a, 1952b)* e o de *PHILIP et alii (1955)*. *DAVIDSON et alii (1963a)* mostraram a seguir que $\lambda(\theta)$ é função unívoca da umidade volumétrica.

A difusividade da água no solo $D(\theta)$ também foi estudada através de processos numéricos, dentre os quais o mais tradicional é o de *BRUCE e KLUTE (1956)*. Estes, partindo da equação (11) mostraram que a difusividade era determinada pela expressão

$$D(\theta) = - \frac{1}{2t} \left(\frac{dx}{d\theta} \right) \int_{\theta_0}^{\theta} x \, d\theta \dots\dots\dots (18)$$

ou pela equivalente

$$D(\theta) = - \frac{1}{2} \frac{d\lambda}{d\theta} \int_{\theta_0}^{\theta} \lambda \, d\theta \dots\dots\dots (19)$$

4.1.3. Equações da Infiltração Vertical Descendente

A percolação da água, denominada no presente trabalho de infiltração vertical descendente da água, é descrita, em solo homogêneo, pela equação (9). Esta equação, uma vez adotada a convenção de que a coordenada de posição vertical z (cm) é considerada positiva no sentido descendente, pode ser escrita na forma mais conveniente

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{dK}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} \dots\dots\dots (20)$$

Uma solução quase-analítica da equação (20), bem mais complexa que a da equação (11), foi obtida por PHILIP (1957) para o caso de infiltração vertical descendente de água num sistema semi-infinito, homogêneo, isotérmico, sujeito à

condição inicial (21) e às condições de contorno (22)

$$\theta = \theta_0, \quad z > 0, \quad t = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\theta = \theta_0, \quad z \rightarrow \infty, \quad t \geq 0 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\theta = \theta_s, \quad z = 0, \quad t \geq 0$$

Em resumo, a solução que se obtém da teoria da infiltração de PHILIP é apresentada em três partes: solução para tempos curtos, intermediários e longos.

Para tempos curtos, a solução é a mesma da infiltração horizontal para um sistema equivalente,

$$z(\theta, t) = \lambda(\theta, t) t^{1/2} \quad \dots\dots\dots (23)$$

Para tempos intermediários, uma solução quase-analítica é obtida assumindo-se sua forma como uma série infinita, considerando z como variável dependente.

$$z(\theta, t) = f_0 + f_1 t^c + f_2 t^{2c} + f_3 t^{3c} + \dots\dots (24)$$

onde c é uma constante positiva e cada f é função apenas de θ .

Na situação limite $t \rightarrow 0$, a função $z(\theta, t)$ (24) deve tender (23), obtendo-se $f_0 = 0, f_1 = \lambda(\theta), c = 1/2$, transformando, assim, (24) em

$$z(\theta, t) = \lambda(\theta)t^{1/2} + f_2(\theta)t + f_3(\theta)t^{3/2} \dots (25)$$

Um processo numérico para a determinação de $\lambda(\theta)$, $f_2(\theta)$, $f_3(\theta)$, etc, foi proposto por PHILIP (1955, 1957).

Para tempos muito longos $\partial\theta/\partial z \rightarrow 0$; sendo o solo homogêneo, obtém-se $K(\theta) \rightarrow K(\theta_s)$ que é uma constante, o que provoca o limite $\partial K(\theta)/\partial z \rightarrow 0$. Nestas condições $\partial\theta/\partial t \rightarrow 0$ e, portanto, para $t \rightarrow \infty$, o processo de infiltração tende a um equilíbrio dinâmico com

$$q = K(\theta_s) \dots\dots\dots (26)$$

4.1.4. Equações da Infiltração Vertical Ascendente

A ascensão capilar da água, denominada no presente trabalho de infiltração vertical ascendente, é descrita em solo homogêneo, pela mesma equação (20), desde que se adote a convenção de que a coordenada vertical de posição z (cm) é considerada positiva no sentido ascendente.

4.1.5. Infiltração Acumulada e Velocidade de Infiltração

O comportamento da água num solo como meio poroso é estudado, entre outros, com os objetivos de se conhecer

a evolução do perfil de umidade com o tempo, a quantidade de água que penetra na superfície do solo num dado intervalo de tempo e a velocidade com que essa infiltração se processa.

Para o caso da infiltração horizontal de água no solo, conhecendo-se num instante t o perfil de umidade θ vs x, define-se infiltração acumulada I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) como a quantidade de água por unidade de área que penetra no solo até o instante t, sendo dada por

$$I_{ac} = \int_{\theta_0}^{\theta_s} x \, d\theta \dots\dots\dots (27)$$

A taxa de infiltração i ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2 \cdot \text{min}$) é determinada por

$$i = \frac{dI_{ac}}{dt} \dots\dots\dots (28)$$

Com a substituição de (17) em (27), obtém-se

$$I_{ac} = t^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \lambda(\theta) \, d\theta \dots\dots\dots (29)$$

sendo esta, pois, uma função do tipo

$$I_{ac} = A t^{1/2} \dots \dots \dots (30)$$

onde A é uma constante.

De forma análoga, a infiltração vertical, dada por

$$I_{ac} = \int_{\theta_0}^{\theta_s} z d\theta \dots \dots \dots (31)$$

fica determinada, após a substituição da expressão (25) em (31) por

$$I_{ac} = t^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \lambda(\theta) d\theta + t \int_{\theta_0}^{\theta_s} f_2(\theta) d\theta + t^{3/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} f_3(\theta) d\theta + .. \dots \dots (32)$$

que é uma função do tipo

$$I_{ac} = A t^{1/2} + B t + C t^{3/2} + \dots \dots \dots (33)$$

onde A, B, C, ..., são constantes.

4.2. Relações Generalizadas entre os Processos de Infiltração

4.2.1. Introdução

Alguns trabalhos brasileiros recentemente publicados mostram que alguns solos não seguem explicitamente o comportamento teórico proposto por *PHILIP* e resumido no item 4.1, deste capítulo, no que se refere ao movimento da água em solos não saturados no sentido vertical.

Ao menos para tempos curtos e intermediários, os trabalhos de *LIBARDI* e *REICHARDT (1974b)*, *QUEIROZ* e *REICHARDT (1975)*, *QUEIROZ (1975)*, *REICHARDT et alii (1976)* e *MANFREDINI (1977)* mostram que em vários tipos de solos brasileiros, a infiltração vertical descendente se processa seguindo um comportamento idêntico ao da infiltração horizontal, porém com diferentes parâmetros.

Experimentos de infiltração vertical descendente de água em colunas homogêneas de solo seco ao ar mostram, para solos de várias texturas, que o avanço da frente de molhamento é proporcional à raiz quadrada do tempo tanto para tempos curtos quanto para tempos intermediários razoavelmente longos. Os mesmos experimentos mostram também que o coeficiente de proporcionalidade entre a posição da frente de molhamento e a raiz quadrada do tempo para a infiltração vertical descen-

dente é maior do que aquele para a infiltração horizontal. Estes fatos indicam que uma solução da equação fundamental, na forma de uma série no tempo, como a proposta por PHILIP (1957) para a infiltração vertical descendente não é adequada para tais tipos de solos.

Portanto, os processos de infiltração horizontal, vertical descendente e, por inferência, o de vertical ascendente, para tempos curtos e intermediários nesses solos devem ser descritos por equações diferenciais que possuem o mesmo aspecto matemático. Para tais solos, nas condições expostas, é possível, assim, estabelecer relações entre variáveis de interesse, e estudar os fenômenos relacionados a cada um dos sentidos de fluxo vertical a partir do fluxo horizontal, obtendo-se assim uma generalização entre os processos.

4.2.2. Difusividade Aparente

A infiltração horizontal de água em uma coluna de solo seco ao ar, homogênea, isotérmica, sujeita à condição inicial (12) e às condições de contorno (13) é governada pela equação (11), reescrita em (34) com subscrito h indicando infiltração horizontal

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_h(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \dots \dots \dots (34)$$

onde $D_h(\theta)$ é a difusividade da água no solo.

Dadas as condições (12) e (13), da equação (34) obtém-se

$$x = \lambda_h(\theta) t^{1/2} \dots\dots\dots (35)$$

onde $\lambda_h(\theta)$ é a variável de Boltzmann para a infiltração horizontal. A relação (35) é confirmada para uma grande variedade de solos.

Para solos nos quais a infiltração vertical, tanto descendente quanto ascendente, se comporta, em tempos curtos e intermediários, como se fosse uma infiltração horizontal porém com diferente difusividade da água no solo, *REICHARDT et alii (1976)* mostraram que é válida a equação

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_v(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (36)$$

onde $D_v(\theta)$ é a difusividade aparente da água para infiltração vertical (cm²/min), sendo $D_v(\theta)$ dada por

$$D_v(\theta) = D_h(\theta) + D_g(\theta) \dots\dots\dots (37)$$

onde $D_g(\theta)$ foi denominada difusividade gravitacional da água.

Na igualdade (37) pressupõe-se, claramente, que a forma da frente de molhamento seja constante em função do

tempo.

Assim, da equação (36), com condições inicial e de contorno equivalentes às condições (12) e (13), tem-se a relação (38)

$$z = \lambda_v(\theta) t^{1/2} \dots\dots\dots (38)$$

semelhante à (35), onde $\lambda_v(\theta)$ é a variável de Boltzmann para a infiltração vertical.

4.2.3. Relação entre as Difusividades

Para solos nos quais as infiltrações de água, tanto horizontal quanto ascendente e descendente são governadas pelas equações (34) e (36), que possuem a mesma forma matemática, valem as seguintes expressões para a difusividade da água $D_h(\theta)$ e difusividade aparente da água $D_v(\theta)$, conforme BRUCE e KLUTE (1956):

$$D_h(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \int_{\theta_0}^{\theta} \lambda_h(\theta) d\theta \dots\dots\dots (39)$$

$$D_v(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d\lambda_v(\theta)}{d\theta} \int_{\theta_0}^{\theta} \lambda_v(\theta) d\theta \dots\dots\dots (40)$$

Com o objetivo de se obter uma generalização,

já mencionada, entre as infiltrações horizontal e verticais, nas condições indicadas, define-se um fator $\alpha(\theta)$ por (41)

$$\alpha(\theta) = \frac{\lambda_v(\theta)}{\lambda_h(\theta)} \dots\dots\dots (41)$$

com $\alpha(\theta) > 1$ para infiltração vertical descendente e $\alpha(\theta) < 1$ para ascendente.

Da relação entre (39) e (40), usando-se (41), mostra-se que a relação entre cada difusividade aparente e a difusividade da água no solo é dada por (42), deduzida no APÊNDICE 1:

$$\frac{D_v(\theta)}{D_h(\theta)} = \left(\alpha(\theta) + \lambda_h(\theta) \frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} / \frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \right) \frac{\int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta)\lambda_h(\theta)d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta} \lambda_h(\theta)d\theta} \quad (42)$$

Uma pesquisa a respeito da dependência $\alpha = \alpha(\theta)$ pode introduzir simplificações na expressão (42), tornando possível o estudo do fluxo vertical ascendente ou descendente a partir do horizontal, para o qual a difusividade é normalmente definida.

4.2.4. Relação entre as Infiltrações Acumuladas

Para solos nos quais as infiltrações de água,

horizontal e vertical, são respectivamente governadas pelas equações (34) e (36), as infiltrações acumuladas correspondentes I_{ach} e I_{acv} são dadas pelas equações (43) e (44), análogas à equação (29)

$$I_{ach} = t^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \lambda_h(\theta) d\theta \dots\dots\dots (43)$$

$$I_{acv} = t^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \lambda_v(\theta) d\theta \dots\dots\dots (44)$$

Introduzindo-se (41) em (44), obtém-se

$$I_{acv} = t^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \alpha(\theta) \lambda_h(\theta) d\theta \dots\dots\dots (45)$$

Assim, a relação entre I_{acv} e I_{ach} , no mesmo instante de tempo é dada por (46)

$$\frac{I_{acv}}{I_{ach}} = \frac{\int_{\theta_0}^{\theta_s} \alpha(\theta) \lambda_h(\theta) d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta_s} \lambda_h(\theta) d\theta} \dots\dots\dots (46)$$

5. MATERIAL E MÉTODOS

5.4. Material

5.4.1. Generalidades sobre os Solos

As amostras de solo usadas no presente estudo provêm de horizontes A de duas séries encontradas no Município de Piracicaba, Estado de São Paulo:

a) Alfissol, TERRA ROXA ESTRUTURADA (TRE), Série Luiz de Queiroz, tendo as amostras sido coletadas na Estação Experimental da ESALQ/USP.

b) Oxissol, LATOSOL VERMELHO AMARELO-fase arenosa (LVA), Série Sertãozinho, tendo as amostras sido coletadas nas proximidades da rodovia Piracicaba-Santa Bárbara d'Oeste.

Embora não se tenha feito análise granulométrica das amostras, ela deve estar próxima da análise contida na

Tabela 1, conforme *FERRAZ (1975a)* para o solo TRE e conforme *CADIMA (1978)* para o solo LVA.

Tabela 1 - Análise Granulométrica dos Solos, conforme *FERRAZ (1975)*.

| Sigla | Solo | Argila % | Silte % | Areia % |
|-------|--------------------------|-------------|------------|------------|
| TRE | Terra Roxa Estruturada | 37 | 27 | 36 |
| LVA | Latosol Vermelho Amarelo | 27 | 5 | 68 |

Nenhum dos solos usados exibiu expansão visível quando umedecido.

5.1.2. Preparação do Solo e Acondicionamento das Amostras

Os solos, depois de secos ao ar, foram peneirados em peneira de malha 1 mm, sendo a seguir guardados em sacos de plásticos e vedados.

Para a obtenção de cada amostra de solo, ou seja, de cada coluna de solo, este foi acondicionado em um tubo de plástico acrílico transparente de 58 cm de comprimento, 5,3 cm de diâmetro interno e com parede de espessura igual a 0,3 cm. Isso se fez necessário devido às técnicas de infil-

tração e de medição usadas no presente trabalho.

O preenchimento do cilindro foi feito colocando o em posição vertical e usando-se um tubo de vidro de 60 cm de comprimento e 1,0 cm de diâmetro interno com um funil adaptado em sua parte superior. O tubo de vidro foi colocado dentro do cilindro vazio, enchendo-se a seguir o tubo de vidro e o funil com o solo em estudo. O tubo e o funil foram então erguidos pouco a pouco, permitindo-se ao solo preencher o tubo de plástico. Durante esse processo tomou-se o cuidado de se manter o tubo de vidro e o funil cheios de solo. Dessa forma, evitou-se a má distribuição das partículas de solo ao longo da coluna.

Após o preenchimento do tubo de plástico, procedeu-se ao acondicionamento do solo. Usou-se um martelo de borracha para percutir as laterais do tubo de plástico, com o que a extremidade superior do solo ficava mais baixa; o espaço vazio era então preenchido novamente e a percussão continuava. Este processo foi repetido até que toda a quantidade desejada de solo ocupasse o tubo de plástico e não se observasse estratificação ao longo da coluna, obtendo-se então uma coluna de solo com densidade global previamente escolhida e com boa homogeneidade.

Dessa forma foram obtidas as seis colunas de solo necessárias à obtenção dos dados experimentais. Três colu

nas de solo foram acondicionadas, tanto quanto possível idênticas entre si, para cada tipo de solo.

5.1.3. Equipamento e Geometria da Montagem

A determinação da densidade global e da umidade do solo foi feita utilizando-se da técnica de atenuação de um feixe monoenergético e colimado de radiação gama.

O equipamento de atenuação de radiação gama, mostrado parcialmente em secção vertical na Figura 1, já com a coluna de solo na posição de medida, consistiu de uma fonte radioativa, um sistema de colimação do feixe, e um sistema de detecção por cintilação, instalados num suporte metálico rígido. A fonte de radiação gama utilizada foi uma fonte de Césio-137, de média energia (662 KeV), com atividade aproximada de 100 milicuries. Os orifícios de colimação, tanto da fonte quanto do detector, tinham secção reta quadrada com tamanho 2 mm x 2 mm. O detector de cintilação consistiu de um cristal de iodeto de sódio ativado com tálio, do tipo plano e com a forma de um cilindro tendo 2" de diâmetro da base e 2" de altura. Ao detector estava adaptado um sistema eletrônico de montagem composto de uma válvula fotomultiplicadora, um sistema de alta tensão, um pré-amplificador, um amplificador, um analisador nonocanal, um escalímetro e um sistema de controle de tempo ("timer"). A Figura 2 mostra um diagra-

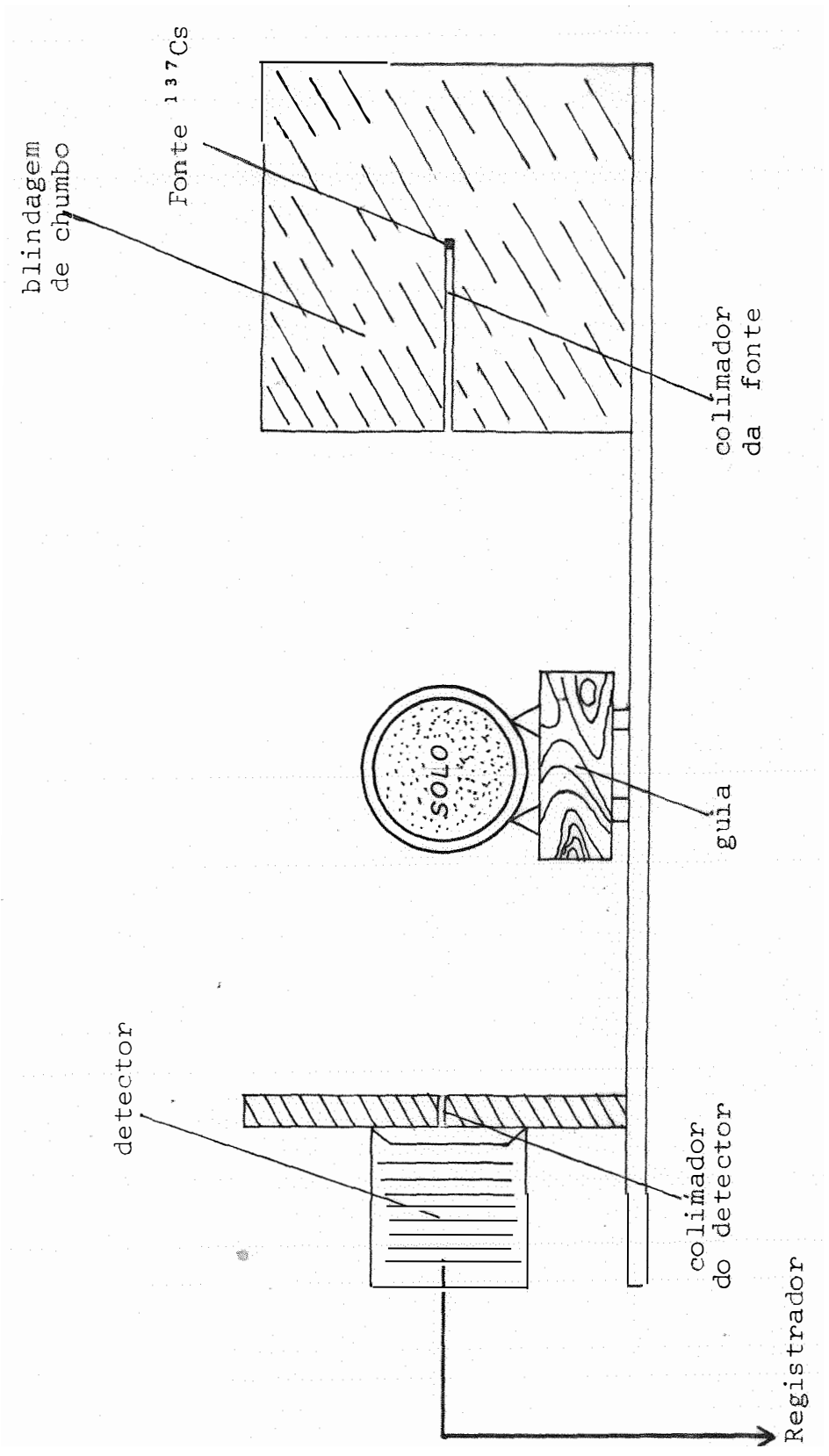


Figura 1 - Esquema da seção vertical da geometria usada na colimação do feixe de radiação gama

ma de blocos de todo o conjunto.

Na posição de medida, cada coluna de solo foi montada horizontal e perpendicularmente ao feixe de radiação, de modo que a parte central deste atravessasse a parte mais espessa da coluna. Esta foi montada sobre uma guia, sendo possível deslocá-la ao longo do seu eixo central.

Cada coluna de solo foi montada e adaptada ao aplicador de água para se proceder a infiltração de acordo com o esquema da Figura 3. Na extremidade da coluna adaptada ao aplicador de água foi colocada uma tela de aço de malha fina e um papel de filtro, para se evitar perdas de solo durante o preparo das amostras e melhor permitir a entrada de água no solo durante a infiltração. Na outra extremidade colocou-se papel alumínio perfurado, impedindo-se assim a perda de solo e permitindo-se, ao mesmo tempo, o escape de ar.

O aplicador de água foi conectado por um tubo de borracha a um grande reservatório de água de capacidade 600 ml e calibrado para leituras de vazão de 5 ml. O reservatório foi construído de modo a ser possível realizar infiltrações sob potenciais nulos, positivos ou negativos constantes.

As infiltrações vertical ascendente, vertical descendente e horizontal se processaram conforme os esquemas da Figura 4. Nas infiltrações verticais a água foi aplicada

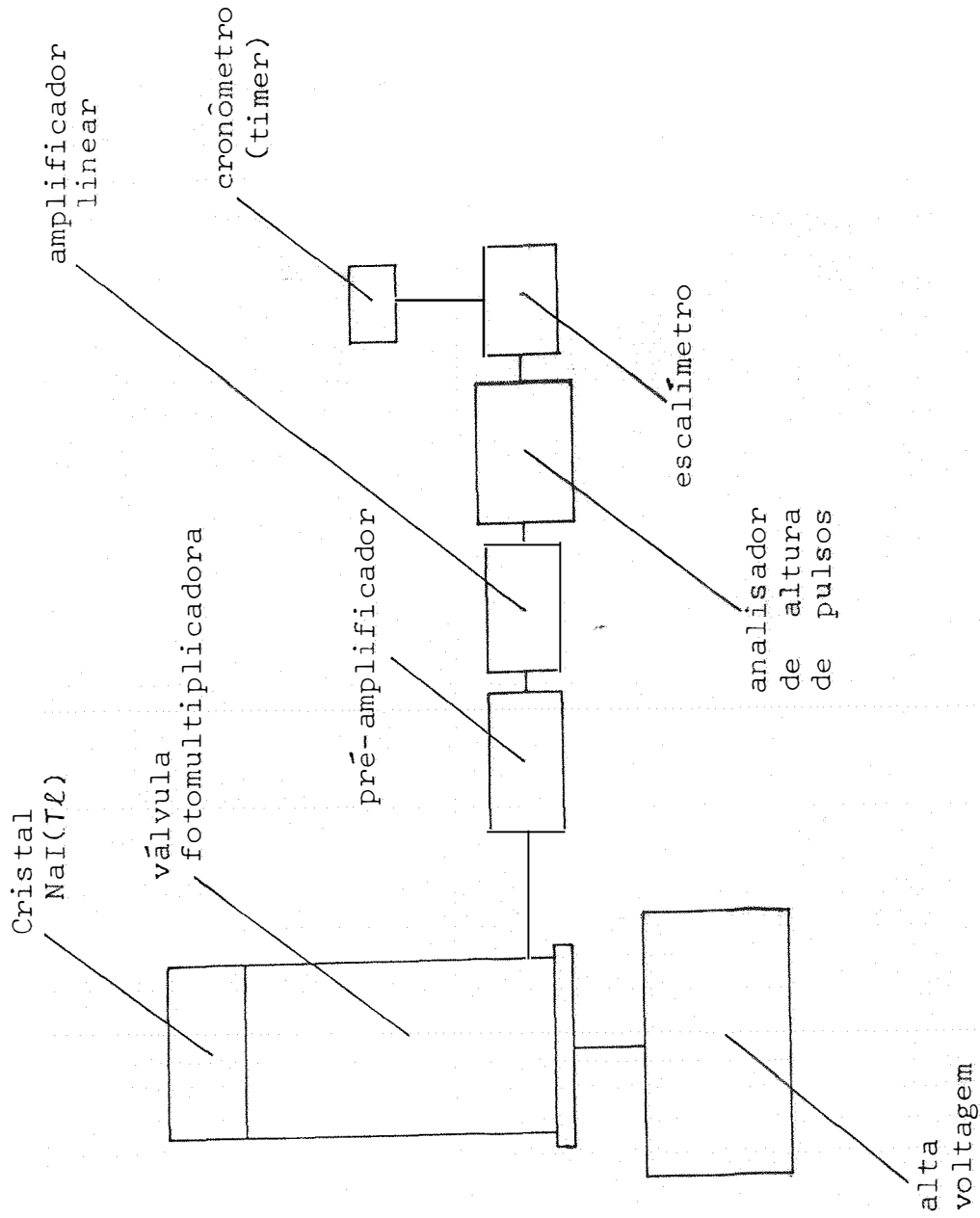


Figura 2 - Diagrama de blocos do sistema de detecção e contagem de radiação gama

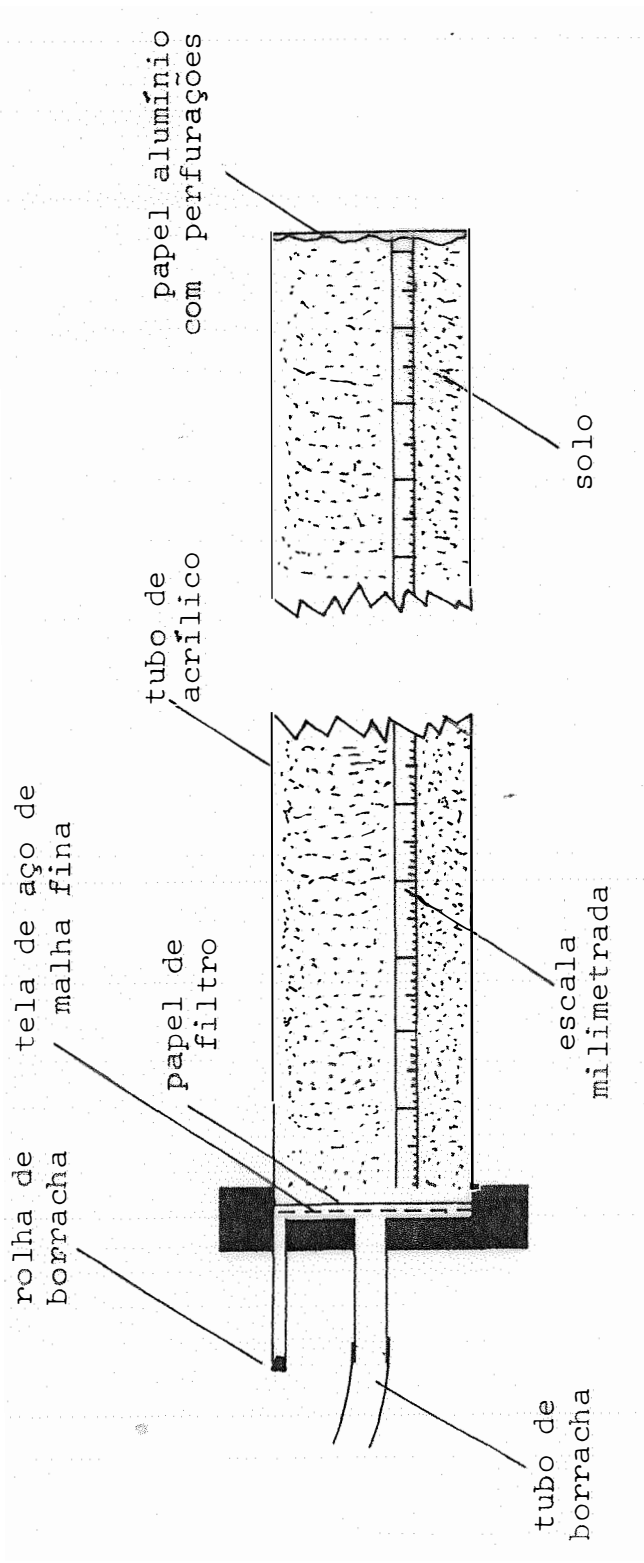


Figura 3 - Tubo de plástico acrílico contendo a coluna de solo adaptada ao aplicador de água

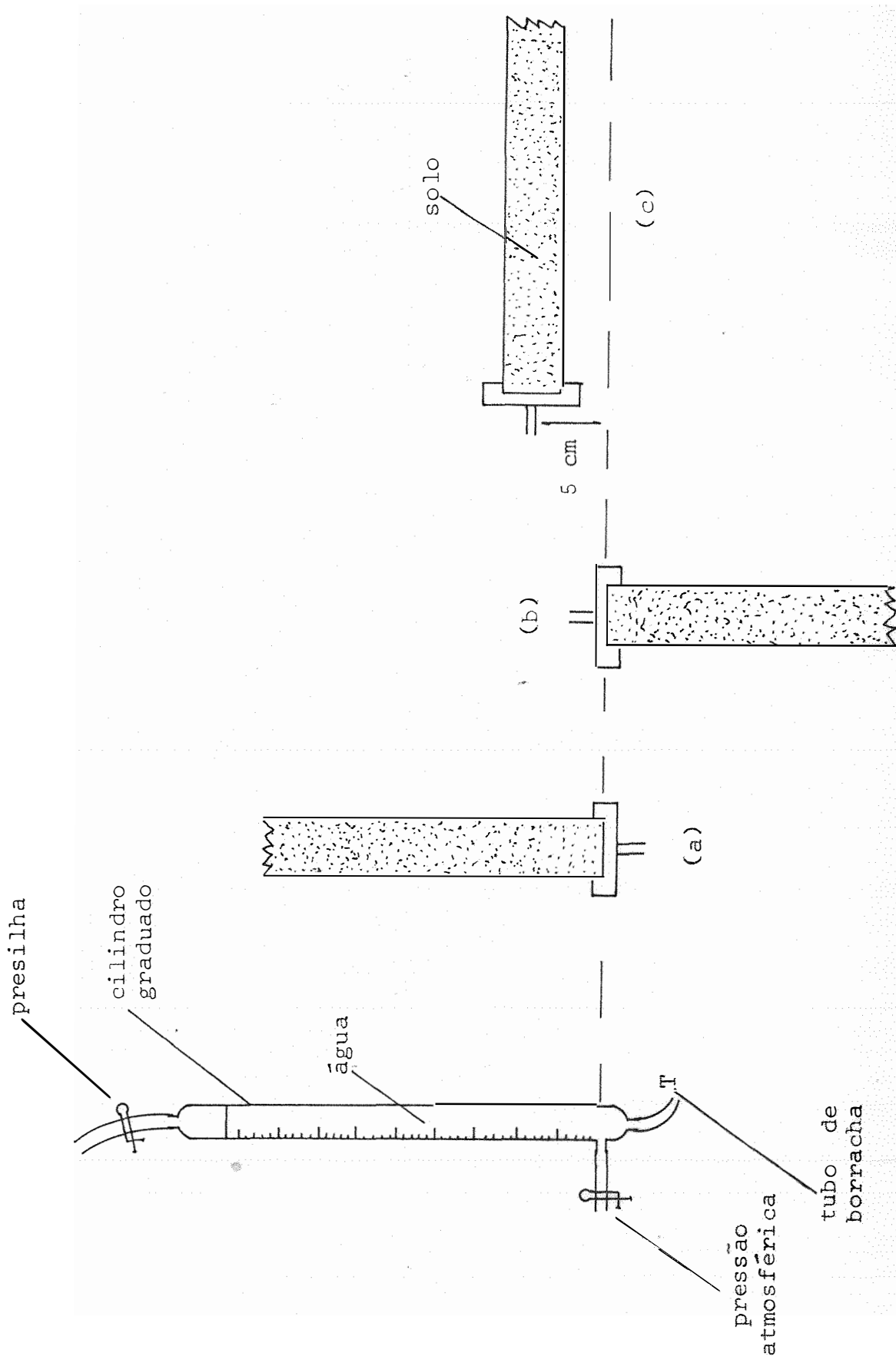


Figura 4 - Posições relativas do reservatório de água de pressão ou tensão constante e das colunas de solo, para os casos de infiltração: a) vertical ascendente; b) vertical descendente; c) horizontal. Em cada caso o tubo flexível T é adaptado ao aplicador de água.

sob tensão nula; nas horizontais, sob tensão negativa de 5 cm H₂O com o objetivo de se produzir uma frente de molhamento plana e vertical.

A água usada foi preparada com adição de sulfato de cálcio, produzindo-se uma solução 0,01N de Ca₂SO₄, que possui características químicas próximas, em média, da água normalmente retirada dos solos.

5.2. Métodos

5.2.1. Determinação da Umidade do Solo pela Atenuação da Radiação Gama

A determinação da umidade em cada ponto da coluna no instante desejado foi feita usando-se a técnica da atenuação da radiação gama pela matéria, introduzida nos estudos de ciência dos solos por *DAVIDSON et alii (1963)* e aplicada no Brasil por *REICHARDT (1965)* e *FERRAZ (1974)*. A apresentação neste item dos detalhes do método, tem o objetivo de esclarecer o procedimento usado nos experimentos.

A atenuação de um feixe colimado de radiação gama monoenergética ao atravessar um material de espessura ℓ (cm) é descrita pela lei de Beer

$$I = I_0 \exp (- \mu \rho \ell) \dots\dots\dots (47)$$

onde I (contagem/30 s) é a intensidade do feixe emergente, I_0 é a intensidade do feixe incidente, μ (cm^2/g) é o coeficiente de atenuação de massa do material absorvedor para a energia da radiação gama considerada e ρ (g/cm^3) é a densidade do material.

Pode ser mostrado, como o faz, por exemplo, FERAZ (1974), que a expressão (47) se transforma na (48) no caso do material absorvedor ser um solo úmido com densidade global ρ_g e umidade volumétrica θ , acondicionado em forma de coluna de solo num tubo cilíndrico de plástico,

$$I = I_0 \exp (-d\mu_s\rho_g - d\mu_a\rho_a\theta - e\mu_m\rho_m) \dots\dots\dots (48)$$

sendo I_0 a intensidade do feixe de radiação gama no detector na ausência de qualquer absorvedor, d e e , respectivamente, as espessuras da coluna de solo e das paredes do tubo de plástico na direção do feixe, ρ_g , ρ_a e ρ_m , respectivamente, as densidades global do solo, da água e do material com o qual foi feito o tubo de plástico, e μ_s , μ_a e μ_m , respectivamente, os coeficientes de atenuação de massa do solo, da água e do material com o qual foi feito o tubo, para a energia da radiação gama considerada. A atenuação devida ao ar é desprezada, neste trabalho, devido à pouca distância entre a fonte de radiação e o detector.

Se I_t representa a intensidade do feixe de ra-

dição gama através do tubo vazio, e I' através do tubo contendo a coluna de solo seco ao ar com umidade volumétrica θ_0 ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) e densidade global ρ_g (g/cm^3), então são válidas as expressões (49) e (50)

$$I_t = I_0 \exp(-e \mu_m \rho_m) \dots\dots\dots (49)$$

$$I' = I_0 \exp(-d\mu_s \rho_g - d\mu_a \rho_a \theta_0 - e\mu_m \rho_m) \dots (50)$$

Das expressões (48), (49) e (50) obtêm-se

$$\theta = \theta_0 + \frac{\ln(I'/I)}{d \mu_a \rho_a} \dots\dots\dots (51)$$

A equação (51) permite a determinação da umidade θ num ponto $x(\text{cm})$ ou $z(\text{cm})$ ao longo da coluna de solo num instante $t(\text{min})$, desde que a relação I'/I seja conhecida naquele ponto e naquele instante.

Três principais observações devem ser feitas sobre o uso da equação (51).

Em primeiro, a equação requer que a densidade global ρ_g seja a mesma estando o solo com umidade $\theta > \theta_0$ ou θ_0 , isto é, a densidade global não deve se alterar com o umedecimento.

Em segundo, a intensidade I_0 deve ser constante durante a coleta de dados. Na prática, nem sempre tal fato se verifica, principalmente devido à deriva instrumental. O problema é resolvido fazendo-se medidas da intensidade do feixe de radiação gama através de um absorvedor padrão sempre que as intensidades I , I_t e I' sejam medidas ao longo da coluna de solo. Estes valores são então corrigidos, usando-se a variação da intensidade no absorvedor padrão como fator de correção.

Em terceiro, as intensidades do feixe emergente obtidas nos experimentos atingiram um máximo de 90.000 contagens por minuto através das colunas de solo. Por isso não foram feitas correções de tempo morto, como seria desejável, uma vez que tal correção nessa contagem é muito pequena, conforme *FERRAZ (1975b)*.

5.2.2. Determinação da Umidade do Solo Seco ao Ar

Para a determinação da umidade volumétrica θ_0 ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$), quatro pequenas amostras de cada tipo de solo foram acondicionadas em recipientes de alumínio e levadas à uma estufa por 49 horas, na temperatura de 110°C . A umidade volumétrica de cada amostra foi calculada por método gravimétrico, usando-se a expressão

$$\theta_0 = \frac{m_a}{m_a + m_s} \rho_{at} \dots\dots\dots (52)$$

onde m_a (g) e m_s (g) são as massas de água e de partículas de solo contidas na amostra, e ρ_{at} (g/cm³) é a densidade atual da coluna de solo, determinada também por método gravimétrico. A umidade θ_o de cada tipo de solo seco ao ar, TRE ou LVA, foi considerada como a média das determinações feitas com as amostras do respectivo solo. Nas determinações de m_a e m_s foi utilizada uma balança METTLER tipo H67 com precisão de 0,0001 g.

5.2.3. Determinação da Densidade Global do Solo

A partir dos dados conhecidos das densidades globais dos solos estudados no presente trabalho, em situação de campo, foram determinadas as quantidades de solo que deveriam ser levadas aos tubos para confecção das colunas de solo.

A densidade global ρ_g (g/cm³) de cada coluna de solo foi calculada a partir da densidade atual do solo contido na coluna e dos dados usados na determinação da umidade volumétrica θ_o , determinadas por método gravimétrico, usando-se as relações (53), (54) e (55)

$$u = \frac{m_u - m_s}{m_s} \dots\dots\dots (53)$$

$$m'_s = \frac{m'_u}{u + 1} \dots\dots\dots (54)$$

$$\rho_g = \frac{m'_s}{v_t} \dots\dots\dots (55)$$

onde u é a unidade em peso determinada pela média dos valores obtidos com as pequenas amostras levadas à estufa, m_u (g) e m_s (g) são, respectivamente, as massas de solo seco ao ar e de solo completamente seco de cada amostra levada à estufa, m'_u (g) e m'_s (g) são, respectivamente as massas de solo seco ao ar e de solo completamente seco contidos na coluna de solo e v_t é o volume da coluna de solo ou volume interno do tubo.

5.2.4. Verificação da Homogeneidade do Tubo e das Colunas de Solo

A homogeneidade do tubo de plástico acrílico transparente usado no acondicionamento dos solos foi verificada a partir de uma tabela de valores de I_t (contagens/30 s) em função da posição x (cm) ao longo do tubo. Foram obtidos valores da intensidade do feixe de radiação gama I_t através do tubo vazio a cada centímetro, e a homogeneidade foi estabelecida calculando-se o coeficiente de variação dos valores de I_t .

Para se verificar a homogeneidade de cada coluna de solo o procedimento foi semelhante, usando-se para isso os valores de intensidade I' (contagens/30 s) obtidos a cada centímetro ao longo da coluna de solo seco ao ar. Quando a distribuição dos valores de intensidade apresentava, ao longo da coluna um coeficiente de variação maior que 5%, a coluna era refeita.

5.2.5. Processo de Infiltração da Água nas Colunas de Solo

Montada a coluna de solo na posição adequada ao tipo de infiltração desejado, conforme se mostra na Figura 4, iniciou-se o processo passando-se a anotar os dados de interesse.

O tempo t (min) foi medido através de um cronômetro.

A posição da frente de molhamento, x_f (cm) ou z_f (cm) foi determinada, nos instantes desejados, de forma visual, medindo-se sua posição através da régua graduada fixada ao longo do tubo de plástico.

O volume de água infiltrada, V_{ac} (cm³), foi medido de tempos em tempos, no próprio reservatório graduado. Posteriormente procedeu-se à uma correção gráfica dos valores obtidos, impondo-se a condição $V_{ac} = 0$ no instante $t = 0$.

5.2.6. Obtenção de um Perfil de Umidade

O perfil de umidade $\theta = \theta(x)$ ou $\theta = \theta(z)$ num dado instante t_i (min) foi obtido usando-se a equação (51), aplicada a um conjunto de dados experimentais de intensidades I do feixe de radiação gama através da coluna de solo seco ao ar e de intensidades I' do feixe através da região umedecida pela

infiltração de água. Cada valor $\theta = \theta(x)$ ou $\theta = \theta(z)$ foi calculado usando-se os valores de I e I' contidos em tabelas de I ou I' versus x ou z, e obtidos para a mesma posição x ou z.

Os valores de d, μ_a e ρ_a que fazem parte da equação (51) foram considerados constantes, usando-se $d = 5,3$ cm, $\mu_a = 0,084$ cm²/g e $\rho_a = 1,00$ g/cm³.

No caso da infiltração horizontal, o tubo contendo a coluna de solo foi montado na própria posição de medida, tornando possível a obtenção de vários perfis de umidade em instantes distintos. Sabendo-se que a infiltração horizontal se processa obedecendo a equação (17)

$$x = \lambda(\theta)t^{1/2}$$

foi possível obter-se curvas θ versus $\lambda_i(\theta)$ associadas a cada instante t_i de obtenção do perfil. A partir dessas curvas é que se obteve a curva média θ versus $\lambda_h(\theta)$ para cada tipo de solo.

No caso das infiltrações verticais, a geometria de detecção usada não permitiu proceder às infiltrações na própria posição de medida, sendo realizadas fora do conjunto fonte/detector. Assim, para cada infiltração vertical, só foi possível se obter um perfil $\theta = \theta(z)$ no instante desejado. Para isso, no instante pretendido, a coluna era colocada na posi

ção horizontal no local de medida, passando-se rapidamente à medição das intensidades do feixe de radiação na parte molhada.

Sabendo-se que, na parte onde as infiltrações verticais se comportam como se fossem horizontais, vale a equação (23)

$$z = \lambda_v(\theta) t^{1/2}$$

foram obtidas as curvas θ versus $\lambda_v(\theta)$ para cada tipo de infiltração vertical e para cada tipo de solo, de forma análoga à já descrita para o caso horizontal, porém sem obtenção de curvas médias.

As medições de intensidade do feixe de radiação foram todas realizadas a partir das posições x_f ou z_f em direção à origem $x = z = 0$, uma vez que a alteração do perfil em função do tempo é maior próximo à frente de molhamento, minimizando-se assim os erros de leitura.

Como maior precisão na obtenção dos perfis de umidade é obtida para perfis mais longos, e como os perfis para as infiltrações verticais deveriam ser obtidos nas condições em que a frente de molhamento é proporcional à raiz quadrada do tempo de infiltração, previamente realizaram-se infiltrações verticais determinando-se somente os valores de z_f em

função do tempo. Foi assim possível saber, antecipadamente, em qual instante, para uma dada infiltração, a coluna deveria ser colocada horizontalmente no sistema fonte-detector.

Todos os dados coletados foram obtidos em ambientes de temperatura controlada, na faixa $(20 \pm 1) ^\circ\text{C}$.

5.2.7. Determinação das Umidades de Saturação

A umidade volumétrica de saturação θ_s ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) foi determinada para cada tipo de solo fazendo-se a média aritmética dos limites, obtidos graficamente através dos perfis de umidade, dos valores de θ para $x \rightarrow 0$ e $z \rightarrow 0$ de todos os perfis de umidade obtidos para o correspondente solo.

5.2.8. Determinação das Infiltrações Acumuladas

A infiltração acumulada de água até um dado instante, I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$), foi obtida por dois métodos.

No primeiro mediu-se o volume V_{ac} (cm^3) de água em função do tempo, obtendo-se I_{ac} pela expressão

$$I_{ac} = \frac{V_{ac}}{\pi \frac{d^2}{4}} \dots\dots\dots (56)$$

onde d (cm) é o diâmetro interno do tubo de plástico.

No segundo, foram usados os perfis de umidade e I_{ac} foi determinado através de um método numérico, para o cálculo das expressões (27) ou (31). Assim, cada I_{ac} foi calculado, no instante desejado, usando-se, conforme o caso, ou a expressão (27) associada com (17) ou a (31) associada com (23), através da aproximação numérica

$$I_{ac} = t^{1/2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \lambda_h(\theta) d\theta \approx \Delta\theta \sum_{i=1}^n \lambda_i \dots\dots (57)$$

onde n é o número de intervalos de comprimentos iguais a $\Delta\theta$ em que foi dividido o intervalo $[\theta_0, \theta_s]$, e i indica o i -ésimo intervalo. Para os cálculos foi adotado o valor $\Delta\theta = 0,01 \text{ cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^3$. Assim, num dado instante t

$$I_{ac} \approx 0,01 \dots t^{1/2} \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (\text{cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^2) \quad (58)$$

5.2.9. Determinação da Difusividade da Água no Solo segundo *BRUCE* e *KLUTE*

Um dos métodos utilizados na determinação da difusividade foi o de *BRUCE* e *KLUTE*, baseado nas expressões (39) e (40).

Consideremos o caso da infiltração horizontal;

o caso das infiltrações verticais é semelhante.

A difusividade da água no solo é dada por (39). Conhecida, graficamente, a função θ versus $\lambda_h(\theta)$, $D_h(\theta)$ pode ser determinada numericamente para qualquer umidade θ no intervalo $[\theta_o, \theta_s]$, determinando-se $d\lambda_h/d\theta$ pelo inverso do coeficiente angular da reta tangente à curva θ versus $\lambda_h(\theta)$ no ponto (θ, λ_h) considerado e fazendo-se

$$\int_{\theta}^{\theta} \lambda_h(\theta) d\theta \approx \Delta\theta \sum_{i=1}^n \lambda_i = 0,01 \sum_{i=1}^n \lambda_i \dots\dots (59)$$

obtida pela "área sob a curva" θ versus $\lambda_h(\theta)$ entre os pontos $(\theta_o, \lambda_h(\theta_o))$ e $(\theta, \lambda_h(\theta))$ considerados.

Assim, de (39) e (59) tem-se

$$D_h(\theta) \approx - 0,005 \cdot \left(\frac{d\lambda_h}{d\theta} \right)_{\theta} \cdot \sum_{i=1}^n \lambda_i \dots\dots\dots (60)$$

onde $D_h(\theta)$ é dada em cm^2/min , n é o número de intervalos iguais a $\Delta\theta = 0,01 \text{ cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^3$ em que foi dividido cada intervalo $[\theta_o, \theta]$, i é a indicação do i -ésimo intervalo, e λ_i é o valor médio de λ_h no i -ésimo intervalo.

Procedimento idêntico existiu na determinação

dos valores das difusividades aparentes, $D_a(\theta)$ e $D_d(\theta)$, respectivamente associadas às infiltrações verticais ascendente e descendente de água nas condições já indicadas neste trabalho.

Para cada tipo de solo e infiltração, o valor da difusividade da água em uma dada umidade foi determinado três vezes, em épocas distintas, para se minimizar os efeitos de erros sistemáticos tanto na avaliação dos coeficientes angulares e das "áreas" quanto na forma de se traçar os perfis, que cada vez eram refeitos. O valor utilizado da difusividade foi sempre a média aritmética dos valores obtidos.

5.2.10. Determinação da Difusividade da Água no Solo segundo *REICHARDT et alii*

REICHARDT et alii (1972), baseados na definição de comprimento microscópico característico proposto por *MILLER* e *MILLER* (1956) através da teoria dos meios similares, apresentaram as idéias fundamentais de um novo método de determinação da difusividade da água no solo. A equação para essa determinação, a seguir desenvolvida por *REICHARDT* e *LIBARDI* (1974), utiliza para o cálculo apenas a umidade generalizada w e o coeficiente angular β ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) da reta representativa do avanço da frente de molhamento com a raiz quadrada do tempo de infiltração. A equação proposta por *REICHARDT* e *LIBARDI* é a seguinte

$$D(\omega) = 8,772 \times 10^{-4} \times \beta^2 \times \exp(8,087\omega) \dots\dots\dots (61)$$

onde $D(\omega)$ é dada em cm^2/min , β é representada em $\text{cm}/\text{min}^{1/2}$ e ω é dada por

$$\omega = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \dots\dots\dots (62)$$

Das igualdades (61) e (62) obtém-se, nas mesmas unidades, a expressão (63) onde a difusividade é então função da umidade volumétrica θ ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$)

$$D(\theta) = 8,772 \times 10^{-4} \times \beta^2 \exp \left[\frac{8,087\theta}{(\theta_s - \theta_0)} \right] / \exp \left[\frac{8,087\theta_0}{(\theta_s - \theta_0)} \right] \dots\dots\dots (63)$$

5.2.11. Determinação dos Fatores $\alpha(\theta)$, das Relações entre Difusividades e das Relações entre as Infiltrações Acumuladas

A relação entre infiltrações acumuladas foi obtida a partir das retas de regressão linear representativas.

Cada fator $\alpha(\theta)$, para cada valor da umidade volumétrica θ foi calculado segundo a expressão (41), partindo-se das curvas " θ versus $\lambda_v(\theta)$ " e " θ versus $\lambda_h(\theta)$ ".

A equação (42), que estabelece as relações entre as difusividades aparentes e aquela associada à infiltração horizontal foi analisada indiretamente através dos fatores $\alpha(\theta)$ calculados e através das relações calculadas entre as difusividades obtidas; estas relações foram determinadas por três maneiras distintas; 1) usaram-se os valores das curvas $D(\theta)$ versus θ , com $D(\theta)$ determinado segundo o método de *BRUCE* e *KLUTE*; 2) usaram-se as retas de regressão linear $\ln D(\theta)$ versus θ , com $D(\theta)$ determinado segundo *BRUCE* e *KLUTE*; e 3) usaram-se os valores da difusividade calculados pelo método *REICHARDT et alii*.

6. RESULTADOS

6.1. Características das Colunas de Solo

A Tabela 2 apresenta os valores da umidade do solo seco ao ar θ_o , a umidade de saturação θ_s e a densidade global média ρ_g para os dois solos estudados, sendo θ_o e ρ_g determinados pelas equações (52) e (55), respectivamente, e θ_s calculado segundo o procedimento descrito no item 5.2.7.

Tabela 2 - Valores das Umidades Volumétricas e das Densidades Globais Médias dos Solos

| Solo | θ_o (cm ³ H ₂ O/cm ³) | θ_s (cm ³ H ₂ O/cm ³) | ρ_g (g/cm ³) |
|------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| TRE | 0,030 | 0,490 | 1,37 |
| LVA | 0,011 | 0,380 | 1,38 |

A Tabela 3 apresenta os coeficientes de variação CV (%) dos valores das intensidades I' (contagem/30 s) do feixe de radiação gama atenuada pelos solos secos ao ar, e também o coeficiente de variação dos valores I_t (contagem/30 s) do feixe através do tubo vazio. Todas as colunas de solo usadas foram, portanto, consideradas homogêneas.

Tabela 3 - Valores dos Coeficientes de Variação das Intensidades do Feixe de Radiação Obtidas ao longo do Tubo e das Colunas de Solo

| Coluna | CV (%) | |
|------------|--------|-------|
| | T R E | L V A |
| Tubo vazio | 0,8 | 0,8 |
| I H | 2,2 | 1,5 |
| I V D | 2,7 | 1,4 |
| I V A | 1,4 | 1,3 |

6.2. Posições das Frentes de Molhamento em Função da Raiz Quadrada do Tempo

Os gráficos das Figuras 5 e 6 apresentam, respectivamente para os solos TRE e LVA, as posições das frentes de molhamento (x_f ou z_f) em função da raiz quadrada do tempo, para cada tipo de infiltração. Os valores experimentais uti-

lizados na confecção dos gráficos estão contidos nas Tabelas de números 2.1 a 2.6, apresentadas no APÊNDICE 2.

Na Tabela 4 estão representadas as equações que determinam, na parte linear, a dependência entre a coordenada da frente de molhamento e a raiz quadrada do tempo. As equações foram obtidas por regressão linear. Além das equações a Tabela 4 contém os coeficientes de correlação r entre as variáveis, bem como os instantes t_{\max} até os quais foram aproveitados os dados experimentais para obtenção das equações de regressão.

Tabela 4 - Equações de Regressão Linear das Frentes de Molhamento x_f (cm) e z_f (cm) em Função da Raiz Quadrada do tempo $t^{1/2}$ ($\text{min}^{1/2}$)

| Solo | Tipo de infiltração | Equação | r coeficiente de correlação | t_{\max} (min) |
|------|---------------------|-------------------------|--------------------------------|---------------------|
| TRE | I V D | $z_{fd} = 2,313t^{1/2}$ | 0,999 | 400 |
| TRE | I H | $x_f = 1,669t^{1/2}$ | 0,999 | - |
| TRE | I V A | $z_{fa} = 1,168t^{1/2}$ | 0,999 | 400 |
| LVA | I V D | $z_{fd} = 5,074t^{1/2}$ | 0,999 | 87 |
| LVA | I H | $x_f = 2,747t^{1/2}$ | 0,998 | - |
| LVA | I V A | $z_{fa} = 2,583t^{1/2}$ | 0,999 | 64 |

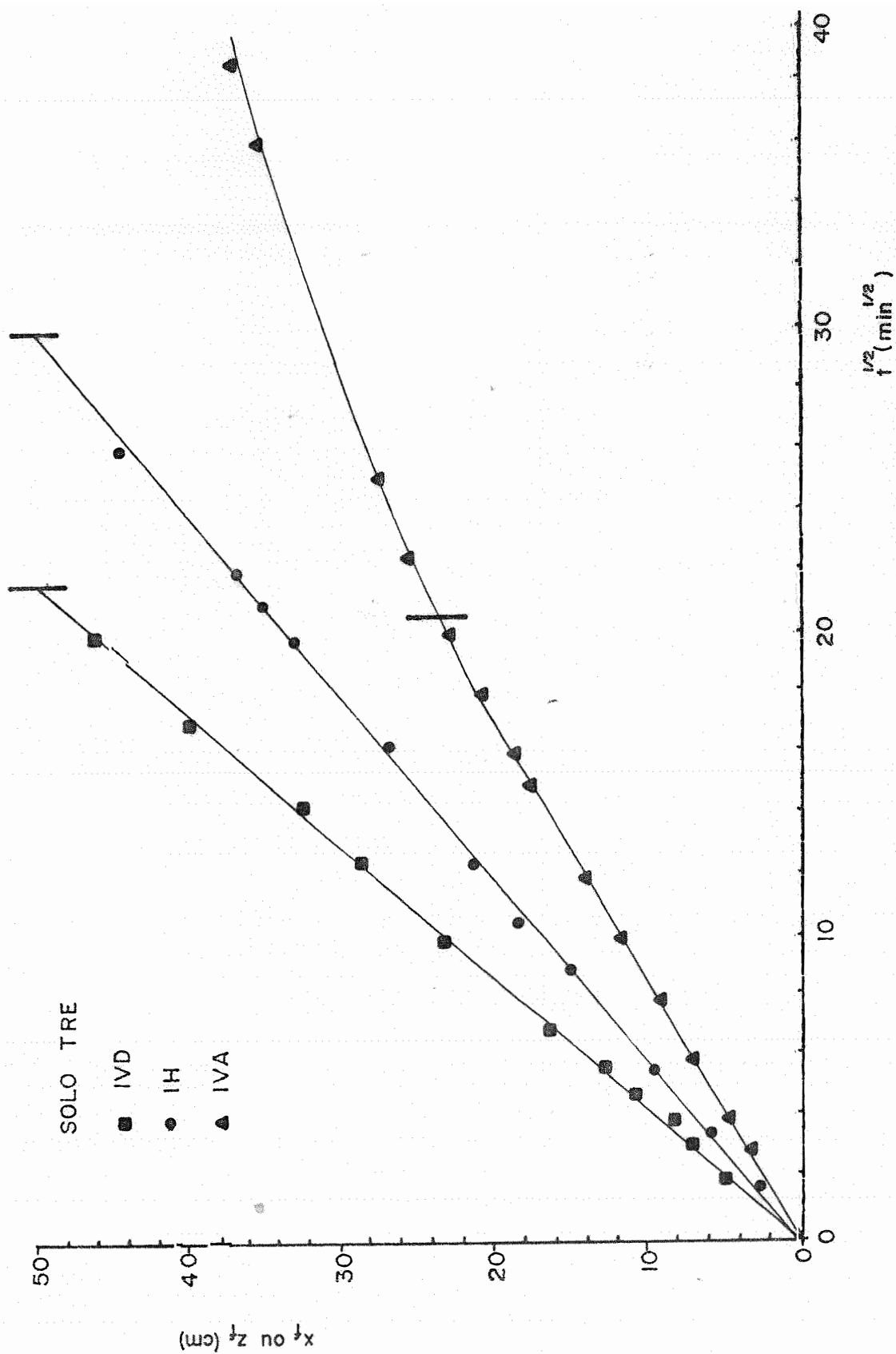


Figura 5 - Distância da fonte de água à frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo para o solo TRE. As barras verticais mostram até onde a regressão são linear foi feita

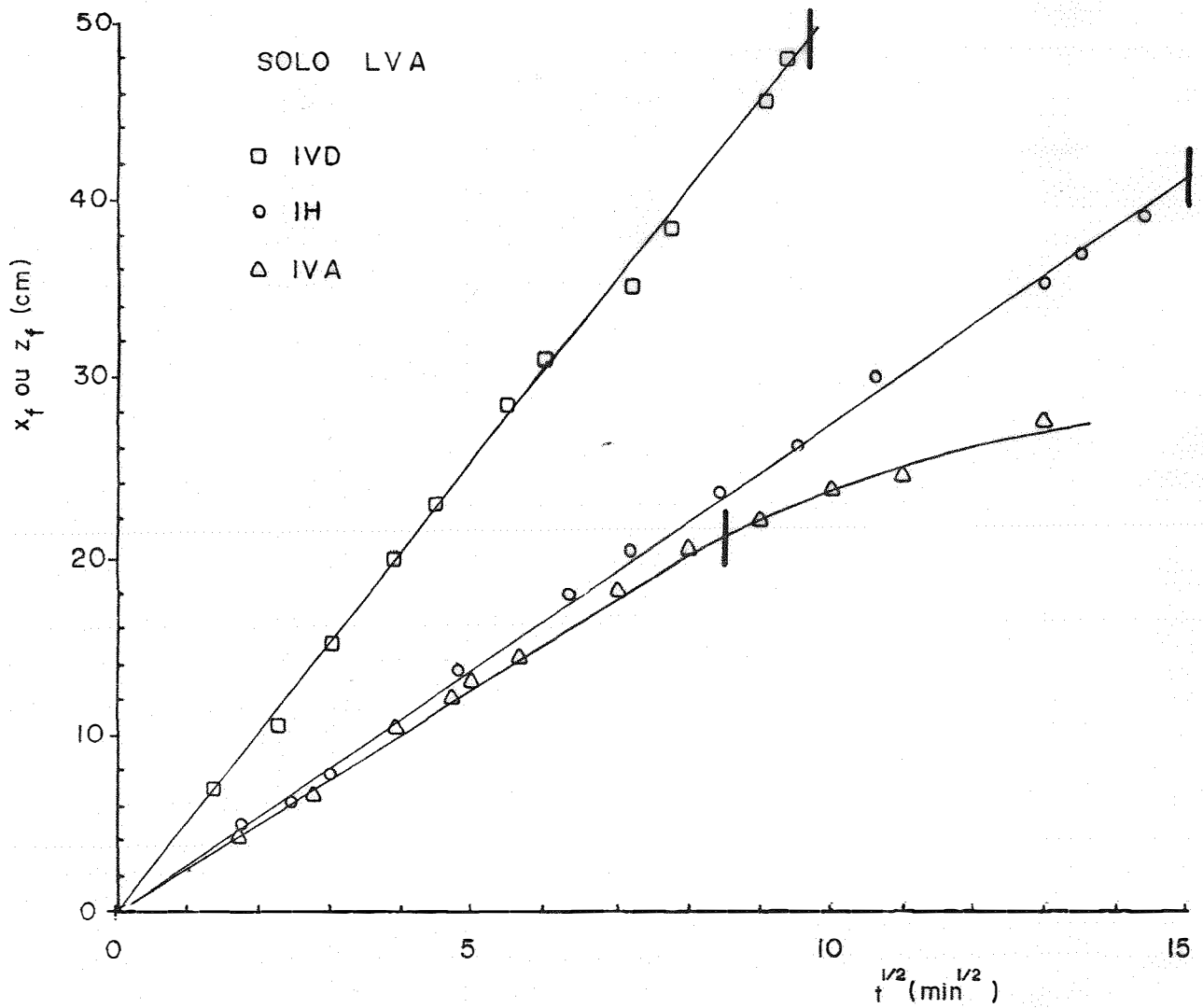


Figura 6 - Distância da fonte de água à frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo para o solo LVA. As barras verticais mostram até onde a regressão linear foi feita

6.3. Infiltração Acumulada em Função da Raiz Quadrada do Tempo

Os gráficos da infiltração acumulada em função da raiz quadrada do tempo, estão representados para cada tipo de infiltração, nas Figuras 7 e 8 para os solos TRE e LVA, respectivamente. Os valores experimentais utilizados na confecção dos gráficos estão contidos nas Tabelas de números 2.1 a 2.6, apresentadas no APÊNDICE 2.

As equações que determinam, na parte linear desses gráficos, a dependência entre a infiltração acumulada e a raiz quadrada do tempo estão representados, para cada tipo de infiltração e de solo, na Tabela 5. As equações foram obtidas por regressão linear usando-se os dados experimentais obtidos entre o instante zero e os instantes t_{\max} representados na Tabela 4 para os respectivos solo e infiltração. Os coeficientes r de correlação também estão indicados.

Finalmente, no que corresponde a este item, a Tabela 6 apresenta os valores da infiltração acumulada calculados, até o instante $t = 1$ min, pelas equações contidas na Tabela 5, e os valores obtidos através dos perfis de umidade determinados, até o mesmo instante, pelo método descrito no item 5.2.8.

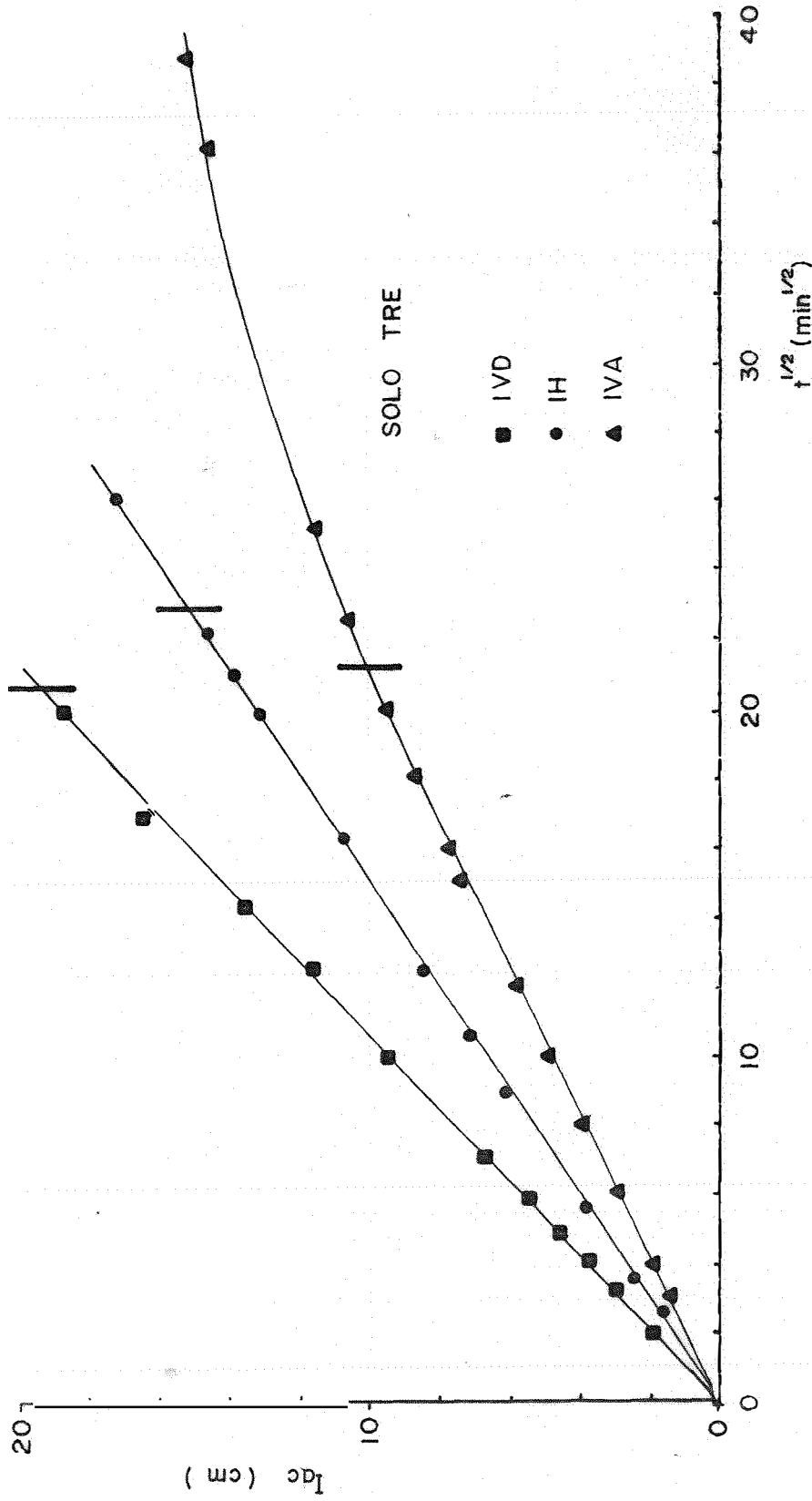


Figura 7 - Infiltração acumulada de água em função da raiz quadrada do tempo, para o solo TRE. As barras verticais mostram até onde a regressão são linear foi feita

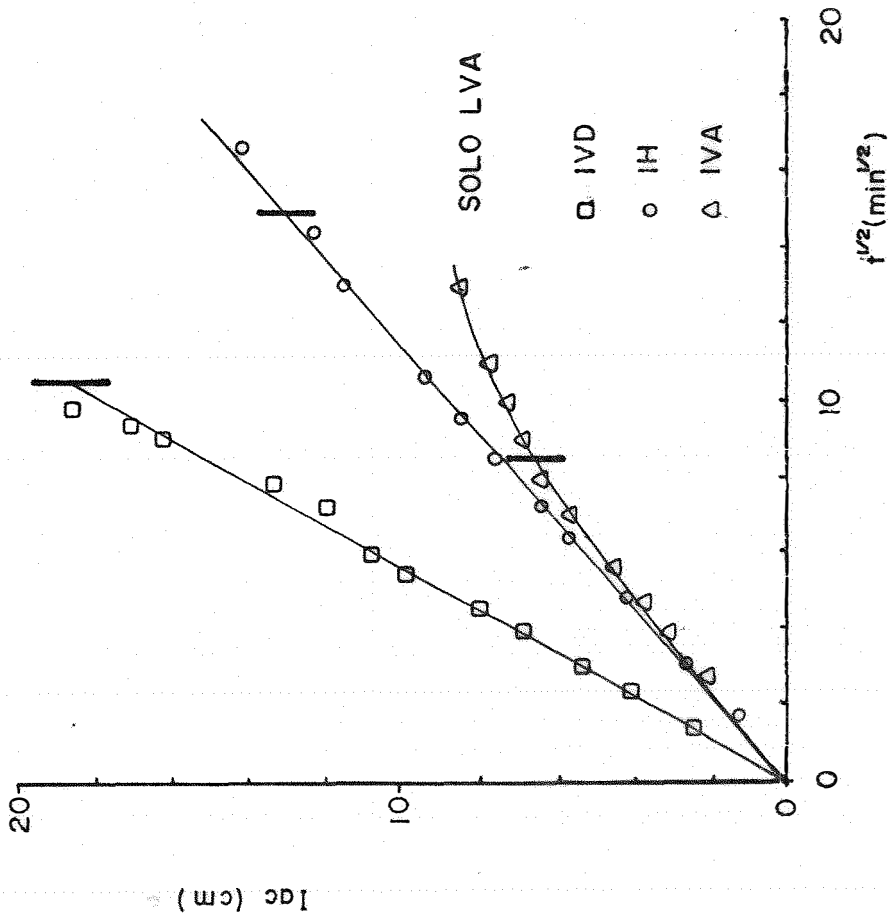


Figura 8 - Infiltração acumulada de água em função da raiz quadrada do tempo, para o solo LVA. As barras verticais mostram até onde a regressão linear foi feita

Tabela 5 - Equações de Regressão Linear das Infiltrações Acumuladas I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) em Função da Raiz Quadrada do tempo $t^{1/2}$ ($\text{min}^{1/2}$)

| Solo | Tipo de infiltração | Equação | r coeficiente de correlação |
|------|---------------------|--------------------------|-----------------------------|
| TRE | I V D | $I_{acd} = 0,941t^{1/2}$ | 0,999 |
| TRE | I H | $I_{ach} = 0,664t^{1/2}$ | 0,999 |
| TRE | I V A | $I_{aca} = 0,485t^{1/2}$ | 0,999 |
| LVA | I V D | $I_{acd} = 1,775t^{1/2}$ | 0,998 |
| LVA | I H | $I_{ach} = 0,874t^{1/2}$ | 0,998 |
| LVA | I V A | $I_{aca} = 0,807t^{1/2}$ | 0,989 |

Tabela 6 - Valores de Infiltração Acumulada Obtidos, até $t = 1$ min, pelas Equações de Regressão e pelos Perfis de Umidade

| Solo | Tipo de Infiltração | I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) | |
|------|---------------------|--------------------------------------------------------------|--------|
| | | Equação | Perfil |
| TRE | I V D | 0,941 | 1,043 |
| TRE | I H | 0,664 | 0,687 |
| TRE | I V A | 0,485 | 0,489 |
| LVA | I V D | 1,775 | 1,691 |
| LVA | I H | 0,874 | 0,877 |
| LVA | I V A | 0,807 | 0,812 |

6.4. Perfis de Umidade

Os dados experimentais referentes aos perfis de umidade, já parcialmente processados, estão contidos nas Tabelas de números 3.1 a 3.4, que constam do APÊNDICE 3. Os instantes de obtenção de cada perfil de umidade estão indicados nessas tabelas.

A partir desses dados foi obtido, para cada tipo de infiltração e cada tipo de solo, o perfil de umidade θ versus $\lambda(\theta)$ conforme metodologia já descrita. O conjunto desses perfis estão representados nos gráficos das Figuras 9 e 10.

6.5. Difusividade

As difusividades aparentes e normais da água nos solos estudados foram obtidas segundo os métodos descritos nos itens 5.2.9 e 5.2.10.

No método *BRUCE* e *KLUTE* cada perfil foi traçado três vezes, obtendo-se, cada vez, um conjunto de valores de di fusividades. Cada valor de difusividade considerado para a confecção dos gráficos e cálculo das equações foi obtido pela média aritmética dos três, com o objetivo de se minimizar os erros inerentes ao método.

No método *REICHARDT et alii*, cada equação de

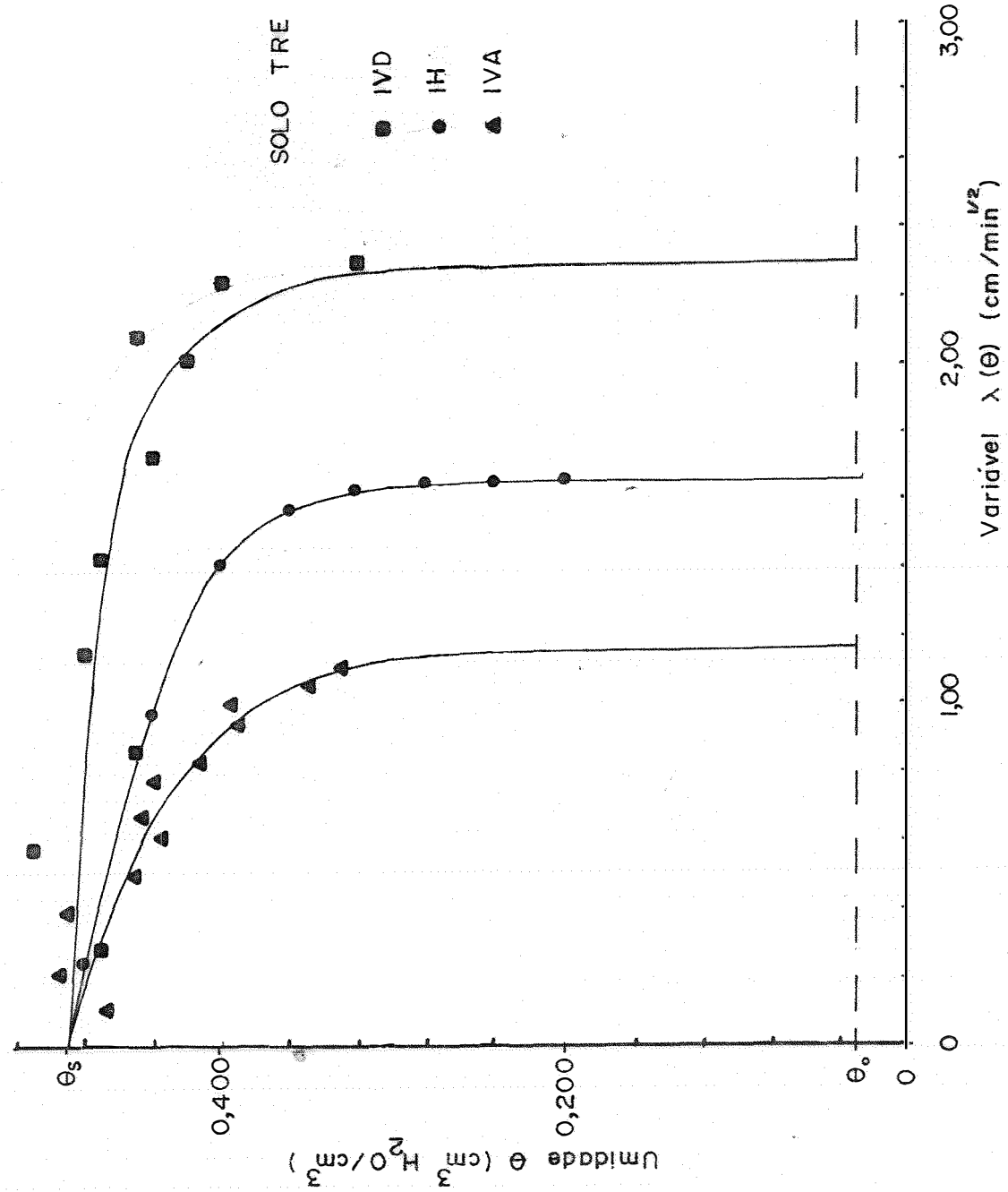


Figura 9 - Gráfico θ versus $\lambda(\theta)$ para as infiltrações horizontal e vertical s, n caso do solo TRE

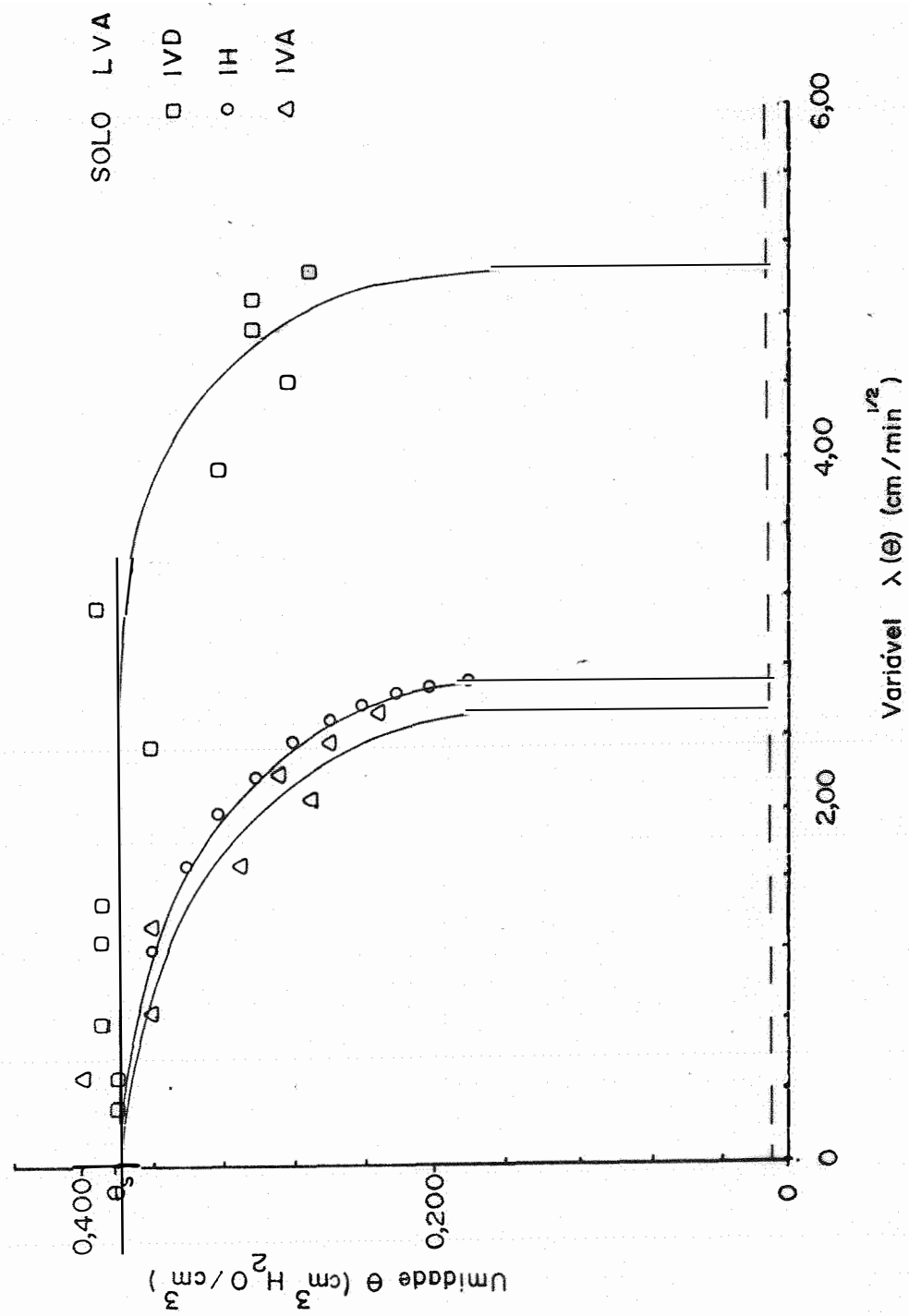


Figura 10 - Gráfico θ versus $\lambda(\theta)$ para as infiltrações horizontal e vertical, no caso do solo LVA

difusividade é determinada pela equação (63) através da substituição adequada dos valores de θ_o , θ_s e β . Os valores de θ_o e θ_s estão contidos na Tabela 2. Os valores de β (cm/min^{1/2}) que correspondem aos coeficientes angulares das retas que representam o avanço da frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo, estão indicados na Tabela 4.

Os valores determinados do logaritmo natural da difusividade da água no solo TRE em função da umidade, estão representados nas Figuras 11, 12 e 13, para cada tipo de infiltração, e foram calculados pelo método *BRUCE* e *KLUTE*. Na Figura 11 foram traçadas as curvas médias de $\ln D(\theta)$ versus θ . Na Figura 12 foram traçadas as retas de regressão linear. E na Figura 13 foram traçadas as retas representativas das equações $\ln D(\theta)$ versus θ , obtidas pelo método *REICHARDT et alii*.

As equações do logaritmo natural da difusividade da água no solo TRE em função da umidade, correspondentes aos três processos de infiltrações e obtidas segundo dois métodos de determinação, estão indicadas na Tabela 7, anexando-se no caso do método *BRUCE* e *KLUTE*, os coeficientes de correlação. Na Tabela 8 representam-se as correspondentes equações da difusividade.

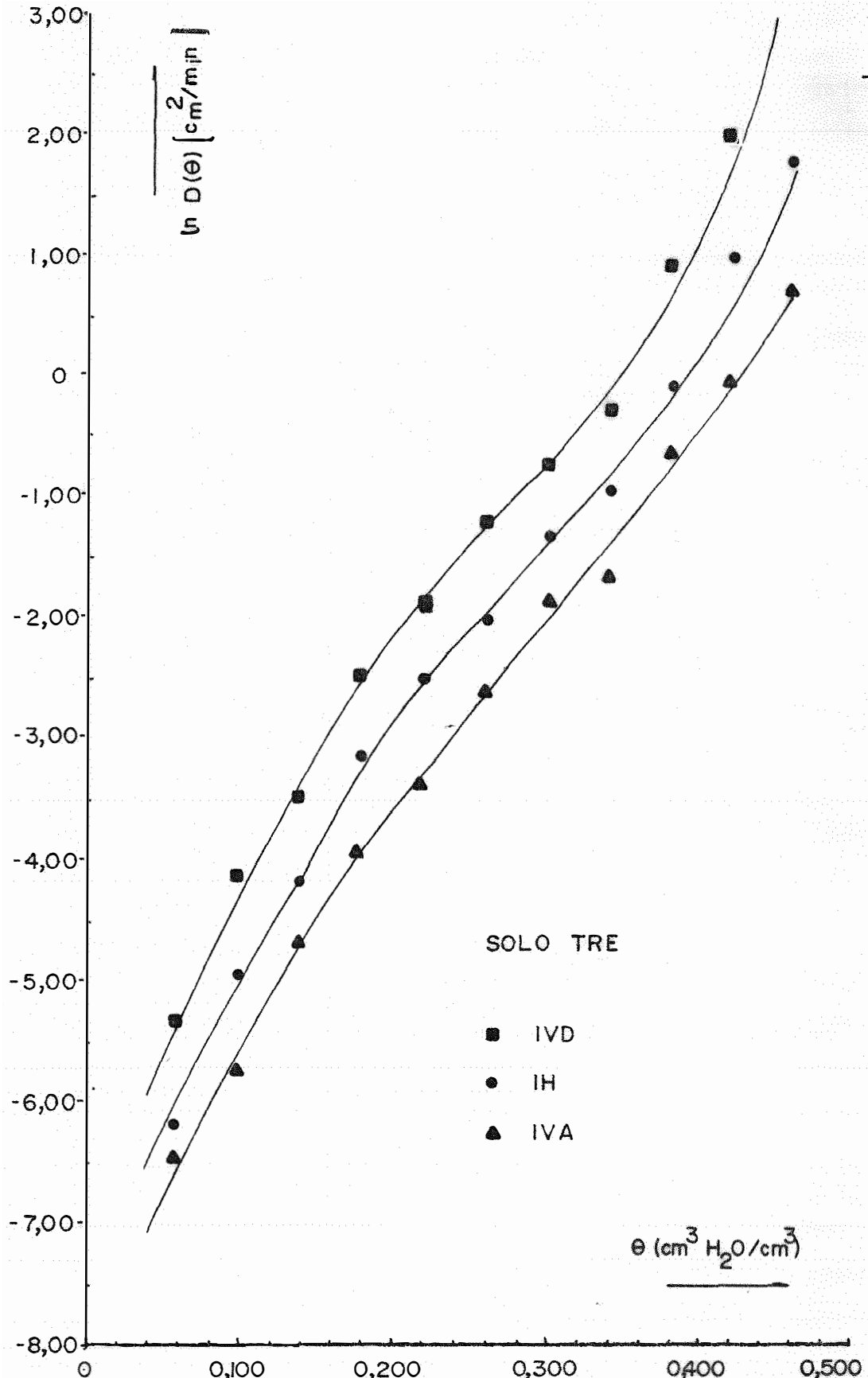


Figura 11 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo TRE em função da umidade; os dados experimentais foram obtidos pelo método Bruce e Klute

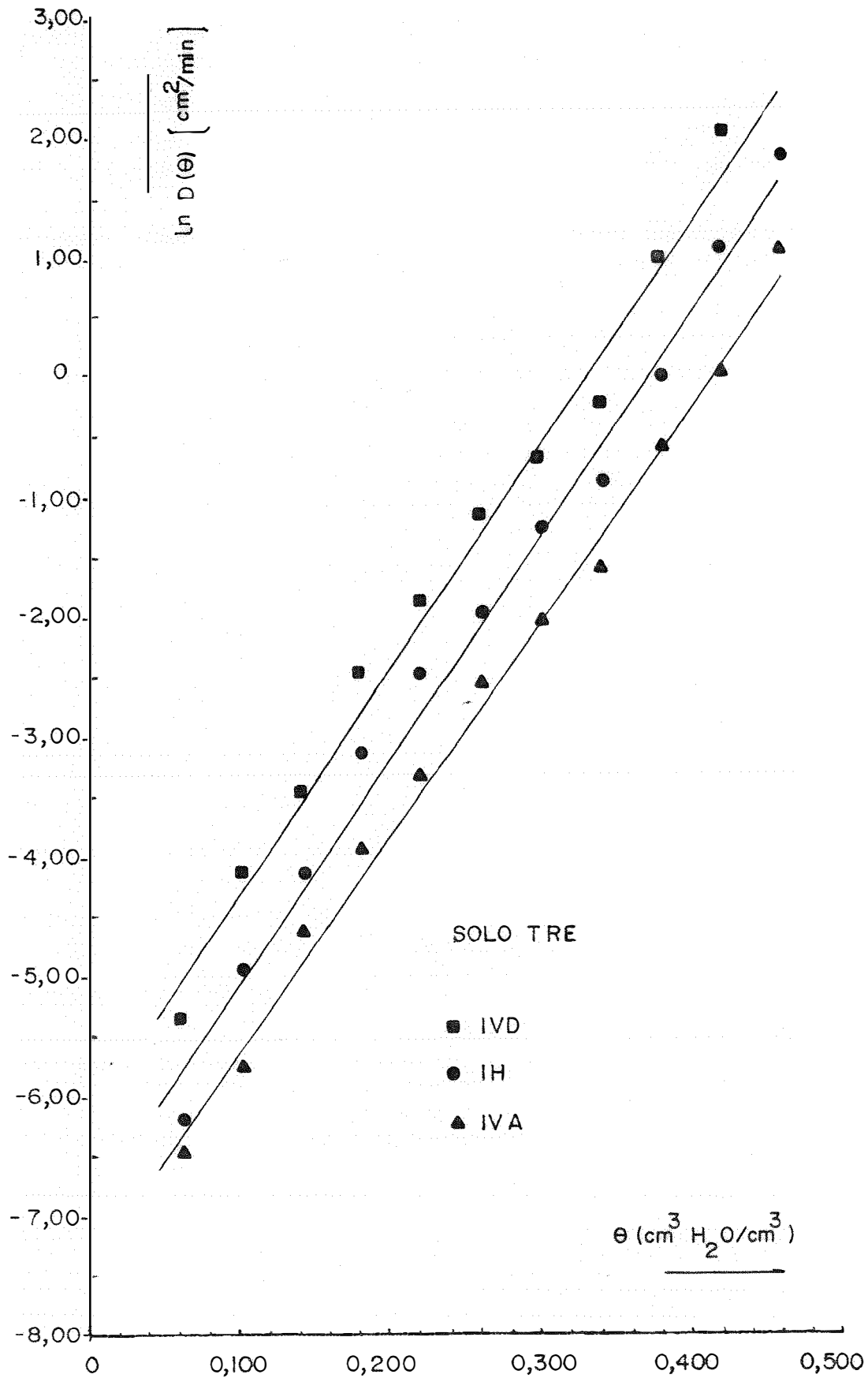


Figura 12 - Retas obtidas por regressão linear dos logaritmos naturais da difusividade da água no solo TRE em função da umidade; dados experimentais obtidos pelo método Bruce e Klute

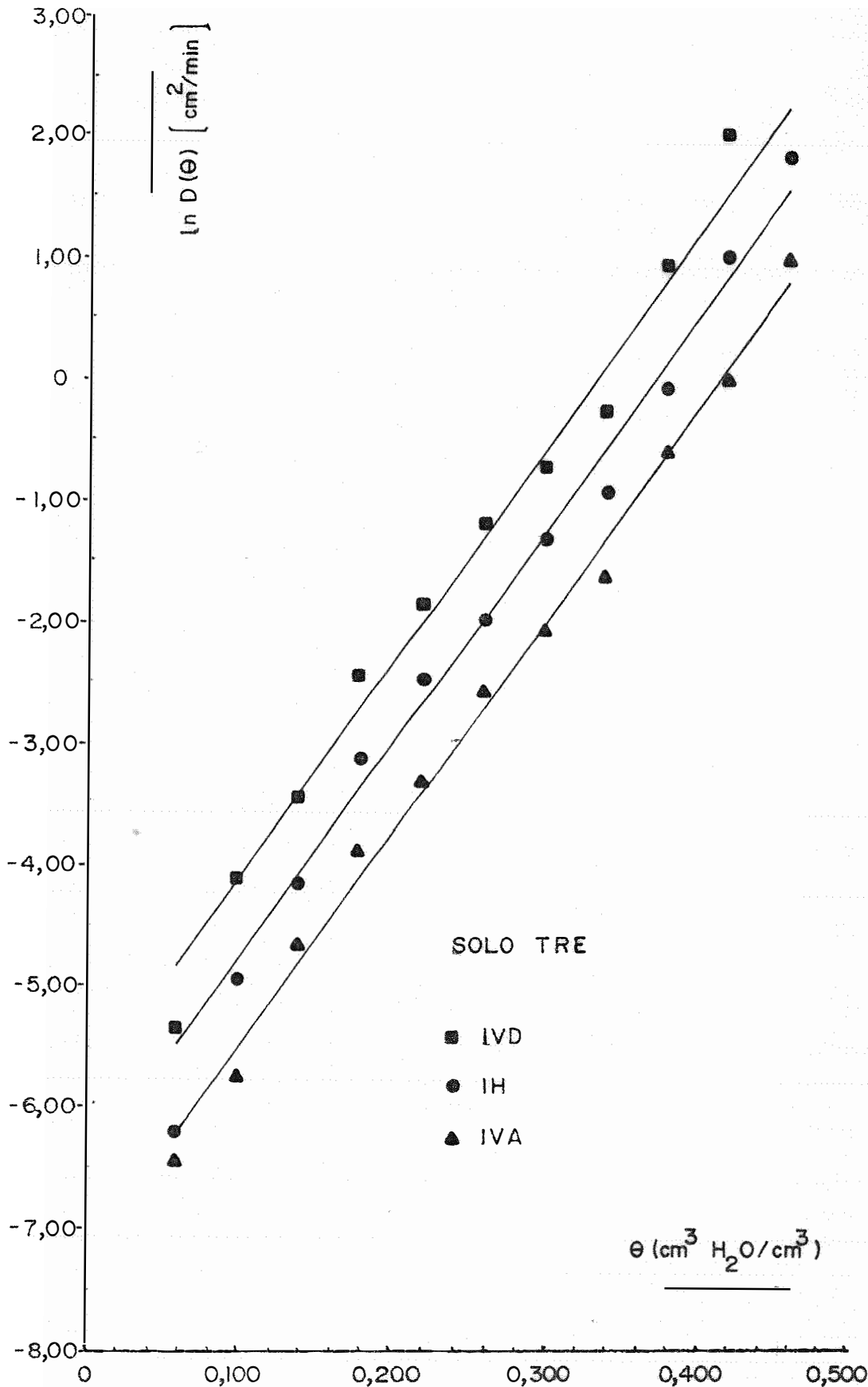


Figura 13 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo TRE em função da umidade, obtidos pelo método Reichardt et alii; os dados experimentais também estão representados

Tabela 7 - Equações do Logarítmo natural da Difusividade $D(\theta)$ (cm^2/min) da Água no Solo TRE em Função da Umidade θ ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$)

| Método de Cálculo | Tipo de infiltração | Equação | Coefficiente de correlação r |
|--------------------------|---------------------|-----------------------------------------|------------------------------|
| <i>Bruce e Klute</i> | I V D | $\ln D_d(\theta) = -6,08 + 18,24\theta$ | 0,993 |
| <i>Bruce e Klute</i> | I H | $\ln D_h(\theta) = -6,82 + 18,20\theta$ | 0,990 |
| <i>Bruce e Klute</i> | I V A | $\ln D_a(\theta) = -7,33 + 17,62\theta$ | 0,996 |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V D | $\ln D_d(\theta) = -5,89 + 17,58\theta$ | - |
| <i>Reichardt et alii</i> | I H | $\ln D_h(\theta) = -6,54 + 17,58\theta$ | - |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V A | $\ln D_a(\theta) = -7,26 + 17,58\theta$ | - |

Tabela 8.- Equações da Difusividade da Água $D(\theta)$ (cm^2/min) no Solo TRE em função da umidade ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$)

| Método de Cálculo | Tipo de Infiltração | Equação |
|--------------------------|---------------------|-------------------------------------------------------|
| <i>Bruce e Klute</i> | I V D | $D_d(\theta) = 2,29 \cdot 10^{-3} \exp(18,24\theta)$ |
| <i>Bruce e Klute</i> | I H | $D_h(\theta) = 1,09 \cdot 10^{-3} \exp(18,20\theta)$ |
| <i>Bruce e Klute</i> | I V A | $D_a(\theta) = 6,56 \cdot 10^{-4} \exp(17,62\theta)$ |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V D | $D_d(\theta) = 2,770 \cdot 10^{-3} \exp(17,58\theta)$ |
| <i>Reichardt et alii</i> | I H | $D_h(\theta) = 1,442 \cdot 10^{-3} \exp(17,58\theta)$ |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V A | $D_a(\theta) = 7,063 \cdot 10^{-4} \exp(17,58\theta)$ |

Por processos análogos aos utilizados nas determinações das difusividades da água no solo TRE, foram obtidas as difusividades da água no solo LVA.

Os gráficos das Figuras 14, 15 e 16 mostram os valores experimentais dos logaritmos naturais da difusividade da água no solo LVA obtidos pelo método *BRUCE* e *KLUTE* e, respectivamente, as curvas $\ln D(\theta)$ versus θ de regressão linear dos valores experimentais e as retas $\ln D(\theta)$ versus θ obtidas pelo método *REICHARDT et alii*. As equações $\ln D(\theta)$ e $D(\theta)$ estão indicadas, respectivamente, nas Tabelas 9 e 10.

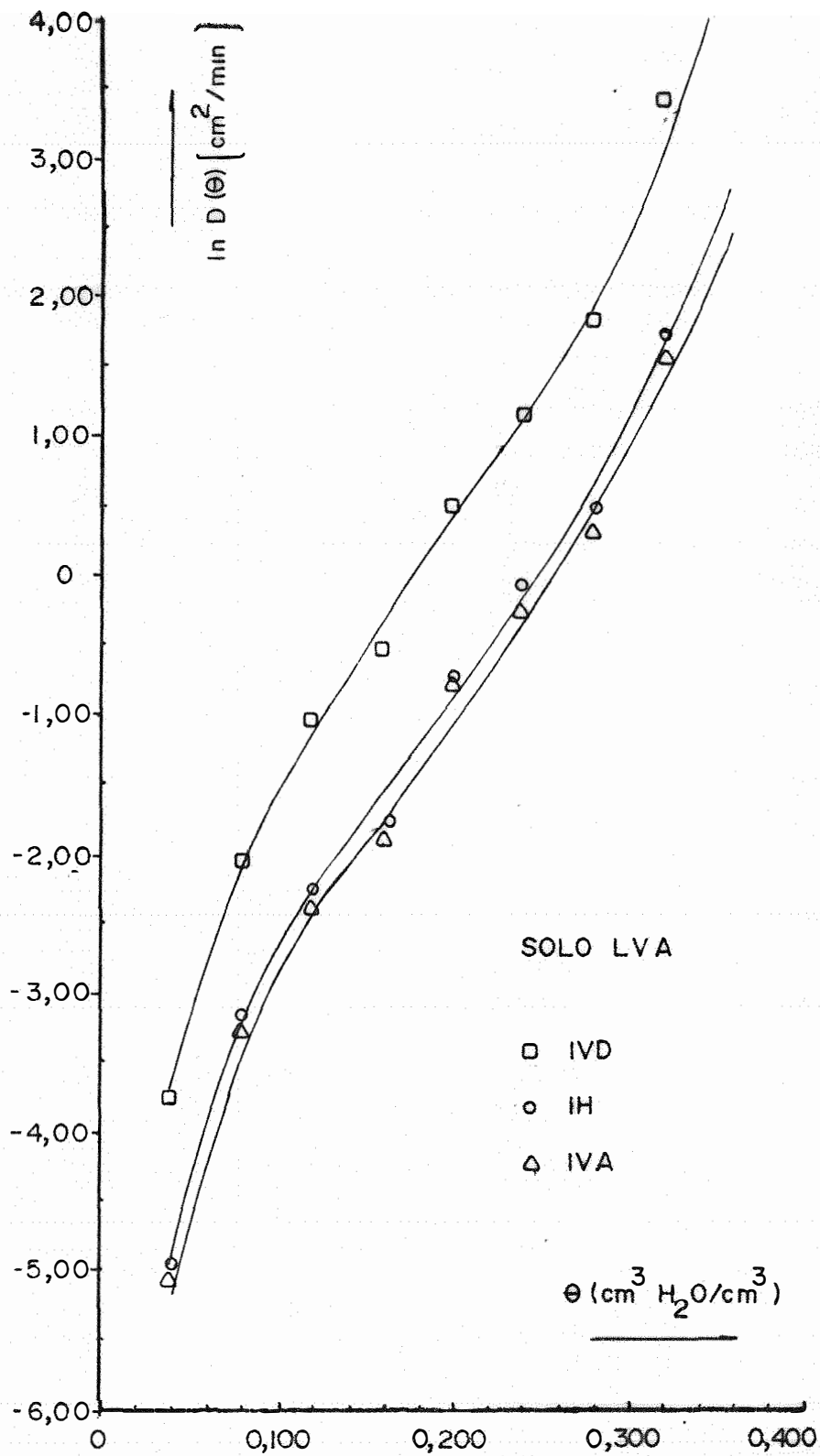


Figura 14 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo LVA em função da umidade; os dados experimentais foram obtidos pelo método Bruce e Klute

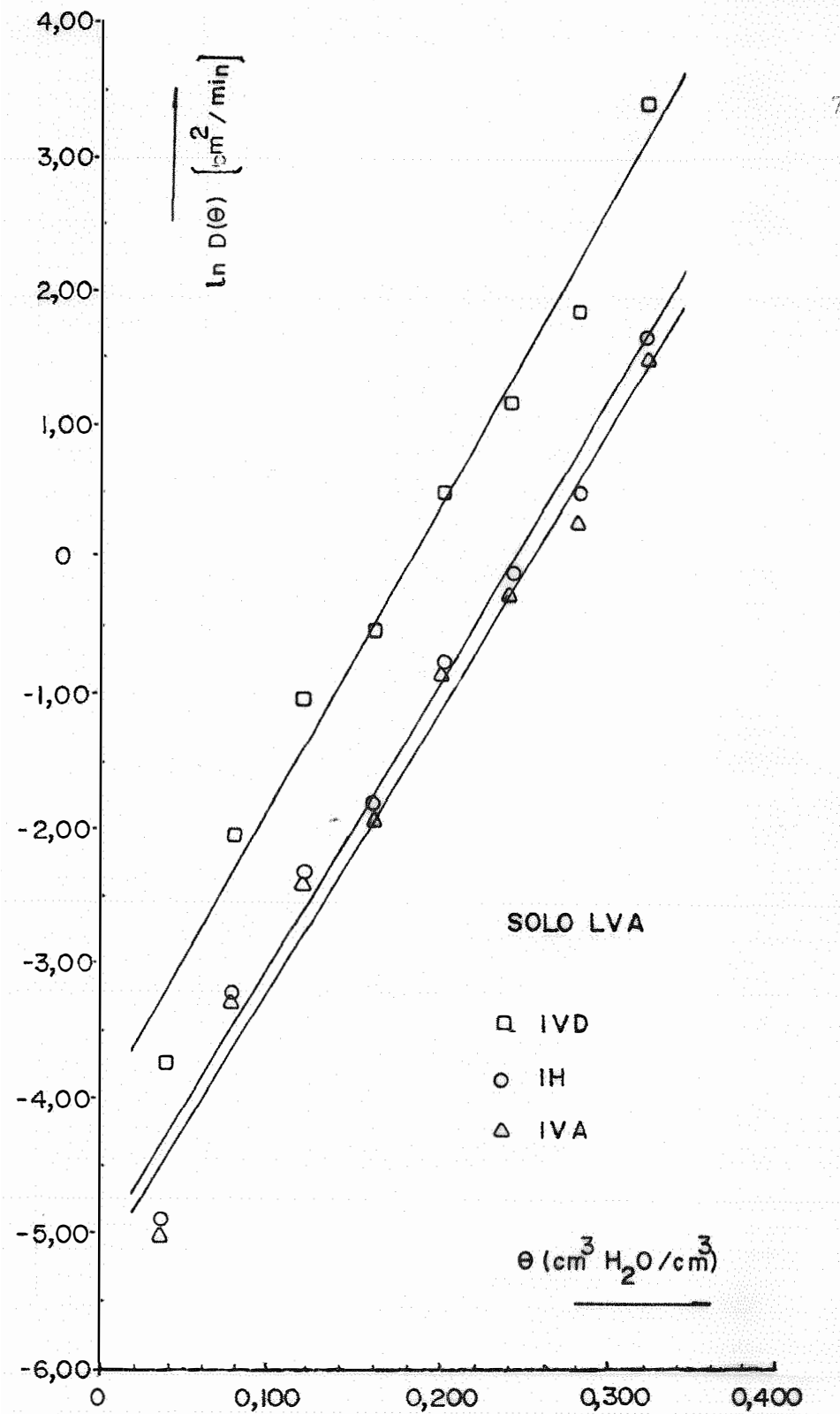


Figura 15 - Retas obtidas por regressão linear dos logaritmos naturais da difusividade da água no solo LVA em função da umidade; dados experimentais obtidos pelo método Bruce e Klute

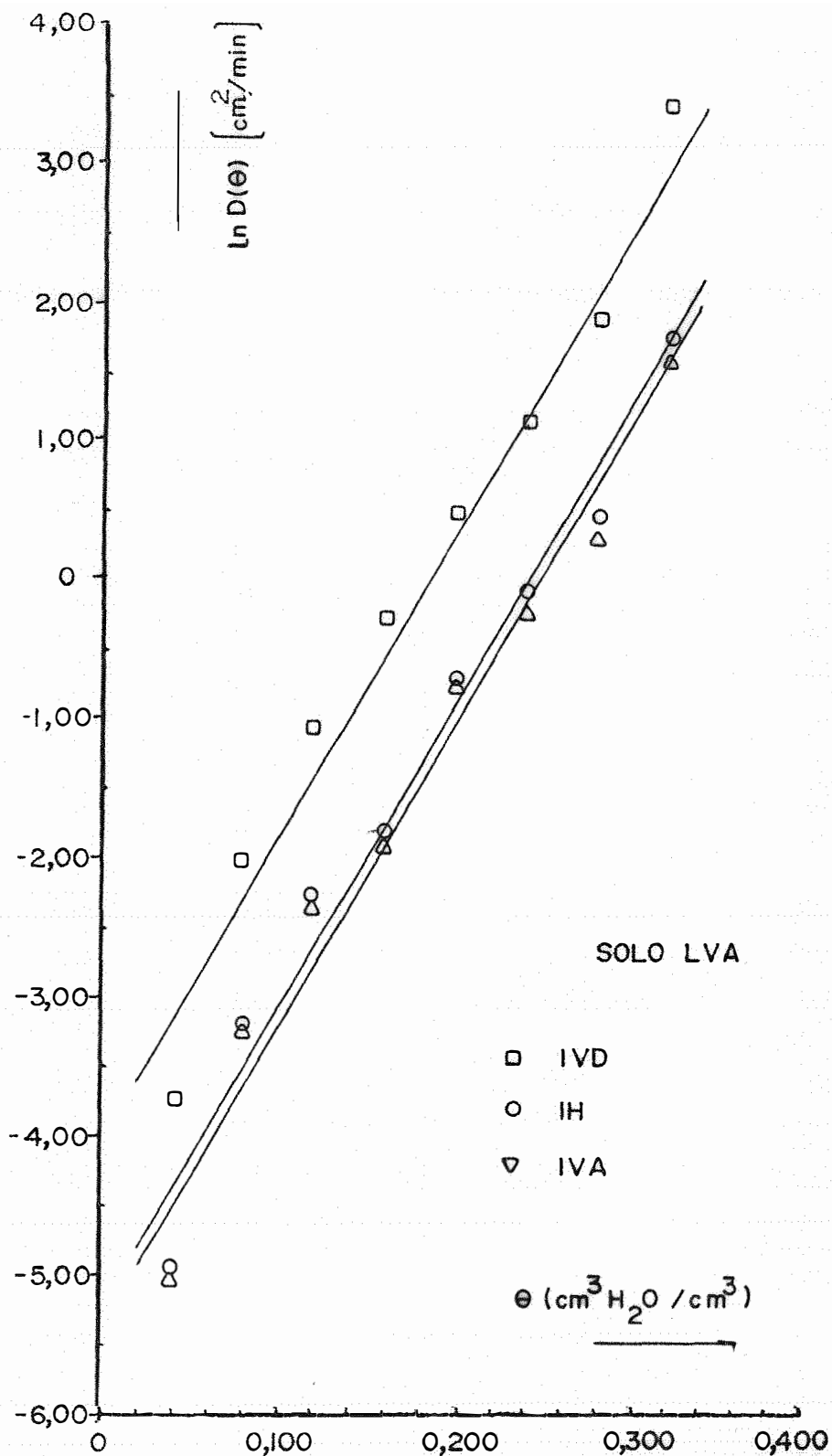


Figura 16 - Gráficos do logaritmo natural da difusividade da água no solo LVA em função da umidade, obtidos pelo método Reichardt et alii; os dados experimentais também estão representados

Tabela 9 - Equações do Logarítmo Natural da Difusividade $D(\theta)$ (cm^2/min) da Água no Solo LVA em função da umidade θ ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$)

| Método de Cálculo | Tipo de Infiltração | Equação | Coefficiente de correlação r |
|--------------------------|---------------------|-----------------------------------------|--------------------------------|
| <i>Bruce e Klute</i> | I V D | $\ln D_d(\theta) = -4,01 + 22,64\theta$ | 0,991 |
| <i>Bruce e Klute</i> | I H | $\ln D_h(\theta) = -5,18 + 21,56\theta$ | 0,971 |
| <i>Bruce e Klute</i> | I V A | $\ln D_a(\theta) = -5,32 + 21,14\theta$ | 0,987 |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V D | $\ln D_d(\theta) = -4,03 + 21,92\theta$ | - |
| <i>Reichardt et alii</i> | I H | $\ln D_h(\theta) = -5,26 + 21,92\theta$ | - |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V A | $\ln D_a(\theta) = -5,38 + 21,92\theta$ | - |

Tabela 10 - Equações da Difusividade da Água $D(\theta)$ (cm^2/min) no Solo LVA em Função da Umidade ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^3$)

| Método de Cálculo | Tipo de Infiltração | Equação |
|--------------------------|---------------------|-------------------------------------------------------|
| <i>Bruce e Klute</i> | I V D | $D_d(\theta) = 1,813 \cdot 10^{-2} \exp(22,64\theta)$ |
| <i>Bruce e Klute</i> | I H | $D_h(\theta) = 5,628 \cdot 10^{-3} \exp(21,56\theta)$ |
| <i>Bruce e Klute</i> | I V A | $D_a(\theta) = 4,893 \cdot 10^{-3} \exp(21,14\theta)$ |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V D | $D_d(\theta) = 1,775 \cdot 10^{-2} \exp(21,92\theta)$ |
| <i>Reichardt et alii</i> | I H | $D_h(\theta) = 5,202 \cdot 10^{-3} \exp(21,92\theta)$ |
| <i>Reichardt et alii</i> | I V A | $D_a(\theta) = 4,599 \cdot 10^{-3} \exp(21,92\theta)$ |

7. DISCUSSÃO

7.1. Considerações Gerais

No presente trabalho foram observadas as condições experimentais que garantem a validade estatística dos dados obtidos.

As dimensões do tubo de plástico, e, portanto, das colunas de solo, foram determinadas segundo critérios próximos dos critérios de otimização propostos por *FERRAZ (1974)* no que corresponde à energia da radiação gama utilizada, à intensidade do feixe de radiação incidente e ao instrumental de detecção.

As colunas de solo foram consideradas estatisticamente homogêneas, uma vez que os coeficientes de variação das intensidades do feixe de radiação ao longo das mesmas não ultrapassaram o valor de 2,7%. Além disso, para cada tipo de solo estudado foram construídas colunas com as mesmas densida-

de global e umidade do solo seco ao ar, garantindo-lhe, assim, condições de semelhança entre as colunas utilizadas nos três processos de infiltração. Especiais cuidados foram tomados em relação à densidade global e à temperatura, uma vez que *JOSE* (1978) mostrou que a densidade global influi na difusividade da água no solo, e a temperatura altera a viscosidade da água, alterando o seu comportamento.

É oportuno lembrar que a equação (11) sujeita às condições (12) e (13), e a equação (20) sujeita às condições (21) e (22) e que descrevem respectivamente, os processos de infiltração horizontal e verticais somente são válidas, conforme *REICHARDT* (1975), se forem obedecidas as seguintes condições: 1) não deve haver rearranjo das partículas de solo durante o processo de infiltração; 2) o movimento do ar deslocado não deve influenciar o da água; 3) as propriedades físico-químicas da água devem permanecer constantes durante a infiltração e 4) as condições experimentais devem ser isotérmicas. Essas quatro imposições podem ser obedecidas através de controle das condições experimentais e através, principalmente, da observação do comportamento do avanço da frente de molhamento como função da raiz quadrada do tempo.

7.2. Os Processos de Infiltração

Segundo a teoria proposta por *PHILIP* (1957), os

três processos de infiltração, vertical descendente, horizontal e vertical ascendente deveriam ter o mesmo comportamento nos instantes iniciais da infiltração, sendo descritos, nos intervalos de tempo intermediários e longos por funções distintas. O fato de que as infiltrações vertical descendente e horizontal de água em alguns solos exibem, entre si, comportamentos distintos daquele previsto pela teoria de Philip nos intervalos intermediários e iniciais já é conhecido na literatura científica brasileira através dos trabalhos realizados, para diversos solos, por *LIBARDI e REICHARDT (1974b)*, *QUEIROZ (1975)* e *MANFREDINI (1977)*, entre outros.

No presente trabalho verificou-se que a infiltração vertical ascendente também exhibe, para os solos TRE e LVA, um comportamento distinto do previsto pela teoria de Philip.

Assim, para tempos intermediários razoavelmente longos, constatou-se que a posição da frente de molhamento é proporcional à raiz quadrada do tempo para os três processos de infiltração, com distintos coeficientes de proporcionalidade. Isso pode ser observado através das Figuras 5 e 6 e da Tabela 4, ressaltando-se que:

1) as equações obtidas apresentam elevados coeficientes de correlação entre as variáveis;

2) as constantes de proporcionalidade entre x_f ou z_f e $t^{1/2}$ crescem na sequência das infiltrações vertical ascendente, horizontal e vertical descendente para cada tipo de solo;

3) a influência da gravidade é maior no solo LVA, arenoso, fazendo com que o processo de infiltração vertical descendente seja bem diferenciado do processo de infiltração horizontal;

4) os intervalos de validade da linearidade entre z_f e $t^{1/2}$ são maiores no solo TRE, argiloso, no qual os processos de infiltração são mais lentos;

5) para os dois solos estudados, a infiltração vertical descendente exibiu linearidade entre z_f e $t^{1/2}$ em intervalos de tempo maiores que os correspondentes à infiltração vertical ascendente.

Tais fatos mostram que a teoria de Philip é inadequada para descrever o comportamento desses solos e que, nesses intervalos de tempo, as infiltrações verticais são mais corretamente descritas pela equação (36) sujeita às condições (21) e (22), análoga, matematicamente, à equação (11) que descreve a infiltração horizontal.

7.3. Os Fatores $\alpha(\theta)$

Com o objetivo de se obterem relações entre parâmetros de interesse envolvendo um dado tipo de infiltração vertical e a infiltração horizontal de água em solo, definiu-se no item 4.2.3. um fator $\alpha(\theta)$ dado pela equação (41).

As Figuras 17 e 18 representam os gráficos de $\alpha(\theta)$ versus θ para os solos TRE e LVA, respectivamente, indicando-se por $\alpha_d(\theta)$ o valor $\lambda_d(\theta)/\lambda_h(\theta)$ e por $\alpha_a(\theta)$ o valor $\lambda_a(\theta)/\lambda_h(\theta)$, sendo $\lambda_d(\theta)$, $\lambda_h(\theta)$ e $\lambda_a(\theta)$ as variáveis de Boltzmann relativas aos fluxos vertical descendente, horizontal e vertical ascendente, respectivamente.

Na determinação dos fatores $\alpha(\theta)$ foram usados os valores de $\lambda(\theta)$ obtidos a partir dos perfis de umidade traçados e não os valores de $\lambda(\theta)$ diretamente calculados a partir dos dados experimentais, o que explica a relativa uniformidade dos gráficos contidos nas Figuras 17 e 18.

As equações $\alpha = \alpha(\theta)$ obtidas por regressão linear entre os valores de umidade θ_0 e os valores θ_{max} indicados nas Figuras 17 e 18, estão indicadas na Tabela 11.

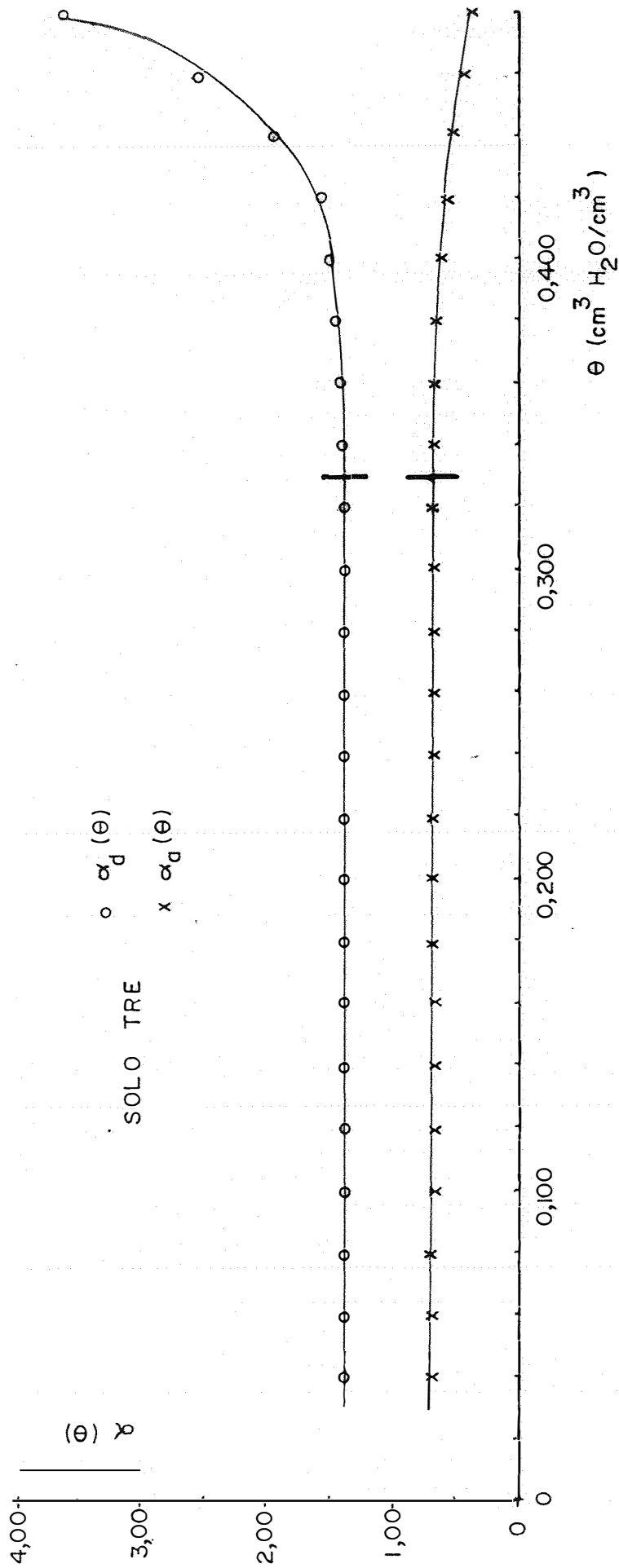


Figura 17 - Gráficos dos fatores $\alpha(\theta)$ versus θ para o solo TRE. As barras verticais indicam o valor máximo de θ para o qual são válidas as equações de regressão linear

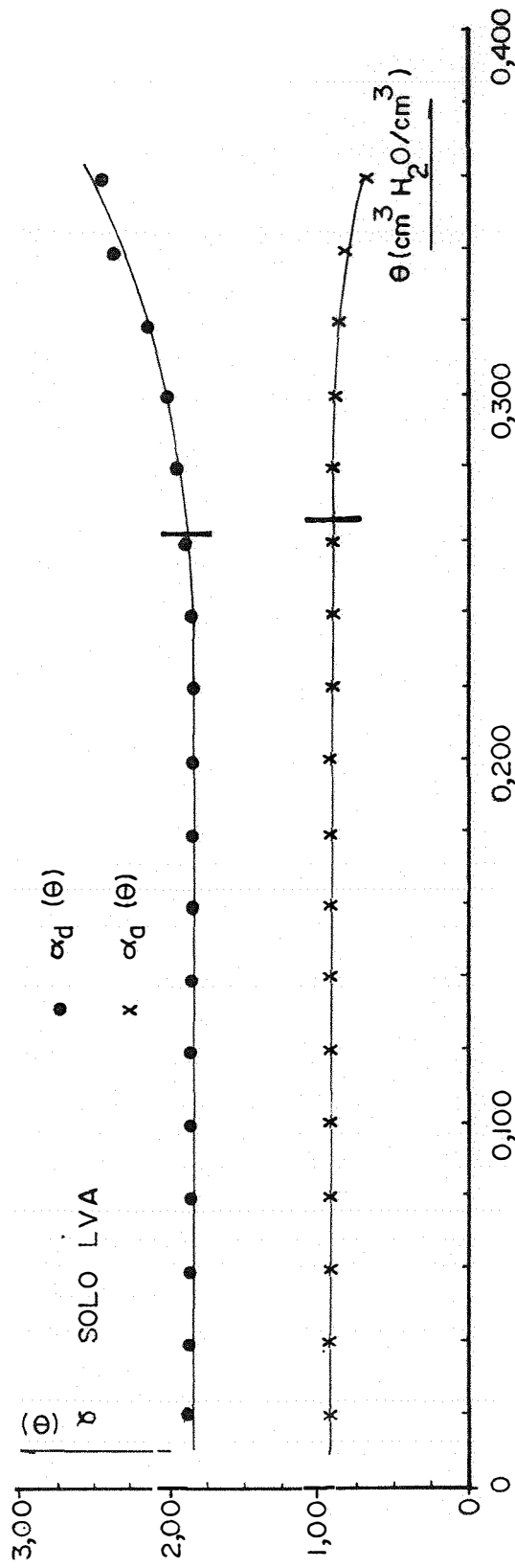


Figura 18 - Gráficos dos fatores $\alpha(\theta)$ versus θ para o solo LVA. As barras verticais indicam o valor máximo de θ para o qual são válidas as equações de regressão linear

Tabela 11 - Equações $\alpha = \alpha(\theta)$ Obtidas por Regressão Linear

| Tipo de solo | Tipo de relação | Equação | θ_{\max} (cm ³ H ₂ O/cm ³) |
|--------------|-----------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| T R E | IVD/IH | $\alpha_d(\theta) = 1,387 + 0,004\theta$ | 0,320 |
| T R E | IVA/IH | $\alpha_a(\theta) = 0,700 - 0,050\theta$ | 0,320 |
| L V A | IVD/IH | $\alpha_d(\theta) = 1,830 + 0,203\theta$ | 0,260 |
| L V A | IVA/IH | $\alpha_a(\theta) = 0,937 - 0,015\theta$ | 0,260 |

Uma análise das equações $\alpha = \alpha(\theta)$ indicadas na Tabela 11 mostra que, nos intervalos $(\theta_0, \theta_{\max})$ indicados, a dependência de um dado fator $\alpha(\theta)$ com a umidade θ é muito pequena, estando dentro dos erros experimentais e de cálculo envolvidos. Essa dependência pode ser evidenciada através das funções $d\alpha(\theta)/d\theta$. A partir dos valores θ_{\max} indicados, entretanto, a dependência cresce rapidamente quando $\theta \rightarrow \theta_s$, o que pode ser observado nas Figuras 17 e 18.

Em resumo, do conjunto de dados expostos nessas figuras e na Tabela 11, verifica-se que:

- 1) $d\alpha(\theta)/d\theta \rightarrow 0$ quando $\theta \rightarrow 0$;
- 2) $\alpha(\theta) \approx \alpha(\theta_0)$ para a maior parte dos valores de θ ;
- 3) $d\alpha(\theta)/d\theta$ tende a crescer rapidamente, em mó-

dulo, quando $\theta \rightarrow \theta_s$.

7.4. Relações entre as Infiltrações Acumuladas

Das equações (35) e (38) tem-se que os coeficientes angulares das retas x_f e z_f versus $t^{1/2}$ correspondem respectivamente aos valores $\lambda_h(\theta_o)$ e $\lambda_v(\theta_o)$.

Assim, os fatores $\alpha(\theta_o)$ podem ser obtidos diretamente das relações entre os coeficientes angulares das retas x_f e z_f versus $t^{1/2}$. O fato de que em grande faixa de valores de umidade a dependência $\alpha = \alpha(\theta)$ é muito pequena, sendo considerada desprezível para efeitos práticos introduz, entre outras, a seguinte modificação no comportamento das infiltrações verticais, nos intervalos de tempo em que se comportam de forma idêntica à infiltração horizontal: a infiltração acumulada I_{acv} no instante t pode ser determinada a partir de I_{ach} conhecida no mesmo instante, desde que se tenha $\alpha(\theta_o)$. Assim, para o mesmo instante t vale a relação

$$I_{acv} = \alpha(\theta_o) I_{ach} \dots\dots\dots (61)$$

Na Tabela 12 estão indicadas as relações I_{acv}/I_{ach} obtidas num mesmo instante t através das equações $I_{ac} = I_{ac}(t)$ experimentais; as diferenças percentuais $\delta\%$ entre os valores dessas relações e os fatores $\alpha(\theta_o)$ correspondentes es-

tão também representadas.

Tabela 12 - Comparação entre os Fatores $\alpha(\theta_0)$ e as Relações entre as Infiltrações Acumuladas Obtidas através dos Dados Experimentais

| Tipo de Solo | Tipo de relação | $\frac{I_{acv}}{I_{ach}} = R$ | $\alpha(\theta_0)$ | $\delta\% = \left \frac{R - \alpha(\theta_0)}{\alpha(\theta_0)} \right \cdot 100$ |
|--------------|-----------------|-------------------------------|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| TRE | IVD/IH | 1,417 | 1,387 | 2,1 |
| TRE | IVA/IH | 0,730 | 0,700 | 4,3 |
| LVA | IVD/IH | 2,030 | 1,830 | 10,9 |
| LVA | IVA/IH | 0,923 | 0,937 | 1,5 |

Os dados mostram, portanto, que a equação (61) pode ser usada para a determinação das infiltrações acumuladas nas infiltrações verticais, até alturas ou profundidades nas quais o comportamento das frentes de molhamento é linear com a raiz quadrada do tempo.

7.5. Relações entre as Difusividades

Os gráficos das Figuras 11 e 14 foram usados para a obtenção das relações entre as difusividades aparentes $D_v(\theta)$ e a difusividade $D_h(\theta)$ da água no solo, válidas nos intervalos de tempo nos quais as posições das frentes de molha-

mento são proporcionais à raiz quadrada do tempo. Essas relações, obtidas a partir das curvas $\ln D(\theta)$ versus θ baseadas nos dados experimentais determinados através do método *BRUCE* e *KLUTE*, estão indicadas nas Figuras 19 e 20, para os solos TRE e LVA, respectivamente.

As barras verticais nessas figuras indicam os valores θ_{\max} da umidade até os quais foram utilizados os dados experimentais para obtenção das equações das retas de regressão linear. Essas retas estão indicadas nas Tabelas 13 e 14, para os solos TRE e LVA, respectivamente.

A Tabela 13, relativa ao solo TRE, contém ainda as equações das relações entre as difusividades, obtidas a partir das equações de regressão linear dos logaritmos naturais da difusividade determinada segundo o método *BRUCE* e *KLUTE*, e, de outra forma, obtidas a partir das equações da difusividade determinadas segundo o método *REICHARDT et alii*.

A Tabela 14 é idêntica, na forma, à Tabela 13, porém para dados relativos ao solo LVA. Portanto, para cada tipo de solo essas tabelas contém as relações entre difusividades aparentes e difusividade, determinadas por três métodos distintos. No método *REICHARDT et alii* de determinação das difusividades, a relação entre uma difusividade aparente e a difusividade da água no solo é constante para cada relação, devido à essência do método.

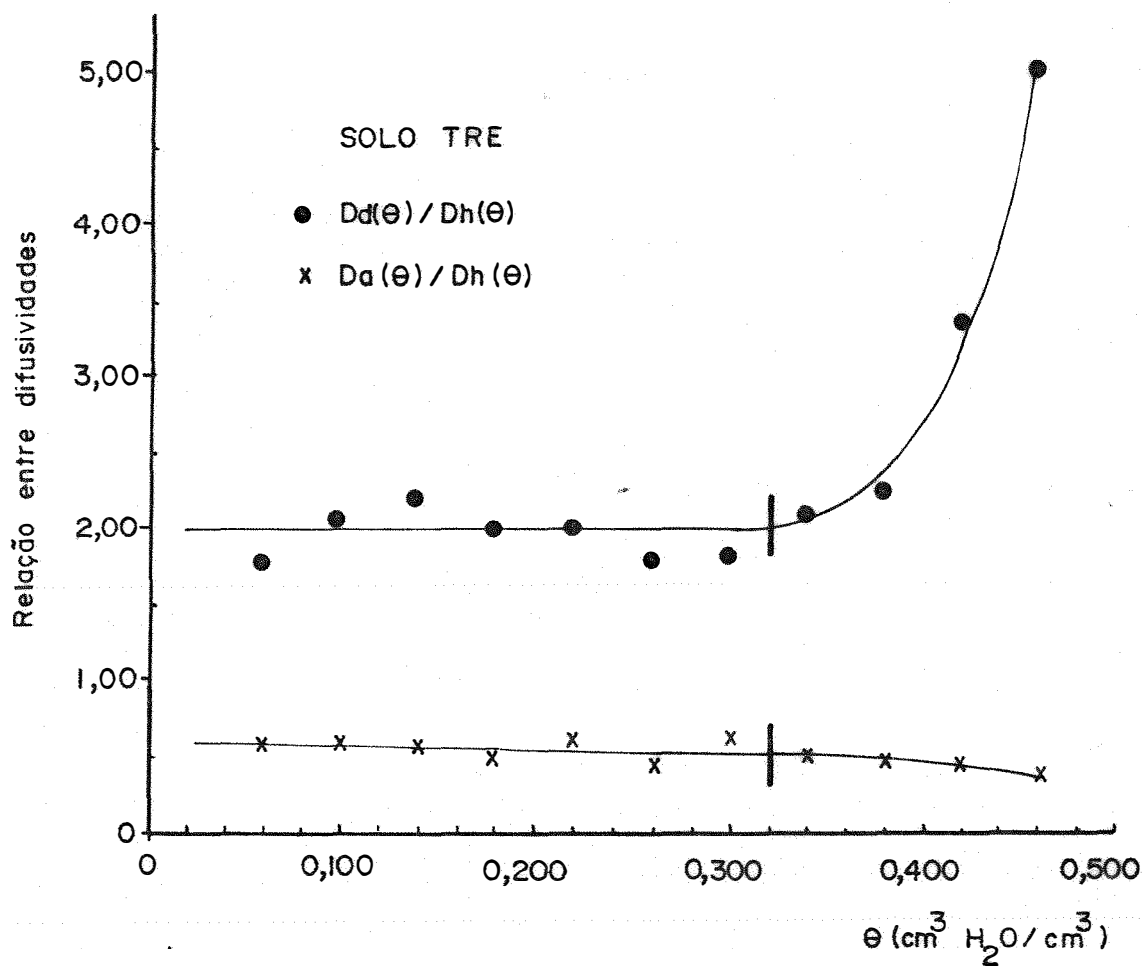


Figura 19 - Relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo TRE, obtidas a partir das curvas $\ln D(\theta)$ versus θ

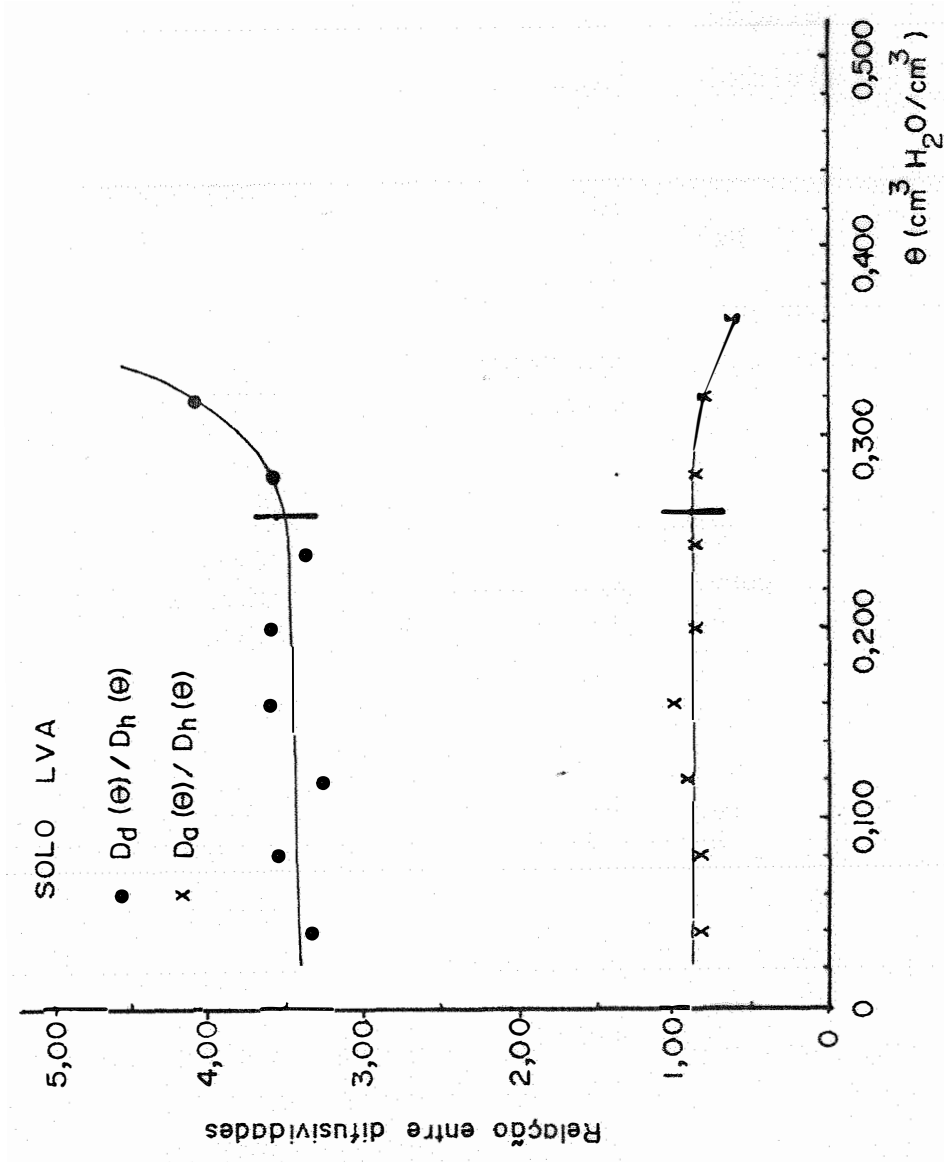


Figura 20 - Relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo LVA, obtidas a partir das curvas $\ln D(\theta)$ versus θ

Tabela 13 - Relações entre as Difusividades Aparentes e a Difusividade da Água no Solo TRE

| Tipo de Relação | Método de Determinação das Difusividades | $D_v(\theta)/D_h(\theta)$ |
|-----------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| IVD/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_d(\theta)}{D_h(\theta)} = 1,997 - 0,105\theta$ |
| IVA/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_a(\theta)}{D_h(\theta)} = 0,597 - 0,211\theta$ |
| IVD/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_d(\theta)}{D_h(\theta)} = 2,103 \exp(0,034\theta)$ |
| IVA/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_a(\theta)}{D_h(\theta)} = 0,602 \exp(0,580\theta)$ |
| IVD/IH | <i>Reichardt et alii</i> | $\frac{D_d(\theta)}{D_h(\theta)} = 1,921$ |
| IVA/IH | <i>Reichardt et alii</i> | $\frac{D_a(\theta)}{D_h(\theta)} = 0,490$ |

Tabela 14 - Relações entre as Difusividades Aparentes e a Difusividade da Água no Solo LVA

| Tipo de Relação | Método de Determinação das Difusividades | $D_v(\theta)/D_h(\theta)$ |
|-----------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| IVD/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_d(\theta)}{D_h(\theta)} = 3,335 + 0,682\theta$ |
| IVA/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_a(\theta)}{D_h(\theta)} = 0,822 + 0,191\theta$ |
| IVD/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_d(\theta)}{D_h(\theta)} = 3,221 \exp(1,08\theta)$ |
| IVA/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | $\frac{D_a(\theta)}{D_h(\theta)} = 0,869 \exp(-0,42\theta)$ |
| IVD/IH | <i>Reichardt et alii</i> | $\frac{D_d(\theta)}{D_h(\theta)} = 3,413$ |
| IVA/IH | <i>Reichardt et alii</i> | $\frac{D_a(\theta)}{D_h(\theta)} = 0,884$ |

As equações das relações calculadas através das curvas de difusividades baseadas nos dados experimentais obtidos segundo o método *BRUCE* e *KLUTE*, são funções lineares da umidade, uma vez que foram determinadas por regressão linear.

E as relações obtidas através das equações de difusividades determinadas por regressão linear dos logaritmos naturais das difusividades calculadas pelo método *BRUCE* e *KLUTE*, apresentam dependência exponencial com a umidade.

Entretanto, como também se observou com o fator $\alpha(\theta)$, a dependência de cada relação $D_v(\theta)/D_h(\theta)$ com a umidade é pouco acentuada para valores de umidade desde θ_0 até valores próximos de θ_s .

Uma cuidadosa análise matemática das equações incluídas nas Tabelas 13 e 14 mostra que, para a umidade θ_0 do solo seco ao ar, as relações entre difusividades determinadas pelos vários métodos para os mesmos solo e infiltração vertical, são próximas entre si, como está indicado na Tabela 15.

Assim, os três processos utilizados para se determinar as relações entre difusividades são equivalentes entre si, obtendo-se para um dado solo e um dado tipo de infiltração vertical a mesma relação, para valores de umidade iguais ou próximos a θ_0 , já que os desvios entre os valores das relações são pequenos para que possam ser atribuídos a inade-

Tabela 15 - Comparação entre os Valores das Relações entre Difusividade Aparente e Difusividade da Água no Solo para a Umidade do Solo Seco ao Ar

| Tipo de Relação | Método de Determinação das Difusividades | $D_v(\theta_o) / D_h(\theta_o)$ | |
|-----------------|----------------------------------------------|---------------------------------|----------|
| | | Solo TRE | Solo LVA |
| IVD/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | 1,994 | 3,262 |
| IVA/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | 0,581 | 0,865 |
| IVD/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | 2,105 | 3,343 |
| IVA/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | 0,582 | 0,824 |
| IVD/IH | <i>Reichardt et alii</i> | 1,921 | 3,413 |
| IVA/IH | <i>Reichardt et alii</i> | 0,490 | 0,884 |

quações teóricas. É uma vez que a dependência da relação $D_v(\theta)/D_h(\theta)$ é muito pequena em função de θ , ela pode ser considerada constante e igual a $D_v(\theta_0)/D_h(\theta_0)$ para razoável faixa de valores da umidade desde que esses valores não estejam próximos de θ_s .

Finalmente verifica-se que a relação $D_v(\theta_0)/D_h(\theta_0)$ para cada solo e tipo de infiltração é aproximadamente igual a $\alpha(\theta_0)^2$, como está indicado nas Tabelas 16 e 17, respectivamente para os solos TRE e LVA, e ainda para cada forma de determinação da difusividade da água. Essas tabelas mostram também os desvios percentuais de cada quociente $D_v(\theta_0)/D_h(\theta_0)$ em relação ao fator $\alpha^2(\theta_0)$ correspondente.

Tabela 16 - Desvios Porcentuais entre os Valores $D_v(\theta_0)/D_h(\theta_0)$ e os correspondentes $\alpha(\theta_0)^2$ para o Solo TRE

| Tipo de Relação | Método de Determinação das Difusividades | $\frac{D_v(\theta_0)}{D_h(\theta_0)} = Q$ | $\alpha(\theta_0)^2$ | $\delta\% = \left \frac{Q - \alpha(\theta_0)^2}{\alpha^2(\theta_0)} \right \cdot 100$ |
|-----------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| IVD/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | 2,00 | 1,93 | 3,6 |
| IVA/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | 0,58 | 0,49 | 18,3 |
| IVD/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | 2,11 | 1,93 | 9,3 |
| IVA/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | 0,58 | 0,49 | 18,3 |
| IVD/IH | <i>Reichardt et alii</i> | 1,92 | 1,92 | 0 |
| IVA/IH | <i>Reichardt et alii</i> | 0,49 | 0,49 | 0 |

Tabela 17 - Desvios Porcentuais entre os Valores $D_v(\theta_o)/D_h(\theta_o)$ e os Correspondentes $\alpha(\theta_o)^2$ para o Solo LVA

| Tipo de Relação | Método de Determinação das Difusividades | $\frac{D_v(\theta_o)}{D_h(\theta_o)} = Q$ | $\alpha^2(\theta_o)$ | $\delta\% = \left \frac{Q - \alpha^2(\theta_o)}{\alpha^2(\theta_o)} \right \cdot 100$ |
|-----------------|----------------------------------------------|-------------------------------------------|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| IVD/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | 3,35 | 3,35 | 1,5 |
| IVA/IH | curvas experimentais <i>Bruce e Klute</i> | 0,82 | 0,88 | 6,8 |
| IVD/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | 3,26 | 3,35 | 2,7 |
| IVA/IH | regressão linear <i>Bruce e Klute</i> | 0,87 | 0,88 | 1,1 |
| IVD/IH | <i>Reichardt et alii</i> | 3,41 | 3,35 | 1,5 |
| IVA/IH | <i>Reichardt et alii</i> | 0,88 | 0,88 | 0 |

Considerando-se que as principais variáveis nos cálculos envolvidos foram determinadas através de processos numéricos, e analisando-se a tendência geral das relações entre as difusividades aparentes e a difusividade da água no solo, pode-se afirmar que a relação $D_v(\theta)/D_h(\theta)$, para cada tipo de infiltração vertical e cada tipo de solo, pode ser considerada constante e igual a $\alpha(\theta_o)^2$ dentro de limites aceitáveis na prática e para valores de umidade que não sejam muito próximos de θ_s .

Para valores de $\theta \rightarrow \theta_s$, a relação passa a depender fortemente de θ .

Dessa forma, o método de determinação de difusividade proposto por *REICHARDT et alii* e baseado na teoria da similaridade é adequado para todos os valores de θ que não sejam valores muito próximos da umidade de saturação.

É necessário observar que todos os comportamentos descritos podem ser deduzidos a partir da expressão (42) que exprime a relação exata entre uma dada difusividade aparente associada a uma infiltração vertical com comportamento análogo ao de uma infiltração horizontal, e a difusividade da água no solo.

Para valores de θ na faixa em que $\alpha(\theta) \approx \alpha(\theta_0)$, a relação (42) se reduz a $D_v(\theta)/D_h(\theta) \approx \alpha(\theta_0)^2$. E para $\theta \rightarrow \theta_s$, $\alpha = \alpha(\theta)$ passa a depender de θ , fazendo com que a relação (42) passe a depender de θ na forma prevista nas Figuras 19 e 20.

Portanto, para solos nos quais as infiltrações verticais tanto ascendente quanto descendente se comportam como se fossem infiltrações horizontais ou nos intervalos de tempo em que tal comportamento ocorre, o conceito de difusividade aparente proposto por *REICHARDT et alii* e associado às infiltrações verticais se mostra útil na maior parte dos valores de umidade assumidos pelos solos; nessas condições as difusividades aparentes podem ser obtidas a partir da difusividade da água no solo como é normalmente definida e determinada,

desde que se conheça o fator $\alpha(\theta_0)$ determinado a partir do avanço das frentes de molhamento como função da raiz quadrada do tempo.

É oportuno lembrar que todas essas observações se referem a solos homogêneos submetidos a condições de controle em laboratório; o mesmo não ocorre em situações de campo, onde as heterogeneidades estão presentes e a variabilidade espacial da difusividade da água no solo pode ser muito grande.

Todavia, as conclusões obtidas esclarecem alguns aspectos quanto à dinâmica da água nos solos, e as equações permanecem válidas nas condições de campo como uma aproximação.

8. CONCLUSÕES

1. A equação (34) descreve o comportamento da infiltração horizontal da água nos solos estudados.

2. A equação (36) descreve o comportamento tanto da infiltração vertical descendente (percolação) quanto da infiltração vertical ascendente (ascensão capilar) da água nos solos estudados, nos intervalos de tempo nos quais as posições das frentes de molhamento são proporcionais à raiz quadrada do tempo.

3. O coeficiente angular da reta que representa a posição da frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo, nos intervalos de tempo em que isso ocorre, varia de solo para solo para um mesmo tipo de infiltração, e varia num mesmo solo como função do tipo de infiltração; neste caso, o coeficiente cresce na sequência: infiltração vertical ascendente, infiltração horizontal e infiltração vertical descendente.

4. O intervalo de tempo em que prevalece a proporcionalidade entre a posição da frente de molhamento e a raiz quadrada do tempo varia de solo para solo, para um mesmo tipo de infiltração vertical, tendendo a ser maior para o solo com textura mais argilosa; para um mesmo solo, ele é maior para a infiltração vertical descendente.

5. A solução proposta por PHILIP (1955, 1957) é inadequada para descrever o comportamento dos solos estudados, no que corresponde às infiltrações verticais.

6. No intervalo de tempo durante o qual o comportamento de z_f versus $t^{1/2}$ é linear para uma dada infiltração vertical, a relação entre a variável de Boltzmann associada a essa infiltração e aquela associada à infiltração horizontal de água para o mesmo solo é aproximadamente constante e igual a $\alpha(\theta_0)$ para todos os valores de umidade que não sejam muito próximos do valor da umidade de saturação.

7. Os fatores $\alpha(\theta_0)$ para um dado solo e associados aos dois tipos de infiltração vertical de água podem ser simplesmente obtidos através da relação entre os coeficientes angulares das retas que representam o avanço da frente de molhamento em função da raiz quadrada do tempo.

8. No intervalo de tempo durante o qual o comportamento de z_f versus $t^{1/2}$ é linear para uma dada infiltra

ção vertical, a relação entre a difusividade aparente da água no solo e a difusividade normal da água no solo é aproximadamente constante e igual a $\alpha(\theta_0)^2$ para todos os valores da umidade que não sejam muito próximos do valor da umidade de saturação.

9. A expressão (42) estabelece de forma exata a relação entre a difusividade aparente da água no solo para uma infiltração vertical e a difusividade normal da água no solo.

10. A relação entre difusividade aparente e difusividade normal da água no solo determinada pelo método de BRUCE e KLUTE (1956) coincide com aquela determinada pelo método de REICHARDT *et alii*, exceto para valores de umidade próximos do valor de umidade de saturação.

11. A infiltração acumulada associada à infiltração vertical pode ser determinada a partir daquela associada à infiltração horizontal desde que se conheça o fator $\alpha(\theta_0)$, no intervalo de tempo durante o qual z_f versus $t^{1/2}$ é linear.

9. SUMMARY

A general mathematical expression for the relation between apparent soil water diffusivity, defined for upward and downward vertical infiltrations, and soil water diffusivity as normally defined for horizontal infiltration, is presented for the movement of water in unsaturated, homogeneous, isotropic and isothermic soils. Such expression is valid for soils in which the horizontal and the upward and/or downward vertical infiltrations obey equations that have the same mathematical form, being linear the relation between the position of the wetting front and the square root of time. Experimental data show that this occurs with several brazilian soils for reasonable long times.

The general expression for the relation between diffusivities is studied by calculating diffusivity values by the traditional method proposed by *BRUCE* and *KLUTE* and, also, by the method proposed by *REICHARDT et alii* which is based on

the similarity theory, and making the comparison between the relations obtained.

For the short and intermediate intervals of time, it is verified that in the soils studied the behavior of the vertical infiltration of water in soil may be known with good precision after the knowledge of the behavior of the horizontal infiltration. This is obtained from the knowledge of the slopes of the straight lines that represent the position of the wetting front as a function of square root of time.

It is also verified that the relation between apparent soil water diffusivity and normal soil water diffusivity, calculated by the *BRUCE* and *KLUTE*'s method agrees with this relation when determined using the method proposed by *REICHARDT et alii*, except when the volumetric soil water content is very close to the volumetric soil water content at the saturated state.

The cumulative infiltration associated with a vertical infiltration can, also, in the above defined conditions, be determined after the knowledge of the cumulative infiltration associated with the horizontal infiltration in soil.

10. LITERATURA CITADA

ASCROFT, G.; D.D. MARSH; D.D. EVANS e L. BOERSMA, 1962.

Numerical Method for Solving the Diffusion Equation: I-
Horizontal Flow in Sem-infinite Media. *Proc. Soil Sci.
Soc. Amer.* 26: 522-524.

BOLTZMANN, L., 1894. Zur Integration der Diffusionsgleichung
bei variablen Diffusionscoefficienten. *Ann. Physik.* 53:
959-964.

BRUCE, R.R. e A. KLUTE, 1956. Measurement of soil moisture
diffusivity. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 20: 458-462.

BUCKINGHAM, E., 1907. Studies on the movement of soil
moisture. *U. S. Dept. Agr. Bur. Soils Bull.* 38.

CADIMA, A.Z., 1978. Caracterização Físico-hídrica de um La-

tosol Vermelho Amarelo-Fase arenosa (Haplustox). Piracicaba, ESALQ/USP, 78 p. (Tese de Doutorado).

CHILDS, E.C. e N. COLLIS-GEORGE, 1950. Permeability of porous materials. *Proc. Royal Soc. Londres*, 201A: 392-399.

COUTINHO JR, G., 1978. Infiltração Horizontal de Água em Solos Não-Saturados: Perfil Aproximado de Ritz. Piracicaba, CENA/ESALQ/USP, 42p. (Dissertação de Mestrado).

DARCY, H., 1856. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Paris, Ed. Victor Dalmont. 592p.

DAVIDSON, J.M.; D.R. NIELSEN e J.W. BIGGAR, 1963a. The measurement and description of water flow through Columbia silt loam and Hesperia sand loam. *Hilgardia*. 34: 601-617.

DAVIDSON, J.M.; J.W. BIGGAR e D.R. NIELSEN, 1963b. Gamma radiation attenuation for measuring bulk density and transient water flow in porous materials. *J. Geophys. Res.* 68: 4777-4783.

DOMINGOS, R.N., 1978. Infiltração de Água em Solos Inicialmente Úmidos. Piracicaba, CENA/ESALQ/USP, 61p. (Dissertação de Mestrado).

tação de Mestrado).

FERRAZ, E.S.B., 1974. Determinação Simultânea da Densidade e Umidade de Solos por Atenuação de Raios Gama do ^{137}Cs e ^{241}Am . Piracicaba, ESALQ/USP, 120p. (Tese de Livre-Do cência).

FERRAZ, E.S.B., 1975a. Densimetria de solos com radiação gama de baixa energia. *Anais do Terceiro Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos*. Fundação Universidade Estadual de Maringá. 1: 157-172.

FERRAZ, E.S.B., 1975b. Influência do tempo morto de contagem na densimetria por atenuação de raios gama. *Anais do Terceiro Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos*. Fundação Universidade Estadual de Maringá. 1: 142-150.

FREIRE, J.T., 1970. Estudos Preliminares do Escoamento de Água em Solos Não-Saturados. São Carlos, EESC/USP, 43p. (Dissertação de Mestrado).

GARDNER, W.R. e M.S. MAYHUGH, 1958. Solutions and tests of the diffusion equation for movement of water in soil. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 22: 197-201.

JACKSON, R.D., 1963. Temperature and soil-water diffusivity

relations. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 27: 363-366.

JOSÉ, C., 1978. Análise dos Efeitos da Compactação na Difusividade da Água no Solo. Piracicaba, CENA/ESALQ/USP, 87p. (Dissertação de Mestrado).

KLUTE, A., 1952a. Some theoretical aspects of the flow of water in unsaturated soils. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 16: 144-148.

KLUTE, A., 1952b. A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials. *Soil Sci.* 73: 105-116.

KLUTE, A. e G.E. WILKINSON, 1958. Some tests of the similar media concept of capillary flow: I- Reduced capillary conductivity and moisture characteristics data. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 22: 278-281.

KLUTE, A.; F.D. WHISLER e E.J. SCOTT, 1965. Numerical solution of the non linear diffusion for water flow in a horizontal soil column of finite length. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 29: 353-358.

LIBARDI, P.L., 1973. Infiltração da Água no Solo: Uma Generalização. Piracicaba, ESALQ/USP, 46p. (Dissertação de Mestrado).

LIBARDI, P.L. e K. REICHARDT, 1973. Características hídricas de cinco solos do Estado de São Paulo. I- Difusividade da Água no Solo. *O Solo*. Piracicaba, 1: 7-13.

LIBARDI, P.L. e K. REICHARDT, 1974a. Efeito da compactação na infiltração da água no solo. *Anais do Segundo Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos*. F.F.C.L. Rio Claro, 2: 141-145.

LIBARDI, P.L. e K. REICHARDT, 1974b. Generalização do Movimento da Água no Solo. II- Infiltração Vertical. *Boletim Científico CENA*, Piracicaba, 17, 16p.

MAÑFREDINI, S., 1977. Infiltração da Água em Solos Homogêneos: Novo Conceito. Piracicaba, CENA/ESALQ/USP, 38p. (Dissertação de Mestrado).

MILLER, E.E. e R.D. MILLER, 1955a. Theory of capillary flow: I- Practical implications. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 19: 267-271.

MILLER, E.E. e R.D. MILLER, 1955b. Theory of capillary flow: II- Experimental information. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 19: 271-275.

MILLER, E.E. e R.D. MILLER, 1956. Physical theory for

capillary flow phenomena. *J. Appl. Phys.* 27: 324-332.

MOORE, R.E., 1939. Water conduction from shallow water tables. *Hilgardia*. 12: 383-426.

NIELSEN, D.R.; D. KIRKHAM e W.R. WIJK, 1961. Diffusion equation calculations of field soil water infiltration profiles. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 25: 165-168.

NIELSEN, D.R.; J.W. BIGGAR e R.J. MILLER, 1967. Field observations of infiltration and soil water redistribution. *Trans. Amer. Soc. Agric. Engrs.* 10: 382-387.

PARLANGE, J.Y., 1971a. Theory of water movement in soils: I- One dimensional absorption. *Soil Sci.* 111: 134-137.

PARLANGE, J.Y., 1971b. Theory of water movement in soils: II- One dimensional infiltration. *Soil Sci.* 111: 170-174.

PARLANGE, J.Y., 1973. Horizontal infiltration of water in soils, a theoretical interpretation of recent experiments. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 37: 329-330.

PAULAKIS, L. e L. BARDEN, 1972. Hysteresis in the moisture characteristics of clay soil. *J. Soil Sci.* 23(3): 350-361.

- PHILIP, J.R., 1955. Numerical solution of equations of the diffusion type with diffusivity concentration dependent. *Trans. Faraday Soc.* 51: 885-892.
- PHILIP, J.R., 1957. Numerical solution of equation of the diffusion type with diffusivity concentration dependent. II- *Aust. Jour. of Phys.* 10: 29-42.
- PHILIP, J.R., 1969. Theory of infiltration. In: CHOW, V.T., Ed. *Advances in Hydroscience*. N. York, Academic Press, Vol. 5, p. 215-296.
- QUEIROZ, E.N., 1975. Movimento de Água em Solos dos Tabuleiros do Nordeste. Piracicaba, CENA/ESALQ/USP, 57p. (Dissertação de Mestrado).
- QUEIROZ, E.N. e K. REICHARDT, 1975. Infiltração Horizontal em Três Solos dos Tabuleiros Costeiros do Nordeste do Brasil. *III Seminário Nacional de Irrigação e Drenagem*. Fortaleza, 13p. (s. ed.).
- REICHARDT, K., 1965. Uso das Radiações Gama na Determinação da Umidade e da Densidade do Solo. Piracicaba, ESALQ/USP, 34p. (Tese de Doutorado).
- REICHARDT, K., 1975. *Processos de Transferência no Sistema*

Solo-Planta-Atmosfera. 3a. ed. Piracicaba, CENA/Fundação CARGILL Ed. 285p.

REICHARDT, K. e P.L. LIBARDI, 1974. A new equation to estimate soil-water diffusivity. In: Symposium on Isotope and Radiation Techniques in Soil Physics and Irrigation Studies. *Isotope and Radiation Techniques in Soil Physics and Irrigation Proceedings*. Vienna, IAEA, p. 45-51.

REICHARDT, K.; D.R. NIELSEN e J.W. BIGGAR, 1972. Scaling of horizontal infiltration into homogeneous soils. *Proc. Soil Sci. Soc. Amer.* 36: 241-245.

REICHARDT, K.; P.L. LIBARDI e D.R. NIELSEN, 1975. Unsaturated hydraulic conductivity determination by a scaling technique. *Soil Sci.* 120(3): 165-168.

REICHARDT, K.; P.L. LIBARDI; D.R. NIELSEN e S. MANFREDINI, 1976. Infiltração da água em solos homogêneos: novo conceito. *IV Encontro sobre Escoamento em Meios Porosos*. Jaboticabal. (Nota prévia).

RICHARDS, L.A., 1931. Capillary conduction of liquids through porous media. *Physics.* 1: 318-333.

SWARTZENDRUBER, D., 1962a. Modification of Darcy's law for the flow of water in soils. *Soil Sci.* 93: 22-29.

SWARTZENDRUBER, D., 1962b. Non-Darcy flow behavior in liquid-saturated porous media. *Jour. Geophys. Res.* 67: 5205-5213.

SWARTZENDRUBER, D.; 1963. Non-Darcy behavior and the flow of water in unsaturated soils. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 27: 491-495.

SWARTZENDRUBER, D., 1966. Soil-water behavior as described by transport coefficients and functions. *Advances Agron.* 18: 327-370.

SWARTZENDRUBER, D., 1968. The applicability of Darcy's law. *Soil Sci. Soc. Amer. Proc.* 32: 11-18.

SWARTZENDRUBER, D., 1969. The flow of water in unsaturated soils. In: DE WIEST, J.R.M., Ed. *Flow Through Porous Media*. N. York, Academic Press Ed., p. 215-292.

TOBINAGA, S., 1973. Formulação Variacional do Escoamento em Meios Porosos Não Saturados. São Carlos EE/USP, 58p. (Dissertação de Mestrado).

WILKINSON, G.E. e A. KLUTE, 1959. Some tests of the similar
media concept of capillary flow: II- Flow systems data.
Proc. Soil Sci. Soc. Amer. 23: 434-437.

A P P E N D I C E S

APÊNDICE 1

Dedução da Relação entre a Difusividade Aparente e a Difusividade da Água no Solo

A partir da expressão (41) obtém-se

$$\lambda_v(\theta) = \alpha(\theta) \cdot \lambda_h(\theta) \dots\dots\dots (1.1)$$

cuja derivada em relação a θ é

$$\frac{d\lambda_v(\theta)}{d\theta} = \lambda_h(\theta) \frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} + \alpha(\theta) \frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \dots\dots\dots (1.2)$$

Substituindo-se (1.1) e (1.2) na expressão (40) tem-se

$$D_v(\theta) = - \frac{1}{2} \left(\lambda_h(\theta) \cdot \frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} + \alpha(\theta) \frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \right) \cdot \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta) \lambda_h(\theta) d\theta \dots\dots\dots (1.3)$$

Dividindo-se a expressão (1.3) pela (39), obtém

se

$$\frac{D_v(\theta)}{D_h(\theta)} = \frac{- \frac{1}{2} \left(\lambda_h(\theta) \frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} + \alpha(\theta) \frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \right) \int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta) \lambda_h(\theta) d\theta}{- \frac{1}{2} \left(\frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \right) \int_{\theta_0}^{\theta} \lambda_h(\theta) d\theta}$$

ou seja

$$\frac{D_v(\theta)}{D_h(\theta)} = \left(\alpha(\theta) + \lambda_h(\theta) \frac{d\alpha(\theta)}{d\theta} \middle| \frac{d\lambda_h(\theta)}{d\theta} \right) \frac{\int_{\theta_0}^{\theta} \alpha(\theta) \lambda_h(\theta) d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta} \lambda_h(\theta) d\theta}$$

que é a equação (42).

Observe-se que o quociente das integrais nada mais é do que a média ponderada da função $\alpha(\theta)$ no intervalo (θ_0, θ) , sendo $\lambda_h(\theta)$ a função peso.

APÊNDICE 2

Tabelas dos Valores Experimentais das Posições da Frente de Molhamento x_f ou z_f e das Infiltrações Acumuladas I_{ac} em Função do Tempo

Tabela 2.1 - Infiltração Horizontal, Solo TRE

| x_f (cm) | I_{ac} (cm ³ H ₂ O/cm ²) | t (min) |
|---------------|-----------------------------------------------------------------|------------|
| 0,0 | 0,0 | 0 |
| 2,6 | 0,7 | 3 |
| 3,7 | 1,6 | 6 |
| 4,6 | 1,9 | 8 |
| 5,8 | 2,4 | 12 |
| 6,8 | 2,7 | 20 |
| 9,6 | 3,8 | 31 |
| 15,1 | 6,1 | 79 |
| 18,4 | 7,1 | 110 |
| 19,2 | 7,9 | 132 |
| 21,3 | 8,4 | 154 |
| 26,8 | 10,7 | 262 |
| 29,4 | 11,5 | 299 |
| 32,9 | 13,1 | 392 |
| 35,1 | 13,8 | 437 |
| 36,7 | 14,6 | 488 |
| 44,6 | 17,1 | 676 |

Tabela 2.2 - Infiltração Vertical Descendente, Solo TRE

| z_f (cm) | I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) | t (min) |
|---------------|--------------------------------------------------------------|------------|
| 0,0 | 0,0 | 0 |
| 3,5 | - | 2 |
| 4,9 | 1,9 | 4 |
| 5,9 | 2,5 | 7 |
| 7,1 | 2,9 | 10 |
| 8,1 | 3,3 | 13 |
| 9,1 | 3,7 | 16 |
| 10,5 | 4,3 | 21 |
| 11,1 | 4,5 | 24 |
| 12,1 | 4,9 | 28 |
| 13,2 | 5,5 | 34 |
| 16,5 | 6,7 | 49 |
| 20,3 | 7,9 | 69 |
| 23,3 | 9,5 | 100 |
| 24,6 | 10,1 | 117 |
| 28,5 | 11,6 | 156 |
| 32,4 | 13,5 | 205 |
| 35,9 | 14,9 | 243 |
| 39,9 | 16,5 | 289 |
| 46,0 | 18,8 | 400 |

Tabela 2.3 - Infiltração Vertical Ascendente, Solo TRE

| z_f (cm) | I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) | t (min) |
|---------------|--------------------------------------------------------------|--------------|
| 0,0 | 0,0 | 0 |
| 3,6 | 1,4 | 9 |
| 4,6 | 1,9 | 16 |
| 5,9 | 2,4 | 25 |
| 7,0 | 2,9 | 36 |
| 8,1 | 3,4 | 49 |
| 9,2 | 3,9 | 64 |
| 10,3 | 4,4 | 81 |
| 11,8 | 4,9 | 100 |
| 12,9 | 5,3 | 121 |
| 14,1 | 5,8 | 144 |
| 15,3 | 6,3 | 169 |
| 17,6 | 7,3 | 225 |
| 18,5 | 7,7 | 256 |
| 19,6 | 8,2 | 289 |
| 20,7 | 8,6 | 324 |
| 21,6 | 9,1 | 361 |
| 22,8 | 9,5 | 400 |
| 23,8 | 9,8 | 441 |
| 25,4 | 10,6 | 508 |
| 27,4 | 11,5 | 631 |
| 35,4 | 14,5 | 1306 |
| 36,8 | 15,0 | 1466 |
| 37,2 | 15,1 | 1501 |

Tabela 2.4 - Infiltração Horizontal, Solo LVA

| x_f (cm) | I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) | t (min) |
|---------------|--------------------------------------------------------------|--------------|
| 0,0 | 0,0 | 0 |
| 5,0 | 1,1 | 3 |
| 6,0 | 2,0 | 6 |
| 7,8 | 2,6 | 9 |
| 10,3 | 3,2 | 14 |
| 12,4 | 3,8 | 18 |
| 13,5 | 4,3 | 23 |
| 15,7 | 5,0 | 32 |
| 17,8 | 5,7 | 40 |
| 20,2 | 6,4 | 52 |
| 21,8 | 6,8 | 58 |
| 23,5 | 7,5 | 71 |
| 24,8 | 8,0 | 80 |
| 26,1 | 8,4 | 90 |
| 29,8 | 9,3 | 113 |
| 35,2 | 11,4 | 169 |
| 36,8 | 11,6 | 182 |
| 39,0 | 12,3 | 207 |
| 43,5 | 13,9 | 275 |
| 44,5 | 14,0 | 300 |

Tabela 2.5 - Infiltração Vertical Descendente, Solo LVA

| z_f (cm) | I_{ac} (cm ³ H ₂ O/cm ²) | t (min) |
|---------------|-----------------------------------------------------------------|------------|
| 0,0 | 0,0 | 0 |
| 7,0 | 2,4 | 2 |
| 10,6 | 4,0 | 5 |
| 13,1 | 4,7 | 7 |
| 15,3 | 5,4 | 9 |
| 17,6 | 6,2 | 12 |
| 20,1 | 6,9 | 15 |
| 23,1 | 8,1 | 20 |
| 25,4 | 8,8 | 24 |
| 28,6 | 9,9 | 30 |
| 31,3 | 10,8 | 36 |
| 35,0 | 12,0 | 52 |
| 38,6 | 13,3 | 60 |
| 45,6 | 16,3 | 82 |
| 48,1 | 17,0 | 87 |
| 52,1 | 18,6 | 98 |

Tabela 2.6 - Infiltração Vertical Ascendente, Solo LVA

| z_f (cm) | I_{ac} ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) | t (min) |
|---------------|--------------------------------------------------------------|--------------|
| 0,0 | 0,0 | 0 |
| 3,3 | 1,0 | 2 |
| 4,3 | 1,2 | 3 |
| 5,8 | 1,8 | 5 |
| 7,5 | 2,4 | 8 |
| 9,0 | 2,9 | 12 |
| 10,5 | 3,3 | 15 |
| 11,5 | 3,6 | 19 |
| 12,0 | 3,9 | 22 |
| 13,0 | 4,1 | 25 |
| 14,0 | 4,4 | 28 |
| 14,4 | 4,6 | 32 |
| 16,9 | 5,6 | 43 |
| 18,2 | 5,8 | 50 |
| 20,5 | 6,4 | 64 |
| 22,0 | 6,9 | 81 |
| 23,6 | 7,4 | 100 |
| 24,6 | 7,9 | 121 |
| 27,3 | 8,6 | 169 |

APÊNDICE 3

Tabelas dos Valores Experimentais da Umidade do Solo em Função da Posição, em Instantes Determinados (Perfis de Umidade)

Tabela 3.1 - Infiltração Horizontal, Solo TRE

| Perfil 1 t = 110 min | | Perfil 2 t = 300 min | | Perfil 3 t = 670 min | |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) |
| 2 | 0,480 | 2 | 0,490 | 2 | 0,480 |
| 4 | 0,460 | 4 | 0,460 | 4 | 0,480 |
| 7 | 0,450 | 9 | 0,480 | 9 | 0,460 |
| 9 | 0,430 | 14 | 0,480 | 15 | 0,490 |
| 14 | 0,430 | 17 | 0,420 | 19 | 0,460 |
| 16 | 0,370 | 19 | 0,420 | 23 | 0,410 |
| 17 | 0,330 | 22 | 0,420 | 26 | 0,440 |
| 18 | 0,230 | 24 | 0,400 | 29 | 0,430 |
| | | 26 | 0,390 | 33 | 0,400 |
| | | 27 | 0,390 | 38 | 0,390 |
| | | 28 | 0,330 | 39 | 0,370 |
| | | 29 | 0,250 | 40 | 0,370 |
| | | | | 41 | 0,380 |
| | | | | 42 | 0,330 |

Tabela 3.2 - Infiltração Vertical Descendente (IVD) e Vertical Ascendente (IVA), Solo TRE

| Perfil IVD t = 300 min | | Perfil IVA t = 324 min | |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| z (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | z (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) |
| 5 | 0,470 | 2 | 0,466 |
| 10 | 0,510 | 4 | 0,493 |
| 15 | 0,450 | 7 | 0,491 |
| 20 | 0,480 | 9 | 0,451 |
| 25 | 0,470 | 11 | 0,433 |
| 30 | 0,440 | 12 | 0,446 |
| 35 | 0,420 | 14 | 0,438 |
| 38 | 0,450 | 15 | 0,412 |
| 39 | 0,400 | 17 | 0,391 |
| 40 | 0,320 | 19 | 0,347 |
| | | 20 | 0,328 |

Tabela 3.3 - Infiltração Horizontal, Solo LVA

| Perfil 1 t = 60 min | | Perfil 2 t = 110 min | | Perfil 3 t = 170 min | | Perfil 4 t = 280 min | |
|------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|-------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | x (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) |
| 2 | 0,368 | 2 | 0,389 | 2 | 0,391 | 2 | 0,386 |
| 3 | 0,345 | 3 | 0,339 | 3 | 0,308 | 3 | 0,373 |
| 5 | 0,319 | 5 | 0,322 | 5 | 0,339 | 5 | 0,332 |
| 8 | 0,349 | 10 | 0,369 | 10 | 0,378 | 10 | 0,386 |
| 10 | 0,383 | 15 | 0,315 | 15 | 0,359 | 15 | 0,384 |
| 15 | 0,324 | 18 | 0,340 | 18 | 0,324 | 20 | 0,367 |
| 20 | 0,332 | 20 | 0,367 | 22 | 0,314 | 25 | 0,373 |
| 21 | 0,288 | 23 | 0,298 | 25 | 0,317 | 27 | 0,279 |
| 22 | 0,271 | 25 | 0,348 | 27 | 0,248 | 30 | 0,393 |
| | | 27 | 0,224 | 30 | 0,287 | 35 | 0,303 |
| | | | | 32 | 0,240 | 38 | 0,255 |
| | | | | 35 | 0,263 | 40 | 0,299 |
| | | | | | | 43 | 0,246 |
| | | | | | | 44 | 0,241 |
| | | | | | | 45 | 0,191 |
| | | | | | | 46 | 0,227 |

Tabela 3.4 - Infiltração Vertical Descendente (IVD) e Vertical Ascendente (IVA), Solo LVA

| Perfil IVD t = 40 min | | Perfil IVA t = 34 min | |
|--------------------------|-----------------------------------------------------------------|--------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| z (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) | z (cm) | θ (cm ³ H ₂ O/cm ³) |
| 2 | 0,383 | 2 | 0,382 |
| 3 | 0,382 | 3 | 0,397 |
| 5 | 0,393 | 5 | 0,362 |
| 8 | 0,394 | 8 | 0,363 |
| 10 | 0,393 | 10 | 0,310 |
| 15 | 0,364 | 12 | 0,274 |
| 20 | 0,394 | 13 | 0,287 |
| 25 | 0,321 | 14 | 0,263 |
| 28 | 0,276 | 15 | 0,230 |
| 30 | 0,295 | | |
| 31 | 0,295 | | |
| 32 | 0,270 | | |

LISTA DE SÍMBOLOS, UNIDADES E CONSTANTES USADAS

| | |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| c | constante positiva, igual a $1/2$ |
| d | espessura da coluna de solo, diâmetro da coluna (5,3 cm) |
| e | espessura das paredes do tubo de plástico (cm) |
| $f_i, f_i(\theta)$ | funções genéricas da umidade ($i = 0, 1, 2, \dots$) |
| i | índice numérico (0, 1, 2, ...) ou taxa de infiltração ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2 \cdot \text{min}$) |
| l | espessura de um material (cm) |
| \ln | logarítmo neperiano ou natural |
| m_a | massa de água (g) |
| m_s, m'_s | massa das partículas sólidas (g) |
| m_u, m'_u | massa de solo úmido (g) |
| n | número de intervalos |
| \vec{q} | vetor densidade de fluxo (cm/min) |
| r | coeficiente de correlação linear |
| t | tempo, medido a partir do início da infiltração (min) |
| t_i | instante determinado (min) |
| t_{\max} | instante máximo até o qual uma dada equação repre- |

| | |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | senta uma variável no tempo (min) |
| v | velocidade do fluido no meio poroso (cm/min) |
| x | coordenada cartesiana horizontal (cm) |
| x_f | coordenada cartesiana da frente de molhamento em fluxo horizontal (cm) |
| w | umidade generalizada |
| z | coordenada cartesiana vertical, positiva para cima no fluxo ascendente e positiva para baixo no fluxo descendente; ou potencial gravitacional da água (cm) |
| z_f | coordenada cartesiana da frente de molhamento, em qualquer um dos fluxos verticais (cm) |
| A, B, C | constantes genéricas |
| CV | coeficiente de variação |
| $D(w)$ | difusividade da água no solo em função da umidade generalizada (cm ² /min) |
| $D(\theta)$ | difusividade da água no solo (cm ² /min) |
| $D_a(\theta)$ | difusividade aparente da água no solo, associada ao fluxo vertical ascendente (cm ² /min) |
| $D_d(\theta)$ | difusividade aparente da água no solo, associada ao fluxo vertical descendente (cm ² /min) |
| $D_g(\theta)$ | difusividade gravitacional da água no solo (cm ² /min) |

| | |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $D_h(\theta)$ | difusividade da água no solo, determinada através de infiltração horizontal (cm^2/min) |
| $D_v(\theta)$ | difusividade aparente da água no solo, associada a qualquer um dos fluxos verticais (cm^2/min) |
| I | intensidade do feixe emergente de radiação gama (contagem/30 s) |
| I' | intensidade do feixe de radiação gama atenuado pelo tubo e solo (contagem/30 s) |
| I_{ac} | infiltração acumulada, água armazenada ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) |
| I_{aca} | infiltração acumulada, associada ao fluxo vertical ascendente ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) |
| I_{acd} | infiltração acumulada, associada ao fluxo vertical descendente ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) |
| I_{ach} | infiltração acumulada, associada ao fluxo horizontal ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) |
| I_{acv} | infiltração acumulada, associada a qualquer um dos fluxos verticais ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2$) |
| I_o | intensidade do feixe incidente de radiação gama (contagem/30 s) |
| I_t | intensidade do feixe de radiação gama atenuada pelo tubo vazio (contagem/30 s) |
| IH | infiltração horizontal |
| IVA | infiltração vertical ascendente |

| | |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| IVD | infiltração vertical descendente |
| K | condutividade hidráulica ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}/\text{cm}^2 \cdot \text{min}$) |
| LVA | latosol vermelho amarelo |
| Q | relação entre a difusividade aparente associada a qualquer um dos fluxos verticais e a difusividade da água no solo |
| R | relação entre a infiltração acumulada associada a qualquer um dos fluxos verticais e a associada ao fluxo horizontal de água no solo |
| TRE | terra roxa estruturada |
| u | umidade relativa do solo |
| V_{ac} | volume acumulado de água ($\text{cm}^3 \text{H}_2\text{O}$) |
| V_t | volume da coluna de solo (cm^3) |
| $\alpha, \alpha(\theta)$ | fator que determina a relação entre a variável de Boltzmann associada a qualquer um dos fluxos verticais e aquela associada ao fluxo horizontal |
| $\alpha_a, \alpha_a(\theta)$ | fator que determina a relação entre a variável de Boltzmann associada ao fluxo vertical ascendente e aquela associada ao fluxo horizontal |
| $\alpha_d, \alpha_d(\theta)$ | fator que determina a relação entre a variável de Boltzmann associada ao fluxo vertical descendente e aquela associada ao fluxo horizontal |

| | |
|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| β | coeficiente angular da reta que representa a posição da frente de molhamento com a raiz quadrada do tempo ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) |
| $\delta\%$ | desvio porcentual |
| $\lambda, \lambda(\theta)$ | variável de Boltzmann ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) |
| $\lambda_a, \lambda_a(\theta)$ | variável de Boltzmann associada ao fluxo vertical ascendente ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) |
| $\lambda_d, \lambda_d(\theta)$ | variável de Boltzmann associada ao fluxo vertical descendente ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) |
| $\lambda_h, \lambda_h(\theta)$ | variável de Boltzmann |
| $\lambda_i(\theta)$ | variável de Boltzmann calculada a partir de perfis obtidos nos instantes t_i ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) |
| $\lambda_v, \lambda_v(\theta)$ | variável de Boltzmann associada a qualquer um dos fluxos verticais ($\text{cm}/\text{min}^{1/2}$) |
| μ | coeficiente de atenuação de massa de um material, para a energia da radiação gama usada (cm^2/g) |
| μ_a | coeficiente de atenuação de massa da água, para a energia da radiação gama usada ($0,084\text{cm}^2/\text{g}$) |
| μ_m | coeficiente de atenuação de massa do material do tubo de plástico, para a energia da radiação gama usada (cm^2/g) |
| μ_s | coeficiente de atenuação de massa do solo, para a |

| | |
|----------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | energia da radiação gama usada ($0,072 \text{ cm}^2/\text{g}$) |
| ρ | densidade de um material (g/cm^3) |
| ρ_a | densidade da água ($1,00 \text{ g}/\text{cm}^3$) |
| ρ_g | densidade global do solo (g/cm^3) |
| ρ_m | densidade do material do tubo de plástico (g/cm^3) |
| ρ_{at} | densidade atual do solo (g/cm^3) |
| θ | umidade volumétrica do solo ($\text{cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) |
| θ_o | umidade volumétrica do solo seco ao ar ($\text{cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) |
| θ_s | umidade volumétrica de saturação do solo ($\text{cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) |
| θ_{max} | umidade volumétrica máxima até a qual uma dada equação é representativa ($\text{cm}^3 \text{ H}_2\text{O}/\text{cm}^3$) |
| ϕ | potencial total da água (cm) |
| ψ | potencial matricial da água (cm) |
| Δ | indicação do comprimento de um dado intervalo |
| ∇ | gradiente de um escalar |
| $\nabla \cdot$ | divergente de um vetor |