UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM DE SISTEMAS COMPLEXOS

NICHOLAS VELOSO LIMA

**Difusão Competitiva de Produtos e Inovações: um modelo de duopólio em redes
complexas do tipo *small world***

São Paulo
2016

NICHOLAS VELOSO LIMA

Difusão Competitiva de Produtos e Inovações: um modelo de duopólio em redes complexas do tipo *small world*

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos.

Versão corrigida contendo as alterações solicitadas pela comissão julgadora em 01 de fevereiro de 2016. A versão original encontra-se em acervo reservado na Biblioteca da EACH/USP e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP (BDTD), de acordo com a Resolução CoPGr 6018, de 13 de outubro de 2011.

Área de Concentração:

Ciências Sociais e Ambientais Aplicadas

Orientador:

Prof. Dr. José Ricardo Gonçalves de
Mendonça

São Paulo

2016

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

CATALOGAÇÃO-NA-PUBLICAÇÃO

(Universidade de São Paulo. Escola de Artes, Ciências e Humanidades. Biblioteca)

Lima, Nicholas Veloso

Difusão competitiva de produtos e inovações : um modelo de duopólio em redes complexas do tipo small world / Nicholas Veloso Lima ; orientador, José Ricardo Gonçalves de Mendonça. – São Paulo, 2016.

70 f : il

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, em 2015.

Versão corrigida.

1. Marketing. 2. Marcas - Competição. 3. Sistemas dinâmicos. 4. Redes complexas. I. Mendonça, José Ricardo Gonçalves de, orient. II. Título

CDD 22.ed.— 658.8

Nome: LIMA, Nicholas Veloso

Título: **Difusão Competitiva de Produtos e Inovações: um modelo de duopólio em redes complexas do tipo *small world***

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos.

Área de Concentração:

Ciências Sociais e Ambientais Aplicadas

Aprovado em: 01 / 02 / 2016

Banca Examinadora

Prof. Dr. José Ricardo Gonçalves de Mendonça

Universidade de São Paulo. Escola de Artes, Ciências e Humanidades

Prof. Dr. Camilo Rodrigues Neto

Universidade de São Paulo. Escola de Artes, Ciências e Humanidades

Profa. Dra. Adriana Backx Noronha

Universidade de São Paulo. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Dedico este trabalho aos meus pais, Renato e Rosalina; e à Samara Lobato e ao Paulo Jordão Fortes, pelo apoio incondicional e por me lembrarem que é nos momentos de tempestade que descobrimos do que somos feitos.

Agradecimentos

Agradeço aos professores do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos da EACH-USP, por me acolherem e, cada um ao seu modo, contribuírem para minha formação e para me fazer pensar sob um novo paradigma.

Agradeço especialmente ao meu orientador, Prof. Dr. José Ricardo Gonçalves Mendonça, pelas críticas duras, mas sempre pertinentes e que me fizeram crescer como pessoa e como profissional.

Agradeço a todos os colegas de curso, com quem dividi muitas horas de prazer, aprendizado e agonia durante todo o curso. Em especial, agradeço aos amigos João Meirelles, Moshé Cotacallapa e Marcos Woelz, pelo incentivo constante e pelo aprendizado conjunto.

Agradeço, também, aos funcionários da biblioteca, cujo trabalho anônimo tanto me ajudou durante esta jornada.

Por fim, agradeço à Vanessa de Lima Tavares, da secretaria acadêmica de Pós-Graduação, pela indispensável ajuda com a burocracia da Universidade e da CAPES.

“A vida não é um mar de rosas, pelo contrário, é uma travessia difícil”
(Yamamoto Tsunetomo)

Resumo

LIMA, Nicholas Veloso. **Difusão Competitiva de Produtos e Inovações**: um modelo de duopólio em redes complexas do tipo *small world*. 2015. 60 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

Nos últimos 60 anos, os modelos de difusão de produtos e de inovações tiveram penetração tão ampla nos mais diversos campos de investigação científica que se tornaram ubíquos, sendo empregados em contextos diversos como no *marketing*, na Medicina, na Antropologia, na Geografia, por exemplo. Essa abrangência é devido ao papel vital que produtos, inovações e novas tecnologias têm na vida dos indivíduos e no impacto que exercem nas dinâmicas e no desenvolvimento de comunidades, países e de suas economias. Porém, após os grandes saltos dados nas décadas de 1960 e 1970, os estudos em difusão de bens de consumo duráveis deram lugar a pesquisas em sistemas de inovação nas duas décadas seguintes, só voltando a gerar maior interesse acadêmico a partir da década de 2000, com o surgimento dos sistemas de Gestão de Relacionamento com Clientes – *Customer Relationship Management* (CRM) –, que tornou disponível um enorme volume de dados; e, também, com o desenvolvimento de novas técnicas de análise, como a modelagem de sistemas complexos. Tendo em vista a carência de estudos integrando modelos de difusão competitiva com modelos de redes usando topologias de redes parcialmente conectadas (*small world* e livres de escala), este estudo tem como objetivo geral caracterizar a dinâmica da difusão competitiva proposta em redes *small world* do tipo Watts-Strogatz. Foram realizadas simulações tanto da formulação clássica do modelo de difusão de produtos e de inovações, proposto por Bass (1969), como de proposições mais modernas para difusão competitiva, como os propostos por Libai, Muller e Peres (2009a; 2009b; 2009c) e por Peres, Muller e Mahajan (2010), além de desenvolver um novo modelo incorporando ao de Libai, Muller e Peres (2009c) – a topologia de redes de pequeno mundo e outras características de difusão competitiva não presentes na formulação original –, permitindo fazer inferências sobre o comportamento da difusão em diversos cenários que não são explicitamente previstos nas formulações clássicas. Por sua lógica intuitiva e simples, o modelo proposto neste trabalho é de valor significativo para o ensino e para a pesquisa da difusão competitiva.

Palavras-chave: Modelos de difusão. Sistemas complexos. Redes complexas. Competição entre marcas. *Marketing*.

Abstract

LIMA, Nicholas Veloso. **Competitive diffusion of products and inovations**: a duopoly model on small world complex networks. 2015. 60 p. Dissertation (Master of Science) – School of Arts, Sciences and Humanities, University of São Paulo, São Paulo, 2016.

In the last 60 years, product and innovation models were so widespread in so many fields of study that they became ubiquitous, being employed in such diverse backgrounds like marketing, medicine, anthropology and geography. Such widespread influence arises from the fact that products, innovations and Technologies have a big role in any individual's daily lives and a huge impact on the development and dynamics of communities, countries and its economies. After huge leaps on this field of research during the 1960's and 1970's, its study faded away from mainstream research in the following two decades. Only regaining widespread academic interest in the beginning of 21st century, with the advent of Customer Relationship Management systems, which made available huge amounts of data, other factors that contributed to this resurgence in diffusion literature were the advancements on new tools for research, notably the developments in complex systems theory and network theory. In the view of the still small, but rapidly increasing, number of studies integrating competitive diffusion and network models of partially connected networks (such as small world networks and scale-free networks), this study aims to characterize the dynamics of competitive diffusion in small world networks with the Watts-Strogatz topology. For its intended purpose, simulations were created, both for the classical formulation of the Bass Diffusion Model, as well as more modern approaches for competitive diffusion, such as the models proposed by Libai, Muller and Peres and Peres, Muller and Mahajan. A new model was developed in order to expand the model proposed by Libai et al (2009c) in order to incorporate the small world network topology and other characteristics associated to competition that were not explicitly represented. Allowing the inference of behaviors in various scenarios that are not explicitly covered in the classical formulations. For intuitive logic and simplicity, it is believed that this model is of significant value for teaching and for the study of competitive diffusion.

Keywords: Diffusion models. Complex systems. Complex networks. Brand competition. Marketing.

Lista de figuras

Diagrama 1 – Representação gráfica da regra de propagação dos consumidores.	42
Figura 1 – Modelo de Bass – comportamento da taxa de adoção da população de consumidores, do mercado e da taxa de adoção; simulação com $p = 0.01$ e $q =$ 0.16	44
Figura 2 – Modelo de Bass – comportamento da adoção proveniente dos parâmetros p e q ; simulação com $p = 0.01$ e $q = 0.16$	45
Figura 3 – Modelo de Bass – diferença de tempo de difusão em relação ao parâmetro q	46
Figura 4 – Variabilidade do modelo de difusão em rede Watts-Strogatz; com $p = 0.1$, $q = 0.16$ e $P_{(RW)} = 0.1$	47
Figura 5 – Difusão para diferentes valores do fator $p(rw)$	48
Figura 6 – Modelo de difusão competitiva – variação no tempo de saturação Strogatz; com p_A e $p_B = 0.1$, q_A e $q_B = 0.16$ e $P_{(RW)} = 0.1$	49
Figura 7 – Modelo de difusão competitiva – variação na penetração da Marca A	50
Figura 8 – Modelo de difusão competitiva – variação na penetração da Marca B.....	50
Figura 9 – Modelo de difusão competitiva – variação no comportamento de difusão baseado em diversos valores dos parâmetros q_A e q_B	52
Figura 10 – Modelo de difusão competitiva – variação no comportamento de difusão baseado em diversos valores dos parâmetros δ_A e δ_B	53
Figura 11 – Modelo de difusão competitiva – variação no comportamento de difusão baseado na participação de uma parcela da população com comportamento de troca de marca por compra impulsiva, em que, respectivamente, $(c) - c = 0$, $c = 0.001$, $c =$ 0.02 , $c = 0.05$ e $c = 0.1$	54

Lista de algoritmos

Algoritmo 1 – Definição de variáveis globais e locais dos agentes e de suas conexões	63
Algoritmo 2 – Procedimentos de configuração e inicialização do ambiente de simulações....	64
Algoritmo 3 – Procedimentos principal de iteração dos agentes e do ambiente simulacional.	65
Algoritmo 4 – Procedimentos de criação dos agentes e de realização das conexões da rede. .	66
Algoritmo 5 – Procedimentos de operações para cálculo de coeficiente de clusterização.....	67
Algoritmo 6 – Procedimentos de computações de comprimento de caminhos.....	68
Algoritmo 7 – Procedimentos de computações de comprimento de caminhos (continuação).	69
Algoritmo 8 – Procedimentos de operações com arestas.	70

Lista de tabelas

Tabela 1 – Espaço de parâmetros	43
Tabela 2 – Tempo para 100% de penetração de acordo com a Probabilidade de Religação ...	46

Sumário

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivos gerais	16
1.1.2	Objetivos específicos.....	16
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	16
2	REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1	DIFUSÃO DE INOVAÇÃO	18
2.2	MODELO DE DIFUSÃO DE BASS	19
2.3	ESTADO ATUAL DA PESQUISA EM DIFUSÃO DE INOVAÇÃO	24
2.3.1	O efeito da competição no crescimento	25
2.3.2	O efeito de redes sociais no crescimento	27
2.4	REDES COMPLEXAS	29
2.4.1	Medidas topológicas de redes	30
2.4.2	Redes de Pequeno Mundo (<i>Small World Networks</i>).....	34
3	CARACTERIZAÇÃO DO MODELO E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	38
3.1	DESCRIÇÃO DO MODELO	38
3.2	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	42
4	CONCLUSÃO	55
4.1	RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	56
	REFERÊNCIAS	58
Apêndice A –	CÓDIGO-FONTE DA SIMULAÇÃO.....	63

1 INTRODUÇÃO

Desde sua introdução, ainda na década de 1960, na literatura das ciências econômicas, administrativas e mercadológicas, os modelos de difusão são usados para descrever o processo de adoção de um produto ou de uma inovação e seu comportamento ao longo do tempo, durante todo o seu ciclo de vida (MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Tais modelos foram usados nos mais diversos campos do conhecimento, como *Marketing*, Economia, Medicina, Agricultura, Sociologia, Antropologia, Geografia, Administração e Gestão e Desenvolvimento de Tecnologias. Tal abrangência se deve pelo papel vital que produtos, inovações e novas tecnologias têm na vida dos indivíduos e pelo impacto que eles têm na dinâmica e no desenvolvimento de comunidades, de países e de suas economias, bem como na economia global (CHANDRASEKARAN; TELLIS, 2007).

Entre os usos dos modelos de difusão está a previsão de vendas, de viabilidade econômica de uma determinada nova tecnologia, tanto para justificar o investimento em seu desenvolvimento quanto durante o processo de transformação dessa tecnologia em um produto vendável. No entanto, o principal uso dos modelos de difusão em Administração, Economia e *Marketing* é para o entendimento do comportamento do consumidor (CHANDRASEKARAN; TELLIS, 2007; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Por meio desse tipo de modelagem, tanto gestores quanto pesquisadores vêm tentando entender os padrões de comportamento social que surgem ao se introduzir uma inovação ou um produto no sistema social e como se desenvolvem os padrões de comunicação dentro desse sistema, os quais levam os consumidores a decidir pela compra ou não de tais produtos ou pela adoção de inovações.

De vital importância para o desenvolvimento desse tipo de pesquisa é o modelo desenvolvido por Frank Bass (BASS, 1969). Nele, o autor descreve o comportamento do valor agregado de primeiras compras de um bem de consumo durável recém-introduzido em um mercado de consumidores em potencial. Nos 20 anos que se seguiram, após 1969, diversos pesquisadores expandiram o modelo de Bass de forma a englobar o comportamento de todo o ciclo de vida do produto, não apenas o comportamento de compras iniciais, permitindo seu uso não só na previsão de vendas iniciais, mas para todo o planejamento da estratégia de gerenciamento do produto, de seu desenvolvimento à sua retirada do mercado (STERMAN, 2000).

Nesse período, o modelo foi aplicado a um grande número de situações não previstas no modelo inicial. Além de bens de consumo duráveis, aplicou-se à introdução de novas tecnologias industriais e agrícolas, ao desenvolvimento de sementes de alta produtividade, à adoção por parte da indústria de inovações e tecnologias desenvolvidas de forma exógena, a produtos substitutos (ou seus candidatos) aos produtos existentes, bem como a inúmeros tipos de bens duráveis e não duráveis (MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991).

A partir dos anos 1990, com a aceleração da competição em nível global e do desenvolvimento de novos produtos, serviços e vários tipos de inovações e tecnologias, bem como com o esgotamento de mercados bem estabelecidos e o aparecimento de mercados emergentes, começa-se a criar novos desafios para o desenvolvimento de modelos de difusão. Isso leva ao surgimento de outros que não são inteiramente baseados ou completamente diferentes do modelo de Bass e suas atualizações (CHANDRASEKARAN; TELLIS, 2007; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Esse novo ramo de pesquisa ignora o crescente número de evidências acerca do papel da comunicação como motivadora de adoção e começa a enfatizar que o maior motivador de compra dos consumidores está na heterogeneidade dos agentes do sistema social. Tais autores argumentam que os agentes sociais são heterogêneos em sua inovatividade, em sua sensibilidade ao preço e em suas necessidades e que a comunicação representa um fator secundário no processo de difusão, quando, de fato, apresenta alguma influência (SONG; CHINTAGUNTA, 2003; CHANDRASEKARAN; TELLIS, 2007; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Os modelos baseados em heterogeneidade concluem que os consumidores que estão mais propensos a adotar uma inovação são os que têm um menor limiar de paciência, enquanto os adotantes tardios são aqueles que têm um limiar maior de paciência. Assim, o comportamento da difusão do mercado depende da distribuição de paciência dos consumidores, que assume o formato da curva em S, comum aos modelos de comunicação apenas quando essa distribuição é log-normal (SONG; CHINTAGUNTA, 2003; CHANDRASEKARAN; TELLIS, 2007; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Essa nova abordagem também permitiu a identificação de grupos que apresentavam características semelhantes, que podiam ser explorados como subconjuntos do mercado maior. Isso deu origem a práticas de segmentação de mercado e de desenvolvimento e comunicação direcionada, levando o estudo de modelos de difusão a englobar estratégias de tomada de decisão em grupos (CHATTERJEE; ELIASHBERG, 1990; GOLDER; TELLIS, 1998; GOLDER; TELLIS, 2004; BOHLMANN; CALANTONE; ZHAO, 2010).

A partir de meados da década de 1990, com a internet passando a assumir um papel cada vez maior na difusão de ideias, de conhecimento, de tecnologias e, por fim, de produtos, por meio do comércio eletrônico, os padrões de comportamento do mercado não só começaram a mudar, mas a se acelerar. A partir de meados da década de 2000, com a popularização dos meios de comunicação instantânea e das redes sociais virtuais, os modelos existentes, tanto os baseados em comunicação em redes homogêneas e totalmente conectadas, quanto os baseados em heterogeneidade e na identificação e na segmentação de grupos homófilos, tornaram-se cada vez menos adequados para o entendimento do comportamento do consumidor e para a previsão de vendas (HAYTHORNTHWAITE, 2005; LU; YAO; YU, 2005; TROSHANI; DOOLIN, 2007; BRIGGS et al., 2008; STANDAGE, 2009).

No espaço de uma década, mercados passaram a ser globais, e a comunicação instantânea das redes sociais e dos sistemas de mensagem instantânea permitiu que grupos antes totalmente separados pudessem se encontrar e formar redes de comunicação, de relacionamento e, ultimamente, redes de difusão, de uma forma que antes era impossível. Isso acirrou também a competição em torno da inovação, pois os competidores agora são capazes de imitar uma inovação antes mesmo de ela entrar na linha de produção. A rapidez com que tecnologias e produtos são desenvolvidos, consumidos e descartados é tão grande que a maior parte das tecnologias e dos produtos mais comuns hoje sequer estava nos estágios iniciais de desenvolvimento a cerca de 30 anos atrás (HAYTHORNTHWAITE, 2005; LU; YAO; YU, 2005; TROSHANI, DOOLIN, 2007; BRIGGS et al., 2008; STANDAGE, 2009).

Segundo Peres, Muller e Mahajan (2010), alguns dos principais desafios na pesquisa em difusão são os efeitos de externalidades de rede e de sinais sociais, o que leva a uma mudança nos paradigmas correntes na área. Essas mudanças ocorreram, por exemplo: de modelos centrados no boca a boca como motivador para modelos que tem a interconexão entre consumidores como motivador; de curvas de penetração monotonicamente crescentes para curvas de penetração com pontos de virada ou irregulares; de modelos temporais para modelos espaciais; de análise em nível de indústrias para análises em nível de marcas; de modelos agregados ou segmentados para modelos individuais; de redes totalmente conectadas para redes de pequeno mundo (small world), parcialmente conectadas ou livres de escala; de difusão de produtos para difusão de serviços; e de modelos preditivos para modelos de diagnósticos.

Felizmente, hoje, tem-se nos estudos de sistemas complexos um ramo da ciência derivado da Física, da Estatística e da Ciência da Computação, as ferramentas necessárias para estudar exatamente esse tipo de problema. Com o desenvolvimento de modelos de redes

complexas e de modelos baseados em agentes e com a capacidade de se lidar com volumes de dados gigantescos, além de todas as tecnologias introduzidas na última década, é possível endereçar esses problemas de forma mais precisa.

A motivação do presente trabalho surge em função da carência de pesquisas integrando modelos de difusão competitiva com modelos de redes usando topologias de redes complexas (*small world* e livres de escala), bem como pela necessidade de se estudar o comportamento da difusão de inovação em diversos níveis de profundidade do sistema social. Dessa forma, este trabalho visa responder ao seguinte questionamento: quais as características dinâmicas da difusão competitiva de produtos e de inovações em redes de pequeno mundo do tipo Watts-Strogatz?

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivos gerais

Este estudo tem como objetivo geral caracterizar a dinâmica de modelos de difusão competitiva em redes de pequeno mundo do tipo Watts-Strogatz.

1.1.2 Objetivos específicos

De forma complementar ao objetivo geral, este trabalho tem por objetivos específicos:

1. Verificar se há divergências entre o comportamento de difusão competitiva na referida topologia de rede e o comportamento do modelo clássico;
2. Identificar a influência das características da rede no processo de difusão competitiva;
3. Investigar qual o papel da influência da comunicação entre-marcas e de compras por impulso (aleatórias) no comportamento do modelo proposto.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma: o **Capítulo 1** é composto pela introdução, em que é delimitado o tema e são caracterizados os problemas e os objetivos a serem trabalhados; no **Capítulo 2** são explorados os conceitos de difusão de inovação e de

redes complexas, os dois construtos teóricos centrais para o trabalho; no **Capítulo 3**, é feita a caracterização do modelo proposto e dos procedimentos metodológicos adotados, bem como é feita a análise dos resultados obtidos a partir das simulações numéricas do modelo proposto; por fim, no **Capítulo 4**, são feitas as conclusões e as recomendações para a continuidade dos estudos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, são apresentados os referenciais teóricos para o desenvolvimento da pesquisa. Inicialmente, a área de difusão de novos produtos e inovações é apresentada, com foco nos modelos de difusão desenvolvidos a partir do *framework* criado por Frank Bass em sua pesquisa original, de 1969. Em seguida, apresenta-se a área de sistemas complexos com foco especial na área de redes complexas, com foco especial no desenvolvimento de modelos de difusão nessas redes.

2.1 DIFUSÃO DE INOVAÇÃO

Tradicionalmente, entende-se a difusão como sendo o processo pelo qual certa inovação ou certo produto é comunicado, portanto, disseminado, em um mercado ou em um sistema social, por meio de um determinado canal ou de um conjunto de canais (MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991; PERES; MULLER, MAHAJAN, 2010; ROGERS, 2010). A difusão pode ser, portanto, entendida como um tipo especial de comunicação, em que as mensagens se referem a algo novo para os membros do sistema social.

Inicialmente, a literatura em difusão interpretava a comunicação entre os membros do sistema social como sendo uma comunicação boca a boca. Mas dados os avanços, tanto do entendimento dos processos de comunicação, que vão além do boca a boca, quanto do desenvolvimento de novas formas de interação social, faz-se necessário criar um conceito de difusão que seja mais abrangente. Peres, Muller e Mahajan (2010, p. 92) assim definem difusão:

Difusão da inovação é o processo de penetração no mercado de novos produtos e serviços, este processo é impulsionado por influências sociais. Essas influências incluem todas as interdependências entre os consumidores que afetam diversos atores no mercado com ou sem o seu conhecimento explícito.

O processo de difusão é composto por quatro elementos-chave: 1) uma inovação ou um novo produto; 2) o sistema social no qual essa inovação ou esse produto exerce um impacto; 3) os canais de comunicação presentes no sistema social; e, 4) o tempo (ROGERS, 1983). O principal elemento estudado pela teoria da difusão são os meios pelos quais a informação sobre inovações e novos produtos se disseminam dentro do sistema social, em especial o estudo do impacto de canais de mídia de massa e de comunicação interpessoal, sendo a influência da comunicação interpessoal, inclusive a observação não verbal, o

principal fator responsável pela velocidade e pelo formato da curva de difusão (ROGERS, 1983; WRIGHT; CHARLETT, 1995; MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991).

Além da comunicação, existem dois tipos de influências sociais que são particularmente relevantes dentro de processos de difusão: as **externalidades de rede** e os **sinais sociais** (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Externalidades de redes ocorrem quando a utilidade de uma inovação é dependente do número de usuários dela ou de inovações complementares a ela. Externalidades de rede podem ser diretas ou indiretas. É direta quando a utilidade da inovação é diretamente dependente do seu número de usuários (MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Quando a utilidade de um produto é dependente da adoção de uma tecnologia complementar, então, a externalidade de rede é considerada indireta (MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Exemplos de **externalidades de rede diretas** podem ser vistos na adoção de aparelhos de fax e de telefones celulares, uma vez que, quanto maior o número de usuários dessas tecnologias, maior a sua utilidade (STERMAN, 2000; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Um exemplo de **externalidades de rede indiretas** é a adoção do padrão VHS, pois a introdução de produtos como as filmadoras caseiras e serviços como o de locação de vídeo aumentaram a sua utilidade e permitiram que ele se tornasse o padrão dominante (STERMAN, 2000).

Já os **sinais sociais** representam informações que podem ser apreendidas pelo indivíduo a partir da adoção de determinada tecnologia por outros membros do sistema social (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Tais sinais servem para indivíduos transmitirem diferenças em sua identidade de grupo e podem ser usados por outros para aprender ou imitar o comportamento do seu grupo ou de grupos dos quais aspirem participar (VAN DEN BULTE; WUYTS, 2007; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Eles podem ser transmitidos tanto horizontalmente quanto verticalmente. Quando transmitidos verticalmente, indicam diferenças no *status* entre diferentes grupos, ao passo que, quando transmitidos horizontalmente, significam diferenças de identidade entre grupos que não apresentam diferença de *status* (BERGER; HEATH, 2008; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

2.2 MODELO DE DIFUSÃO DE BASS

O estudo de modelos de difusão de produtos e de inovações tem suas origens no final dos anos 1950, com modelos desenvolvidos por Von Bertalanffy (1957), Fourt e Woodlock

(1960), Mansfield (1961), Rogers (1962) e Bass (1969). Desses modelos, o mais prevalente e mais difundido é o desenvolvido por Bass e os que subsequentemente foram produzidos tendo esse como ponto de partida, visto que foi o primeiro modelo que captou tanto a influência da comunicação interna quanto da externa, além de ser o primeiro modelo capaz de lidar com o problema da introdução de um novo produto ou inovação no mercado (MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010; STERMAN, 2000; ROGERS, 2010).

O modelo Bass descreve o comportamento do valor agregado de primeiras compras de um bem de consumo durável recém-introduzido em um mercado de potencial m e se difunde em um sistema social homogêneo e totalmente conectado. Nesse sistema, os compradores, em cada ponto do tempo, estão sujeitos à influência externa (p), representada por quaisquer comunicações que tenham origem fora do sistema social; e à influência interna (q), resultante das interações e das comunicações entre os membros do sistema social (BASS, 1969). O autor conclui que há relação linear entre a probabilidade de um consumidor em potencial adotar um novo produto e o número de usuários prévios desse produto (BASS, 1969). Em seu estudo original, Bass analisou empiricamente os dados do comportamento de adoção de uma vasta gama de bens de consumo duráveis e testou se seu modelo era capaz de replicar de forma adequada tal comportamento, validando, assim, a aplicabilidade de seu modelo.

A premissa básica do modelo é uma função *hazard* que calcula a probabilidade de adoção da inovação no tempo t dado, que ainda não ocorreu. A premissa básica do modelo é:

$$\frac{f(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t)$$

A função densidade do tempo para adoção é dada por $f(t)$ e a fração cumulativa de adotantes no tempo t é dado por $F(t)$. Isso quer dizer que a probabilidade condicional de adoção no tempo t é crescente em relação à parcela da população que já adotou o produto. Portanto, parte do processo de adoção depende da imitação ou do "aprendizado" dos membros do sistema social, e parte não depende.

O parâmetro q reflete a influência de tal aprendizado, enquanto o parâmetro p reflete a influência de fatores que independem de adoção prévia. Se m é o número potencial de adotantes, o número de adotantes no tempo t será: $mf(t) = n(t)$; e o número cumulativo de adotantes no tempo será: $mF(t) = N(t)$ (BASS, 1969; MAHAJAN; MULLER; BASS,

1991). Dessa forma, ao se manipular a premissa básica para incluir essas considerações, obtém-se:

$$n(t) = \frac{dN(t)}{dt} = p[m - N(t)] + q \frac{N(t)}{m} [m - N(t)]$$

O primeiro termo, $p[m - N(t)]$, representa as adoções que não são influenciadas no momento da adoção pelo número prévio de usuários do produto. Bass chamou o coeficiente p de coeficiente de inovação, porém, dados os desenvolvimentos posteriores da literatura e a redefinição do que consiste um usuário inovador, usa-se, preferencialmente, o termo **coeficiente de influência externa**, visto que representa as comunicações que são externas ao sistema social, como, por exemplo, a mídia de massa.

O segundo termo, $q/m N(t) [m - N(t)]$, representa as adoções que são influenciadas pelo número prévio de usuários. Bass chamou, inicialmente, q de coeficiente de imitação, porém, atualmente, prefere-se chamá-lo de **coeficiente de influência interna**, pois representa as comunicações entre os membros do sistema social.

Apesar do seu sucesso, alguns aspectos do modelo original proposto por Bass não são óbvios. Por exemplo, não é evidente qual a natureza dos seus *feedbacks*, embora se possa assumir que a adoção boca a boca (coeficiente de imitação) representa um *feedback* positivo, assim como o efeito de conscientização por meio da propaganda, já que o tamanho do mercado é limitado pela população total de adotantes em potencial, que atuaria como um *feedback* negativo do modelo. No entanto, nenhuma dessas suposições é feita explicitamente no trabalho original de Bass (BASS, 1969; STERMAN, 2000).

Outro fator a se considerar são as limitações marcantes apresentadas pelo modelo, que, em sua maioria, estão associadas às premissas simplificadoras adotadas de forma a facilitar o tratamento analítico usado no modelo. Segundo Mahajan, Muller e Bass (1990), Sterman (2000) e Peres, Muller e Mahajan (2010), as principais premissas que merecem destaque, no tocante às limitações impostas ao modelo, são:

1. **O potencial de mercado permanece constante ao longo do tempo** – tradicionalmente o modelo de Bass assume que o potencial de mercado (m) permanece estático ao longo de todo o período de vida. Porém, do ponto de vista teórico, não há razão para tal premissa. Pelo contrário, espera-se que o potencial de mercado mude ao

longo do ciclo de vida da inovação, tanto por características do produto e do mercado quanto por estratégias de marketing adotadas.

2. **A difusão de uma inovação é independente de todas as outras inovações** – em sua forma original, o modelo de Bass não captura as diversas dinâmicas existentes entre diversas inovações. Elas não podem complementar, substituir, acelerar ou diminuir a adoção de uma determinada inovação. Todavia, essa premissa é irreal, uma vez que, no mundo real, essas inovações não existem em um vácuo independente das demais. Existem inovações que são complementares ou que aumentam o consumo das outras (como, por exemplo, hardware e software), assim como existem tecnologias que são substitutas e diminuem o consumo uma da outra (como, por exemplo, serviços de streaming e assinaturas de TV a cabo).

3. **A natureza de uma inovação não muda ao longo do tempo** – na sua formulação original, cada inovação permanece estática ao longo de todo o ciclo de vida da inovação, porém suas características permanecem intactas. No entanto, cada vez mais inovações são introduzidas de forma geracional, em que cada nova geração representa um avanço significativo em relação anterior. Dessa forma, além de criar sua própria demanda, cada nova geração canibaliza a difusão da geração anterior e, não raro, representa uma mudança no potencial de mercado para cada uma das tecnologias. Por exemplo, a introdução da nova geração quase sempre barateia a geração anterior, tornando-a disponível para um mercado em potencial maior.

4. **As fronteiras geográficas do sistema social não mudam ao longo do processo de difusão** – no modelo original proposto por Bass, a dimensão espacial do mercado é totalmente ignorada, apesar do processo de difusão ocorrer tanto no tempo quanto no espaço, e raramente as pesquisas em marketing tentam integrar essas duas variáveis em seus estudos. Isso faz com que seja impossível verificar nesse contexto a eficácia de estratégias de implantação seriada de uma inovação, onde a inovação é inicialmente lançada e uma determinada área geográfica (país, estado, província) e, após atingir uma determinada penetração nessa área, a firma tenta capitalizar no contágio das áreas vizinhas por meio da difusão na implantada anteriormente.

5. **O processo de difusão é binário** – o modelo assume que o consumidor só tem duas escolhas, adotar ou não adotar um produto ou serviço, o que faz com que seja impossível verificar os diversos estágios do processo de adoção, tais como conscientização, conhecimento, desejo etc. Esses estágios são cruciais para as

estratégias de marketing de determinadas inovações e são particularmente explorados no marketing de marcas e na segmentação de mercados.

6. **A difusão de uma inovação não é influenciada por estratégias de marketing** – no modelo original, variáveis de mix de *marketing*, tais como preço, propaganda, promoção e canais de venda e de distribuição, não são consideradas e não têm qualquer influência sobre o comportamento de difusão. Pesquisas realizadas desde a década de 1980 apontam, por exemplo, que o tamanho do mercado potencial (m) é influenciado pelo preço, quanto menor o preço maior o mercado potencial. Da mesma forma, o preço e as demais variáveis de mix de marketing exercem influência sobre velocidade de difusão dos produtos. Apesar de haver esforços no sentido de incorporação desses fatores como extensões ao modelo, ainda não existe uma formulação geral que permita explorá-los de forma mais sistemática, sendo, então, modeladas caso a caso.

7. **Características do produto e do mercado não influenciam os padrões de difusão** – originalmente não havia de forma explícita nenhuma influência das características do produto ou do mercado no padrão de difusão, porém as pesquisas empíricas verificam que as características do produto e do mercado no qual ele está sendo inserido exercem um enorme impacto no seu comportamento de difusão. Há esforços para incorporar isso dentro dos parâmetros (p) e (q) do modelo, no entanto, ainda não existe uma formulação geral para incorporação explícita dessas características.

8. **Não há restrições de oferta** – o modelo de Bass é um modelo apenas de demanda, sem levar em conta nenhuma consideração acerca da oferta ou do impacto de restrições de oferta na difusão do produto. Na vida real, um dos grandes limitadores na difusão de produtos advém de limitações na capacidade produtiva ou de dificuldades na configuração de canais de distribuição adequados. Em geral, isso leva a um acúmulo de ordens em fila para produção/distribuição e pode afetar a difusão de um produto ou de uma inovação, visto que qualquer de seus concorrentes que consiga superar essas limitações irá ganhar uma parcela significativa do mercado.

9. **Apenas uma adoção por unidade de adoção** – o modelo foi pensado para capturar apenas o comportamento de produtos duráveis. A compra de uma unidade do produto era feita uma única vez por um longo período de tempo, porém, cada vez mais, o comportamento de difusão de uma inovação não é apenas ditado pela sua adoção inicial, mas por sucessivas adoções. Dessa forma, ele não apresenta nenhum

mecanismo explícito para modelagem de produtos com ciclo de consumo mais curto, em que os produtos originais são descartados, seja porque acabou sua vida útil seja porque foram atualizados.

2.3 ESTADO ATUAL DA PESQUISA EM DIFUSÃO DE INOVAÇÃO

Essas limitações formaram os principais pontos endereçados pelas pesquisas em modelos de difusão nos últimos 30 anos. De lá para cá, alguns novos pontos foram levantados, dada a sua relevância em virtude do novo cenário mundial, totalmente globalizado e em que as redes sociais passam a ter um papel cada vez mais importante no comportamento de difusão de produtos.

Como abordado anteriormente, um desses novos *fronts* de estudo é o papel de externalidade de rede e de sinais sociais (identidades de grupo) no comportamento de difusão. Porém, a literatura identifica diversas frentes de estudo nas quais se concentram a pesquisa atual em modelos de difusão baseados em comunicação. Entre os principais pontos de estudos identificados na literatura estão:

1. Difusão em redes sociais;
2. Papel de externalidades de redes na difusão;
3. Formação de *Take-offs* e *Saddles* no processo de difusão;
4. Comportamento de difusão de tecnologias geracionais;
5. Influências entre países no comportamento de difusão;
6. Diferenças de crescimento no comportamento de difusão de um país para o outro;
7. Efeitos da competição no crescimento de difusão;
8. Os diversos tipos de influência interna e sua influência na adoção (sinais sociais, novas formas de comunicação interpessoal etc.);
9. Os efeitos das expectativas do consumidor no comportamento de difusão;
10. Novos avanços em modelos de funções *hazard*;
11. Desenvolvimento de modelos de difusão em nível individual (modelos baseados em agentes).

Este trabalho irá se concentrar nos efeitos da competição e das redes sociais no comportamento. Logo, para maiores detalhes sobre as demais linhas de pesquisa, pode-se

consultar as influentes revisões de literatura feitas por Mahajan, Muller e Bass (1991), Chandrasekaran e Tellis (2007), Peres, Muller e Mahajan (2010), que abordam tais *fronts* de pesquisa, alguns dos quais permanecem pouco estudados desde a primeira grande revisão de literatura sobre o tema, feita por Mahajan, Muller e Bass no início dos anos 1990.

2.3.1 O efeito da competição no crescimento

O modelo original de Bass foi pensado para definir categorias de produtos ou de inovações. Em seu estudo inicial, ele agregava todos os competidores produzindo um produto como fazendo parte de uma única categoria. Dessa forma, seu modelo não captura as interdependências existentes em mercados competitivos, especialmente no momento atual, em que, tão logo uma tecnologia seja desenvolvida e lançada no mercado por uma firma, ela já é ofertada para seus consumidores e é assimilada por eles. (CHATTERJEE; ELIASHBERG; RAO, 2000; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Esse cenário exerce não apenas uma forte influência nas interações entre os consumidores e as firmas, mas nas interações entre os próprios consumidores, que usam a marca como forma de identificação de grupo ou de *status*.

Assim sendo, existe uma série de efeitos da competição que influenciam ou modificam o crescimento da penetração de uma inovação. A maioria desses efeitos está relacionada ao fluxo de consumidores e de informações, visto que as firmas passam a competir tanto pela aquisição de competidores do mercado potencial quanto pela retenção de seus consumidores. Desse modo, passa a existir uma rotatividade natural de consumidores entre as marcas e os concorrentes têm que gastar parte de seus esforços na aquisição dos consumidores que abandonaram as outras marcas (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

A comunicação entre os consumidores não representa apenas as comunicações a respeito do produto ou de sua categoria, mas também as específicas da marca. Essas podem ser feitas tanto dentro do grupo formado por seus adotantes como pode ocorrer direta ou indiretamente (sinais sociais) com consumidores das demais marcas no mercado (VAN DEN BULTE; WUYTS, 2007; BERGER; HEATH, 2008; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Em nível de categoria, o maior questionamento é se a competição entre as diversas marcas e as variações da inovação acelera ou atrasa o crescimento da categoria. A maioria dos estudos parece indicar a existência de uma correlação positiva entre a competição e a aceleração do crescimento da penetração da maioria das tecnologias (VAN DEN BULTE; STREMERSCHE, 2004; KAUFFMAN; TECHATASSANASOONTORN, 2005). Porém,

alguns estudos, como os de Dekimpe, Parker e Sarvary (2000) e Krishnan, Bass e Kumar (2000), apontam que, em alguns casos, a existência de uma base instalada de uma tecnologia anterior pode atuar como impeditivo de crescimento, enquanto em outros mercados atua como um impulsionador. Van Den Bulte e Stremersch (2004) sugerem que esse crescimento é resultado da redução de externalidades de rede.

Apesar disso, ainda não se tem uma clara identificação das relações entre adoção em nível de marca e em nível de categoria. A maior parte dos trabalhos na área assume que a dinâmica interna é muito importante para esse tipo de difusão, o que possibilita o uso de um modelo similar ao de Bass para descrever a escolha entre marcas (VAN DEN BULTE; WUYTS, 2007; BERGER; HEATH, 2008; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Ao representar o fluxo de comunicações do mercado, pode-se assumir que o consumidor em potencial adota a marca i por meio da influência de duas formas de comunicação dentro de sua rede de relacionamentos. São elas:

- **Comunicação intramarca** – quando o consumidor interage com outros consumidores da marca i ;
- **Comunicação entre-marcas** – quando o consumidor interage com consumidores de outras marcas.

A partir da literatura de modelos de difusão competitiva desenvolvidos até o momento – em especial pelos modelos propostos por Savin e Terwiesch (2005) e Libai, Muller e Peres (2009a) – Peres, Muller e Mahajan (2010) afirmam que se pode chegar a uma formulação geral para a equação de difusão, que apresenta explicitamente os dois tipos de comunicação. Nesse caso, a equação geral adotaria a seguinte forma:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = (p_i + q_i \frac{N_i(t)}{m} + \sum_{j \neq i} \delta_{ij} \frac{N_j(t)}{m})(m - N(t))$$

Tem-se que N é o número total de adotantes ($N = N_i + N_j$) e δ_{ij} representa a influência da comunicação entre-marcas. A maioria dos modelos de difusão em nível de marca existentes atualmente são variações desse modelo genérico. Alguns assumem que a comunicação entre-marcas é igual à comunicação intramarcas ($\delta_{ij} = q_i$). Dessa forma, ao se

somar as equações de todas as marcas existentes no mercado, obtém-se a equação geral do modelo de Bass para a categoria do produto.

Quando a comunicação entre-marcas é diferente da comunicação intramarcas ($\delta_{ij} \neq q_i$), a soma das equações de todas as marcas dá origem a um comportamento de difusão que é diferente do encontrado no modelo de Bass. Alguns autores defendem que toda comunicação é específica da marca, nesse caso, ($\delta_{ij} = 0$). Uma vez que nenhuma dessas premissas aparece como comportamento dominante, é preciso mais estudos para se explicar a relação entre a comunicação intramarca e a entre-marcas.

Outro fator a se considerar é o coeficiente de desgaste da marca, que representa a proporção de consumidores que muda de marca espontaneamente. A literatura aponta que, em média, 20% dos consumidores de uma marca terminam por mudar de marca em um futuro próximo. Em casos extremos, como o de serviços de telefonia celular, esse coeficiente pode chegar a 26% (REICHHELD, 1996; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Como uma das premissas do modelo original de Bass era a de que os produtos consumidos eram produtos duráveis, ainda existem poucos estudos sobre como a mudança de uma marca para outra afeta o comportamento de difusão do produto (LIBAI; MULLER; PERES, 2009b). Todavia, os estudos existentes demonstram que essa mudança tem alto impacto no comportamento de difusão (HOGAN; LEMON; LIBAI, 2003; THOMPSON; SINHA, 2008).

2.3.2 O efeito de redes sociais no crescimento

Uma rede social é um meio pelo qual determinada inovação se propaga. Segundo Evans (2009), com o declínio da eficiência dos meios de promoção *off-line* e o desenvolvimento das redes sociais, tais como Facebook, LinkedIn, Twitter etc, as empresas começaram a adotar estratégias de marketing focadas em abordar diretamente os clientes de seu mercado-alvo por meio dessas redes. Esse esforço é uma tentativa de aumentar o coeficiente de influência interna da firma na rede social em que seus clientes estão inseridos. Porém, para tanto, é necessário um melhor entendimento da influência exercida pela estrutura dinâmica da rede social no processo de difusão.

Esse tipo de estudo ainda está em sua infância e não há, ainda, uma resposta teórica para o tema, embora existam algumas pesquisas exploratórias e empíricas. Uma das limitações é a ausência de dados a respeito do comportamento individual dos consumidores. Apesar disso, Van Den Bulte e Wuyts (2007) afirmam que boa parte da atenção da pesquisa

sobre difusão em redes sociais se concentra na identificação do papel que indivíduos centrais e hiperconectados têm no padrão adotado pelo processo de penetração.

O modelo de Bass não assume explicitamente nenhuma estrutura de rede. No entanto, há uma premissa implícita de que o sistema social é homogêneo e completamente conectado. Isso deixa em aberto a questão de como a topologia da rede afeta o crescimento da penetração de mercado. Os estudos de difusão em redes sociais têm particular importância porque as pesquisas recentes demonstram que as redes sociais não são homogêneas, nem totalmente conectadas (KOSSINETTS; WATTS, 2006). Portanto, embora o modelo de Bass seja uma aproximação eficaz do comportamento global de compras, ele promove pouco *insight* no comportamento individual de compra dos membros do sistema social (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

Uma forma particularmente eficaz de desenvolver modelos que possam incorporar tanto o nível individual quanto o agregado é a baseada em agentes. No caso da pesquisa em difusão, são de especial importância os modelos de redes, que permitem representar o mercado como um conjunto de elementos (indivíduos, empresas, etc.) e as conexões e as interações existentes entre eles (GOLDENBERG; LIBAI; MULLER, 2001a; PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Segundo Peres, Muller e Mahajan (2010), isso é feito de três formas:

1. É possível estabelecer uma conexão entre influências em nível individual e os seus efeitos em nível agregado, possibilitando assim fazer a ligação entre a performance da empresa, que é medida no nível agregado, e as ações de marketing, em nível individual;
2. Essa abordagem torna possível diferenciar os diversos tipos de interdependências que afetam o mercado;
3. É possível incorporar heterogeneidade aos modelos para permitir que a susceptibilidade às diversas influências (p_i e q_i) possa variar entre as unidades da rede ou para permitir diferentes tipos de *links* entre as unidades. Dessa forma, é possível incorporar praticamente qualquer forma de heterogeneidade nos modelos de comunicação, que são o cerne da Teoria de Difusão.

Outra vantagem dos modelos baseados em agentes e em redes é o fato de que podem incorporar facilmente a dimensão espacial/geográfica dos processos de difusão. Goldenberg, Libai e Muller (2001a) demonstraram que a influência cumulativa de ligações fracas na rede tem um grande impacto no processo de crescimento, o que levou Garber *et al.* (2004) a

sugerirem uma medida de densidade espacial de adoção como um preditor para o sucesso ou a falha de um produto.

Um desafio do uso de modelos de redes e de agentes é a relação entre os níveis individuais e agregados. Conceitualmente, o nível agregado representa o resultado geral dos comportamentos individuais. Porém, para que isso ocorra, as formulações entre nível individual e nível agregado têm de ser equivalentes (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Entretanto, essa equivalência não é necessariamente simples de se fazer, como demonstrado em estudos por Van Den Bulte e Stremersch (2004) e Goldenberg (2001b), que propuseram métodos para que tal equivalência ocorra.

A estrutura (topologia) da rede social é um dos fatores determinantes que devem ser levados em conta ao se criar modelos de decisão em nível de indivíduo, visto que ela influencia diretamente na velocidade e no padrão espacial da difusão (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010). Assim, faz-se necessário um aprofundamento das pesquisas nessa área. Outro fator importante em relação às redes sociais, que pode influenciar no padrão de difusão, é o *clustering*, que é um dos elementos que distinguem redes sociais de grafos aleatórios. Existem poucos estudos até agora relacionando o grau de clusterização da rede e a velocidade de difusão dentro dela.

Espera-se que o grau de clusterização esteja intimamente ligado a diversos efeitos no processo de difusão, como, por exemplo, pressupõe-se que a velocidade de difusão aumente com o grau de clusterização, ao passo que se acredita que o papel das relações fracas deva ser reforçado na dinâmica entre *clusters*. Isso porque, se a informação entrar em um *cluster* com alto coeficiente de clusterização, ela dificilmente irá sair dele, a menos que seja retirada por um laço fraco (PERES; MULLER; MAHAJAN, 2010).

2.4 REDES COMPLEXAS

O estudo das propriedades topológicas das redes é domínio da teoria dos grafos. Informalmente, pode-se definir uma rede como a representação de relações existentes entre pares de elementos de um conjunto. Nesse contexto, chamam-se os elementos de *nós* ou *vértices* e as conexões de *ligações* ou *arestas* (MONTEIRO, 2014).

Formalmente, pode-se definir uma rede como um sistema que pode ser representado pelo grafo $G = (V, A)$, em que os N vértices formam o conjunto V e as M arestas formam o conjunto A e identificam as relações entre os elementos do sistema. Nesse caso, os valores N e M representam, respectivamente, a ordem do grafo e o seu tamanho (MONTEIRO, 2014).

Dois nós, i e j , são adjacentes quando a aresta (i, j) pertence ao conjunto A ($(i, j) \in A$). Com base nesta relação pode-se classificar os grafos em dois tipos, são eles: *grafos direcionados*, quando a aresta conectando i a j também conecta j a i , formando um par não ordenado (i, j) ; *grafos não direcionados*, em que a presença de uma aresta ligando i a j não implica na existência de uma aresta na direção oposta, ligando j a i , sendo que, nesse tipo de grafo, o par (i, j) é ordenado (MONTEIRO, 2014).

Além da forma gráfica de representação um grafo, é comum expressá-lo por sua matriz de adjacências $\vec{X}$. Nessa notação, se $x_{ij} = 1$, então, os nós estão conectados, e, se $x_{ij} = 0$, então, não há conexão entre os nós. Como um nó não pode se conectar a ele mesmo, x_{ii} será sempre igual a zero (MONTEIRO, 2014).

2.4.1 Medidas topológicas de redes

Existem várias medidas topológicas que podem ser usadas para caracterizar e estudar o comportamento de uma rede complexa. Nesta sessão, apresentar-se-á as principais medidas e suas propriedades, sendo elas: a *densidade do grafo* (D), o *comprimento médio do caminho mais curto* $\langle l \rangle$, o *diâmetro do grafo* (d), a *distribuição de graus* ($P(k)$), o *coeficiente de agregação médio* $\langle C \rangle$ e a *centralidade* (C).

Chama-se *densidade* de um grafo (D) a razão entre o número de ligações existentes e o número máximo de ligações (MONTEIRO, 2014), sendo que este vai depender dos tipos de conexões existentes no grafo. Em caso de um grafo não direcionado, o número máximo de arestas que podem existir é:

$$\binom{N}{2} = \frac{N!}{(N-2)! 2!} = \frac{N(N-1)}{2}$$

Em um grafo direcionado, o número de máximo de arestas é o dobro deste número, isto é, $N(N-1)$. Assim sendo, a densidade de um grafo não direcionado e de um direcionado será dada, respectivamente, por:

$$D = \frac{2M}{N(N-1)} \text{ (grafo não direcionado)}$$

$$D = \frac{M}{N(N-1)} (\text{grafo direcionado})$$

Chama-se distância entre os nós i e j o número de ligações l_{ij} que formam o caminho mais curto entre esses vértices, e, na ausência de caminho entre os vértices, $l_{ij} = \infty$. Os valores de l_{ij} formam a *matriz de distâncias* $\vec{L}$, que é simétrica para todo grafo não direcionado, sendo $l_{ii} = 0$. A partir da distância entre os vértices da rede, é possível calcular o *comprimento médio do caminho mais curto* $\langle l \rangle$, que nada mais é que o valor médio de l_{ij} , considerando todos os possíveis pares de i e j que compõem a rede (MONTEIRO, 2014). Para o grafo não direcionado, esse comprimento é dado por:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\frac{N(N-1)}{2}} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N l_{ij}$$

E, para o gráfico direcionado:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N l_{ij}$$

Chama-se de *diâmetro* de uma rede (d) o valor máximo de l_{ij} , sendo, portanto, o mais longo caminho mais curto encontrado na rede (MONTEIRO, 2014).

O grau de um vértice i é dado por k_i . Em um grafo não direcionado, é o número de arestas que tem esse nó como uma de suas extremidades (MONTEIRO, 2014). Tal valor é obtido pela matriz de adjacências $\vec{X}$, conforme a seguinte equação:

$$k_i = \sum_{j=1}^N x_{ij} = \sum_{j=1}^N x_{ji}$$

E seu somatório é dado por:

$$\sum_{i=1}^N k_i = 2M$$

A partir do valor de k_i , é possível calcular a *distribuição de graus* $P(k)$, que corresponde à fração de vértices com o grau k , também conhecida como a probabilidade de que um vértice selecionado de forma aleatória possua um grau k (MONTEIRO, 2014). O *grau médio* $\langle k \rangle$ pode ser obtido a partir de $P(k)$, por meio da seguinte equação:

$$\langle k \rangle = \sum_{k=k_{min}}^{k_{max}} kP(k)$$

O valor de $\langle k \rangle$ também pode ser obtido diretamente a partir dos valores de M e N , uma vez que:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N k_i = \frac{2M}{N}$$

Watts e Strogatz (1998) estabeleceram uma medida para caracterização da estrutura topológica da vizinhança de um vértice dado pelo *coeficiente de agregação* (ou clusterização) C_i do vértice i , sendo este definido como a razão entre o número de conexões existentes entre os vizinhos de i (b_i) e número máximo de conexões possíveis entre eles. O valor de b_i é obtido a partir da matriz de adjacência $\vec{X}$, conforme a equação:

$$b_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N x_{ij} x_{jl} x_{li}$$

Dessa forma, para um grafo não direcionado, se $k_i = 0$ ou 1 , então, $C_i = 0$. Nos casos em que $k_i \geq 2$, então, C_i será dado por:

$$C_i \equiv \frac{b_i}{\binom{k_i}{2}} = \frac{2b_i}{k_i(k_i - 1)}$$

Uma vez obtidos os valores de C_i , é possível calcular o *coeficiente de agregação médio* $\langle C \rangle$, que é o valor médio de C_i observando os N vértices da rede. Esse valor representa

a probabilidade de encontrar dois vértices na rede, que são vizinhos de um terceiro e ligados entre si, e é dado por:

$$\langle C \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N C_i$$

Segundo Monteiro (2014), um dos principais objetivos ao se analisar um grafo é descobrir qual dos vértices é o mais importante ou o nó central, que pode ser definido como aquele que, caso seja eliminado, causará o maior dano à rede. Entre as diversas formas de se calcular a centralidade, o autor lista quatro que considera mais importantes. Entre elas, escolheram-se três medidas mais relevantes:

Centralidade de grau $C_g(i)$ do nó i , que é a razão entre o grau desse nó e o maior grau que ele poderia ter, dada por:

$$C_g(i) \equiv \frac{k_i}{N-1}$$

Centralidade de proximidade (Closeness Centrality) $C_p(i)$, que é uma medida inversamente proporcional ao somatório dos caminhos mais curtos (l_{ij}) entre o nó i e os demais $N-1$ nós que compõem a rede. Sendo assim, quanto menor for a distância entre o nó i e os demais, maior é sua centralidade. Essa medida é dada por:

$$C_p(i) \equiv \frac{N-1}{\sum_{j=1}^N l_{ij}}$$

Centralidade de intermediação (Betweenness Centrality) $C_{in}(i)$ é definida como o número de caminhos mais curtos entre os vértices j e l que passam por i , ou $\sigma_{jl}(i)$, dividido pelo número de caminhos mais curtos entre os nós j e l , ou σ_{jl} , considerando todos os possíveis pares de vértices j e l e levando em conta $j \neq i$ e $l \neq i$. Para normalizar esta fração, ela deve ser dividida pelo número de máximo de vezes que o nó i aparece no caminho mais curto entre dois nós quaisquer. Para um grafo não direcionado, esse número máximo é $\binom{N-1}{2}$. Sendo $j \neq l \neq i$, tem-se:

$$C_{in}(i) \equiv \frac{2}{(N-1)(N-2)} \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{l=j+1}^N \frac{\sigma_{jl}(i)}{\sigma_{jl}}$$

Para grafos direcionados, o fator de normalização é: $1/(N-1)(N-2)$. Os nós com maiores valores de C_{in} controlam o fluxo da rede.

2.4.2 Redes de Pequeno Mundo (*Small World Networks*)

No estudo de redes complexas se identificaram várias topologias ou vários modelos de redes. Esses grafos apresentam propriedades específicas a partir de suas características topológicas. Entre os primeiros modelos de redes complexas propostos, estão os criados por Erdős e Rényi, que se baseiam em grafos completamente aleatórios. Outros modelos desse tipo de rede, chamados redes aleatórias, foram propostos ao longo dos anos, como o de Gilbert, o de Solomonoff e o de Rapoport (MONTEIRO, 2014).

No modelo de Erdős e Rényi há N nós conectados com uma probabilidade p . Assim, o grau médio $\langle k \rangle$ pode ser representado pela expressão:

$$\langle k \rangle = \frac{2pN(N-1)}{2N} \approx pN$$

Assumindo que $N \gg 1$. A distribuição de graus é dada pela expressão:

$$P(k) = \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k}$$

Se existem muitos vértices ($N \rightarrow \infty$) e a probabilidade de que uma conexão exista é muito pequena, ($p \rightarrow 0$), de forma que $\langle k \rangle \approx pN$ (pN constante), tem-se que a equação anterior pode ser aproximada para:

$$P(k) = \frac{\langle k \rangle^k}{k!} e^{-\langle k \rangle}$$

Essa expressão corresponde a uma distribuição de Poisson, e o máximo de $P(k)$ se dá em $\langle k \rangle$, que é o grau médio da distribuição. Nesse tipo de rede, tem-se que $\langle k \rangle^{\langle l \rangle}$ é o número médio de vizinho para a distância $\langle l \rangle$. Assumindo-se $\langle k \rangle^{\langle l \rangle} \approx N$, é possível calcular $\langle l \rangle$ da seguinte forma:

$$\langle l \rangle \approx \frac{\log N}{\log \langle k \rangle}$$

Tem-se também que o coeficiente médio de agregação desse tipo de rede é dado por $\langle C \rangle = p$, visto que, para um vértice qualquer, a probabilidade que dois vértices vizinhos dele sejam ligados entre si é igual à probabilidade que dois vértices aleatoriamente selecionados estejam ligados.

Embora capturem as características de muitos fenômenos, as redes aleatórias falham em explicar algumas características encontradas em redes reais. Essas redes, em geral, apresentam uma estimativa para $\langle l \rangle$ razoável, mas diferem muito nas estimativas para $\langle C \rangle$ e $P(k)$. Isto significa que essas redes têm características aleatórias, mas são não completamente aleatórias como nos modelos de Erdős e Rényi.

Quando as redes apresentam $\langle l \rangle \approx \langle l \rangle_{\text{aleatória}} \ll N$, ou seja, a distância média entre os nós é muito menos do que número de nós, ocorre o que se chama de *fenômeno de pequeno mundo*.

Watts e Strogatz (1998), a partir do estudo da rede neural do *C. elegans*, da rede de distribuição de energia elétrica da região oeste dos EUA e da rede de participação de atores em filmes, verificaram que essas redes possuem $\langle l \rangle \approx \langle l \rangle_{\text{aleatória}}$ e $\langle C \rangle \gg \langle C \rangle_{\text{aleatória}}$. Eles foram os primeiros a desenvolver um algoritmo para gerar redes de pequeno mundo de forma a explicar os valores de $\langle l \rangle$ e $\langle C \rangle$ dessas redes.

Elas podem ser geradas a partir de uma rede em anel com topologia de acoplamento regular, de modo que cada vértice esteja conectado a m vizinhos à direita e a m vizinhos à esquerda, ou seja, $k' = 2m$. Nesse algoritmo, ao se percorrer o anel no sentido horário, cada aresta encontrada é religada aleatoriamente com probabilidade p , e se mantém intacta com a probabilidade $1 - p$. Esse algoritmo introduz na rede uma média de $Nk'p/2 = Nmp$ arestas de longa distância, excluindo-se a possibilidade de autoconexão e de conexões múltiplas entre o mesmo par de vértices, uma vez que apenas os vértices em que a aresta chega são sorteados, cada vértice possui ao menos $k'/2 = m$ arestas após o processo de religação.

As redes de mundo pequeno, por serem casos intermediários entre uma rede completamente aleatória e uma regular, apresentam as seguintes características (com $\langle k \rangle = k' = 2m$):

$$\frac{\log N}{\log \langle k \rangle} < \langle l \rangle_{\text{pequeno mundo}} < \frac{N}{4m}, e:$$

$$\frac{\langle k \rangle}{N} < \langle C \rangle_{\text{pequeno mundo}} < \frac{3m-3}{4m-2}$$

Para $p = 0$, todos os nós terão o mesmo grau $k' = 2m$. Se $P > 0$, o grau do vértice i é dado por $k_i = m + c + q$. Em que m representa a forma como a rede foi construída, que preserva o vértice i como ponto de partida de m conexões; da mesma forma, c corresponde às conexões de i , que se mantêm com probabilidade $1 - p$; e o termo q representa as arestas religadas ao vértice i com a probabilidade $1/N$. Assim, as distribuições $P_1(c)$, associada a c e $P_2(q)$, associada a q , são dadas por, para $N \rightarrow \infty$:

$$P_1(c) = \binom{m}{c} (1-p)^c p^{m-c}, e$$

$$P_2(q) = \binom{Nmp}{q} \left(\frac{1}{N}\right)^q \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{Nmp-q} \approx \frac{(mp)^q}{q!} e^{-mp}$$

Para $k \geq m$, e combinando-se as duas expressões, chega-se ao valor da distribuição de graus, sendo:

$$P(k) = \sum_{c=0}^{\min(k-m, m)} \binom{m}{c} (1-p)^c p^{m-c} \frac{(mp)^{k-m-c}}{(k-m-c)!} e^{-mp}$$

Para $k < m$, então, $P(k) = 0$. Portanto, a distribuição de graus também é uma distribuição do tipo Poisson, com o valor máximo aproximadamente em torno do valor médio $\langle k \rangle = 2m$.

Newman e Watts (1999) formularam outro algoritmo para gerar redes de pequeno mundo. No modelo Newman-Watts, partindo-se de um grafo regular em anel, criam-se

ligações adicionais entre os pares aleatoriamente escolhidos. Dessa forma, nenhuma aresta é removida da estrutura original. A distribuição de graus desse tipo de rede também é do tipo Poisson e é considerado um caso especial do modelo Watts-Strogatz.

3 CARACTERIZAÇÃO DO MODELO E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo é feita a caracterização do modelo proposto e dos procedimentos metodológicos adotados para a criação das simulações numéricas referentes a tal modelo. Também será abordado o modo como é feita a análise dos resultados obtidos a partir das simulações numéricas e como eles se comparam aos resultados obtidos pelas técnicas e pelos modelos tradicionais encontrados na literatura.

3.1 DESCRIÇÃO DO MODELO

Recriar um sistema social a partir de um algoritmo de computador é uma tarefa bastante difícil, visto que sistemas sociais apresentam um número muito grande de variáveis que exercem influência sobre seu comportamento. Apesar de ser tarefa complexa, uma das vantagens dos modelos baseados em agentes para modelagem de sistemas sociais é que, por se dar ênfase aos elementos mais microscópicos dos sistemas sociais, é possível observar mais facilmente os passos e os processos do seu comportamento. Todavia, essa facilidade, muitas vezes, pode esbarrar na dificuldade de se obter dados suficientes para caracterização dos agentes, visto que nem sempre é possível encontrar dados e séries históricas de dados desagregados. Para contornar tal dificuldade, optou-se por fazer um estudo completamente conceitual, usando como base o modelo de difusão competitiva idealizado por Libai, Muller e Peres (2009c), e, a partir dele, fazer modificações baseadas em outros trabalhos da literatura.

No modelo desenvolvido por Libai, Muller e Peres (2009c), foram coletados os dados de 12 redes sociais reais e, a partir deles, essas redes foram recriadas em um ambiente virtual. Elas se caracterizavam por ter um único componente central gigante, com poucos nós e *clusters* isolados. Apesar de esse tipo de rede ser bastante descrito na literatura de difusão, no presente estudo preferiu-se usar uma topologia de rede social de pequeno mundo do tipo Watts-Strogatz. Essa topologia apresenta alto *coeficiente de agregação* $\langle C \rangle$ e baixo *comprimento médio do caminho mais curto* $\langle l \rangle$, sendo amplamente reconhecido como uma topologia que caracteriza uma grama muito grande de fenômenos sociais.

Neste trabalho, antes de se prosseguir com o estudo da difusão competitiva propriamente dita, achou-se pertinente verificar as diferenças da difusão no modelo clássico de Bass – sem uma topologia de rede definida, em que todos os agentes são conectados entre si – e um modelo com os mesmos mecanismos de propagação da difusão, mas com a

formulação modificada de forma que as comunicações ocorram em uma rede de mundo pequeno do tipo Watts-Strogatz, e ver qual a influência exercida pelas características desse tipo de rede no processo de difusão.

Para isso, primeiro, variou-se a probabilidade de religação ($P_{(RW)}$) dos nós, para demonstrar sua influência no processo de difusão e, em seguida, realizaram-se várias rodadas de simulações dos dois modelos. Para analisar a diferença de comportamento entre eles, variaram-se os parâmetros p e q dentro dos valores médios mais comumente encontrados na literatura (BASS, 1969; MAHAJAN; MULLER; BASS, 1991; LIBAI; MULLER; PERES, 2009c), além de se comparar o resultado obtido pelo modelo clássico com aqueles encontrados para as diversas probabilidades de religação da rede de pequeno mundo.

Após se estabelecer as diferenças entre as características do comportamento do modelo clássico, implementou-se, inicialmente, o mecanismo de difusão competitiva proposto por Libai, Muller e Peres (2009c). Nesse modelo, em tempo discreto, inicia-se o sistema social simulado composto por um número m de agentes que não são usuários de nenhum dos dois produtos. A cada passo de tempo, duas marcas – Marca A e Marca B – competem por clientes em potencial. Cada agente pode assumir três estados representados por três cores: a cor branca representa consumidores em potencial que ainda não adotaram nenhum produto; a cor vermelha representa os consumidores que adotaram a Marca A; e a cor azul, os consumidores que adotaram a Marca B.

Além disso, assim como o modelo clássico, a adoção depende apenas de dois fatores: o **coeficiente de influência interna da marca** (p_i), representando a probabilidade p_i de um indivíduo ser influenciado pela força de vendas, de propagandas, de promoções e de outros esforços de *marketing*, no momento da adoção; e o **coeficiente de influência externa da marca** (q_i), representando a probabilidade q_i que, a cada intervalo de tempo, o indivíduo será influenciado pela sua interação (boca a boca ou imitação) com outro indivíduo da sua rede de contatos que já tenha adotado a marca (LIBAI; MULLER; PERES, 2009c).

O modelo assume que cada marca tem seu próprio coeficiente de influência interna e externa. Assim, a adoção se propaga pelo sistema de acordo com a seguinte regra de propagação:

$$\omega_i^A = 1 - (1 - p_A)(1 - q_A)^{N_i^A}$$

Considera-se que ω_i^A é a probabilidade de o agente i adotar a Marca A e que N_i^A é o número de adotantes da Marca A entre as conexões de i no momento t . Consequentemente, a regra de propagação para a Marca B é:

$$\omega_i^B = 1 - (1 - p_B)(1 - q_B)^{N_i^B}$$

Assim, a probabilidade de um indivíduo ser influenciado pela Marca A é $\omega_i^A (1 - \omega_i^B)$, dado que ser influenciado por A ocorre imediatamente. A probabilidade do agente i ser influenciado pelas duas marcas é $\omega_i^A \cdot \omega_i^B$. Nesse caso, o indivíduo irá decidir de acordo com o quociente α , que é dado por: $\alpha_A = \omega_i^A / (\omega_i^A + \omega_i^B)$ e $\alpha_B = \omega_i^B / (\omega_i^A + \omega_i^B)$, sendo, assim, as probabilidades de adotar a Marca A, de adotar a Marca B ou de não adotar nenhuma são dadas, respectivamente, por:

$$P_i(\text{adota A}) = \omega_i^A (1 - \omega_i^B) + \alpha_A \omega_i^A \omega_i^B$$

$$P_i(\text{adota B}) = \omega_i^B (1 - \omega_i^A) + \alpha_B \omega_i^A \omega_i^B$$

$$P_i(\text{não adota}) = (1 - \omega_i^A)(1 - \omega_i^B)$$

Embora esse modelo consiga incorporar de forma adequada o comportamento de vários cenários de competição, ele ainda carece de alguns elementos cruciais para retratar de forma mais fiel o comportamento dos consumidores atuais, especialmente em mercados onde as inovações tecnológicas são mais acessíveis e nos mercados de serviços. Esses elementos são: o efeito que a comunicação entre as marcas, que é a influência que um consumidor da Marca A pode ter na tomada de decisão da compra do produto da Marca B; e a influência de compras por impulso, outro fator negligenciado pela literatura de difusão e que ocorre quando um cliente compra um produto diferente daquele adotado pelo seu grupo de influência por um impulso passageiro.

Para modelar o efeito da comunicação entre as marcas, fez-se uma adaptação para o cenário simulado de uma generalização dos modelos apresentados por Savin e Terwiesch (2005), Libai, Muller e Peres (2009a), Libai, Muller e Peres (2009b) e Peres, Muller e Mahajan (2010). Assim, além dos coeficientes de influência interna e externa de cada marca, adiciona-se um fator retratando a influência da adoção entre marcas, representado por: $(1 - \delta_A)^{N_A^B}$. Dessa forma, os modelos podem incorporar uma influência similar ao coeficiente de influência externa, mas proveniente e proporcional ao número de conexões que

vêm da outra marca. Essa formulação segue o que é apresentado na literatura, em que o **coeficiente de influência entre-marcas** é sempre modelado como um fator semelhante ao **coeficiente de influência interna**, porém, proporcional ao número de adotantes da outra marca. Isso também permite simular os três cenários mais comuns para essa variável.

Modelar a compra por impulso nesse cenário, em que não há heterogeneidade nem dos agentes nem dos produtos, é um desafio. No entanto, a compra por impulso é objeto de estudo de especialistas na área há tanto tempo quanto o processo de difusão de produtos, desde os trabalhos pioneiros de Stern (1962), de Weinberg e Gottwald (1982) e de Rook (1987), até trabalhos mais recentes, como os de Youn e Faber (2000) e de Park e Lennon (2006). Esses autores defendem que muito do comportamento impulsivo é intrinsecamente ligado à personalidade e que as empresas de varejo, há muito tempo, vêm explorando isso em seus canais e em seus esforços de venda.

Youn e Faber (2000) e Faber (2002), porém, defendem que algumas das características das compras por impulso afetivo não estão ligadas aos esforços dos varejistas de estimular esse lado emocional do cliente, mas, sim, a outros fatores da vida do consumidor que naquele momento vêm à tona e se concretizam na forma da compra e que um pequeno percentual dessas compras por impulso afetivo é realizada sem qualquer influência externa ao próprio indivíduo, ou seja, a compra é feita sem influência do produtor/varejista ou do sistema social.

O modelo proposto por Bass, todavia, tem por premissa que todas as compras são realizadas ou pela influência da comunicação entre os consumidores ou pela influência externa dos agentes produtores sobre esses consumidores, ele não tem, portanto, nenhuma variável para incorporar compras que não sofram nenhuma dessas duas influências.

Uma vez que o percentual de compra por impulso varia de 30% a 70% das compras, dependendo da categoria de produto, é plausível assumir que mesmo uma parte muito pequena desse percentual seja de compras feitas sem influências externas ao indivíduo, tal quantidade ainda representa uma parte significativa das vendas de qualquer produto, por isso, achou-se, por bem, incorporar alguma mecânica capaz de capturar esse tipo de fenômeno, muito pertinente à difusão e à competição de produtos.

Nessa implementação, optou-se por estabelecer uma porcentagem de consumidores c que a cada unidade de tempo irá, aleatoriamente, avaliar se faz ou não a troca. A cada passo de tempo os agentes tiram um número aleatório uniformemente distribuído r . Então, aquele número é comparado dentro do intervalo. Se um cliente da Marca B tirar um valor r , de forma que $r < (0 + c)$, então, ele trocará seu produto pela Marca A. Caso um cliente da Marca A

tirar um valor, de forma que $r > (1 - c)$, então, ele trocará a Marca A pela Marca B. Assim a probabilidade para mudança de marca é dada pela expressão:

$$P_i(A \rightarrow B) = P_i(B \rightarrow A) = c$$

Apesar de uma implementação muito simplista, essa variável é capaz de mudar a dinâmica de um modelo de equilíbrio estável para um comportamento de equilíbrio multiestável e até mesmo para dinâmicas sem equilíbrio aparente, dominadas pela aleatoriedade. Assim sendo, a regra de propagação no modelo proposto pode ser representada graficamente conforme o Diagrama 1.

Diagrama 1 – Representação gráfica da regra de propagação dos consumidores.

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

3.2 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Foram realizadas diversas simulações com os modelos desenvolvidos, com diferentes combinações entres os parâmetros p , q , δ , a probabilidade de religação ($P_{(RW)}$), e a probabilidade para compra impulsiva (c). A Tabela 1 apresenta o espaço de parâmetros utilizado no estudo. Os valores para os parâmetros p e q foram selecionados com base em Libai, Muller e Peres (2009c); os valores para $P_{(RW)}$ e c foram selecionados a partir de testes preliminares com o próprio modelo, os quais mostraram adequados para mostrar as influências de tais variáveis no comportamento estudado.

As simulações se referem a uma população de 10.000 agentes que interagem entre si até que se atingisse a saturação máxima de mercado. Neste trabalho, considera-se que o mercado atingiu saturação máxima nas seguintes situações: i) nas simulações contínuas, quando o total de usuários 99,99%; ii) nas simulações discretas, o estado em que não há mais alteração no número total de adotantes por 100 ou mais unidades de tempo.

Tabela 1 – Espaço de parâmetros

Parâmetro	Range
p (coeficiente de influência externa)	0.001, 0.005, 0.01, 0.015, 0.02
q (coeficiente de influência interna)	0.04, 0.08, 0.1, 0.12, 0.16
δ (coeficiente de influência entre marcas)	0.04, 0.08, 0.1, 0.12, 0.16
Probabilidade de religação da rede ($P_{(RW)}$)	0, 0.001, 0.01, 0.1, 1
Parcela da população que realiza compra impulsiva (c)	0, 0.001, 0.01, 0.05, 0.1

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Inicialmente, como parte do entendimento do problema, fez-se a simulação tradicional do modelo de Bass, usando equações diferenciais. O modelo de Bass é caracterizado como de crescimento exponencial com dois *feedbacks* positivos, um para a adoção por influências externas e um para a adoção por influências internas, que interagem com as populações de não adotantes e de adotantes, de forma a gerar uma curva de adoção com crescimento exponencial, conforme é possível ver no gráfico da Figura 1.

Figura 2 – Modelo de Bass – comportamento da taxa de adoção da população de consumidores, do mercado e da taxa de adoção; simulação com $p = 0.01$ e $q = 0.16$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Outra característica interessante desse modelo é a diferença de comportamento entre os parâmetros p e q e sua influência no processo de adoção. O coeficiente de influência externa p é dominante no início do processo de difusão, porém, rapidamente perde importância, ao passo que o coeficiente de influência interna q ganha um papel preponderante, sendo, portanto, o *loop* dominante do modelo. Conforme é possível ver no gráfico da Figura 2, a partir de $t = 5$ (aproximadamente), o *feedback*, representado pelo parâmetro q , passa a ser o dominante.

Figura 3 – Modelo de Bass – comportamento da adoção proveniente dos parâmetros p e q ; simulação com $p = 0.01$ e $q = 0.16$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Uma vez que o *feedback* dominante é o representado pelo coeficiente de influência externa, procurou-se ver qual a variação provocada pelos diversos valores simulados dele no comportamento desse modelo. Na Figura 3 e na Tabela 2 é possível ver a diferença nos tempos de adoção para os valores de q simulados, com p constante em 0.01. Enquanto para $q = 0.04$ a simulação atinge a saturação de mercado em $t=316$; para $q=0.16$ a saturação é obtida em $t = 98$.

Uma vez estabelecido o comportamento típico do modelo de Bass tradicional, procurou-se recriá-lo em um contexto em que a comunicação ocorra dentro de uma rede social com topologia de mundo pequeno e não em uma rede em que todos estão conectados com todos. Para isso, foram feitas várias rodadas de simulação do modelo em rede de mundo pequeno, do tipo Watts-Strogatz, com *probabilidade de religação* $P_{(RW)}$ de 10% ($P_{(RW)} = 0.1$), $p = 0.1$ e $q = 0.16$. As redes foram simuladas diversas vezes. A média do *comprimento médio do caminho mais curto* foi $\overline{\langle l \rangle} = 4.718$; a média do *coeficiente de agregação* foi $\overline{\langle C \rangle} = 0.342$.

Figura 4 – Modelo de Bass – diferença de tempo de difusão em relação ao parâmetro q

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Tabela 2 – Tempo para 100% de penetração de acordo com a Probabilidade de Religação

	$(P_{(RW)}) = 0$	$(P_{(RW)}) = 0.001$	$(P_{(RW)}) = 0.01$	$(P_{(RW)}) = 0.05$	$(P_{(RW)}) = 0.1$
Tempo para saturação	125	119	53	14	7

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

O gráfico da Figura 4 foi obtido a partir dos valores mínimos e máximos para o tempo a fim de atingir a saturação de 100% do mercado, conjuntamente com a média de várias rodadas de simulação para se chegar ao valor médio dessa variável. Pode-se ver que o modelo, apesar de apresentar a mesma formulação, passa a sofrer variações estocásticas em função da nova topologia de rede. Nessas rodadas de simulação, aquela em que a saturação ocorreu mais rápida foi registrada em $t=46$ e a em que ela ocorreu mais lenta foi em $t = 75$. Entre as várias rodadas de simulação, a média para atingir a saturação foi $t = 63.1$ e o desvio padrão entre as várias instâncias foi de $\sigma = 10.79$.

Consequentemente, a simples adição de uma topologia de rede já representou uma diferença significativa na velocidade de adoção do produto, comparando os resultados da

média das rodadas de simulação do modelo de difusão em rede com os resultados obtidos pela simulação do modelo de Bass. Uma vez que o modelo de Bass é um sistema determinístico – ou seja, sempre que se entrar com os mesmos valores de parâmetros ele percorrerá a mesma trajetória –, compararam-se os valores referentes ao tempo para saturação do modelo de Bass com os valores mínimo, máximo e médio das rodadas de simulação realizadas, a fim de obter uma estimativa da diferença entre os comportamentos de difusão do modelo determinístico e do modelo estocástico. A diferença entre o tempo para saturação do modelo de Bass e o tempo mínimo para saturação encontrado no modelo em rede de pequeno mundo foi de 213.05%; a diferença para o tempo máximo encontrado no modelo estocástico foi de 127.27%; e para o tempo médio foi de 155.31%.

Figura 5 – Variabilidade do modelo de difusão em rede Watts-Strogatz; com $p = 0.1$, $q = 0.16$ e $P_{(RW)} = 0.1$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

O passo seguinte foi estabelecer o comportamento do modelo de Bass para diversas probabilidades de religação na rede, conforme o gráfico da Figura 5. Foi possível, então, estabelecer que, quanto maior a probabilidade de religação $P_{(RW)}$, maior a velocidade de adoção. Para $P_{(RW)} = 0$, ou seja, uma rede em forma de anel, em que cada agente só interage com os seus vizinhos, a adoção do produto acontece de forma linear. É possível ver também que, para $P_{(RW)} = 0.001$ e $P_{(RW)} = 0.01$, o modelo se comporta de forma linear até encontrar um dos nós com ligação de longa distância, quando o crescimento passa a se tornar exponencial.

Para $P_{(RW)} = 0.1$ e $P_{(RW)} = 1$, o comportamento da difusão apresenta crescimento exponencial desde o início, embora com coeficientes diferentes.

Figura 6 – Difusão para diferentes valores do fator $p_{(rw)}$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

O passo seguinte na pesquisa foi criar o modelo de difusão competitiva semelhante ao modelo proposto por Libai, Muller e Peres (2009c), porém em uma rede social de pequeno mundo, do tipo Watts-Strogatz. Para isso, foram feitas várias rodadas de simulação do modelo com *probabilidade de religação* $P_{(RW)}$ de 10% ($P_{(RW)} = 0.1$), $comp_A = 0.1$, $q_A = 0.16$, $p_B = 0.1$ e $q_B = 0.16$. As redes foram simuladas diversas vezes. A média do *comprimento médio do caminho mais curto* foi $\overline{\langle l \rangle} = 5.017$; a média do *coeficiente de agregação* foi $\overline{\langle C \rangle} = 0.387$.

O gráfico da Figura 6 também foi obtido a partir dos valores mínimos e máximos para o tempo para atingir a saturação de 100% do mercado, conjuntamente com a média de várias rodadas de simulação para se chegar ao valor médio dessa variável. Pode-se ver que, apesar dos parâmetros serem exatamente os mesmos para os dois produtos, assim como no modelo de Bass em rede, há uma variação significativa de uma rodada de simulação para outra, devido às variações estocásticas introduzidas pela rede. Nessas rodadas de simulação, aquela em que a saturação ocorreu mais rápido foi registrada em $t=26$ e a em que ela ocorreu mais lenta foi em $t=48$. Entre as várias rodadas de simulação, a média para atingir a saturação foi $t = 37.3$ e o desvio padrão entre as várias instâncias foi de $\sigma = 8.247$.

Figura 7 – Modelo de difusão competitiva – variação no tempo de saturação Strogatz; com p_A e $p_B = 0.1$, q_A e $q_B = 0.16$ e $P_{(RW)} = 0.1$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Os gráficos da Figura 7 e da Figura 8 foram obtidos a partir dos valores mínimos e máximos do tempo de saturação de cada marca, conjuntamente com a média das rodadas de simulação para se chegar ao valor da penetração média. Pode-se ver que, apesar de os parâmetros serem iguais para os dois produtos, há uma variação significativa entre as trajetórias assumidas nos gráficos de cada rodada de simulação.

É pertinente notar que a variação dos valores mínimos e máximos de cada marca mostra uma situação que não é prevista originalmente no modelo de Bass e nem nos modelos de difusão competitivos encontrados na literatura. A literatura mostra que se dois produtos em competição pelo mesmo mercado apresentam os mesmos parâmetros, eles irão ter rotas muito próximas de 50% do mercado. Assim, só existiriam diferenças no Market Share somente se houver valores diferentes nos parâmetros dos produtos. Nessas rodadas de simulação, o valor máximo de penetração da Marca A foi de 67% do mercado, e o valor mínimo de penetração da Marca B foi 30%. Já o máximo de penetração da Marca B foi de 82%, e o valor mínimo de A foi 18%.

O modelo apresentou uma variação significativa entre os percentuais de penetração de cada marca antes que atinja seu estágio final de saturação, mesmo quando se utilizaram parâmetros iguais para os dois produtos. Isso não condiz com o comportamento de nenhum dos modelos baseados puramente no *framework* de Bass. A maioria dos casos em que tais

lock-ins apareceram na literatura se deu pela incorporação de externalidades ao modelo ou pela incorporação de novos parâmetros que provocam perturbações estocásticas por meio de um processo de Pólya, que faz com que tais perturbações vão se intensificando com o tempo e levando um dos produtos a dominar o mercado.

Figura 8 – Modelo de difusão competitiva – variação na penetração da Marca A

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Figura 9 – Modelo de difusão competitiva – variação na penetração da Marca B

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Uma vez que o modelo apresentou um comportamento atípico, três hipóteses foram levantadas para explicar o fato: a) redes com *coeficiente de clusterização* atipicamente alto; b) redes com *comprimento médio do caminho mais curto* muito pequeno; c) a rede continha *clusters* com elementos centrais interligados entre si, aumentando muito a taxa de adoção de uma determinada marca naqueles *clusters*.

Tentou-se identificar as características de cada uma das rodadas de simulação com grande diferença entre o produto dominante e o seu concorrente para comprovar cada uma das hipóteses. Não foi possível identificar nenhum padrão significativo de *coeficiente de clusterização* ou de *comprimento médio do caminho mais curto* na amostra estudada, visto que os valores de ambas as variáveis nas rodadas estudadas não diferiam muito da média. Além disso, era comum que rodadas de simulação com diferença percentual pequena do *Market Share* dos dois produtos apresentar coeficiente de clusterização maior; e comprimento médio do caminho mais curto menor do que o de rodadas que apresentavam casos extremos.

Infelizmente, não foi possível confirmar se a terceira hipótese está correta, visto que ela acarretaria em uma alteração significativa no algoritmo usado para o modelo, de forma a identificar cada um dos agentes individualmente e a armazenar tanto suas conexões quanto a ordem de contágio na trajetória que assumiram. Essa questão fica, portanto, pendente para estudos futuros.

O mosaico de gráfico da Figura 9 foi obtido a partir dos diferentes valores para os parâmetros q_A e q_B , conjuntamente com a média das rodadas de simulação para cada combinação desses parâmetros, de forma a se chegar à trajetória média dessas simulações. Pode-se observar que o comportamento não fugiu ao que é esperado, com cada produto obtendo uma vantagem muito ampla quando seu parâmetro tem valor maior do que o do concorrente, mas com uma vantagem significativamente menor nos casos em que os parâmetros são iguais para os dois produtos. No entanto, o tempo necessário para atingir a saturação máxima de mercado mudou consideravelmente.

Após tirar a média dos valores de cada rodada de simulação, pode-se ver que o maior tempo para difusão ocorreu, como esperado, quando $q_A = q_B = 0.04$, onde o tempo médio de saturação foi $t = 106.58$. Obviamente o menor tempo de difusão foi encontrado quando $q_A = q_B = 0.16$, onde o tempo médio de saturação foi $t = 27.93$. A maior e a menor *Market Share* para a Marca A foram, respectivamente, 93% e 3%, e para a Marca B foram, respectivamente, 97% e 7%. Na rodada com a menor diferença de *Market Share* entre as duas marcas, a A teve 48% e a B, 51%. A média de *Market Share* da Marca A foi 50.52% e o desvio padrão dos

diversos *Market Shares* foi $\sigma = 22.487$. Para a Marca B, a média foi 49.35% e o desvio padrão foi de $\sigma = 22.497$.

Figura 10 – Modelo de difusão competitiva – variação no comportamento de difusão baseado em diversos valores dos parâmetros q_A e q_B

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

O mosaico de gráfico da Figura 10 foi obtido a partir dos diferentes valores para os parâmetros δ_A e δ_B , conjuntamente com a média das rodadas de simulação para cada combinação desses parâmetros, de forma a se chegar à trajetória média dessas simulações. Pode-se observar que o novo fator acelerou significativamente a saturação do mercado para as duas marcas e levou a alguns comportamentos que não são típicos do modelo de Bass e nem dos modelos baseados nele, que é a formação de monopólios sem incorporar qualquer forma de externalidade. Porém, apesar das análises realizadas, não foi possível confirmar com exatidão sob quais condições esses monopólios surgem. Novamente, não foi encontrado qualquer padrão observando estatísticas como o *coeficiente de clusterização* ou o *comprimento médio do caminho mais curto*. Portanto, não foi possível estabelecer se há relação dessas grandezas com o surgimento desse tipo de comportamento.

Após tirar a média dos valores de cada rodada de simulação, pode-se ver que o maior tempo para difusão ocorreu, como esperado, quando $\delta_A = 0.16$ e $\delta_B = 0.1$, em que, em média, as simulações chegaram à saturação em $t = 47.33$. O menor tempo de difusão foi encontrado quando $\delta_A = 0.04$ e $\delta_B = 0.1$, em que, em média, as simulações chegaram à saturação em $t = 24.01$. A maior e a menor *Market Share* para a Marca A foram, respectivamente, 99% e 1%, e para a Marca B foram, respectivamente, 99% e 1%. Nas rodadas com as menores diferenças de *Market Share* entre as duas marcas, a A teve 47% e a B 53% em uma rodada e, na outra, a Marca A teve 53% e a B, 47%. A média de *Market Share* de A foi 50.36% e o desvio padrão dos diversos *Market Shares* foi $\sigma = 24.891$. Para a Marca B, a média foi 43.24% e o desvio padrão foi de $\sigma = 24.411$.

Figura 11 – Modelo de difusão competitiva – variação no comportamento de difusão baseado em diversos valores dos parâmetros $\delta_A \delta_B$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

Por fim, testou-se o comportamento do modelo com a adição da variável c , que representa a possibilidade de os consumidores fazerem uma troca de marca em função de uma compra por impulso, feita por motivos afetivos que não possam ser incorporados a esforços de venda representados pelo parâmetro p . Ao observar os resultados das simulações, é fácil

perceber que mesmo em quantidades muito pequenas de c (e.g. $c = 0.001$), o estado de equilíbrio estável que o modelo apresentou até o momento se desfaz, e o *Market Share* dos produtos começa a oscilar, permitindo a mudança na liderança de mercado após o mercado atingir estado de saturação máxima. É possível perceber que, quanto maior o valor de c , maior é a oscilação. Ademais, a partir de $c = 0.02$, os dois produtos começam a oscilar em regime aleatório, conforme é possível ver nas amostras de gráficos coletadas para exibição na Figura 11.

Figura 12 – Modelo de difusão competitiva – variação no comportamento de difusão baseado na participação de uma parcela da população com comportamento de troca de marca por compra impulsiva, em que, respectivamente, (c) – $c = 0$, $c = 0.001$, $c = 0.02$, $c = 0.05$ e $c = 0.1$

Fonte: Nicholas Veloso Lima (2015).

4 CONCLUSÃO

Este estudo teve por objetivo caracterizar a dinâmica de modelos de difusão competitiva em redes *small world* do tipo Watts-Strogatz. Para isso, usou simulações computacionais em que se observou a difusão de dois produtos competindo por um mercado virtual, para, a partir dessas, identificar quais características são acrescentadas ao modelo pela introdução de uma rede complexa de pequeno mundo. Ao final, testou-se o modelo com a introdução de dois novos fatores para complementar o modelo original, com características que a literatura mais recente identificou como sendo pertinentes para o comportamento do consumidor.

A partir das simulações realizadas, foi possível comprovar que o modelo apresentado é capaz de reproduzir não só o comportamento do modelo original proposto por Bass, em 1969, como uma vasta gama de comportamentos que não são inerentes a esse modelo em sua forma pura. Mesmo sem introduzir novos fatores ao modelo original, ele foi capaz de reproduzir situações de *lock-ins* de mercado em uma marca, algo que, em geral, só aparece em modelos de difusão pela introdução de externalidades e a partir da introdução dos novos fatores. Também foi possível observar a ocorrência de comportamentos que não aparecem em modelos como o de Bass, como a emergência de monopólios ou mesmo de estados em que a difusão acontece sem que as marcas jamais consigam atingir uma situação de equilíbrio, em uma dinâmica que claramente pode chegar ao regime aleatório.

Ficou claro, durante o estudo, que a característica de redes de pequeno mundo mais importante para o comportamento da difusão é o valor da probabilidade de ligação, que tem um impacto muito grande na velocidade de difusão. Não foi possível encontrar qualquer relação entre a métrica de *coeficiente de clueterização* e de *comprimento médio do caminho mais curto* e o comportamento de difusão.

No entanto, surgiu o questionamento de se redes, que apresentam elementos centrais dos *clusters* interligados entre si em suas condições iniciais, podem ser as responsáveis pelos comportamentos extremos encontrados em algumas das rodadas de simulação (aproximadamente 20% das rodadas de simulações). Mas foi impossível comprovar essa hipótese, visto que ela necessitaria de uma modificação significativa do programa usado nas simulações, o que não era possível realizar dentro das restrições de tempo existentes durante o estudo.

Por fim, vale salientar que, apesar de o modelo proposto capturar uma vasta gama de fenômenos diferentes de difusão, ele não foi testado contra dados reais, nem tem qualquer

pretensão de ser um modelo com capacidades normativas ou preditivas. Porém, tendo em vista a gama de comportamentos de difusão que ele foi capaz de capturar, é uma ferramenta valiosa para o ensino e o aprendizado sobre fenômenos de difusão. Isso não impede que possa ter desenvolvimentos futuros que permitam que seja usado de forma normativa.

4.1 RECOMENDAÇÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Apesar de os resultados obtidos serem promissores, várias extensões a este trabalho são possíveis. Este estudo se focou principalmente na transposição do modelo clássico de Bass e em algumas de suas formulações para difusão competitiva de produtos/marcas/tecnologias. Apesar desse *framework* já ter se provado muito robusto nos mais de 40 anos que se passaram desde sua primeira publicação, diversas opções estão disponíveis hoje para expandi-lo e, também, para incorporar, formalmente, ao modelo, variáveis que antes eram impossíveis.

Podem-se explorar outras características das redes, como estudar as trajetórias em que o contágio acontece em casos extremos de saturação de uma marca em detrimento da outra e/ou o surgimento de monopólios, que são situações que mostram uma dinâmica condizente com ligações preferenciais e, a partir daí, tentar identificar se elementos centrais de *clusters* diferentes, quando interligados entre si, levam a um *lock-in* em uma marca. Embora esse modelo seja feito para estudar os efeitos da topologia de redes de pequeno mundo do tipo Watts-Strogatz no processo de difusão competitiva, existem diversas outras topologias de rede que poderiam ser analisadas, como as redes livres de escala ou as redes parcialmente conectadas.

Adicionalmente, podem-se explorar outras características das redes, como os efeitos da direção da comunicação entre os nós, os efeitos da força das conexões e o modo como a heterogeneidade dos padrões de comunicação afetam os efeitos da difusão. Outra possibilidade futura para pesquisa é a de tentar aplicar esse modelo em redes geradas a partir de dados minerados de redes reais. Da mesma forma, poder-se-ia incorporar ao modelo proposto neste trabalho diversas formas de heterogeneidade nos agentes e nos produtos, visto que, no modelo, os agentes e os produtos não apresentam diferenciação qualitativa.

Uma área interessante para se incorporar ao modelo é a exploração de outros tipos de influência social, que podem ter um papel importante em processos de contágio que descrevem o crescimento de novas tecnologias ou novos produtos. Um exemplo de forma de

influência social que não é explorada aqui são as externalidades de rede, que são muito importantes em alguns cenários mercadológicos.

Uma vez que esse modelo é primariamente descritivo, apesar de ter também um caráter exploratório, ele é muito mais que uma ferramenta simplificada para o estudo e o aprendizado sobre o comportamento da difusão competitiva em redes complexas. Fica, portanto, aberta a possibilidade para a expansão e a exploração de tal modelo em aplicações práticas e no modo como ele poderia ser usado de forma normativa para o planejamento e a gestão das empresas.

REFERÊNCIAS

BASS, F. M. A new product growth for model consumer durables. **Management Science**, Lancaster, v. 15, n. 5, p. 215-227, jan. 1969.

BERGER, J.; HEATH, C. When consumers diverge from others. Identity signaling and product domains. **Journal of Consumer Research**, Chicago, v. 34, n. 2, p. 121-134, ago. 2007.

_____. Who drives divergence? Identity signaling, out-group similarity and the abandonment of cultural tastes. **Journal of Personality and Social Psychology**. Washington, v. 95, n. 3, p. 593-607, set. 2008.

BOHLMANN, J. D.; CALANTONE, R. J.; ZHAO, M. The Effects of Market Network Heterogeneity on Innovation Diffusion: An Agent-Based Modeling Approach. **Journal of Product Innovation Management**, Hoboken, v. 27, n. 5, p. 741-760, set. 2010.

BRIGGS, P. et al. World information society report 2007: beyond wsis. **International Telecommunication Union (ITU)**. Genebra, 2008. Disponível em: <<http://www.itu.int/osg/spu/publications/worldinformationsociety/2007/report.html>>. Acesso em: 10 abr. 2014.

CHANDRASEKARAN, D.; TELLIS, G. J. A critical review of marketing research on diffusion of new products. In: MALHOTRA, N. K. (ed.) **Review of marketing research volume 3**, Bingley: Emerald Group Publishing Limited, 2007. p. 39-80.

CHATTERJEE, R. A.; ELIASHBERG, J. The innovation diffusion process in a heterogeneous population: A micromodeling approach. **Management science**, Lancaster, v. 36, n. 9, p. 1057-1079, set. 1990.

_____; ELIASHBERG, J.; RAO, V. R. Dynamic models incorporating competition. In: MAHAJAN, Vijay; MULLER, Eitan; WIND, Yoram (Ed.). **New-product diffusion models**. New York: Springer Science & Business Media, 2000. p. 165-206.

DEKIMPE, M. G.; PARKER, P. M.; SARVARY, M. Multimarket and global diffusion. In: MAHAJAN, Vijay; MULLER, Eitan; WIND, Yoram (Ed.). **New-product diffusion models**. New York: Springer Science & Business Media, 2000. p. 49-73.

DIMAGGIO, P. et al. Social Implications of the Internet. **Annual Review of Sociology**, Palo Alto, v. 27, n. 1, p. 307-336, jan. 2001.

FABER, R. J. The dimensional structure of consumer buying impulsivity: measurement and validation. **Advances in Consumer Research**, Duluth, v. 29, n. 1, p. 280, jan. 2002.

GARBER, T. et al. From density to destiny: Using spatial dimension of sales data for early prediction of new product success. **Marketing Science**. Catonsville, v. 23, n. 3, p. 419-428, jul./set. 2004.

GOLDENBERG, J.; LIBAI, B.; MULLER, E. Talk of the network: A complex system look at the underlying process of word of mouth. **Marketing Letters**, Nova York, v. 12, n. 3, p. 211-223, ago. 2001a.

_____. Using complex systems analysis to advance marketing theory development: Modeling heterogeneity effects on new product growth through stochastic cellular automata. **Academy of Marketing Science Review**, Columbia, v. 2001, n. 9, p. 1-19, jan. 2001b.

GOLDER, P. N.; TELLIS, G. J. Beyond diffusion: An affordability model of the growth of new consumer durables. **Journal of Forecasting**. v. 17, p. 259-280, 1998.

_____. Growing, growing, gone: Cascades, diffusion, and turning points in the product life cycle. **Marketing Science**, Hoboken, v. 23, n. 2, p. 207-218, jun./jul. 2004.

HAYTHORNTHTWAITE, C. Social networks and Internet connectivity effects. **Information, Community & Society**, Londres, v. 8, n. 2, p. 125-147, abr. 2005.

HOGAN, J. E.; LEMON, K. N.; LIBAI, B. What is the real value of a lost customer?. **Journal of Service Research**, v. 5, n. 3, p. 196-208, 2003.

KAUFFMAN, R. J.; TECHATASSANASOONTORN, A. A. International diffusion of digital mobile technology: A coupled-hazard state-based approach. **Information Technology and Management**, v. 6, n. 2-3, p. 253-292, 2005.

KOSSINET, G.; WATTS, D. J. Empirical analysis of an evolving social network. **Science**, v. 311, n. 5757, p. 88-90, 2006.

KRISHNAN, T. V.; BASS, F. M.; KUMAR, V. Impact of a late entrant on the diffusion of a new product/service. **Journal of Marketing Research**, v. 37, n. 2, p. 269-278, 2000.

LIBAI, B.; MULLER, E.; PERES, R. The diffusion of services. **Journal of Marketing Research**, v. 46, n. 2, p. 163-175, 2009a.

_____. The influence of within-brand and cross-brand word of mouth on the growth of competitive markets. **Journal of Marketing**, v. 73, n. 2, p. 19-34, 2009b.

_____. **The social value of word-of-mouth programs: acceleration versus acquisition**. Tel Aviv: Tel Aviv University, 2009c. 42p.

LU, J.; YAO, J. E.; YU, C. S. Personal innovativeness, social influences and adoption of wireless Internet services via mobile technology. **The Journal of Strategic Information Systems**, v. 14, n. 3, p. 245-268, set. 2005.

MAHAJAN, V.; MULLER, E.; BASS, F. M. New product diffusion models in marketing: A review and directions for research. In: NAKICENOVIC, N., GRÜBLER, A. (Ed.). **Diffusion of technologies and social behavior**. Alemanha: Springer, 1991. p. 125-177.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas dinâmicos complexos**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2014. 292p.

NEWMAN, M. E. J; WATTS, D. J. Renormalization group analysis of the small-world network model. **Physics Letters A**, v. 263, n. 4, p. 341-346, mar. 1999.

PARK, J.; LENNON, S. J. Psychological and environmental antecedents of impulse buying tendency in the multichannel shopping context. **Journal of Consumer Marketing**, v. 23, n. 2, p. 56-66, 2006.

PERES, R.; MULLER, E.; MAHAJAN, V. Innovation diffusion and new product growth models: A critical review and research directions. **International Journal of Research in Marketing**, v. 27, n. 2, p. 91-106, 2010.

REICHHELD, F. F. **The loyalty effect**. Cambridge, MA: Harvard Business School Press, 1996. 352p.

ROGERS, E. M. **Diffusion of innovations**. 3ed. New York: The Free Press, 1983.

_____. **Diffusion of innovations**. 5ed. New York: Simon and Schuster, 2010.

ROOK, D. W. The Buying Impulse. **Journal of Consumer Research**, v. 14, n. 2, p. 189-99, 1987.

SAVIN, S.; TERWIESCH, C. Optimal product launch times in a duopoly: Balancing life-cycle revenues with product cost. **Operations Research**, v. 53, n. 1, p. 26-47, 2005.

SEVERINO, A. J. Teoria e prática científica. In: _____. **Metodologia do trabalho científico**. 23, ed. São Paulo: Cortez, 2007. p. 99-124.

SONG, I.; CHINTAGUNTA, P. K. A micromodel of new product adoption with heterogeneous and forward-looking consumers: Application to the digital camera category. **Quantitative Marketing and Economics**, v. 1, n. 4, p. 371-407, 2003.

STANDAGE, T. Mobile marvels: a special report on telecoms in emerging markets. **The Economist**, p. 1–19, 26 set. 2009. Disponível em: <<http://www.economist.com/node/14483896>>. Acesso em: 13 mai. 2014.

STERMAN, J. D. **Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world**. Boston: Irwin/McGraw-Hill, 2000. 1008p.

STERN, H. The significance of impulse buying today. **The Journal of Marketing**, Birmingham, v. 26, n. 2, p. 59-62, abr. 1962.

THOMPSON, S. A.; SINHA, R. K. Brand communities and new product adoption: The influence and limits of oppositional loyalty. **Journal of Marketing**, Birmingham, v. 72, n. 6, p. 65-80, 2008.

TROSHANI, I.; DOOLIN, B. Innovation diffusion: a stakeholder and social network view. **European Journal of Innovation Management**, v. 10, n. 2, p. 176–200, 1 mai. 2007.

VAN DEN BULTE, C.; STREMERSCHE, S. Social contagion and income heterogeneity in new product diffusion: A meta-analytic test. **Marketing Science**, v. 23, n. 4, p. 530-544, 2004.

_____; WUYTS, S. **Social networks and marketing, MSI relevant knowledge series**. Cambridge, MA: Marketing Science Institute, 2007. 128p.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. **Nature**, v. 393, n. 6684, p. 440-442, 1998.

WEINBERG, P.; GOTTWALD, W. Impulsive consumer buying as a result of emotions. **Journal of Business research**, v. 10, n. 1, p. 43-57, 1982.

WRIGHT, M.; CHARLETT, D. New product diffusion models in marketing: an assessment of two approaches. **Marketing Bulletin**, v. 6, n. 1962, p. 32-41, 1995.

YOUN, S.; FABER, R. J. Impulse buying: its relation to personality traits and cues. **Advances in consumer research**, v. 27, n. , p. 179-185, 2000.

Apêndice A – CÓDIGO-FONTE DA SIMULAÇÃO

Toda a implementação do modelo foi feita no software Netlogo, tanto por ser um programa focado na modelagem baseada em agentes, quanto por ser open source, quanto por ter uma extensiva biblioteca de códigos didáticos que podem ser reaproveitados de acordo com a necessidade dos usuários. Este código além das partes desenvolvidas pelo autor deste trabalho, usou alguns dos mecanismos para criação de redes de pequeno mundo do tipo Watts-Strogatz desenvolvidos por Marco A. Janssen, disponíveis na biblioteca do software.

1 Algoritmos

Algoritmo 1 – Definição de variáveis globais e locais dos agentes e de suas conexões .

```
turtles-own
[
  node-clustering-coefficient
  distance-from-other-turtles ;; lista de distâncias para os demais
agentes
  nan1 ;; número de vizinhos adotantes da marca A
  nan2 ;; número de vizinhos adotantes da marca B
  nant ;; número total de vizinhos
  random-threshold ;; valor aleatório instantâneo do gatilho para adoção
]

links-own
[
  rewired?
]

globals
[
  clustering-coefficient
  average-path-length
  clustering-coefficient-of-lattice
  average-path-length-of-lattice
  infinity
  highlight-string
  number-rewired
  nadopt1 ;; número total de adotantes marca A
  nadopt2 ;; número total de adotantes marca B
]
```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 2 – Procedimentos de configuração e inicialização do ambiente de simulações.

```
to setup
  clear-all
  set infinity 99999
  set-default-shape turtles "circle"
  make-turtles
  let success? false
  while [not success?] [
    wire-them
    set success? do-calculations
  ]
  set clustering-coefficient-of-lattice clustering-coefficient
  set average-path-length-of-lattice average-path-length
  set number-rewired 0
  set highlight-string ""
  rewire-all
  ask one-of turtles [set color red]
  ask one-of turtles [set color blue]
  reset-ticks
end
```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 3 – Procedimentos principal de iteração dos agentes e do ambiente simulacional.

```

to go
ask turtles [
  let node1 self
  set nant count turtles with [link-neighbor? node1]
  set nan1 count turtles with [link-neighbor? node1 and color = red]
  set nan2 count turtles with [link-neighbor? node1 and color = blue]
]

ask turtles [
  if color = white [
    set random-threshold random-float 1
    let prob_1 (1 - ( ( 1 - p1 ) * ( ( 1 - q1 ) ^ nan1 ) * ( ( 1 - d1 ) ^
nan2 ) ) )
    let prob_2 (1 - ( ( 1 - p2 ) * ( ( 1 - q2 ) ^ nan2 ) * ( ( 1 - d2 ) ^
nan1 ) ) )
    let alfa_1 ( prob_1 / ( prob_1 + prob_2 ) )
    let alfa_2 ( prob_2 / ( prob_1 + prob_2 ) )
    let prob_adapt_1 ((prob_1 * ( 1 - prob_2 )) + ( alfa_1 * prob_1 *
prob_2 ))
    let prob_adapt_2 ((prob_2 * ( 1 - prob_1 )) + ( alfa_2 * prob_1 *
prob_2 ))
    if random-threshold < prob_adapt_1 and prob_adapt_1 > prob_adapt_2
[set color red]
    if random-threshold < prob_adapt_2 and prob_adapt_2 > prob_adapt_1
[set color blue]
  ]
]

ask turtles [
  if impulsive-choice = true [
    let random_change random-float 1
    let int_med_max (1 - (prob-change / 2))
    let int_med_min (0 + (prob-change / 2))
    ifelse random_change < int_med_min [set color red][if random_change >
int_med_max [set color blue]]
  ]
]

set nadopt1 count turtles with [color = red]
set nadopt2 count turtles with [color = blue]
tick
do-plotting
end

```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 4 – Procedimentos de criação dos agentes e de realização das conexões da rede.

```

to make-turtles
  crt num-nodes [ set color gray + 2 ]
  layout-circle (sort turtles) max-pxcor - 1
  ask turtles [set color white]
end

to rewire-all
  if count turtles != num-nodes [
    setup
  ]
  let success? false
  while [not success?] [
    ask links [ die ]
    wire-them
    set number-rewired 0
    ask links [
      if (random-float 1) < rewiring-probability
      [
        let node1 end1
        if [ count link-neighbors ] of end1 < (count turtles - 1)
        [
          let node2 one-of turtles with [ (self != node1) and (not link-
neighbor? node1) ]
          ask node1 [ create-link-with node2 [ set color cyan set
rewired? true ] ]
          set number-rewired number-rewired + 1
          set rewired? true
        ]
      ]
      if (rewired?)
      [
        die
      ]
    ]
    set success? do-calculations
  ]
  do-plotting
end

```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 5 – Procedimentos de operações para cálculo de coeficiente de clusterização

```

to-report do-calculations
  let connected? true
  find-path-lengths
  if (sum [length remove infinity distance-from-other-turtles] of turtles
)
    != (count turtles * count turtles)
  [
    set connected? false
  ]
  set average-path-length (sum [sum remove infinity distance-from-other-
turtles] of turtles)
                                / (sum [length remove infinity distance-from-
other-turtles] of turtles )
  find-clustering-coefficient
  report connected?
end

to-report in-neighborhood? [ hood ]
  report ( member? end1 hood and member? end2 hood )
end

to find-clustering-coefficient
  ifelse not any? turtles with [count link-neighbors > 1]
  [
    set clustering-coefficient 0
  ]
  [
    let total 0
    ask turtles with [ count link-neighbors <= 1]
      [ set node-clustering-coefficient "undefined" ]
    ask turtles with [ count link-neighbors > 1]
      [
        let hood link-neighbors
        set node-clustering-coefficient ( 2 * count links with [ in-
neighborhood? hood ] / ( ( count hood ) * ( count hood - 1 ) ) )
        set total total + node-clustering-coefficient
      ]
    set clustering-coefficient total / count turtles with [count link-
neighbors > 1]
  ]
end

```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 6 – Procedimentos de computações de comprimento de caminhos.

```

to find-path-lengths
  ask turtles
  [
    set distance-from-other-turtles []
  ]

  let i 0
  let j 0
  let k 0
  let node1 one-of turtles
  let node2 one-of turtles
  let node-count count turtles

  while [i < node-count]
  [
    set j 0
    while [j < node-count]
    [
      set node1 turtle i
      set node2 turtle j
      ifelse i = j
      [
        ask node1 [
          set distance-from-other-turtles lput 0 distance-from-other-
turtles
        ]
      ]
      [
        ifelse [ link-neighbor? node1 ] of node2
        [
          ask node1 [
            set distance-from-other-turtles lput 1 distance-from-other-
turtles
          ]
        ]
        [
          ask node1 [
            set distance-from-other-turtles lput infinity distance-from-
other-turtles
          ]
        ]
      ]
      set j j + 1
    ]
    set i i + 1
  ]

```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 7 – Procedimentos de computações de comprimento de caminhos (continuação).

```

set i 0
set j 0
let dummy 0
while [k < node-count]
[
  set i 0
  while [i < node-count]
  [
    set j 0
    while [j < node-count]
    [
      set dummy ( ( item k [distance-from-other-turtles] of turtle i ) +
( item j [distance-from-other-turtles] of turtle k ) )
      if dummy < ( item j [distance-from-other-turtles] of turtle i )
      [
        ask turtle i [
          set distance-from-other-turtles replace-item j distance-from-
other-turtles dummy
        ]
      ]
      set j j + 1
    ]
    set i i + 1
  ]
  set k k + 1
]
end

```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015

Algoritmo 8 – Procedimentos de operações com arestas.

```
to wire-them
  let n 0
  while [n < count turtles]
  [
    make-edge turtle n
                turtle ((n + 1) mod count turtles)
    make-edge turtle n
                turtle ((n + 2) mod count turtles)
    set n n + 1
  ]
end

to make-edge [node1 node2]
  ask node1 [ create-link-with node2 [
    set rewired? false
  ] ]
end
```

Fonte: Nicholas Veloso Lima, 2015