

MOEGAS ESPECIAIS PARA TRANSPORTADORES HELICOIDAIS

Cálculo e Traçado

Nestor Carlos dos Santos

ENGENHEIRO AGRÔNOMO

Instrutor do Departamento de
Engenharia Rural da E. S. A.
"Luiz de Queiroz" da U. S. P.

Dr. Izaías Rangel Nogueira

ORIENTADOR

TESE DE DOUTORAMENTO

Apresentada à Escola Superior de Agricultura
"Luiz de Queiroz" da Universidade de São Paulo

PIRACICABA

1971

DEDICO A :

- Ruth - minha esposa
- Rita Luzia , Heloisa , Nestor Carlos , José Guilherme , Luiz Carlos , José Francisco , Nivaldo Pedro - meus filhos

OFEREÇO :

- ao aluno , principal produto de uma escola , para quem todos os nossos esforços devem ser dirigidos

HOMENAGEM :

- Prof. Frederico Pimentel Gomes
 - Prof. Izaias Rangel Nogueira
- A eles devo meu ingresso no magistério universitário

ÍNDICE

	Página
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
3 - MATERIAL E MÉTODO	10
3.1 - Material	10
3.2 - Método	10
3.2.1 - Identificação dos parâmetros	10
3.2.2 - Análise algébrica	11
3.2.3 - Equação geral	11
3.2.4 - Parâmetros físicos	12
3.2.5 - Construção de modelos	12
4 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	13
4.1 - Equação básica de θ	15
4.1.1 - Cálculo de h_n	18
4.1.2 - Relação entre θ , α e β	20
4.2 - Equação de h_n em função de α e β	23
4.3 - Verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz	24
4.3.1 - Equações das verdadeiras grandezas dos segmentos de geratriz do cone	26
4.3.2 - Equação da reta que contém o traço ver- tical do plano de topo	27
4.3.3 - Equações das retas que contém os segmen- tos de geratriz	27

4.3.4 - Ordenadas dos pontos de intersecção da reta que contém o traço vertical do pla no de topo com as retas que contém as projeções verticais das geratrizes do cone	29
4.3.5 - Declividade das retas que contém as projeções verticais das geratrizes	31
4.3.6 - Verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz	34
5 - DISCUSSÃO	36
5.1 - Equações das geratrizes extremas g_{0_n} e g_{1_n}	36
5.2 - Estudo de simetria das soluções propostas por (94) e (96)	41
5.2.1 - Simetria em relação ao eixo das ordenadas ..	41
5.2.2 - Simetria em relação à origem	43
5.3 - Escolha do ângulo do plano secante	45
6 - ÂNGULO DE ELEVAÇÃO OU DESCARGA	46
6.1 - Limites do ângulo de elevação	46
6.1.1 - Análise da inequação $\beta < 90^\circ - \alpha$	47
6.1.2 - Estudo de projetos para valores de β nos limites propostos pela desigualdade $90^\circ + \alpha > \beta > 90^\circ - \alpha$	48
6.1.3 - Estudo de projetos para valores de α nos limites propostos pela desigualdade $180^\circ > \beta > 90^\circ + \alpha$	51
6.2 - Ângulo de descarga	51

	Página
7 - ESCOLHA DO ÂNGULO GERADOR DA MOEGA	52
7.1 - Ângulo de repouso do material	52
7.2 - Ângulo de elevação do transportador helicoidal	53
7.3 - Superfície de chapa necessária à construção da moega.	54
7.4 - Planificação da superfície lateral da moega	56
8 - SEGMENTOS DE GERATRIZ DO CILINDRO	60
8.1 - Mudança de linha de terra	60
8.2 - Ângulo do plano de topo	60
8.3 - Projeção do cilindro no novo sistema $L_1 T_1$	61
8.4 - Projeção do condutor no novo sistema $L_1 T_1$	62
8.4.1 - Equações das projeções verticais dos segmentos	63
8.4.2 - Equação de h em função do ângulo de elevação β	64
9 - DESENVOLVIMENTO DA SUPERFÍCIE LATERAL DA MOEGA	66
9.1 - Generalidades	66
9.2 - Cálculo dos segmentos de geratriz da moega	66
9.3 - Planificação da superfície lateral da moega	68
10 - DESENVOLVIMENTO DA SUPERFÍCIE LATERAL DO CONDUTOR	71
10.1 - Generalidades	71
10.2 - Cálculo dos segmentos de geratriz do condutor	72
10.3 - Planificação da superfície lateral do condutor	72

	Página
11 - TABELAS E SEU EMPRÊGO	75
11.1 - Generalidades	75
11.2 - Elaboração das tabelas	75
11.3 - Emprego das tabelas	76
12 - CONCLUSÕES	77
13 - RESUMO	79
14 - SUMMARY	80
15 - BIBLIOGRAFIA CITADA	81
16 - TABELAS PARA TRAÇADO DE MOEGAS ESPECIAIS PARA TRANSPORTA- DORES HELICOIDAIS	83

ÍNDICE DAS FIGURAS

	Página
Fig. 1 - Projeção da interpenetração de um cilindro em um cone através de um plano secante	14
Fig. 2 - Projeção dos segmentos de geratriz do tronco de cone	25
Fig. 3 - Simetria das soluções das equações (94) e (96) para valores suplementares de β	42
Fig. 4 - Simetria em relação ao eixo das ordenadas das soluções das equações (88) e (100) para valores suplementares de β	43
Fig. 5 - Simetria das soluções das equações (110) e (112) com (98) e (100), em relação à origem, para valores de β que diferem de 180°	44
Fig. 6 - Para β complementar de α não há interseção entre a moega e o condutor	48
Fig. 7 - Quando β está entre os limites impostos pela desigualdade $90^\circ + \alpha > \beta > 90^\circ - \alpha$ resulta moega com ângulo de descarga igual a β	49
Fig. 8 - Da aplicação de $\beta = 90^\circ$ em (94) e (96) resultam moegas com descarga vertical	50
Fig. 9 - Para $\alpha > 90 - \phi$ o escoamento do material ficará muito comprometido	53
Fig. 10 - Esquema reduzido da secção reta de um cone de revolução para estudo de minimização de material necessário à sua construção	55

Fig. 11 -	Ábaco proposto por AYALA (1966) , para desenvolvimento da superfície lateral de um cone	57
Fig. 12 -	A corda \overline{AB} , determinada pelo cálculo em 7.4 ; confere maior exatidão ao desenvolvimento	58
Fig. 13 -	Para um ângulo gerador $\alpha = 30^\circ$ a superfície lateral desenvolvida de um cone é um semi-círculo	59
Fig. 14 -	Esquema reduzido da geometria de interpenetração entre a moega e o condutor com mudança do plano vertical de projeção	61
Fig. 15 -	Projeção do condutor no novo sistema $L_1 T_1$	62
Fig. 16 -	Esquema do desenvolvimento da superfície lateral mínima da moega	70
Fig. 17 -	Esquema da superfície lateral desenvolvida do tronco do condutor	73
Fig. 18 -	Modelos reduzidos de moegas, tendo os condutores inclinações de 30° (1) , 15° (2) , 0° (3) , -15° (4) e -30° (5)	74

1 - INTRODUÇÃO

O crescimento da produção agrícola tem provocado um desenvolvimento muito grande das máquinas destinadas ao manuseio e processamento de grãos.

Pesquisas, nessa área, se avolumam, dada a importância que ela representa no transporte, conservação e distribuição de alimentos, constituindo um dos capítulos mais bem estudados, atualmente, da engenharia agrícola.

Desempenham papel de relêvo, nesse setor, as máquinas destinadas ao manuseio do produto, envolvendo a recepção, transporte e distribuição do mesmo.

Dentre as máquinas encarregadas do transporte e distribuição, destacam-se os elevadores de caneca, correias e esteiras transportadoras, mecanismos pneumáticos de condução de grãos e transportadores helicoidais.

Nesse grupo de máquinas, teve o transportador helicoidal um desenvolvimento e aplicação apreciáveis, dadas as suas características de baixo custo e elevada eficiência, graças ao pequeno requerimento de potência por taxa de entrega para ângulos de elevação não muito elevados.

Entretanto, nota-se uma total ausência, na bibliografia especializada consultada, de trabalhos sobre moegas alimentadoras do transportador helicoidal.

Os meios de alimentação em uso, não permitem ao helicóide esgotar completamente o produto recebido, permanecendo sempre um resíduo na caixa, ou simples cratera coletora do produto, onde se aloja a extremidade do transportador, à exceção dos silos com fundo de formato especial.

O objetivo principal deste trabalho é o cálculo e traçado de moegas especiais para transportadores helicoidais, bem como a elaboração de tabelas que facilitem a sua construção.

O estudo foi orientado para moegas tronco-cônicas, capazes de receber transportador helicoidal e permitir a este esgotar completamente todo produto recebido pela mesma.

Acredita-se com isto, atingir um refinamento nas operações de coleta e transporte por meio de helicóides, bem como, ensejar à indústria de máquinas de beneficiamento de produtos agrícolas, a aplicação de moegas tronco-cônicas cujas características de desempenho são, sem dúvida, melhores que as atualmente existentes.

2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Não se encontra na bibliografia qualquer referência específica sobre moegas para transportadores helicoidais. Tratando-se de um problema particular de interpenetração de cilindros com cones, procurou-se nos tratados de geometria descritiva e nos compêndios de cálculo e traçado de caldeiraria e funilaria, suporte para o presente trabalho. Além disso, fez-se uma pesquisa bibliográfica sobre características de desempenho dos transportadores helicoidais, com o objetivo de identificar os parâmetros que pudessem envolver o cálculo e traçado de moegas alimentadoras dos mesmos.

O desenvolvimento da superfície lateral de troncos de cilindro e cones, é assunto tratado de maneira mais ou menos uniforme nos compêndios de geometria descritiva.

CHAPUT (1966) , propõe , para o desenvolvimento da superfície lateral do cone, a divisão da base do mesmo em um número qualquer de partes iguais tomando-se as cordas respectivas, em igual número, sobre o arco do setor circular que representa a superfície lateral desenvolvida.

ROUBAUDI (1948) e ASENSI (1956) , fazem uma elaboração matemática simples que conduz à determinação do ângulo cêntrico do setor circular, tendo-se, assim, as geratrizes extremas da superfície total desenvolvida por cálculo.

O desenvolvimento da superfície lateral desenvolvida do cilindro , ou seus troncos, é determinada por método gráfico exato pelos compêndios de geometria descritiva.

Os tratados de cálculo e traçado de funilaria e caldeiraria tratam do desenvolvimento das superfícies laterais de cones e cilindros que se interpenetram, apresentando soluções simplificadas àquelas propostas pela geometria descritiva. Os ábacos apresentados dão, também, resultado aproximado para os troncos de cone, não havendo nenhuma elaboração matemática sobre o assunto.

AYALA (1966) , JASHKE (1966) , ZORRILHA (1969) , VALGAÑON (1967) , estudam o problema de interpenetração de cones com cilindros de maneira muito semelhante. Nenhum deles, entretanto, dá qualquer indicação para uma interpenetração de cones com cilindros adequada à aplicação de um transportador helicoidal como elemento de condução do produto depositado no tronco de cone que funcionaria como moega.

LARBURU (1964) , afirma, sem demonstração, que se as geratrizes extremas de um cone e um cilindro tangenciarem um círculo inscrito na seção que contém os eixos do cone e do cilindro, estes sólidos se interpenetram segundo uma elipse contida num plano secante comum aos dois sólidos. Considerando-se válida essa afirmação, ter-se-ia uma solução gráfica para a montagem do conjunto moega - transportador helicoidal.

SANTOS (1966) , fez uma análise matemática sobre o problema de desenvolvimento da superfície lateral de troncos de cilindro que formam os gomos de uma tubulação com o fim de permitir qualquer deflexão no desenvolvimento da mesma. O autor elaborou, ainda, uma tabela onde relaciona número de gomos para uma deflexão de 90° com o raio de curvatura da curva e diâmetro do tubo. Com isto, o trabalho de prancheta, sobre este problema, torna-se perfeitamente dispensável, podendo o técnico do ramo executar diretamente na chapa.

MAIFRENE, E. e ZAMBONI, A. (1956) , estudaram o problema de gomos em tubulações de grande diâmetro de maneira semelhante a SANTOS (1966) , sem entretanto, apresentarem equações gerais dos segmentos de geratriz dos troncos de cilindro formadores dos gomos. Apresentam, os autores, uma tabela que dá o número de gomos intermediários para curvas com deflexão de 30° e 90° .

SANTOS e MIALHE (1969) , baseados em TRIGUEROS (1952) , deduzem um método para determinar o ângulo de repouso de grãos. Considerando que o amontoado de grãos formados por queda livre, através de um condutor vertical, toma a forma de um parabolóide de revolução, os autores determinaram o ângulo de inclinação da parábola geratriz sobre o plano horizontal. Este ângulo, segundo Mc CABE et alli (1967) definem o ângulo de repouso de grãos.

ISAACS (1966) , ressalta o efeito da umidade sobre o ângulo de repouso de grãos afirmando, ainda, que a presença de materiais estranhos como impurezas, insetos, partículas vegetais, grãos estranhos, excremento de roedores, torrões, etc., aumentam seu valor. Diz, também o autor, da importância do ângulo de repouso na capacidade das correias transportadoras e na transferência do material a granel. O seu conhecimento determina, parcialmente , a inclinação mínima do fundo em silos de descarga automática e o fluxo de grãos por gravidade em tubos. A maioria dos grãos (cereais) apresenta ângulo de repouso entre 27° e 30° . Especificamente para milho, no caso de descarga por gravidade, recomenda o autor inclinações de 45° no condutor para grãos de milho com 20% a 30% de umidade, e 37° para grãos de milho com baixo teor de umidade. Afirma, o autor que o fluxo aumenta em superfícies polidas ou de folhas metálicas.

Mc CABE et alli (1967) , apresentam a equação de Janssen para determinar a pressão exercida nas paredes laterais por grãos em silos aéreos. Vê-se que essa pressão é função do peso dos grãos , altura do armazenamento, pressão vertical , e coeficiente de atrito dos grãos em relação ao material da parede do solo. Com base nessa operação apresentam os autores uma tabela onde se encontra o diâmetro recomendado para uma cota de armazenamento.

Apresentam, ainda os autores, numa tabela, a densidade, ângulo de repouso e coeficiente de atrito interno de alguns produtos. Constata-se, por essa tabela, a validade da afirmação de ISAACS (1966), quanto ao ângulo de repouso dos cereais. Os seguintes ângulos de repouso são apresentados em McCABE (1967).

Produtos	Ângulo de repouso
Cevada	28°
Aveia	33°
Arroz em casca	36°
Centeio	26°
Milho debulhado	27°
Feijão soja	29°
Trigo	28°
Ervilha	29°

RICHTER (1954), determinou o coeficiente de atrito estático e dinâmico de alguns materiais agrícolas com vistas a oferecer subsídios ao projeto de equipamentos para manuseio desses materiais. Os testes foram levados a efeito com feno picado, palha e silagem de milho sobre chapas de aço galvanizado. O material era disposto em camada sobre a chapa, atuando, sobre ele, pressões e velocidades variáveis. Dêsse estudo resultaram as seguintes conclusões:

- para feno picado e palha recomenda-se um coeficiente de atrito estático de 0,35 e dinâmico de 0,30.
- para silagem de milho recomenda-se 0,80 para coeficiente de atrito estático e dinâmico 0,30.

Recomenda o autor, ainda, velocidades inferiores a 640 pés por minuto (0,325 m/s.) na determinação do coeficiente de atrito dinâmico do feno picado e palha e 320 pés por minuto (0,162 m/s.) no caso de silagem de milho.

REHBUGLER (1967) , determinou, experimentalmente, a influência do ângulo de repouso na capacidade de transporte e requerimentos de potência de um transportador helicoidal a rotações de 400 , 600 , 800 e 1000 rpm.

Em sua experiência usou trigo com ângulos de repouso de 32° , 34° , 36° e 38° em um transportador helicoidal com 30° de inclinação.

Como resultados desta pesquisa verificou-se que a capacidade do transportador helicoidal decresce com o aumento do ângulo de repouso, tornando-se mais evidente este fato com o aumento da rotação do helicóide.

Os requerimentos de potência, por sua vez, crescem com o ângulo de repouso, sendo que os acréscimos de potência são maiores para rotações mais elevadas do helicóide .

REGAN et HENDERSON (1959) estudaram as características de desempenho dos transportadores helicoidais em função de sua inclinação. Verificaram os autores, que a curva da capacidade em função da inclinação é aproximadamente uma cossenoide. Os desvios se devem a parâmetros não avaliados como, por exemplo, a força centrífuga provocada pela rotação do helicóide sobre as partículas do material.

Do estudo do gráfico apresentado pelos autores, destaca-se a queda da capacidade do transportador com o aumento da inclinação do helicóide.

Considerando-se 100% a 0° de inclinação essa capacidade, ela se reduz a 30% para a inclinação de 60° e 450 a 600 rpm. Para 150 rpm e mesma inclinação a capacidade é de 65% daquela obtida a 0° . A 30° de inclinação as capacidades são de 90% e 70% para as velocidades de 150 e 450 rpm , respectivamente.

PEART et alli (1967) , desenvolveram um estudo com o fim de normalizar a terminologia empregada para os componentes e parâmetros que envolvem o transportador helicoidal. Propõem, também, normas para testes, destacando, na sua execução, os testes sobre velocidade, inclinação, admissão do produto , requerimentos de potência, características do material a ser transportado, injúria mecânica produzida sobre o produto e o número de testes recomendado.

Se o helicóide deverá operar a diferentes rotações recomendam os autores, testes nas rotações extremas no caso de inclinação máxima de 45° . Quando o helicóide deverá operar acima de 45° recomendam, além dos testes nas rotações extremas, mais um teste na velocidade média.

HERUM (1960), desenvolveu uma pesquisa em transportadores helicoidais determinando a capacidade e requerimentos de potência a inclinações e velocidades diferentes do helicóide. Para isso empregou um helicóide com $2\frac{3}{4}$ " (aproximadamente 70 mm.) de diâmetro e $20\frac{1}{4}$ " de comprimento (aproximadamente 5 m.), inclinações de 0° , 15° , 45° , 60° , 75° e 90° e rotações de 50, 100, 150, 200, 300 e 400 rpm. Para o transporte utilizou milho debulhado com 10,7% de umidade (b. u.), forragem picada com 11,5% de umidade (b. u.), e aveia com 12,3% de umidade (b. u.). De sua pesquisa constata-se que para obter uma capacidade de 3000 libras por hora de vazão de milho debulhado (136 toneladas aproximadamente) a 400 rpm, o helicóide, com 0° de inclinação, requer 0,036 HP por 10 pés (aproximadamente 3 m.) de comprimento, requerendo, nas mesmas condições de comprimento e rotação 0,04 HP a 15° , 0,076 HP a 30° , 0,098 HP a 45° , 0,115 HP a 60° , 0,128 HP a 75° e 0,13 HP a 90° . Verifica-se, pois, que o requerimento de potência a 60° de inclinação do helicóide para uma mesma vazão é 3,2 vezes maior que o requerimento de potência a 0° . Relativamente às demais rotações e vazões o fato se confirma com os outros dois produtos, observando-se que para rotações e vazões mais baixas o acréscimo de potência é menor com a elevação do transportador. Da discussão dos resultados, o autor deduz as seguintes conclusões:

- a - existe, dentro de certos limites, linearidade entre capacidade e potência ;
- b - capacidades iguais podem ser obtidas a diferentes velocidades, devendo-se optar pela rotação mais baixa pois requer menor potência.

- c - para uma determinada velocidade e vazão o requerimento de potência cresce até a inclinação de 60° do transportador. Para inclinações superiores a 60° os acréscimos de potência são menores.
- d - a declividade da curva $\Delta \text{HP} / \Delta \text{vazão}$ a uma velocidade constante, demonstra que a 0° de inclinação a potência é consumida para vencer, apenas o coeficiente de atrito do material transportado. A inclinações maiores a potência é absorvida não só para vencer o atrito, como também, para elevar o material.

3 - MATERIAL E MÉTODO

3.1 - Material

Todo e qualquer produto que se submeta bem à operação mecânica de "cilindragem" se presta para execução destas moegas. Dada a facilidade de manuseio, entretanto, elegeu-se a chapa galvanizada n.º 28 como material adequado à construção de modelos. A união da moega com o condutor, através da seção comum, foi feita com solda de estanho comum.

3.2 - Método

3.2.1 - Identificação dos parâmetros

O primeiro passo no desenvolvimento deste trabalho foi a identificação dos parâmetros físicos e geométricos envolvidos no problema. Estes parâmetros foram devidamente estudados com o fim de se incorporarem à análise algébrica aplicada à geometria do conjunto moega-transportador helicoidal.

Os parâmetros físicos identificados dizem respeito ao coeficiente de atrito estático e dinâmico de grãos, ângulo de repouso e coeficiente de a-

trito interno de produtos agrícolas passíveis de transporte por helicoides, bem como características de desempenho de transportadores helicoidais.

Os parâmetros geométricos se referem ao ângulo gerador da moega, diâmetro e inclinação do condutor, declividade do plano secante que permite a construção do conjunto moega-transportador helicoidal bem como aqueles ligados ao traçado e desenvolvimento de superfícies cilíndricas e cônicas.

3.2.2 - Análise algébrica

Uma vez que os compêndios de geometria descritiva e os de cálculo e traçado de calderaria e funilaria não oferecem recursos à construção do conjunto moega-transportador helicoidal, fez-se uma análise algébrica sobre interpenetração de cilindros com cones, orientada nesse sentido. Esta análise teve, como primeiro passo, a determinação de um plano secante que produz, naqueles sólidos, secções elípticas iguais por onde penetra o helicóide transportador. Deste estudo resultaram dois planos secantes que satisfazem a solução do problema, impondo-se um estudo de simetria para verificação da homotesia das soluções, escolhendo-se aquela que apresentou maior comodidade do ponto de vista de aplicação.

Na determinação do plano secante aplicou-se, à geometria de interpenetração de cones com cilindros, recursos da geometria descritiva. Para isso as projeções foram referidas a um sistema de coordenadas cartesianas determinando-se, analiticamente, a declividade do plano secante, bem como as verdadeiras grandezas dos segmentos de geratriz decorrentes da interpenetração.

3.2.3 - Equação geral

Verificou-se que as equações dos segmentos de geratriz dos troncos do cone e do cilindro obedecem a uma lei matemática perfeitamente definida, obtendo-se, assim, uma equação geral para aqueles segmentos.

Isto veio facilitar o emprego de computador para a elaboração de tabelas que permitem a construção do conjunto moega-transportador helicoidal, diretamente sobre a chapa, dispensando-se todo e qualquer trabalho de prancheta.

3.2.4 - Parâmetros físicos

Um estudo sobre os parâmetros físicos foi feito no sentido de ensejar hipóteses simplificadoras à solução analítica. Para isso, pesquisou-se as implicações do ângulo de repouso de grãos com o ângulo gerador da moega bem como, características de desempenho do transportador helicoidal para o ângulo de elevação do condutor. Dessa pesquisa, resultaram os limites para a formulação teórica com vistas ao cálculo e traçado de moega-especiais para transportadores helicoidais.

3.2.5 - Construção de modelos

Com o objetivo de verificar materialmente a formulação matemática desenvolvida, construíram-se cinco modelos reduzidos do conjunto moega-transportador helicoidal. Constatada a exequibilidade do método, dispensou-se na sua aplicação, todo e qualquer trabalho de prancheta.

Os modelos construídos têm as seguintes características:

Ângulo gerador - 30°

Diâmetro dos condutores - 100 mm

Inclinação dos condutores - 30° , 15° , 0° , -15° , -30° .

4 - DESENVOLVIMENTO TEÓRICO - DETERMINAÇÃO DO PLANO SECANTE

Qualquer plano secante a todas as geratrizes de um cone determina, sobre o mesmo, uma secção elíptica.

Da mesma forma, todo plano secante às geratrizes de um cilindro determina, sobre ele, também uma secção elíptica. Dado pois, um cone e um cilindro de eixos convergentes, haverá um plano secante tal, que determine elipses iguais nesses sólidos. O escopo deste trabalho é determinar, primeiramente, este plano secante e a seguir propor uma solução analítica para planificação das superfícies laterais dos troncos resultantes, seguido de tabelas que facilitem a construção destes mesmos troncos. Com isto, o problema de construção de moegas especiais para transportadores helicoidais ficará bastante simplificado, dispensando o desenho com todas suas implicações.

Seja a figura 1, as projeções horizontal e vertical dos sólidos em questão.

O cone é definido pelo ângulo α formado entre seu eixo e qualquer de suas geratrizes.

O cilindro é definido pelo seu diâmetro D e pelo ângulo de inclinação β sobre o plano horizontal de projeção.

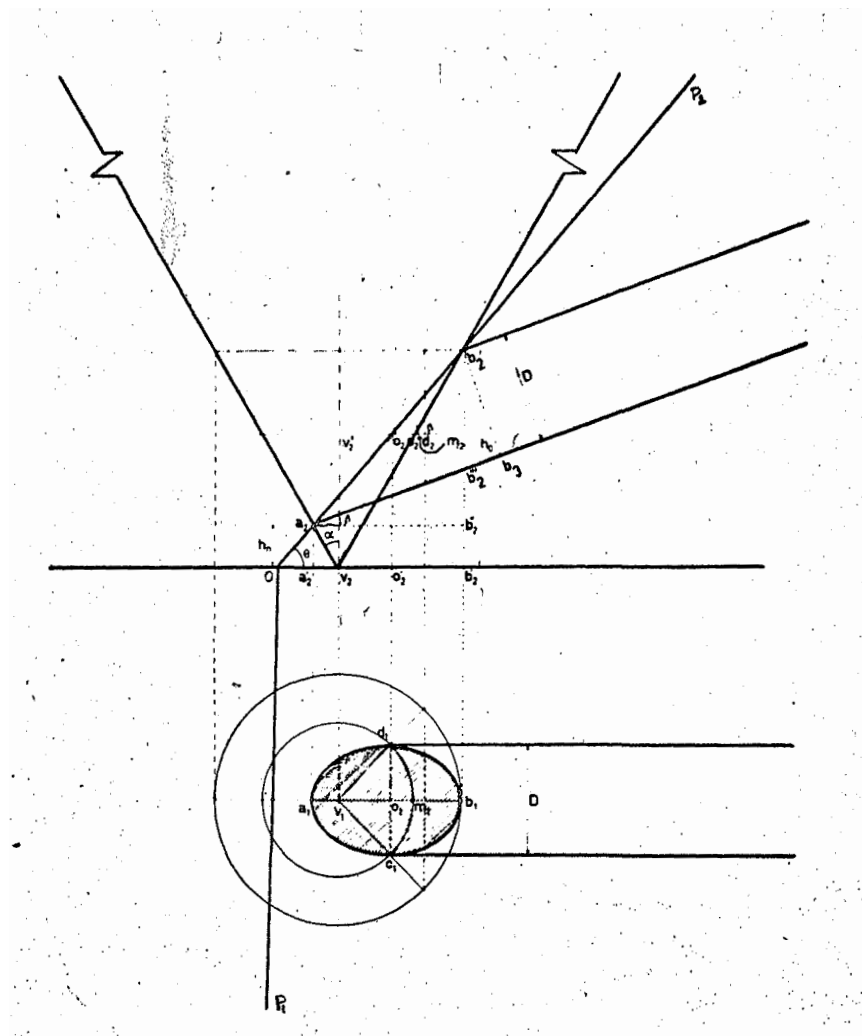


Fig. 1 - Projeção da interpenetração de um cilindro em um cone através de um plano secante.

Seja P_1 O P_2 o plano de t \hat{o} po, com inclina \tilde{c} o θ s \hat{o} bre o plano h \underline{q} rizontal, que determina, no cone e no cilindro, uma se \tilde{c} o el \hat{i} ptica comum. No plano vertical de proje \tilde{c} o, o segmento $\overline{a_2 b_2}$ \acute{e} o eixo maior desta se \tilde{c} o, comum aos dois s \hat{o} lidos. O eixo menor, como reta de t \hat{o} po que \acute{e} , se projeta no plano horizontal segundo $\overline{c_1 d_1}$. A condi \tilde{c} o necess \hat{a} ria e suficiente para se ter uma se \tilde{c} o comum aos dois s \hat{o} lidos \acute{e} que os eixos das elipses determinadas s \hat{o} bre \hat{e} les sejam iguais. O eixo maior, $\overline{a_2 b_2}$, j \acute{a} \acute{e} comum como se verifica pela proje \tilde{c} o vertical destes s \hat{o} lidos. Para que o eixo menor seja tamb \acute{e} m comum \acute{e} preciso que a reta de t \hat{o} po que o cont \hat{e} m determine tra \tilde{c} os comuns no cone e no cilindro. Em consequ \tilde{e} ncia deste fato, a proje \tilde{c} o horizontal $\overline{c_1 d_1}$ do eixo menor \acute{e} igual ao di \hat{a} metro D do cilindro. Assim o problema resultante consiste em determinar um \hat{a} ngulo tal que:

$$\overline{c_1 d_1} = D \quad (1)$$

A equa \tilde{c} o (1) expressa, pois, a condi \tilde{c} o necess \hat{a} ria e suficiente para se ter se \tilde{c} o \tilde{e} s el \hat{i} pticas comuns aos dois s \hat{o} lidos.

4.1 - Equa \tilde{c} o b \hat{a} sica de θ

Prop \hat{o} e-se, ent \tilde{a} o, uma equa \tilde{c} o fundamental, cuja solu \tilde{c} o leve a determinar o valor do \hat{a} ngulo θ tal que satisfa \tilde{c} a as condi \tilde{c} o \tilde{e} s impostas em (1).

Do tri \hat{a} ngulo $b_2'' b_2 a_2$ (figura 1), deduz-se:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\overline{b_2'' b_2}}{a_2 b_2''} \quad (2)$$

Do mesmo tri \hat{a} ngulo, deduz-se ainda:

$$\overline{a_2 b_2} = \frac{\overline{b_2'' b_2}}{\operatorname{sen} \theta} \quad (3)$$

Do tri \hat{a} ngulo $b_3 b_2 a_2$, tira-se:

$$\overline{a_2 b_2} = \frac{\overline{b_3 b_2}}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \quad (4)$$

Porém, tem-se

$$\overline{b_3 b_2} = D \quad (5)$$

Substituindo-se (5) em (4) , vem:

$$\overline{a_2 b_2} = \frac{D}{\text{sen } (\theta - \beta)} \quad (6)$$

Comparando-se (6) com (3) , resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{b_2'' b_2}}{\text{sen } \theta} &= \frac{D}{\text{sen } (\theta - \beta)} \quad \therefore \\ \overline{b_2'' b_2} &= \frac{D \cdot \text{sen } \theta}{\text{sen } (\theta - \beta)} \quad (7) \end{aligned}$$

Por sua vez, ainda da figura 1 , deduz-se:

$$\overline{a_2 b_2''} = \overline{a_2' v_2} + \overline{v_2 b_2'} \quad (8)$$

$$\overline{a_2' v_2} = h_n \cdot \text{tg } \alpha \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \overline{v_2 b_2'} &= (\overline{b_2' b_2''} + \overline{b_2'' b_2}) \cdot \text{tg } \alpha \\ &= (h_n + \overline{b_2'' b_2}) \cdot \text{tg } \alpha \quad (10) \end{aligned}$$

Substituindo-se (7) em (10) , vem:

$$\overline{v_2 b_2'} = \left[h_n + \frac{D \cdot \text{sen } \theta}{\text{sen } (\theta - \beta)} \right] \cdot \text{tg } \alpha \quad (11)$$

Substituindo-se, agora, (11) e (9) em (8) , resulta:

$$\begin{aligned} \overline{a_2} \overline{b_2} &= h_n \cdot \operatorname{tg} \alpha + \left[h_n + \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha \\ &= \left[2 h_n + \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha \end{aligned} \quad (12)$$

Finalmente, substituindo-se (7) e (12) em (2), vem:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \cdot \frac{1}{\left[2 h_n + \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (13)$$

Simplificando (13), resulta:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta &= \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\left[2 h_n \cdot \operatorname{sen} (\theta - \beta) + D \cdot \operatorname{sen} \theta \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha} \\ &= \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\left[2 h_n \cdot (\operatorname{sen} \theta \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \theta) + D \cdot \operatorname{sen} \theta \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha} \end{aligned} \quad (14)$$

Dividindo-se numerador e denominador por $\cos \theta$, vem:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{D \cdot \operatorname{tg} \theta}{\left[2 h_n \cdot (\operatorname{tg} \theta \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta) + D \cdot \operatorname{tg} \theta \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (15)$$

De (15) deduz-se:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{D + 2 h_n \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2 h_n \cdot \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha + D \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (16)$$

4.1.1 - Cálculo de h_n

Sendo D , α e β elementos de projeto, o valor de h_n deverá ser definido em função deles. Assim, da figura 1, deduz-se:

$$\overline{v_2 v_2'} = \overline{v_2' m_2} \cdot \cotg \alpha \quad (17)$$

Considerando-se um plano secante horizontal passando por v_2' , $\overline{v_2' m_2}$ é o raio do círculo da seção entre o plano e o cone. Este círculo, em projeção horizontal, tem um raio igual ao segmento $v_1 d_1$. Assim, pode-se escrever:

$$\overline{v_2' m_2} = \overline{v_1 d_1} \quad (18)$$

Do triângulo $O_1 d_1 v_1$ deduz-se:

$$\overline{v_1 d_1} = \sqrt{\overline{O_1 d_1}^2 + \overline{v_1 O_1}^2} \quad (19)$$

Porém, tem-se:

$$\overline{O_1 d_1} = \frac{D}{2} \quad \text{De (1)} \quad (20)$$

Para se calcular $\overline{v_1 O_1}$ basta observar que O_1 é a projeção horizontal do centro da elipse cuja projeção vertical é o ponto médio do segmento $a_2 b_2$. Assim, pode-se escrever:

$$\overline{v_1 O_1} = \overline{v_2 O_2'} = \frac{\overline{a_2' v_2} + \overline{v_2 b_2'}}{2} - \overline{a_2' v_2} \quad (21)$$

Tem-se, porém:

$$\overline{a_2' v_2} = h_n \cdot \tg \alpha \quad \text{De (10)}$$

Do triângulo $b_2' b_2 v_2$ deduz-se:

$$\overline{v_2 b_2'} = \overline{b_2' b_2} \cdot \tg \alpha \quad (22)$$

$$\overline{b_2' b_2} = h_n + \overline{b_2'' b_2} \quad (23)$$

Por substituição de (23) em (22), vem:

$$\overline{v_2 b_2'} = (h_n + \overline{b_2'' b_2}) \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (24)$$

Substituindo-se, agora, (7) em (24), vem:

$$\overline{v_2 b_2'} = \left[h_n + \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (25)$$

Por substituição de (9) e (25) em (21), resulta:

$$\overline{v_1 O_1} = \frac{h_n \cdot \operatorname{tg} \alpha + \left[h_n + \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} \right] \cdot \operatorname{tg} \alpha}{2} - h_n \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (26)$$

Desenvolvendo (26), obtêm-se:

$$\overline{v_1 O_1} = \frac{D \cdot \operatorname{sen} \theta}{2 \operatorname{sen} (\theta - \beta)} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (27)$$

Por substituição de (20) e (27) em (19), vem:

$$\begin{aligned} \overline{v_1 d_1} &= \sqrt{\frac{D^2}{4} + \frac{D^2}{4} \cdot \frac{\operatorname{sen}^2 \theta}{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta)} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \\ &= \frac{D \cdot \sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}}{2 \operatorname{sen} (\theta - \beta)} \quad (28) \end{aligned}$$

Substituindo-se (17) e (18) em (28), vem:

$$\overline{v_2 v_2'} = \frac{D \cdot \sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}}{2 \operatorname{sen} (\theta - \beta)} \cdot \operatorname{cotg} \alpha \quad (29)$$

Porém tem-se, da figura 1 :

$$\overline{v_2 v_2'} = h_n + \frac{b_2'' b_2}{2} \quad (30)$$

Por substituição de (7) em (30), vem:

$$\overline{v_2 v_2'} = h_n + \frac{D \cdot \text{sen } \theta}{2 \text{ sen } (\theta - \beta)} \quad (31)$$

Substituindo-se (31) em (29), resulta:

$$h_n + \frac{D \cdot \text{sen } \theta}{2 \text{ sen } (\theta - \beta)} = \frac{D \cdot \sqrt{\text{sen}^2 (\theta - \beta) + \text{sen}^2 \theta \cdot \text{tg } \alpha}}{2 \text{ sen } (\theta - \beta)} \cdot \text{cotg } \alpha \quad (32)$$

Resolvendo (32), vem:

$$h_n = \frac{D \cdot \left[\sqrt{\text{sen}^2 (\theta - \beta) + \text{sen}^2 \theta \cdot \text{tg } \alpha} - \text{sen } \theta \cdot \text{tg } \alpha \right]}{2 \text{ sen } (\theta - \beta) \cdot \text{tg } \alpha} \quad (33)$$

4.1.2 - Relação entre θ , α e β

A equação (16), além de α e β , elementos de projeto, ainda tem h_n , que pode ser expresso em termos de α , β e θ . A substituição de (33) em (16) resulta numa equação onde θ será função de α e β apenas.

$$\text{tg } \theta = \frac{D + 2 h_n \cdot \text{sen } \beta \cdot \text{tg } \alpha}{2 h_n \cdot \text{cos } \beta \cdot \text{tg } \alpha - D \cdot \text{tg } \alpha} \quad \text{De (16)}$$

Por substituição de (33) em (16), vem:

$$\text{tg } \theta = \frac{D + 2 \text{ sen } \beta \cdot \text{tg } \alpha \cdot \frac{D \left[\sqrt{\text{sen}^2 (\theta - \beta) + \text{sen}^2 \theta \cdot \text{tg}^2 \alpha} - \text{sen } \theta \cdot \text{tg } \alpha \right]}{2 \text{ sen } (\theta - \beta) \cdot \text{tg } \alpha}}{2 \text{ cos } \beta \cdot \text{tg } \alpha \cdot \frac{D \left[\sqrt{\text{sen}^2 (\theta - \beta) + \text{sen}^2 \theta \cdot \text{tg}^2 \alpha} - \text{sen } \theta \cdot \text{tg } \alpha \right]}{2 \text{ sen } (\theta - \beta) \cdot \text{tg } \alpha} + D \cdot \text{tg } \alpha} \quad (34)$$

Simplificando (34), resulta:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{1 + \operatorname{sen} \beta \frac{\sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} - \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)}}{\operatorname{cos} \beta \cdot \frac{\sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} - \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{sen} (\theta - \beta)} + \operatorname{tg} \alpha} \quad (35)$$

Multiplicando numerador e denominador por $\operatorname{sen} (\theta - \beta)$ e resolvendo, vem:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta \sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} &= \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta - \\ &= \operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{cos} \theta + \operatorname{sen} \beta \sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} \end{aligned} \quad (36)$$

Explicitando em termos do radical, vem:

$$\sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{\operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta - \operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{cos} \theta}{\operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta - \operatorname{sen} \beta} \quad (37)$$

Resolvendo (37), vem:

$$\sqrt{\operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{cos} \theta \quad (38)$$

Elevando ao quadrado, membro a membro, e resolvendo, tem-se:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen}^2 (\theta - \beta) + \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{cos}^2 \theta &= 0 \\ \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{cos}^2 \beta + \operatorname{sen}^2 \beta \cdot \operatorname{cos}^2 \theta - 2 \operatorname{sen} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{cos} \theta + \\ &+ \operatorname{sen}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{cos}^2 \theta = 0 \end{aligned} \quad (39)$$

Dividindo-se todos os termos por $\operatorname{cos}^2 \theta$, vem:

$$\operatorname{tg}^2 \theta \cdot \operatorname{cos}^2 \beta + \operatorname{sen}^2 \beta - 2 \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta \cdot \operatorname{sen} \beta - 1 = 0$$

$$\operatorname{tg}^2 \theta (\operatorname{cos}^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha) - 2 \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{cos} \beta \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen}^2 \beta - 1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \theta &= \frac{2 \cos \beta \cdot \operatorname{sen} \beta \pm \sqrt{4 \cos^2 \beta \cdot \operatorname{sen}^2 \beta + 4 \cos^2 \beta (\cos^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha)}}{2 \cos^2 \beta + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \\
 &= \frac{\cos \beta \cdot \operatorname{sen} \beta \pm \cos \beta \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}{\cos^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha} \\
 &= \frac{\cos \beta \cdot \operatorname{sen} \beta \pm \cos \beta \cdot \sec \alpha}{\cos^2 \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha}
 \end{aligned}$$

Multiplicando numerador e denominador por $\cos^2 \alpha$, vem:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} \theta &= \frac{\cos \beta \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \cos^2 \alpha \pm \cos \beta \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha + \operatorname{sen}^2 \alpha} \\
 &= \frac{\cos \beta \cdot \cos \alpha \cdot (\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha \pm 1)}{\cos^2 \alpha \cdot (\cos^2 \beta - 1) + 1} \\
 &= \frac{\cos \beta \cdot \cos \alpha \cdot (\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha \pm 1)}{1 - \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta} \\
 &= \frac{\cos \beta \cdot \cos \alpha (\operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha \pm 1)}{(1 - \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha)(1 + \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \alpha)}
 \end{aligned}$$

Da equação acima resultam as raízes:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \quad (40)$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{-\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \quad (41)$$

4.2 - Equação de h_n em função de α e β

Na equação (33) h_n é função de α , β e θ . É interessante obter-se h_n em função dos elementos de projeto α e β . Para isto, deve-se preparar a equação (33) de sorte a poder receber os valores de $\text{tg } \theta$ propostos em (40) e (41).

Substituindo-se (38) em (33), vem:

$$h_n = \frac{D (\cos \theta - \text{sen } \theta \cdot \text{tg } \alpha)}{2 \text{sen } (\theta - \beta) \cdot \text{tg } \alpha} \quad (42)$$

Resolvendo (42), vem:

$$h_n = \frac{D (\cos \theta - \text{sen } \theta \cdot \text{tg } \alpha)}{2 \text{tg } \alpha (\text{sen } \theta \cdot \cos \beta - \text{sen } \beta \cdot \cos \theta)} \quad (43)$$

Dividindo-se numerador e denominador por $\cos \theta$, vem:

$$h_n = \frac{D (1 - \text{tg } \theta \cdot \text{tg } \alpha)}{2 \text{tg } \alpha (\text{tg } \theta \cdot \cos \beta - \text{sen } \beta)} \quad (44)$$

A equação (44) admite dois valores para h_n de acordo com as definições de $\text{tg } \theta$, em (40) e (41). Assim, por substituição de (43) em (44), vem:

$$h_{n_1} = \frac{D (1 - \text{tg } \alpha \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \text{sen } \beta})}{2 \text{tg } \alpha (\cos \beta \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \text{sen } \beta} - \text{sen } \beta)} \quad (45)$$

Resolvendo (45), vem:

$$h_{n_1} = \frac{D (1 - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \text{sen } \beta})}{2 \text{tg } \alpha \cdot (\frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \text{sen } \beta} - \text{sen } \beta)}$$

$$\begin{aligned}
 h_{n_1} &= \frac{D (1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{2 \operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)} \\
 &= \frac{D (1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{2 \operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta)} \quad (46)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h_{n_2} &= \frac{D (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta})}{2 \operatorname{tg} \alpha \cdot (-\cos \beta \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} - \operatorname{sen} \beta)} \quad (47)
 \end{aligned}$$

Resolvendo (47), vem:

$$\begin{aligned}
 h_{n_2} &= \frac{D (1 + \frac{\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta})}{-2 \operatorname{tg} \alpha \cdot (\frac{\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} + \operatorname{sen} \beta)} \\
 &= \frac{D (1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{-2 \operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta + \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)} \\
 &= \frac{D (1 + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{-2 \operatorname{tg} \alpha \cdot (\cos \alpha + \operatorname{sen} \beta)} \quad (48)
 \end{aligned}$$

4.3 - Verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz

Seja $P_2 O P_1$ o plano de t\u00f3po que determina no cone e no cilindro elipses comuns. (Figura 2).

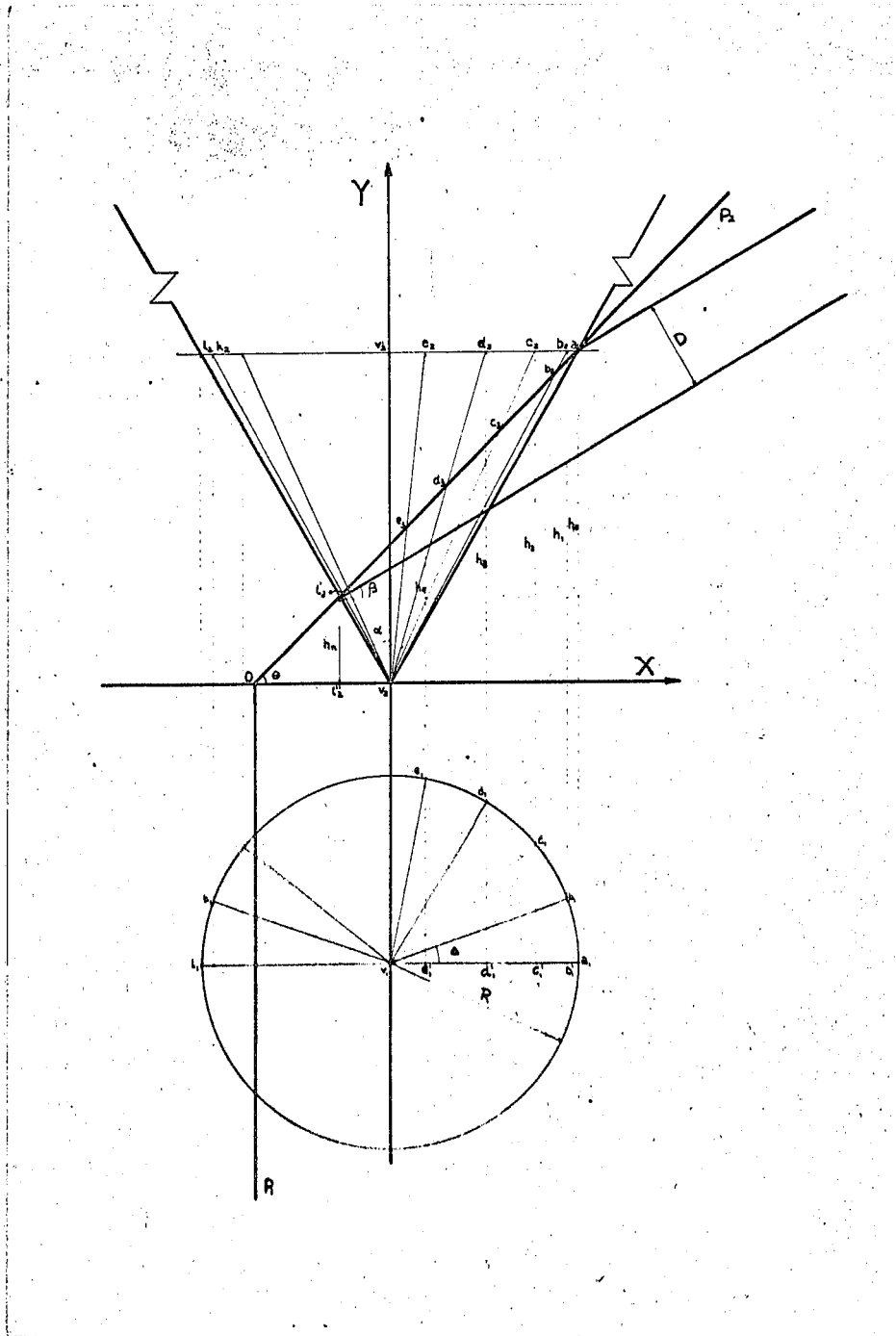


Fig. 2 - Projeção dos segmentos de geratriz do tronco de cone.

A fim de se determinar a verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz do cone, interceptados pelo plano de t^opo, referiu-se a um sistema de coordenadas cartesianas tal que o eixo das ordenadas coincida com a projeção vertical do eixo do cone e o eixo das abscissas com a linha de terra. Assim, as alturas, $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$, são as cotas dos pontos de intersecção do traço vertical do plano de t^opo com as projeções das geratrizes do cone.

Determinadas essas alturas em 4.2 as equações (46) e (48), facilmente, se determinam as verdadeiras grandezas dos segmentos de geratriz. Basta verificar que estes segmentos são as hipotenuzas de triângulos retângulos que formam com as alturas $h_0, h_1, h_2, \dots, h_n$, um ângulo constante igual ao ângulo α , gerador do cone.

4.3.1 - Equações das verdadeiras grandezas dos segmentos de geratriz do cone

De acordo com o que foi dito acima, pode-se escrever:

$$\frac{v_2 a_2}{v_2 a_2} = \frac{h_0}{\cos \alpha} \quad (49)$$

$$\frac{v_2 b_3}{v_2 b_3} = \frac{h_1}{\cos \alpha} \quad (50)$$

$$\frac{v_2 c_3}{v_2 c_3} = \frac{h_2}{\cos \alpha} \quad (51)$$

$$\frac{v_2 d_3}{v_2 d_3} = \frac{h_3}{\cos \alpha} \quad (52)$$

$$\frac{v_2 e_3}{v_2 e_3} = \frac{h_4}{\cos \alpha} \quad (53)$$

..... .

$$\dots\dots \cdot \dots\dots\dots$$

$$\frac{v_2 l'_2}{v_2 l'_2} = \frac{h_n}{\cos \alpha} \quad (54)$$

4.3.2 - Equação da reta que contém o traço vertical do plano de t^opo

Considerando a inclinação θ do traço vertical do plano de t^opo, e o ponto

$$l'_2 (\overline{v_2 l''_2}, h_n) ,$$

pertencente a essa reta, vem:

$$y - h_n = (x - \overline{v_2 l''_2}) \operatorname{tg} \theta \quad (55)$$

Do triângulo $l''_2 v_2 l'_2$, tira-se:

$$\overline{v_2 l''_2} = - h_n \operatorname{tg} \alpha \quad (56)$$

Substituindo-se (56) em (55), vem:

$$y - h_n = (x + h_n \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot \operatorname{tg} \theta$$

Portanto:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta + h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta) \quad (57)$$

4.3.3 - Equações das retas que contém os segmentos de geratriz

Todas essas retas passam pela origem $v_2 (0, 0)$. Assim a equação geral destas retas tem a forma $y = m x$, onde m é a declividade de uma reta qualquer.

... Equação da reta que contém a projeção vertical da geratriz

$$\overline{v_2 a_2}$$

Considerando-se a inclinação \hat{a}_2 dessa reta, vem:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \hat{a}_2 \quad (58)$$

... Equação da reta que contém a projeção vertical da geratriz

$$\overline{v_2 b_2}$$

Considerando-se a inclinação \hat{b}_2 dessa reta, vem:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \hat{b}_2 \quad (59)$$

... Equação da reta que contém a projeção vertical da geratriz

$$\overline{v_2 c_2}$$

Considerando-se a inclinação \hat{c}_2 dessa reta, vem:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \hat{c}_2 \quad (60)$$

- - - - -

... Equação da reta que contém a projeção vertical da geratriz

$$\overline{v_2 k_2}$$

Considerando-se a inclinação $180^\circ - \hat{k}_2$ dessa reta, vem:

$$y = -x \cdot \operatorname{tg} \hat{k}_2 \quad (61)$$

... Equação da reta que contém a projeção vertical da geratriz

$$\overline{v_2 l_2}$$

Considerando-se a inclinação $180^\circ - \hat{l}_2$ dessa reta, vem:

$$\begin{aligned} y &= x \cdot \operatorname{tg} (180^\circ - \hat{l}_2) \\ &= -x \cdot \operatorname{tg} \hat{l}_2 \end{aligned} \quad (62)$$

4.3.4 - Ordenadas dos pontos de intersecção da reta que contém o traço vertical do plano de topo com as retas que contém as projeções verticais das geratrizes do cone

Nos pontos de intersecção a equação da reta que contém o traço vertical do plano de topo, forma um sistema com cada uma das equações das retas que contém as projeções verticais das geratrizes do cone.

... Ordenada h_0

Formando um sistema com as equações (57) e (58), vêm:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta + h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta) \quad \text{De (57)}$$

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \hat{a}_2 \quad \text{De (58)}$$

Resolvendo este sistema, vem:

$$y = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{cotg} \hat{a}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (63)$$

A equação (63) define a ordenada h_0 do ponto de intersecção a_2 .

Assim:

$$h_0 = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{cotg} \hat{a}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (64)$$

... Ordenada h_1

Formando um sistema com as equações (57) e (59), vem:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta + h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta) \quad \text{De (57)}$$

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \hat{b}_2 \quad \text{De (59)}$$

Resolvendo o sistema, vem:

$$y = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{cotg} \hat{b}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (65)$$

A equação (65) define a ordenada h_1 do ponto de intersecção b_3 .

Assim:

$$h_1 = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{cotg} \hat{b}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (66)$$

... Ordenada h_2

Formando um sistema com as equações (57) e (60), vem:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta + h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta) \quad \text{De (57)}$$

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \hat{c}_2 \quad \text{De (60)}$$

Resolvendo o sistema, vem:

$$y = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{cotg} \hat{c}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (67)$$

A equação (67) define a ordenada h_2 do ponto de intersecção c_3 . Assim:

$$h_2 = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{cotg} \hat{a}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (68)$$

... Ordenada h_{n-1}

De acordo com a figura 2, a ordenada h_{n-1} corresponde ao ponto de intersecção k_2 . Formando um sistema com as equações (57) e (61), vem:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta + h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta) \quad \text{De (57)}$$

$$y = -x \cdot \operatorname{tg} \hat{k}_2 \quad \text{De (61)}$$

Resolvendo o sistema, vem:

$$y = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 + \operatorname{cotg} \hat{k}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (69)$$

A equação (69) define a ordenada h_{n-1} , do ponto de intersecção k_3 . Assim:

$$h_{n-1} = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 + \operatorname{cotg} \hat{k}_2 \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (70)$$

... Ordenada h_n

A ordenada h_n do ponto de intersecção l_2 já foi definida pela equação (44) :

$$h_n = \frac{D (1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (\operatorname{tg} \theta \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta)} \quad \text{De (44)}$$

4.3.5 - Declividade das retas que contêm as projeções verticais das geratrizes

A declividade dessas retas será definida em função dos ângulos agudos $\hat{a}_2, \hat{b}_2, \hat{c}_2, \dots, \hat{k}_2$ e l_2 , que as projeções verticais das geratrizes fazem com a projeção vertical da base do cone. (Figura 2) .

... Declividade da reta que passa pelos pontos v_2 e a_2

$$\operatorname{tg} \hat{a}_2 = \operatorname{cotg} \alpha \quad (71)$$

... Declividade da reta que passa pelos pontos v_2 e b_2

Do triângulo $v_2' v_2 b_2$, deduz-se:

$$\operatorname{tg} \hat{b}_2 = \frac{h_0}{\overline{v_2' b_2}} \quad (72)$$

Porém, tem-se:

$$\overline{v_2' b_2} = \overline{v_1' b_1} = R \cdot \cos \Delta \quad (73)$$

Substituindo-se (73) em (72), resulta:

$$\operatorname{tg} \hat{b}_2 = \frac{h_0}{R \cdot \cos \Delta} \quad (74)$$

Mas

$$\frac{h_0}{R} = \operatorname{cotg} \alpha \quad (75)$$

Substituindo-se (75) em (74), resulta:

$$\operatorname{tg} \hat{b}_2 = \frac{\operatorname{cotg} \alpha}{\cos \Delta} \quad (76)$$

... Declividade da reta que passa pelos pontos v_2 e c_2

Do triângulo $v_2^1 v_2 c_2$, deduz-se:

$$\operatorname{tg} \hat{c}_2 = \frac{h_0}{v_2^1 c_2} \quad (77)$$

Porém, tem-se:

$$\overline{v_2^1 c_2} = \overline{v_1 c_1} = R \cdot \cos (2 \Delta) \quad (78)$$

Substituindo-se (78) em (77), resulta:

$$\operatorname{tg} \hat{c}_2 = \frac{h_0}{R \cdot \cos (2 \Delta)} \quad (79)$$

Por substituição de (75) em (79), vem:

$$\operatorname{tg} \hat{c}_2 = \frac{\operatorname{cotg} \alpha}{\cos (2 \Delta)} \quad (80)$$

... Declividade da reta que passa pelos pontos v_2 e k_2

Do triângulo $v_2^1 k_2 v_2$, deduz-se:

$$\operatorname{tg} \hat{k}_2 = \frac{k_0}{v_2' k_2} \quad (81)$$

Porém, tem-se:

$$\overline{v_2' k_2} = \overline{v_1 k_1'} = R \cdot \cos [(n - 1) \Delta] \quad (82)$$

Substituindo-se (82) em (81), resulta:

$$\operatorname{tg} \hat{k}_2 = \frac{h_0}{R \cdot \cos [(n - 1) \Delta]} \quad (83)$$

Por substituição das equações (71), (76), (80) e (83) respectivamente em (64), (66), (68) e (70), resultam as seguintes formas para equações das alturas dos pontos de intersecção:

$$h_0 = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta)}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \theta} \quad (84)$$

$$\begin{aligned} h_1 &= \frac{h_n (\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{tg} \theta)}{\operatorname{cotg} \alpha - \cos \Delta \cdot \operatorname{tg} \theta} \\ &= \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \Delta} \end{aligned} \quad (85)$$

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{h_n (\operatorname{cotg} \alpha + \operatorname{tg} \theta)}{\operatorname{cotg} \alpha - \cos (2 \Delta) \cdot \operatorname{tg} \theta} \\ &= \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos (2 \Delta)} \end{aligned} \quad (86)$$

$$\begin{aligned}
 h_{n-1} &= \frac{h_n (\cotg \alpha + \operatorname{tg} \theta)}{\cotg \alpha - \cos [(n-1) \Delta] \cdot \operatorname{tg} \theta} \\
 &= \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \beta)}{1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos [(n-1) \Delta]} \quad (87)
 \end{aligned}$$

As equações das alturas, ora deduzidas, poderão ser expressas sob a forma de uma única equação geral. Basta, para isto, observar as equações sucessivas de h . Considere-se h_i a cota de um ponto qualquer de intersecção de ordem i , onde i pode assumir qualquer valor inteiro e positivo, compreendido entre 0 e n . Tem-se, então, a equação geral:

$$h_i = \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos (i \Delta)} \quad (88)$$

Mesmo a equação (84), que define h_0 , pode ser enquadrada na forma geral proposta em (88). Basta, para isso, fazer $i = 0$ na equação geral:

4.3.6 - Verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz

De acordo com 4.3.1, a verdadeira grandeza de um segmento qualquer de geratriz, nas condições propostas, se obtém dividindo a cota de seu ponto de intersecção com o traço do plano de tópo, por $\cos \alpha$. Conhecida, agora, a equação geral dessas cotas, pode-se propor uma equação para os segmentos de geratriz.

Chamando de g_i uma geratriz qualquer de ordem i , onde i pode assumir qualquer valor inteiro e positivo compreendido entre 0 e n , pode-se escrever:

$$g_i = \frac{h_i}{\cos (i \Delta)} \quad (89)$$

Por substituição de (88) em (89), resulta:

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{[1 - \cos(i \Delta) \cdot \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha] \cdot \cos \alpha} \\ &= \frac{h_n (1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{[1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos(i \Delta)] \cdot \cos \alpha} \end{aligned} \quad (90)$$

A equação (90) tem termos em h_n e $\operatorname{tg} \theta$ que podem desaparecer, uma vez que h_n e $\operatorname{tg} \theta$ são funções de α e β , como fôra deduzido em (40), (41) e (44).

Substituindo-se, inicialmente, (44) em (90), vem:

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{D (1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha)}{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot (\operatorname{tg} \theta \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta)} \\ &\cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha}{[1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos(i \Delta)] \cdot \cos \alpha} \end{aligned} \quad (91)$$

Simplificando (91), vem:

$$\begin{aligned} g_i &= \frac{D (1 - \operatorname{tg}^2 \theta \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha)}{2 \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot (\operatorname{tg} \theta \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta)} \\ &\cdot \frac{1}{[1 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos(i \Delta)]} \end{aligned} \quad (92)$$

5 - DISCUSSÃO

A equação (92) admite duas soluções, uma vez que $\text{tg } \theta$ é definida pelas equações (40) e (41). Do ponto de vista de construção de moegas, entretanto, estas soluções matemáticas conduzem a soluções práticas iguais. Isto pode ser demonstrado por um estudo de simetria aplicado à equação (92). Sendo o ângulo gerador α uma constante, que se justificará em 7. o estudo de simetria se prenderá apenas à variação do ângulo de elevação ou descarga β . Esse estudo será encaminhado de sorte a estabelecer a simetria entre os segmentos de geratrizes extremas g_0 e g_n , em função dos valores de θ e β , ilustrando o desenvolvimento com esquemas reduzidos.

5.1 - Equações das geratrizes extremas g_0 e g_n

Para se proceder ao estudo de simetria proposto torna-se mister determinar, inicialmente, as equações das geratrizes extremas g_0 e g_n . Chamou-se g_{0_1} e g_{n_1} as geratrizes extremas resultantes da aplicação de $\text{tg } \theta_1$ (de 40) em (92) e g_{0_2} e g_{n_2} às geratrizes extremas definidas pela aplicação de $\text{tg } \theta_2$ (de 41), em (92).

- Equações das geratrizes extremas g_{0_1} e g_{n_1}

Aplicando-se (40) em (92) e fazendo $i = 0$, vem:

$$g_{0_1} = \frac{D \left[1 - \left(\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \left(\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta \right)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (93)$$

Simplificando (93), vem:

$$g_{0_1} = \frac{D \left[(1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta)^2 - \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \right]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D (1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta)}$$

$$\cdot \frac{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D [1 - \operatorname{sen} (\alpha + \beta)] \cdot [1 + \operatorname{sen} (\alpha - \beta)]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta) \cdot [1 - \operatorname{sen} (\alpha + \beta)]}$$

$$g_{0_1} = \frac{D [1 + \operatorname{sen} (\alpha - \beta)]}{2 \operatorname{sen} \alpha (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta)} \quad (94)$$

Aplicando-se, agora, (40) em (92), e fazendo $i = n$, resulta:

$$g_{n_1} = \frac{D \left[1 - \left(\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \left(\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta \right)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 + \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (95)$$

Simplificando (95), vem:

$$g_{n_1} = \frac{D \left[(1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta)^2 - \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \right]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D (1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta)}$$

$$\cdot \frac{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D [1 - \operatorname{sen} (\alpha + \beta)] \cdot [1 + \operatorname{sen} (\alpha - \beta)]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta) [1 + \operatorname{sen} (\alpha - \beta)]}$$

$$g_{n_1} = \frac{D [1 - \operatorname{sen} (\alpha + \beta)]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta)} \quad (96)$$

- Equações das geratrizes extremas g_{0_2} e g_{n_2}

Aplicando-se (41) em (92) e fazendo $i = 0$, resulta:

$$g_{0_2} = \frac{D \left[1 - \left(- \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta} \right)^2 \cdot \text{tg}^2 \alpha \right]}{2 \sen \alpha \cdot \left[- \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta} \cdot \cos \beta - \sen \beta \right]}$$

$$\cdot \frac{1}{1 + \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta} \cdot \text{tg} \alpha} \tag{97}$$

Simplificando (97), vem:

$$g_{0_2} = \frac{D \left[(1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta)^2 - \sen^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \right]}{2 \sen \alpha \cdot (- \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sen \beta - \cos \alpha \cdot \sen^2 \beta)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta + \sen \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D (1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta - \sen \alpha \cdot \cos \beta)}{- 2 \sen \alpha \cdot (\cos \alpha + \sen \beta)}$$

$$\cdot \frac{1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta + \sen \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sen \beta + \sen \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D [1 + \sen (\alpha - \beta)] \cdot [1 + \sen (\alpha + \beta)]}{- 2 \sen \alpha \cdot (\cos \alpha + \sen \beta) \cdot [1 + \sen (\alpha + \beta)]}$$

$$g_{0_2} = \frac{- D [1 - \sen (\alpha - \beta)]}{2 \sen \alpha \cdot (\cos \alpha + \sen \beta)} \tag{98}$$

Aplicando-se, agora, (41) em (92), e fazendo $i = n$, vem:

$$g_{n2} = \frac{D \left[1 - \left(\frac{-\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta} \right)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right]}{2 \sin \alpha \cdot \left(-\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta} \cdot \cos \beta - \sin \beta \right)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (99)$$

Simplificando (99), vem:

$$= \frac{D \left[(1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta)^2 - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \right]}{2 \sin \alpha \cdot \left(-\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \sin \beta - \cos \alpha \cdot \sin^2 \beta \right)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta - \sin \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$= \frac{D (1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta - \sin \alpha \cdot \cos \beta)}{-2 \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \beta)}$$

$$\cdot \frac{(1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta + \sin \alpha \cdot \cos \beta)}{(1 + \cos \alpha \cdot \sin \beta - \sin \alpha \cdot \cos \beta)}$$

$$= \frac{D [1 - \sin (\alpha - \beta)] \cdot [1 + \sin (\alpha + \beta)]}{-2 \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \beta) [1 - \sin (\alpha - \beta)]}$$

$$g_{n2} = \frac{-D [1 + \sin (\alpha + \beta)]}{2 \sin \alpha \cdot (\cos \alpha + \sin \beta)} \quad (100)$$

5.2 - Estudo de Simetria das Soluções Propostas por (94) e (96)

5.2.1 - Simetria em relação ao eixo das ordenadas

A substituição de β por seu suplemento sucessivamente em (94) e (96), dá soluções simétricas em relação ao eixo das ordenadas como se verifica:

Da substituição em (94), vem:

$$g'_{01} = \frac{D [1 + \text{sen} (\alpha + \beta - 180^\circ)]}{2 \text{sen} \alpha \cdot [\cos \alpha - \text{sen} (180^\circ - \beta)]} \quad (101)$$

Resolvendo (101), vem:

$$g'_{01} = \frac{D [1 - \text{sen} (\alpha + \beta)]}{2 \text{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \text{sen} \beta)} \quad (102)$$

Da substituição em (96), resulta:

$$g'_{n1} = \frac{D [1 - \text{sen} (\alpha + 180^\circ - \beta)]}{2 \text{sen} \alpha \cdot [\cos \alpha - \text{sen} (180^\circ - \beta)]} \quad (103)$$

Resolvendo (103), vem:

$$g'_{n1} = \frac{D [1 + \text{sen} (\alpha - \beta)]}{2 \text{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \text{sen} \beta)} \quad (104)$$

Comparando-se as equações (94) com (104), e (96) com (102), verifica-se que são iguais respectivamente. Este fato expressa a simetria em relação ao eixo das ordenadas das soluções propostas. A figura 3 ilustra a simetria indicada.

O mesmo ocorre quando se substitui β por seu suplemento em (98) e (100).

Da substituição em (98), resulta:

$$g'_{02} = \frac{-D [1 - \text{sen} (\alpha + \beta + 180^\circ)]}{2 \text{sen} \alpha \cdot [\cos \alpha + \text{sen} (180^\circ - \beta)]} \quad (105)$$

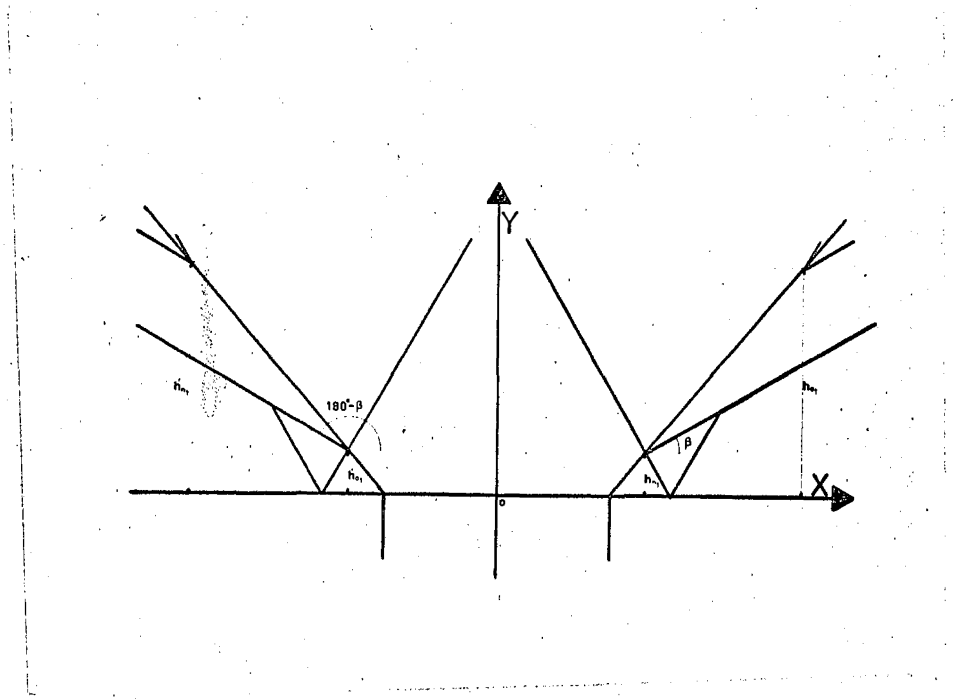


Fig. 3 - Simetria das soluções das equações (94) e (96) para valores suplementares de β .

Resolvendo (105), vem:

$$g'_{02} = \frac{-D [1 + \text{sen}(\alpha + \beta)]}{2 \text{sen} \alpha (\cos \alpha + \text{sen} \beta)} \quad (106)$$

Substituindo, agora, em (100), vem:

$$g'_{n2} = \frac{-D [1 + \text{sen}(\alpha + 180^\circ - \beta)]}{2 \text{sen} \alpha [\cos \alpha + \text{sen}(180^\circ - \beta)]} \quad (107)$$

Resolvendo (107), vem:

$$g'_{n2} = \frac{-D [1 - \text{sen}(\alpha - \beta)]}{2 \text{sen} \alpha (\cos \alpha + \text{sen} \beta)} \quad (108)$$

Comparando as equações (98) com (108) e (100) com (106), verifica-se que são respectivamente iguais. Assim, tem-se também aqui a simetria pela aplicação de $\text{tg} \theta_2$ às equações das geratrizes.

A figura 4 ilustra a simetria aqui indicada

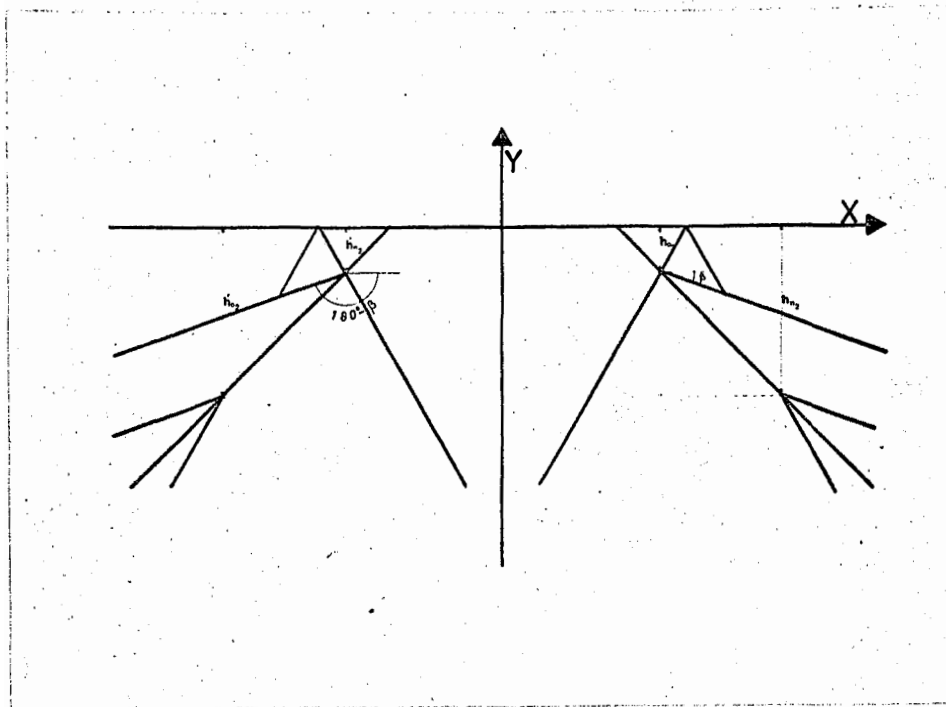


Fig. 4 - Simetria em relação ao eixo das ordenadas das soluções das equações (88) e (100) para valores suplementares de β .

Simetria em relação à origem

A substituição de β por $(\beta - 180^\circ)$ em (94) e (96), dá uma solução simétrica em relação à origem, à solução proposta por (98) e (100) respectivamente.

Aplicando $(\beta - 180^\circ)$ em (94), resulta:

$$g'_{01} = \frac{D [1 + \text{sen} (\alpha - \beta + 180^\circ)]}{2 \text{sen} \alpha [\cos \alpha - \text{sen} (\beta + 180^\circ)]} \quad (109)$$

Resolvendo (109), vem:

$$g'_{01} = \frac{D [1 - \text{sen} (\alpha - \beta)]}{2 \text{sen} \alpha (\cos \alpha + \text{sen} \beta)} \quad (110)$$

Aplicando, agora, em (96), vem:

$$g_{n1}^i = \frac{D [1 - \text{sen} (\alpha + \beta - 180^\circ)]}{2 \text{sen} \alpha [\cos \alpha - \text{sen} (\beta - 180^\circ)]} \quad (111)$$

Resolvendo (111), vem:

$$g_{n1}^i = \frac{D [1 + \text{sen} (\alpha + \beta)]}{2 \text{sen} \alpha (\cos \alpha + \text{sen} \beta)} \quad (112)$$

Verifica-se que as soluções (110) e (112) são, respectivamente, simétricas em relação à origem, às soluções (98) e (100).

A figura 5 ilustra a simetria aqui indicada.

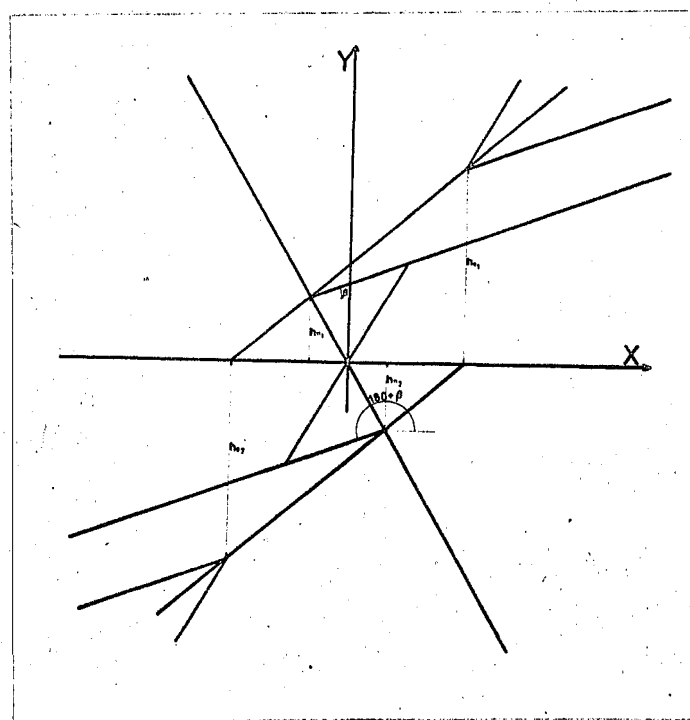


Fig. 5 - Simetria das soluções das equações (110) e (112) com (98) e (100) em relação à origem para valores de β que diferem de 180° .

5.3 - Escolha do ângulo do plano secante

Constatou-se em 5.2.1 que valores suplementares de β dão soluções simétricas em relação ao eixo das ordenadas. Do ponto de vista de aplicação estas soluções são idênticas, pois ambas conferem o mesmo ângulo de elevação ou descarga ao condutor. Assim sendo, pode-se propor para β valores compreendidos entre 90° e -90° e ter-se-ão todas as soluções possíveis do ponto de vista de aplicação. Mais adiante, em 7., se demonstrará que esses limites podem ser ainda mais reduzidos em função do ângulo gerador α da moega.

Da análise feita em 5.2.2, tira-se, também, uma importante conclusão. Verifica-se que as soluções simétricas em relação à origem obtidas pela aplicação de valores de α que diferem de 180° , levam a soluções práticas idênticas. Assim, para cada solução decorrente da aplicação de $\text{tg } \theta_1$ nas equações das geratrizes haverá uma solução idêntica, do ponto de vista de construção, quando se aplica $\text{tg } \theta_2$ às mesmas equações. Dêste modo, pode-se optar por uma das definições de $\text{tg } \theta$ apenas, não ocorrendo, desta escolha, restrição à qualquer projeto de construção de moegas. Por comodidade, entretanto, elegeu-se $\text{tg } \theta_1$ nos cálculos, pois este valor confere valores positivos às geratrizes nos limites propostos para β .

6 - ÂNGULO DE ELEVAÇÃO OU DESCARGA

O ângulo de elevação ou descarga, definido por β , pode assumir qualquer valor entre 0° e 360° ou seus côngruos. Verificou-se, entretanto, em 5.2.1 e 5.2.2, que os limites de β podem ser reduzidos sem prejuízo para soluções de natureza prática. Visa o presente estudo, determinar os limites de aplicação de β , para fins de construção da moega, de sorte que aos valores positivos correspondam elevação do condutor, e aos negativos, de descarga.

6.1 - Limites do ângulo de elevação

Os limites do ângulo de elevação do condutor serão expressos em função das geratrizes extremas g_{0_1} e g_{n_1} definidas pelas equações (94) e (96), respectivamente, equações estas resultantes da aplicação de $\text{tg } \theta_1$, de (40), sobre a equação geral das geratrizes (92). A aplicação de $\text{tg } \theta_1$ decorre do estudo de simetria feito em 5.2.2, onde esta opção fôra escolhida em face dos resultados daquele estudo. Considere-se, ainda, que o ângulo gerador da moega α é uma constante de projeto que será justificada oportunamente em 7.

6.1.1 - Análise da inequação $\beta < 90^\circ - \alpha$

Fazendo β tender para $(90^\circ - \alpha)$ em (94), resulta:

$$\begin{aligned} \lim_{\beta \rightarrow (90^\circ - \alpha)} g_{01} &= \frac{D [1 + \operatorname{sen} (\alpha - 90^\circ + \alpha)]}{2 \operatorname{sen} \alpha [\cos \alpha - \operatorname{sen} (90^\circ - \alpha)]} \\ &= \frac{D [1 - \cos (2\alpha)]}{2 \operatorname{sen} \alpha (\cos \alpha - \cos \alpha)} = \pm \infty \end{aligned} \quad (113)$$

Conclue-se, pois, que para $\beta = 90^\circ - \alpha$ a geratriz g_{01} da moega torna-se paralela às geratrizes do condutor, não havendo, assim, intersecção entre as geratrizes deste com a geratriz g_{01} .

Fazendo, agora, β tender para $(90^\circ - \alpha)$ em (96), vem:

$$\begin{aligned} \lim_{\beta \rightarrow (90^\circ - \alpha)} g_{n1} &= \frac{D [1 - \operatorname{sen} (\alpha + 90^\circ - \alpha)]}{2 \operatorname{sen} \alpha [\cos \alpha - \operatorname{sen} (90^\circ - \alpha)]} \\ &= \frac{D (1 - 1)}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \cos \alpha)} = \frac{0}{0} \end{aligned} \quad (114)$$

A indeterminação de (114) pode ser levantada aplicando-se a regra de L'Hospital em (96) como segue:

$$\begin{aligned} \lim_{\beta \rightarrow (90^\circ - \alpha)} g_{n1} &= \frac{-D \cdot \cos (\alpha + \beta)}{-2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta} \\ &= \frac{-D \cdot \cos [\alpha + (90^\circ - \alpha)]}{-2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos (90^\circ - \alpha)} \\ &= \frac{0}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha} = 0 \end{aligned} \quad (115)$$

Pela equação (115), conclue-se que a geratriz g_{n_1} reduz-se a um ponto representado, na figura 6, pelo vértice v da moega.

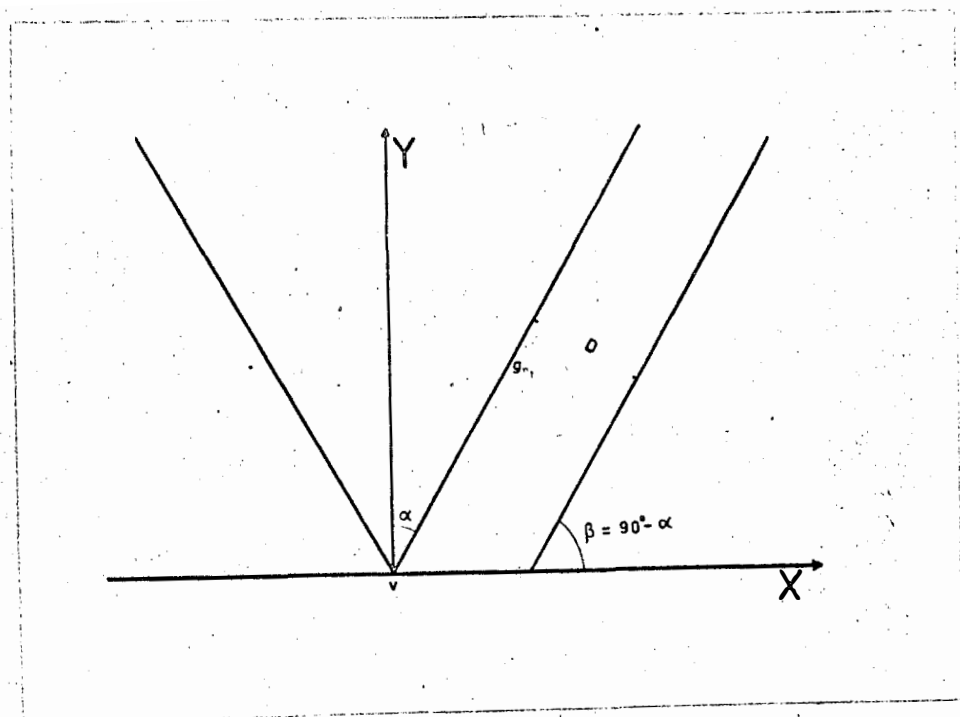


Fig. 6 - Para β complementar de α não há intersecção entre a moega e o condutor.

6.1.2 - Estudo de projeto para valores de β nos limites propostos pela desigualdade $90^\circ + \alpha > \beta > 90^\circ - \alpha$

A aplicação de valores de β compreendidos entre os limites de desigualdade $90^\circ + \alpha > \beta > 90^\circ - \alpha$, comunica às equações (94) e (96) valores negativos para g_{0_1} e g_{n_1} . Para confirmar essa assertiva basta analisar as equações (94) e (96). Os numeradores destas equações são eminentemente positivos para quaisquer valores de β . O sinal de g_{0_1} e g_{n_1} depende, portanto, da seguinte condição imposta pelos denominadores.

Sera positivo se:

$$\cos \alpha > \sin \beta \tag{116}$$

Para valores de β compreendidos entre os limites propostos, resulta $\cos \alpha < \operatorname{sen} \beta$, portanto, g_{0_1} e g_{n_1} serão negativos. Isto não implica em dizer que estes valores de β devam ser abandonados para projetos de moegas. Eles resultam construções de moegas com ângulos de descarga compreendidos entre aqueles limites como se pode verificar pela figura 7.

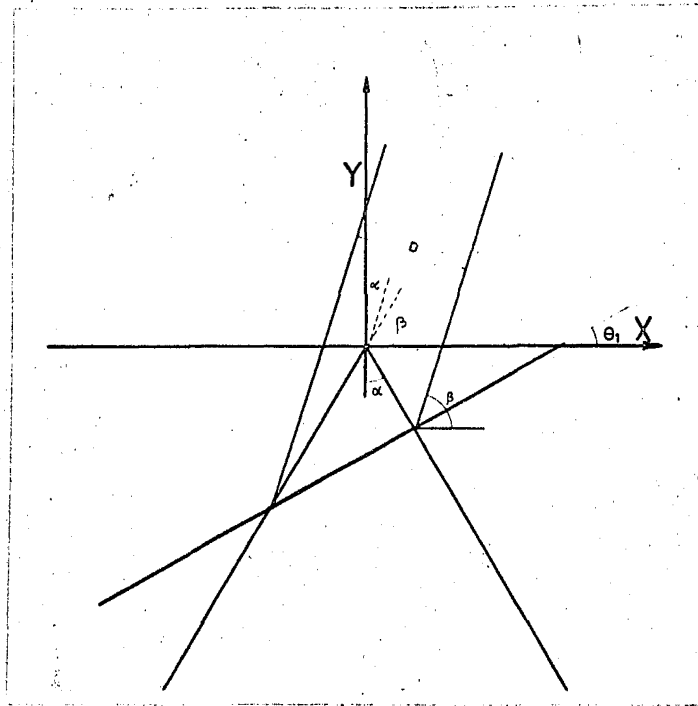


Fig. 7 - Quando β está entre os limites impostos pela desigualdade de $90^\circ + \alpha > \beta > 90^\circ - \alpha$ resulta moega com ângulo de descarga igual a β .

Particularmente para moegas com descarga vertical, basta substituir β por 90° em (94) e (96), e vem:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{01} &= \frac{D [1 + \operatorname{sen} (\alpha - 90^\circ)]}{2 \operatorname{sen} \alpha (\cos \alpha - \operatorname{sen} 90^\circ)} \\ &= \frac{-D}{2 \operatorname{sen} \alpha} \end{aligned} \quad (117)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{n1} &= \frac{D [1 - \operatorname{sen} (\alpha + 90^\circ)]}{2 \operatorname{sen} \alpha (\cos \alpha - \operatorname{sen} 90^\circ)} \\ &= \frac{-D}{2 \operatorname{sen} \alpha} \end{aligned} \quad (118)$$

A figura 8 é um esquema reduzido de moega com descarga de 90° .

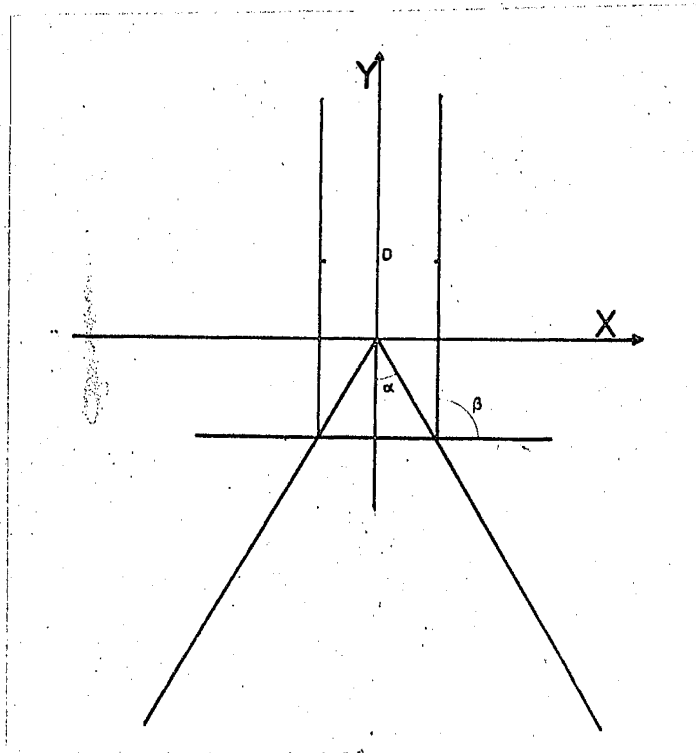


Fig. 8 - Da aplicação de $\beta = 90^\circ$ em (94) e (96) resultam moegas com descarga vertical.

6.1.3 - Estudo de projetos para valores de β nos limites propostos pela desigualdade $180^\circ > \beta > 90^\circ + \alpha$

Em 5.2.1 verificou-se que valores suplementares de β determinam esquemas simétricos ao eixo das ordenadas e iguais do ponto de vista de aplicação. Assim, para cada β compreendido nos limites propostos em 6.1.3, existe um suplemento, no primeiro quadrante, de mesma solução prática.

6.2 - Ângulo de descarga

Atribuindo-se a β valores negativos, nas equações (94) e (96), obtêm-se modelos de moegas com condutores em posição de descarga. O ângulo de descarga será estudado nos limites de 0° a -90° , correspondendo à descarga horizontal e vertical respectivamente.

Todo e qualquer projeto de descarga deverá ser executado aplicando-se a β valores compreendidos entre 0° e -90° , pois, para estes limites, obtêm-se sempre soluções positivas para g_{0_1} de (94) e g_{n_1} de (96). De fato: os numeradores das equações (94) e (96) são eminentemente positivos como se disse em 6.1.2. Os denominadores também serão positivos para valores de β negativos, o que confere a g_{0_1} e g_{n_1} valores positivos. Assim, projetos de descarga que poderiam ser feitos nos limites propostos por 6.1.2 o serão, com mais comodidade, seguindo-se as recomendações de 6.2.

7 - ESCOLHA DO ÂNGULO GERADOR DA MOEGA

Do ponto de vista estritamente matemático, α pode assumir qualquer valor. Entretanto, do ponto de vista de aplicação, o ângulo gerador da moega tem limitações que serão analisadas com o objetivo de se propor aquele que atenda melhor à finalidade de moegas para transportadores helicoidais. Considerou-se, como implicações vinculadas à essa escolha, os seguintes fatores:

- a) ângulo de repouso do material;
- b) ângulo de elevação do transportador helicoidal;
- c) superfície de chapa necessária à sua construção;
- d) planificação da superfície lateral da moega.

7.1 - Ângulo de repouso do material

O ângulo de repouso do material a ser conduzido é de grande importância no estudo de escoamento dos materiais a serem transportados. Moegas, com ângulo gerador muito grande, podem determinar a permanência de material na moega, não sujeito a transporte. Chamando de ϕ o ângulo de repouso de um material qualquer, o ângulo gerador α , para produzir escoamento, deve satisfazer a seguinte inequação:

$$\alpha < 90^\circ - \phi \quad (119)$$

Considerando a situação limite, onde a inclinação das geratrizes da moega seja igual ao ângulo de repouso ϕ , o ângulo α seria o seu complemento como ilustra a figura 9.

Nestas condições, o escoamento do material para o transportador helicoidal ficará muito comprometido. O escoamento será possível se a inclinação das geratrizes da moega for superior ao ângulo de repouso, restando, para α , valores que satisfaçam à inequação (119).

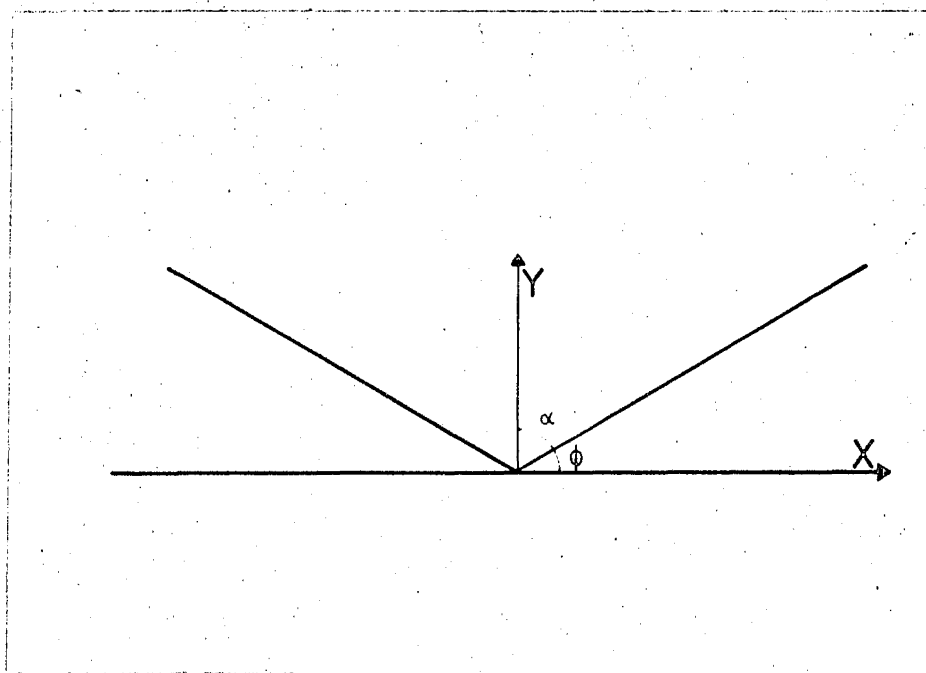


Fig. 9 - Para $\alpha > 90^\circ - \phi$ o escoamento do material ficará muito comprometido.

7.2 - Ângulo de elevação do transportador helicoidal

Verificou em 7.1 que o maior ângulo de elevação que se pode dar a um transportador helicoidal é igual ao complemento do ângulo gerador α da moega.

Mesmo assim, este valor limite deve ser excluído, pois, como ficou provado em 6.1, para $\beta \rightarrow 90^\circ - \alpha$, as geratrizes do condutor tornam-se paralelas a uma das geratrizes da moega e não haverá intersecção entre o condutor e a moega.

Sendo o limite do ângulo de elevação β complementar do ângulo α , gerador da moega, compreende-se que quanto menor este, maior a faixa de escolha de β .

7.3 - Superfície de chapa necessária à construção da moega

Do ponto de vista econômico é interessante uma elaboração sobre a superfície de chapa necessária à construção da moega. Para facilitar esse estudo fez-se uma hipótese simplificadora considerando-se a moega como um cone reto de revolução.

Propõe-se, então, o seguinte problema:

De todos os cones retos de revolução, de mesma capacidade, qual o de superfície lateral mínima?

Seja um cone reto, com raio de base R , altura H , e geratriz G . (Figura 10). O seu volume será:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 \cdot H \quad (120)$$

A superfície lateral terá por expressão:

$$S = \pi \cdot R \cdot G \quad (121)$$

Do triângulo VOA , (figura 10), tira-se:

$$G = \sqrt{R^2 + H^2} \quad (122)$$

Substituindo-se (122) em (121), vem:

$$S = \pi \cdot R \cdot \sqrt{R^2 + H^2} \quad (123)$$

De (123) deduz-se:

$$H = \frac{3V}{\pi \cdot R^2} \quad (124)$$

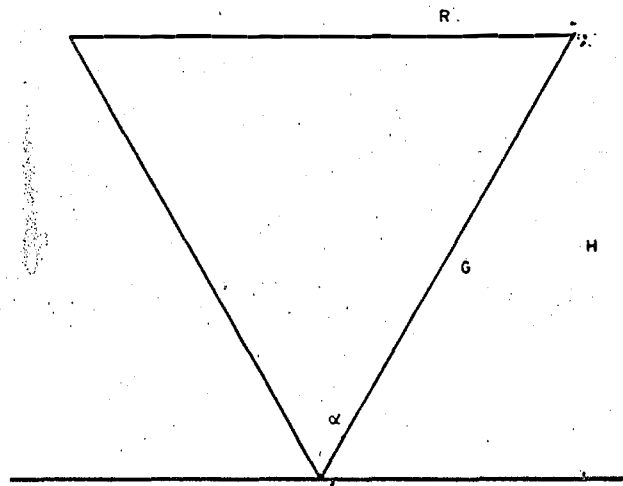


Fig. 10 - Esquema reduzido da seção reta de um cone de revolução para estudo de minimização de material necessário à sua construção.

Substituindo (124) em (123) , resulta:

$$S = \frac{\sqrt{\pi^2 \cdot R^6 + 9 V^2}}{R} \quad (125)$$

A equação (125) expressa a superfície lateral do cone em função do raio.

Derivando (125) em relação a R , para se pesquisar o mínimo da função S , vem:

$$S' = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot R^6 - 9 V^2}{R^2 \sqrt{\pi^2 \cdot R^6 + 9 V^2}} \quad (126)$$

Igualando (126) a zero, e resolvendo, vem:

$$R = \sqrt[6]{\frac{9 V^2}{2 \pi^2}} \quad (127)$$

Substituindo (127) em (124), resulta:

$$H = \frac{3 V}{\pi \sqrt[3]{\frac{9 V^2}{2 \pi^2}}} \quad (128)$$

Substituindo (127) em (128), vem:

$$\frac{R}{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 \quad (129)$$

Porém, do triângulo O A V (figura 10), tira-se:

$$\frac{R}{H} = \operatorname{tg} \alpha \quad (130)$$

Substituindo (130) em (129), e resolvendo, vem:

$$\alpha \approx 35^\circ 15' \quad (131)$$

Assim, o ângulo gerador α que oferece a maior economia de material é de $35^\circ 15'$; aproximadamente.

7.4 - Planificação da superfície lateral da moega

O desenvolvimento da superfície lateral de um cone se faz de maneira aproximada, quer se use a geometria descritiva, quer se empreguem os ábacos propostos pelos compêndios de traçado de funilaria. As figuras 11.a e 11.b, mostram o processo usado em funilaria, para desenvolvimento da superfície la-

teral de um cone. Vê-se, logo, a dificuldade em se desenvolver um arco de comprimento igual a $2 \cdot \pi \cdot R$ em um círculo de raio G , como mostra a figura 11.b .

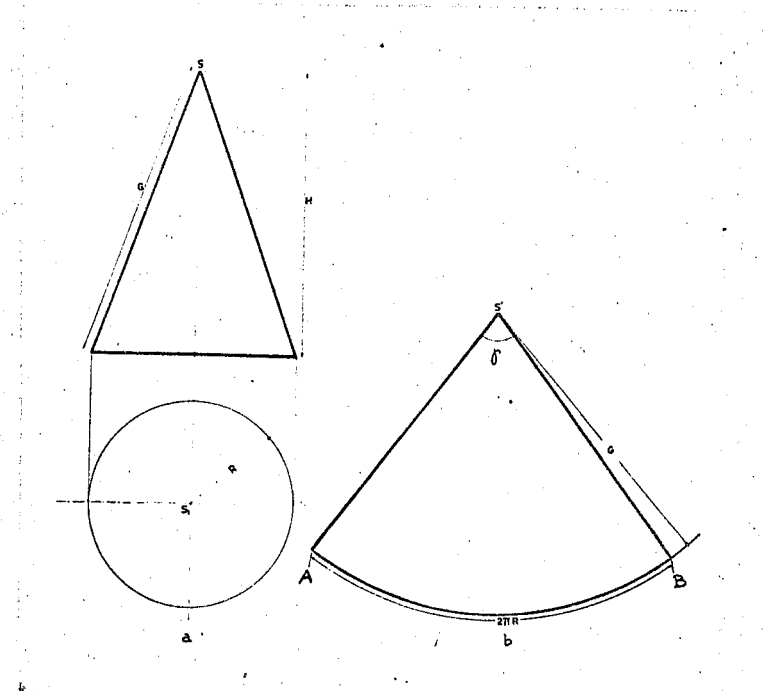


Fig. 11 - Ábaco proposto por AYALA (1966) , para desenvolvimento da superfície lateral de um cone.

A geometria descritiva recomenda dividir a circunferência da base (figura 11.a) em um número qualquer de partes iguais, tomando-se as cordas, em igual número sobre o arco $\widehat{A B}$ (figura 11.b) . Como se vê, é um procedimento aproximado. Um desenvolvimento exato do arco $\widehat{A B}$ só poderá ser obtido por um cálculo matemático como segue.

Uma circunferência de raio G corresponderia a um arco de 360° . Um arco, desta circunferência, de comprimento igual a $2 \cdot \pi \cdot R$, corresponderia a um ângulo central de $360^\circ \cdot R/G$. Assim, com um bom transferidor anota-se o ângulo central γ delimitando o arco $\widehat{A B}$. (figura 12) .

Um procedimento mais exato ainda, consistiria em determinar a corda A B , do seguinte modo:

$$A B = 2 \cdot G \cdot \frac{\gamma}{2}$$

ou

$$\overline{A B} = 2 \cdot G \cdot \operatorname{sen} \left(180^\circ \cdot \frac{R}{G} \right) \quad (132)$$

Este procedimento é mais exato que o anterior, pois é mais fácil a-
notar uma grandeza linear que um ângulo.

Particularmente, para um ângulo $\alpha = 30^\circ$, (figura 13) , ter-se-á
uma corda $\overline{A B}$, igual a $2 G$, como se pode deduzir facilmente.

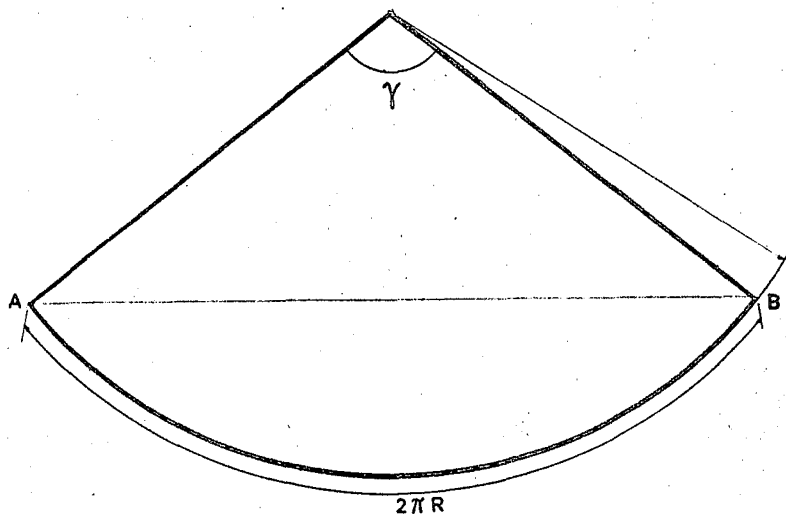


Fig. 12 - A corda $\overline{A B}$, determinada pelo cálculo em 7.4 ; confere maior

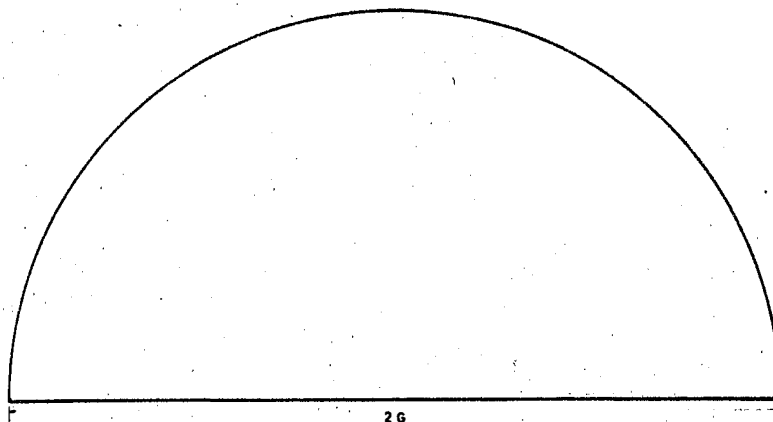


Fig. 13 - Para um ângulo gerador $\alpha = 30^\circ$ a superfície lateral desenvolvida de um cone é um semi-círculo.

Da figura 10, tem:

$$R = G \cdot \text{sen } 30^\circ,$$

ou

$$R = G/2 \quad (133)$$

Substituindo (133) em (132), vem:

$$\overline{AB} = 2G \quad (134)$$

O desenvolvimento da superfície lateral deste cone torna-se bastante simples, como indica a figura 13. Além disso, um ângulo $\alpha = 30^\circ$, admite um ângulo limite de elevação máximo de 60° para o condutor, mais que suficiente para qualquer projeto dessa natureza, pois, como se viu em REGAN e HENDERSON (1959), a capacidade de transporte a 60° de elevação é 30% da capacidade a 0° e, em HERUM (1960), verifica-se que o requerimento de potência a 60° é 3,2 vezes o requerimento a 0° .

8 - SEGMENTOS DE GERATRIZ DO CILINDRO

8.1 - Mudança da linha de terra

Para se determinar as cotas dos segmentos de geratriz do cilindro, fez-se, inicialmente, uma mudança do plano vertical de projeções de LT para $L_1 T_1$, (figura 14), perpendicularmente ao eixo do cilindro. Essa mudança tem por fim facilitar o estudo da seção do cilindro em um novo sistema.

8.2 - Ângulo do plano de t \hat{o} po

Seja θ o ângulo que o traço vertical do plano de t \hat{o} po faz com a linha de terra no novo sistema. (Figura 14).

Da figura 14, deduz-se:

$$\theta = 90^{\circ} - \psi \quad (135)$$

$$\psi = \theta - \beta \quad (136)$$

Por substituição de (136) em (135), resulta:

$$\theta = 90^{\circ} - (\theta - \beta) \quad (137)$$

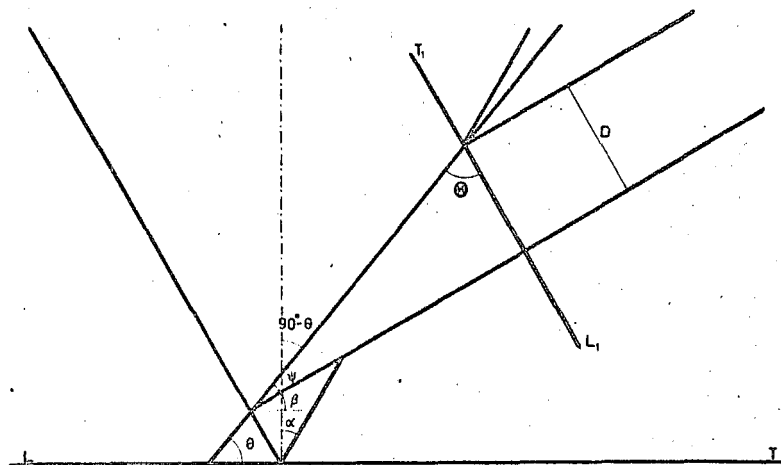


Fig. 14 - Esquema reduzido da geometria de interpenetraçãõ entre a moega e o condutor com mudançã do plano vertical de projeçãõ.

8.3 - Projeçãõ do cilindro no novo sistema $L_1 T_1$

Relativamente ao nãovo sistema de projeções $L_1 T_1$, tem-se um cilindro com geratrizes perpendiculares ao plano horizontal de projeçãõ (figura 15). O ângulo θ , cujo valor estã expresso em (137), define a inclinaçãõ do plano de tãpo $P_1' O' P_2'$ sãobre o plano horizontal de projeções.

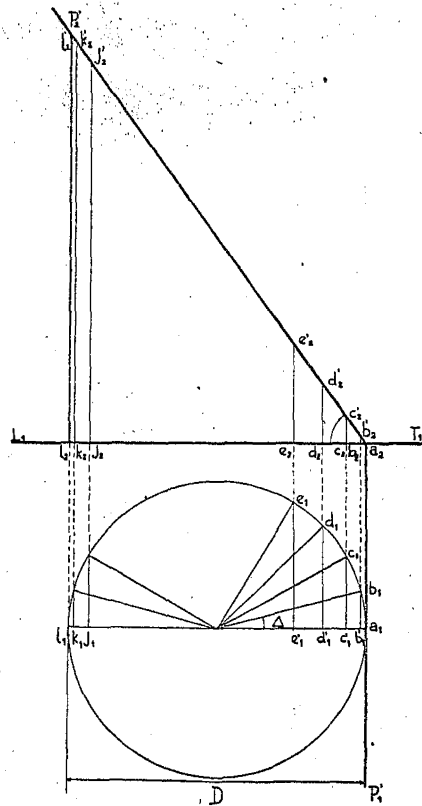


Fig. 15 - Projeção do condutor no novo sistema $L_1 T_1$.

8.4 - Verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz do cilindro

Com o fim de se determinar a verdadeira grandeza dos segmentos de geratriz do cilindro, dividiu-se a circunferência da base em um número qualquer de partes iguais, compreendendo cada segmento de arco um ângulo cêntrico Δ . As projeções verticais

$$\overline{b_2 b_2'}, \overline{c_2 c_2'}, \overline{d_2 d_2'}, \dots, \overline{l_2 l_2'}$$

são as projeções das verdadeiras grandezas dos segmentos de geratriz que se quer determinar.

8.4.1 - Equações das projeções verticais dos segmentos

Da figura 15 , deduz-se:

$$\overline{b_2 b'_2} = \overline{b_2 a_2} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (138)$$

Porém, tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{b_2 a_2} = \overline{b'_1 a_1} &= \frac{D}{2} - \frac{D}{2} \cdot \cos \Delta \\ &= \frac{D}{2} (1 - \cos \Delta) \end{aligned} \quad (139)$$

Substituindo (139) em (138) , vem:

$$\overline{b_2 b'_2} = \frac{D}{2} (1 - \cos \Delta) \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (140)$$

Tem-se, ainda:

$$\overline{c_2 c'_2} = \overline{c_2 a_2} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (141)$$

Porém,

$$\begin{aligned} \overline{c_2 a_2} = \overline{c'_1 a_1} &= \frac{D}{2} - \frac{D}{2} \cdot \cos (2 \Delta) \\ &= \frac{D}{2} [1 - \cos (2 \Delta)] \end{aligned} \quad (142)$$

Substituindo (142) em (141) , vem:

$$\overline{c_2 c'_2} = \frac{D}{2} [1 - \cos (2 \Delta)] \operatorname{tg} \theta \quad (143)$$

Tem-se, também

$$\overline{d_2 d'_2} = \overline{d_2 a_2} \cdot \operatorname{tg} \theta \quad (144)$$

Porém,

$$\overline{d_2 a_2} = \overline{d'_1 a_1} = \frac{D}{2} - \frac{D}{2} \cos (3 \Delta)$$

$$\overline{d_2 a_2} = \frac{D}{2} [1 - \cos (3 \Delta)] \quad (145)$$

Substituindo (145) em (144), vem:

$$\overline{d_2 d_2'} = \frac{D}{2} [1 - \cos (3 \Delta)] \operatorname{tg} \theta \quad (146)$$

Estabelecendo que a geratriz $\overline{b_2 b_2'}$ seja de ordem 1, $\overline{c_2 c_2'}$ de ordem 2, $\overline{d_2 d_2'}$ de ordem 3, e assim sucessivamente, até $\overline{l_2 l_2'}$ de ordem n , pode-se, deduzir uma equação geral para os segmentos de geratriz.

Seja h_i um segmento de geratriz qualquer de ordem i , onde i pode assumir qualquer valor inteiro e positivo de 0 a n . Analisando a formação das equações sucessivas dos segmentos de geratriz, pode-se escrever:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos (i \Delta)] \operatorname{tg} \theta \quad (147)$$

Note-se que para $i = 0$, resulta um segmento de geratriz de valor nulo, que corresponde ao ponto a_2 de cota zero.

8.4.2 - Equação de h em função do ângulo de elevação β

Por substituição de (137) em (147), resulta:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos (i \Delta)] \cdot \operatorname{tg} [90^\circ - (\theta - \beta)] \quad (148)$$

Resolvendo (148), vem:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos (i \Delta)] \cdot \operatorname{cotg} (\theta - \beta) \quad (149)$$

Como ficou estabelecido em 5.3, é mais cômodo trabalhar-se com $\operatorname{tg} \theta_1$. Assim, deve-se preparar a equação (149) para receber $\operatorname{tg} \theta_1$, definida pela equação (40).

Tem-se, pois:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos (i \Delta)] \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} (\theta - \beta)} \quad (150)$$

Resolvendo (150), vem:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos(i \Delta)] \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \theta - \operatorname{tg} \beta} \quad (151)$$

Por substituição de (40) em (151), resulta:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos(i \Delta)] \cdot \frac{1 + \operatorname{tg} \beta \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta}}{\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} - \operatorname{tg} \beta} \quad (152)$$

Simplificando (152), vem:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos(i \Delta)] \cdot \frac{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{tg} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

$$= \frac{D}{2} [1 - \cos(i \Delta)] \cdot \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta - \operatorname{tg} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Multiplicando numerador e denominador por $\cos \beta$, vem:

$$h_i = \frac{D}{2} [1 - \cos(i \Delta)] \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta}$$

$$= \frac{D}{2} [1 - \cos(i \Delta)] \cdot \frac{\cos \beta}{\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta} \quad (153)$$

9 - DESENVOLVIMENTO DA SUPERFÍCIE LATERAL DA MOEGA

9.1 - Generalidades

O desenvolvimento da superfície lateral da moega obedece à recomendação proposta em 8.4.1, no que diz respeito ao ângulo gerador α do cone.

Seja, pois, desenvolver a superfície lateral de uma moega com ângulo gerador $\alpha = 30^\circ$, diâmetro do condutor D e ângulo de elevação ou descarga β . Propõe-se, ainda, que o perímetro da base do cone seja dividido em $2n$ arcos iguais correspondendo a $2n$ geratrizes e compreendendo um ângulo cêntrico

co $\Delta = \frac{360^\circ}{2n}$. Fica entendido, também, que o desenvolvimento tem por base

um cone com geratriz g mínima à construção da moega, podendo esta se prolongar como superfície cônica ou cilíndrica de acordo com as conveniências do projeto.

9.2 - Cálculo dos segmentos de geratriz da moega

O cálculo dos segmentos de geratriz da moega se fará aplicando-se os valores de α , β e D na equação (92), lembrando que $\text{tg } \theta$, de acordo

com a análise feita em 5.2.2 e 5.3, será o determinado pela equação (40), a saber:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \quad \text{De (40) .}$$

Aplicando-se, pois (40) em (92), resulta:

$$g_i = \frac{D \left[1 - \frac{\cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta}{(1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta)^2} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha \right]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot \left(\frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta \right)}$$

$$\cdot \frac{1}{\left[1 - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos (i \Delta) \right]} \quad (154)$$

Simplificando (154), vem:

$$= \frac{D \left[(1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta)^2 - \operatorname{sen}^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta \right]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)}$$

$$\cdot \frac{1}{\left[1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos (i \Delta) \right]}$$

$$= \frac{D (1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta)}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)}$$

$$\cdot \frac{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta}{\left[1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos (i \Delta) \right]}$$

$$g_i = \frac{D [1 + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)] \cdot [1 - \operatorname{sen}(\alpha + \beta)]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \cos^2 \beta - \operatorname{sen} \beta + \cos \alpha \cdot \operatorname{sen}^2 \beta)}$$

$$\cdot \frac{1}{1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos(i \Delta)}$$

$$g_i = \frac{D [1 + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)] \cdot [1 - \operatorname{sen}(\alpha + \beta)]}{2 \operatorname{sen} \alpha \cdot (\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta) \cdot [1 - \cos \alpha \cdot \operatorname{sen} \beta - \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos(i \Delta)]} \quad (155)$$

A imposição de $\alpha = 30^\circ$ em (155), conforme o recomendado em 7.4, traz uma simplificação apreciável à essa equação.

Preferiu-se, entretanto, conservar a forma geral que é válida para qualquer valor do ângulo gerador α . Além disso, far-se-á uma tabela para valores de g_i e h_i , com base no ângulo gerador $\alpha = 30^\circ$, que permitirá a obtenção dos segmentos de geratriz para os ângulos de descarga ou elevação do condutor variando de grau em grau.

9.3 - Planificação da superfície lateral da moega

Embora este capítulo seja encontrado nos compêndios de geometria descritiva e cálculo e traçado de caldeiraria, julgou-se conveniente detalhar o processo aqui, uma vez que este tipo de moega constitui um caso especial, merecendo pois, referência particular.

Seja uma moega provinda da intersecção de um cone de revolução, com ângulo gerador de 30° , à qual deva ser ligado um condutor cilíndrico de diâmetro D e ângulo de elevação ou descarga β sobre a horizontal.

Inicialmente, calculam-se os segmentos de geratriz g_i pela aplicação de β e D na equação (155). O valor de n vai depender da precisão que o projeto requeira. Como ponto de referência, construiu-se modelos com condutores de 100 mm. de diâmetro, atribuindo-se a β valores de 15° e 30° (elevação) e -15° , -30° (descarga), e 0° (descarga horizontal). Estes modelos foram

calculados para i variando de 0 a 6 em (155), obtendo-se excelente resultado, apesar de se empregar régua de cálculo na determinação dos segmentos de geratriz. (Figura 18).

Calculados os g_i , passa-se à fase do traçado que pode ser feito diretamente sobre a chapa, dispensando-se os trabalhos de prancheta.

Com um compasso, abertura igual à maior geratriz, traça-se um semi-círculo de centro O (figura 16). Divide-se a semi-circunferência em $2n$ partes iguais ligando-se os pontos divisores ao centro por meio de raios. Os pontos divisores devem ser numerados de 0 a n , até a metade da semi-circunferência, a partir de uma das extremidades, continuando-se a numeração na ordem decrescente até 0. Os índices dos pontos divisores correspondem aos índices dos segmentos de geratriz que serão medidos sobre os raios respectivos.

A partir do centro do semi-círculo, sobre os raios, anotam-se os segmentos de geratriz calculados. Unem-se os pontos anotados por uma curva contínua obtendo-se o limite inferior da moega desenvolvida, sendo o limite mínimo superior determinado pela semi-circunferência ABC. (Figura 16). A área hachurada corresponde ao desenvolvimento da superfície lateral da moega. É de todo conveniente deixar uma "orelha" (R) como a indicada na figura 16 para posterior operação de solda, rebitagem ou engarfagem.

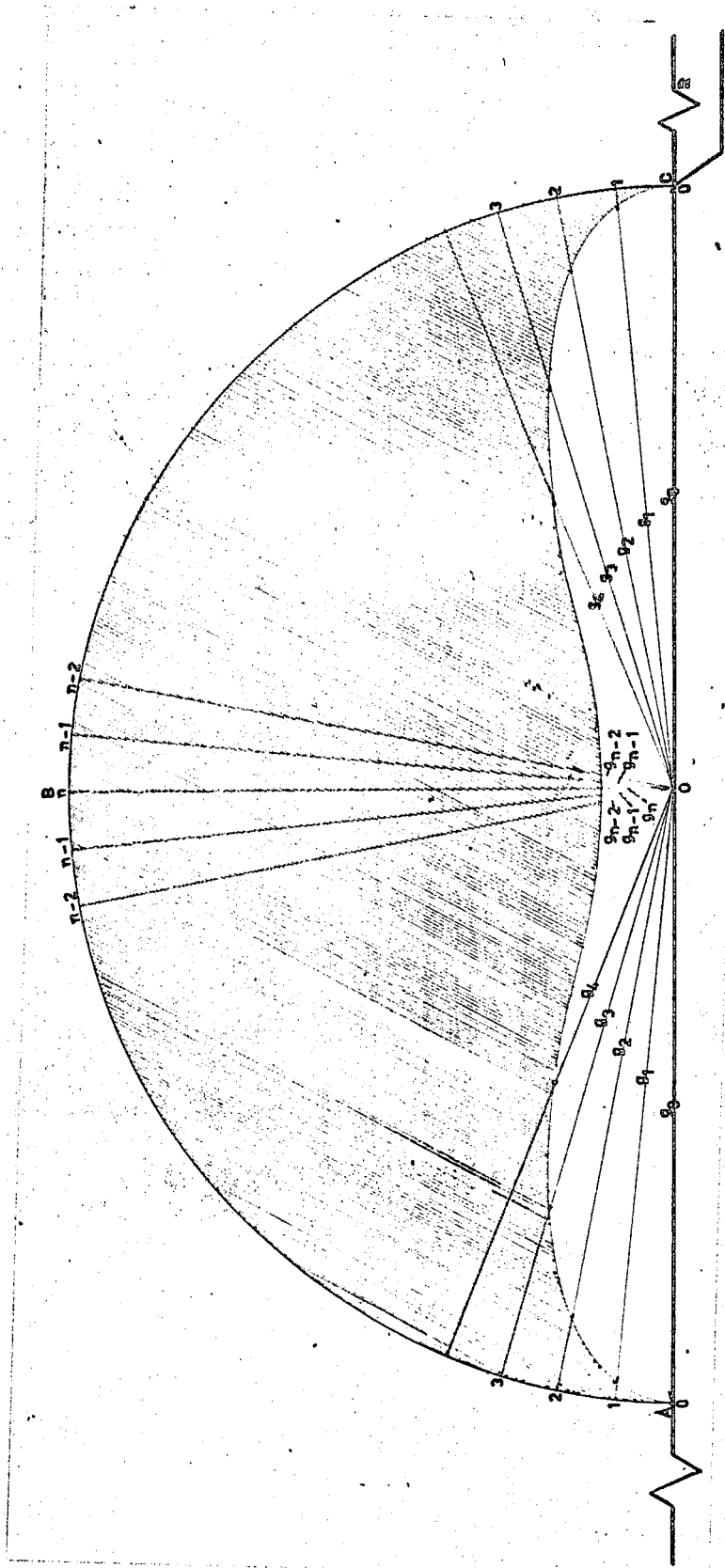


Fig. 16 Esquema do desenvolvimento da superfície lateral mínima da moega.

10 - DESENVOLVIMENTO DA SUPERFÍCIE LATERAL DO CONDUTOR

10.1 - Generalidades

A extremidade do condutor que se liga à moega é, como se viu, um tronco de cilindro de revolução. O desenvolvimento da superfície lateral deste sólido encontra-se em qualquer compêndio de geometria descritiva ou cálculo e traçado de caldeiraria. Entretanto, como se propôs um desenvolvimento sem trabalhos de prancheta, dedicou-se um capítulo especial a este assunto.

Seja, pois, um condutor de diâmetro D , com um ângulo de elevação au descarga β sobre a horizontal, que deva unir-se a uma moega com ângulo gerador α . Propõe-se, ainda, que a circunferência do condutor seja dividida em $2n$ partes iguais, compreendendo um ângulo cêntrico

$$\Delta = \frac{360^\circ}{2n},$$

correspondendo a cada ponto divisor um segmento de geratriz h_i . Fica entendido, também, que o desenvolvimento se refere apenas à cunha cilíndrica compreendida entre a seção do plano secante do condutor, comum a moega e ao condutor e a seção reta tangente à primeira seção. (Figura 15).

10.2 - Cálculo dos segmentos de geratriz do condutor

Aplicando-se os valores de α , β , D e Δ em (153), e atribuindo-se a i valores de 0 a n , obtêm-se os segmentos de geratriz do tronco do condutor.

A imposição de $\alpha = 30^\circ$ em (153), proposta em 7.4, não traz nenhuma simplificação apreciável a essa equação. Preferiu-se, assim, conservar a equação dos segmentos de geratriz do cilindro sob a forma geral, permitindo ao projetista o cálculo de moegas com ângulo gerador diferente do recomendado em 7.4. Além disso, como ficou expresso em 9.2, far-se-á uma tabela para os segmentos de geratriz h_i com base no ângulo gerador $\alpha = 30^\circ$.

10.3 - Planificação da superfície lateral do condutor

O desenvolvimento de um tronco de cilindro é bastante simples, como se pode verificar nos compêndios de geometria descritiva ou cálculo e traçado de caldeiraria. Entretanto, dadas as condições especiais dos segmentos de geratriz calculados, decidiu-se expor o procedimento, uma vez que ele não envolve qualquer trabalho de prancheta.

Diretamente sobre a chapa, que constitui o material para o condutor, traça-se um segmento de reta iguais a πD . (Figura 17).

Divide-se este segmento em $2n$ partes iguais, levantando-se, dos pontos divisores, perpendicularmente à linha base, os segmentos de geratriz calculados segundo a sequência indicada na figura 17.

Unem-se as extremidades livres dos segmentos de geratriz por uma linha contínua, obtendo-se assim o desenvolvimento da linha de intersecção do plano secante com a superfície do condutor. A área compreendida entre a linha sinuosa e a linha base corresponde à superfície lateral desenvolvida da cunha cilíndrica definida em 10.1.

É de todo conveniente deixar-se uma "orelha", indicada pela letra R na figura 17, com o fim de facilitar a operação de solda, rebitagem ou engarfagem.

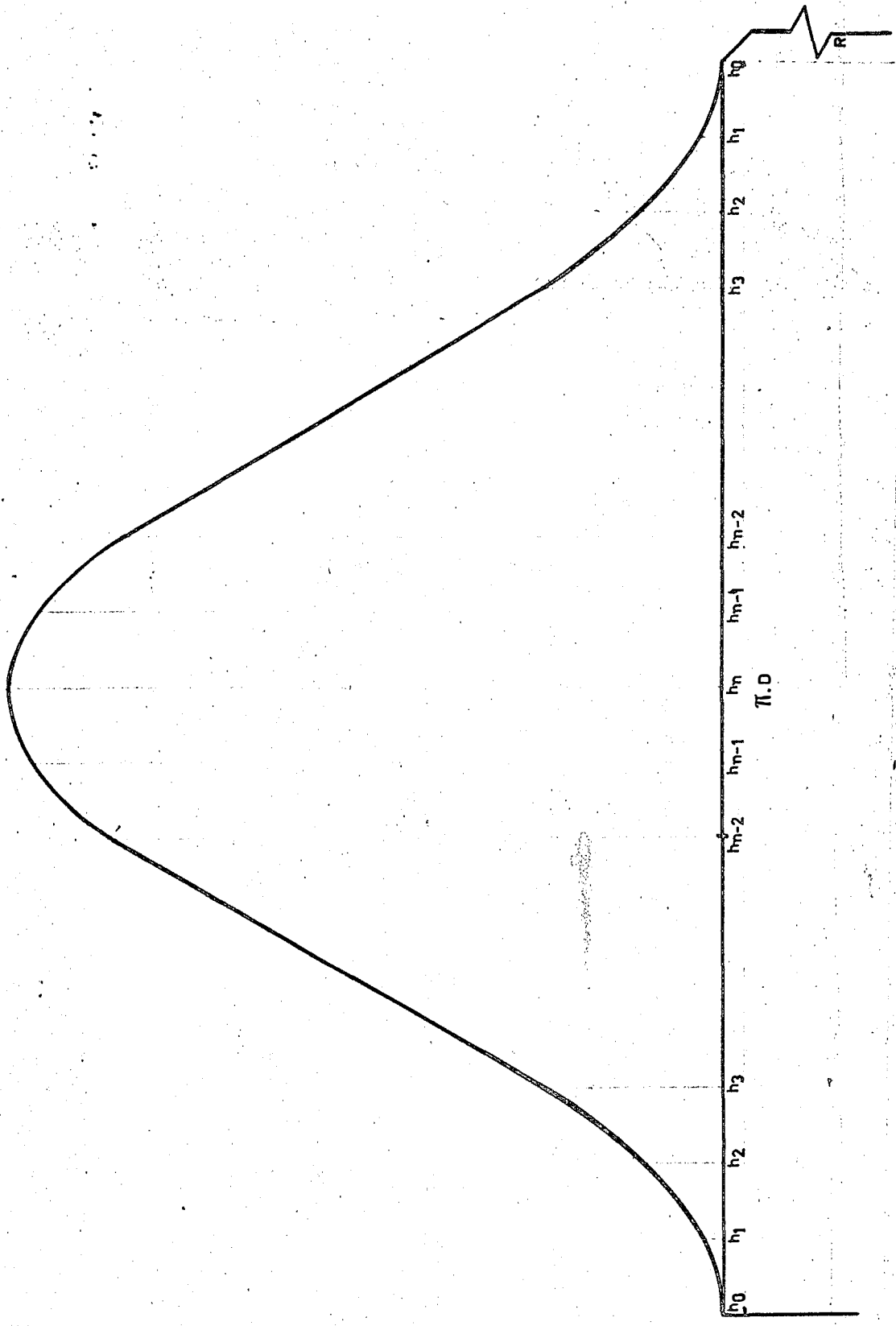


Fig. 17 - Esquema da superfície lateral desenvolvida do tronco do condutor.

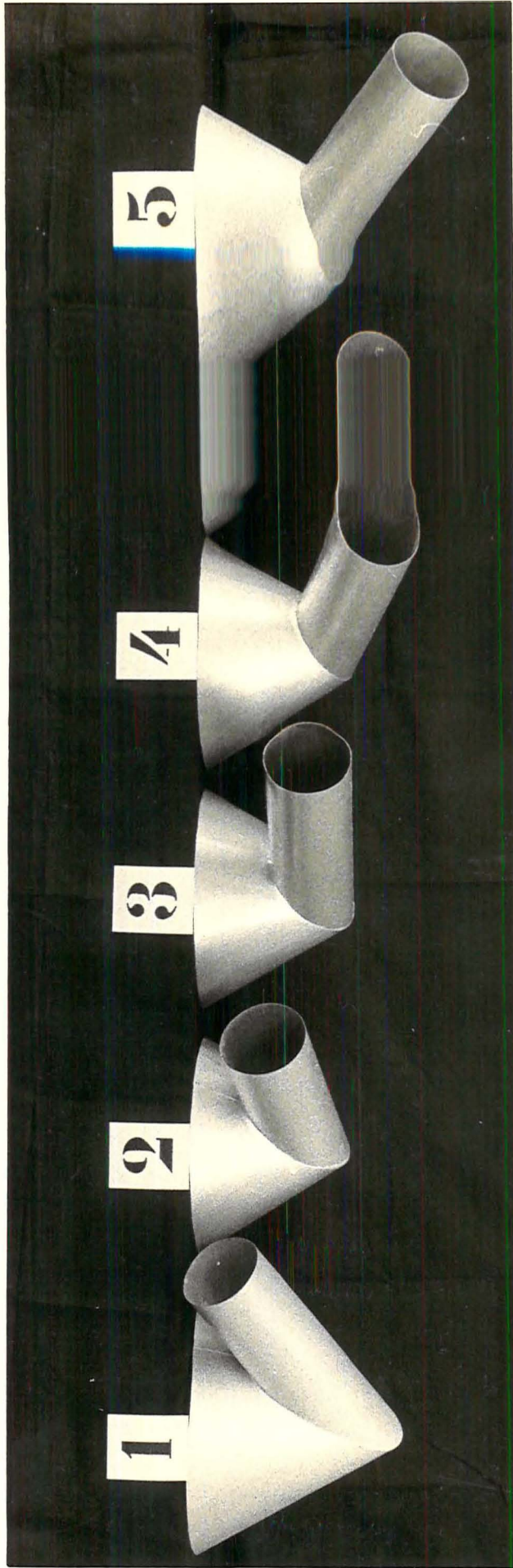


Fig. 18 - Moáelos reduzidos de moegas, tendo os condutores inclinados de 30° (1) , 15° (2) , 0° (3) , - 15° (4) , - 30° (5) .

11 - TABELAS E SEU EMPREGO

11.1 - Generalidades

O cálculo dos segmentos de geratriz da moega e do condutor pelas equações (153) e (155) é uma operação que, se por um lado dispensa os trabalhos de prancheta, por outro lado exige do calculista alguns conhecimentos de trigonometria, principalmente. Com o fim de facilitar a determinação dos segmentos de geratriz, elaborou-se tabelas para moegas com ângulo gerador $\alpha = 30^\circ$ e ângulos de elevação ou descarga β variando de grau em grau, desde $+ 59^\circ$ até $- 59^\circ$. As justificativas para escolha de $\alpha = 30^\circ$ já foram discutidas no capítulo 7.

11.2 - Elaboração das tabelas

Para garantir o máximo rigor na elaboração das tabelas, recorreu-se à computação eletrônica.

Como o diâmetro do condutor é proporcional aos segmentos de geratriz, resolveu-se calcular os mesmos para um diâmetro unitário. Assim, os números impressos correspondem a segmentos de geratriz para conjuntos de moegas e condutores de diâmetro unitário. Para facilidade de expressão, chamou-se os segmentos de geratriz simplesmente de cotas.

Tanto para a moega, como para o condutor, foram calculados 13 cotas, número mais que suficiente para o maior rigor no traçado como se verificou experimentalmente na construção de modelos.

11.3 - Emprego das tabelas

Uma vez estabelecida a inclinação do condutor, localiza-se o seu valor na coluna correspondente. Multiplicam-se os fatores da coluna pelo diâmetro D , obtendo-se as cotas das seções da moega e do condutor nas tabelas respectivas. Essas cotas serão dispostas segundo as ilustrações das figuras 16 (moega) e 17 (condutor), levando-se em consideração que $n = 12$.

12 - CONCLUSÕES

- 12.1 - Existe um plano secante determinando seções elípticas iguais em um cilindro e um cone de eixos convergentes que se interpenetram. Este fato permite a construção de moegas especiais para transportadores helicoidais.
- 12.2 - Da análise algébrica aplicada à geometria de interpenetração de cilindros com cones, resultaram duas soluções para o problema.
- 12.3 - As soluções apresentam simetria em relação ao eixo das ordenadas para valores suplementares da inclinação do condutor e simetria em relação à origem para inclinações que diferem de 180° .
- 12.4 - A simetria verificada permitiu a opção pela solução que apresentou maior comodidade do ponto de vista de aplicabilidade do problema.
- 12.5 - Quando o limite da inclinação do condutor tender para o complemento do ângulo gerador da moega, as geratrizes extremas destes sólidos tornam-se paralelas, tornando-se impossível a interpenetração dos mesmos.

- 12.6 - Da análise algébrica aplicada à geometria de interpenetração de cilindros com cones resultaram equações gerais para os segmentos de geratriz destes sólidos, cujo emprego dispensa todo e qualquer trabalho de prancheta no traçado das superfícies laterais desenvolvidas dos mesmos.
- 12.7 - As equações gerais dos segmentos de geratriz da moega e do condutor permitiram a elaboração de tabelas, por computação eletrônica, que simplificam, sobremaneira, o traçado das superfícies laterais desenvolvidas daqueles sólidos diretamente sobre a chapa.
- 12.8 - Para moegas de mesma capacidade, aquela com ângulo gerador de aproximadamente 35° é a que exige a mínima quantidade de material para sua construção.
- 12.9 - O ângulo gerador de 30° confere grande simplicidade no traçado da superfície lateral desenvolvida da moega.
- 12.10 - Os modelos construídos com 7 cotas calculadas apenas, demonstram que o número de 13, proposto pelas tabelas, é suficiente para conferir às superfícies laterais desenvolvidas do condutor e da moega grande precisão.

13 - RESUMO

O presente trabalho refere-se ao cálculo e traçado de moegas especiais para transportadores helicoidais. No seu desenvolvimento fez-se uma análise algébrica sobre a geometria de interpenetração de cilindros com cones, determinando-se uma equação geral para as cotas dos troncos resultantes.

Sobre os parâmetros físicos, tais como, inclinação do helicóide, requerimentos de potência, vazão, coeficientes de atrito, e velocidade, foi feita uma revisão bibliográfica com o fim de oferecer subsídios a imposições simplificadoras às equações matemáticas desenvolvidas.

Determinadas as equações gerais das cotas da moega e do condutor, foram elaboradas tabelas, por computação eletrônica, de tal sorte que a construção destas moegas especiais dispensem todo e qualquer trabalho de prancheta, podendo, o seu traçado, ser feito diretamente sobre a chapa.

14 - SUMMARY

The aim of this research was the calculation and drawing of special hoppers for screw conveyors.

The work was carried out using algebraical analysis of geometric interpenetration of cylinders with cones, thus determining a general equation for the co-ordinates of the lines of intersection.

A bibliografic review was made of papers dealing with physical parameters, such as inclination of helicoid, power requirement, delivery rate, coefficients of friction of grains, and speed, in order to justify simplifications made in the development of the theory.

The general equations of the curves appearing in the hoppers and conductors were obtained, and tables were prepared, by electronic computing, such that the construction of these hoppers can be carried out directly, with no use of graphical methods.

15 - BIBLIOGRAFIA CITADA

- ASENSI, FERNANDO ISQUIERDO. Geometria Descriptiva. Madrid , Editorial Dossat , 1956. 436 p.
- AYALA, A. JORGE. Trazado y Calculo de Caldereria. Bilbao , Ediciones Urmo , 1966. 379 p.
- CHAPUT, FRERE IGNACE. Elementos de Geometria Descriptiva. Rio de Janeiro , F. Briguiet e Cia. , Editores , 1966. 484 p.
- HERUM, FLOYD L. Performance of Auger Conveyors for Farm Feed Materials. Bulletin 666 , University of Illinois , Agricultural Experiment Station. 1960. 12 p.
- ISAACS, C. W. Características do Armazenamento de Grãos e Preparo de Rações. URBMG , Viçosa. 1966.
- LARBURU, N. El Trazado en el Taller de Caldereria. Barcelona , Editorial Gustavo Gili S. A. , 1964. 226 p.
- MAIFRENI, EGIDIO & ZAMBONI, ALBINO. Il Disegno Meccanico. Torino , G. B. Paraiva and C. , 1956. 276 p.

- Mc CABE, L. WARREN et alli. Unit Operations of Chemical Engineering. New York, Mc Graw-Hill Book Company, 1967. 1007 p.
- PEART, R. M. et alli. Dimensional Standards and Performance Test Procedures for Screw Conveyor. Transactions of the ASAE, 10 (5): 667-669. 1967.
- REHKUGLER, GERALDE. Screw Conveyor-State of the Art. Transactions of the ASAE, 10 (5): 615-618. 1967.
- REGAN, W. M. and HENDERSON, S. M. Performance Characteristics of Inclined Screw Conveyors. Agricultural Engineering, 40 (8): 450-452. 1959.
- RICHTER, D. W. Friction Coefficients of Some Agricultural Materials. Agricultural Engineering, 35 (6): 411-413. 1954.
- ROUBAUDI, C. Traité de Géométrie Descriptive. Paris, Masson et Cie, Editeurs. 1948. 580 p.
- SANTOS, NESTOR CARLOS. Condutores Tubulares. Trabalho Apresentado no 1.^o Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola. Piracicaba. 1966.
- SANTOS, NESTOR CARLOS e MIALHE, L. G. Sobre um Método de Determinação do Ângulo de Repouso de Grãos. Solo, (1): 89-91. 1969.
- TRIGUEROS, J. V. Matemáticas e Sus Aplicaciones Agrícolas. Barcelona, Salvat Editores S. A., 1952. 402 p.
- VALGANÓN, L. V. Guia del Trazador em Caldereria. Barcelona, Editorial Gustavo Gili S. A., 1967. 231 p.
- ZORRILHA, G. I. Trazados Fundamentales en Caldereria. Barcelona, Editorial Gustavo Gili S. A., 1969. 240 p.

16 - TABELAS PARA TRACADO DE MOEGAS ESPECIAIS PARA TRANSPORTA-
DORES HELICOIDAIS

COTAS DA MOEGA (ε) E DO CONDUTOR (h) PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

ÂNGULOS DE ELEVAÇÃO DO CONDUTOR

ε ^o	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
1	1.732	1.749	1.768	1.786	1.806	1.826	1.847	1.868	1.891	1.914	1.938	1.963	1.989	2.015
2	1.674	1.690	1.706	1.722	1.739	1.756	1.774	1.792	1.811	1.831	1.851	1.872	1.893	1.915
3	1.527	1.537	1.547	1.558	1.568	1.579	1.590	1.601	1.612	1.624	1.636	1.648	1.660	1.672
4	1.339	1.343	1.348	1.352	1.356	1.360	1.365	1.369	1.373	1.376	1.380	1.384	1.388	1.391
5	1.154	1.154	1.154	1.154	1.153	1.153	1.152	1.151	1.150	1.148	1.147	1.145	1.143	1.141
6	0.994	0.991	0.988	0.985	0.982	0.978	0.975	0.971	0.967	0.963	0.958	0.954	0.949	0.944
7	0.866	0.861	0.857	0.852	0.847	0.842	0.837	0.831	0.826	0.820	0.814	0.808	0.802	0.796
8	0.766	0.761	0.756	0.750	0.745	0.739	0.733	0.727	0.721	0.715	0.708	0.702	0.695	0.688
9	0.692	0.687	0.681	0.675	0.669	0.663	0.657	0.651	0.644	0.638	0.631	0.625	0.618	0.611
10	0.639	0.634	0.628	0.622	0.616	0.610	0.603	0.597	0.591	0.584	0.578	0.571	0.564	0.557
11	0.604	0.598	0.592	0.586	0.580	0.574	0.568	0.561	0.555	0.549	0.542	0.535	0.529	0.522
12	0.583	0.578	0.572	0.566	0.560	0.554	0.547	0.541	0.535	0.528	0.522	0.515	0.509	0.502
13	0.577	0.571	0.565	0.559	0.553	0.547	0.541	0.535	0.528	0.522	0.515	0.509	0.502	0.496

h ^o	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.019	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.024	0.024	0.025	0.026
3	0.077	0.078	0.080	0.082	0.083	0.085	0.087	0.089	0.091	0.093	0.095	0.097	0.101	0.104
4	0.169	0.172	0.176	0.179	0.183	0.187	0.191	0.195	0.199	0.203	0.208	0.212	0.222	0.227
5	0.288	0.294	0.300	0.306	0.313	0.319	0.326	0.333	0.340	0.347	0.355	0.363	0.379	0.388
6	0.427	0.436	0.445	0.454	0.464	0.473	0.483	0.494	0.504	0.515	0.527	0.538	0.563	0.576
7	0.577	0.589	0.601	0.613	0.626	0.639	0.653	0.666	0.681	0.695	0.711	0.726	0.743	0.777
8	0.726	0.741	0.756	0.772	0.788	0.805	0.822	0.839	0.857	0.876	0.895	0.915	0.935	0.978
9	0.866	0.883	0.901	0.920	0.939	0.959	0.979	1.000	1.021	1.043	1.066	1.090	1.114	1.166
10	0.985	1.005	1.026	1.047	1.069	1.091	1.114	1.138	1.162	1.188	1.214	1.240	1.268	1.327
11	1.077	1.099	1.121	1.145	1.168	1.193	1.218	1.244	1.271	1.298	1.327	1.356	1.386	1.450
12	1.135	1.158	1.181	1.206	1.231	1.257	1.283	1.311	1.339	1.368	1.398	1.429	1.460	1.528
13	1.154	1.178	1.202	1.227	1.252	1.279	1.306	1.333	1.362	1.391	1.422	1.453	1.486	1.554

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR
 ÂNGULOS DE ELEVAÇÃO DO CONDUTOR

	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
0	2.073	2.103	2.135	2.168	2.203	2.239	2.277	2.318	2.360	2.404	2.451	2.501	2.553	2.609	2.668
1	1.962	1.987	2.013	2.039	2.067	2.096	2.126	2.157	2.189	2.223	2.258	2.295	2.334	2.374	2.416
2	1.698	1.711	1.724	1.737	1.751	1.764	1.778	1.792	1.807	1.821	1.835	1.849	1.864	1.878	1.892
3	1.397	1.400	1.403	1.406	1.408	1.410	1.411	1.413	1.413	1.414	1.414	1.413	1.411	1.409	1.407
4	1.136	1.133	1.129	1.126	1.122	1.117	1.112	1.107	1.101	1.095	1.088	1.080	1.072	1.064	1.054
5	0.932	0.926	0.920	0.914	0.907	0.900	0.892	0.884	0.876	0.867	0.858	0.848	0.838	0.827	0.816
6	0.782	0.775	0.768	0.760	0.752	0.744	0.736	0.727	0.718	0.709	0.699	0.689	0.678	0.668	0.657
7	0.674	0.666	0.658	0.651	0.643	0.634	0.626	0.617	0.608	0.599	0.590	0.580	0.570	0.560	0.549
8	0.596	0.589	0.581	0.574	0.566	0.558	0.549	0.541	0.532	0.524	0.515	0.506	0.496	0.487	0.477
9	0.543	0.536	0.528	0.521	0.513	0.505	0.497	0.489	0.481	0.473	0.464	0.455	0.446	0.437	0.428
10	0.508	0.501	0.494	0.486	0.479	0.471	0.464	0.456	0.448	0.440	0.431	0.423	0.415	0.406	0.397
11	0.488	0.481	0.474	0.467	0.460	0.452	0.445	0.437	0.429	0.421	0.413	0.405	0.397	0.388	0.380
12	0.482	0.475	0.468	0.461	0.453	0.446	0.438	0.431	0.423	0.415	0.407	0.399	0.391	0.383	0.374
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.027	0.027	0.028	0.029	0.029	0.030	0.031	0.032	0.032	0.033	0.034	0.035	0.036	0.037	0.039
2	0.106	0.109	0.111	0.114	0.117	0.120	0.123	0.126	0.129	0.133	0.136	0.140	0.144	0.149	0.153
3	0.232	0.238	0.244	0.250	0.256	0.262	0.269	0.276	0.283	0.291	0.299	0.307	0.316	0.326	0.335
4	0.397	0.407	0.416	0.426	0.437	0.448	0.459	0.471	0.484	0.497	0.510	0.525	0.540	0.556	0.573
5	0.589	0.603	0.617	0.632	0.648	0.664	0.681	0.699	0.717	0.737	0.757	0.778	0.801	0.825	0.850
6	0.795	0.814	0.833	0.853	0.874	0.896	0.919	0.943	0.968	0.994	1.021	1.050	1.081	1.113	1.147
7	1.001	1.024	1.049	1.074	1.101	1.128	1.157	1.187	1.218	1.251	1.286	1.322	1.361	1.401	1.444
8	1.193	1.221	1.250	1.280	1.312	1.344	1.379	1.415	1.452	1.491	1.532	1.576	1.621	1.669	1.720
9	1.357	1.389	1.422	1.457	1.493	1.530	1.569	1.610	1.653	1.697	1.744	1.793	1.845	1.900	1.958
10	1.484	1.519	1.555	1.593	1.632	1.673	1.715	1.760	1.806	1.855	1.907	1.960	2.017	2.077	2.140
11	1.563	1.600	1.638	1.678	1.719	1.762	1.807	1.854	1.903	1.955	2.009	2.065	2.125	2.188	2.255
12	1.590	1.628	1.667	1.707	1.749	1.793	1.838	1.886	1.936	1.989	2.043	2.101	2.162	2.226	2.294

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR
 ÂNGULOS DE ELEVAÇÃO DO CONDUTOR

	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°	44°
80	2.732	2.799	2.871	2.948	3.031	3.121	3.218	3.323	3.438	3.563	3.701	3.853	4.022	4.211	4.423
1	2.461	2.507	2.555	2.606	2.660	2.716	2.775	2.837	2.903	2.971	3.043	3.118	3.196	3.277	3.360
2	1.906	1.920	1.933	1.945	1.957	1.968	1.978	1.986	1.993	1.997	1.999	1.998	1.994	1.985	1.971
3	1.403	1.398	1.393	1.386	1.378	1.368	1.357	1.344	1.330	1.313	1.294	1.272	1.247	1.220	1.189
4	1.044	1.033	1.021	1.008	0.994	0.979	0.963	0.946	0.927	0.907	0.886	0.863	0.838	0.812	0.784
5	0.804	0.792	0.779	0.765	0.751	0.736	0.720	0.703	0.686	0.667	0.648	0.628	0.607	0.584	0.561
6	0.645	0.633	0.621	0.608	0.594	0.581	0.566	0.551	0.536	0.520	0.503	0.486	0.468	0.449	0.430
7	0.539	0.527	0.516	0.504	0.492	0.479	0.467	0.453	0.440	0.426	0.411	0.396	0.381	0.365	0.348
8	0.467	0.456	0.446	0.435	0.424	0.413	0.401	0.389	0.377	0.364	0.351	0.338	0.324	0.310	0.296
9	0.419	0.409	0.399	0.389	0.379	0.368	0.358	0.347	0.335	0.324	0.312	0.300	0.288	0.275	0.262
10	0.388	0.379	0.370	0.360	0.350	0.340	0.330	0.320	0.309	0.299	0.288	0.276	0.265	0.253	0.241
11	0.371	0.362	0.353	0.344	0.334	0.325	0.315	0.305	0.295	0.285	0.274	0.263	0.252	0.241	0.229
12	0.366	0.357	0.348	0.339	0.329	0.320	0.310	0.300	0.290	0.280	0.270	0.259	0.248	0.237	0.226

80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.040	0.041	0.042	0.044	0.046	0.047	0.049	0.051	0.053	0.055	0.058	0.061	0.064	0.067	0.071
2	0.158	0.163	0.169	0.174	0.180	0.187	0.194	0.202	0.210	0.219	0.229	0.240	0.252	0.266	0.281
3	0.346	0.357	0.369	0.382	0.395	0.410	0.425	0.442	0.460	0.480	0.502	0.526	0.552	0.582	0.614
4	0.591	0.610	0.630	0.652	0.675	0.700	0.726	0.755	0.786	0.820	0.857	0.898	0.943	0.993	1.049
5	0.876	0.905	0.935	0.967	1.001	1.038	1.077	1.120	1.166	1.216	1.271	1.332	1.398	1.472	1.555
6	1.183	1.221	1.261	1.304	1.350	1.400	1.453	1.511	1.573	1.641	1.715	1.797	1.887	1.987	2.098
7	1.489	1.537	1.588	1.642	1.700	1.762	1.830	1.902	1.981	2.066	2.159	2.262	2.375	2.501	2.642
8	1.774	1.831	1.892	1.957	2.026	2.100	2.180	2.267	2.360	2.462	2.573	2.695	2.830	2.980	3.148
9	2.019	2.084	2.153	2.227	2.306	2.390	2.481	2.580	2.686	2.802	2.928	3.068	3.221	3.392	3.582
10	2.207	2.278	2.354	2.434	2.520	2.613	2.712	2.820	2.936	3.063	3.201	3.353	3.521	3.707	3.916
11	2.325	2.400	2.480	2.565	2.655	2.753	2.858	2.971	3.093	3.227	3.373	3.533	3.710	3.906	4.126
12	2.366	2.442	2.523	2.609	2.701	2.801	2.907	3.022	3.147	3.283	3.431	3.594	3.774	3.974	4.197

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR
 ÂNGULOS DE ELEVAÇÃO DO CONDUTOR

	45°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°
80	4.663	4.938	5.254	5.623	6.058	6.580	7.218	8.016	9.040	10.406	12.317	15.183	19.953	29.498	58.060
1	3.445	3.531	3.615	3.695	3.766	3.824	3.858	3.858	3.805	3.679	3.452	3.092	2.568	1.865	0.993
2	1.951	1.924	1.888	1.842	1.786	1.716	1.631	1.530	1.410	1.271	1.110	0.927	0.722	0.497	0.255
3	1.154	1.116	1.073	1.025	0.972	0.914	0.850	0.780	0.705	0.622	0.533	0.438	0.337	0.229	0.117
4	0.753	0.721	0.686	0.649	0.610	0.568	0.523	0.476	0.426	0.374	0.318	0.260	0.198	0.135	0.068
5	0.536	0.510	0.483	0.455	0.425	0.394	0.361	0.327	0.292	0.255	0.216	0.176	0.134	0.091	0.046
6	0.409	0.389	0.367	0.344	0.321	0.297	0.271	0.245	0.218	0.190	0.161	0.131	0.099	0.067	0.034
7	0.331	0.314	0.296	0.277	0.258	0.238	0.217	0.196	0.174	0.151	0.128	0.104	0.079	0.053	0.027
8	0.281	0.266	0.250	0.234	0.218	0.201	0.183	0.165	0.146	0.127	0.108	0.087	0.066	0.045	0.022
9	0.249	0.235	0.221	0.207	0.192	0.177	0.161	0.145	0.129	0.112	0.095	0.077	0.058	0.039	0.020
10	0.229	0.216	0.203	0.190	0.176	0.162	0.148	0.133	0.118	0.102	0.086	0.070	0.053	0.036	0.018
11	0.217	0.205	0.193	0.180	0.167	0.154	0.140	0.126	0.112	0.097	0.082	0.067	0.050	0.034	0.017
12	0.214	0.202	0.190	0.177	0.165	0.151	0.138	0.124	0.110	0.096	0.081	0.065	0.050	0.033	0.017

10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.075	0.080	0.086	0.092	0.100	0.109	0.120	0.134	0.152	0.175	0.208	0.257	0.339	0.502	0.990
2	0.298	0.317	0.339	0.364	0.394	0.430	0.474	0.528	0.598	0.690	0.819	1.012	1.333	1.974	3.894
3	0.651	0.693	0.741	0.797	0.863	0.941	1.036	1.155	1.307	1.509	1.792	2.214	2.915	4.316	8.514
4	1.112	1.183	1.266	1.361	1.473	1.607	1.770	1.972	2.232	2.577	3.059	3.779	4.977	7.369	14.535
5	1.648	1.754	1.876	2.017	2.184	2.382	2.623	2.924	3.309	3.820	4.534	5.602	7.378	10.923	21.546
6	2.224	2.367	2.532	2.722	2.946	3.214	3.540	3.945	4.465	5.155	6.118	7.559	9.954	14.738	29.070
7	2.800	2.980	3.187	3.427	3.709	4.046	4.456	4.967	5.620	6.489	7.701	9.515	12.531	18.552	36.594
8	3.337	3.551	3.798	4.084	4.420	4.821	5.310	5.918	6.697	7.732	9.177	11.338	14.932	22.107	43.606
9	3.797	4.042	4.322	4.647	5.030	5.487	6.043	6.735	7.622	8.800	10.444	12.904	16.994	25.159	49.627
10	4.151	4.418	4.724	5.080	5.498	5.998	6.606	7.362	8.332	9.619	11.416	14.105	18.576	27.502	54.246
11	4.4373	4.655	4.977	5.352	5.793	6.319	6.959	7.757	8.778	10.134	12.028	14.860	19.570	28.974	57.151
12	4.4449	4.735	5.064	5.445	5.893	6.429	7.080	7.891	8.930	10.310	12.236	15.118	19.909	29.476	58.141

COTAS DA MOEGA (ε) E DO CONDUTOR (h) PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

ÂNGULOS DE ELEVAÇÃO DO CONDUTOR

ε ^o	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
1	1.732	1.749	1.768	1.786	1.806	1.826	1.847	1.868	1.891	1.914	1.938	1.963	1.989	2.015
2	1.674	1.690	1.706	1.722	1.739	1.756	1.774	1.792	1.811	1.831	1.851	1.872	1.893	1.915
3	1.527	1.537	1.547	1.558	1.568	1.579	1.590	1.601	1.612	1.624	1.636	1.648	1.660	1.672
4	1.339	1.343	1.348	1.352	1.356	1.360	1.365	1.369	1.373	1.376	1.380	1.384	1.388	1.391
5	1.154	1.154	1.154	1.154	1.153	1.153	1.152	1.151	1.150	1.148	1.147	1.145	1.143	1.141
6	0.994	0.991	0.988	0.985	0.982	0.978	0.975	0.971	0.967	0.963	0.958	0.954	0.949	0.944
7	0.866	0.861	0.857	0.852	0.847	0.842	0.837	0.831	0.826	0.820	0.814	0.808	0.802	0.796
8	0.766	0.761	0.756	0.750	0.745	0.739	0.733	0.727	0.721	0.715	0.708	0.702	0.695	0.688
9	0.692	0.687	0.681	0.675	0.669	0.663	0.657	0.651	0.644	0.638	0.631	0.625	0.618	0.611
10	0.639	0.634	0.628	0.622	0.616	0.610	0.603	0.597	0.591	0.584	0.578	0.571	0.564	0.557
11	0.604	0.598	0.592	0.586	0.580	0.574	0.568	0.561	0.555	0.549	0.542	0.535	0.529	0.522
12	0.583	0.578	0.572	0.566	0.560	0.554	0.547	0.541	0.535	0.528	0.522	0.515	0.509	0.502
13	0.577	0.571	0.565	0.559	0.553	0.547	0.541	0.535	0.528	0.522	0.515	0.509	0.502	0.496

h ^o	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.019	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.022	0.022	0.023	0.023	0.024	0.024	0.025	0.026
3	0.077	0.078	0.080	0.082	0.083	0.085	0.087	0.089	0.091	0.093	0.095	0.097	0.101	0.104
4	0.169	0.172	0.176	0.179	0.183	0.187	0.191	0.195	0.199	0.203	0.208	0.212	0.222	0.227
5	0.288	0.294	0.300	0.306	0.313	0.319	0.326	0.333	0.340	0.347	0.355	0.363	0.379	0.388
6	0.427	0.436	0.445	0.454	0.464	0.473	0.483	0.494	0.504	0.515	0.527	0.538	0.563	0.576
7	0.577	0.589	0.601	0.613	0.626	0.639	0.653	0.666	0.681	0.695	0.711	0.726	0.743	0.777
8	0.726	0.741	0.756	0.772	0.788	0.805	0.822	0.839	0.857	0.876	0.895	0.915	0.935	0.978
9	0.866	0.883	0.901	0.920	0.939	0.959	0.979	1.000	1.021	1.043	1.066	1.090	1.114	1.166
10	0.985	1.005	1.026	1.047	1.069	1.091	1.114	1.138	1.162	1.188	1.214	1.240	1.268	1.327
11	1.077	1.099	1.121	1.145	1.168	1.193	1.218	1.244	1.271	1.298	1.327	1.356	1.386	1.450
12	1.135	1.158	1.181	1.206	1.231	1.257	1.283	1.311	1.339	1.368	1.398	1.429	1.460	1.528
13	1.154	1.178	1.202	1.227	1.252	1.279	1.306	1.333	1.362	1.391	1.422	1.453	1.486	1.554

COTAS DA MOEGA (g) E DO CONDUTOR (h) PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
g ₀	1.732	1.714	1.698	1.681	1.666	1.650	1.635	1.621	1.607	1.593	1.580	1.566	1.554	1.541	1.529
1	1.674	1.659	1.645	1.631	1.617	1.603	1.590	1.577	1.565	1.552	1.540	1.529	1.517	1.506	1.495
2	1.527	1.517	1.507	1.498	1.489	1.479	1.470	1.461	1.453	1.444	1.436	1.427	1.419	1.411	1.403
3	1.339	1.335	1.330	1.326	1.322	1.317	1.313	1.309	1.304	1.300	1.296	1.291	1.287	1.283	1.278
4	1.154	1.154	1.154	1.154	1.153	1.153	1.152	1.152	1.151	1.150	1.149	1.148	1.147	1.146	1.145
5	0.994	0.997	1.000	1.002	1.004	1.006	1.009	1.011	1.012	1.014	1.016	1.017	1.019	1.020	1.022
6	0.866	0.870	0.874	0.878	0.882	0.886	0.889	0.893	0.897	0.900	0.903	0.906	0.910	0.913	0.916
7	0.766	0.771	0.776	0.781	0.786	0.791	0.796	0.800	0.805	0.809	0.813	0.817	0.821	0.825	0.829
8	0.692	0.698	0.703	0.709	0.714	0.719	0.724	0.729	0.734	0.739	0.744	0.749	0.753	0.758	0.763
9	0.639	0.645	0.651	0.656	0.662	0.667	0.672	0.678	0.683	0.688	0.693	0.698	0.703	0.708	0.713
10	0.604	0.610	0.615	0.621	0.627	0.632	0.638	0.643	0.648	0.654	0.659	0.664	0.669	0.674	0.679
11	0.583	0.589	0.595	0.601	0.606	0.612	0.617	0.623	0.628	0.634	0.639	0.644	0.649	0.655	0.660
12	0.577	0.583	0.588	0.594	0.600	0.605	0.611	0.616	0.622	0.627	0.632	0.638	0.643	0.648	0.653

h ₀	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.019	0.019	0.018	0.018	0.018	0.017	0.017	0.017	0.016	0.016	0.016	0.015	0.015	0.015	0.014
2	0.077	0.075	0.074	0.072	0.071	0.070	0.068	0.067	0.065	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058
3	0.169	0.165	0.162	0.159	0.156	0.153	0.150	0.147	0.144	0.141	0.138	0.136	0.133	0.130	0.128
4	0.288	0.282	0.277	0.271	0.266	0.261	0.256	0.251	0.246	0.241	0.236	0.232	0.227	0.223	0.218
5	0.427	0.419	0.411	0.402	0.395	0.387	0.379	0.372	0.365	0.357	0.351	0.344	0.337	0.330	0.324
6	0.577	0.565	0.554	0.543	0.533	0.522	0.512	0.502	0.492	0.482	0.473	0.464	0.455	0.446	0.437
7	0.726	0.712	0.698	0.684	0.670	0.657	0.644	0.632	0.620	0.608	0.596	0.584	0.573	0.562	0.551
8	0.866	0.848	0.831	0.815	0.799	0.783	0.768	0.753	0.738	0.724	0.710	0.696	0.683	0.669	0.656
9	0.985	0.965	0.946	0.928	0.909	0.892	0.874	0.857	0.840	0.824	0.808	0.792	0.777	0.762	0.747
10	1.077	1.055	1.034	1.014	0.994	0.975	0.956	0.937	0.919	0.901	0.883	0.866	0.849	0.833	0.817
11	1.135	1.112	1.090	1.068	1.047	1.027	1.007	0.987	0.968	0.949	0.931	0.913	0.895	0.877	0.860
12	1.154	1.131	1.109	1.087	1.066	1.045	1.024	1.004	0.985	0.965	0.947	0.928	0.910	0.893	0.875

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

g	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
0	1.517	1.505	1.494	1.483	1.472	1.461	1.451	1.441	1.431	1.421	1.411	1.402	1.392	1.383	1.374
1	1.484	1.474	1.463	1.453	1.443	1.434	1.424	1.415	1.406	1.397	1.388	1.379	1.370	1.362	1.354
2	1.395	1.388	1.380	1.373	1.365	1.358	1.351	1.344	1.337	1.330	1.323	1.316	1.310	1.303	1.297
3	1.274	1.270	1.265	1.261	1.257	1.253	1.249	1.244	1.240	1.236	1.232	1.228	1.224	1.220	1.216
4	1.144	1.143	1.142	1.140	1.139	1.138	1.136	1.135	1.133	1.132	1.130	1.129	1.127	1.126	1.124
5	1.023	1.024	1.025	1.026	1.027	1.028	1.029	1.030	1.030	1.031	1.031	1.032	1.032	1.033	1.033
6	0.918	0.921	0.924	0.926	0.929	0.931	0.934	0.936	0.939	0.941	0.943	0.945	0.947	0.949	0.951
7	0.833	0.837	0.841	0.844	0.848	0.852	0.855	0.858	0.862	0.865	0.868	0.871	0.875	0.878	0.881
8	0.767	0.771	0.776	0.780	0.784	0.788	0.793	0.797	0.801	0.805	0.809	0.813	0.816	0.820	0.824
9	0.718	0.723	0.727	0.732	0.737	0.741	0.746	0.750	0.755	0.759	0.764	0.768	0.772	0.777	0.781
10	0.684	0.689	0.694	0.699	0.704	0.709	0.714	0.718	0.723	0.728	0.732	0.737	0.742	0.746	0.751
11	0.665	0.670	0.675	0.680	0.685	0.690	0.695	0.700	0.704	0.709	0.714	0.719	0.723	0.728	0.733
12	0.658	0.664	0.669	0.674	0.679	0.684	0.688	0.693	0.698	0.703	0.708	0.713	0.717	0.722	0.727

h	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.014	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011
2	0.057	0.056	0.055	0.054	0.053	0.052	0.051	0.050	0.049	0.048	0.047	0.046	0.044
3	0.125	0.123	0.120	0.118	0.116	0.113	0.111	0.109	0.107	0.105	0.102	0.100	0.098
4	0.214	0.210	0.206	0.202	0.198	0.194	0.190	0.186	0.183	0.179	0.175	0.172	0.168
5	0.318	0.312	0.305	0.299	0.294	0.288	0.282	0.276	0.271	0.265	0.260	0.255	0.250
6	0.429	0.420	0.412	0.404	0.396	0.388	0.381	0.373	0.366	0.358	0.351	0.344	0.337
7	0.540	0.529	0.519	0.509	0.499	0.489	0.479	0.470	0.461	0.451	0.442	0.433	0.424
8	0.644	0.631	0.619	0.607	0.595	0.583	0.571	0.560	0.549	0.538	0.527	0.516	0.506
9	0.732	0.718	0.704	0.690	0.677	0.663	0.650	0.637	0.625	0.612	0.600	0.588	0.576
10	0.801	0.785	0.770	0.755	0.740	0.725	0.711	0.697	0.683	0.669	0.656	0.642	0.629
11	0.844	0.827	0.811	0.795	0.779	0.764	0.749	0.734	0.719	0.705	0.691	0.677	0.663
12	0.858	0.841	0.825	0.809	0.793	0.777	0.762	0.747	0.732	0.717	0.703	0.689	0.674

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR
 ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°	44°
g ₀	1.366	1.357	1.348	1.340	1.332	1.324	1.316	1.308	1.300	1.293	1.285	1.278	1.270	1.263	1.256
1	1.346	1.338	1.330	1.322	1.314	1.307	1.300	1.292	1.285	1.278	1.271	1.264	1.257	1.251	1.244
2	1.291	1.284	1.278	1.272	1.266	1.260	1.254	1.248	1.243	1.237	1.231	1.226	1.220	1.215	1.209
3	1.212	1.208	1.204	1.200	1.196	1.192	1.188	1.184	1.181	1.177	1.173	1.169	1.165	1.162	1.158
4	1.122	1.121	1.119	1.117	1.116	1.114	1.112	1.110	1.108	1.107	1.105	1.103	1.101	1.099	1.097
5	1.034	1.034	1.034	1.034	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.034	1.034	1.034
6	0.953	0.955	0.956	0.958	0.960	0.961	0.963	0.964	0.966	0.967	0.969	0.970	0.971	0.973	0.974
7	0.884	0.887	0.889	0.892	0.895	0.898	0.900	0.903	0.906	0.908	0.911	0.913	0.916	0.918	0.920
8	0.828	0.831	0.835	0.839	0.842	0.846	0.849	0.852	0.856	0.859	0.863	0.866	0.869	0.872	0.876
9	0.785	0.789	0.793	0.797	0.801	0.805	0.809	0.813	0.817	0.821	0.825	0.829	0.833	0.837	0.840
10	0.755	0.759	0.764	0.768	0.773	0.777	0.781	0.786	0.790	0.794	0.798	0.803	0.807	0.811	0.815
11	0.737	0.742	0.747	0.751	0.756	0.760	0.765	0.769	0.774	0.778	0.783	0.787	0.791	0.796	0.800
12	0.732	0.736	0.741	0.745	0.750	0.755	0.759	0.764	0.768	0.773	0.777	0.782	0.786	0.791	0.795
h ₀	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007
2	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.038	0.037	0.036	0.035	0.034	0.034	0.033	0.032	0.031	0.030
3	0.092	0.090	0.088	0.087	0.085	0.083	0.081	0.079	0.077	0.076	0.074	0.072	0.070	0.069	0.067
4	0.158	0.155	0.151	0.148	0.145	0.142	0.139	0.136	0.132	0.129	0.126	0.123	0.121	0.118	0.115
5	0.234	0.230	0.225	0.220	0.215	0.210	0.206	0.201	0.197	0.192	0.188	0.183	0.179	0.175	0.170
6	0.316	0.310	0.303	0.297	0.290	0.284	0.278	0.272	0.265	0.259	0.253	0.247	0.242	0.236	0.230
7	0.399	0.390	0.382	0.374	0.366	0.358	0.350	0.342	0.334	0.327	0.319	0.312	0.304	0.297	0.290
8	0.475	0.465	0.455	0.445	0.436	0.426	0.417	0.408	0.398	0.389	0.380	0.371	0.363	0.354	0.345
9	0.541	0.529	0.518	0.507	0.496	0.485	0.474	0.464	0.453	0.443	0.433	0.423	0.413	0.403	0.393
10	0.591	0.579	0.566	0.554	0.542	0.530	0.519	0.507	0.496	0.484	0.473	0.462	0.451	0.440	0.430
11	0.623	0.610	0.597	0.584	0.571	0.559	0.546	0.534	0.522	0.510	0.499	0.487	0.475	0.464	0.453
12	0.633	0.620	0.607	0.594	0.581	0.569	0.556	0.544	0.531	0.519	0.507	0.495	0.484	0.472	0.460

COTAS DA MOEGA (g) E DO CONDUTOR (h) PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

gº	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
0	1.732	1.714	1.698	1.681	1.666	1.650	1.635	1.621	1.607	1.593	1.580	1.566	1.554	1.541	1.529
1	1.674	1.659	1.645	1.631	1.617	1.603	1.590	1.577	1.565	1.552	1.540	1.529	1.517	1.506	1.495
2	1.527	1.517	1.507	1.498	1.489	1.479	1.470	1.461	1.453	1.444	1.436	1.427	1.419	1.411	1.403
3	1.339	1.335	1.330	1.326	1.322	1.317	1.313	1.309	1.304	1.300	1.296	1.291	1.287	1.283	1.278
4	1.154	1.154	1.154	1.154	1.153	1.153	1.152	1.152	1.151	1.150	1.149	1.148	1.147	1.146	1.145
5	0.994	0.997	1.000	1.002	1.004	1.006	1.009	1.011	1.012	1.014	1.016	1.017	1.019	1.020	1.022
6	0.866	0.870	0.874	0.878	0.882	0.886	0.889	0.893	0.897	0.900	0.903	0.906	0.910	0.913	0.916
7	0.766	0.771	0.776	0.781	0.786	0.791	0.796	0.800	0.805	0.809	0.813	0.817	0.821	0.825	0.829
8	0.692	0.698	0.703	0.709	0.714	0.719	0.724	0.729	0.734	0.739	0.744	0.749	0.753	0.758	0.763
9	0.639	0.645	0.651	0.656	0.662	0.667	0.672	0.678	0.683	0.688	0.693	0.698	0.703	0.708	0.713
10	0.604	0.610	0.615	0.621	0.627	0.632	0.638	0.643	0.648	0.654	0.659	0.664	0.669	0.674	0.679
11	0.583	0.589	0.595	0.601	0.606	0.612	0.617	0.623	0.628	0.634	0.639	0.644	0.649	0.655	0.660
12	0.577	0.583	0.588	0.594	0.600	0.605	0.611	0.616	0.622	0.627	0.632	0.638	0.643	0.648	0.653

hº	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.019	0.019	0.018	0.018	0.018	0.017	0.017	0.017	0.016	0.016	0.016	0.015	0.015	0.015	0.014
2	0.077	0.075	0.074	0.072	0.071	0.070	0.068	0.067	0.065	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058
3	0.169	0.165	0.162	0.159	0.156	0.153	0.150	0.147	0.144	0.141	0.138	0.136	0.133	0.130	0.128
4	0.288	0.282	0.277	0.271	0.266	0.261	0.256	0.251	0.246	0.241	0.236	0.232	0.227	0.223	0.218
5	0.427	0.419	0.411	0.402	0.395	0.387	0.379	0.372	0.365	0.357	0.351	0.344	0.337	0.330	0.324
6	0.577	0.565	0.554	0.543	0.533	0.522	0.512	0.502	0.492	0.482	0.473	0.464	0.455	0.446	0.437
7	0.726	0.712	0.698	0.684	0.670	0.657	0.644	0.632	0.620	0.608	0.596	0.584	0.573	0.562	0.551
8	0.866	0.848	0.831	0.815	0.799	0.783	0.768	0.753	0.738	0.724	0.710	0.696	0.683	0.669	0.656
9	0.985	0.965	0.946	0.928	0.909	0.892	0.874	0.857	0.840	0.824	0.808	0.792	0.777	0.762	0.747
10	1.077	1.055	1.034	1.014	0.994	0.975	0.956	0.937	0.919	0.901	0.883	0.866	0.849	0.833	0.817
11	1.135	1.112	1.090	1.068	1.047	1.027	1.007	0.987	0.968	0.949	0.931	0.913	0.895	0.877	0.860
12	1.154	1.131	1.109	1.087	1.066	1.045	1.024	1.004	0.985	0.965	0.947	0.928	0.910	0.893	0.875

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR

ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

	15°	16°	17°	18°	19°	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°
80	1.517	1.505	1.494	1.483	1.472	1.461	1.451	1.441	1.431	1.421	1.411	1.402	1.392	1.383	1.374
1	1.484	1.474	1.463	1.453	1.443	1.434	1.424	1.415	1.406	1.397	1.388	1.379	1.370	1.362	1.354
2	1.395	1.388	1.380	1.373	1.365	1.358	1.351	1.344	1.337	1.330	1.323	1.316	1.310	1.303	1.297
3	1.274	1.270	1.265	1.261	1.257	1.253	1.249	1.244	1.240	1.236	1.232	1.228	1.224	1.220	1.216
4	1.144	1.143	1.142	1.140	1.139	1.138	1.136	1.135	1.133	1.132	1.130	1.129	1.127	1.126	1.124
5	1.023	1.024	1.025	1.026	1.027	1.028	1.029	1.030	1.030	1.031	1.031	1.032	1.032	1.033	1.033
6	0.918	0.921	0.924	0.926	0.929	0.931	0.934	0.936	0.939	0.941	0.943	0.945	0.947	0.949	0.951
7	0.833	0.837	0.841	0.844	0.848	0.852	0.855	0.858	0.862	0.865	0.868	0.871	0.875	0.878	0.881
8	0.767	0.771	0.776	0.780	0.784	0.788	0.793	0.797	0.801	0.805	0.809	0.813	0.816	0.820	0.824
9	0.718	0.723	0.727	0.732	0.737	0.741	0.746	0.750	0.755	0.759	0.764	0.768	0.772	0.777	0.781
10	0.684	0.689	0.694	0.699	0.704	0.709	0.714	0.718	0.723	0.728	0.732	0.737	0.742	0.746	0.751
11	0.665	0.670	0.675	0.680	0.685	0.690	0.695	0.700	0.704	0.709	0.714	0.719	0.723	0.728	0.733
12	0.658	0.664	0.669	0.674	0.679	0.684	0.688	0.693	0.698	0.703	0.708	0.713	0.717	0.722	0.727

	0.000	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
h0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.014	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.012	0.011	0.011	0.011	0.011	0.011
2	0.057	0.056	0.055	0.054	0.053	0.052	0.051	0.050	0.049	0.048	0.047	0.046	0.045	0.044	0.043
3	0.125	0.123	0.120	0.118	0.116	0.113	0.111	0.109	0.107	0.105	0.102	0.100	0.098	0.096	0.094
4	0.214	0.210	0.206	0.202	0.198	0.194	0.190	0.186	0.183	0.179	0.175	0.172	0.168	0.165	0.161
5	0.318	0.312	0.305	0.299	0.294	0.288	0.282	0.276	0.271	0.265	0.260	0.255	0.250	0.245	0.239
6	0.429	0.420	0.412	0.404	0.396	0.388	0.381	0.373	0.366	0.358	0.351	0.344	0.337	0.330	0.323
7	0.540	0.529	0.519	0.509	0.499	0.489	0.479	0.470	0.461	0.451	0.442	0.433	0.424	0.416	0.407
8	0.644	0.631	0.619	0.607	0.595	0.583	0.571	0.560	0.549	0.538	0.527	0.516	0.506	0.495	0.485
9	0.732	0.718	0.704	0.690	0.677	0.663	0.650	0.637	0.625	0.612	0.600	0.588	0.576	0.564	0.552
10	0.801	0.785	0.770	0.755	0.740	0.725	0.711	0.697	0.683	0.669	0.656	0.642	0.629	0.616	0.604
11	0.844	0.827	0.811	0.795	0.779	0.764	0.749	0.734	0.719	0.705	0.691	0.677	0.663	0.649	0.636
12	0.858	0.841	0.825	0.809	0.793	0.777	0.762	0.747	0.732	0.717	0.703	0.689	0.674	0.661	0.647

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR
 ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	41°	42°	43°	44°
g ₀	1.366	1.357	1.348	1.340	1.332	1.324	1.316	1.308	1.300	1.293	1.285	1.278	1.270	1.263	1.256
1	1.346	1.338	1.330	1.322	1.314	1.307	1.300	1.292	1.285	1.278	1.271	1.264	1.257	1.251	1.244
2	1.291	1.284	1.278	1.272	1.266	1.260	1.254	1.248	1.243	1.237	1.231	1.226	1.220	1.215	1.209
3	1.212	1.208	1.204	1.200	1.196	1.192	1.188	1.184	1.181	1.177	1.173	1.169	1.165	1.162	1.158
4	1.122	1.121	1.119	1.117	1.116	1.114	1.112	1.110	1.108	1.107	1.105	1.103	1.101	1.099	1.097
5	1.034	1.034	1.034	1.034	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.035	1.034	1.034	1.034
6	0.953	0.955	0.956	0.958	0.960	0.961	0.963	0.964	0.966	0.967	0.969	0.970	0.971	0.973	0.974
7	0.884	0.887	0.889	0.892	0.895	0.898	0.900	0.903	0.906	0.908	0.911	0.913	0.916	0.918	0.920
8	0.828	0.831	0.835	0.839	0.842	0.846	0.849	0.852	0.856	0.859	0.863	0.866	0.869	0.872	0.876
9	0.785	0.789	0.793	0.797	0.801	0.805	0.809	0.813	0.817	0.821	0.825	0.829	0.833	0.837	0.840
10	0.755	0.759	0.764	0.768	0.773	0.777	0.781	0.786	0.790	0.794	0.798	0.803	0.807	0.811	0.815
11	0.737	0.742	0.747	0.751	0.756	0.760	0.765	0.769	0.774	0.778	0.783	0.787	0.791	0.796	0.800
12	0.732	0.736	0.741	0.745	0.750	0.755	0.759	0.764	0.768	0.773	0.777	0.782	0.786	0.791	0.795
h ₀	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.009	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007
2	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.038	0.037	0.036	0.035	0.034	0.034	0.033	0.032	0.031	0.030
3	0.092	0.090	0.088	0.087	0.085	0.083	0.081	0.079	0.077	0.076	0.074	0.072	0.070	0.069	0.067
4	0.158	0.155	0.151	0.148	0.145	0.142	0.139	0.136	0.132	0.129	0.126	0.123	0.121	0.118	0.115
5	0.234	0.230	0.225	0.220	0.215	0.210	0.206	0.201	0.197	0.192	0.188	0.183	0.179	0.175	0.170
6	0.316	0.310	0.303	0.297	0.290	0.284	0.278	0.272	0.265	0.259	0.253	0.247	0.242	0.236	0.230
7	0.399	0.390	0.382	0.374	0.366	0.358	0.350	0.342	0.334	0.327	0.319	0.312	0.304	0.297	0.290
8	0.475	0.465	0.455	0.445	0.436	0.426	0.417	0.408	0.398	0.389	0.380	0.371	0.363	0.354	0.345
9	0.541	0.529	0.518	0.507	0.496	0.485	0.474	0.464	0.453	0.443	0.433	0.423	0.413	0.403	0.393
10	0.591	0.579	0.566	0.554	0.542	0.530	0.519	0.507	0.496	0.484	0.473	0.462	0.451	0.440	0.430
11	0.623	0.610	0.597	0.584	0.571	0.559	0.546	0.534	0.522	0.510	0.499	0.487	0.475	0.464	0.453
12	0.633	0.620	0.607	0.594	0.581	0.569	0.556	0.544	0.531	0.519	0.507	0.495	0.484	0.472	0.460

FATORES DAS COTAS DA MOEGA PARA UM DIÂMETRO UNITÁRIO DO CONDUTOR
 ÂNGULOS DE DESCARGA DO CONDUTOR

	45°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°
80	1.249	1.242	1.236	1.229	1.222	1.216	1.209	1.203	1.196	1.190	1.184	1.178	1.172	1.166	1.160
1	1.237	1.231	1.224	1.218	1.212	1.206	1.200	1.194	1.188	1.182	1.176	1.170	1.164	1.159	1.153
2	1.204	1.199	1.193	1.188	1.183	1.178	1.173	1.168	1.163	1.158	1.153	1.148	1.143	1.138	1.134
3	1.154	1.151	1.147	1.143	1.140	1.136	1.132	1.129	1.125	1.122	1.118	1.114	1.111	1.107	1.104
4	1.095	1.093	1.091	1.090	1.088	1.086	1.084	1.082	1.080	1.078	1.076	1.074	1.072	1.069	1.067
5	1.034	1.034	1.033	1.033	1.033	1.032	1.032	1.031	1.031	1.031	1.030	1.030	1.029	1.028	1.028
6	0.975	0.976	0.977	0.979	0.980	0.981	0.982	0.983	0.984	0.984	0.985	0.986	0.987	0.988	0.989
7	0.923	0.925	0.927	0.930	0.932	0.934	0.936	0.938	0.940	0.942	0.944	0.946	0.948	0.950	0.952
8	0.879	0.882	0.885	0.888	0.891	0.894	0.897	0.900	0.903	0.906	0.909	0.912	0.915	0.918	0.920
9	0.844	0.848	0.852	0.855	0.859	0.863	0.866	0.870	0.874	0.877	0.881	0.884	0.888	0.891	0.895
10	0.819	0.824	0.828	0.832	0.836	0.840	0.844	0.848	0.852	0.856	0.860	0.864	0.868	0.872	0.876
11	0.805	0.809	0.813	0.818	0.822	0.826	0.831	0.835	0.839	0.844	0.848	0.852	0.856	0.861	0.865
12	0.800	0.804	0.809	0.813	0.817	0.822	0.826	0.831	0.835	0.839	0.844	0.848	0.852	0.857	0.861
h0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1	0.007	0.007	0.007	0.007	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
2	0.030	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.025	0.024	0.024	0.023	0.022	0.022	0.021	0.020	0.020
3	0.065	0.064	0.062	0.060	0.059	0.057	0.056	0.054	0.052	0.051	0.049	0.048	0.046	0.045	0.043
4	0.112	0.109	0.106	0.103	0.101	0.098	0.095	0.093	0.090	0.087	0.085	0.082	0.079	0.077	0.074
5	0.166	0.162	0.158	0.154	0.150	0.145	0.141	0.137	0.133	0.130	0.126	0.122	0.118	0.114	0.110
6	0.224	0.219	0.213	0.207	0.202	0.196	0.191	0.186	0.180	0.175	0.170	0.164	0.159	0.154	0.149
7	0.282	0.275	0.268	0.261	0.254	0.247	0.241	0.234	0.227	0.220	0.214	0.207	0.201	0.194	0.188
8	0.337	0.328	0.320	0.311	0.303	0.295	0.287	0.279	0.271	0.263	0.255	0.247	0.239	0.231	0.224
9	0.383	0.374	0.364	0.354	0.345	0.336	0.326	0.317	0.308	0.299	0.290	0.281	0.272	0.263	0.255
10	0.419	0.408	0.398	0.387	0.377	0.367	0.357	0.347	0.337	0.327	0.317	0.307	0.298	0.288	0.278
11	0.441	0.430	0.419	0.408	0.397	0.387	0.376	0.365	0.355	0.344	0.334	0.324	0.314	0.303	0.293
12	0.449	0.438	0.426	0.415	0.404	0.393	0.382	0.372	0.361	0.350	0.340	0.329	0.319	0.309	0.298

A G R A D E C I M E N T O S

Expressamos nossos mais sinceros agradecimentos a:

Dr. IZAIAS RANGEL NOGUEIRA , Professor Associado do Departamento de Matemática e Estatística, da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela valiosa e segura orientação ao nosso trabalho.

Dr. ANTONIO PETTA , Chefe do Departamento de Engenharia Rural da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelo estímulo e facilidades oferecidas.

Dr. LUIZ GERALDO MIALHE , Professor Assistente da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelo seu elevado espírito de colaboração.

Eng.^o-Agr.^o CÁSSIO ROBERTO DE MELO GODOI, Instrutor do Departamento de Matemática e Estatística da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelos trabalhos de computação eletrônica.

Acad. WANDERLEY BARBOSA, aluno bolsista do Departamento de Engenharia Rural da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelo trabalho de datilografia dos originais.

Sr. VICENTE GALLO, funcionário da Oficina Mecânica da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pela construção dos modelos.

Aos Colegas e funcionários do Departamento de Engenharia Rural da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", pelo estímulo e calor da amizade sempre presentes.