ESTUDO SOBRE PARCELA PERDIDA EM DELINEAMENTOS EM PARCELAS SUBDIVIDIDAS

MARINÉIA DE LARA HADDAD

Engenheira-Agrônoma

Orientador: Prof. Dr. Izaias Rangel Nogueira

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Experimentação e Estatística.

PIRACICABA

Estado de São Paulo - Brasil

Fevereiro, 1978

Aos meus pais Paulo e Neja,

ao meu esposo Cláudio.

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Izaias Rangel Nogueira, Professor Titular do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela orientação segura, o qual, mais do que orientador, foi amigo.

À Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA), pela oportunidade oferecida para a realização do curso.

Ao Professor Dr. Frederico Pimentel Gomes, Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Experimentação e Estatística, pelas sugestões apresentadas.

Aos demais professores e funcionários do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela dedicação e espírito de colaboração.

Ao Professor Dr. Irineu Umberto Packer, Docente-Livre do Departamento de Zootecnia da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela versão do resumo para o inglês.

Aos colegas do curso de Pós-Graduação, pelo espírito de solidariedade e companheirismo.

À Srta. Maria Izalina Ferreira Alves, Secretária do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelos serviços datilográficos.

A todos que, de uma forma ou de outra, contribuiram para a realização deste trabalho.

ÍNDICE

Pág.

LISTA DE QUADROS

RESUMO

Neste trabalho fizemos um estudo sobre parcela perdida em delineamentos em parcelas subdivididas.

Consideramos os casos em que a parcela perdida é composta de duas, três e até k subparcelas, com $k > 3$.

Determinamos, através da minimização da soma de quadrados do resíduo (b) [SQR(b)] e da soma de quadrados do resíduo(a) [SQR(a)], fórmulas para as estimativas das subparcelas que compõem a parcela perdida.

Através do método do resíduo condicional, determinamos a expressão da correção da soma de quadrados dos tratamentos T (SQT), dada por:

$$U = \frac{I - 1}{KI}\left[(x + y + \ldots + w) - \frac{B}{I - 1}\right]^2 .$$

Demonstramos também que a soma de quadrados de blocos e a soma de quadrados dos tratamentos T' são as usuais, ou seja, são determinadas ignorando-se a parcela perdida.

A soma de quadrados da interação TxT' também foi ajustada através do método do resíduo condicional.

A SQR(a) e a SQR(b) estão corretamente estimadas, pois a estimativa da parcela perdida oferece uma contribuição nula para essas somas de quadrados.

Para cada parcela perdida a SQR(a) perde um grau de liberdade e a SQR(b) perde tantos quantas forem as subparcelas que compõem a parcela perdida.

1. INTRODUÇÃO

Em trabalhos experimentais é comum ocorrer perdas de parcelas devido a causas acidentais.

A análise estatística de dados experimentais, levando-se em consideração a ocorrência de parcelas perdidas, é há muito tempo estudada.

A solução mais usada para resolver estes casos, é aquela que procede à determinação de valores estimados para as parcelas perdidas.

Uma vez estimadas essas parcelas, é feita a análise do experimento da maneira usual.

Embora seja essa a solução mais utilizada, devemos salientar que as estimativas das parcelas perdidas não substituem os seus verdadeiros valores, que nos são desconhecidos.

Este método citado traz um vício que, conforme o caso, pode prejudicar os resultados finais, havendo então, a necessidade de procedermos a uma correção das somas de quadrados viciadas.

Em delineamentos em parcelas subdivididas ("split-plot") é ainda pouco conhecido o estudo de parcela perdida, embora este delineamento seja de uso bastante generalizado.

Neste trabalho procuramos trazer algumas contribuições para o estudo de parcela perdida em delineamentos com parcelas subdivididas.

Para tanto, determinamos fórmulas para a estimação de uma parcela perdida, nos seguintes casos:

a) parcela perdida composta de duas subparcelas;

b) parcela perdida composta de três subparcelas;

c) parcela perdida composta de k subparcelas, com $k > 3$.

Além das fórmulas para as estimativas das subparcelas perdidas, determinamos as correções para as somas de quadrados e as variâncias entre médias de tratamentos ajustadas.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nas análises estatísticas de experimentos onde ocorrem perdas de unidades ou parcelas, a grande preocupação inicial é a determinação, sob um aspecto matemático rigoroso, de estimativas para essas parcelas perdidas.

Estudos relativos à determinação de valores para unidades perdidas em experimentos em blocos ao acaso e em quadrado latino foram feitos por diversos autores, entre eles: ALLAN e WISHART (1930), YATES (1933), ANDERSON (1946).

Estes autores conceituaram como parcelas perdidas aquelas cujos dados registrados são imperfeitos, devido a causas além do controle do próprio experimentador.

COCHRAN e COX (1957) dizem que quando algumas observações estão faltando, o procedimento correto é considerar que todas as observações que estão presentes seguem o modelo matemático e, pelo método dos quadrados mínimos, determinar as equações normais.

Estas tomam exatamente a forma geral que teriam quando todas as observações estão presentes.

Porém, este sistema de equações normais não apresenta a mesma simetria encontrada quando estão presentes todas as observações.

Devido a este fato, a resolução deste sistema de equações normais, onde há falta de termos correspondentes às observações perdidas, torna-se mais difícil.

COCHRAN e COX (1957) adotam o seguinte método para analisar um experimento com unidades perdidas:

Inicialmente "estimar" os valores das unidades perdidas através de fórmulas.

Essas estimativas são colocadas nos lugares dos valores perdidos e a análise de variância segue a marcha usual, exceto pela mudança do número de graus de liberdade do erro residual.

As somas de quadrados devem ser corrigidas através de métodos especiais, possibilitando a aplicação do exato teste F.

YATES (1933) afirma, ao citar um experimento em blocos casualizados com uma parcela perdida, que se o valor estimado for inserido no lugar da observação perdida e se os dados forem analisados como se nenhuma observação estivesse ausente, algumas importantes propriedades passam a existir:

a) As estimativas dos efeitos de tratamentos e blocos são exatamente as mesmas que as obtidas pelo método correto dos quadrados mínimos.

b) A soma de quadrados dos erros é exatamente a mesma que a dada pelo procedimento correto.

c) Para se obter o número correto de graus de liberdade, subtrai-se um do número de graus de liberdade total e um do erro residual.

Mostra ainda o autor que a soma de quadrados de tratamentos, levando-se em consideração o valor estimado da unidade perdida, está sempre superestimada.

ANDERSON (1946) apresenta uma completa revisão bibliográfica sobre parcelas perdidas, considerando vários tipos de delineamentos e as respectivas fórmulas até então deduzidas para suas estimativas.

Apresenta ainda determinações de fórmulas para unidades perdidas em experimentos em parcelas subdivididas pela minimização da variância do erro residual.

O referido autor aplica o método da covariância em um experimento em parcelas subdivididas com $\underline{r}$ repetições, α parcelas e β subparcelas, onde a unidade perdida recebeu os tratamentos a_1, b_1, na repetição r_1, e estabeleceu como a melhor estimativa da subparcela perdida, a fim de minimizar o erro da mesma, o resíduo do coeficiente b de regressão:

$$y = \frac{r(R_1\ A_1) + \beta(A_1\ B_1) - A_1}{(r - 1)\ (\beta - 1)} ,$$

onde, y = subparcela perdida;

A_1 = total de todas as unidades com o tratamento a_1;

B_1 = total de todas as unidades com o tratamento b_1;

$(R_1\ A_1)$ = total de todas as unidades existentes com o tratamento a_1 na repetição r_1;

$(A_1\ B_1)$ = total de todas as unidades existentes com os tratamentos a_1 e b_1.

Afirma ainda que se esta estimativa for usada para a subparcela perdida, a soma de quadrados do resíduo (b) está corretamente estimada, porém as demais estão ligeiramente superestimadas.

A estimativa imparcial de qualquer soma de quadrados é determinada subtraindo-se o vício ("bias"), dado por:

$$(y - y_1)^2\ \Sigma(x_1^2) ,$$

onde: $y_1 = \dfrac{\Sigma(x_1\ y)}{\Sigma(x_1^2)}$;

$\Sigma(x_1\ y) = \Sigma(xy)$ para a soma de quadrados considerada mais $\Sigma(xy)$ para a soma de quadrados do resíduo (b);

$\Sigma(x_1^2)$ = soma dos números de graus de liberdade relativos à soma de quadrados considerada e à soma de quadrados do resíduo (b), dividido por $N = \alpha\ r\ \beta$.

Nota-se que o vício é sempre positivo, assim as somas de quadrados estão sempre superestimadas.

No quadro 1, compilado de ANDERSON (1946), foram relacionados as somas de produtos e os números de graus de liberdade para cada causa de variação em experimentos em parcelas subdivididas, com uma subparcela perdida.

Quadro 1 - Soma de produtos para experimentos em parcelas subdivididas com uma unidade perdida.

Causas da Variação	G.L.	$\Sigma(xy)$ = soma de produtos
Repetições	$r-1$	$-\dfrac{R_1}{\alpha\,\beta}+\dfrac{G}{N}$
Tratamentos A	$\alpha-1$	$-\dfrac{A_1}{r\,\beta}+\dfrac{G}{N}$
Resíduo (a)	$(r-1)(\alpha-1)$	$\dfrac{-r\alpha(R_1A_1)+r\,R_1+\alpha\,A_1-G}{N}$
Tratamentos B	$\beta-1$	$-\dfrac{B_1}{r\,\alpha}+\dfrac{G}{N}$
Interação AxB	$(\alpha-1)(\beta-1)$	$\dfrac{-\alpha\beta(A_1B_1)+\alpha\,A_1+\beta\,B_1-G}{N}$
Resíduo (b)	$\alpha(r-1)(\beta-1)$	$\dfrac{r\alpha(R_1A_1)+\alpha\beta(A_1B_1)-\alpha\,A_1}{N}$

Nota-se que, talvez por descuido do autor, o número de graus de liberdade do resíduo (b) está incorreto, isto levando-se em consideração o raciocínio seguido por ele.

Segundo o mesmo autor, para o tratamento B então temos:

$$\Sigma(x_1 y) = \frac{r\alpha(R_1 A_1) + \alpha\beta(A_1 B_1) - \alpha A_1 - \beta B_1 + G}{r \alpha \beta},$$

$$\Sigma(x_1^2) = \frac{(\beta - 1)(1 + \alpha r - \alpha)}{r \alpha \beta},$$

$$y_1 = \frac{\Sigma(x_1 y)}{\Sigma(x_1^2)} = \frac{r\alpha(R_1 A_1) + \alpha\beta(A_1 B_1) - \alpha A_1 - \beta B_1 + G}{(\beta - 1)(1 + \alpha r - \alpha)}.$$

Para a interação AxB, temos:

$$y_1 = \frac{\Sigma(x_1 y)}{\Sigma(x_1^2)} = \frac{r\alpha(R_1 A_1) + \beta B_1 - G}{(\beta - 1)(r\alpha - 1)}.$$

ANDERSON (1946) apresenta um exemplo numérico de subparcela perdida em experimento com parcelas subdivididas. Utiliza a fórmula apresentada por ele mesmo para determinar o valor da unidade perdida. Em seguida determina a análise de variância e,usando as fórmulas deduzidas, determina as somas de quadrados corrigidas para os tratamentos B e a interação AxB.

PINHO (1973) processa os dados do mesmo experimento estudado por ANDERSON (1946) e, pelo método do resíduo condicional, determina as correções para as somas de quadrados. Verificando seus resultados obtidos, chega à conclusão de que somente a soma de quadrados da interação AxB pode ser obtida corretamente através da fórmula dada por ANDERSON (1946).

ANDERSON (1946) afirma ainda que abordar de maneira exata a análise no caso de parcela perdida é mais complicado. É provável que o teste de significância para tratamentos A seja seriamente afetado pelo pequeno vício introduzido pelo uso do valor da unidade perdida.

Uma possibilidade de se obterem estimativas mais exatas da soma de quadrados para os tratamentos A e para o resíduo (a) seria minimizar a soma de quadrados deste resíduo, e calcular a verdadeira soma de quadrados para tratamentos A. Se isto for feito, a estimativa do valor perdido passa a ser:

$$y = \frac{-\, r\alpha(R_1A_1) - r\,R_1 - \alpha\,A_1 + G}{(r - 1)(\alpha - 1)} \quad .$$

Entretanto, segundo o autor, isto dá o mesmo resultado do que se obteria ao considerar a parcela toda (R_1A_1) como perdida, o que para ele não parece válido.

Um segundo método seria usar o método da covariância para B e AB para obter estimativas imparciais das somas de quadrados para A e para o resíduo (a).

No entanto, estas duas somas de quadrados ajustadas não seriam de fato independentes, e o teste F não poderia ser usado para testar diferenças significativas de A.

TRUITT e SMITH (1956) analisaram o método de ANDERSON (1946) e apontaram esses mesmos defeitos citados pelo próprio autor do método.

PINHO (1973) estuda um experimento em parcelas subdivididas com J repetições, I parcelas e K subparcelas, onde a subparcela perdida recebeu os tratamentos T_i e T'_k no bloco B_j. Minimizando a soma de quadrados do resíduo (b), estabelece a estimativa y_1 para a unidade perdida como sendo:

$$y_1 = \frac{JP + K(T_i\ T'_k) - T_i}{(J - 1)(K - 1)} ,$$

onde, y_1 = subparcela perdida;

P = total de todas as unidades presentes na parcela onde se perdeu um dado;

$T_i\ T'_k$ = total de todos os dados relativos aos tratamentos T_i e T'_k correspondentes à subparcela perdida;

T_i = total de todas as unidades existentes com o tratamento T atribuído à parcela com a subparcela perdida.

A autora verifica que esta fórmula coincide com aquela determinada por ANDERSON (1946), o qual utiliza o método da covariância.

PINHO (1973) determina ainda fórmulas, através da minimização da soma de quadrados do resíduo (b), para estimativas de até duas subparcelas perdidas em experimentos em parcelas subdivididas, nos seguintes casos:

a) Duas parcelas perdidas numa mesma parcela:

$$x = \frac{rP + (b - 1)(A_i\ B_{k1}) + (A_i\ B_{k2}) - A_i}{(r - 1)(b - 2)} ,$$

$$y = \frac{rP + (b - 1)(A_i\ B_{k2}) + (A_i\ B_{k2}) - A_i}{(r - 1)(b - 2)} ,$$

para $b > 2$.

b) Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos A e B diferentes:

$$x = \frac{rP_1 + b(A_i\ B_{k2}) - A_{i1}}{(r - 1)(b - 1)} ,$$

$$y = \frac{rP_2 + b(A_i\ B_{k2}) - A_{i2}}{(r - 1)(b - 1)} .$$

Verifica-se que estas fórmulas não diferem da obtida para a estimativa de uma única subparcela perdida.

c) Duas subparcelas perdidas que receberam tratamentos A diferentes e mesmo tratamento B:

$$x = \frac{rP_1 + b(A_i\ B_{k1}) - A_{i1}}{(r - 1)(b - 1)} ,$$

$$y = \frac{rP_2 + b(A_i\ B_{k2}) - A_{i2}}{(r - 1)(b - 1)} .$$

De maneira análoga, verifica-se que estas fórmulas não diferem da obtida para a estimativa de uma única subparcela perdida.

d) Duas subparcelas perdidas que receberam mesmo tratamento A e tratamento B diferentes:

$$x = \frac{(r - 1)(b - 1)\left[rP_1 + b(A_i\ B_{k1}) - A_i\right]}{(r - 1)^2\ (b - 1)^2 - 1} - \frac{rP_2 - b(A_i\ B_{k_2}) + A_i}{(r - 1)^2\ (b - 1)^2 - 1}$$

$$y = \frac{(r - 1)(b - 1)\left[rP_2 + b(A_i\ B_{k2}) - A_i\right] - rP_1 + b(A_i\ B_{k_1}) - A_i}{(r - 1)^2\ (b - 1)^2 - 1}$$

e) Caso de duas subparcelas perdidas que receberam mesmos tratamentos A e B:

$$x = \frac{(r - 1)\ P_1 + P_2 + b(A_i\ B_k) - A_i}{(b - 1)(r - 2)}$$

$$y = \frac{(r - 1)\ P_2 + P_1 + b(A_i\ B_k) - A_i}{(b - 1)(r - 2)}$$

Para a dedução dessas fórmulas a autora considerou um experimento em parcelas subdivididas com $\underline{a}$ tratamentos A aplicados às parcelas, dispostas em blocos casualizados, $\underline{b}$ tratamentos B aplicados às subparcelas, e $\underline{r}$ repetições.

Os termos das fórmulas têm o seguinte significado:

A_i = total de todos os dados relativos ao tratamento A atribuído à parcela com a subparcela perdida;

P = total das subparcelas presentes na parcela onde se perdeu um dado;

B_k = total de todos os dados relativos aos tratamentos B atribuído à subparcela perdida;

A_i B_k = total de todos os dados relativos aos tratamentos A_i e B_k correspondentes à subparcela perdida.

Os índices 1 e 2 se referem às subparcelas perdidas x e y.

STEEL e TORRIE (1960) sugerem que a análise de variância de experimentos em parcelas subdivididas com unidades perdidas deva ser feita após a introdução das estimativas dos valores das unidades perdidas.

Um grau de liberdade deve ser subtraído do erro (b) para cada subparcela perdida do experimento.

A estimativa do quadrado médio para o erro (b) é imparcial, sendo que o mesmo não acontece com os demais quadrados médios.

Os autores dizem ainda que se somente poucos valores forem perdidos, as tendências podem ser ignoradas, ou seja, as correções para as somas de quadrados podem ser desprezadas.

PINHO (1973) apresenta as corretas somas de quadrados determinadas por dois métodos:

- calculadas diretamente através de matrizes;
- corrigidas através de fórmulas deduzidas pelo método do resíduo condicional.

Considera ainda que somente a estimativa do quadrado médio do resíduo (b) está corretamente estimada e que para cada subparcela perdida o resíduo (b) perde um grau de liberdade.

PINHO (1973) diz que quando se tem mais do que uma subparcela perdida não é conveniente determinar fórmulas para as correções das somas de quadrados, sendo mais simples determinar as somas de quadrados diretamente através de matrizes.

Afirma também que as somas de quadrados sem correção, exceto a soma de quadrados da interação AxB, não estão sempre superestimadas, como afirma ANDERSON (1946), podendo estar super ou subestimadas.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 - Materiais

Para comprovação dos resultados utilizaremos dados de dois experimentos em parcelas subdivididas, os quais estão apresentados no Apêndice (quadros 4 e 5).

O experimento A foi compilado de PIMENTEL GOMES(1976) e o B é composto de dados fictícios.

3.2 - Métodos

Seja um experimento em parcelas subdivididas com I tratamentos T aplicados às parcelas, dispostos em J blocos e K tratamentos T' aplicados às subparcelas.

Cada subparcela é regida pelo modelo matemático:

$$x_{ijk} = m + t_i + b_j + tb_{ij} + t'_k + tt'_{ik} + e_{ijk} \qquad (3.2.a)$$

onde, x_{ijk} = valor observado da ik-ésima subparcela no j-ésimo bloco;

m = média geral dos dados;

t_i = efeito do i-ésimo nível do tratamento T;

b_j = efeito do j-ésimo bloco;

tb_{ij} = efeito da interação do i-ésimo nível do tratamento T com o j-ésimo bloco ou efeito residual das parcelas;

t'_k = efeito do k-ésimo nível do tratamento T';

tt'_{ik} = efeito da interação do i-ésimo nível do tratamento T com o k-ésimo nível do tratamento T';

e_{ijk} = erro experimental ou efeito associado à ijk-ésima observação, onde se supõe $e_{ijk} \cap N(0,\sigma^2)$.

3.2.1 - Equações normais

As equações normais foram obtidas através do método dos quadrados mínimos, levando-se em consideração as restrições necessárias, dadas à página seguinte.

a) $J\,K\,\hat{m} + J\,\hat{t}_i = T_i$

b) $I\,K\,\hat{m} + I\,K\,\hat{b}_j = B_j$

c) $K\,\hat{m} + K\,\hat{t}_i + K\,\hat{b}_j + K\,\hat{tb}_{ij} = P_{ij}$

d) $I\,J\,\hat{m} + I\,J\,\hat{t}'_k = T'_k$

e) $J\hat{m} + J\hat{t}_i + J\hat{t}'_k + J\hat{tt}'_{ik} = P_{ik}$

f) $IJK\hat{m} = G$

T_i = total do i-ésimo nível do tratamento T;

B_j = total do j-ésimo bloco;

P_{ij} = total das parcelas que receberam o i-ésimo nível do tratamento T no j-ésimo bloco;

T'_k = total do k-ésimo nível do tratamento T';

P_{ik} = total das parcelas que receberam o i-ésimo nível do tratamento T e o k-ésimo nível do tratamento T';

G = total geral.

Restrições utilizadas:

$$\sum_i \hat{t}_i = 0 \quad ; \quad \sum_j \hat{b}_j = 0 \quad ; \quad \sum_k \hat{t}'_k = 0 \quad ;$$

$$\sum_i \hat{tb}_{ij} = 0 \quad ; \quad \sum_j \hat{tb}_{ij} = 0 \quad ; \quad \sum_i \hat{tt}'_{ik} = 0 \quad ;$$

$$\sum_k \hat{tt}'_{ik} = 0 \quad .$$

3.2.2 - Estimativas dos efeitos dos parâmetros

Das equações normais determinamos as estimativas dos efeitos dos parâmetros contidos no modelo matemático proposto.

$$\hat{t}_i = \frac{T_i}{JK} - \hat{m} \quad ;$$

$$\hat{b}_j = \frac{B_j}{IK} - \hat{m} ;$$

$$\hat{t}'_k = \frac{T'_k}{IK} - \hat{m} ;$$

$$\hat{tb}_{ij} = \frac{P_{ij}}{K} - \hat{m} - \hat{t}_i - \hat{b}_j ;$$

$$\hat{tt}_{ik} = \frac{P_{ik}}{J} - \hat{m} - \hat{t}_i - \hat{t}'_k ;$$

$$\hat{m} = \frac{G}{IJK} .$$

3.2.3 - Estimativas das subparcelas perdidas, as quais compõem a parcela perdida do experimento

As estimativas das subparcelas serão determinadas através do método dos quadrados mínimos, isto é, minimizando a SQR(a) e a SQR(b).

Tornando mínima a SQR(b) obtemos w equações relativas às incógnitas x, y, ... , w. Verificamos que esse sistema de w equações é indeterminado. Tornando mínima a SQR(a) obtemos a equação abaixo, a qual será utilizada para a resolução do sistema de w equações:

$$x + y + \ldots + w = \frac{IT + JB - G}{(I-1)\ (J-1)} ,$$

onde x + y + ... + w = representa a parcela perdida do experimento;

$x, y, \ldots, w$ = representam as subparcelas que compõem a parcela perdida;

T = total das parcelas restantes no tratamento T;

B = total das parcelas restantes no bloco J;

G = total das parcelas disponíveis;

I = número de tratamentos T;

J = número de blocos.

3.2.4 - Correção das somas de quadrados

Para obtenção das verdadeiras somas de quadrados utilizamos o método do resíduo condicional, que é baseado no método dos quadrados mínimos.

De posse das estimativas das subparcelas, utilizamos os seguintes termos e expressões para as somas de quadrados:

$$\text{SQ Tratamentos } T = SQT = \frac{\sum_i T_i^2}{JK} - C;$$

$$\text{SQ Blocos} = SQB = \sum_j \frac{B_j^2}{IK} - C\ ;$$

$$\text{SQ Blocos usual} = SQB(\text{usual}) = SQP(i,j) \text{ existentes} - SQR(a) - SQT(aj)\ ;$$

$$\text{SQ Parcelas } (i,j) = SQP(i,j) = \sum_{i,j} \frac{P_{ij}^2}{K} - C\ ;$$

$$\text{SQ Parcelas } (i,k) = SQP(i,k) = \sum_{i,k} \frac{P_{ik}^2}{J} - C \;;$$

$$\text{SQ Resíduo } (a) = SQR(a) = SQP(i,j) - SQT - SQB \;;$$

$$\text{SQ Interação } TxB = SQR(a) = SQP(i,j) - SQT - SQB \;;$$

$$\text{SQ Tratamentos } T' = SQT' = \sum_{k} \frac{T_k'^2}{IJ} - C \;;$$

$$\text{SQ Interação } TxT' = SQTxT' = SQP(i,k) - SQT - SQT' \;;$$

$$\text{SQ Resíduo } (b) = SQR(b) = \text{SQ Total} - SQP(i,j) - SQT' - SQT - SQTxT' \;;$$

$$\text{SQ Total} = \sum_{i,j,k} x_{ijk}^2 - C \;.$$

Utilizamos a notação (aj) para indicar as somas de quadrados ajustadas.

A notação usual indica que a soma de quadrados foi determinada ignorando a parcela perdida, ou seja, sem levar em consideração a estimativa da parcela perdida.

As demais somas de quadrados contêm os valores encontrados para as subparcelas perdidas.

A estimativa da parcela perdida oferece uma contribuição nula para a SQR(a) e para a SQR(b), portanto, ambas estão cor retamente estimadas.

Para a correção da SQT consideramos um experimento em blocos ao acaso com k amostras por parcela, cujo modelo matemático é dado por:

$$x_{ijk} = m + t_i + b_j + e_{ijk} \quad . \qquad (3.2.4.a)$$

Isto é plenamente justificável, considerando que estamos interessados em corrigir a SQT, que faz parte da primeira parte da análise de variância de um delineamento em parcelas subdivididas.

Vamos supor que, no experimento regido pelo modelo matemático dado em (3.2.4.a), foi perdida uma determinada parcela z.

Sem levarmos em conta a estimativa da parcela perdida determinamos a SQR, dada por:

$$SQR = SQ\ Total(usual) - SQT(aj) - SQB(usual) \ .$$

Levando-se em consideração a estimativa da parcela perdida z, determinamos a SQ Resíduo, dada por:

$$SQR = SQ\ Total\ (z) - SQB\ (z) - SQT\ (z) \ .$$

Como estas duas somas de quadrados do resíduo são verdadeiras, da comparação entre elas tiramos:

$$SQT(z) - SQT(aj) = SQ\ Total(z) - SQB(z) + SQB(usual) - SQTotal(usual);$$

onde, $U = SQ\ Total(z) - SQB(z) + SQB(usual) - SQ\ Total(usual)$.

Desenvolvendo as somas de quadrados acima, encontramos:

$$U = \frac{z^2}{K} + \frac{\sum\limits_{i,j,k} x^2_{ijk}}{K} - C_{(z)} - \left[\frac{(B + z)^2}{IK} + \frac{\sum\limits_{j} B^2_j}{IK} - C_{(z)} \right] +$$

$$+ \frac{B^2}{K(I-1)} + \frac{\sum\limits_{j} B^2_j}{IK} - C - \sum_{i,j,k} \frac{x^2_{ijk}}{K} + C \quad ,$$

ou seja,

$$U = \frac{z^2}{K} - \frac{(B + z)^2}{IK} + \frac{B^2}{K(I-1)} \quad ,$$

$$KU = z^2 - \frac{(B + z)^2}{I} + \frac{B^2}{(I-1)} \quad .$$

Desenvolvendo o quadrado da expressão acima e reunindo os termos de mesmo coeficiente, temos:

$$KU = \frac{I-1}{I} (z^2 - \frac{2Bz}{I-1}) - \frac{B^2}{I} + \frac{B^2}{I-1} \quad .$$

Colocando a expressão entre parênteses numa forma quadrática, temos:

$$KU = \frac{I-1}{I} (z^2 - \frac{2Bz}{I-1} + \frac{B^2}{(I-1)^2} - \frac{B^2}{(I-1)^2}) - \frac{B^2}{I} + \frac{B^2}{I-1}$$

Escrevendo a expressão numa forma mais conveniente, encontramos:

$$KU = \frac{I-1}{I} (z - \frac{B}{I-1})^2 \quad ,$$

ou ainda,

$$U = \frac{I-1}{KI}\left[(x + y + \ldots + w) - \frac{B}{I-1}\right]^2 \quad .$$

Então, a SQT(aj) é dada pela expressão:

$$SQT(aj) = SQT - U \; .$$

Como temos SQR(a) correta e SQT(aj), a SQB será a usual.

Partimos agora para as correções das somas de quadrados da segunda parte da análise de variância de um delineamento em parcelas subdivididas.

Para a correção da SQTxT' reduzimos o modelo (3.2.a) para:

$$x_{ijk} = m + t_i + b_j + tb_{ij} + t'_k + e_{ijk} \qquad (3.2.4.b)$$

Determinamos a seguir, pelo mesmo método descrito em (3.2.3), novas estimativas (x_1, y_1, ..., w_1) para as subparcelas perdidas.

A SQR_1 será dada por:

$$SQR_1 = \sum_{i,j,k} x^2_{ijk} - SQP(\hat{m}, \hat{t}_i, \hat{b}_j, \hat{tb}_{ij}, \hat{t}'_k) \quad ,$$

ou seja,

$$SQR_{(1)} = SQ\ Total_{(1)} - SQP(i,j)_{(1)} - SQT'_{(1)} \quad .$$

O índice (1) indica que as somas de quadrados foram determinadas levando-se em consideração as estimativas x_1, y_1, ..., w_1 das subparcelas perdidas.

Logo, a verdadeira soma de quadrados da interação TxT' será dada por:

$$SQTxT'(aj) = SQR_{(1)} - SQR(b) .$$

Para o tratamento T' vamos demonstrar abaixo que a sua verdadeira soma de quadrados será dada pela SQT'(usual), ou seja, SQT'(aj) = SQT'(usual).

A demonstração será efetuada considerando-se que a parcela perdida é constituída de três subparcelas.

Para a correção da SQT' reduziremos o modelo (3.2.4.b) para (3.2.4.c)

$$x_{ijk} = m + t_i + b_j + tb_{ij} + e_{ijk} . \quad (3.2.4.c)$$

Determinamos, a seguir, pelo mesmo método descrito em (3.2.3), novas estimativas (x_2, y_2, z_2) para as subparcelas perdidas, ou seja:

$$x_2 = y_2 = z_2 = \frac{IT + JB - G}{3(I-1)(J-1)} .$$

A soma de quadrados do Resíduo será dada por:

$$SQR_{(2)} = SQ\ Total_{(2)} - SQP(i,j)_{(2)} .$$

O índice (2) indica que as somas de quadrados foram determinadas levando-se em consideração as estimativas x_2, y_2, z_2, das subparcelas perdidas.

Então, a verdadeira soma de quadrados para o tratamento T' será dada por:

$$SQT'(aj) = SQR_2 - SQR_1 \quad .$$

Definiremos a seguir, algumas expressões que serão utilizadas adiante:

$\sum'_{i,j,k} x^2_{ijk}$ = somatório dos quadrados das subparcelas existentes;

$\sum'_{i,j} P^2_{i,j}$ = somatório dos quadrados das parcelas (i,j) existentes;

$W_1 = x_{..1}$ = total das subparcelas que receberam o mesmo nível do tratamento T' recebido pela subparcela perdida x;

$W_2 = x_{..2}$ = total das subparcelas que receberam o mesmo nível do tratamento T' recebido pela subparcela perdida y;

$W_3 = x_{..3}$ = total das subparcelas que receberam o mesmo nível do tratamento T' recebido pela subparcela perdida z.

Desenvolvendo as expressões de SQR_2 e SQR_1 temos:

$$SQT'(aj) = x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 + \sum_{i,j,k}{}' x_{ijk}^2 - C_{(2)} - \frac{(x_2 + y_2 + z_2)^2}{3} -$$

$$- \sum_{i,j}{}' \frac{P_{ij}^2}{3} + C_{(2)} - (x_1^2 + y_1^2 + z_1^2) - \sum_{i,j,k}{}' x_{ijk}^2 + C_{(1)} +$$

$$+ \frac{(x_1 + y_1 + z_1)^2}{3} + \sum_{i,j}{}' \frac{P_{ij}^2}{3} - C_{(1)} + SQT'_{(1)} \;,$$

ou seja,

$$SQT'(aj) = SQT'_{(1)} - \left[x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - \frac{(x_1 + y_1 + z_1)^2}{3} \right] \qquad (1)$$

Desenvolvemos, a seguir, a $SQT'_{(1)}$ através de contrastes ortogonais,

$$SQT'_{(1)} = \frac{IJ(W_1 - W_2)^2}{2(IJ - 1)^2} + \frac{IJ(W_1 + W_2 - 2W_3)^2}{6(IJ - 1)^2} \qquad (2)$$

Substituindo a expressão (2) em (1) e como temos:

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 - \frac{(x_1 + y_1 + z_1)^2}{3} = \frac{(x_1 - y_1)^2}{2} + \frac{(x_1 + y_1 - 2z_1)^2}{6}$$

Obtemos:

$$SQT'(aj) = \frac{IJ(W_1 - W_2)^2}{2(IJ - 1)^2} + \frac{IJ(W_1 + W_2 - 2W_3)^2}{6(IJ - 1)^2} - \frac{(x_1 - y_1)^2}{2} -$$

$$- \frac{(x_1 + y_1 - 2z_1)^2}{6} \;,$$

e sendo,

$$x_1 - y_1 = \frac{W_1 - W_2}{IJ-1} \qquad e \qquad x_1 + y_1 - 2z_1 = \frac{W_1 + W_2 - 2W_3}{IJ-1} ,$$

temos, pois,

$$SQT'(aj) = \frac{(W_1 - W_2)^2}{2(IJ - 1)} + \frac{(W_1 + W_2 - 2W_3)^2}{6(IJ - 1)} = SQT'(usual) .$$

Desta maneira determinamos as verdadeiras somas de quadrados para as diversas causas de variação de um delineamento em parcelas subdivididas.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Tornando mínimas as SQR(a) e SQR(b) deduzimos fórmulas para as estimativas das subparcelas perdidas em delineamentos com parcelas subdivididas.

Consideramos neste trabalho que a parcela perdida é composta de duas, três e até k subparcelas (k > 3).

As somas de quadrados corrigidas foram obtidas através do método do resíduo condicional.

A seguir, elucidamos algumas expressões que serão utilizadas:

$P_1 = x_{i.1}$ = total das subparcelas existentes que receberam os mesmos tratamentos T e T' recebido pela subparcela perdida x;

$P_2 = x_{i.2}$ = total das subparcelas existentes que receberam os mesmos tratamentos T e T' recebido pela subparcela y;

... ...

$P_k = x_{i.k}$ = total das subparcelas existentes que receberam os mesmos tratamentos T e T' recebido pela subparcela perdida w.

4.1 - Fórmulas Para o Cálculo de Duas Subparcelas Perdidas, as Quais Compõem Uma Parcela Qualquer de Um Delineamento em Parcelas Subdivididas

Seja um experimento em parcelas subdivididas com I tratamentos T aplicados às parcelas, dispostos em J blocos e K tratamentos T' aplicados às subparcelas.

Tornando mínima a SQR(b) obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x - y = \dfrac{P_1 - P_2}{J - 1} \\[2ex] y - x = \dfrac{P_2 - P_1}{J - 1} \end{cases} \qquad (4.1.a)$$

Minimizando a SQR(a) encontramos a expressão (4.1.b) que irá tornar determinado o sistema (4.1.a):

$$x + y = \frac{IT + JB - G}{(I-1)(J-1)} \qquad (4.1.b)$$

O significado dos termos da expressão (4.1.b) está esclarecido em (3.2.3).

As fórmulas encontradas para as estimativas das subparcelas perdidas são:

$$x = \frac{IT + JB - G + (I-1)\ P_1 - (I-1)\ P_2}{2(I-1)(J-1)} \quad ,$$

$$y = \frac{IT + JB - G - (I-1)\ P_1 + (I-1)\ P_2}{2(I-1)(J-1)} \quad .$$

PINHO (9) deduziu fórmulas para o cálculo de duas subparcelas perdidas numa mesma parcela, porém considerou que a parcela fosse composta de n subparcelas (n > 2).

4.2 - Fórmulas Para o Cálculo de Três Subparcelas Perdidas, as Quais Compõem Uma Parcela Qualquer de Um Delineamento em Parcelas Subdivididas

Minimizando a SQR(b) obtemos o seguinte sistema de equações indeterminado:

$$\begin{cases} 2x - y - z = \dfrac{2P_1 - P_2 - P_3}{J - 1} \\ 2y - x - z = \dfrac{2P_2 - P_1 - P_3}{J - 1} \\ 2z - x - y = \dfrac{2P_3 - P_1 - P_2}{J - 1} \end{cases} \qquad (4.2.a)$$

Tornando mínima a SQR(a) obtemos a expressão (4.2.b) que irá tornar determinado o sistema (4.2.a):

$$x + y + z = \frac{IT + JB - G}{(I-1)\ (J-1)} \quad . \tag{4.2.b}$$

As fórmulas para o cálculo das estimativas das subparcelas perdidas são:

$$x = \frac{2(I-1)\ P_1 - (I-1)\ P_2 - (I-1)\ P_3 + IT + JB - G}{3(I-1)(J-1)} \ ,$$

$$y = \frac{2(I-1)\ P_2 - (I-1)\ P_1 - (I-1)\ P_3 + IT + JB - G}{3(I-1)(J-1)} \ ,$$

$$z = \frac{2(I-1)\ P_3 - (I-1)\ P_1 - (I-1)\ P_2 + IT + JB - G}{3(I-1)(J-1)} \ .$$

4.3 - Fórmulas Para o Cálculo de k Subparcelas Perdidas (k > 3), as Quais Compõem Uma Parcela Qualquer de Um Delineamento em Parcelas Subdivididas

Tornando mínima a SQR(b) obtemos o sistema de equações:

$$\begin{cases} (k-1)\ x - y - z - \dots - u - w = \dfrac{k\ P_1 - T}{J - 1} \\ (k-1)\ y - x - z - \dots - u - w = \dfrac{k\ P_2 - T}{J - 1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ (k-1)\ w - x - y - z - \dots - u = \dfrac{k\ P_w - T}{J - 1} \end{cases} \tag{4.3.a}$$

Minimizando a SQR(a) obtemos a expressão

$$x + y + z + \ldots + u + w = \frac{IT + JB - G}{(I-1)\ (J-1)} \qquad (4.3.b)$$

As soluções procuradas são:

$$x = \frac{(I-1)\left[(K-1)\ P_1 - P_2 - \ldots - P_w\right] + IT + JB - G}{K(I-1)(J-1)}$$

$$y = \frac{(I-1)\left[(K-1)\ P_2 - P_1 - \ldots - P_w\right] + IT + JB - G}{K(I-1)(J-1)}$$

$$\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$w = \frac{(I-1)\left[(K-1)\ P_w - P_1 - \ldots - P_u\right] + IT + JB - G}{K(I-1)(J-1)}$$

4.4 - Análise de Variância de Experimentos em Parcelas Subdividi das

Suponhamos o mesmo experimento descrito em 4.1.

Os termos das fórmulas usadas a seguir têm o mesmo significado estabelecido em (3.2.3), (3.2.4) e 4.

A notação (c) indica soma de quadrados corrigida.

4.4.1 - Com uma parcela perdida, composta de duas subparcelas

O quadro de análise de variância é obtido da seguinte forma:

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	$S.Q._{(c)}$
Blocos	J-1	SQB	SQB(usual)
Tratamentos T	I-1	SQT	SQT(aj)
Resíduo (a)	(I-1)(J-1)-1	SQR(a)	SQR(a)
Parcelas	IJ-2		
Tratamentos T'	K-1	SQT'	SQT'(usual)
Interação TxT'	(I-1)(K-1)	SQTxT'	SQTxT'(aj)
Resíduo (b)	I(J-1)(K-1)-2	SQR(b)	SQR(b)
T o t a l		SQ Total	SQ Total(usual)

Como a soma do número de graus de liberdade das diversas causas de variação não corresponde ao número de graus de liberdade total, deixamos de incluir este no quadro.

Temos:

$$C = \frac{(x + y + G)^2}{2IJ} \quad ;$$

$$U = \frac{I-1}{2I}\left[(x + y) - \frac{B}{I-1}\right]^2 \quad .$$

Para a determinação da SQR_1 deduzimos, considerando o modelo (3.2.4.b) e pelo método descrito em (3.2.3), as fórmulas para as estimativas x_1 e y_1 das subparcelas perdidas:

$$x_1 = \frac{(IJ - 1)(IT + JB - G) + (I-1)(J-1)(W_1 - W_2)}{2(IJ-1)(I-1)(J-1)} \quad ,$$

$$y_1 = \frac{(IJ-1)(IT + JB - G) + (I-1)(J-1)(W_2 - W_1)}{2(IJ-1)(J-1)(I-1)} .$$

Logo,

$$SQR_1 = SQ\ Total_{(1)} - SQP(i,j)_{(1)} - SQT'_{(1)} .$$

Analisando a fórmula da correção $\underline{U}$, verificamos que ela será sempre positiva, portanto a SQT, levando-se em consideração as estimativas das subparcelas perdidas, estará sempre superestimada.

4.4.2 - Com uma parcela perdida, composta de três subparcelas

O quadro de análise de variância é obtido da seguinte maneira:

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	$S.Q._{(c)}$
Blocos	J-1	SQB	SQB(usual)
Tratamentos T	I-1	SQT	SQT(aj)
Resíduo (a)	(I-1)(J-1)-1	SQR(a)	SQR(a)
Parcelas	IJ-2		
Tratamentos T'	K-1	SQT'	SQT'(usual)
Interação TxT'	(I-1)(K-1)	SQTxT'	SQTxT'(aj)
Resíduo (b)	I(J-1)(K-1)-3	SQR(b)	SQR(b)
T o t a l		SQ Total	SQ Total (usual)

Pelo mesmo motivo descrito em 4.4.1 deixamos de colocar no quadro de análise de variância o número de graus de liberdade total.

As expressões das somas de quadrados são as mesmas descritas em 3.2.4, porém elas são calculadas levando-se em consideração os valores encontrados para as estimativas das subparcelas perdidas x, y, z.

A correção para a SQT é determinada através da fórmula:

$$U = \frac{I-1}{3I}\left[(x + y + z) - \frac{B}{I-1}\right]^2 .$$

Pelo mesmo motivo descrito em 4.4.1, a SQT estará sempre superestimada.

Para a correção temos a expressão:

$$C = \frac{(z + y + z + G)^2}{3IJ} .$$

Para determinarmos a SQR_1 devemos utilizar as fórmulas deduzidas abaixo, das estimativas das subparcelas perdidas x_1, y_1, z_1. As deduções dessas fórmulas seguiram o mesmo método utilizado em 4.4.1.

$$x_1 = \frac{(I-1)(J-1)(3W_1 - G) + (IJ-1)(IT + JB - G)}{3(I-1)(J-1)(IJ-1)} ,$$

$$y_1 = \frac{(I-1)(J-1)(3W_2 - G) + (IJ-1)(IT + JB - G)}{3(I-1)(J-1)(IJ-1)},$$

$$z_1 = \frac{(I-1)(J-1)(3W_3 - G) + (IJ-1)(IT + JB - G)}{3(I-1)(J-1)(IJ-1)}.$$

4.4.3 - Com uma parcela perdida, composta de k subparcelas (k > 3)

O quadro de análise de variância é obtido da seguinte forma:

Causas de Variação	G.L.	S.Q.	$S.Q._{(c)}$
Blocos	J-1	SQB	SQB(usual)
Tratamentos T	I-1	SQT	SQT(aj)
Resíduo (a)	(I-1)(J-1)-1	SQR(a)	SQR(a)
Parcelas	IJ-2		
Tratamentos T'	K-1	SQT'	SQT'(usual)
Interação TxT'	(I-1)(K-1)	SQTxT'	SQTxT'(aj)
Resíduo (b)	I(J-1)(K-1)-K	SQR(b)	SQR(b)
T o t a l		SQ Total	SQ Total(usual)

Pelo mesmo motivo descrito em 4.4.1 deixamos de colocar no quadro de análise de variância o número de graus de liberdade total.

A expressão da correção U é dada por:

$$U = \frac{I-1}{KI} \left[(x + y + z + \ldots + w) - \frac{B}{I-1} \right]^2 .$$

Pela mesma razão descrita em 4.4.1, a SQT estará sempre superestimada.

As expressões das somas de quadrados são as mesmas descritas em 3.2.4, porém elas são calculadas levando-se em consideração as estimativas das subparcelas perdidas x, y, z, ..., w.

Para a determinação da SQR_1 devemos utilizar as fórmulas abaixo, as quais foram deduzidas pelo mesmo método utilizado em 4.4.1.

$$x_1 = \frac{(I-1)(J-1)(K\,W_1 - G) + (IJ-1)(IT + JB - G)}{K(I-1)(J-1)(IJ-1)} ,$$

$$y_1 = \frac{(I-1)(J-1)(K\,W_2 - G) + (IJ-1)(IT + JB - G)}{K(I-1)(J-1)(IJ-1)} ,$$

$$\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$w_1 = \frac{(I-1)(J-1)(K\,W_k - G) + (IJ-1)(IT + JB - G)}{K(I-1)(J-1)(IJ-1)} .$$

PINHO (1973) estuda a análise de variância de experimentos em parcelas subdivididas para os casos de uma e duas subparcelas perdidas, estando estas na mesma parcela ou em parcelas diferentes. Também determina fórmulas para a correção das somas de quadrados através do método do resíduo condicional.

Diz também que quando há perda de mais de duas subparcelas, a determinação de fórmulas para a correção das somas de quadrados torna-se bastante difícil, sendo preferível determinar estas somas de quadrados diretamente através de matrizes.

A mesma autora segue o raciocício usado por ANDERSON (1946) quanto ao número de graus de liberdade no quadro de análise de variância, ou seja, somente o erro (b) perde tantos graus de liberdade quantas forem as subparcelas perdidas no experimento.

Para esses autores, o número de graus de liberdade do erro (a) permanece inalterado, o que já não ocorre no nosso presente trabalho.

4.5 - Comparação de Médias

Estudamos a seguir, três casos de comparações de médias envolvendo os tratamentos T e T'. Deduzimos abaixo as variâncias das diferenças entre médias, para que as comparações possam ser efetuadas.

4.5.1 - Diferença entre duas médias dos tratamentos T

$$\hat{d}_1 = \hat{m}_i - \hat{m}_{i'} = \frac{T_i}{JK} - \frac{T_{i'}}{JK} \quad ,$$

$$\hat{V}(\hat{d}_1) = \frac{2}{JK} \text{ QMR(a)} \quad .$$

4.5.2 - Diferença entre duas médias dos tratamentos T, sendo que em um dos tratamentos figura a parcela perdida

$$\hat{d}_2 = \hat{m}_i - \hat{m}_{i'} = \frac{T_i}{JK} - \frac{T_i' + x + y + \ldots + w}{JK} .$$

Substituindo na expressão acima o termo $(x + y + \ldots + w)$ por seu valor encontrado em 3.2.3, temos:

$$\hat{V}(\hat{d}_2) = \left[\frac{2}{JK} + \frac{I}{JK(I-1)(J-1)}\right] . QMR(a) .$$

4.5.3 - Diferença entre duas médias dos tratamentos T', dentro de um mesmo nível do tratamento T e onde ocorreu a parcela perdida

$$\hat{d}_3 = (\hat{m}_k - \hat{m}_{k'})/T_i = \frac{x + P_1}{J} - \frac{y + P_2}{J} = \frac{x - y}{J} - \frac{P_2 - P_1}{J}$$

Como já visto em 4.1, $x - y = \dfrac{P_1 - P_2}{J - 1}$, então:

$$\hat{d}_3 = (\hat{m}_k - \hat{m}_{k'})/T_i = \frac{P_1 - P_2}{J - 1}$$

$$V(\hat{d}_3) = \frac{1}{(J-1)^2} V(P_1 - P_2) = \frac{1}{(J-1)^2} \left[(J-1)\,\sigma^2 + (J-1)\,\sigma^2\right]$$

$$\hat{V}(d_3) = \frac{2}{J-1} QMR(b) .$$

ANDERSON (1946) e PINHO (1975) deduziram fórmulas para estimativas da variância da diferença entre duas médias, sendo uma delas com uma subparcela perdida. Como em toda literatura encontrada, não estudaram o caso de parcela perdida.

4.6 - Comparação de Resultados

Apresentamos a seguir quadros de análise de variância, onde encontramos as somas de quadrados não corrigidas e as corrigidas conforme proposto em 4.4.

Os quadros de análise de variância se referem aos experimentos:

Quadro 2: Experimento A, apêndice (página 52);

Quadro 3: Experimento B, apêndice (página 53).

4.6.1 - Caso de uma parcela perdida, composta de duas subparcelas (y_{431} e y_{432})

Quadro 2 - Análise de variância do experimento A, sem correção das somas de quadrados (SQ) e corrigidas conforme o proposto em 4.4 ($S.Q._{(c)}$), com duas subparcelas perdidas (y_{431} e y_{432}).

C.de Variação	G.L.	S.Q.	$S.Q._{(c)}$	Q.M.	F
Blocos	3	225,7800	225,0337	75,0111	
Tratamentos T	4	16.721,6760	16.721,4200	4.180,3550	124,30**
Resíduo (a)	12-1=11	369,9400	369,9400	33,6309	
Parcelas	18	17.317,3960			
Tratamentos T'	1	4.223,0250	3.912,8253	3.912,8253	131,96**
Interação TxT'	4	754,1300	741,7500	185,4375	6,25**
Resíduo (b)	15-2=13	385,4650	385,4650	29,6512	
T o t a l		22.680,0160			

Analisando o quadro 2 podemos verificar que a SQT está superestimada, como foi previsto em 4.4. Neste quadro ocorre que todas as demais somas de quadrados, com exceção das SQR(a) e SQR(b), estão superestimadas. Como a interação TxT' é significativa, este esquema de análise deve ser modificado, pois isso indica que os tratamentos T se comportam de maneira diferente em relação aos tratamentos T'. É preferível, pois, estudar o efeito dos tratamentos T' em cada tratamento T separadamente.

4.6.2 - Caso de uma parcela perdida, composta de três subparcelas (y_{241}, y_{242}, y_{243})

Quadro 3 - Análise de variância do experimento B, sem correção das somas de quadrados (S.Q.) e corrigidas conforme o proposto em 4.4 ($S.Q._{(c)}$), com três subparcelas perdidas (y_{241}, y_{242}, y_{243}).

C.de Variação	G.L.	S.Q.	$S.Q._{(c)}$	Q.M.	F
Blocos	3	419,6965	379,9973	126,6658	
Tratamentos T	4	23.344,3193	23.307,7026	5.826,9257	90,93**
Resíduo (a)	12-1=11	704,9260	704,9260	64,0842	
Parcelas	18	24.469,1418			
Tratamentos T'	2	7.338,8163	6.647,2319	3.323,6160	119,99**
Interação TxT'	8	1.242,3837	1.086,9615	135,8702	4,91**
Resíduo (b)	30-3=27	747,8400	747,8400	27,6978	
T o t a l		33.798,1818	32.874,6593		

Analisando o quadro 3 podemos verificar que as conclusões tiradas do quadro 2 são perfeitamente válidas para este quadro também.

5. CONCLUSÕES

Do nosso estudo sobre parcela perdida em delineamentos com parcelas subdivididas, começamos por determinar fórmulas para as estimativas das subparcelas que compõem a parcela perdida. De posse dessas estimativas fizemos a análise de variância do experimento da maneira usual. Porém, somente a SQR(a) e a SQR(b) estão corretas, isto porque a estimativa da parcela perdida oferece uma contribuição nula para essas duas somas de quadrados.

Para a correção da SQT, utilizamos a expressão U, dada abaixo:

$$U = \frac{I-1}{KI}\left[(x + y + \dots + w) - \frac{B}{I-1}\right]^2 .$$

Verificamos que esta expressão é sempre positiva, o que nos indica que a SQT está sempre superestimada.

Como temos, na primeira parte da análise de variância, SQR(a) correta e SQT(aj), a SQB é a usual.

A SQT' é também a usual, pois demonstramos neste trabalho que SQT'(aj) = SQT'(usual).

Analisando o quadro de análise de variância proposto em 4.4, podemos dizer que não há necessidade de ajustarmos a SQTxT' pelo método do resíduo condicional, pois pode ser obtida de um modo mais rápido e fácil, ou seja:

$$\text{SQTxT'(aj)} = \text{SQ Total(usual)} - \text{SQR(b)} - \text{SQT'(usual)} - \text{SQP(i,j)(usual)}\ .$$

Embora a demonstração não esteja presente, fizemos um estudo sobre os componentes de variância e constatamos que, para cada parcela perdida, a SQR(a) perde um grau de liberdade e a SQR(b) perde tantos graus de liberdade quantas forem as subparcelas que compõem a parcela perdida.

Pela metodologia utilizada, podemos notar que a análise de variância é facilmente obtida.

6. SUMMARY

This work deals with a study of missing plot in the split plot design. It considers the case where the plot contains two, three up to k subplots, with $k > 3$.

Through minimization of SSR(a) and SSR(b) we determined the formulas for the estimates of the subplots which composes the missing plot. By the use of the conditional residuals method we calculated the expression for correcting the SST, given by:

$$U = \frac{I-1}{KI}\left[(x + y + \ldots + w) - \frac{B}{I-1}\right]^2 .$$

From this expression it follows that SST is always overestimated.

We also demonstrate that SSB and SST' are the usual ones, that is, they are determined by ignoring the missing plot. The

SSTxT' was adjusted by the method of conditional residuals.

The values of SSR(a) and SSR(b) are correctly estimated, since the estimate of the missing plot ofers a null contribution to these sum of squares. For each missing plot the SSR(a) loses one degree of freedon, and the reduction in the degrees of freedon for SSR(b) is equivalent to the number of subplots in the missing plot.

7. BIBLIOGRAFIA

ALLAN, F.E. e WISHART, J., 1930. A method of estimating the yield of a missing plot in field experimental work. Jour. Agr. Sci., 20: 399-406.

ANDERSON, R.L., 1946. Missing-plot techniques. Biometrics, Carolina do Norte, 2:41-57.

CAMPOS, H., 1964. Estudo sobre a análise de experimentos com parcelas perdidas (Tese). Piracicaba, 84 pp.

COCHRAN, W.G. e COX, G.M., 1957. Experimental designs. 2a. ed., Nova York, John Wiley, 611 pp.

COONS, I., 1957. The analysis of covariance as a missing-plot technique. Biometrics, Carolina do Norte, 13:387-405.

FINNEY, D.J., 1946. A note on missing-plot techniques. Biometrics, Carolina do Norte, 2:94.

KENDALL, M.A., 1948. The advanced theory of statistics. 2a. ed., Londres, Charles Griffin & Comp. Ltd., 521 pp.

PIMENTEL GOMES, F., 1976. Curso de estatística experimental. 6a. ed., Livraria Nobel, São Paulo, 384 pp.

PINHO, S.Z., 1973. Observações perdidas em delineamentos em parcelas sub-divididas e parcelas sub-sub-divididas (Tese). Botucatu, 173 pp.

PINHO, S.Z., 1975. Estudo dos componentes de variância nos experimentos em parcelas sub-divididas com uma observação perdida (Tese). Piracicaba, 45 pp.

SMITH, H.F., 1957. Missing-plot estimates. Biometrics, Carolina do Norte, 13:115-118.

STEEL, R.G. e TORRIE, J.H., 1960. Principles and procedures of statistics. Londres, McGraw-Hill, 481 pp.

TRUITT, J.T. e SMITH, H.F., 1956. Adjustment by covariance and consequent tests of significance in split-plot experiments. Biometrics, Carolina do Norte, 12:23-39.

YATES, F., 1933. The analysis of replicated experiments when the field results are incomplete. Enp. Jour. Exp. Agr., 1:129-142.

APÊNDICE

QUADROS DOS DADOS ORIGINAIS DOS EXPERIMENTOS APRESENTADOS COMO EXEMPLO

EXEMPLO A: caso de uma parcela perdida, composta de duas subparcelas (y_{431} e y_{432}).

Quadro 4 - Produção de matéria verde (em quilos).

TRATAMENTOS	1º BLOCO		2º BLOCO		3º BLOCO		4º BLOCO	
	1º ano	2º ano	1º ano	2º ano	1º ano	2º ano	1º ano	2º ano
1. Mucuna preta	86,8	90,2	76,8	94,0	88,6	86,4	81,6	82,2
2. Feijão de porco	44,0	83,8	56,6	72,2	52,4	88,6	52,2	83,2
3. *Crot. juncea*	102,4	120,2	90,8	104,6	92,0	112,0	84,8	113,6
4. Guandu	68,4	91,0	55,2	78,8	49,0	83,4	61,2	91,2
5. *Teph. candida*	34,0	57,2	32,4	54,0	24,4	50,8	30,0	46,2

Fonte: Curso de Estatística Experimental, PIMENTEL GOMES.

Obs.: Só foram utilizados os cinco primeiros tratamentos.

EXEMPLO B: caso de uma **parcela** perdida, composta de três subparcelas (y_{241}, y_{242}, y_{243}).

Quadro 5 - Produção de matéria verde, em quilos (dados fictícios).

TRATAMENTOS	1º BLOCO			2º BLOCO			3º BLOCO			4º BLOCO		
	1º ano	2º ano	3º ano	1º ano	2º ano	3º ano	1º ano	2º ano	3º ano	1º ano	2º ano	3º ano
1. Soja	86,8	90,2	95,4	76,8	94,0	97,1	88,6	86,4	85,2	81,6	82,2	83,4
2. Feij.de Porco	44,0	83,8	91,0	56,6	72,2	76,3	52,4	88,6	95,5	52,2	83,2	108,4
3. Milho	102,4	120,2	122,0	90,8	104,6	106,7	92,0	112,0	120,0	84,8	113,6	116,5
4. Guandu	68,4	91,0	93,2	55,2	78,8	81,2	49,0	83,4	88,0	61,2	91,2	99,6
5. *Crot.grantiana*	34,0	57,2	60,1	32,4	54,0	57,0	24,4	50,8	63,0	30,0	46,2	50,3