

# **ESTUDO DO TAMANHO E FORMA DE PARCELAS PARA EXPERIMENTOS DE SOJA**

**ENEDINO CORRÊA DA SILVA**

ENGENHEIRO AGRÔNOMO

INSTITUTO DE PESQUISA AGROPECUÁRIA DO SUL  
PELOTAS - RS

**ORIENTADOR: PROF. ROBERTO SIMIONATO MORAES**

Dissertação apresentada à Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de

"MESTRE"

**PIRACICABA  
SÃO PAULO - BRASIL  
1972**

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Roberto Simionato Moraes pelo incentivo e valiosa orientação dada na execução deste trabalho, bem como pela realização dos programas em linguagem FORTRAN para uso de Computador Eletrônico.

Ao Professor Edilberto da Costa Amaral pelas sugestões apresentadas;

Ao Corpo Docente do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" pelos ensinamentos recebidos;

Aos colegas do Curso de Experimentação e Estatística (IV ciclo), pelo incentivo e amizade;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos concedida;

Ao Instituto de Pesquisa Agropecuária do Sul (IPEAS), pela oportunidade que nos ofereceu de realizar o Curso acima referido e pelo fornecimento do material experimental;

Agradecemos ainda a todos que, de uma forma ou outra, concorreram para o bom andamento desta pesquisa.

## I N D I C E

	Página
1. INTRODUÇÃO .....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	3
2.1. Redução do Erro Experimental em Função do Tamanho e Forma de Parcela .....	3
2.2. Custo Mínimo de Condução do Experimento .....	7
3. MATERIAL E MÉTODOS .....	9
3.1. Material .....	9
3.2. Métodos .....	10
3.2.1. Redução do Erro Experimental em Função do Tamanho e Forma de Parcela .....	10
3.2.2. Custo Mínimo de Condução do Experimento .....	19
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	24
4.1. Redução do Erro Experimental em Função do Tamanho e Forma de Parcela .....	24
4.2. Custo Mínimo de Condução do Experimento .....	35
5. CONCLUSÕES .....	38
6. RESUMO .....	40
7. ABSTRACT .....	41
8. BIBLIOGRAFIA .....	42
9. APÊNDICES .....	45a

## ÍNDICES DOS APÊNDICES

	Página
Apêndice 1 - Sistema de equações normais no estudo da regressão .....	46
Apêndice 2 - A soma de quadrados do resíduo na análise da variância da regressão .....	50
Apêndice 3 - Matriz de variância e covariância .....	55
Apêndice 4 - Programação FORTRAN para os cálculos realizados em Computador Eletrônico .....	57
Apêndice 5 - Quadro de produção de grãos em gramas por parcela unitária (0,60m x 0,60m) .....	62
Apêndice 6 - Tabelas auxiliares .....	66

## 1. INTRODUÇÃO

O objetivo do presente trabalho consiste em estudar o melhor tamanho e a melhor forma de parcelas na experimentação com soja, em função da heterogeneidade do solo e dos custos na condução de um experimento.

A justificativa deste estudo repousa no fato de que o erro experimental deva ser reduzido tanto quanto possível desde que se queira fazer uma comparação eficiente dos tratamentos em estudo. Sabe-se que o erro experimental não pode ser evitado totalmente; contudo, existe uma parte que deve ser reduzida utilizando-se técnicas experimentais, tais como: delineamento experimental adequado, forma e disposição das parcelas no campo, número de repetições necessárias, tamanho ótimo de parcelas, etc... O presente estudo não está orientado somente na redução do erro experimental, mas também no custo mínimo de condução do experimento.

Para um determinado tipo de experimento, o tamanho ótimo de parcela, isto é, o tamanho que minimiza o custo por unidade de informações, deve ser estimado dos custos associados com o número de unidades ( $K_1$ ) e com a unidade de área ( $K_2$ ), como também da informação da variabilidade do solo. SMITH (1938) propôs um método para medir a heterogeneidade do solo e usou-o em conjunção com uma função de custo para obter este tamanho ótimo de parcela. A lei empírica de SMITH é usualmente aceita como uma das medidas mais úteis da variabilidade do solo.

O presente trabalho, portanto, estuda o melhor tamanho de parcela usando o método de SMITH, o qual propôs que  $b$  na equação  $V_x = v/x^b$  pode ser usado como uma medida de heterogeneidade do solo. Essa fórmula é usada em conjunção com uma função de custo, a qual, minimizada, nos dá o tamanho ótimo de parcela.

O tamanho de parcela está associado também com a forma, uma vez que em lugar de  $x$ , número de unidades por parcela, usamos suas dimensões  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura). AMARAL (1951), em seu trabalho "Tamanho e Forma das Parcelas em Experimentação com o Cafeeiro", conclui que comprimento e largura das parcelas são fatores que agem independentemente sobre a variância. KOCK e RIGNEY (1951) desenvolveram o método de SMITH e seus estudos também serviram para orientar o presente trabalho.

O estudo visa, portanto, o desenvolvimento de um método que nos conduza a conclusões objetivas, as quais, através de repetições do ensaio, bem como aplicação do método em ensaios de soja já existentes, nos possibilite, posteriormente, determinar um tamanho e forma de parcela, com aproximação bastante satisfatória, tornando mínimo o erro experimental bem como o custo do experimento.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1. Redução do erro experimental em função do tamanho de parcela.

SMITH (1938), propôs que  $\underline{b}$  na equação  $V_{\underline{x}} = v/x^{\underline{b}}$  pode ser usado como medida de heterogeneidade do solo. A lei empírica de Smith mostra que o logaritmo da variância das parcelas de um dado tamanho está linearmente relacionado com o logaritmo do tamanho das parcelas, ou seja

$$\log V_{\underline{x}} = \log v - \underline{b} \log x ,$$

onde  $\underline{x}$  é o número de parcelas unitárias por parcela,  $\underline{v}$  é a variância de parcelas de tamanho correspondente à uma parcela unitária,  $V_{\underline{x}}$  é a variância do rendimento médio por unidades de área e  $\underline{b}$  é uma medida da correlação entre unidades adjacentes.

HARRIS (1915), citado por SMITH, propôs usar o coeficiente de correlação intraclasse dos rendimentos de áreas adjacentes como um "coeficiente de heterogeneidade". Esse coeficiente, depois de inúmeras aplicações, serviu para demonstrar que as fertilidades de áreas adjacentes são correlacionadas.

KOCK e RIGNEY (1951), demonstraram, posteriormente, que o coeficiente de regressão  $\underline{b}$  do logaritmo da variância sobre o logaritmo do tamanho da parcela poderia ser estimado de resultados experimentais, não só daqueles em que os efeitos de tratamentos estão presentes, como daqueles de dados de ensaios de uniformidade (ensaios em branco).

Os mesmos autores descrevem o método de SMITH para avaliar a correlação entre parcelas adjacentes em ensaios de uniformidade, dando como limites de  $\underline{b}$ , 0 e 1, isto é, quanto maior o valor de  $\underline{b}$ , menor a correlação entre parcelas adjacentes. Assim, para  $\underline{b}$  próximo da unidade, temos um solo bastante heterogêneo. Também indicaram que as variâncias dos diferentes tamanhos de parcelas podem ser ponderados por seus respectivos graus de liberdade, ajustando uma regressão pelo método dos quadrados mínimos. No entanto, dizem, tal procedimento não é exato para dados experimentais (não fazendo referências sobre ensaios de uniformidade), uma vez que as variâncias são construídas para diferentes componentes estimados. Mesmo assim, um ajuste imponderado do quadrado mínimo seria razoável.

Segundo KOCK e RIGNEY, o coeficiente  $\underline{b}$  é estimado por

$$b = \frac{\sum w_i (x'_i - \bar{x}') y_i}{\sum w_i (x'_i - \bar{x}')^2} ,$$

onde  $y = \log V_{\bar{x}}$ ,  $x' = \log x$  e os  $w_i$  são os respectivos graus de liberdade.

HATHEWAY e WILLIAMS (1958), citam que o coeficiente de regressão  $\underline{b}$ , estimado por KOCK e RIGNEY, resulta, muitas vezes, maior que a unidade, o que é inaceitável. Em uma análise de regressão, dizem, supõe-se que os valores das variáveis dependentes são não correlacionadas e de variância comum, e que os valores da variável independente são determinados sem erro. Pois bem, continuam eles, é indubitável que tanto em ensaios de uniformidade como em ensaios onde se comparam tratamentos as variâncias dos di

ferentes tamanhos de parcelas, desde que são construídos de componentes comuns, são altamente correlacionados. Portanto, os valores  $y_i$  são correlacionados e de desigual variância.

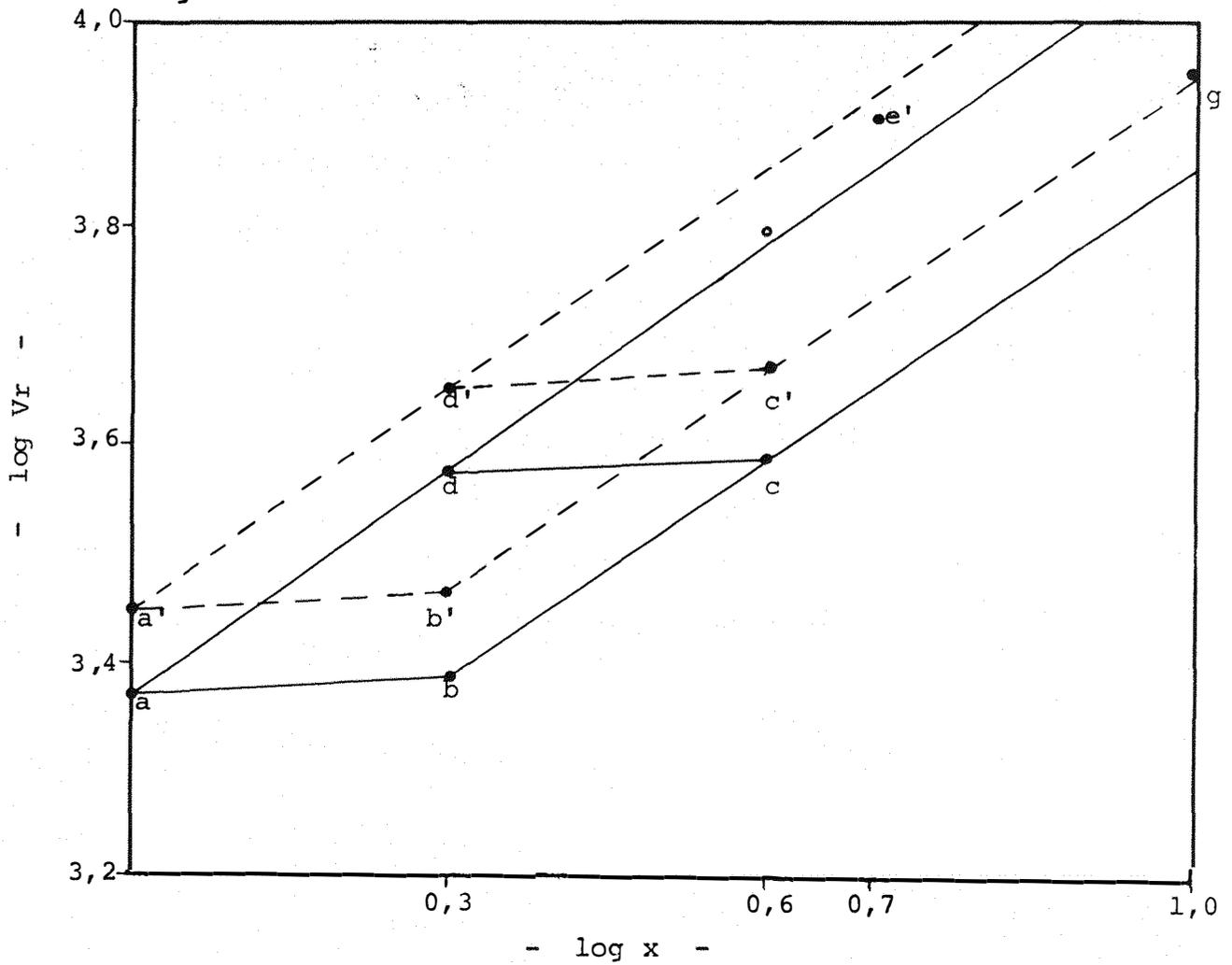
Segundo HATHEWAY e WILLIAMS, nos diferentes termos nas somas de quadrados e produtos, que definem o coeficiente de regressão, se aplicam pesos que permitam obter uma estimativa de  $b$  com variância mínima. Os pesos apropriados são as entradas da inversa da matriz de variância e covariância, ou seja, da matriz informação dos valores das observações  $y_i$ . Se designarmos estes elementos por  $w_{ik}$ , a estimativa de  $b$  seria

$$b = \frac{\sum_i \sum_k w_{ik} y_i (x'_k - \bar{x}')}{\sum_i \sum_k w_{ik} x'_i (x'_k - \bar{x}')} \quad ; \quad \text{onde } \bar{x}' = \frac{\sum_i \sum_k w_{ik} x'_i}{\sum_i \sum_k w_{ik}}$$

Contudo, os pesos  $w_{ik}$  são estimados de dados experimentais, e não são exatos em toda sua extensão. Mas, à parte essa causa de erro, a estimativa será de variância mínima, isto é, será uma estimativa imparcial (unbiased).

AMARAL (1951), estudando o melhor tamanho e forma das parcelas na experimentação com o cafeeiro, determinou que comprimento e largura das parcelas são fatores que agem independentemente sobre a variância. Este autor, usando parcelas do tipo a, b, c, d, e, f e g (parcelas alongadas) e parcelas do tipo a', b', c', d', e', f' e g' (parcelas de mesma dimensão, mas no sentido perpendicular às primeiras), e representando graficamente, com  $\log V_r$  em ordenadas e  $\log x$  em abcissas, obteve dois quadriláteros que são praticamente paralelogramos de lados homólogos paralelos (gráfico - fig. 1).

Figura 1



Esse paralelismo forneceu a indicação que comprimento e largura das parcelas são fatores que agem independentemente sobre a variância. Como KOCK e RIGNEY, ponderou as variâncias dos diferentes tipos de parcela por seus respectivos graus de liberdade. Aplicou o método de SMITH, que consiste em determinar b na equação.

$$\log V_{\frac{v}{x}} = \log v - b \log x ,$$

pelo método dos mínimos quadrados, usando como pesos os números de graus de liberdade respectivos. Trabalhando com variância reduzida, determinou

$$\log V_r = \log v + B \log x ,$$

onde  $B = 1 - b$  , possibilitando calcular uma equação do tipo

$$\log V_r = \log v + B_1 \log x_1 + B_2 \log x_2 ,$$

onde  $x_1$  representa o comprimento da parcela (número de parcelas unitárias no sentido do comprimento) e  $x_2$  representa a largura da parcela (número de parcelas unitárias no sentido da largura). O método de ajustamento foi o de uma regressão múltipla, satisfazendo o princípio dos mínimos quadrados.

BRIM e MASON (1959), em experimentos com soja, compararam parcelas de 16 por 3 pés e 8 por 6 pés. Dentro dos limites destes ensaios, a variabilidade de parcelas alongadas foi a mesma daquela de parcelas mais curtas.

FEDERER (1955), determinou que, se o coeficiente de regressão  $b$  cair entre 0,3 e 0,7 , ao tomarmos o dobro ou a metade da área ótima estimada, a variabilidade não afetará os resultados.

## 2.2. Custo mínimo de condução do experimento

SMITH (1938), usou, em conjunção com a fórmula empírica  $V_x = v/x^b$  , uma função de custo, que minimizada, nos dá o tamanho ótimo de parcela. Esta função de custo por parcela sendo

$$T_x = K_1 + K_2 x ;$$

então, o custo por unidade de informação será mínimo se

$$x = \frac{K_1 b}{K_2 (1 - b)} , \quad \{2.1\}$$

onde  $x$  é o tamanho da parcela,  $K_1$  é a parte do custo que está associada com o número de parcelas somente, e  $K_2$  é o custo por unidade de área. Essa fórmula é deduzida no presente trabalho.

SMITH, em seu exemplo numérico, definiu  $K_1$  em homem-hora por parcela e  $K_2$  em homem-hora por pé quadrado.

ROBISON e outros (1948), usando o método de SMITH, concluíram que 30% do custo total foi proporcional à área usada. Determinaram 70/30 para a razão  $K_1/K_2$  na equação 2.1 e calcularam o tamanho ótimo da parcela,  $x$ , à partir dessa equação, em termos das unidades básicas no ensaio de uniformidade.

ANDERSON (1952), obteve uma relação expressa em unidades básicas, que faz o custo mínimo, usando para tal, o método de SMITH.

BRIM e MASON (1959), em experimentos com soja, determinaram que os custos  $K_1$  e  $K_2$  foram aproximadamente 70% e 30% do custo total, respectivamente.

MARANI (1963), cita que, de acordo com a definição original,  $K_1$  e  $K_2$  são constantes para diferentes tamanhos de parcela; contudo,  $K_1$  está associado ao número de unidades por parcela e  $K_2$  está associado à unidade de área. As percentagens dos dois tipos de custo sobre o custo total, portanto, são proporcionais à  $K_1$  e  $K_2 x$ , respectivamente. Assim, a razão  $K_1/K_2$  calculada pelos autores citados, e usada na equação 2.1, foi realmente  $K_1/K_2 x$  e não  $K_1/K_2$ .

### 3. MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1. Material

Em novembro de 1970 foi instalado na área do Instituto de Pesquisas e Experimentação Agropecuárias do Sul (IPEAS) - Pelotas, um ensaio de uniformidade (ensaio em branco) com soja<sup>(\*)</sup>, com uma área total de 524,16 m<sup>2</sup>. É uma área retangular de 14,40m x 28,80m (24 linhas de 28,80 m de comprimento, espaçadas de 0,60m, com bordas duras). Para melhor estudo, a área foi dividida na metade; constituindo-se o ensaio, então, de dois blocos de 24 linhas de 14,40m. Para a anotação dos resultados foram colhidos segmentos de 0,60m, de modo que se pudesse formar parcelas de diversos tamanhos e formas. A densidade de semeadura foi tal que, após desbaste ulterior, resultasse em cada linha uma densidade, tão uniforme quanto possível de 24 plantas, por metro. A bordadura constituiu-se de 2 linhas de cada lado do experimento e 1,20m em cada cabeceira. Portanto, foram 48 unidades de 0,60m em cada linha, perfazendo nas 24 linhas um total de 1152 parcelas unitárias.

As unidades de 0,60m foram, então, combinadas em parcelas de vários tamanhos e formas, as quais são descritas pelo comprimento da linha e pelo número de linhas em largura, medidos em número de parcelas unitárias (segmentos de 0,60m), como segue

---

(\*) No ensaio foi utilizada a variedade Santa Rosa, de ciclo longo.

1 x 1	2 x 1	3 x 1	4 x 1	6 x 1	8 x 1	12 x 1	24 x 1
1 x 2	2 x 2	3 x 2	4 x 2	6 x 2	8 x 2	12 x 2	24 x 2
1 x 3	2 x 3	3 x 3	4 x 3	6 x 3	8 x 3	12 x 3	24 x 3
1 x 4	2 x 4	3 x 4	4 x 4	6 x 4	8 x 4	12 x 4	24 x 4
1 x 6	2 x 6	3 x 6	4 x 6	6 x 6	8 x 6	12 x 6	
1 x 8	2 x 8	3 x 8	4 x 8	6 x 8	8 x 8	12 x 8	
1 x 12	2 x 12	3 x 12	4 x 12	6 x 12	8 x 12		
1 x 24	2 x 24	3 x 24	4 x 24				

São, portanto, 56 tipos de parcelas, os quais aparecem em croqui na figura 2.

Quando os vários tamanhos e formas de parcelas foram comparados, tôdas as unidades básicas foram usadas, compreendendo a área total do ensaio de uniformidade.

### 3.2 - Métodos

#### 3.2.1 - Redução do êrro experimental em função do tamanho e forma de parcela.

Sendo  $v$  a variância de uma parcela unitária, a variância da soma de  $x$  parcelas unitárias seria, se nao houvesse correlação entre parcelas adjacentes

$$v + v + v + \dots + v = x v ;$$

portanto, a variância da média de  $x$  parcelas unitárias, isto é, a variância da soma de  $x$  parcelas unitárias, seria

$$\frac{x v}{x^2} = \frac{v}{x} .$$



Como as parcelas são constituídas de parcelas unitárias adjacentes, deve haver correlação positiva entre elas, de modo que a variância da média é maior que  $v/x$ .

Pode-se fazer, portanto, como SMITH (1938),

$$V_{\bar{x}} = \frac{v}{x^b} \quad 3.1 \quad , \quad \text{onde } 0 < b < 1 .$$

Quando se calcula a variância das parcelas constituídas por  $x$  parcelas unitárias, a correlação entre estas é incluída (\*), de modo que a variância da média pode estimar-se por

$$\frac{V_r}{x}$$

onde  $V_r$  é o quociente da divisão por  $x$  da variância da parcela-variância reduzida.

SMITH expressou a variância de diferentes tamanhos de parcelas como  $V_{\bar{x}} = v/x^b$ , onde  $V_{\bar{x}}$  é a variância média de parcelas de  $x$  unidades,  $v$  é a variância de parcelas de tamanho correspondente à uma parcela unitária e  $b$  é um índice de variabilidade do solo.

Aplicando logaritmos na fórmula empírica de SMITH, vem

$$\log V_{\bar{x}} = \log v - b \log x \quad ,$$

e  $b$  passa a ser o coeficiente de regressão linear do  $\log V_{\bar{x}}$  sobre o  $\log x$ .

---

(\*) A variância de  $y_1 + y_2 + \dots + y_x$  é, como se sabe,  $x\sigma^2 + x(x-1)\text{Cov} = x|1 + (x-1)\rho|\sigma^2$ , visto que  $\text{Cov} = \rho\sigma^2$ . A variância reduzida é  $V_r = |1 + (x-1)\rho|\sigma^2$  e a variância da média é  $V_r/x$ .

KOCK e RIGNEY (1951), descrevem o método de SMITH (1938), para avaliar esta correlação entre parcelas adjacentes em ensaios de uniformidade, dando como limites de  $b$ , o zero e a unidade, isto é, quanto maior o valor de  $b$ , menor a correlação entre parcelas adjacentes e mais heterogêneo é o solo.

Como vimos anteriormente,

$$V_r = \frac{v}{x^b},$$

que ao compararmos com a fórmula de SMITH em 3.1, nos dá

$$V_r = \frac{v}{x^b} \cdot x = v \cdot x^{1-b},$$

a qual, após aplicarmos logaritmos, passa a ser

$$\log V_r = \log v + (1 - b) \log x,$$

e fazendo  $B = 1 - b$ , obtemos

$$\log V_r = \log v + B \log x \quad 3.2$$

A variância de parcela foi calculada como segue (\*)

Causa de variação	G.L.
Blocos	J - 1
Resíduo	N - J
Total	N - 1

(\*) Em nosso trabalho utilizamos, para os cálculos, o Computador IBM 1130 do Departamento de Matemática e Estatística da ESALQ, e os programas em linguagem FORTRAN usados aparecem no apêndice 4.

onde

$$SQ \text{ Blocos} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^J B_j^2 - C ,$$

$$SQ \text{ Total} = \sum x^2 - C ,$$

$$SQ \text{ Resíduo} = \sum x^2 - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^J B_j^2 ,$$

e, portanto

$$QM \text{ Resíduo} = \left[ \sum x^2 - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^J B_j^2 \right] / (N - J) ;$$

sendo  $N$  o número de parcelas unitárias considerado (variável conforme o tamanho de parcela),  $M$  o número de parcelas por bloco e  $B_j$  o total do bloco  $j$ .

AMARAL (1951) desdobrou o tamanho de parcela  $x$  em suas dimensões,  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura), ao fazer  $x = x_1 \cdot x_2$ .

Então, obtém-se

$$\log V_r = \log v + b_1 \log x_1 + b_2 \log x_2 , \quad \{3.3\}$$

e a equação que em {3.2} é uma equação de regressão linear simples, passa a ser uma equação de regressão linear múltipla, sendo  $x_1$  o número de parcelas unitárias no sentido do comprimento e  $x_2$  o número de parcelas unitárias no sentido da largura.  $V_r$  é a variância reduzida das parcelas de dimensões  $x_1$  e  $x_2$ .

Com o objetivo de estudar a independência entre comprimento e largura de parcela, quanto à influência exercida sobre a variância reduzida, incluiu-se na equação de ajustamento em {3.3}

um coeficiente  $b_3$ , responsável pela interação  $x_1 \cdot x_2$  (comprimento  $\times$  largura). Então, a equação

$$\log V_r = \log v + b_1 \log x_1 + b_2 \log x_2 + b_3 \log x_1 \cdot \log x_2, \quad \{3.4\}$$

além de estudar a influência de  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura), estuda também a interação  $x_1 \cdot x_2$ , com o objetivo de confirmar ou não aquela independência citada.

O método de ajustamento é o de uma regressão múltipla, satisfazendo o princípio dos mínimos quadrados. Assim, fazendo na expressão {3.4},

$$\log V_r = Y$$

$$\log v = b_0$$

$$\log x_1 = X_1$$

$$\log x_2 = X_2$$

$$\log x_1 \cdot \log x_2 = X_3, \quad \text{obtemos:}$$

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_3 X_3 + \text{erro}$$

ou 
$$\bar{Y} = b_0 + b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2 + b_3 \bar{X}_3,$$

donde

$$Y_i - \bar{Y} = b_1(X_{1i} - \bar{X}_1) + b_2(X_{2i} - \bar{X}_2) + b_3(X_{3i} - \bar{X}_3) + \text{erro}.$$

Devemos, portanto, tornar mínima a expressão

$$Z = \sum W_i |(Y_i - \bar{Y}) - b_1(X_{1i} - \bar{X}_1) - b_2(X_{2i} - \bar{X}_2) - b_3(X_{3i} - \bar{X}_3)|^2,$$

onde os  $W_i$  são os respectivos graus de liberdade.

Trabalhando com a Álgebra de Matrizes, para estimar os parâmetros da regressão, os cálculos se simplificam.

A regressão múltipla, estudada em nosso caso, segue o modelo

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + e_i ,$$

$$\text{com } e_i \sim N(0, \sigma^2);$$

onde  $X_{1i}$ ,  $X_{2i}$  e  $X_{3i}$  representam os desvios com relação às respectivas médias, sendo  $i = 1, 2, \dots, N = 56$ .

As equações normais são dadas por

$$X'X \hat{\beta} = X'Y \quad (*) \quad \{3.5\}$$

ou  $S \hat{\beta} = X'Y$  ;

cujas matriz  $S$  no estudo da regressão é não singular, o que equivale dizer que a matriz  $S$  admite uma inversa,  $S^{-1}$ , tal que

$$S^{-1}S \hat{\beta} = S^{-1} X'Y ,$$

ou  $I \hat{\beta} = S^{-1} X'Y ,$

ou ainda  $\hat{\beta} = S^{-1} X'Y ; \quad \{3.6\}$

onde  $\hat{\beta}$  é o vetor das estimativas dos parâmetros.

Na análise da variância da regressão, temos

$$SQ R = Y'Y - \hat{\beta}'X'Y \quad (**) \quad \{3.7\}$$

---

(\*) Fórmula deduzida no apêndice 1 .

(\*\*) Fórmula deduzida no apêndice 2 .

que no caso fornece

$$SQ R = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1N} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{31} & X_{32} & \dots & X_{3N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix}$$

ou

$$SQ R = \sum Y_i^2 - (\hat{b}_0 \sum Y_i + \hat{b}_1 \sum X_{1i} Y_i + \hat{b}_2 \sum X_{2i} Y_i + \hat{b}_3 \sum X_{3i} Y_i)$$

ou ainda

$$SQ R = \sum (Y_i - \bar{Y})^2 - \left[ \hat{b}_1 \sum (X_{1i} - \bar{X}_1) Y_i + \hat{b}_2 \sum (X_{2i} - \bar{X}_2) Y_i + \hat{b}_3 \sum (X_{3i} - \bar{X}_3) Y_i \right]$$

Aplicando como pêsos os respectivos graus de liberdade, obtemos:

$$SQ R = \sum W_i (Y_i - \bar{Y})^2 - \left[ \hat{b}_1 \sum W_i (X_{1i} - \bar{X}_1) Y_i + \hat{b}_2 \sum W_i (X_{2i} - \bar{X}_2) Y_i + \hat{b}_3 \sum W_i (X_{3i} - \bar{X}_3) Y_i \right]$$

ou, finalmente

$$SQ \text{ Resíduo} = SQ \text{ Total} - SQ \text{ Regressão } (X_1, X_2, X_3) ,$$

e o quadro da análise da variância da regressão, usando o modelo

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + e_i ,$$

(Mod. I)

fica como segue

Causa da variação	G.L.
Regressão ( $X_1, X_2, X_3$ )	$p - 1$
Resíduo	$N - p^{(*)}$
Total	$N - 1$

sendo  $p$  o número de parâmetros da regressão ( $X_1, X_2, X_3$ ).

A análise de variância, usando o modelo

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i ,$$

(Mod. II)

isto é, eliminando  $X_3$  (interação  $x_1 \cdot x_2$ ), fica

Causa de variação	G.L.
Regressão ( $X_1, X_2$ )	$p' - 1$
Resíduo	$N - p'$
Total	$N - 1$

sendo  $p'$  o número de parâmetros da regressão ( $X_1, X_2$ ).

Finalmente, testamos  $X_3$  (interação  $x_1 \cdot x_2$ ), como segue

Causa de variação	G.L.
Regressão ( $X_1, X_2$ )	$p' - 1$
Regressão ( $X_3/X_1, X_2$ )	$p - p'$
Resíduo	$N - p$
Total	$N - 1$

(\*)  $E(SQR) = (N - p) \sigma^2$ , demonstrado no apêndice 2.

Com isso podemos, então, eleger o modelo que representa a equação de ajustamento, sendo os logaritmos das variâncias ponderados de acordo com o número respectivo de graus de liberdade.

Quando a soma de quadrados da regressão é significativa, a partir da matriz  $S^{-1}$ , inversa da matriz  $S = X'X$  do sistema de equações, determinamos as estimativas das variâncias dos parâmetros, uma vez que

$$D = S^{-1} \sigma^2, \quad (*)$$

sendo  $D$  a matriz de variância e covariância.

Podemos, assim, verificar por um teste de  $t$ , se os parâmetros  $\hat{b}_j$  diferem significativamente de zero, através

$$t = \frac{\hat{b}_j - 0}{\sqrt{\hat{V}(\hat{b}_j)}}$$

### 3.2.2 - Custo mínimo de condução do experimento.

SMITH (1938) usou em conjugação com a fórmula empírica  $V_{\bar{x}} = v/x^b$ , uma função de custo, que minimizada, nos dá o tamanho ótimo de parcela.

Seja  $y$  a variância da parcela unitária e consideramos, por exemplo, parcelas com dois tamanhos distintos constituída por  $x_1$  e por  $x_2$  parcelas unitárias; sejam  $s_1^2$  e  $s_2^2$  as variâncias respectivas.

---

(\*) Fórmula deduzida no apêndice 3 .

Sejam  $r_1$  e  $r_2$  números de repetições que façam ocupar nos dois conjuntos de parcelas a mesma área:

$$r_1 x_1 = r_2 x_2 = k$$

donde

$$r_1 = k/x_1 \quad \text{e} \quad r_2 = k/x_2 \quad ,$$

sendo  $k$  constante.

As variâncias das produções totais nas duas áreas iguais são

$$r_1 s_1^2 = k s_1^2/x_1 \quad \text{e} \quad r_2 s_2^2 = k s_2^2/x_2 \quad .$$

Segundo SMITH, a variância da média é

$$V_{\bar{x}} = v/x^b \quad .$$

Mas ,

$$V_{\bar{x}_1} = s_1^2/x_1^2 \quad \text{e} \quad V_{\bar{x}_2} = s_2^2/x_2^2 \quad ,$$

donde

$$v/x_1^b = s_1^2/x_1^2$$

e daí

$$s_1^2 = v x_1^{2-b} \quad , \quad s_2^2 = v x_2^{2-b} \quad .$$

As variâncias das produções em iguais áreas são, portanto

$$r_1 s_1^2 = k v x_1^{1-b} \quad \text{e} \quad r_2 s_2^2 = k v x_2^{1-b} \quad .$$

As invariâncias respectivas são

$$x_1^{b-1}/k v \quad e \quad x_2^{b-1}/k v .$$

Segundo SMITH, o custo por parcela é  $T_x = K_1 + K_2 x$ .  
Os custos são, portanto, em  $r_1$  e  $r_2$  repetições, respectivamente

$$r_1 (K_1 + K_2 x_1) = k (K_1 x_1^{-1} + K_2)$$

e

$$r_2 (K_1 + K_2 x_2) = k (K_1 x_2^{-1} + K_2) .$$

O custo por unidade de informação é obtido dividindo o custo total pela invariância, obtendo-se:

$$k^2 v (K_1 x_1^{-b} + K_2 x_1^{1-b})$$

e

$$k^2 v (K_1 x_2^{-b} + K_2 x_2^{1-b}) .$$

O custo por unidade de informação em igual área, com parcelas de  $x$  parcelas unitárias é, portanto, proporcional a

$$y = K_1 x^{-b} + K_2 x^{1-b}$$

Anulando-se a derivada, tem-se

$$y' = -b K_1 x^{-b-1} + (1-b) K_2 x^{-b} = 0 ,$$

donde

$$x = \frac{K_1 \hat{b}}{K_2 (1 - \hat{b})} ,$$

que é o tamanho ótimo de parcela, onde  $K_1$  é a parte do custo total que está associada ao número de parcelas unitárias,  $K_2$  é a parte do custo total que está associada à unidade da área.

Entretanto, em lugar de usarmos o tamanho de parcela  $x$  (número de parcelas unitárias por parcela), usamos suas dimensões  $x_1$  (número de parcelas unitárias no sentido do comprimento) e  $x_2$  (número de parcelas unitárias no sentido da largura). Assim, o custo por parcela foi melhor estudado pela equação

$$T x_1 \cdot x_2 = K_1 + K_2 x_1 x_2 + K_3 \frac{x_2}{x_1}$$
, e os custos são, em  $r_1$  e  $r_2$  repetições, respectivamente

$$k(K_1 x_1'^{-1} x_2'^{-1} + K_2 + K_3 x_1'^{-2})$$

e

$$k(K_1 x_1''^{-1} x_2''^{-1} + K_2 + K_3 x_1''^{-2})$$

visto que

$$r_1 = k/x_1' x_2' \quad e \quad r_2 = k/x_1'' x_2''$$

Os custos por unidade de informação são

$$k^2 v(K_1 x_1'^{-b_1} x_2'^{-b_2} + K_2 x_1'^{1-b_1} x_2'^{1-b_2} + K_3 x_1'^{-1-b_1} x_2'^{1-b_2})$$

e

$$k^2 v(K_1 x_1''^{-b_1} x_2''^{-b_2} + K_2 x_1''^{1-b_1} x_2''^{1-b_2} + K_3 x_1''^{-1-b_1} x_2''^{1-b_2}).$$

O custo por unidade de informação é, portanto, proporcional à

$$y = K_1 x_1^{-b_1} x_2^{-b_2} + K_2 x_1^{1-b_1} x_2^{1-b_2} + K_3 x_1^{-1-b_1} x_2^{1-b_2}$$

Anulando-se as derivadas parciais, obtêm-se

$$x_1 = \sqrt{\frac{K_3 (\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}{K_2 (\hat{b}_2 - \hat{b}_1)}} \quad , \quad \{3.8\}$$

o que exige  $\hat{b}_2 > \hat{b}_1$  ,

e

$$x_2 = \frac{K_1 (\hat{b}_2 - \hat{b}_1) \sqrt{K_3 (\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}}{2K_3 (1 - \hat{b}_2) \sqrt{K_2 (\hat{b}_2 - \hat{b}_1)}} \quad , \quad \{3.9\}$$

sendo, portanto,  $0 < \hat{b}_1 < \hat{b}_2 < 1$  .

A área ótima de parcela é, portanto

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{K_1 (\hat{b}_2 - \hat{b}_1) K_3 (\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}{2K_3 (1 - \hat{b}_2) K_2 (\hat{b}_2 - \hat{b}_1)} = \frac{K_1 (\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}{2K_2 (1 - \hat{b}_2)} \quad . \quad \{3.10\}$$

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

##### 4.1 - Redução do erro experimental em função do tamanho e forma de parcela.

Ao trabalharmos com dados não ajustados pela covariância, usando o modelo

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i ,$$

encontramos as estimativas  $\hat{b}_1 = 0,1603$  e  $\hat{b}_2 = 0,4716$ , pois  $X_3$  (interação  $x_1 \cdot x_2$ ) não influenciou na regressão; o que, aliás, ocorreu também com dados ajustados, como vamos discutir adiante.

Como o desbaste que estava previsto no planejamento do ensaio não foi realizado, houve a necessidade de um ajustamento da produção, eliminando a variação do "stand", uma vez que a correlação foi significativa ( $r = 0,4791$ ). A equação de ajustamento  $y' = y - \hat{b}(x - \bar{x})$ , com  $\hat{b} = 4,3739$ , na verdade, reduziu pouco a variabilidade do ensaio, a qual ainda se manteve um tanto elevada.

No apêndice 5 aparece o quadro de produção ajustada, em gramas por parcela unitária.

Ao desdobrarmos o tamanho de parcela,  $\underline{x}$ , em suas dimensões  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura), a equação de ajustamento

$$\log V_r = \log v + b \log x , \quad \{4.1\}$$

que é uma equação de regressão linear simples, passou a ser

$$\log V_r = \log v + b_1 \log x_1 + b_2 \log x_2 ; \quad \{4.2\}$$

portanto, uma equação de regressão múltipla.

Na tabela I do apêndice 6 estão consignados, para cada tipo de parcela, a variância de parcela, o divisor que reduz à unidade, a variância reduzida à unidade ( $V_r$ ), o número de graus de liberdade ( $W_1$ ) e o logaritmo do tamanho de parcela ( $\log x$ ).

Na figura 3 estão representados, graficamente,  $\log V_r$  em ordenadas e  $\log x$  em abscissas.

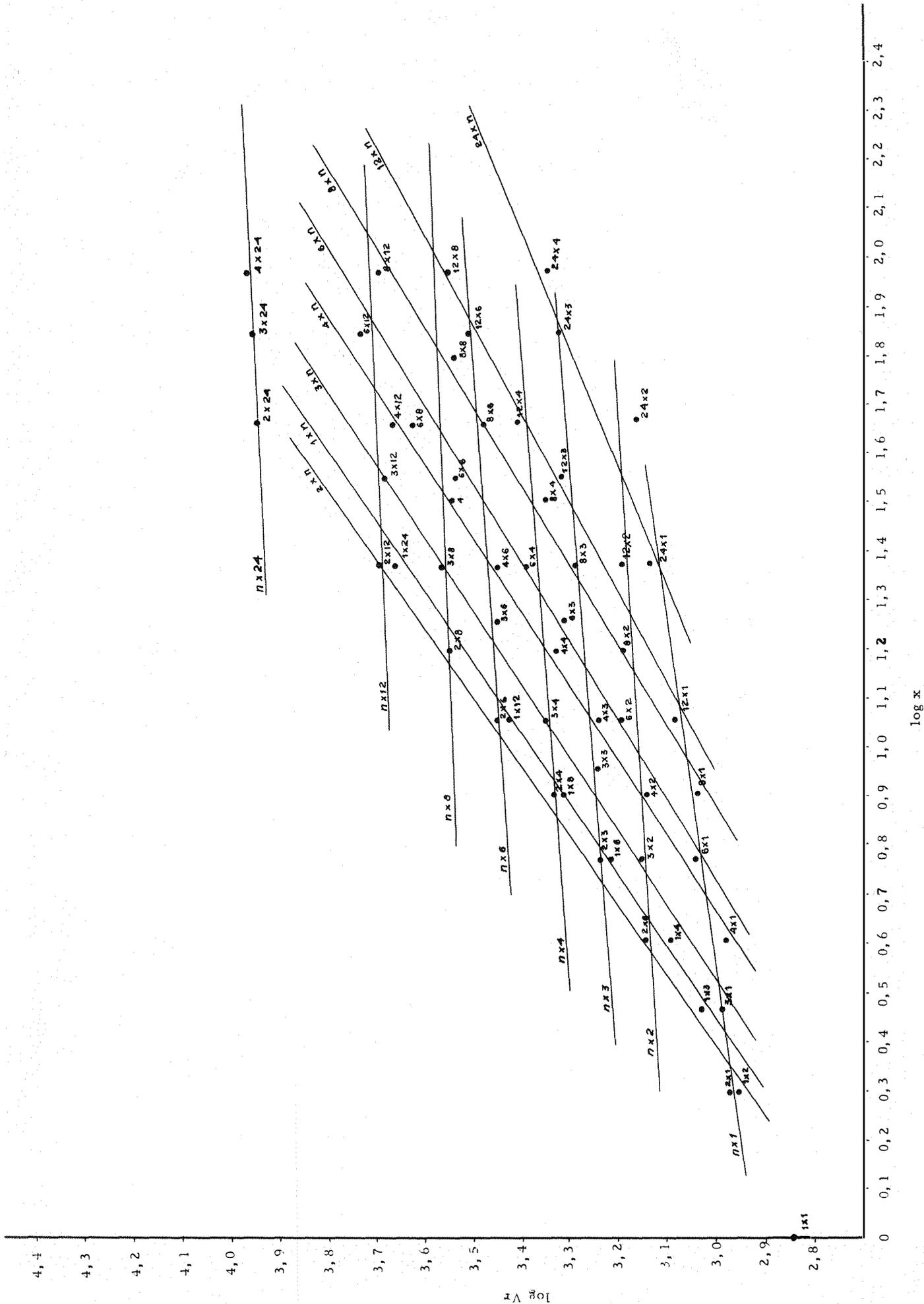
Vemos que aquele paralelismo ocorrido com AMARAL(1951) parece não estar tão nítido no caso presente, isto é, não há aquela firme indicação pela qual "comprimento e largura das parcelas são fatores que agem independentemente sobre a variância".

Em vista disto, incluímos na equação {4.2} o parâmetro  $b_3$ , responsável pela interação  $x_1 \cdot x_2$  (comprimento x largura). Então, a equação

$$\log V_r = \log v + b_1 \log x_1 + b_2 \log x_2 + b_3 \log x_1 \cdot \log x_2, \quad \{4.3\}$$

além de  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura), passou a estudar a interação  $x_1 \cdot x_2$ , ou seja, a independência entre comprimento e largura de parcela.

Na tabela II do apêndice 6 estão consignados, para cada tipo de parcela, a variância reduzida ( $V_r$ ) e seu logaritmo; as dimensões  $x_1$  e  $x_2$  e seus logaritmos.



Na tabela III do apêndice 6 aparecem os dados ordenados para os cálculos realizados.

As médias de  $Y$ ,  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$  são dados por

$$\bar{Y} = \frac{\sum W_i Y_i}{\sum W_i}, \quad \bar{X}_1 = \frac{\sum W_i X_{1i}}{\sum W_i}, \quad \bar{X}_2 = \frac{\sum W_i X_{2i}}{\sum W_i}, \quad \bar{X}_3 = \frac{\sum W_i X_{3i}}{\sum W_i} .$$

Utilizando os dados da tabela III, encontramos:

$$\bar{Y} = 3,10928 ,$$

$$\bar{X}_1 = 0,33036 ,$$

$$\bar{X}_2 = 0,33036 ,$$

$$\bar{X}_3 = 0,10447 ,$$

e

$$\sum W_i = 7042,00000 ,$$

$$\sum W_i Y_i = 21895,54000 ,$$

$$\sum W_i (X_{1i} - \bar{X}_1)^2 = 811,97072 ,$$

$$\sum W_i (X_{2i} - \bar{X}_2)^2 = 811,97072 ,$$

$$\sum W_i (X_{3i} - \bar{X}_3)^2 = 228,86138 ,$$

$$\sum W_i (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{2i} - \bar{X}_2) = -32,85230 ,$$

$$\sum W_i (X_{1i} - \bar{X}_1)(X_{3i} - \bar{X}_3) = 238,54114 ,$$

$$\sum W_i (X_{2i} - \bar{X}_2)(X_{3i} - \bar{X}_3) = 238,54114 ,$$

$$\sum W_i (X_{1i} - \bar{X}_1)Y_i = 197,95460 ,$$

$$\sum W_i (X_{2i} - \bar{X}_2)Y_i = 462,85860 ,$$

$$\sum W_i (X_{3i} - \bar{X}_3)Y_i = 211,73540 .$$

Para o modelo em 4.3 , ou seja

$$y_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i} + b_3 x_{3i} + e_i ,$$

(Mod. 1)

usando como pêsos os respectivos graus de liberdade, obtemos:

$$S = \begin{bmatrix} 7042 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 811,97072 & -32,85230 & 238,54114 \\ 0 & -32,85230 & 811,97072 & 238,54114 \\ 0 & 238,54114 & 238,54114 & 228,86138 \end{bmatrix}$$

cujã inversa é

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0001420 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0023657 & 0,0011821 & -0,0036979 \\ 0 & 0,0011821 & 0,0023657 & -0,0036979 \\ 0 & -0,0036979 & -0,0036979 & 0,0120781 \end{bmatrix}$$

Assim, pela expressão {3.6} do capítulo 3, encontra

mos

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \hat{b}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0001420 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0023657 & 0,0011821 & -0,0036979 \\ 0 & 0,0011821 & 0,0023657 & -0,0036979 \\ 0 & -0,0036979 & -0,0036979 & 0,0120781 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21895,5400 \\ 197,9546 \\ 462,8586 \\ 211,7354 \end{bmatrix}$$

e, portanto

$$\hat{b}_0 = 3,10928 ,$$

$$\hat{b}_1 = 0,23247 ,$$

$$\hat{b}_2 = 0,54601 ,$$

$$\hat{b}_3 = 0,11374 ,$$

A análise da variância da regressão  $(X_1, X_2, X_3)$  ,  
usando a expressão {3.7} do capítulo 3, forneceu

$$\begin{aligned} \text{SQ Total} &= \sum W_i (Y_i - \bar{Y})^2 \\ &= 344,5492 , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{SQ Regressão} &= \hat{b}_1 \sum W_i (X_{1i} - \bar{X}_1) Y_i + \hat{b}_2 \sum W_i (X_{2i} - \bar{X}_2) Y_i + \hat{b}_3 \sum W_i (X_{3i} - \bar{X}_3) Y_i \\ &= 322,8267 , \end{aligned}$$

e, portanto

$$\begin{aligned} \text{SQ Resíduo} &= 344,5492 - 322,8267 \\ &= 21,7225 , \end{aligned}$$

e o seguinte quadro de análise da variância

Causa de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão $(X_1, X_2, X_3)$	3	322,8267	107,6089	257,62 (**)
Resíduo	52	21,7225	0,4177	
Total	55	344,5492		

com coeficiente de determinação

$$R^2 = \frac{\text{SQ Regressão } (X_1, X_2, X_3)}{\text{SQ Total}} = 0,9369 ,$$

isto é, 93,7% da variação total está explicada pela regressão.

Para o modelo em {4.2} , ou seja

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i ,$$

(Mod. II)

que elimina  $X_3$  (interação  $x_1 \cdot x_2$ ) , obtemos

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{b}_0 \\ \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0001420 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0012335 & 0,0000499 \\ 0 & 0,0000499 & 0,0012335 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 21895,5400 \\ 197,9546 \\ 462,8586 \end{bmatrix}$$

portanto,

$$\hat{b}_0 = 3,10928 ,$$

$$\hat{b}_1 = 0,26727 ,$$

$$\hat{b}_2 = 0,58081 ,$$

e o seguinte quadro de análise da variância

Causa de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão ( $X_1, X_2$ )	2	321,7356	160,8678	373,76 (**)
Resíduo	53	22,8136	0,4304	
Total	55	344,5492		

com coeficiente de determinação

$$R^2 = \frac{\text{SQ Regressão } (X_1 \cdot X_2)}{\text{SQ Total}} = 0,9338$$

ou seja, 93,4% da variação total está representada pela regressão.

Isto possibilitou-nos, então, testar  $X_3$  (interação  $x_1 \cdot x_2$ ), como segue

Causa de variação	G.L.	S.Q.	Q.M.	F
Regressão ( $X_1, X_2$ )	2	321,7356	160,8678	
Regressão ( $X_3/X_1, X_2$ )	1	1,0911	1,0911	2,61(-)
Resíduo	52	21,7225	0,4177	
Total	55	344,5492		

A conclusão, portanto, é que  $b_3$  não influenciou na regressão, não sendo significativa a interação  $x_1 \cdot x_2$  (comprimento x largura).

Assim, podemos concluir que, de fato "comprimento e largura de parcela são fatores que agem independentemente sobre a variância".

A equação de ajustamento é, portanto

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i$$

chegando-se pelo método dos mínimos quadrados, aplicando como pesos os graus de liberdade disponíveis para as estimativas das variâncias, à equação

$$\log V_r = 3,10928 + 0,26727 \log x_1 + 0,58081 \log x_2$$

ou

$$V_r = 1286,2 \quad x_1 \quad \begin{matrix} 0,26727 \\ 0,58081 \end{matrix} \quad x_2$$

Notemos que tanto  $\hat{b}_1$  como  $\hat{b}_2$  estão compreendidos entre zero e a unidade, dentro dos limites preconizados por KOCK e RIGNEY (1951).

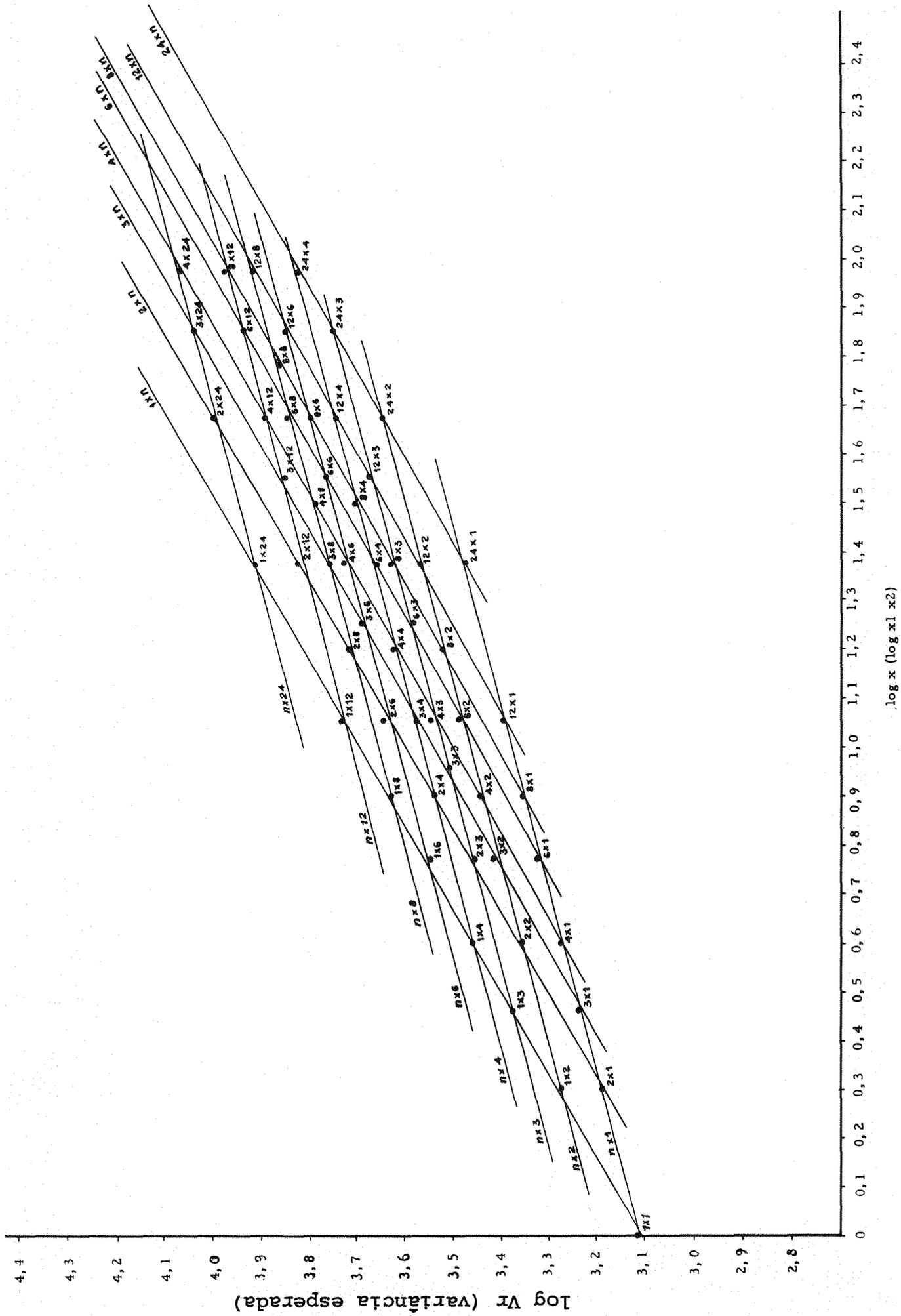
Por outro lado, vemos que o coeficiente correspondente à largura das parcelas é maior do que o relativo ao comprimento, o que encontramos também quando trabalhamos com os dados não ajustados pela covariância.

Na tabela IV do apêndice 6 estão consignados, para cada tipo de parcela, o  $\log V_r$  calculado e o  $\log V_r$  ajustado pela regressão. Af, para melhor observância, destacamos parcela do tipo a (parcela unitária); parcelas dos tipos b, c, d, ..., etc. (parcelas alongadas) e parcelas dos tipos b', c', d', ..., etc (parcelas de mesma dimensão, mas no sentido perpendicular às primeiras, isto é - parcelas largas).

No gráfico da figura 4 temos, em ordenadas o  $\log V_r$  ajustado pela regressão e nas abscissas o  $\log x_i$ . Note-se que o  $\log V_r$  ajustado representa a variância esperada para cada parcela de dimensões  $x_1$  e  $x_2$ .

Como, para a equação de ajustamento

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + e_i$$



a soma de quadrados da regressão foi altamente significativa, a partir da matriz

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0,0012335 & 0,0000499 \\ 0,0000499 & 0,0012335 \end{bmatrix}$$

inversa da matriz  $S = X'X$ , do sistema de equações, determinamos as estimativas das variâncias dos parâmetros  $\hat{b}_1$  e  $\hat{b}_2$ , uma vez que

$$D = S^{-1} \sigma^2 .$$

Logo,

$$\hat{V}(\hat{b}_1) = 0,0012335 s^2 = 0,0012335 \times 0,4304 = 0,000531$$

$$\hat{V}(\hat{b}_2) = 0,0012335 s^2 = 0,0012335 \times 0,4304 = 0,000531$$

O teste de t para os parâmetros da regressão, mostrou:

para  $\hat{b}_1$ :

$$t = \frac{\hat{b}_1 - 0}{\sqrt{\hat{V}(\hat{b}_1)}} = \frac{0,26727 - 0}{\sqrt{0,000531}} = \frac{0,26727}{0,02300} = 11,62 **$$

para  $\hat{b}_2$ :

$$t = \frac{\hat{b}_2 - 0}{\sqrt{\hat{V}(\hat{b}_2)}} = \frac{0,58081 - 0}{\sqrt{0,000531}} = \frac{0,58081}{0,02300} = 25,25 **$$

Portanto, comprimento e largura das parcelas são fatores que influem significativamente sobre a variância. No entanto, deve-se ressaltar a maior influência da largura, o que se pode verifi

car no gráfico da figura 4, aparecendo em ordenadas o  $\log V_r$  ajustado pela regressão. Aí, verifica-se que as retas de regressão são menos inclinadas, quando mantem-se fixa a largura e variável o comprimento de parcela. Isto leva-nos à conclusão que as parcelas alongadas são de menor variância e, portanto, mais eficientes.

#### 4.2 - Custo mínimo de condução do experimento.

SMITH (1938), usou em conjunção com a fórmula empírica  $V_{\bar{x}} = v/x^b$ , uma função de custo  $T_x = K_1 + K_2X$ , que minimizada, forneceu

$$x = \frac{K_1 \hat{b}}{K_2 (1-\hat{b})} \quad (*)$$

que é a estimativa do tamanho ótimo de parcela.

Aplicando aos dados de nosso estudo, encontramos

$$x = \frac{70(0,4942)}{30(1-0,4942)} = 2,3 \quad (**)$$

isto é, o tamanho ótimo de parcela corresponde à 2,3 vezes a parcela unitária.

Entretanto, em lugar de usarmos o tamanho  $\underline{x}$  (número de parcelas unitárias por parcela), usamos suas dimensões,  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura). Então, o custo por parcela foi melhor es-

---

(\*) Segundo BRIM e MASON (1959), quando  $\hat{b} = 1$  o tamanho de parcela é independente do custo por parcela.

(\*\*) A razão  $K_1/K_2$  encontrada na literatura para experimentos com soja é 70/30, e os autores afirmam não ultrapassar 80/20 e 60/40.

tudado pela equação  $T_{x_1} \cdot x_2 = K_1 + K_2 x_1 \cdot x_2 + K_3 \frac{x_2}{x_1}$ , que minimizada, forneceu

$$x_1 = \sqrt{\frac{K_3(\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}{K_2(\hat{b}_2 - \hat{b}_1)}}$$

e

$$x_2 = \frac{K_1(\hat{b}_2 - \hat{b}_1) \sqrt{K_3(\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}}{2K_3(1 - \hat{b}_2) \sqrt{K_2(\hat{b}_2 - \hat{b}_1)}}$$

o que exige  $0 < \hat{b}_1 < \hat{b}_2 < 1$ .

A área ótima estimada foi, portanto

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{K_1(\hat{b}_2 + \hat{b}_1)}{2K_2(1 - \hat{b}_2)}$$

Para o ensaio utilizado no estudo, encontramos  $K_3 = 57$ , que é um custo teórico: a razão  $K_1/K_2$ , estudada pelos autores citados no presente trabalho foi de 70/30, isto é, 70% do custo total de parcela está associado ao número de parcelas unitárias e 30% está associado à unidade de área.

Então, encontramos

$$x_1 = \sqrt{\frac{57(0,84808)}{30(0,31354)}} = \sqrt{5,14} = 2,27 \approx 2,3$$

$$x_2 = \frac{70(0,31354)}{114(0,41919)} \times 2,27 = 1,04 \approx 1,0$$

e, portanto

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{70(0,84808)}{60(0,41919)} = 2,34 \approx 2,3$$

A parcela ótima estimada, isto é, aquela estimativa de parcela que torna mínimo o erro experimental, bem como o custo do experimento em questão, tem as dimensões

$$x_1 = 2,27 \times 0,60\text{m} = 1,39\text{m} \approx 1,40\text{m} ,$$

$$x_2 = 1,04 \times 0,60\text{m} = 0,62\text{m} \approx 0,60\text{m} ,$$

sendo constituída, portanto, de uma linha de 1,40m de comprimento.

Como o estudo visa essencialmente o desenvolvimento do método, não devemos considerar de maneira exata e definitiva o tamanho e forma de parcela estimados. Isto se deve também ao fato de o estudo haver sido realizado com um ensaio somente, quando o ideal seria envolver no mesmo um bom número de repetições.

Por outro lado, FEDERER (1955) determinou que se o coeficiente de regressão  $b$ , da equação

$$\log V_r = \log v + b \log x ,$$

cair entre 0,3 e 0,7, ao tomarmos o dôbro (ou a metade) da área ótima estimada, a variabilidade não afetará os resultados.

O coeficiente  $b$  estimado em nosso estudo, usando a equação de ajustamento acima foi  $\hat{b} = 0,4942$  ; portanto, se tomarmos o dôbro (ou a metade) da área ótima estimada a variabilidade não afetará os resultados.

## 5. CONCLUSÕES

O presente trabalho , de um modo geral , permite-nos chegar às seguintes conclusões:

5.1 - O comprimento e a largura das parcelas influem de maneira independente sôbre a variância reduzida.

5.2 - As parcelas cuja maior dimensão foi orientada na direção a, b, c, ..., etc, foram mais eficientes do que as parcelas com as mesmas dimensões, orientadas segundo a', b', c', ..., etc., isto é, perpendiculares as primeiras (ver tabela IV do apêndice 6 e gráfico da fig. 4).

5.3 - Do ítem 5.2 , como também do teste de t dos parâmetros da regressão, conclui-se que as parcelas alongadas são as de menor variância, isto é, são as mais eficientes.

5.4 - O coeficiente  $\hat{b} = 0,4942$ , da equação de regressão simples, bem como os coeficientes  $\hat{b}_1 = 0,2673$  e  $\hat{b}_2 = 0,5808$ , da regressão múltipla, estão entre o zero e a unidade, dentro dos limites preconizados por KOCK e RIGNEY, mostrando que as estimativas dos parâmetros, usando como pêsos os graus de liberdade disponíveis para as estimativas das variâncias, são bastante razoáveis.

5.5 - Ao estimarmos o tamanho ótimo de parcela pela fórmula

$$x = \frac{K_1 \hat{b}}{K_2 (1 - \hat{b})} ,$$

encontramos  $\underline{x} = 2,3$  vezes a parcela unitária. Este mesmo valor encontramos para o tamanho ótimo de parcela, usando suas dimensões  $x_1$  e  $x_2$ , ou seja

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{K_1 (\hat{b}_1 + \hat{b}_2)}{2K_2 (1 - \hat{b}_2)} = 2,3 \text{ vezes a parcela unitária.}$$

Isto indica que a equação de custo

$$T_{x_1 \cdot x_2} = K_1 + K_2 x_1 \cdot x_2 + K_3 \frac{x_2}{x_1},$$

se ajustou satisfatoriamente ao estudo.

5.6 - Tratando-se de um estudo realizado para um ensaio sômente, envolvendo ainda uma variabilidade um tanto elevada, o desenvolvimento do método deve ser levado em consideração, muito mais que as determinações alcançadas.

5.7 - Para melhor estudo, o próximo ensaio deverá ser instalado no mesmo local em sentido perpendicular ao primeiro. Com a confecção de um mapa de fertilidade do solo, haverá possibilidade de melhores conclusões sôbre o tamanho e forma de parcelas, uma vez que a variabilidade num sentido e noutro está influenciada por dois fatores confundidos: gradiente de fertilidade do solo e variação dentro e entre linhas de cultivo.

5.8 - Finalmente, deve-se ressaltar o fato de que o trabalho não envolveu um estudo do número de repetições, que se deve relacionar com o custo mínimo e com a variância mínima. Nesta primeira etapa não se efetuou também um estudo do custo de parcela, envolvendo o uso de bordadura.

## 6. RESUMO

Um ensaio de uniformidade com soja foi usado para investigar o efeito do tamanho e forma das parcelas na precisão e no custo de experimentos de campo.

A medida de variabilidade do solo foi o coeficiente de regressão  $b$  para a regressão do logaritmo da variância reduzida dos diferentes tamanhos de parcela sobre o logaritmo do número de unidades por parcela. Para o ensaio usado no estudo encontrou-se  $\hat{b} = 0,4942$ . A estimativa do tamanho ótimo de parcela, considerando os custos  $K_1 = 70$  e  $K_2 = 30$  foi  $x = 2,3$  vezes a parcela unitária (0,60m x 0,60m).

Com o desdobramento do tamanho de parcela  $x$  em suas dimensões  $x_1$  (comprimento) e  $x_2$  (largura), estudou-se também a melhor forma de parcela, uma vez constatado que "comprimento e largura das parcelas são fatores que agem independentemente sobre a variância reduzida". Neste estudo encontrou-se  $\hat{b}_1 = 0,2673$  e  $\hat{b}_2 = 0,5808$ , sendo  $\hat{b}_1$  e  $\hat{b}_2$  as estimativas dos parâmetros de uma equação de regressão múltipla onde  $\hat{b}_1$  é responsável pelo comprimento e  $\hat{b}_2$  pela largura de parcela. Com isso, constatou-se que tanto comprimento como largura influíram significativamente sobre a variância de parcela, ressaltando-se o fato de que a largura exerceu uma maior influência sobre a variância e, portanto, que as parcelas alongadas são as mais eficientes. O tamanho e forma de parcela que tornaram mínimo o erro experimental e o custo na condução do experimento constituiu-se de

$$x = x_1 \cdot x_2 = 2,3 \times 1,0 = 2,3 \text{ vezes a parcela unitária.}$$

## 7. ABSTRACT

A uniformity trial with soybean was used for investigating the effect of size and shape of plots on the precision and cost of field experiments.

The measure of soil variability was the regression coefficient  $b$  for the regression of the logarithm of the reduced variance of the different sized plots on the logarithm of the number of units per plot. The coefficient determined was  $\hat{b} = 0.4942$ . The estimate of optimum plot size, taking in consideration the costs  $K_1 = 70$  and  $K_2 = 30$  was  $x = 2.3$  times the basic unit (0,60m x 0,60m).

Considering the plot size in its components,  $x_1$  (length) and  $x_2$  (width), the best plot shape was studied too, and it has been determined that the "length and width of plots are factors acting independently on the reduced variance". In this study we have found that  $\hat{\beta}_1 = 0.2673$  and  $\hat{\beta}_2 = 0.5808$  are the parameters of a multiple regression equation, where  $\hat{\beta}_1$  influences the length and  $\hat{\beta}_2$  the width of plots. Hence we determined that both length and width influence the plot variance significantly, and that the influence of the width was greater than that of the length, and hence that long and narrow plots are more efficient. The size and shape of plots that reduced to a minimum the experimental error and the experimental costs were  $x = x_1 \cdot x_2 = 2,3 \times 1,0$  times the basic unit.

## 8. BIBLIOGRAFIA

- AMARAL, E. - 1951 - Tamanho e Forma das Parcelas em Experimentação com o Cafeeiro. 6º Seminário de Estatística. Campinas, S.P.
- ANDERSON, R.L. and T.A. BANCROFT - 1952 - Statistical Theory in Research. Mc Graw-Hill Book Co. Inc., New York.
- ARROYO, J.R. y CHAVES - 1968 - Estimación Eficiente de Parámetros en la Determinación del Tamaño Optimo de Parcela. Boletín nº 15. Estación Experimental de La Molina, Peru.
- BRIM, CHARLES A. and DAVID D. MASON - 1959 - Estimates of Optimum Plot Size for Soybean Yield Trials. Agr. J. 51: 331-334.
- COCHRAN, W.G. and G.M. COX - 1957 - Experimental Design. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- CREWS, J.W., G.L. JONES, and D.D. MASON - 1963 - Field Plot Technique Studies with Flue Cured Tobacco I. Optimum Plot Size and Shape. Agr. J. 55: 197-199.
- CHRISTIDIS, B.G. - 1931 - The Importance of the Shape of Plots in Field Experimentation. J. Agr. Sci. 21: 14-37.
- CHRISTIDIS, B.G. - 1939 b - Variability of Plots of Various Shapes as Affected by Plot Orientation. Emp. J. Exp. Agr. 7: 330-342.
- ELLIOT, F.C., J.G. DARROCH, and H.L. WANG - 1952 - Uniformity Trials with Spring Wheat. Agr. J. 44. 524-529.

- FISHER, R.A. - 1954 - Statistical Methods for Research Workers.  
Hafner Publ. Co. Inc., New York, 12 th ed. 356 pp.
- FEDERER, W.T. - 1955 - Experimental Design. The Mc Millan Co. New  
York, 544 pp.
- GHOSH, B. - 1945 - Efficiency of Retangular Plots of Different Sha  
pes and Sizes in Field Experiments of Sample Surveys.  
32 nd Indian Sci. Congress, Proc. Sec XII, 48.
- HARRIS, J.A. - 1915 - On a Criterion of Substratum homogeneity (or  
Heterogeneit) in Field Experiments. Amer. Naturalist  
49: 430-454.
- HATHEWAY, W.H. and E.J. WILLIAMS - 1958 - Efficient Estimation of  
the Relationship Between Plot Size and the Variabili  
ty of Crop Yields. Biometrics 44, n. 2.
- HERNANDEZ, J.L. y J.R. ARROYO - 1968 - Investigaciones sobre Tama  
ño Optimo de Parcela en Arroz, Boletin nº 20. Esta  
ción Experimental de La Molina, Peru.
- KELLER, K.R. - 1949 - Uniformity Trials on Hopps Humulus Lupulus ,  
L... for Increasing the Precision of Field Experi  
ments. Agr. J. 42: 389-392.
- KOCK, E.J. and H.J. RIGNEY - 1951 - A Method of Estimating Optimus  
Plot Size from Experimental Data. Agr. J. 43: 17-21.
- MARANI, A. - 1963 - Estimation of Optimum Plot Size Using Smith's  
Procedure. Agr. J. 55: 503.
- NONHECKE, I.L. - 1959 - The Precision of Field Experiments with Ve  
getable Crops as Influenced by Plot and Shape. Can y  
Plant. Sci. 39: 443-457.

- ODLAND, T.E. and R.J. GARDER - 1928 - Size of Plat and Number of Replications in Field Experiments with Soybeans. J. Amer. Soc. Agron. 20: 93-108.
- PIMENTEL GOMES, F. - 1970 - Curso de Estatística Experimental, 5a. ed. Piracicaba, S.P.
- PIMENTEL GOMES, F. e I.R. NOGUEIRA - 1964 - Regressão e Covariância (mimeografada), 45 pp.
- POINTER, J.P. and E.J. KOCK - 1961 - Estimates of Optimum Plot Size from Uniformity Data in Maryland Tobacco. Tobacco Sci. 5: 112-117.
- RAO, C.R. - 1952 - Advanced Statistical Methods in Biometric Research John Willey and Sons, New York.
- ROBISON, H.F., H.J. RIGNEY and P.H. HARVEY - 1948 - Investigations in Plot Technique with Peanuts. North Carolina Agr. Exp. Sta. Tech., Bull. 86: 1-19.
- SMITH, F.H. - 1938 - An Empirical Law Describing Heterogeneity in the Yields of Agricultural Crops. J. Agr. Sci. 28:
- RAMPTON, H.H and R.G. PETERSEN - 1962 - Relative Efficiency of Plot Sizes and Numbers of Replications as Indicated by Yields of Orchardgrass Seed in a Uniformity Test. Agr. J. 54: 247-249.
- TEDIN, O. - 1931 - The Influences of Sistematic Plot Arrangment Upon the Estimate of Error in Field Experiments. J. Agr. Sci. 21: 191-208.
- WASSON, C.E. and R.R. KALTON - 1953 - Estimations of Optimum Plot Size Data from Bromegrass Uniformity Trials. Yowa A. E.S. Res. Bull. 396: 296-320.

- WEBER, C.R. and T.W. HORNER - 1957 - Estimates of Cost and Optimum Plot Size and Shape for Measuring Yield and Chemical Characters in Soybeans. Agr. J. 49: 444-44.
- YULE, G. UDNY and M.G. KENDALL - 1945 - An Introduction to the Theory of Statistics. Cap. 12. Charles Griffin & Co., London.
- ZUBER, M.S. - 1942 - Relative Efficiency of Incomplet Block Designs Using Corn Uniformity Trial Data. J. Amer. Soc. Agron. 34: 30-47.
- DRAPER, N.R. and H. SMITH - 1966 - Applied Regression Analysis - John Wiley & Sons, Inc. New York. 104-149.
- BOX, G.E.P. and P.W. Tidwell - 1962 - Transformation of the Independent variables. Technometrics, 4. 531-550.

9 - APÉNDICES

9.1 - APÊNDICE 1

Pela álgebra de matrizes pode-se apresentar um processo geral para a obtenção das estimativas dos parâmetros e de suas respectivas variâncias, se for o caso.

No caso em estudo, o conjunto de observações segue o modelo

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_p X_{pi} + e_i ,$$

onde  $Y_i$  representa valores observados,  $b_j$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) são parâmetros e  $X_{ji}$  são os respectivos coeficientes. Além disso, admite-se que  $e_i \sim N(0, \sigma^2)$ . Temos, pois

$$Y_1 = b_0 + b_1 X_{11} + b_2 X_{21} + \dots + b_p X_{p1} + e_1 ,$$

$$Y_2 = b_0 + b_1 X_{12} + b_2 X_{22} + \dots + b_p X_{p2} + e_2 ,$$

....

$$Y_N = b_0 + b_1 X_{1N} + b_2 X_{2N} + \dots + b_p X_{pN} + e_N ,$$

com N observações de  $Y_i$ .

Introduzindo a representação matricial, obtemos:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \dots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \dots & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & \dots & X_{p2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1N} & X_{2N} & \dots & X_{pN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{bmatrix}$$

que escrevemos

$$Y = X\beta + \epsilon ,$$

onde  $Y$  é a matriz das observações,  $X$  é a matriz dos coeficientes,  $\beta$  é a matriz dos parâmetros e  $\epsilon$  é a matriz dos erros.

Se quisermos determinar as estimativas dos parâmetros, deveremos minimizar a soma de quadrados residual, dada por  $\epsilon'\epsilon$ , pois:

$$\sum e_i^2 = \left[ e_1, e_2, \dots, e_N \right] \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{bmatrix} = \epsilon'\epsilon$$

Sendo, contudo,  $\epsilon = Y - X\beta$ , fica

$$\begin{aligned} \epsilon'\epsilon &= (Y - X\beta)'(Y - X\beta) \\ &= (Y' - \beta'X')(Y - X\beta) \\ &= Y'Y - Y'X\beta - \beta'X'Y + \beta'X'X\beta \end{aligned} \quad \{9.1\}$$

Sendo as matrizes  $Y'X\beta$  e  $\beta'X'Y$  de dimensões  $1 \times 1$  e sendo uma a transposta da outra, temos

$$\begin{aligned} Y'X\beta &= \beta'X'Y, \text{ e então:} \\ \epsilon'\epsilon &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta \end{aligned} \quad \{9.2\}$$

A fim de obter as equações normais, devemos tornar idênticamente nula a diferencial de  $\epsilon'\epsilon$ , que é uma função de  $p$  variáveis independentes.

Note-se que quando se trata de determinar a diferencial  $d(BC)$  do produto de duas matrizes, é válida uma regra análoga à de diferenciação do produto de duas funções. Devemos somente respeitar a ordem dos fatores, pois o produto de matrizes não é comutativo. Temos:

$$d(BC) = (dB)C + B(dB) .$$

Portanto, vamos diferenciar a matriz  $\epsilon'\epsilon$ , como segue:

$$d(\epsilon'\epsilon) = 0 - 2(d\beta')X'Y + (d\beta')X'X\beta + \beta'X'Xd\beta$$

Sendo  $(d\beta')X'X\beta = \beta'X'Xd\beta$ , por serem matrizes de dimensões  $1 \times 1$ , e uma delas a transposta da outra, obtemos:

$$\begin{aligned} d(\epsilon'\epsilon) &= -2(d\beta')X'Y + 2(d\beta')X'X\beta \\ &= 2(d\beta')(X'X\beta - X'Y) \end{aligned}$$

Para obter o valor de  $\beta$  que minimiza a soma dos quadrados dos desvios, devemos fazer  $d(\epsilon'\epsilon) = 0$ . Mas, como  $d\beta'$  é arbitrário, isto exige

$$X'X\hat{\beta} - X'Y = 0$$

e, portanto

$$X'X\hat{\beta} = X'Y \quad , \quad \{9.3\}$$

onde  $\hat{\beta}$  é o vetor das estimativas dos parâmetros. As equações de 9.3 constituem o sistema de equações normais, que nos dá as estimativas desejadas.

De 9.3 , fazendo  $X'X = S$  , obtemos:

$$S\beta = X'Y$$

ou

$$S^{-1}S\beta = S^{-1}X'Y$$

$$I\beta = S^{-1}X'Y$$

$$\beta = S^{-1}X'Y \quad ,$$

cuja estimativa é não tendenciosa, pois:

$$E(\beta) = E(S^{-1}X'Y)$$

$$= E[S^{-1}X'(X\beta + \epsilon)]$$

$$= E(S^{-1}X'X\beta + S^{-1}X'\epsilon)$$

$$= E(S^{-1}S\beta + S^{-1}X'\epsilon)$$

$$= E(\beta + S^{-1}X'\epsilon)$$

$$= \beta + S^{-1}X'E(\epsilon)$$

$$= \beta \quad ,$$

uma vez que  $E(\epsilon) = 0$  .

9.2 - APÊNDICE 2

Para realizar análise da variância da regressão, devemos examinar a soma de quadrados do resíduo.

$$SQR = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 ,$$

ou seja, a soma dos quadrados dos desvios entre os valores observados e os estimados. Matricialmente, escrevemos

$$\begin{aligned} SQR &= (Y - \hat{Y})'(Y - \hat{Y}) \\ &= (Y' - \hat{Y}')(Y - \hat{Y}) \\ &= (Y'Y - Y'\hat{Y} - (\hat{Y})'Y + (\hat{Y})'\hat{Y}) \end{aligned}$$

Como  $\hat{Y} = X\beta$  , vem:

$$\begin{aligned} SQR &= Y'Y - Y'X\beta - \beta'X'X\beta + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - Y'X\beta , \end{aligned}$$

onde  $Y'X\beta = \hat{Y}'X'Y$  é a soma de quadrado da regressão.

Como  $\beta = S^{-1}X'Y$  , podemos também escrever

$$SQR = Y'Y - Y'XS^{-1}X'Y .$$

A esta soma de quadrados do resíduo atribuiremos (N-p) graus de liberdade, pois veremos a seguir que

$$E(SQR) = (N - p)\sigma^2 .$$

Determinamos, então

$$\begin{aligned} E(SQR) &= E(Y'Y - Y'XS^{-1}X'Y) \\ &= E(Y'Y) - E(Y'XS^{-1}X'Y) . \end{aligned}$$

Temos,

$$\begin{aligned} E(Y'Y) &= E|(X\beta + \epsilon)'(X\beta + \epsilon)| \\ &= E|(\beta'X' + \epsilon')(X\beta + \epsilon)| \\ &= E(\beta'X'X\beta + \beta'X'\epsilon + \epsilon'X\beta + \epsilon'\epsilon) \quad ; \end{aligned}$$

como  $E(\epsilon') = 0$  ,  $E(\epsilon'\epsilon) = E(\sum_1^2 \epsilon_i^2) = N\sigma^2$  ,

vem:

$$E(Y'Y) = \beta'X'X\beta + N\sigma^2 .$$

Sabendo que  $Y = X\beta + \epsilon$  , obtemos a seguir:

$$\begin{aligned} E(Y'XS^{-1}X'Y) &= E|(X'Y)'S^{-1}(X'Y)| \\ &= E|(X'X\beta + X'\epsilon)'S^{-1}(X'X\beta + X'\epsilon)| \\ &= E|(S\beta + X'\epsilon)'S^{-1}(S\beta + X'\epsilon)| \\ &= E|(\beta'S' + \epsilon'X)(S^{-1}S\beta + S^{-1}X'\epsilon)| \end{aligned}$$

Sendo S matriz simétrica, isto é,  $S' = S$  , vem:

$$\begin{aligned} E(Y'XS^{-1}X'Y) &= E(\beta'S + \epsilon'X)(\beta + S^{-1}X'\epsilon) | \\ &= E(\beta'S\beta + \beta'SS^{-1}X'\epsilon + \epsilon'X\beta + \epsilon'XS^{-1}X'\epsilon) \\ &= \beta'S\beta + \beta'X'E(\epsilon) + E(\epsilon')X\beta + E(\epsilon'XS^{-1}X'\epsilon) \\ &= \beta'X'X\beta + E|(X'\epsilon)'S^{-1}(X'\epsilon)| \end{aligned}$$

Mas,

$$E|(X'\epsilon)'S^{-1}(X'\epsilon)| = E(\epsilon'XS^{-1}X'\epsilon) \quad ,$$

e verifica-se facilmente que

$$E(\epsilon'A\epsilon) = \sigma^2 \text{tr} A \quad ,$$

onde  $\text{tr } A$  é o traço da matriz  $A$ , ou melhor, a soma dos elementos de sua diagonal principal. Por exemplo, sendo

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{bmatrix}$$

obtemos:

$$\begin{aligned} \epsilon' A \epsilon &= \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & \dots & e_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_N \end{bmatrix} \\ &= \left[ a_{11} e_1^2 + a_{22} e_2^2 + \dots + a_{NN} e_N^2 + \text{duplos produtos} \right] \end{aligned}$$

Logo,

$$E(\epsilon' A \epsilon) = (a_{11} + a_{22} + \dots + a_{NN}) \sigma^2 = \sigma^2 \text{tr } A .$$

Assim, temos:

$$E(\epsilon' X S^{-1} X' \epsilon) = \sigma^2 \text{tr}(X S^{-1} X') .$$

Demonstra-se, porém, que

$$\text{tr} (AB) = \text{tr} (BA) \quad \text{e, portanto:}$$

$$\text{tr} (X S^{-1} X') = \text{tr} (S^{-1} X'X)$$

$$= \text{tr} (S^{-1} S)$$

$$= \text{tr} I_p$$

$$= p \quad ,$$

ou seja

$$E(\epsilon' X S^{-1} X' \epsilon) = p \sigma^2$$

de onde se conclui que

$$E(SQR) = \beta' X'X \beta + N\sigma^2 - (\beta' X'X \beta + p \sigma^2)$$

$$= (N - p) \sigma^2$$

Então, dado o modelo

$$Y_i = b_0 + b_1 X_{1i} + b_2 X_{2i} + \dots + b_p X_{pi} + e_i \quad ,$$

o quadro da análise seria

<u>Causa de variação</u>	
Parâmetros	p
Resíduo	N - p
<hr/>	
Total	N

incluída a média. Contudo, quando retiramos a média, retiramos 1 grau de liberdade para a correção. Então, o quadro da análise da regressão fica como segue

<u>Causa de variação</u>		<u>G.L.</u>
Regressão		p - 1
Resíduo		N - p
<hr/>		
Total		N - 1

9.3 - APÊNDICE 3

Denominamos de matriz de variância e covariância a matriz simétrica

$$D = \begin{bmatrix} V(\hat{\beta}_1) & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & \dots & \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_p) \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) & V(\hat{\beta}_2) & \dots & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_p) & \text{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_p) & \dots & V(\hat{\beta}_p) \end{bmatrix}$$

onde na diagonal principal temos as variâncias e fora dela as covariâncias, das estimativas dos parâmetros.

É claro que

$$D = \begin{bmatrix} E(\hat{\beta}_1 - b_1)^2 & E(\hat{\beta}_1 - b_1)(\hat{\beta}_2 - b_2) & \dots & E(\hat{\beta}_1 - b_1)(\hat{\beta}_p - b_p) \\ E(\hat{\beta}_1 - b_1)(\hat{\beta}_2 - b_2) & E(\hat{\beta}_2 - b_2)^2 & \dots & E(\hat{\beta}_2 - b_2)(\hat{\beta}_p - b_p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ E(\hat{\beta}_1 - b_1)(\hat{\beta}_p - b_p) & E(\hat{\beta}_2 - b_2)(\hat{\beta}_p - b_p) & \dots & E(\hat{\beta}_p - b_p)^2 \end{bmatrix}$$

o que corresponde a

$$D = E(\hat{\beta} - \beta)(\hat{\beta} - \beta)'$$

Sendo

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= S^{-1} X'Y \\ &= S^{-1} X'(X\beta + \epsilon) \\ &= S^{-1} X'X\beta + S^{-1} X'\epsilon \\ &= \beta + S^{-1} X'\epsilon \quad , \quad \text{temos:} \end{aligned}$$

$$\hat{\beta} - \beta = S^{-1} X' \epsilon . \quad \text{Logo,}$$

$$\begin{aligned} D &= E (S^{-1} X' \epsilon) (S^{-1} X' \epsilon)' \\ &= E (S^{-1} X' \epsilon) (\epsilon' X S^{-1}) \end{aligned}$$

pois, como  $S^{-1}$  é matriz simétrica,

$$(S^{-1})' = S^{-1} .$$

Segue-se que

$$D = S^{-1} X' E(\epsilon \epsilon') X S^{-1} ,$$

onde

$$E(\epsilon \epsilon') = E \begin{bmatrix} e_1^2 & e_1 e_2 & \dots & e_1 e_N \\ e_1 e_2 & e_2^2 & \dots & e_2 e_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_1 e_N & e_2 e_N & \dots & e_N^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$= \sigma^2 I_p .$$

Então,

$$\begin{aligned} D &= S^{-1} X' I_p X S^{-1} \sigma^2 \\ &= S^{-1} X' X S^{-1} \sigma^2 \\ &= S^{-1} \sigma^2 \end{aligned}$$

#### 9.4 - APÊNDICE 4

Programação FORTRAN para os cálculos realizados em Computador Eletrônico.

41. Cálculo do coeficiente de correlação  $r$ , média de  $x$  (stand) e média de  $y$  (produção).

```
// FOR
*IOCS(CARD,1132 PRINTER)
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
  DIMENSION Y(24), X(24)
  SY=0
  SQY=0
  SXY=0
  SX=0
  SQX=0
  DO 1 K=1,48
  READ(2,10)(Y(I),I=1,24)
  READ(2,10)(X(I),I=1,24)
10 FORMAT(12F6.7)
  DO 1 I=1,24
  SY=SY+Y(I)
  SX=SX+X(I)
  SQY=SQY+Y(I)**2
  SQX=SQX+X(I)**2
  1 SXY=SXY+X(I)*Y(I)
  COV=SXY-SX*SY/1152.
  VX=SQX-SX**2/1152.
  VY=SQY-SY**2/1152.
  B=COV/SQRT(VX*VY)
  EMEDX=SX/1152.
  EMEDY=SY/1152.
  WRITE(3,12)B,EMEDX,EMEDY
12 FORMAT(' ', 'B=', F12.5, 'MEDIA DEX=F12.5, 'MEDIA DEY=', F12.5)
  STOP
  END
FEATURES SUPPORTED
  ONE WORD INTEGERS
  EXTENDED PRECISION
  IOCS
CORE REQUIREMENTS FOR
  COMMON      0 VARIABLES 184 PROGRAM 270
END OF COMPILATION
// XEQ
B=      0.47912 MEDIA DEX=  9.35677 MEDIA DEY=  77.60953
```

42. Cálculo das produções ajustadas ( $y'_i$ ) pela equação  $y'_i = y_i - b(x - \bar{x})$

```
// FOR
*IOCS(CARD,1132 PRINTER,DISK)
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
  DEFINE FILE 1(48,72,U,II)
  DEFINE FILE 2(48,72,U,JJ)
  DIMENSION X(24),Y(24),Z(24)
  DO 1 I=1,48
    II=I
    JJ=I
    DO 2 K=1,24
      X(K)=0.
2    Y(K)=0.
      WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
1    WRITE(2'JJ)(Y(K),K=1,24)
      DO 3 I=1,48
        READ(2,10)(X(K),K=1,24)
10   FORMAT(12F6.1)
        II=I
3    WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
        PAUSE 1111
        DO 4 I=1,48
          READ(2,10)(Y(K),K=1,24)
          JJ=I
4    WRITE(2'JJ)(Y(K),K=1,24)
        DO 5 I=1,48
          II=I
          JJ=I
          READ(1'II)(X(K),K=1,24)
          READ(2'JJ)(Y(K),K=1,24)
          DO 6 K=1,24
6    Z(K)=Y(K)-4.3739*X(K)+40.9257
          WRITE(3,11)(Z(K),K=1,24)
11   FORMAT(' ',12F7.2)
5    WRITE(2,12)(Z(K),K=1,24)
      STOP
    END
  END
FEATURES SUPPORTED
  ONE WORD INTEGERS
  EXTENDED PRECISION
  IOCS
CORE REQUIREMENTS FOR
  COMMON      0 VARIABLES      236      PROGRAM      416
END OF COMPILATION
```

43. Cálculo das variâncias dos diferentes tipos de parcelas.

```
// FOR
*IOCS(CARD,DISK,1132 PRINTER)
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
  DEFINE FILE 1(48,72,U,II)
  DIMENSION X(24)
  N=1
  M=48
  READ(2,50)ENE
50 FORMAT(F4.0)
  DO 2 J=1,48
  II=J
  DO II=1,24
  1 X(I)=0.
  2 WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
  DO 3 J=1,M
  II=J
  READ(2,10)(X(K),K=1,24)
10 FORMAT(10F8.2)
  3 WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
  SX=0.
  SX2=0.
  MM=M/2
  DO 4 I=1,MM
  II=I
  READ(1'II)(X(K),K=1,24)
  DO 4 K=1,24
  SX=SX+X(K)
  4 SX2=SX2+X(K)**2
  SB1=SX
  MMM=MM+1
  DO 5 I=MMM,M
  II=I
  READ(1'II)(X(K),K=1,24)
  DO 5 K=1,24
  SX=SX+X(K)
  5 SX2=SX2+X(K)**2
  SB2=SX-SB1
  ENE=ENE
20 SQT=SX2-SX**2/ENE
  SQB=SB1**2+SB2**2)/(ENE/2.)-SX**2/ENE
  VAR=SQT-SQB
  WRITE(3,11)N,VAR
11 FORMAT(' ',I3,'VARIANCIA='E18.10)
  SX2=0.
  DO 6 I=1,M
  II=I
  READ(1'II)(X(K),K=1,24)
  GO TO(30,31,32,33,34,35,36,37),N
30 KK=2
  GO TO 40
```

```
31 KK=3
   GO TO 40
32 KK=4
   GO TO 40
33 KK=6
   GO TO 40
34 KK=8
   GO TO 40
35 KK=12
   GO TO 40
36 KK=24
40 DO 41 K=1,24, KK
   J=K
   KOKO=J+KK-1
   S=0.
   DO 42 KO=J, KOKO
42 S=S+X(KO)
41 SX2= SX2+S**2
   6 CONTINUE
   N=N+1
   ENE=ENE/ KK
   GO TO 20
37 STOP
   END
```

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
EXTENDED PRECISION  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON        0 VARIABLES    132    PROGRAM    692  
END OF COMPILATION

#### 44. Perfuração dos dados de parcelas 2xn.

```
// JOB
// FOR
*IOCS(CARD,DISK,1132 PRINTER)
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
   DEFINE FILE 1(48,72,U,II)
   DIMENSION X(24),XX(24)
   DO 2 J=1,48
   II=J
   DO II=1,24
1 X(I)=0
2 WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
   DO 3 J=1,48
   II=J
   READ(2,10)(X(K),K=1,24)
10 FORMAT(12F6.2)
3 WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
   PAUSE
   DO 4 J=1,48,2
   II=J
```

```
      READ(1'II)(X(K),K=1,24)
      READ(1'II)(XX(K),K=1,24)
      DO 5 K=1,24
5     XX(K)=X(K)+XX(K)
4     WRITE(2,11)(XX(K),K=1,24)
11    FORMAT(12F6.2)
      STOP
      END
```

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

EXTENDED PRECISION

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON        0 VARIABLES    158    PROGRAM    270

END OF COMPILATION

#### 45. Perfuração dos dados de parcelas 3xn.

```
// JOB
// FOR
*IOCS(CARD,DISK,1132 PRINTER)
*EXTENDED PRECISION
*ONE WORD INTEGERS
*LIST SOURCE PROGRAM
      DEFINE FILE 1(48,72,U,II)
      DIMENSION X(24),A(24),B(24)
      DO 2 I=1,48
      II=I
      DO 1 J=1,24
1     X(J)=0.
2     WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
      DO 3 I=1,48
      II=I
      READ(2,10)(X(K),K=1,24)
10    FORMAT(12F6.2)
3     WRITE(1'II)(X(K),K=1,24)
      PAUSE 1111
      DO 4 I=1,48,3
      II=I
      READ(1'II)(X(K),K=1,24)
      READ(1'II)(A(K),K=1,24)
      READ(1'II)(B(K),K=1,24)
      DO 5 K=1,24
5     A(K)=X(K)+A(K)+B(K)
4     WRITE(2,11)(A(K),K=1,24)
11    FORMAT(12F6.2)
      STOP
      END
```

FEATURES SUPPORTED

ONE WORD INTEGERS

EXTENDED PRECISION

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON        0 VARIABLES    230    PROGRAM    296

END OF COMPILATION

A perfuração dos dados de parcelas 4xn, 6xn, 8xn, 12xn e 24xn foi realizada de maneira análoga.

9.5 - APÉNDICE 5

Quadro de produção de grãos em gramas por parcela unitária(0,60 x 0,60)

	A	B	C	D	E	F	G	H ...
48	83,40	79,05	124,96	66,30	75,01	70,16	94,06	66,56
47	88,43	103,98	74,88	124,56	46,81	42,97	69,43	73,28
46	111,86	76,48	118,06	73,29	108,91	99,00	40,93	58,56
45	62,83	74,43	67,51	62,36	49,36	38,80	59,30	60,63
44	67,53	80,23	63,98	61,00	98,15	95,68	52,33	25,66
43	77,93	56,87	86,68	73,96	78,10	73,01	59,31	52,73
42	92,68	112,28	89,58	76,03	98,58	55,28	90,56	51,06
41	106,30	60,85	100,00	78,90	84,38	36,31	63,78	69,58
40	75,78	81,81	77,13	58,02	59,46	48,78	63,46	82,48
39	80,50	55,67	94,23	98,90	83,96	37,76	47,56	47,80
38	45,53	102,73	77,38	71,13	90,28	44,35	82,86	65,66
37	96,48	107,75	100,30	70,63	31,13	121,53	51,20	74,93
36	141,20	95,13	93,58	61,93	63,90	60,63	88,68	54,07
35	72,87	86,27	86,11	78,28	99,05	53,33	132,53	107,08
34	107,36	69,55	75,66	81,20	106,50	51,85	103,61	58,50
33	69,25	90,85	126,40	74,60	78,66	81,86	44,71	43,43
32	99,10	106,58	79,23	61,76	106,83	47,33	83,88	78,06
31	78,53	112,38	86,93	85,73	64,83	35,35	68,28	57,93
30	93,85	71,33	86,01	74,78	103,93	46,26	81,73	80,96
29	77,13	64,46	117,66	88,30	95,08	39,40	83,58	68,63
28	73,43	67,40	107,43	63,28	92,13	69,56	97,48	39,91
27	87,16	60,95	100,61	81,93	89,58	80,58	74,45	33,16
26	67,20	91,50	96,23	61,48	100,26	60,48	87,46	31,68
25	105,30	60,16	111,69	78,55	80,15	52,78	77,53	39,01
24	59,53	58,70	101,26	72,80	97,36	80,08	50,20	71,55
23	53,00	100,30	112,63	79,80	79,43	83,86	89,33	67,19
22	120,78	52,63	99,53	70,40	106,78	43,08	79,56	60,66
21	101,58	83,30	76,20	89,43	54,88	83,56	88,69	64,09
20	118,03	41,50	110,68	77,90	46,97	30,08	47,10	45,09
19	104,80	56,70	62,68	106,46	83,86	77,68	78,83	45,04
18	72,90	51,53	126,33	61,80	82,53	69,38	74,96	34,31
17	135,83	114,93	108,60	70,48	88,55	68,58	53,46	31,31
16	52,53	71,90	87,81	80,63	68,71	68,80	104,46	83,91
15	108,93	54,05	121,68	60,67	100,05	95,68	54,11	72,76
14	97,25	102,85	59,50	66,07	85,55	60,08	54,36	72,29
13	93,23	114,78	51,53	101,83	89,05	45,33	48,63	41,10
12	78,78	75,25	107,88	62,53	115,75	75,96	78,01	88,81
11	113,36	44,08	26,19	96,06	91,86	73,81	76,19	50,66
10	86,63	94,93	62,56	71,81	97,06	53,66	100,71	93,43
9	87,68	79,46	88,79	103,16	104,26	53,78	67,19	74,20
8	62,43	98,66	54,33	40,76	46,23	41,93	39,31	93,96
7	105,56	70,73	89,36	122,63	58,43	55,46	79,33	79,13
6	119,96	66,03	59,41	99,18	97,68	50,38	78,08	61,18
5	68,26	59,33	104,43	74,00	106,09	78,40	99,46	84,85
4	57,18	60,93	59,78	93,83	97,03	49,26	42,20	54,66
3	61,36	52,78	67,56	76,03	56,38	81,79	124,43	56,83
2	170,40	259,96	83,56	113,03	203,43	188,23	105,38	139,55
1	80,13	226,34	161,53	145,98	188,83	195,95	181,56	137,98
	A	B	C	D	E	F	G	H

Quadro de produção de grãos em grams por parcela unitária(0,60 x 0,60)

	... I	J	K	L	M	N	O	P ...
48	51,33	74,08	63,61	115,68	92,13	90,30	59,00	45,77
47	65,65	60,68	38,81	77,00	91,18	55,38	70,41	58,45
46	60,03	62,78	70,86	110,46	47,93	95,18	74,73	47,58
45	90,48	101,61	72,01	80,73	90,78	91,93	64,83	79,81
44	119,51	91,06	76,28	67,15	46,83	59,59	68,65	83,26
43	79,33	66,63	61,60	92,48	73,18	47,70	88,43	121,69
42	50,25	100,39	103,36	68,51	55,53	48,33	98,66	90,23
41	91,61	60,31	57,51	65,16	64,81	70,56	55,31	53,54
40	96,91	91,80	42,68	55,20	115,01	95,53	68,88	86,39
39	72,51	79,11	89,03	57,66	92,48	53,25	71,80	75,56
38	87,13	86,43	67,13	103,48	66,56	69,28	81,76	78,06
37	74,38	50,43	46,40	105,18	72,41	96,11	48,18	81,00
36	67,88	76,08	84,70	83,23	69,68	42,06	47,01	88,08
35	104,78	28,06	54,93	68,58	61,26	29,34	69,43	84,10
34	80,50	74,63	64,43	72,76	89,43	78,76	88,06	103,46
33	75,68	55,58	62,36	91,33	79,68	73,56	74,78	71,76
32	70,30	57,58	52,28	71,91	69,40	47,89	82,90	82,59
31	50,96	57,68	55,06	80,26	87,73	67,70	104,96	82,86
30	62,73	70,61	70,16	52,23	61,56	92,40	70,68	84,79
29	49,80	73,93	73,05	111,46	20,89	50,43	80,33	56,20
28	67,23	64,46	103,03	74,51	82,43	87,79	77,78	60,63
27	79,46	95,46	35,05	78,51	70,53	62,26	70,93	89,63
26	98,60	68,33	69,63	82,96	60,33	73,83	107,29	62,56
25	67,96	118,26	71,25	84,43	76,69	90,43	75,10	91,03
24	51,70	105,13	60,30	109,53	75,60	70,14	94,38	83,56
23	75,70	58,00	86,43	69,31	98,46	65,93	71,66	82,18
22	94,96	42,26	95,10	74,01	67,41	72,45	96,68	110,08
21	70,40	75,06	94,00	79,71	52,33	98,96	64,00	95,73
20	90,31	71,06	85,41	72,78	76,73	116,46	62,21	71,58
19	84,73	56,76	91,13	81,83	73,18	91,40	74,43	89,93
18	64,33	51,16	49,23	47,33	32,46	96,78	70,68	108,00
17	79,83	47,11	46,68	64,80	60,33	67,24	65,06	101,85
16	45,11	54,56	61,66	81,68	98,03	39,30	86,59	77,08
15	50,50	83,08	88,58	85,56	62,53	118,26	54,84	69,23
14	51,20	137,53	131,30	60,43	59,94	71,56	143,83	72,23
13	81,71	45,49	88,10	81,88	42,60	75,23	85,94	97,33
12	79,48	104,53	85,60	62,63	62,10	101,46	55,56	77,70
11	68,46	59,23	93,48	34,65	106,41	89,46	66,02	47,55
10	63,88	82,08	90,93	106,03	139,34	91,94	89,73	94,81
9	83,59	89,48	103,09	71,48	94,01	76,99	89,26	46,63
8	75,86	101,60	55,68	87,63	47,84	61,10	68,19	114,06
7	68,03	60,14	67,56	110,90	92,03	64,83	67,28	66,17
6	77,68	93,56	127,79	66,33	78,28	85,26	60,43	116,38
5	109,23	111,89	92,11	89,71	90,33	93,66	69,03	62,06
4	101,68	53,38	98,30	48,88	93,70	85,66	98,86	88,18
3	76,63	98,23	66,76	73,81	51,35	74,41	84,59	78,13
2	113,71	132,41	105,06	87,31	111,56	158,40	139,20	114,50
1	135,88	133,03	130,45	101,95	96,30	82,89	80,80	115,41
	I	J	K	L	M	N	O	P

Quadro de produção de grãos em gramas por parcela unitária(0,60 x 0,60)

	Q	R	S	T	U	V	X	Z
48	62,39	84,93	96,83	61,87	84,61	84,23	57,19	125,43
47	59,96	68,63	57,88	81,05	68,76	49,70	81,28	78,68
46	128,86	38,11	69,96	82,80	71,43	65,58	47,78	33,63
45	99,56	78,76	82,61	60,36	94,73	101,03	62,61	73,71
44	62,81	93,41	76,60	50,53	42,28	70,23	47,61	36,78
43	80,28	74,60	66,98	60,19	71,63	50,18	88,63	52,80
42	82,48	65,39	49,06	56,14	42,98	55,56	47,63	73,03
41	59,78	91,08	87,31	36,71	53,71	49,53	82,46	66,18
40	107,08	70,73	77,43	24,87	107,28	94,88	30,46	65,71
39	60,40	70,13	62,85	48,23	55,76	74,63	76,99	69,68
38	48,99	77,73	92,76	30,16	44,91	57,00	34,73	49,13
37	47,93	92,45	82,03	53,36	86,36	71,56	46,29	70,81
36	76,89	79,68	83,49	71,19	39,01	57,96	69,01	61,53
35	55,46	88,06	66,08	65,71	66,26	50,11	66,56	68,88
34	61,81	62,89	64,68	45,73	75,48	76,61	10,69	66,63
33	59,30	70,21	58,93	03,33	90,91	49,20	81,06	47,08
32	65,43	90,93	60,74	83,31	157,41	70,31	70,76	49,61
31	74,48	74,96	75,26	63,68	34,16	90,40	42,06	112,96
30	80,23	59,40	68,46	52,13	94,88	74,40	43,39	62,95
29	73,48	105,60	94,43	56,38	64,51	77,26	32,13	76,26
28	74,31	88,06	95,33	14,39	62,80	72,83	41,36	40,46
27	72,13	27,28	24,16	73,56	85,30	90,13	69,08	78,18
26	65,93	51,98	57,21	77,74	109,43	94,98	93,79	81,85
25	75,93	64,79	45,86	51,28	42,44	100,88	62,08	95,91
24	33,43	96,06	86,10	53,05	73,18	67,66	51,06	74,83
23	70,43	66,13	88,26	84,06	81,01	46,93	64,80	138,69
22	47,07	66,38	78,06	56,93	92,86	75,23	74,18	132,06
21	62,71	78,93	130,70	107,59	80,09	91,86	87,80	115,61
20	73,08	110,43	70,40	60,66	64,38	67,90	88,36	78,23
19	62,70	82,88	65,03	87,41	56,18	80,11	51,61	80,78
18	48,46	58,89	38,19	82,19	75,38	79,68	38,96	52,16
17	77,46	20,76	61,69	57,36	76,84	133,53	81,93	58,66
16	56,30	105,93	58,00	58,66	42,88	83,49	23,36	68,83
15	53,03	55,88	55,20	67,38	78,09	56,01	59,36	42,31
14	118,06	45,69	87,90	71,51	55,40	121,49	38,56	43,93
13	89,71	51,50	84,18	52,56	74,33	119,99	52,66	73,01
12	80,06	67,48	75,88	52,88	52,38	61,29	84,78	58,81
11	78,31	57,40	72,73	74,31	91,73	88,43	58,05	47,20
10	74,06	80,56	71,36	68,22	40,67	64,56	58,33	97,46
9	110,89	82,50	61,21	124,79	75,56	118,01	93,20	66,18
8	77,56	62,23	53,88	59,33	67,88	134,31	61,18	71,96
7	103,71	44,23	89,40	70,35	44,23	45,41	59,17	88,89
6	76,58	62,58	88,88	99,56	89,43	51,81	89,98	70,26
5	112,06	88,70	114,20	65,21	65,15	90,05	82,81	95,65
4	70,69	52,45	77,83	78,81	71,43	109,89	41,56	77,41
3	64,83	58,66	75,05	65,46	74,98	135,51	134,43	128,24
2	190,28	176,40	147,98	127,83	148,70	150,36	205,23	197,38
1	189,16	162,76	108,78	117,21	113,46	98,21	153,88	122,67
	Q	R	S	T	U	V	X	Z

9.6 - APENDICE 6

TABELA I

Tipo de parcela	G.L. ( $W_i$ )	Variância	Divisor(x)	$V_r$	Log x
1 x 1	1150	689,7207	1	689,7207	0,
1 x 2	574	1798,4970	2	899,2485	0,3010
1 x 3	382	3197,0310	3	1065,6770	0,4771
1 x 4	286	5121,9850	4	1280,4962	0,6021
1 x 6	190	9877,7730	6	1646,2955	0,7781
1 x 8	142	16184,1550	8	2023,0190	0,9031
1 x 12	94	31730,4100	12	2644,2008	1,0792
1 x 24	46	113285,2200	24	4720,2170	1,3802
2 x 1	574	1862,7580	2	931,3790	0,3010
2 x 2	286	5412,8230	4	1353,2057	0,6021
2 x 3	190	10036,9360	6	1681,1560	0,7781
2 x 4	142	17083,2110	8	2110,4010	0,9031
2 x 6	94	33732,8500	12	2811,0708	1,0792
2 x 8	70	58535,6900	16	3658,4806	1,2041
2 x 12	46	117651,4700	24	4902,1448	1,3802
2 x 24	22	457366,3000	48	9528,4640	1,6812
3 x 1	382	2974,7390	3	991,5796	0,4771
3 x 2	190	8471,9660	6	1411,9943	0,7781
3 x 3	126	15920,4200	9	1768,9350	0,9542
3 x 4	94	27030,9400	12	2252,5783	1,0792
3 x 6	62	51416,7000	18	2856,4833	1,2553
3 x 8	46	91518,5800	24	3813,2741	1,3802
3 x 12	30	177572,6000	36	4932,5720	1,5563
3 x 24	14	707579,3400	72	9827,4900	1,8573
4 x 1	286	3099,5250	4	974,8812	0,6021
4 x 2	142	10732,0400	8	1341,6050	0,9031
4 x 3	94	20675,2600	12	1722,9383	1,0792
4 x 4	70	33663,3700	16	2103,9606	1,2041
4 x 6	46	66404,0100	24	2766,8337	1,3802
4 x 8	34	111007,5500	32	3468,9850	1,5051
4 x 12	22	223555,7000	48	4657,4120	1,6812
4 x 24	10	899909,3000	96	9374,0550	1,9823
6 x 1	190	6672,3090	6	1112,0515	0,7781
6 x 2	94	18703,6000	12	1558,6333	1,0792
6 x 3	62	36190,4900	18	2010,5827	1,2553
6 x 4	46	60082,3000	24	2503,4325	1,3802
6 x 6	30	121383,0200	36	3371,7500	1,5563
6 x 8	22	202850,5700	48	4226,0530	1,6812
6 x 12	14	423734,3000	72	5885,1900	1,8573
8 x 1	142	8707,1570	8	1088,3946	0,9031
8 x 2	70	22227,4500	16	1389,2156	1,2041
8 x 3	46	45594,1600	24	1899,7566	1,3802
8 x 4	34	73646,1600	32	2301,4425	1,5051
8 x 6	22	145605,9400	48	3033,4570	1,6812
8 x 8	16	224450,4800	64	3507,0380	1,8062
8 x 12	10	473574,7503	96	4933,0700	1,9823
12 x 1	94	14918,8700	12	1243,2391	1,0792
12 x 2	46	37391,7000	24	1557,9875	1,3802
12 x 3	30	74618,5400	36	2072,7372	1,5563
12 x 4	22	123223,5700	48	2567,1570	1,6812
12 x 6	14	239943,2500	72	3332,5450	1,8573
12 x 8	10	358030,7001	96	3729,4860	1,9823
24 x 1	46	33182,1900	24	1382,5912	1,3802
24 x 2	22	66366,6100	48	1382,6377	1,6812
24 x 3	14	140905,4600	72	2068,1310	1,8573
24 x 4	10	214648,1502	96	2235,9100	1,9823

TABELA II

Tipo de Parcela	$V_r$	$\log V_r$	$x_1$	$x_2$	$\log x_1$	$\log x_2$
1 x 1	689,7207	2,839	1	1	0	0
1 x 2	899,2485	2,954	1	2	0	0,3010
1 x 3	1065,6770	3,027	1	3	0	0,4771
1 x 4	1280,4962	3,107	1	4	0	0,6021
1 x 6	1646,2955	3,216	1	6	0	0,7781
1 x 8	2083,0190	3,306	1	8	0	0,9031
1 x 12	2644,2008	3,422	1	12	0	1,0792
1 x 24	4720,2170	3,674	1	24	0	1,3802
2 x 1	931,3790	2,969	2	1	0,3010	0
2 x 2	1353,2057	3,131	2	2	0,3010	0,3010
2 x 3	1681,1560	3,226	2	3	0,3010	0,4772
2 x 4	2110,4010	3,324	2	4	0,3010	0,6021
2 x 6	2811,0708	3,449	2	6	0,3010	0,7781
2 x 8	3658,4806	3,563	2	8	0,3010	0,9031
2 x 12	4902,1440	3,690	2	12	0,3010	1,0792
2 x 24	9528,4640	3,979	2	24	0,3010	1,3802
3 x 1	991,5796	2,996	3	1	0,4771	0
3 x 2	1411,9943	3,149	3	2	0,4771	0,3010
3 x 3	1768,9350	3,248	3	3	0,4771	0,4771
3 x 4	2252,5783	3,353	3	4	0,4771	0,6021
3 x 6	2856,4833	3,456	3	6	0,4771	0,7781
3 x 8	3813,2741	3,581	3	8	0,4771	0,9031
3 x 12	4932,5720	3,693	3	12	0,4771	1,0792
3 x 24	9827,4900	3,992	3	24	0,4771	1,3802
4 x 1	974,8812	2,989	4	1	0,6021	0
4 x 2	1341,6050	3,128	4	2	0,6021	0,3010
4 x 3	1722,9383	3,236	4	3	0,6021	0,4771
4 x 4	2103,9606	3,323	4	4	0,6021	0,6021
4 x 6	2766,8337	3,442	4	6	0,6021	0,7781
4 x 8	3468,9850	3,540	4	8	0,6021	0,9031
4 x 12	4657,4120	3,668	4	12	0,6021	1,0792
4 x 24	9374,0550	3,972	4	24	0,6021	1,3802
6 x 1	1112,0515	3,046	6	1	0,7781	0
6 x 2	1558,6333	3,193	6	2	0,7781	0,3010
6 x 3	2010,5827	3,303	6	3	0,7781	0,4771
6 x 4	2503,4325	3,398	6	4	0,7781	0,6021
6 x 6	3371,7500	3,528	6	6	0,7781	0,7781
6 x 8	4226,0530	3,626	6	8	0,7781	0,9031
6 x 12	5885,1980	3,770	6	12	0,7781	1,0792
8 x 1	1088,3946	3,037	8	1	0,9031	0
8 x 2	1389,2156	3,143	8	2	0,9031	0,3010
8 x 3	1899,7566	3,279	8	3	0,9031	0,4771
8 x 4	2301,4425	3,362	8	4	0,9031	0,6021
8 x 6	3033,4570	3,482	8	6	0,9031	0,7781
8 x 8	3507,0380	3,545	8	8	0,9031	0,9031
8 x 12	4933,0700	3,693	8	12	0,9031	1,0792
12 x 1	1243,2391	3,094	12	1	1,0792	0
12 x 2	1557,9875	3,192	12	2	1,0792	0,3010
12 x 3	2072,7372	3,317	12	3	1,0792	0,4771
12 x 4	2567,1570	3,409	12	4	1,0792	0,6021
12 x 6	3332,5450	3,523	12	6	1,0792	0,7781
12 x 8	3729,4860	3,572	12	8	1,0792	0,9031
24 x 1	1382,5912	3,140	24	1	1,3802	0
24 x 2	1382,6377	3,140	24	2	1,3802	0,3010
24 x 3	2068,1310	3,316	24	3	1,3802	0,4771
24 x 4	2235,9180	3,349	24	4	1,3802	0,6021

TABELA III

$W_i$	$X_{1i}$	$X_{2i}$	$X_{3i}$	$Y_i$	$X_{1i}^2$	$X_{2i}^2$	$X_{3i}^2$ ...
1150	0	0	0	2,839	0	0	0
574	0	0,3010	0	2,954	0	0,0906	0
382	0	0,4771	0	3,027	0	0,2276	0
286	0	0,6021	0	3,107	0	0,3625	0
190	0	0,7781	0	3,216	0	0,6054	0
142	0	0,9031	0	3,306	0	0,8156	0
94	0	1,0792	0	3,422	0	1,1647	0
46	0	1,3802	0	3,674	0	1,9049	0
574	0,3010	0	0	2,969	0,0906	0	0
286	0,3010	0,3010	0,0906	3,131	0,0906	0,0906	0,0082
190	0,3010	0,4771	0,1436	3,226	0,0906	0,2276	0,0206
142	0,3010	0,6021	0,1812	3,324	0,0906	0,3625	0,0328
94	0,3010	0,7781	0,2342	3,449	0,0906	0,6054	0,0548
70	0,3010	0,9031	0,2718	3,563	0,0906	0,8156	0,0739
46	0,3010	1,0792	0,3248	3,690	0,0906	1,1647	0,1055
22	0,3010	1,3802	0,4154	3,979	0,0906	1,9049	0,1726
382	0,4771	0	0	2,996	0,2276	0	0
190	0,4771	0,3010	0,1436	3,149	0,2276	0,0906	0,0206
126	0,4771	0,4771	0,2276	3,248	0,2276	0,2276	0,0518
94	0,4771	0,6021	0,2873	3,353	0,2276	0,3625	0,0825
62	0,4771	0,7781	0,3712	3,456	0,2276	0,6054	0,1378
46	0,4771	0,9031	0,4309	3,581	0,2276	0,8156	0,1856
30	0,4771	1,0792	0,5148	3,693	0,2276	1,1647	0,2651
14	0,4771	1,3802	0,6585	3,992	0,2276	1,9049	0,4336
286	0,6021	0	0	2,989	0,3625	0	0
142	0,6021	0,3010	0,1812	3,128	0,3625	0,0906	0,0328
94	0,6021	0,4771	0,2873	3,236	0,3625	0,2276	0,0825
70	0,6021	0,6021	0,3625	3,323	0,3625	0,3625	0,1314
46	0,6021	0,7781	0,4685	3,442	0,3625	0,6054	0,2195
34	0,6021	0,9031	0,5438	3,540	0,3625	0,8156	0,2957
22	0,6021	1,0792	0,6498	3,668	0,3625	1,1647	0,4222
10	0,6021	1,3802	0,8310	3,972	0,3625	1,9049	0,6906
190	0,7781	0	0	3,046	0,6054	0	0
94	0,7781	0,3010	0,2342	3,193	0,6054	0,0906	0,0548
62	0,7781	0,4771	0,3712	3,303	0,6054	0,2276	0,1378
46	0,7781	0,6021	0,4685	3,398	0,6054	0,3625	0,2195
30	0,7781	0,7781	0,6054	3,528	0,6054	0,6054	0,3666
22	0,7781	0,9031	0,7027	3,626	0,6054	0,8156	0,4938
14	0,7781	1,0792	0,8397	3,770	0,6054	1,1647	0,7051
142	0,9031	0	0	3,037	0,8156	0	0
70	0,9031	0,3010	0,2718	3,143	0,8156	0,0906	0,0739
46	0,9031	0,4771	0,4309	3,279	0,8156	0,2276	0,1856
34	0,9031	0,6021	0,5438	3,362	0,8156	0,3625	0,2957
22	0,9031	0,7781	0,7027	3,482	0,8156	0,6054	0,4938
16	0,9031	0,9031	0,8156	3,545	0,8156	0,8156	0,6652
10	0,9031	1,0792	0,9746	3,693	0,8156	1,1647	0,9499
94	1,0792	0	0	3,094	1,1647	0	0
46	1,0792	0,3010	0,3248	3,192	1,1647	0,0906	0,1055
30	1,0792	0,4771	0,5149	3,317	1,1647	0,2276	0,2651
22	1,0792	0,6021	0,6498	3,409	1,1647	0,3625	0,4222
14	1,0792	0,7781	0,8397	3,523	1,1647	0,6054	0,7051
10	1,0792	0,9031	0,9746	3,572	1,1647	0,8156	0,9499
46	1,3802	0	0	3,140	1,9049	0	0
22	1,3802	0,3010	0,4154	3,140	1,9049	0,0906	0,1726
14	1,3802	0,4771	0,6585	3,316	1,9049	0,2276	0,4336
10	1,3802	0,6021	0,8310	3,349	1,9049	0,3625	0,6906
7042	34,8060	34,8060	19,7898	188,099	30,0009	30,0009	11,9067
$\Sigma W_i$	$\Sigma X_{1i}$	$\Sigma X_{2i}$	$\Sigma X_{3i}$	$\Sigma Y_i$	$\Sigma X_{1i}^2$	$\Sigma X_{2i}^2$	$\Sigma X_{3i}^2$
	2326,3942	2326,3942	735,6940	21095,540	1580,5180	1580,5180	305,7210
	$\Sigma W_i X_{1i}$	$\Sigma W_i X_{2i}$	$\Sigma W_i X_{3i}$	$\Sigma W_i Y_i$	$\Sigma W_i X_{1i}^2$	$\Sigma W_i X_{2i}^2$	$\Sigma W_i X_{3i}^2$

TABELA III

$X_{1i}Y_i$	$X_{2i}Y_i$	$X_{3i}Y_i$	$X_{1i}X_{2i}$	$X_{1i}X_{3i}$	$X_{2i}X_{3i}$	$Y_i^2$
0	0	0	0	0	0	8,0599
0	0,8691	0	0	0	0	8,7261
0	1,4442	0	0	0	0	9,1627
0	1,8707	0	0	0	0	9,6534
0	2,5024	0	0	0	0	10,3426
0	2,9856	0	0	0	0	10,9296
0	3,6930	0	0	0	0	11,7101
0	5,0708	0	0	0	0	13,4983
0,8937	0	0	0	0	0	8,8150
0,9424	0,9424	0,2837	0,0906	0,0273	0,0273	9,8032
0,9710	1,5391	0,4633	0,1436	0,0432	0,0685	10,4071
1,0005	2,0014	0,6024	0,1812	0,0545	0,1091	11,0490
1,0381	2,6837	0,8078	0,2342	0,0705	0,1822	11,8956
1,0725	3,2177	0,9685	0,2718	0,0818	0,2455	12,6950
1,1107	3,9822	1,1986	0,3248	0,0978	0,3506	13,6161
1,1977	5,4918	1,6530	0,4154	0,1250	0,5734	15,8324
1,4294	0	0	0	0	0	8,9760
1,5024	0,9478	0,4522	0,1436	0,0685	0,0432	9,9162
1,5496	1,5496	0,7393	0,2276	0,1086	0,1086	10,5495
1,5997	2,0188	0,9632	0,2873	0,1370	0,1730	11,2426
1,6480	2,6801	1,2830	0,3712	0,1771	0,2888	11,9439
1,7085	3,2340	1,5429	0,4309	0,2056	0,3891	12,8236
1,7619	3,9855	1,9015	0,5149	0,2456	0,5557	13,6382
1,9046	5,5098	2,6287	0,6585	0,3142	0,9088	15,9361
1,7997	0	0	0	0	0	8,9341
1,8834	0,9415	0,5669	0,1812	0,1091	0,0545	9,7844
1,9484	1,5439	0,9296	0,2873	0,1730	0,1370	10,4717
2,0008	2,0008	1,2046	0,3625	0,2183	0,2183	11,0423
2,0724	2,6782	1,6125	0,4685	0,2821	0,3645	11,8474
2,1314	3,1970	1,9249	0,5438	0,3274	0,4911	12,5316
2,2085	3,9585	2,3834	0,6498	0,3912	0,7012	13,4542
2,3915	5,4821	3,3008	0,8310	0,5004	1,1470	15,7768
2,3700	0	0	0	0	0	9,2781
2,4845	0,9611	0,7478	0,2342	0,1822	0,0705	10,1952
2,5700	1,5739	1,2262	0,3712	0,2888	0,1771	10,9098
2,6440	2,0459	1,5919	0,4685	0,3645	0,2821	11,5464
2,7451	2,7451	2,1300	0,6054	0,4711	0,4711	12,4468
2,8214	3,2746	2,5480	0,7827	0,5468	0,6346	13,1479
2,9334	4,0800	3,1657	0,8397	0,6534	0,9063	14,2129
2,7427	0	0	0	0	0	9,2234
2,8384	0,9460	0,8544	0,2718	0,2455	0,0818	9,8784
2,9813	1,5644	1,4128	0,4309	0,3891	0,2056	10,7518
3,0362	2,0243	1,8281	0,5438	0,4911	0,3274	11,3030
3,1440	2,7093	2,4468	0,7027	0,6346	0,5468	12,1243
3,2015	3,2015	2,8913	0,8156	0,7366	0,7366	12,5670
3,3351	3,9855	3,5993	0,9746	0,8802	1,0518	13,6382
3,3390	0	0	0	0	0	9,5728
3,4448	0,9608	1,0369	0,3248	0,3506	0,0970	10,1889
3,5797	1,5825	1,7079	0,5149	0,5557	0,2456	11,0025
3,6790	2,0520	2,2151	0,6498	0,7012	0,3912	11,6213
3,8020	2,7412	2,9583	0,8397	0,9062	0,6534	12,4115
3,8549	3,2259	3,4813	0,9746	1,0518	0,8802	12,7592
4,3330	0	0	0	0	0	9,8596
4,3330	0,9451	1,3045	0,4154	0,5734	0,1250	9,8596
4,5767	1,5821	2,1835	0,6585	0,9088	0,3142	10,9959
4,6222	2,0164	2,7821	0,8310	1,1470	0,5004	11,2158
117,1617	122,2595	69,5297	19,7898	15,8369	15,8369	635,7750
$\Sigma X_{1i}Y_i$	$\Sigma X_{2i}Y_i$	$\Sigma X_{3i}Y_i$	$\Sigma X_{1i}X_{2i}$	$\Sigma X_{1i}X_{3i}$	$\Sigma X_{2i}X_{3i}$	$\Sigma Y_i^2$
7431,3616	7690,2656	2499,2124	735,6940	481,5849	481,5849	68423,8792
$\Sigma W_i X_{1i}Y_i$	$\Sigma W_i X_{2i}Y_i$	$\Sigma W_i X_{3i}Y_i$	$\Sigma W_i X_{1i}X_{2i}$	$\Sigma W_i X_{1i}X_{3i}$	$\Sigma W_i X_{2i}X_{3i}$	$\Sigma W_i Y_i^2$

TABELA IV

Tipo de Parcela		$V_r$	$\log V_r$ calc.	$\log V_r$ ajust.
a	1 x 1	689,7207	2,839	3,8093
b	2 x 1	931,3790	2,969	3,1897
b'	1 x 2	899,2485	2,954	3,2841
c	3 x 1	991,5796	2,996	3,2368
c'	1 x 3	1065,6770	3,027	3,3864
d	4 x 1	974,8812	2,989	3,2702
d'	1 x 4	1280,4962	3,107	3,4590
e	6 x 1	1112,0515	3,046	3,3173
e'	1 x 6	1646,2955	3,216	3,5612
f	8 x 1	1088,3946	3,037	3,3507
f'	1 x 8	2023,0190	3,306	3,6338
g	12 x 1	1243,2391	3,094	3,3977
g'	1 x 12	2644,2008	3,422	3,7361
h	24 x 1	1382,5912	3,140	3,4782
h'	1 x 24	4720,2170	3,674	3,9109
i	2 x 2	1353,2057	3,131	3,3645
j	3 x 2	1411,9943	3,149	3,4116
j'	2 x 3	1681,1560	3,226	3,4668
k	4 x 2	1341,6050	3,128	3,4450
k'	2 x 4	2110,4010	3,324	3,5394
l	6 x 2	1558,6333	3,193	3,4921
l'	2 x 6	2811,0708	3,449	3,6416
m	8 x 2	1389,2156	3,143	3,5255
m'	2 x 8	3658,4806	3,563	3,7143
n	12 x 2	1557,9875	3,192	3,5726
n'	2 x 12	4902,1440	3,690	3,8165
o	24 x 2	1382,6377	3,140	3,6530
o'	2 x 24	9528,4640	3,979	3,9913
p	3 x 3	1768,9350	3,248	3,5139
q	4 x 3	1722,9383	3,236	3,5473
q'	3 x 4	2252,5783	3,353	3,5865
r	6 x 3	2010,5827	3,303	3,5944
r'	3 x 6	2856,4833	3,456	3,6887
s	8 x 3	1899,7566	3,279	3,6278
s'	3 x 8	3813,2741	3,581	3,7613
t	12 x 3	2072,7372	3,317	3,6748
t'	3 x 12	4932,5720	3,693	3,8636
u	24 x 3	2068,1310	3,316	3,7553
u'	3 x 24	9827,4900	3,992	4,0384
v	4 x 4	2103,9606	3,323	3,6199
x	6 x 4	2503,4325	3,398	3,6669
x'	4 x 6	2766,8337	3,442	3,7221
y	8 x 4	2301,4425	3,362	3,7004
y'	4 x 8	3468,9850	3,540	3,7947
w	12 x 4	2567,1570	3,409	3,7474
w'	4 x 12	4657,4120	3,668	3,8970
z	24 x 4	2235,9180	3,349	3,8279
z'	4 x 24	9374,0550	3,972	4,0718
$\alpha$	6 x 6	3371,7500	3,528	3,7692
$\beta$	8 x 6	3033,4570	3,482	3,8026
$\beta'$	6 x 8	4226,0530	3,626	3,8418
$\lambda$	12 x 6	3332,5450	3,523	3,8497
$\lambda'$	6 x 12	5885,1980	3,770	3,9441
$\rho$	8 x 8	3507,0380	3,545	3,8752
$\omega$	12 x 8	3729,4860	3,572	3,9223
$\omega'$	8 x 12	4933,0700	3,693	3,9775