UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES

BRUNO VITORIO DOS SANTOS

Múltiplos assuntos no modelo de opiniões contínuas e ações discretas (CODA)

São Paulo

2013

BRUNO VITORIO DOS SANTOS

Múltiplos assuntos no modelo de opiniões contínuas e ações discretas (CODA)

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos

Versão corrigida contendo as alterações solicitadas pela comissão julgadora em 11 de outubro de 2013. A versão original encontra-se em acervo reservado na Biblioteca da EACH/USP e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP (BDTD), de acordo com a Resolução CoPGr 6018, de 13 de outubro de 2011.

Área de Concentração:

Dinâmica de Opiniões

Orientador:

Prof. Dr. André Cavalcanti Rocha Martins

São Paulo

2013

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada à fonte.

CATALOGAÇÃO-NA-PUBLICAÇÃO

(Universidade de São Paulo. Escola de Artes, Ciências e Humanidades. Biblioteca)

Santos, Bruno Vitorio dos

Múltiplos assuntos no modelo de opiniões contínuas e ações discretas (CODA) / Bruno Vitorio dos Santos ; orientador, André Cavalcanti Rocha Martins. – São Paulo, 2013
112 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem em Sistemas Complexos, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, em 2013

Versão corrigida

1. Ciências sociais - Simulação. 2. Ciências sociais – Modelagem. 3. Sistemas dinâmicos. 4. Violência - Simulação. I. Martins, André Cavalcanti Rocha, orient. II. Título.

CDD 22.ed.– 300.11

Dissertação de autoria de Bruno Vitorio dos Santos, sob o título "**Múltiplos assuntos no modelo de opiniões contínuas e ações discretas (CODA)**", apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo, para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação em Modelagem de Sistemas Complexos, na área de concentração Sistemas Complexos, aprovada em 11 de outubro de 2013 pela comissão julgadora constituída pelos doutores:

Prof. Dr. André Cavalcanti Rocha Martins

Presidente

Instituição: EACH - USP

Prof. Dr. Camilo Rodrigues Neto

Instituição: EACH - USP

Prof. Dr. Renato Vicente

Instituição: IME - USP

À minha avó Norma, exemplo inestimável de amor e dedicação às pessoas e ao saber.

RESUMO

SANTOS, B. V. **Múltiplos assuntos no modelo de opiniões contínuas e ações discretas (CODA)**. 2013. 112 f. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

Entendimento de processos que levem ao surgimento de opiniões extremas é valioso na prevenção de atos de violência. Os modelos são ferramentas úteis para identificar possíveis padrões relacionados a estes processos. No entanto, modelos discretos ou contínuos com confiança limitada não se mostram adequados para estudar dinâmicas caracterizadas pela divergência de opiniões. É proposta uma extensão cultural do modelo de Opiniões Contínuas e Ações Discretas (CODA) com múltiplos assuntos alternados por um mecanismo de ligação preferencial. Os agentes são influenciados não só em suas opiniões, mas também nas importâncias que atribuem aos diferentes assuntos. As principais características do modelo são o surgimento de preferências e consensos locais, aos quais estão associadas as opiniões mais extremas. Há, em contrapartida, persistência de opiniões brandas nos temas menos preferidos. O estudo do espaço paramétrico do modelo revelou que modificações diminuindo a localidade das interações aumentam maiorias e amenizam opiniões. Duas estratégias distintas de debate foram testadas. Zelotes têm poder de conversão aumentado quando dispersos. Evitadores minimizam o número de interações indesejável se agrupados. Foram esboçadas abordagens para inserção de efeitos da mídia na dinâmica.

Palavras-chave: Modelagem por agentes. Dinâmica de opiniões. Dinâmica cultural. Extremismo. Ligação preferencial.

ABSTRACT

SANTOS, B.V. **Multiple Subjects in Continuous Opinions Discrete Actions (CODA) model**. 2013. 112 f. Dissertation (Master in Science) - Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

Understanding processes leading to extremism is invaluable to prevent violence outbursts. Models are useful tools that allow for identifying patterns related to those processes. Nevertheless, discrete models and bounded-confidence continuous models are unfit for studying diversion-based dynamics. We present a cultural extension of CODA model, with multiple subjects selected through a preferential attachment rule. Agents are influenced in their opinions and relevance attributed to different subjects. The most notable results of the dynamics are the establishment of local subject preferences and consensus, associated with more extreme opinions. On the other hand, there is persistence of “immature” undeveloped opinion in the locally less regarded subjects. The study of parametric space has shown that settings reducing the locality of interactions both increase the majority size and make opinions less extreme. Two distinct debate strategies were simulated. Zealots increase conversions when spread throughout the network. In contrast, subject avoiders decrease the number of unwanted interactions by grouping together. Some ideas for introducing media influence to the model were outlined.

Keywords: Agent-based modeling. Opinion dynamics. Cultural dynamics. Extremism. Preferential attachment.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	11
2	DINÂMICA DE OPINIÕES	13
2.1	MODELOS DISCRETOS	13
2.1.1	Modelo do Votante	13
2.1.2	Variantes do modelo do Votante	14
2.1.3	Regra da Maioria	16
2.1.4	Modelo de Sznajd	16
2.1.5	As limitações dos modelos discretos	17
2.2	MODELOS CONTINUOS	17
2.2.1	Modelo de Deffuant	18
2.2.2	Modelo de Hegselmann e Krause	19
2.3	MODELO CODA	19
2.4	DINÂMICA CULTURAL	23
2.4.1	Modelo de Axelrod	23
2.4.2	Modelo de Deffuant - vetorial	25
2.5	CODA E DINÂMICA CULTURAL	26
3	MATERIAIS E MÉTODOS	29
3.1	VALIDAÇÃO DO CÓDIGO	29
3.2	PARÂMETROS	29
3.3	ESTRUTURAS DE REDE	30
3.4	AVALIAÇÃO DE RESULTADOS	33
3.4.1	Opiniões	34
3.4.1.1	Médias	34
3.4.1.2	Desvios padrão - DP	34
3.4.1.3	Coefficiente de variação do desvio padrão – CVAR(DP)	35
3.4.1.4	Consenso global	35
3.4.2	Importâncias	36
3.4.2.1	Médias	36
3.4.2.2	Desvios padrão - DP	36
3.4.2.3	Coefficiente de variação do desvio padrão – CVAR(DP)	37

3.4.3	Análise local.....	37
3.4.3.1	<i>Importâncias ordenadas</i>	38
3.4.3.2	<i>Proporção de consenso local</i>	38
3.4.4	Maiorias	38
3.4.4.1	<i>Médias</i>	38
3.4.4.2	<i>Desvios padrão</i>	38
3.4.5	Ações +1	38
3.4.6	Tabelas de apresentação.....	39
3.4.7	Distribuição acumulada	39
3.4.8	Percentis.....	40
3.4.9	Coefficiente de determinação – R^2	41
3.5	DESCRIÇÃO DO MODELO	43
3.5.1	Distribuição espacialmente assimétrica de importâncias.....	46
3.5.2	Persistência de opiniões “imaturas”	49
3.5.3	Maior <i>coarsening</i> em assuntos mais debatidos	51
3.5.4	Importância, consenso local e extremidade de opiniões	52
4	TESTES DE PARÂMETROS	56
4.1	QUANTIDADE DE AGENTES	56
4.2	ESTRUTURA DE REDE	57
4.3	QUANTIDADE DE VIZINHOS	61
4.4	QUANTIDADE DE ASSUNTOS	65
4.5	PESOS INICIAIS	68
4.6	OPINIÕES INICIAIS	73
4.7	MAIORIAS INICIAIS.....	76
5	ESTRATÉGIAS E VARIANTES	80
5.1	INFLEXÍVEIS	80
5.1.1	Descrição dos testes.....	81
5.1.2	Distribuição dos zelotes e abrangência de influências.....	83
5.1.3	Dados ordenados por vizinhança	87
5.1.4	Interpretação de resultados	89
5.2	EVITADORES	90
5.2.1	Descrição dos testes.....	91
5.2.2	Dados ordenados por vizinhança	93
5.2.3	Interpretação de resultados	94

5.3	MÍDIA	95
5.3.1	Topologia de rede.....	95
5.3.2	Formadores de opinião	96
5.3.3	Controle de conteúdo.....	99
6	CONCLUSÃO	101
	REFERÊNCIAS	104
	APÊNDICE A – PSEUDOCÓDIGO	108
	APÊNDICE B – FIGURAS ADICIONAIS	110

1 INTRODUÇÃO

Opiniões extremas podem desencadear comportamentos perigosos à sociedade. A identificação dos parâmetros relevantes na radicalização e propagação de opiniões pode auxiliar no desenvolvimento de mecanismos de prevenção e controle de tensões sociais e distúrbios. No âmbito da interação social, opiniões extremas estão relacionadas a comportamentos nocivos e indesejados, como terrorismo ou crimes de ódio. Do ponto de vista institucional, conhecimento acerca dos mecanismos de intensificação de opiniões tem o potencial de orientar o investimento de recursos, ações e esforços preventivos, tornando-os mais eficientes.

O uso de modelos permite estudar o comportamento de sistemas dinâmicos, e identificar os seus parâmetros mais relevantes. Os modelos de dinâmica de opiniões encaram questões relativas à interação social e emergência de consensos. Para o problema específico do surgimento de opiniões extremas, no entanto, diversos dos modelos clássicos da área mostram-se limitados. Os modelos onde as opiniões são representadas por variáveis discretas criam dificuldades de avaliação do próprio grau de extremidade das opiniões (CLIFFORD; SUDBURY, 1973; GALAM, 1986; SZNAJD-WERON, 2005). Neste sentido, modelos onde opiniões são descritas por variáveis contínuas (DEFFUANT et al., 2000; HEGSELMANN; KRAUSE, 2002) apresentam-se mais adequados. Permitem avaliação direta da extremidade¹ das opiniões de cada agente, bem como a evolução temporal e espacial da distribuição de tais valores. Por outro lado, estes modelos normalmente fazem uso de regras de interação estritamente convergentes. Com isso, as opiniões finais são iguais ou mais moderadas do que as presentes na condição inicial. Assim, as opiniões mais extremas são exógenas aos modelos.

O modelo de Opiniões Contínuas e Ações Discretas [*“Continuous Opinions and Discrete Actions”* – CODA] (MARTINS, 2008a) parece adequado para o estudo da radicalização das opiniões por apresentar extremação como condição emergente. Nele,

¹ Os artigos na área de dinâmica de opiniões em língua inglesa usam tipicamente o termo *“extremism”*. Segundo o dicionário Michaelis (WEISZFLOG, 2007), *“extremismo”* é definido como *“doutrina que impele à adoção de medidas extremas para resolver os males sociais;”*. Já *“extremidade”* é definida em sua terceira entrada como *“qualidade do que é extremo”*, mais adequada na descrição de opiniões sobre temas cujas naturezas podem ou não ser sociopolíticas. Na mesma linha, o verbo *“extremar”* significa *“tornar(-se) extremo”*. Ele e sua forma substantiva *“extremação”* serão utilizados preferencialmente sobre *“radicalizar”* e *“radicalização”* por não trazerem a mesma carga política.

agentes atribuem uma probabilidade à proposição de que uma opção A é melhor que sua alternativa B. Sempre que observam um dentre seus vizinhos tomar uma decisão A ou B, atualizam a probabilidade atribuída a que aquela seja, de fato, a melhor opção. Com isso, um agente cuja preferência já é A torna-se ainda mais convicto em sua decisão quando observa outro tomando a mesma opção, ou ameniza sua convicção ao observar uma ação B. Esta regra de interação permite que agentes reforcem as opiniões de outros com que já concordam, tornando-as não só mais extremas, mas até mais distantes das próprias opiniões². Esta parece ser a característica responsável pelas peculiaridades do CODA – a persistência de polarização e o surgimento de opiniões extremas a partir de condições iniciais moderadas, por exemplo.

Em 2009, Vicente et. al. propuseram uma extensão do modelo CODA para múltiplos assuntos, onde as opiniões em cada um deles são influenciadas simultaneamente em diferentes proporções. Seus resultados mostram persistência de antagonismo mesmo quando os agentes buscam consenso através de mecanismos de aprendizado.

Nesta dissertação, é proposta uma variante para o modelo CODA onde também múltiplos assuntos estão à disposição dos agentes, mas são debatidos isoladamente. É suposto que os mais debatidos sejam considerados mais importantes e, portanto, mais provavelmente revisitados. Com base nesta noção, a seleção dentre assuntos é feita obedecendo a um mecanismo de ligação preferencial. A cada iteração, a opinião de um agente i é influenciada pela ação de um dos seus vizinhos j em apenas um dentre m assuntos, selecionado com base num vetor m -dimensional de importâncias Ω_j . Toda vez que um assunto for debatido, o agente i atualiza não somente sua opinião com base na preferência do vizinho j , mas incrementa também o peso dado ao assunto em questão no seu vetor de importâncias. Assim, há evolução das opiniões acoplada ao desenvolvimento de preferências locais.

1.1 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Uma revisão da bibliografia da área é exposta na seção 2, destacando os principais modelos discretos e contínuos para dinâmica de opiniões. São apresentados ainda dois

²Caso $s_i(m) = s_j(m)$, mas $v_j(m) < v_i(m)$, a influência de j sobre i reforça a opinião compartilhada pelos agentes, mas afasta a v_i de v_j . Para os casos $[s_i(m) = s_j(m) ; v_j(m) > v_i(m)]$ ou $s_i(m) \neq s_j(m)$, as interações necessariamente aproximam $v_i(m)$ e $v_j(m)$.

modelos de dinâmica cultural, área afim onde mais do que um assunto são debatidos em uma dinâmica indissociável.

A seção 3 apresenta a descrição do modelo, as características do seu comportamento básico e as medidas e ferramentas utilizadas para seu estudo. Na quarta seção, são exploradas as respostas do comportamento do modelo às variações em diversos dos seus diversos parâmetros – quantidade de agentes ou assuntos, tamanho das vizinhanças, estrutura de rede, importâncias, opiniões e maiorias iniciais.

Os impactos sobre o modelo de diferentes estratégias de debate são apresentados na seção 5. Primeiro, são inseridos agentes inflexíveis. Dados a oportunidade, estes agentes selecionam sempre o mesmo tema, e apresentam uma ação invariável. Em seguida, os testes incluem agentes que evitam um assunto, impactando sua importância no nível local e possivelmente preservando-se de interações sociais indesejáveis. Por fim, são esboçadas algumas propostas para inclusão de efeitos da mídia sobre a dinâmica. Por fim, na sexta seção, são resgatados os principais resultados e comentadas algumas possibilidades de caminhos não percorridos.

2 DINÂMICA DE OPINIÕES

A dinâmica de opiniões visa descrever estados de opinião de uma população, bem como os processos e parâmetros elementares que regem a transição entre estes estados (CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009).

Nos modelos propostos para a investigação de tais fenômenos, as opiniões são representadas por uma ou um conjunto de variáveis que representam de modo estilizado as diferentes posições que um indivíduo pode assumir em relação a um assunto. Tais variáveis podem ser modeladas de modo discreto ou contínuo. Diferenças marcantes decorrem desta opção.

2.1 MODELOS DISCRETOS

Entre os modelos onde opiniões são descritas por variáveis discretas estão as primeiras aplicações do modelo de Ising¹ no campo da modelagem social, descrevendo o comportamento de trabalhadores grevistas; o modelo do votante [*voter model*], o modelo de regra da maioria e o modelo de Sznajd.

2.1.1 Modelo do Votante

No modelo do votante², por exemplo, cada agente i apresenta uma opinião $s_i = \pm 1$. A cada iteração, um agente j é escolhido entre os vizinhos de i e então é feito $s_j = s_i$. Os agentes não têm memória e podem abandonar uma opinião mantida por um longo período com apenas uma interação em direção contrária. O peso da maioria entre seus vizinhos só é sentido estatisticamente.

¹ O modelo de Ising é um modelo matemático para ferromagnetismo proposto pelo físico alemão Wilhelm Lenz ao seu aluno Ernst Ising como um exercício. Consiste numa coleção de variáveis discretas que podem assumir valores +1 ou -1. Colocados sobre uma rede, eles interagem com seus vizinhos aos pares. A energia de interação assume valores diferentes para pares alinhados ou desalinhados. Sua formulação em rede regular quadrada é considerada um dos mais simples modelos estatísticos a apresentar transição de fase. (GALLAVOTTI, 1999).

² Proposto inicialmente em Clifford e Sudbury (1973).

Apesar da extrema simplicidade do modelo do votante, este serviu de base para diversos outros trabalhos. Para Castellano, Fortunato e Loreto (2009), sua popularidade deriva desta própria simplicidade, aliada a este ser um dos raros modelos estocásticos fora de equilíbrio com solução exata em qualquer dimensão (REDNER, 2001). Colabora o fato de que o modelo pode ser tratado utilizando-se do instrumental probabilístico desenvolvido para estudar passeios aleatórios.

A formulação original é desprovida de ruído (DORNIC et al., 2001). Isto é, não há mudança espontânea de opiniões. Um agente em acordo com todos os seus vizinhos tem chance nula de mudar de opinião. Para um número de dimensões $d \leq 2$, o modelo do votante, mesmo em sistemas infinitos, passa por sucessivo ordenamento via *coarsening*³, que resulta em eventual consenso. Consenso também é obtido, mas assintoticamente e apenas por conta de grandes flutuações aleatórias, para sistemas finitos com $d > 2$. Para tais valores de d em sistemas infinitos, por outro lado, uma densidade finita de interfaces é aproximada assintoticamente, e consenso não é obtido (FRACHEBOURG; KRAPIVSKY, 1996).

2.1.2 Variantes do modelo do Votante

Diversas variantes do modelo do votante foram propostas para estudar os impactos sobre as propriedades da dinâmica. Entre as destacadas por Castellano, Fortunato e Loreto (2009) encontram-se a inserção de agentes inflexíveis, o modelo ABe o modelo do votante restrito [*constrained voter model*].

A inserção de um agente inflexível (incapaz de ter sua opinião alterada pela dinâmica) foi estudada por Mobilia (2003). A presença do inflexível altera os resultados da dinâmica em sistemas infinitos diferentemente de acordo com o número de dimensões do modelo. Em $d \leq 2$, o inflexível leva o sistema todo à sua opinião. Já em $d > 2$, seu legado é um viés local em direção à sua opinião, mas ainda sem consenso.

³*Coarsening* refere-se ao processo de segregação e aglutinação de opiniões que resulta em vizinhanças maiores e em menos contatos entre agentes discordantes. No contexto da geologia, algumas traduções utilizadas são “granocrescência” e “engrossamento granulométrico”. Diferentemente do caso da geologia, nos modelos de dinâmica de opiniões é comum não haver movimentação por parte dos agentes, mas sim mudanças na distribuição das opiniões, resultando no referido aumento de contiguidade.

A modificação proposta para a dinâmica no chamado modelo AB (CASTELLÓ et al., 2006) é a existência de um estado de transição AB entre as opiniões A e B. Foi proposta visando modelar o contato entre diferentes grupos linguísticos, onde hibridização é possível. No modelo, as probabilidades de transição são dadas pelas seguintes equações:

$$p_{A \rightarrow AB} = \frac{1}{2} \sigma_B, \quad p_{B \rightarrow AB} = \frac{1}{2} \sigma_A,$$

$$p_{AB \rightarrow A} = \frac{1}{2} (1 - \sigma_B), \quad p_{AB \rightarrow B} = \frac{1}{2} (1 - \sigma_A),$$

e governadas pela densidade local de agentes do tipo A ou B, inclusive agentes AB para as equações da segunda linha.

A dinâmica do modelo AB passa por um rápido processo de engrossamento enquanto os agentes AB movem suas opções para uma ou outra opção única. Os híbridos remanescentes são instáveis e ficam dinamicamente confinados nos contatos entre domínios de opção única A e B. Ainda assim, sua presença altera relevantemente a dinâmica. O engrossamento e formação de domínios passam a ser uma dinâmica de interface baseada em curvatura, e baseada em maiorias locais. Os estados atratores para redes regulares finitas em $d \leq 2$ – consenso em A ou em B – são atingidos com probabilidade $p = 1$.

Assim como no modelo AB, no modelo do votante restrito (VASQUEZ; KRAPIVSKY; REDNER, 2003) há uma terceira opinião (C), intermediária a A e B. Diferentemente, as interações só resultam em mudanças de opinião entre um agente extremo (A ou B) e um intermediário (C). Interfaces A-B são, portanto, inertes.

A probabilidade de que o modelo atinja um estado final composto por consenso C é igual à proporção inicial ρ_C , enquanto $1 - \rho_C$ descreve a probabilidade de estado final sem agentes C. Estes podem ser de três tipos: consenso em A, consenso em B ou coexistência inerte de A e B. A razão $\rho_A/\rho_B > 1$ resulta em uma probabilidade aumentada de consenso em A, em relação a consenso em B. Ainda assim, um número considerável de simulações resulta em coexistência de extremos.

A dinâmica do modelo do votante restrito pode ser encarada como uma versão discreta da regra de confiança limitada [*bounded confidence*], a ser discutidos posteriormente, na seção 2.2. É ainda isomórfico ao modelo de dinâmica cultural de Axelrod (1997) com dois

atributos [*features*] e dois valores [*traits*] possíveis por atributo. O modelo de Axelrod é retomado na seção 2.4.

2.1.3 Regra da Maioria

O modelo da regra da maioria, introduzido por Galam (1986), tem funcionamento similar ao modelo do votante. A cada iteração, um subgrupo composto por r agentes é selecionado na população de tamanho N , contendo uma proporção p de agentes com opiniões $= +1$ e $1 - p$ agentes com opinião $s = -1$. Em seguida, todos os r membros do subgrupo assumem a opinião majoritária. O tamanho do subgrupo é escolhido a cada passo de acordo com uma distribuição pré-determinada. Pode se considerar, para efeito de simplicidade, que todos os agentes podem estabelecer contato (sendo selecionados para um mesmo subgrupo) com qualquer outro, removendo limitações de rede para um primeiro estudo. Um voto de desempate é colocado para os casos de grupos pares com ambas as opiniões representadas por $r/2$ agentes. Para r ímpar, a proporção crítica que regula a transição de fase no modelo é $p_c = 1/2$. Para r par, mesmo $p_c < 1/2$ pode levar $s = +1$ a tornar-se dominante.

2.1.4 Modelo de Sznajd

Para o modelo A de Sznajd⁴(SZNAJD-WERON, 2005), a regra de atualização de opiniões funciona da seguinte maneira: um par de agentes vizinhos i e j é selecionado. Caso $s_i = s_j$, todos os demais vizinhos de i e j assumem a opinião s_i . Caso contrário, nenhuma mudança ocorre. Assim como nos modelos acima, grande parte das variantes do modelo de Sznajd apresenta transição de fase marcada entre estados atratores que resultam em uma ou

⁴Daqui em diante, referido somente como “modelo de Sznajd”. A proposta original de Sznajd-Weron e Sznajd (2000), formulada para uma cadeia unidimensional de vizinhos e atualmente conhecida como modelo B de Sznajd, continha uma regra adicional para as interações. Caso os vizinhos i e $i+1$ tivessem spins contrários, i influenciaria $i+2$ e $i+1$ influenciaria $i-1$, impondo-lhes seus spins. Em decorrência de ambas as regras, cada agente só influenciaria ou seria influenciado por segundos vizinhos. Assim, a proposta de reproduzir validação social do modelo, onde as opiniões seriam definidas por interações entre pares de agentes, é derrotada. Enquanto não foi completamente abandonado (ver, por exemplo, Kondrat e Sznajd-Weron (2008)), o modelo B de Sznajd tem recebido menos atenção sob a forma de variantes e citações do que sua contrapartida, o modelo A.

outra unanimidade, apontando-os como propriedade notavelmente robusta dos modelos discretos binários e sem ruído.

2.1.5 As limitações dos modelos discretos

Enquanto modelos discretos são adequados para a descrição de problemas envolvendo características não-ordenadas, não o são tanto para o estudo de opiniões extremas. Em geral, os agentes nos modelos discretos não têm memória de suas opiniões prévias, e estão "vulneráveis" a reverter suas opiniões em poucas (normalmente uma única) interações. Comportamentos inflexíveis ou menos vacilantes não são emergentes das interações, mas precisam ser impostos externamente. Por outro lado, memória, e graus de resistência diferenciados à mudança de preferência podem ser facilmente obtidos em modelos onde as opiniões são descritas por valores contínuos. Modelos de dinâmica de opinião contínuos serão apresentados a seguir.

2.2 MODELOS CONTÍNUOS

Nos modelos discretos, a opinião de um agente sobre um assunto é registrada como um entre um número definido de possíveis resultados. Outro caminho possível para o tratamento matemático das opiniões em um modelo é através do uso de variáveis contínuas (DEFFUANT et al., 2000). Com essa abordagem, é permitido ao agente uma miríade de opiniões, usualmente descritas como um número real pertencente ao intervalo $[0,1]$. A nova opinião $x_i(t + 1)$ de um agente afetado por uma interação é função da opinião anterior desse agente $x_i(t)$.

Paradinâmicas que aproximem as opiniões dos agentes envolvidos a cada interação e onde não haja impedimentos, é esperado que os modelos convirjam para opiniões finais consensuais próximas à média da condição inicial (DEFFUANT et al., 2000). Para permitir comportamentos não triviais nos modelos, mecanismos limitando quais agentes ou em que medida um par de agentes pode influenciar-se são adicionados às regras dos modelos de opiniões contínuas.

Um destes mecanismos é a chamada cláusula de confiança limitada [*bounded confidence*] (DEFFUANT et al., 2000; HEGSELMANN; KRAUSE, 2002). É estabelecida

uma diferença máxima ϵ entre as opiniões x_i e x_j para que os agentes i e j influenciem-se. Interações entre agentes cujas opiniões distam além do limiar ϵ não resultam em alteração de suas opiniões.

2.2.1 Modelo de Deffuant

No caso do modelo de Deffuant, $x_i(t)$ e $x_j(t)$ são aproximadas por um fator $\mu \in [0, 1/2]$, indicando o peso dado à opinião do vizinho na composição da nova opinião. A atualização é feita conforme as equações abaixo:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \mu[x_i(t) + x_j(t)]$$

$$x_j(t+1) = x_j(t) + \mu[x_i(t) + x_j(t)]$$

A média das opiniões é inalterada no tempo. O resultado da dinâmica é, para qualquer topologia de rede, um número final de clusters de opiniões estáveis. Uma opinião de consenso é atingida em grafos completos, aleatórios, em redes livres de escala ou regulares se $\epsilon > \epsilon_c = 1/2$ (FORTUNATO, 2004). Para $\epsilon < \epsilon_c$, o número final de opiniões em um grafo completo pode ser aproximado pela expressão $1/(2\epsilon)$. Este número pode ser aumentado para outras topologias de rede devido ao potencial de isolamento entre grupos com opiniões compatíveis. Enquanto o parâmetro ϵ controla a quantidade e o tamanho dos clusters finais, o parâmetro μ controla a velocidade de convergência da dinâmica.

Em rede regular $2d$ com vizinhanças de quatro conexões, os resultados não apresentam grande distinção para $\epsilon > 0,3$. Tipicamente, há um cluster em que a grande maioria dos agentes atinge uma opinião de consenso próxima a $x = 0,5$, salteado por agentes esparsos com opiniões próximas a 0 ou 1. Os autores apontam a persistência destes extremistas como a principal distinção em relação ao caso do grafo completo. Para valores de $\epsilon < 0,3$, vários valores são possíveis para clusters de opiniões convergentes. Restrições impostas pela conectividade de rede fazem com que diversos clusters sejam formados com opiniões próximas e compatíveis, mas isolados uns dos outros.

A alternativa vetorial para o modelo de Deffuant proposta no mesmo artigo que introduziu a formulação contínua comentada acima será comentada adiante⁵.

2.2.2 Modelo de Hegselmann e Krause

O modelo proposto por Hegselmann e Krause (2002) assemelha-se ao modelo de Deffuant. Cada agente i tem uma opinião $x_i \in [0; 1]$. A cada interação o agente i é influenciado simultaneamente por todos os seus vizinhos j cujas opiniões estejam dentro do intervalo de compatibilidade, definido por $|x_i(t) - x_j(t)| < \epsilon$. A opinião de um agente em $(t + 1)$ é descrito por

$$x_i(t + 1) = a_{i1}x_1(t) + a_{i2}x_2(t) + \dots + a_{in}x_n(t)$$

Onde a_{ij} descreve o peso dado pelo agente i à opinião do agente j , e pode ser igual a zero. Tal formulação visa descrever não pequenos encontros sociais, mas sim reuniões formais, onde um indivíduo é exposto a diversas opiniões de uma única vez.

Assim como no modelo de Deffuant, o número de clusters estacionários finais decresce na medida em que ϵ cresce. Por outro lado, para este modelo, dois valores para ϵ_c são possíveis, função do comportamento do grau médio do grafo $\langle k \rangle$. Para casos onde $\langle k \rangle$ é constante quando $N \rightarrow \infty$ (como em uma rede regular), a condição para consenso é semelhante à do modelo de Deffuant, com $\epsilon_c = 1/2$. No entanto, para estruturas de rede onde $\langle k \rangle \rightarrow \infty$ quando $N \rightarrow \infty$, como em um grafo completo, $\epsilon_c \sim 0,2$.

2.3 MODELO CODA

Diferentemente dos modelos de dinâmica de opiniões contínuos com confiança limitada, o modelo de Opiniões Contínuas e Ações Discretas (*Continuous Opinions and Observed Discrete Actions* - CODA) proposto por Martins (2008a) apresenta diferenciação entre opinião e escolha de um agente. Cada agente i tem uma função probabilidade contínua $p_i \in [0; 1]$ atribuída à afirmação de que uma entre duas alternativas ($s_i = \pm 1$) é a melhor.

⁵ Ver seção 2.5.

Decisões binárias são tomadas de acordo com a alternativa a qual agente o agente atribui maior probabilidade de que seja a melhor opção, $s_i = \text{sign}(p_i - 0,5)$.

Os agentes não têm acesso às opiniões dos demais. Suas opiniões são atualizadas com base observações de decisões binárias tomadas pelos seus vizinhos, de acordo com uma regra Bayesiana (MARTINS, 2008b). Um parâmetro a descreve o tamanho do passo, isto é, a variação adicionada (se A corresponde à opção $s_i = +1$, e subtraída em caso contrário) ao logit (p_i) , $v_i = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right)$, quando uma ação do tipo A é observada. O valor de a é obtido de $a = \ln\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$, onde $\alpha = P(OA|A)$ que cada agente designa à observação OA da opção de um vizinho quando A é de fato a melhor alternativa. Um parâmetro similar, b , é definido como $b = \ln\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)$, onde $\beta = P(OB|B)$. Quando uma ação B é observada, a opinião v_i é atualizada com um passo de tamanho b . Valores diferentes para a e b representam um viés dos agentes ao avaliar evidências para diferentes ações.

Para $\alpha = \beta > 0,5$, isto é, supondo-se que a probabilidade atribuída à proposição de que um agente esteja certo quanto à sua escolha seja maior do que a chance dele estar errado, e que para ambas as opções essas probabilidades sejam as iguais, o valor numérico de a perde relevância. As atualizações comportam-se simetricamente para ambas as direções a partir da opinião central e neutra $p_i = 0,5$, cujo logit é zero. Deste modo, após observar n ações A e m contrárias B, o agente i terá se alterado sua opinião $n-m$ passos de tamanho a em direção à opção A a partir de sua posição inicial. Neste ponto, torna-se conveniente descrever a intensidade das opiniões em “passos até mudança de ação”. Uma opinião é dita mais extrema quanto maior for essa quantidade em uma ou outra direção, e mais branda quanto mais próxima da mudança de ação estiver.

Partindo de uma condição composta somente por opiniões brandas, distribuídas uniformemente no intervalo $p_i \in [0,4; 0,6]$, os agentes são influenciados em direção à opinião A ou B pelas ações dos seus vizinhos. A cada OA, o agente move a própria opinião v um passo de tamanho a em direção à opinião A. Isso faz com que este agente aproxime-se de tomar ação A, eventualmente influenciando seus vizinhos nesta direção. Estabelece-se um efeito de retroalimentação local. Quanto mais um agente é exposto a ações A, mais provável que venha a expor seus vizinhos à mesma ação e, assim, que seja reforçado em suas opiniões no assunto em questão. Logo, a população começa a segregar-se em vizinhanças onde a ação preferida é A e vizinhanças onde, pelo contrário, a ação preferida é B. O entremeado da

condição aleatória inicial logo dá vez a um ordenamento local, em um processo conhecido como *coarsening* (Figura 1).

Uma vez passada a fase inicial de instabilidade nas preferências (Figura 1a-1e), cada agente será prolongadamente exposto a uma em cinco combinações possíveis de preferências entre os seus vizinhos. A cada iteração, o agente receberá estímulos médios de -1; -0,5; 0, +0,5 ou +1 passos⁶ de tamanho a em sua opinião em direção à opinião A, resultado direto da quantidade de seus vizinhos com opiniões próximas a 0 ou 1. Em tempo, o impacto da instabilidade inicial torna-se cada vez menos perceptível, e o impacto da repetida influência de vizinhos longamente expostos torna-se determinante no grau de extremidade da opinião do agente em questão. Este resultado pode ser observado na figura 2.

Enquanto nos modelos de confiança limitada podem ser atingidas situações onde grupos distintos de agentes tornam-se intangíveis às opiniões de outros grupos, isto não diz respeito à intensidade destas opiniões. Dada a convergência de opiniões caracterizada dinâmica de tais modelos, as opiniões extremas nunca podem o ser mais do que as introduzidas nas condições iniciais. No modelo CODA, agentes com opiniões p_i extremas surgem mesmo a partir de condições iniciais povoadas por agentes moderados. Com o passar do tempo, clusters são formados por agentes com mesma escolha reforçando-se mutuamente, e criando domínios de opiniões fortes e praticamente imutáveis.

Uma série de alterações posteriores, entre elas a adição de mobilidade e estrutura de rede (MARTINS, 2008b), de agentes “do contra” [*contrarians*] (MARTINS; KUBA, 2009) e de opções intermediárias ou alternativas a $s_i = \pm 1$ (MARTINS, 2009) foram introduzidas para avaliação de seus impactos sobre a emergência de extremidade.

⁶ A cada quatro interações, o agente vai ser influenciado em média uma vez por cada um de seus vizinhos. As somas dos estímulos dos vizinhos serão um valor pertencente ao conjunto [+4, +2, 0, -2, -4] em direção à opinião A, decorrentes da combinação de preferências AAAA, AAAB, AAB, AB, BBBB ou BBBBB entre os vizinhos de i , respectivamente. A média é obtida simplesmente dividindo $\sum_j sign(v_j)$ por 4.

Figura 1 - Exemplo de distribuição de preferências dos agentes ao longo da dinâmica no modelo CODA

Legenda : Representações após 1, 5, 10, 25, 50, 100, 200, 400 e 800 passos de Monte Carlo, respectivamente da esquerda para a direita e de cima para baixo. $N = 64^2, M = 5, \alpha = 0,55$. Imagem semelhante pode ser encontrada em Martins (2008a).

Figura 2 - Histograma das opiniões (em $\log\text{-odds}$) ao longo da dinâmica no modelo CODA

Legenda : Da esquerda para a direita e de cima para baixo, resultados após 1, 5, 10, 25, 50, 100, 200, 400 e 800 passos de Monte Carlo, respectivamente. Note-se o apontamento progressivo de cinco picos regularmente espaçados, referentes aos agentes reforçados com ações A por 0, 1, 2, 3 ou 4 vizinhos, somando influência média de -1; -0,5; 0; +0,5 ou +1 passos a cada iteração. Imagem semelhante pode ser encontrada em Martins (2008a).

2.4 DINÂMICA CULTURAL

Os limites entre as áreas da dinâmica de opiniões e da dinâmica cultural não são claramente definidos. Segundo Castellano, Fortunato e Loreto (2009, p. 24, tradução nossa),

(...) a postura comum é considerar opinião como uma variável escalar, enquanto a cultura de um indivíduo, composta de mais facetas, é modelada como um vetor de variáveis cujas dinâmicas estão inseparavelmente associadas”, mas ressalva “esta definição é, em grandemedia, arbitrária (...).

Na extensão com multiplicidade de assuntos do modelo CODA proposta neste trabalho⁷, ainda que o impacto de uma interação sobre a opinião dos agentes em um assunto independa das opiniões destes agentes nos demais, a probabilidade de escolha de cada assunto está condicionada às importâncias dos demais. Parece, portanto, razoável assumir que haja “*associação inseparável entre as dinâmicas*”. Assim, a variante poderia ser categorizada como uma dinâmica cultural. Para além de uma categorização de relevância duvidosa, esta discussão pode fomentar comparações valiosas entre modelos tradicionalmente segregados na literatura por mera questão de rótulos.

2.4.1 Modelo de Axelrod

O mais proeminente modelo de dinâmica cultural (CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009) foi introduzido por Axelrod (1997). Visa estudar os efeitos de mecanismos de convergência cultural entre agentes, e sob quais condições diferenças podem persistir. Nele, cada agente tem um conjunto de opiniões, crenças e/ou atributos [*features*] – chamados coletivamente de “cultura”⁸ – descritos por um vetor com F dimensões $(\sigma_1, \dots, \sigma_F)$. Cada dimensão registra um entre q valores⁹ [*traits*] possíveis para cada atributo. A cultura de um agente i é, portanto, a descrita pelo vetor $v(i)$ listando os valores de q assumidos por i em cada um dos F atributos, representados pelas diferentes dimensões do vetor.

⁷ Ver seção 2.5.

⁸ Axelrod define “cultura” para os fins do modelo como “o conjunto das características individuais que podem ser influenciadas por interação social”.

⁹ Os valores de q são não-quantificáveis, e funcionam apenas como rótulos. Cada valor de q em um determinado atributo pode representar uma cor de cabelos ou orientação político-partidária, por exemplo.

A interação se dá entre um agente i e um de seus vizinhos j com probabilidade

$$\omega_{i,j} = \frac{1}{F} \sum_{f=1}^F \delta_{\sigma_f(i), \sigma_f(j)},$$

onde $\delta_{i,j}$ é uma função delta de Kronecker¹⁰. Para tanto, seleciona-se um agente i e um de seus vizinhos j . Em seguida, comparam-se os valores de $\sigma_f(i)$ e $\sigma_f(j)$, onde f é um atributo aleatoriamente selecionado. Caso $\sigma_f(i) = \sigma_f(j)$, o agente i assume $\sigma(j)$ em um dos atributos onde os valores sejam distintos.

Inicialmente, os agentes têm culturas aleatoriamente atribuídas. A dinâmica leva a sucessiva convergência dos agentes, até que se atinja uma situação final onde um número de regiões estáveis, compostas por agentes homogêneos entre si e distintos em todos os atributos dos agentes de cada uma das demais regiões contíguas. Deste ponto em diante, futuras interações são incapazes de alterar a condição do modelo, pois se dão entre agentes já idênticos, enquanto interações entre agentes de regiões distintas têm probabilidade zero de ocorrer.

Características caras aos cientistas sociais são reproduzidas na dinâmica: agentes interagem mais com agentes com quem se parecem mais (homofilia); e o contato social torna os agentes mais parecidos (convergência). Implica que agentes vizinhos não mais conseguem influenciar-se caso haja total apartamento de valores. Além disso, tal dinâmica par a par permite que a cultura de um agente afaste-se da cultura da maioria dos seus vizinhos¹¹, ainda que temporariamente. Disto podem resultar “pontes” entre grupos distintos.

Axelrod destaca quatro resultados em relação à quantidade de regiões estáveis ao final da dinâmica. O número médio de regiões:

- Cresce com o número q de valores possíveis para cada atributo. Na medida em quem o número de valores possíveis aumenta, a probabilidade de que dois vizinhos compartilhem algum valor decresce.

¹⁰ $\delta_{a,b} = \begin{cases} 0, & \text{se } a \neq b \\ 1, & \text{se } a = b \end{cases}$

¹¹ Para $d > 1$. Em $1d$, a quantidade de contatos desiguais [*negative overlaps*] não pode crescer após uma iteração. Ver Klemm et al. (2005).

- Cresce com o número de vizinhos com que interação é permitida a cada agente. Ao aumentar-se a quantidade de interações possíveis, o aumenta também o número de possibilidades de interações, diminuindo a quantidade de agentes inertes em relação a todos os seus vizinhos.
- Diminui com o tamanho do território. Este resultado contraintuitivo estaria relacionado ao aumento do número de eventos/agente necessários para que se atinja o estado final, que cresce proporcionalmente ao número de agentes na simulação. A quantidade aumentada de interações propicia mais oportunidades de transmissão de valores capazes de ligar regiões previamente isoladas.
- Diminui com o número F de atributos considerados na cultura dos agentes. Quando mais atributos são considerados, a chance de que um agente tenha ao menos um valor em comum com seus vizinhos aumenta. Que cada atributo represente uma quantidade relativamente menor de similaridade entre dois agentes é feito secundário. A própria dinâmica se encarrega de aumentar a similaridade, causando uma “aceleração” na convergência.

Uma interpretação para este último resultado é que há aumento na coesão social na presença de culturas mais diversificadas em elementos relevantes¹². Resultados compatíveis foram obtidos por Vicente, Martins e Caticha (2009). Em seus resultados para múltiplos de assuntos no modelo CODA, há aumento da diversidade dentre as opiniões e amenização delas com o aumento do número de assuntos M na dinâmica.

2.4.2 Modelo de Deffuant – vetorial

Outro modelo de dinâmica cultural é a versão discreta do modelo de Deffuant (DEFFUANT et al., 2000). Neste, cada agente tem suas opiniões em m assuntos descritas por entradas binárias em um vetor v com m dimensões. O limiar de interação d é um valor inteiro

¹² Considera-se aqui que uma sociedade onde diversos atributos (por exemplo, crenças, preferências, comportamentos, linguagem, hábitos, normas sociais) são relevantes para interação social é uma sociedade mais diversa do que uma sociedade onde um ou poucos atributos sejam relevantes. Cabe ressaltar que a interpretação de “cultura mais diversificada” não é consensual. Klemm et al. (2005), por exemplo, consideram a quantidade de culturas estáveis ao final da dinâmica como “uma medida da diversidade cultural”. Nesta leitura, capacidade de interagir resulta em “pasteurização” cultural.

pertencente ao intervalo $d \in [1; m]$, e determina a distância de Hamming máxima¹³ entre os vetores de opiniões de dois agentes vizinhos i e j para que interação entre eles ocorra. A interação consiste em, para cada dimensão onde $\sigma_m(i) \neq \sigma_m(j)$, um agente aleatoriamente selecionado entre i e j assumir a opinião do outro com probabilidade μ .

O modelo de Axelrod e a versão discreta do modelo de Deffuant guardam semelhanças entre si. Ambos utilizam-se de variáveis discretas e podem apresentar permanência de opiniões (ou culturas) distintas em seus estados finais em dinâmicas livres de ruído. Na implementação vetorial do modelo de Deffuant, a persistência de heterogeneidade é controlada pelo parâmetro d . A dinâmica converge para uma opinião única para valores altos¹⁴ de d , enquanto extrema diversidade na quantidade de clusters finais é observada para valores baixos. Já o modelo de Axelrod tem a permanência de culturas finais distintas controlada pela razão q/F , cujo valor crítico é próximo a 1 (KLEMM et al., 2005). Ainda em ambos os casos, inserção de ruído, isto é, demudações aleatórias nos valores assumidos por agentes em uma ou mais dimensões¹⁵, conduz os modelos à homogeneização. Os equilíbrios com múltiplas culturas são, portanto, atratores instáveis (KLEMM et al., 2005).

Outro ponto de similaridade entre os modelos de Axelrod e vetorial de Deffuant é que a interação só tem efeito relevante caso ocorra em um assunto onde os agentes i e j divergem, e acaba por aproximá-los. Por conta da natureza discreta e categórica dos valores, não há mecanismos de reforço de opiniões, e interações entre os agentes que venham a ocorrer em dimensões de consenso são inertes.

2.5 CODA E DINÂMICA CULTURAL

Em artigo de 2009, Vicente, Martins e Caticha apresentaram uma variante do modelo CODA com multiplicidade de assuntos. As interações ocorrem em proporções distintas para cada dimensão do vetor de opiniões, cujo módulo é normalizado. Os assuntos são

¹³ A distância de Hamming é o número de bits de diferença entre duas sequências de caracteres ou vetores (HAMMING, 1950).

¹⁴ Os valores são dependentes de m . Para $m = 13$, $d \geq 4$ a convergência de 99,5% dos agentes para a opinião mais comum, com possíveis clusters menores ou agentes isolados caso $4 \leq d \leq 7$. Já $d = 3$ resulta em 2 a 7 picos distintos com população acima de 1%, enquanto $d = 2$ resulta em cerca de 500 clusters. Para $m = 21$, $d_c = 5$. Os autores especulam que valor crítico de d seja proporcional a m .

¹⁵ Desde que a taxa de ruído não seja suficientemente grande para manter o sistema em permanente desorganização. Para o modelo de Deffuant, ver Deffuant (2006). Para o de Axelrod, ver Klemm et al. (2005).

representados por pontos num espaço N -dimensional. O agente toma uma decisão binária referente a cada assunto utilizando-se de uma rede neural própria, treinada através da observação social. Não há preferência por um ou outro assunto. Assim, os efeitos de cada iteração são, em média, distribuídos igualmente entre diferentes dimensões.

Os resultados apontam que há persistência de antagonismo mesmo quando os agentes estão buscando consenso com seus vizinhos. O aumento na quantidade de assuntos leva a desaceleração da dinâmica e consequente amenização e aumento na diversidade das opiniões em relação a cada um deles. Este resultado é intuitivo: ao buscar consenso em diversos assuntos simultaneamente, os agentes acabam divergindo em parte das opiniões. Extremação das opiniões ocorre ao longo de iterações repetitivas. A instabilidade trazida pelo aumento na quantidade de opiniões que os agentes tentam alinhar simultaneamente acaba desfazendo concordâncias e impedindo o estabelecimento de consensos locais. A marcha das opiniões para os extremos em cada um deles é prejudicada. Graças à simultaneidade da atualização das opiniões nos diversos temas, os autores identificaram essa proposta como um modelo cultural.

A proposta serviu, em parte, como gatilho para os estudos desenvolvidos no presente trabalho: uma variante com múltiplos assuntos onde as probabilidades de escolha de um assunto sejam afetadas pela própria dinâmica.

Nas interações sociais, a escolha de assuntos para uma conversa não se dá de modo aleatório. As pessoas apresentam preferências e dão diferentes graus de importância a assuntos que consideram mais ou menos relevantes. A introdução de um mecanismo endógeno de emergência de preferências permite avaliar não só a distribuição de opiniões, mas também de importâncias, adicionando uma nova dimensão na análise do modelo. Além da regra de atualização de opinião descrita na seção 2.3, uma nova é necessária para reger a seleção de temas. Propõe-se o uso de uma simples regra de ligação preferencial. Para tanto, as opiniões de um agente em M assuntos distintos são descritas como componentes de um vetor de M dimensões.

Inicialmente, o interesse em cada um dos M assuntos é idêntico e igual a $\omega_i(m)$, onde m indica o componente em questão do vetor de opiniões. A cada passo, o agente j escolhe um assunto aleatoriamente, com uma probabilidade proporcional a $\omega_j(m)$ atribuída a cada componente de ω_j . Imediatamente, o agente i reconhece a relevância do tema e atualiza a importância atribuída, fazendo $\omega_i(m) = \omega_i(m) + 1$. O valor da constante adicionada só é relevante para a dinâmica do modelo em sua proporção aos pesos iniciais atribuídos a todos os

temas. A probabilidade de que um tema seja debatido entre um par de agentes está condicionada à sua importância, isto é, ao peso relativo daquele assunto frente aos demais para o agente em posição de escolher o assunto.

A variante para o modelo CODA com multiplicidade de temas e mecanismo de seleção de tema por ligação preferencial serviu como padrão para os testes feitos neste trabalho. As características desse modelo são apresentadas na seção 3.5. Seu espaço paramétrico é explorado na seção 4. Na seção 5, estudaram-se os impactos sobre o modelo da inserção de agentes executando estratégias diferenciadas.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 VALIDAÇÃO DO CÓDIGO

O modelo CODA foi programado em MATLAB, a partir da descrição apresentada nas seções 2.3 e 2.5. Como um primeiro teste de validação, o caso $M = 1$ (equivalente ao modelo de assunto único) foi simulado utilizando o algoritmo para múltiplos assuntos. A distribuição de preferências e histogramas das opiniões (em *log-odds*) para um resultado típico de simulação estão apresentados nas figuras 1 e 2, e assemelham-se aos obtidos por Martins (2008a). Destacam-se dois resultados característicos do modelo: *coarsening* e o despontamento de cinco picos no histograma de opiniões. Ambas são condições necessárias, ainda que não suficientes para validar o código em múltiplos assuntos, e indicam o funcionamento adequado do código quanto à atualização das opiniões. O funcionamento da regra de seleção preferencial foi testado via inserção de assuntos com pesos iniciais aumentados. Conforme esperado, em nenhum caso a opinião $v(m)$ atingiu valores mais do que $\omega(m) + 1$ ¹ e a soma dos pesos, reduzidos dos pesos iniciais, retornaram consistentemente o número t de passos multiplicado pelo número N de agentes no modelo.

3.2 PARÂMETROS

A fim de evidenciar os impactos de cada parâmetro ou característica estudados, a cada teste foram mantidos constantes os demais. Os valores padrão utilizados nas simulações, exceto quando especificado em contrário, são apresentados na tabela 1.

¹ Caso onde um agente é reforçado na mesma direção de sua ação inicial em um determinado assunto em todas as atualizações.

Tabela 1 - Valores Padrão para parâmetros e características

Característica	Valor Padrão
Estrutura de rede	Regular com vizinhança de Von Neumann
Regime de iterações	Assíncrono
Quantidade de agentes	4096
M	25
ω_0	0,02
Tamanho do passo a	1
Passos de Monte Carlo	1000
Execuções	100

Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013

3.3 ESTRUTURAS DE REDE

Exceto quando notado em contrário, as redes utilizadas nas simulações foram redes bidimensionais regulares quadradas com vizinhança de Von Neumann de primeira ordem e com condições periódicas de contorno. Cada agente tem, portanto, quatro vizinhos.

O coeficiente de aglomeração C_i em um nó i de uma rede foi definido por Watts e Strogatz (1998) como a proporção de arestas que realmente existem do número máximo possível de arestas entre os k_i vizinhos de i , dado por $k_i(k_i - 1)/2$. O coeficiente de aglomeração C da rede é a média dos coeficientes de aglomeração em cada um de seus nós. Isto é, C é da proporção de pares de vizinhos de um agente que são também vizinhos entre si, fechando um triângulo de vizinhanças, sobre o máximo possível destes triângulos.

Segundo esta definição, as redes regulares quadradas com vizinhança de Von Neumann têm coeficiente de aglomeração zero. Não existem ligações entre quaisquer dois vizinhos j_1 e j_2 de um mesmo agente i . Ainda assim, diferentemente de grafos aleatórios (ERDÖS; REINY, 1959, 1960), na rede quadrada há um componente de localidade nos impactos de um agente. Computando-se a quantidade de vizinhos em comum entre diferentes vizinhos de um agente, a rede regular quadrada com vizinhança de Von Neumann apresenta um valor C de 0,4167. Isto é, há 20 vizinhos compartilhados entre os vizinhos de i tomados par a par, dentre 48 possíveis.

Alguns dos testes sobre impactos da estrutura de rede sobre a dinâmica utilizaram redes regulares quadradas com vizinhança de Moore. Para a primeira ordem, os agentes têm como vizinhos os oito agentes que os circundam na grade. A rede regular com vizinhança de Moore apresenta coeficiente de aglomeração C de 0,4286. As formas das vizinhanças de

Moore e Von Neumann e suas expansões para além da primeira ordem são apresentadas na figura 3. As quantidades de vizinhos para cada ordem são respectivamente por $8 \sum_{i=1}^{ov} i$ e $4 \sum_{i=1}^{ov} i$, onde ov é a ordem de vizinhança.

As redes regulares costumam ser utilizadas no âmbito da física por garantir simetrias que são caras às soluções analíticas de campo médio (CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009). Elas não descrevem com verossimilhança as topologias encontradas em redes de relacionamentos interpessoais ou mesmo corporativos. Devido a algumas peculiaridades como diâmetro e coeficiente de aglomeração elevados, podem adicionar artifícios aos resultados da dinâmica. Com intenção de verificar a robustez de resultados, utilizaram-se também topologias de rede com características distintas, como presença de arestas de longas distâncias e variedade de graus, mais próximas às redes sociais observadas empiricamente (KADUSHIN, 2012).

Figura 3 - Primeiras três ordens para vizinhanças de Von Neumann (a) e de Moore (b)

Legenda : O número de vizinhos a cada nova ordem aumenta em quatro e oito agentes, respectivamente.
Fonte : Bruno Vitorio dos Santos , 2013

As redes Mundo-Pequeno (WATTS; STROGATZ, 1998) caracterizam-se por associarem o alto coeficiente de aglomeração típico das redes regulares com um diminuto diâmetro. São obtidas através da religação aleatória com uma probabilidade p de cada aresta. Isto é, cada aresta da rede regular usada como ponto de partida é desfeita com probabilidade p . Sendo o caso, em seguida uma nova aresta é criada ligando um dos agentes recém-desligados a um novo agente aleatoriamente escolhido que ainda não seja seu vizinho. Tal operação gera conexões entre vizinhanças distantes que resultam em grande redução do diâmetro da rede.

A figura 4 apresenta os coeficientes de aglomeração e distâncias médias na rede em função dos valores de p partindo de uma rede regular quadrada. Com intenção de maximizar a diferença entre ambas as métricas, optou-se por utilizar $p = 0,02$ para a geração de redes Mundo-Pequeno.

Figura 4 - Distância média e coeficiente de aglomeração de redes Mundo-Pequeno em função da probabilidade de religação p

Legenda : Os dados estão espaçados de 2 dB, e foram obtidos através da média de propriedades dentre 50 redes para cada valor de p . Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013

Conforme deduzido por Barrat e Weigt (2000), a distribuição de graus para redes mundo pequeno acompanha uma distribuição do tipo Poisson. O valor médio é o valor mais provável, e valores altos ou baixos são similarmente menos frequentes. Nem sempre essa propriedade é encontrada em redes empíricas. À luz de estudos sobre a estrutura de rede dos sistemas autônomos da “*world wide web*”, Barabási e Albert (1999) propuseram o uso de um algoritmo de geração de redes onde a distribuição de graus segue uma lei de potência. Isto é, a probabilidade de um vértice ter grau k é dada por $P(k) = Ak^{-\gamma}$, onde A e γ são constantes. A partir de um grafo completo com m elementos, são inseridos novos vértices com m arestas. A distribuição das novas arestas tem probabilidade proporcional ao grau de cada vértice, caracterizando o que os autores chamaram de “ligação preferencial”.

Nestas chamadas redes livres de escala, o efeito mundo pequeno – alto coeficiente de aglomeração acompanhado por baixa distância média – é também observado, mas o grau médio não é o grau mais comum. Após uma quantidade suficientemente grande de vértices inseridos, a estrutura de rede inicial torna-se irrelevante e o grau médio pode ser aproximado para $2m$, enquanto a probabilidade de que um agente tenha o grau mais frequente é dada por $P(m) \cong 2/(m + 2)$ (MONTEIRO, 2010).

Para a geração das redes livres de escala, optou-se por $m = 2$, preservando-se assim o grau médio $\langle k \rangle \cong 4$ em similaridade à rede regular padrão dos demais testes. O grau máximo médio para os parâmetros utilizados é 164,9, com desvio padrão 35,3, obtidos a partir de 100 redes geradas.

O modelo CODA com assunto único foi comparado a demais modelos de dinâmica de opiniões sobre variadas estruturas de rede por Savoy (2012).

3.4 AVALIAÇÃO DE RESULTADOS

Para avaliar os resultados dos testes apresentados nas seções adiante, foram observadas as mudanças no comportamento das opiniões, ações e importâncias dos agentes. As métricas utilizadas descritas estão descritas a seguir. Antes, uma breve nota sobre a estrutura dos dados que pode facilitar a compreensão de algumas destas métricas.

Para o modelo CODA com múltiplos assuntos, cada agente tem atribuídos dois conjuntos de dados – suas opiniões e importâncias dadas a cada assunto. Ambas as matrizes usam uma estrutura tridimensional semelhante. Ao longo da primeira dimensão estão N linhas, registrando opiniões ou importâncias para cada um de N agentes. As colunas, por sua vez, listam as opiniões ou pesos de cada agente para os M diferentes assuntos em uma simulação. A terceira dimensão das matrizes registra os resultados da dinâmica para diferentes execuções da simulação. As dimensões em que as estatísticas foram tomadas são descritas utilizando este ordenamento: agentes, assuntos, execuções. Com base nos valores padrão apresentados na tabela 1 (Seção 3.2), as matrizes padrão têm tamanho 4096 x 25 x 100.

3.4.1 Opiniões

Conforme descrito na seção 2.3, as atualizações das opiniões dos agentes são computadas através da adição de passos de tamanho a ao logit das probabilidades p , atribuídas por cada agente à proposição de que a opção B é melhor que a opção A em um determinado assunto m . O valor numérico de a é irrelevante para a dinâmica, desde que seja positivo² e igual a b . Por conveniência, optou-se por $a = 1$. Ademais, em todas as simulações as opiniões iniciais foram distribuídas regularmente no intervalo $p_i \in [0,4; 0,6]$, equivalentes ao intervalo $v_i \in [-0,4055; +0,4055]$ em log-odds. Deste modo, as opiniões iniciais são sempre suficientemente brandas para que as opções sejam revertidas em uma única atualização. O arredondamento das opiniões sempre retorna o acumulado de passos tomados, facilitando a visualização dos resultados.

3.4.1.1 Médias

A média das opiniões em um teste é calculada computando as médias nas três dimensões – entre as opiniões dos agentes em um mesmo assunto, entre os diferentes assuntos em uma mesma repetição e entre diferentes repetições. Por simetria, é esperado que essa média seja zero para todos os casos onde não haja inserção de zelotes. Não há, para estes casos, grande significado para a média. No caso da presença destes agentes (ver seção 5.1), as médias apresentadas são, ao invés disso, tomadas das opiniões dos agentes normais e por execução ($\bar{v}_{1,3}$), e referentes apenas ao tema forçado.

3.4.1.2 Desvios padrão – DP

Os desvios padrão das opiniões assumem diferentes significados em função da dimensão em que são calculados. Quando calculados ao longo da primeira dimensão (s_1), referem-se à dispersão das opiniões em um mesmo assunto entre diferentes agentes. O aumento desta medida indica a apartamentação das opiniões, retratando o afastamento entre as

² Isto é, desde que a probabilidade α associada a que A seja a melhor opção quando se observa uma ação A seja $\alpha = P(OA|A) > 0,5$.

posições antagônicas. É, portanto, um bom marcador para a extremação do debate. Não há grande significado no desvio padrão ao longo da segunda dimensão (s_2) ou da terceira (s_3) da matriz de opiniões, dado que a ausência de diferença de significado entre opiniões positivas e negativas. Já o desvio padrão ao longo da terceira dimensão (s_3) das médias das opiniões por agente e por assunto identifica a dispersão dos resultados típicos da simulação entre diferentes execuções.

3.4.1.3 Coeficiente de variação do desvio padrão – CVAR(DP)

O coeficiente de variação de uma amostra é definido como $\hat{c}_v = s/\bar{x}$. Isto é, a razão entre o desvio padrão da amostra e sua média. A vantagem do uso desta medida é facilitar a comparação da flutuação dos desvios padrão em relação a amostras com médias distintas. No contexto deste trabalho, o coeficiente de variação foi calculado sobre os conjuntos dos desvios padrão (s_1). Isto é, $\hat{c}_v = (s_2(s_1))/\langle s_1 \rangle$. É, portanto, uma medida normalizada da dispersão na dispersão de opiniões entre os diferentes assuntos. Quanto maior for, maior é a diferença entre a extremidade das opiniões nos assuntos mais e menos debatidos globalmente.

Uma medida da dispersão de opiniões e importâncias entre os mais e menos debatidos no nível local pode ser obtida ordenando-se os assuntos por importância para o agente antes de calcular o coeficiente de variação dos desvios padrão das opiniões ou pesos.

3.4.1.4 Consenso global

Sob algumas condições, a dinâmica leva os agentes a convergirem para a mesma ação, virtualmente eliminando divergência a respeito do assunto. Como será visto adiante, no entanto, a maneira assimétrica como as atualizações se distribuem entre os diferentes assuntos pode levar a enormes quantidades de atualizações antes que um assunto seja selecionado em determinado local. Com isso, enquanto a dinâmica pode estar claramente encaminhada a consenso total, este pode não ser atingido em tempo hábil de simulação. Optou-se, portanto, por considerar consenso global qualquer caso onde ao menos 99% dos agentes tomam a mesma ação.

3.4.2 Importâncias

Assim como as opiniões, a matriz de importâncias também foi atualizada com passos de tamanho 1. Diferentemente do outro caso, a atualização de importância é sempre aditiva. Exceto para o teste de pesos iniciais (Seção 4.4), os assuntos sempre tiveram pesos iniciais $\omega_0 = 0,02$. Deste modo, a parte inteira do peso de um agente sempre representa a quantidade de vezes em que ele foi influenciado no assunto em questão. A fim de preservar a relação entre importância e quantidade de atualizações, as estatísticas foram calculadas após a subtração dos pesos iniciais ω_0 da matriz de importâncias.

3.4.2.1

O modo como o modelo foi definido, com o tempo contado em passos de Monte Carlo e com incrementos constantes nos pesos para os assuntos selecionados leva a média dos pesos após t passos a ser de t/M . Flutuações são observadas entre os diferentes assuntos, e são de interesse no caso de assuntos específicos forçados ou evitados (ver seção 5). Nestes casos, a média apresentada refere-se a estes temas diferenciados. Pode-se inferir que a média dos demais assuntos, nestes casos, é $\bar{\omega} = t/M - \frac{\bar{\omega}_{1,3} - (t/M)}{M-m}$, onde m é a quantidade de temas componentes da média apresentada.

3.4.2.2 Desvios padrão – DP

Assim como ocorrido para opiniões, os desvios padrão s das importâncias assumem diferentes significados em função da dimensão em que são calculados. Quando calculados ao longo da primeira dimensão (s_1), referem-se à dispersão das importâncias em um mesmo assunto entre diferentes agentes. O aumento deste número indica o grau de diferença entre as preferências pelo assunto no nível local. Tomado ao longo da segunda dimensão (s_2) da matriz de importâncias, o desvio padrão representa o grau de diferenciação entre os diferentes temas para cada agente em uma mesma execução do modelo. Estima, portanto, a diferença entre os assuntos mais e menos importantes localmente. Tomado sobre as médias na primeira dimensão das importâncias, ($s_2\langle\omega\rangle_1$), indicam o grau de distinção dentre as importâncias dos assuntos em nível global. Já ao longo da terceira dimensão (s_3), o desvio padrão das médias

das opiniões e importâncias identifica a dispersão dos resultados típicos da simulação entre diferentes execuções.

3.4.2.3 Coeficiente de variação do desvio padrão – CVAR(DP)

Medida similar aos coeficientes de variação dos desvios padrão das opiniões. Para as importâncias, permite identificar a dispersão de importância entre diferentes temas. Assim, o aumento de CVAR(DP) revela quão diferente é a dispersão de importâncias entre assuntos.

3.4.3 Análise local

3.4.3.1 Importâncias ordenadas

Para comparar as características do modelo quando tomadas no nível local, foi utilizado o mecanismo de ordenar assuntos por importância para cada agente. É gerado um vetor contendo a lista de assuntos em ordem crescente de peso. Com isso, é possível comparar como se comportam os agentes nos assuntos de acordo com a relevância local, calculando as médias e desvios padrão para opiniões e importâncias levando em consideração localidade.

3.4.3.2 Proporção de consenso local

A proporção de consenso local permite avaliar o grau de segregação entre agentes tomando diferentes ações na dinâmica. Quantifica a probabilidade de que uma iteração reforce a opinião já mantida pelo agente atualizado. Na medida em que os agentes interagem, suas opiniões movem-se na direção das ações mais frequentemente observadas. Decorre convergência de ações em nível local, no processo chamado de *coarsening*. A proporção de consenso local em um determinado assunto é dada por

$$\varphi = \frac{1}{I} \sum_i \frac{1}{J_i} \sum_{j=1}^J \delta_{\text{sign}(v_i), \text{sign}(v_j)},$$

onde $\delta_{a,b}$ é uma função delta de Kronecker³ para a ação de cada agente i e a de cada um de seus J vizinhos. Posto em termos simples, trata-se da média da proporção de vizinhos de um agente que tomam a mesma ação que ele em dado assunto.

3.4.4 Maiorias

Trata-se por “maioria” a proporção de agentes tomando a ação majoritária em um determinado assunto. Essa métrica é importante para avaliar o impacto dos parâmetros e estratégias sobre as votações. Em modelos de votação do tipo maioria simples – eleições para cargos executivos, por exemplo – influenciar o tamanho das maiorias pode ser o resultado mais importante.

3.4.4.1 Médias

As médias das maiorias são calculadas entre diferentes assuntos e execuções, exceto para os casos com temas diferenciados. Nestes, considerou-se somente o subgrupo de interesse entre os assuntos.

3.4.4.2 Desvios padrão

Para os casos onde há simetria entre assuntos, o desvio padrão apresentado é a média entre os desvios padrão das maiorias de diferentes assuntos em uma mesma execução $\langle s_2 \rangle$. Havendo um único assunto diferenciado (forçado ou evitado), o desvio padrão é calculado entre diferentes execuções $\langle s_3 \rangle$.

3.4.5 Ações +1

Caso haja simetria entre as opções A e B, é adequado apresentar os dados de maioria ignorando qual das opções é a preferida. No entanto, para os casos onde houver assimetria

³ $\delta_{a,b} = \begin{cases} 0, & \text{se } a \neq b \\ 1, & \text{se } a = b \end{cases}$

entre as opções, a informação de qual a proporção de agentes com ações +1 pode vir a representar mais adequadamente as transformações no sistema. As ações +1 são calculadas em um mesmo tema e execução, e dadas por

$$A_{+1} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n s_i + 1$$

onde s_i é a ação de cada um dos n agentes no assunto em questão.

3.4.6 Tabelas de apresentação

Os resultados da dinâmica sob diferentes condições estão apresentados nas seções 4 e 5. A apresentação inicial dos dados para cada teste foi feita utilizando-se uma tabela padrão, contendo as seguintes informações:

- Média das opiniões.
- Média dos desvios padrão (s_1) das opiniões.
- Média dos coeficientes de variação dos desvios padrão $\hat{c}_v(s_1)$ das opiniões.
- Média das importâncias.
- Média dos desvios padrão (s_1) das importâncias.
- Média dos coeficientes de variação dos desvios padrão $\hat{c}_v(s_1)$ das importâncias.
- Média das maiorias.
- Média dos desvios padrão (s_2) das maiorias.

As interpretações de cada um destes valores foram expostas anteriormente. Eles permitem um diagnóstico preliminar das influências de parâmetros e condições sobre a dinâmica. Demais métricas são apresentadas caso a caso, conforme forem relevantes.

3.4.7 Distribuição acumulada

Enquanto o uso de médias e desvios padrão permite descrever em linhas gerais as características de uma amostra, diversas informações sobre a distribuição dos dados são perdidas na obtenção destas estatísticas. Em alguns dos casos onde a forma da distribuição ajuda a ressaltar efeitos sobre o comportamento do modelo, optou-se por apresentar gráficos com as distribuições obtidas.

A função distribuição acumulada descreve a distribuição de probabilidades para uma variável aleatória, e é definida para uma variável aleatória X como $F(x) = P(X \leq x)$. Para situações onde não se conhece a verdadeira função distribuição acumulada, a distribuição empírica pode ser usada como um estimador não-enviesado e convergente com probabilidade 1 (VAN DER VAART, 1998). A função distribuição empírica é dada por

$$\hat{F}_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x_i \leq t],$$

onde x_i é o i -ésimo elemento da amostra e [...] são conchetes de Iverson⁴. Posto de outro modo, a função distribuição empírica é proporção de elementos na amostra iguais ou menores ao valor de entrada.

3.4.8 Percentis

Percentis são um subgrupo da função quantil, que é inversa à distribuição. O p -ésimo percentil é a medida estatística que indica o valor abaixo do qual $p \times 100\%$ das observações em uma amostra ou distribuição são encontrados. Por exemplo, 37% dos elementos em um grupo são inferiores ao seu 37º percentil. Os valores foram calculados usando a função “prctile” do MATLAB. Segundo a documentação, o algoritmo utilizado segue os passos abaixo:

1. Os n valores ordenados do vetor X são tomados como os percentis $100(0,5/n)$, $100(1,5/n)$, ..., $100([n-0,5]/n)$;
2. Interpolação linear é utilizada para calcular os percentis para valores entre $100(0,5/n) \leq p \leq 100([n-0,5]/n)$;
3. Os valores mínimos e máximos são respectivamente atribuídos aos valores acima ou abaixo deste intervalo (PERCENTILES, 2013).

Os percentis foram utilizados para descrever as caudas das distribuições de opiniões e importâncias. O uso de valores máximos ou mínimos pode levar a distorções grosseiras pela presença de *outliers*, isto é, pontos numericamente muito distantes do resto das observações.

⁴ $[P] = \begin{cases} 1; & \text{se } P \text{ for verdadeiro;} \\ 0; & \text{em caso contrário.} \end{cases}$ (KNUTH, 1992).

Percentis, por outro lado, garantem maior fidelidade às propriedades da distribuição por considerarem a ordenação entre todos os valores do conjunto.

3.4.9 Coeficiente de determinação – R^2

O coeficiente de determinação é uma medida do ajuste de uma curva a um conjunto de observações. Seu valor varia entre 0 e 1, e mede quão bem as observações são replicadas pelo modelo proposto (VAN DER VAART, 1998). O cálculo de R^2 para uma regressão linear simples se dá por

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_i (y_i - f_i)^2}{\sum_i (y_i - \bar{y})^2},$$

onde y_i é cada um dos valores medidos e f_i é o valor correspondente obtido do modelo para mesma a entrada. Para o ajuste de retas com um único parâmetro, se um intercepto for incluído, então o poder explicativo do modelo linear é o quadrado de R^2 . Por exemplo, um R^2 de 0,7 indica que o modelo linear é capaz de explicar 49% da variação nos dados. Valores acima de 0,8 são considerados correlações fortes.

3.5 DESCRIÇÃO DO MODELO

O modelo proposto é descrito a seguir utilizando o protocolo ODD (Overview, Design concepts, Details) para descrição de modelos baseados em agentes ou indivíduos (GRIMM et al., 2006; 2010). Apesar de partes da descrição serem redundantes com outras partes do trabalho, considerou-se adequado manter as informações encadeadas de forma concisa seguindo completamente os sete elementos do protocolo.

- **Propósito**

O modelo presta-se a investigar os impactos da disponibilidade de múltiplos assuntos selecionados pelos agentes através de um mecanismo de ligação preferencial sobre a persistência de antagonismo e o surgimento de opiniões extremas durante a dinâmica das opiniões em simulações do modelo CODA.

- **Entidades, variáveis de estado e escalas**

O modelo é composto por agentes que representam indivíduos que interagem socialmente com seus vizinhos. Cada agente i é caracterizado por dois vetores m -dimensionais, um registrando suas opiniões, e outro, as importâncias dadas a cada um de m assuntos; um vetor que lista seus vizinhos j , isto é, os agentes com quem i pode interagir; e um número que identifica a posição do agente na matriz.

Em cada assunto existe uma opção binária entre duas ações: A ou B. Estas ações podem representara opçãoentre um ou outro candidato em uma eleição, comprar produtos de uma ou outramarca, viajar para um ou outro destino, frequentar um ou outro restaurante entre outras possibilidades. Os agentes decidem suas ações baseados na opinião que têm acerca de qual das duas alternativas é melhor.

A opinião p_m de um agente i em um assunto m é a probabilidade atribuída por i à afirmação de que a opção A é superior à opção B neste assunto. As opiniões de um agente em cada um dos m assuntos são independentes.

A importância ω_m dada por um agente i a um assunto m mede o peso relativo daquele assunto frente aos demais na preferência de i . Inicialmente, todos assuntos têm mesma importância. Ao longo da dinâmica, quando um assunto é selecionado para uma interação, há um incremento da importância dada a ele, aumentando a chance de seja novamente selecionado no futuro. Este mecanismo de ligação preferencial gera retroalimentação nas importâncias.

Não há mobilidade de agentes. As vizinhanças permanecem inalteradas ao longo da dinâmica. Há, portanto, certa redundância de funções entre o local e o agente. O agente i ocupa a posição i da matriz. Para teste utilizando estrutura de rede regular, os sítios vizinhos à locação i são também os agentes vizinhos de i , observadas condições periódicas de contorno. Para demais estruturas de rede⁵, a lista de vizinhos é definida antes de início da dinâmica.

Nas simulações padrão, a quantidade de agentes foi de 4096, posicionados em uma rede toróide de 64 x 64 agentes. O tempo foi representado discretamente e representa o intervalo de tempo de uma interação social. A escala de tempo das simulações não foi pensada como representando uma escala real de tempo. Não tem, portanto, um correspondente

⁵Ver seção 3.3.

adequado em unidades de tempo cotidianas. As simulações tipicamente rodadas até $t = 1000$ passos de Monte Carlo.

- Panorama de processos e encadeamentos

No modelo, agentes são influenciados em interações sociais com seus vizinhos de duas formas: o assunto trazido pelo vizinho ganha destaque, tendo sua importância para o agente aumentada; e a opinião do agente é movida em direção à ação tomada pelo vizinho no assunto.

A cada passo, um agente i seleciona um agente j dentre seus vizinhos. Em seguida, um assunto é escolhido para discussão através de um sorteio onde os m assuntos são ponderados pelo vetor de importâncias do agente j . Então, o agente i aumenta em +1 a importância dada ao assunto selecionado e move sua opinião nele um passo em direção à A ação A ou B, preferida por j .

O pseudocódigo básico do modelo é apresentado no Apêndice A. Alterações foram implementadas a cada teste, conforme necessárias.

- Conceitos do design

Princípios Básicos

O modelo pressupõe que os agentes possuam acesso às ações discretas tomadas por seus vizinhos, sem que saibam suas opiniões reais. São influenciados pela decisão observada, não pela opinião que a fundamentou. Assim, um agente com opinião já bastante firme em um assunto pode tê-la reforçada por influência de outro cuja opinião é mais branda que a sua. As opiniões são atualizadas seguindo uma regra bayesiana com base nas observações das ações em sua vizinhança.

Além disso, é pressuposto que indivíduo escolham para o debate assuntos que considerem mais importantes. Ao observar os vizinhos dando atenção a um tema, o agente atualiza sua percepção da importância dele. O incremento foi convenientemente definido +1, dado que sua medida só é relevante em relação aos pesos iniciais.

- Emergência

Todos os agentes iniciam como opiniões brandas em todos os assuntos e com importâncias idênticas. O surgimento de opiniões extremas se dá através de repetidas influências na mesma direção e concentradas em um mesmo assunto. Ambos aspectos são determinados ao longo das interações. Extremidade de opiniões e a distribuição de importâncias são, portanto, modeladas como propriedades emergentes do modelo.

- Percepções

Os agentes sabem quais são seus vizinhos. A estrutura de rede é fixa e imposta como condição inicial a cada simulação, e registrada numa lista de vetores contendo os vizinhos de cada agente. Durante a interação, o agente tem acesso ao assunto escolhido pelo vizinho selecionado para a interação e à ação tomada por ele.

- Estocasticidade

A seleção do agente e de seu vizinho são feitas através de um sorteio equiprovável. A seleção do tema é feita em um sorteio ponderado pelo vetor de importâncias do vizinho selecionado.

O uso de componentes aleatórias permite descartar dos resultados possíveis artefatos da determinação de interações. Nem todos os agentes têm a mesma quantidade de interações sociais. Nem todos os agentes influenciam seus vizinhos com a mesma frequência.

- Observações

São feitos dois tipos de observações. O primeiro é composto por observações ao longo da dinâmica, registrados a cada passo de Monte Carlo. São elas tamanho das maiorias em cada assunto, média e desvio padrão das opiniões em cada assunto, média e desvio padrão das importâncias de cada assunto e quantidade de mudanças de ação ao longo do último passo de Monte Carlo.

O segundo tipo de observação são as condições finais do modelo. Os dados registrados incluem importância dada por cada agente a cada assunto, opinião de cada agente em cada assunto, vetores de vizinhanças e (caso presentes no teste) lista de agentes especiais (zelotes ou evitadores).

- Inicialização

Na condição inicial da simulação, cada agente tem definido seu vetor de vizinhos. Todos os $M = 25$ assuntos têm mesma importância inicial $\omega_0 = 0,02$. Este valor foi escolhido para que houvesse um impacto inicial forte após as primeiras interações sem que houvesse domínio da dinâmica. A chance de que o assunto atualizado na primeira interação volte a ser escolhido quando for vez do agente selecionar o assunto é de 52%.

As opiniões estão localizadas em distribuição regular no intervalo $p_i \in [0,4; 0,6]$, correspondente a $v_i \in [-0,4055; +0,4055]$. Dado o valor escolhido $a = b = 1$, isto significa que todos os agentes iniciam a dinâmica a uma única observação de trocarem de ação.

- Input de Dados

Não foram utilizados dados empíricos na formulação deste modelo.

- Submodelos

Opiniões

A atualização das opiniões é feita utilizando-se de uma transformação reversível das opiniões: os log-odds ou $\text{logit}(p_m) = v_m = \ln\left(\frac{p_m}{1-p_m}\right)$. As ações são tomadas pelos agentes com base nestes valores. Se $p_m > 0,5$ ou, equivalentemente, $v_m > 0$, o agente i toma a ação A. Caso contrário, i toma a ação B.

Um parâmetro a descreve o incremento a v_m caso uma ação A seja observada. O valor de a corresponde a $a = \ln\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)$, onde $\alpha = P(OA|A)$ que cada agente designa à observação OA da opção de um vizinho quando A é de fato a melhor alternativa. Um parâmetro similar, b , é definido como $b = \ln\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right)$, onde $\beta = P(OB|B)$. Quando uma ação B é observada, a opinião v_i é atualizada com um passo de tamanho b . Valores diferentes para a e b representam um viés dos agentes ao avaliar evidências para diferentes ações.

Sendo $\alpha = \beta > 0,5$, observações em contrário acabam por anular-se. Os valores tornam-se simétricos e pouco relevantes. Neste caso, é adequado definir $a = b = 1$. Assim, o logit da opinião de um agente equivale à “quantidade de observações em contrário para reversão da atual ação” e ainda ao “acumulado de OA menos OB” ao longo da dinâmica.

Importâncias

As importâncias iniciais são idênticas para todos os assuntos. O valor escolhido $\omega_0 = 0,02$ só é relevante em comparação ao valor do incremento, que por simplicidade foi escolhido +1. Assim, o componente inteiro da importância de um assunto corresponde ao número de vezes que ações referentes àquele assunto foram observadas pelo agente. Ao ser selecionado para a interação com um de seus vizinhos, o agente seleciona o assunto com probabilidades ponderadas pelo seu vetor de importâncias. Assim, a probabilidade que o assunto m seja selecionado pelo agente i é dada por

$$P(m) = \frac{\omega_{i,m}}{\sum \omega_i}$$

onde ω_i é o vetor de importâncias de i .

A regra de atualização de importâncias gera um mecanismo de ligação preferencial, onde os assuntos mais discutidos em um momento têm mais chance de serem escolhidos no futuro, retroalimentando assim sua importância.

Esta formulação proposta do CODA com múltiplos assuntos conduz a dinâmica a resultados não triviais quanto às distribuições opiniões e importâncias dos assuntos. A seguir, estão destacadas algumas das principais características emergentes da dinâmica proposta.

3.5.1 Distribuição espacialmente assimétrica de importâncias

Partindo de opiniões iniciais brandas e pesos idênticos, a dinâmica gera preferências locais por alguns assuntos. A atualização de importância dos assuntos, utilizada como vetor de pesos, é feita somando-se uma constante. Na medida em que as importâncias aumentam, a constante somada torna-se cada vez menor e menos relevante em relação aos valores já acumulados. Ao invés de uma explosão retroalimentada na importância local de um tema, há em tempo estabilização.

A figura 5 contrapõe a progressão dos pesos na rede como um todo à progressão dos pesos listados em ordem de preferência local. A diferença na proporção entre máximos e mínimos de ambos os conjuntos (Figura 6) aponta para a existência de grandes assimetrias no nível local – onde os temas mais debatidos recebem dezenas de vezes mais atenção do que os menos debatidos – mas que, em boa parte, as importâncias aproximam-se para o conjunto da rede. Isto é, cada tema pode ser o mais ou o menos debatido em partes da rede, bem como qualquer ocupar qualquer ordinalidade intermediária. Deste modo, a proporção entre os temas mais e menos debatidos globalmente é muito menor do que a variação local – de apenas aproximadamente 40% após 4000 passos de Monte Carlo. Em ambos os casos, observa-se estabilização após um período de relativa volatilidade inicial nas proporções.

Não havendo um assunto em destaque globalmente, os histogramas das opiniões evoluem de modo similar para todos eles. A tabela 2 lista opiniões e importâncias percentuais ordenadas local e globalmente, obtidas para $t = 4000$, $M = 25$ e ao longo de 100 execuções, e ainda as proporções de consenso local. Há marcado crescimento dos desvios padrão das opiniões, bem como nas médias de importâncias relativas para ambos os ordenamentos e também para as proporções de consenso. Os coeficientes de variação para os desvios padrão das opiniões mantêm-se abaixo de 3% para ordenamento local e de 5% para ordenamento

global (dados não apresentados). Em ambos os casos, há forte linearidade entre os desvios padrão das opiniões e as importâncias dos temas – com coeficientes angulares de aproximadamente 35 e 45,5 para ordenamentos local e global, respectivamente. Não há tendência perceptível para as maiorias ordenadas por importância global.

Figura 5 - Progressão dos pesos relativos para temas ordenados globalmente (acima) e dos pesos ordenados por importância local para cada agente (abaixo) no modelo CODA ao longo de 100000 passos de Monte Carlo. Para ambas as medidas, há estabilização após um período inicial de relativa volatilidade

Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013

Figura 6 - Pesos relativos de assuntos ordenados por importância local e global após 4000 passos de Monte Carlo

Legenda : No nível local, o assunto mais frequente recebe cerca de 30 vezes mais atenção que o assunto menos debatido. Enquanto isso, a diferença entre os assuntos mais e menos frequentes globalmente é de aproximadamente 40%. Fonte : Bruno Vitorio dos Santo, 2013.

Tabela 2 - Opiniões e Importâncias percentuais, proporções de consensos locais, e maiorias para assuntos ordenados local ou globalmente por importância crescente, tomadas após $t = 4000$ passos

Tema	Opinião			Importância			Consenso			Maioria	
	Local		Global	Local		Global	Local		Global	Global	
	D.Padrão	D.Padrão		Média	D.Padrão		Média	D.Padrão		Média	D.Padrão
1	15,3	155,4	0,413	0,015	3,357	0,142	0,806	0,005	0,540	0,027	
2	23,6	162,2	0,681	0,018	3,515	0,102	0,833	0,004	0,538	0,029	
3	31,0	164,4	0,911	0,021	3,587	0,082	0,846	0,004	0,538	0,029	
4	38,1	166,9	1,127	0,022	3,648	0,071	0,856	0,004	0,539	0,029	
5	45,0	169,1	1,335	0,022	3,698	0,065	0,863	0,004	0,534	0,028	
6	52,1	170,6	1,542	0,022	3,736	0,061	0,868	0,003	0,538	0,030	
7	59,2	172,3	1,751	0,023	3,774	0,056	0,874	0,003	0,536	0,028	
8	66,6	174,5	1,964	0,023	3,815	0,050	0,878	0,003	0,539	0,028	
9	74,2	176,4	2,184	0,022	3,849	0,047	0,882	0,004	0,534	0,026	
10	82,2	176,9	2,411	0,022	3,880	0,046	0,886	0,003	0,534	0,023	
11	90,6	178,6	2,649	0,022	3,912	0,047	0,890	0,003	0,537	0,027	
12	99,5	179,4	2,900	0,022	3,946	0,049	0,893	0,003	0,538	0,030	
13	109,0	180,9	3,165	0,022	3,981	0,052	0,897	0,003	0,537	0,027	
14	119,3	183,4	3,448	0,022	4,018	0,047	0,901	0,003	0,532	0,029	
15	130,3	183,7	3,754	0,021	4,059	0,043	0,904	0,003	0,536	0,025	
16	142,5	185,2	4,087	0,021	4,092	0,047	0,908	0,003	0,537	0,027	
17	155,9	186,7	4,453	0,021	4,136	0,052	0,911	0,004	0,537	0,025	
18	171,1	189,3	4,862	0,022	4,178	0,054	0,914	0,003	0,540	0,030	
19	188,2	190,1	5,326	0,024	4,216	0,059	0,918	0,003	0,541	0,030	
20	208,3	192,9	5,863	0,027	4,256	0,064	0,921	0,003	0,542	0,034	
21	232,6	194,4	6,504	0,031	4,305	0,078	0,926	0,004	0,537	0,033	
22	263,1	197,4	7,302	0,037	4,366	0,086	0,930	0,003	0,538	0,030	
23	303,9	200,0	8,356	0,052	4,439	0,097	0,935	0,003	0,539	0,029	
24	366,0	204,1	9,932	0,085	4,541	0,129	0,941	0,003	0,540	0,031	
25	495,6	209,3	13,081	0,186	4,699	0,198	0,950	0,003	0,536	0,029	

Legenda : Valores obtidos a partir de 100 execuções. Enquanto localmente alguns assuntos são mais de 30 vezes mais importantes que outros, essa dominância não se estabelece globalmente. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

3.5.2 Persistência de opiniões “imaturas”

No modelo CODA com assunto único, uma vez passada a etapa inicial de assentamento, as opiniões divergem no tempo a partir da opinião neutra na proporção da

concordância do agente com seus vizinhos.⁶ O resultado típico do “amadurecimento” das opiniões pode ser observado na figura 2, e caracteriza-se pelo aparecimento de cinco picos distintos no histograma de opiniões, referentes às possibilidades de composição de vizinhanças. No entanto, este resultado não é plenamente obtido para o modelo proposto. Alguns assuntos assumem probabilidades baixíssimas de seleção no nível local. Com isso, as opiniões nestes temas e regiões da rede ficam relegadas à imaturidade – próximas à opinião inicial, com importância reduzida e distribuídas de modo aproximadamente regular ao longo do intervalo $v_m \in [-\omega_m; +\omega_m]$, mesmo após milhares de passos de Monte Carlo.

A figura 7 apresenta a dispersão dos pesos e opiniões em um tema após 4000 passos. Estão representadas ainda as retas $v_i \sim S\omega(i)$, onde $S \in \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$, referentes às opiniões esperadas para longas exposições a vizinhanças estáveis. Para a primeira ordem de vizinhança de Von Neumann, existem cinco possibilidades de composição de vizinhanças entre ações A e B. Clusters de agentes nestas condições podem ser identificados visualmente, e localizam-se no entorno das retas. Estão representados ainda os histogramas de opiniões para diferentes faixas de importância. Há uma marcada mudança de feição na distribuição de opiniões com o aumento das importâncias que ilustra a persistência de “imaturidade” nas opiniões, mesmo após 800 atualizações médias por tema para cada agente.

⁶ Ver seção 2.3.

Figura 7 - (acima) Dispersão de importâncias e opiniões (em números de passos a partir de $p = 0,5$) após $t = 4000$ passos de Monte Carlo; (abaixo) Histogramas de opiniões para diferentes faixas de pesos. $M = 5$

Legenda : As retas em vermelho correspondem $ax = Sy$, onde $S \in \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$. Cada ponto representa um par de peso e opinião para um mesmo tema. As linhas pontilhadas marcam, de baixo para cima, os limiares de peso 200, 500, 1000 e 1500. Os histogramas das opiniões para os agentes nas classes delimitadas por estas linhas estão representados na parte inferior da figura, respectivamente da esquerda para a direita e reproduzem o padrão para diferentes graus de amadurecimento no modelo CODA. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

3.5.3 Maior *coarsening* em assuntos mais debatidos

Os assuntos com importância local baixa acabam detidos em um estado “imaturo”, decorrente da menor quantidade de oportunidades de influência entre os agentes. Por outro lado, nos assuntos localmente mais debatidos, e especialmente nos passos iniciais da dinâmica, as influências entre agentes encarregam-se de criar consenso local nos assuntos mais frequentes.

As proporções de consenso, isto é, as proporções médias de vizinhos que concordam com a ação de um agente crescem com a importância atribuída ao assunto. Assim, quanto menos debatido um assunto, maior a probabilidade de divergência local. Estes resultados estão listados na tabela 2. Para o tema menos debatido, há uma proporção aproximada de 0,8

de consenso local – o que implica em uma expectativa de que haja desacordo em 1/5 das interfaces. Para o mais debatido, no entanto, a proporção é de 0,95. Há desacordo em apenas 1/20 das interfaces – quatro vezes menos do que no assunto menos frequente localmente.

Diferentes estágios ao longo do processo de *coarsening* podem ser visualizados na figura 1, na seção 2.3. Interpretações possíveis são que vizinhos tendem a concordar mais nos assuntos mais importantes e que a dinâmica social impõe menor pressão em assuntos considerados menos relevantes, permitindo assim a persistência de divergência.

Coarsening resultante de interação social pode ainda estar associado a um viés de avaliação de normas sociais conhecido na psicologia social como efeito de falso consenso (BAUMAN; GEHER, 2002). Indivíduos tendem a superestimar o grau de representatividade de suas próprias características, crenças e opiniões frente à sociedade a que fazem parte. Conforme visto na tabela 2 e adiante, na seção 4, as majorias não são substancialmente afetadas pela importância global do assunto. Mesmo nos assuntos menos relevantes, uma proporção de consenso local de 80% é muito exagerada em relação às majorias de aproximadamente 53,7%. Parece fácil perceber como um agente imerso em consenso maior a 80% assumiria estar na maioria global. As consequências do efeito de falso consenso foram reduzidas com sucesso após o uso de vídeos expondo os participantes da pesquisa a vídeos apresentando opiniões contrárias às suas, sugerindo que o problema não seja um viés de origem cognitiva, mas sim de um viés de amostragem.

3.5.4 Importância, consenso local e extremidade de opiniões

Dada a natureza das atualizações no modelo, é de se esperar que as opiniões mais extremas estejam onde nas vizinhanças onde o assunto é mais frequente. No entanto, não necessariamente uma interface onde um assunto tenha grande importância apresenta opiniões extremas. A interface representada na figura 8 mostra um caso onde agentes com alta importância $\omega(m)$ atribuída a um assunto poderiam manter opiniões mais brandas do que alguns de seus vizinhos que atribuam importância menor ao mesmo assunto.

Os agentes destacados ao centro são reforçados em +0,5 e -0,5 passos em direção a opinião A a cada atualização por conta de suas vizinhanças AAAB e AB BB, respectivamente. Seus vizinhos marcados em pontilhado e opostos à interface destacada, no entanto, estão imersos em vizinhanças de consenso AAAA e BB BB, recebendo assim constantes reforços

nas opiniões já mantidas. Mesmo que os agentes pontilhados atribuam ao assunto representado uma importância menor do que os agentes destacados ao centro, estes não têm suas opiniões abrandadas por ações contrárias.

Tornando o olhar à figura 7, fica claro que as opiniões mais extremas acompanham a importância dada ao assunto. Ainda assim alguns dos agentes que tratam do assunto recorrentemente estão em interfaces AAAB, AABB ou AB BB, e apresentam opiniões proporcionalmente abrandadas. Alta importância em um assunto é, portanto, condição necessária, mas não suficiente para que um agente tenha opinião extremada a seu respeito. Faz-se primordial também que haja consenso local.

Figura 8 - Agentes podem ter opinião intermediária mesmo em um assunto a que atribuem alta importância

Legenda : Na interface destacada ao centro, os agentes são reforçados em relação às opiniões que já mantêm por três dos vizinhos, mas abrandados pelo vizinho opositor em $\frac{1}{4}$ das interações. Em média, cada interação os reforça em $\pm \frac{a}{2}$ na opinião já mantida. Já os agentes marcados em pontilhado estão imersos em regiões de consenso, e são reforçados em $\pm a$ nas suas opiniões a cada interação. Os agentes pontilhados precisam, portanto, de metade das atualizações no assunto para manterem uma opinião de similar extremidade. Importância elevada e consenso local combinados geram as opiniões mais extremas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A figura 9 apresenta exemplos das distribuições espaciais na rede das importâncias, opiniões e ações em um tema. É possível observar a correspondência entre consenso local (c) e importância elevada (a) com as opiniões mais extremas (b).

A ideia de que opiniões extremas surgem aninhadas em vizinhanças de consenso abre espaço para algumas colocações. Isto propõe que exposição à divergência pode ser um

mecanismo não só de aumento de coesão social, mas também de prevenção de extremismos. Escolas com alunos de diferentes etnias, religiões ou mesmo classes sociais poderiam ser de grande valor para amenizar opiniões em temas importantes e, portanto, propensos a opiniões extremas.

Como já comentado anteriormente, a exposição a ideias divergentes, ainda que por meios não presenciais, pode levar a amenização do efeito de falso consenso e de consequentes erros de avaliação de normas sociais. A alternativa – tentar dispersar a importância de um assunto – pode ser buscada de algumas formas. O estudo do espaço paramétrico do modelo, inclusive avaliando impactos sobre extremidade de opiniões e dispersão de importâncias, será apresentado na seção seguinte.

Figura 9 - Distribuição de (a) importâncias, (b) opiniões e (c) ação preferencial para um mesmo assunto. $t = 5000, N = 4096, M = 5$

Legenda : Opiniões extremas (b) correspondem a áreas de alta importância em (a) e regiões de consenso local (c), como (7;14), (38;6) e (63;52). É possível observar opiniões abrandadas, mesmo que com importâncias elevadas (a) em áreas de divergência de ações como (50,15) ou (32;50). Por fim, existem baixos de importância (a) associados a opiniões brandas em (b), como em (62;3), (28;36) ou (4;55). Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

4 TESTES DE PARÂMETROS

A fim de estudar as propriedades do modelo CODA ligação preferencial entre diferentes assuntos, propôs-se uma série de testes exploratórios. Os testes foram divididos em dois grupos. No primeiro, são exploradas as respostas do modelo às variações em diferentes elementos: parâmetros, estrutura de rede, opções de estrutura do código e condições iniciais. Os resultados são apresentados nesta seção. No segundo grupo de testes, cujos resultados são apresentados na seção 5, são observados os efeitos de variantes: agentes, estratégias, temas ou condições diferenciados.

4.1 QUANTIDADE DE AGENTES

Enquanto a forma toróide da rede visa minimizar efeitos de borda, não é suficiente para eliminar efeitos da finitude da rede. O impacto da quantidade de agentes sobre as opiniões, importâncias e maiorias finais foi estado. Mantendo-se constante a quantidade média de atualizações por agente, o número de agentes nas simulações foi alterado. Simulou-se o modelo para $n = \{64; 256; 1024; 4096; 16384\}$. As estatísticas dos resultados estão apresentadas na tabela 3. Os desvios padrões das opiniões apresentam uma pequena tendência de crescimento, acompanhada por comportamento similar nos desvios padrão das importâncias. A razão entre os conjuntos de valores mantém-se próxima a 0,75.

Coefficientes de variação dos desvios padrão de opiniões e importâncias, bem como maiorias apresentam decréscimos aproximadamente proporcionais à raiz quadrada do aumento na quantidade de agentes. Na medida em que se aumenta a quantidade de agentes, obter uma mesma maioria dependeria de uma flutuação proporcional ao aumento da população. No entanto, a esperança da dispersão cresce proporcional a $\sqrt{n}$. Aponta assim um comportamento estável em relação à variável quantidade de agentes. As importâncias relativas ordenadas localmente permanecem inalteradas, com médias variando na ordem dos décimos de milésimos.

Quanto às maiorias, há aumento das maiorias associado à diminuição de n . Para $n = 64$, consenso é atingido em uma média de 24,48% dos temas. Há diminuição nos desvios padrão de opiniões, associada ao aumento das maiorias e à consequente emergência de consensos. Este resultado será novamente observado adiante, nos testes com grafos completos

(Seção 4.2) ou vizinhanças aumentadas (Seção 4.3). Nenhum consenso foi atingindo no tempo simulado para os demais valores de n .

Tabela 3 - Estatísticas para diferentes quantidades de agentes

n	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
64	-0,498	29,754	0,596	40	22,680	0,538	0,808	0,165
256	-0,504	43,001	0,317	40	32,201	0,312	0,647	0,103
1024	-0,167	46,789	0,155	40	35,131	0,158	0,570	0,052
4096	-0,084	47,744	0,077	40	35,859	0,081	0,535	0,026
16384	0,013	47,949	0,039	40	36,012	0,041	0,517	0,013

Legenda : Valores tomados após $t = 1000$ passos e em 100 execuções. O incremento no desvio padrão das opiniões e importâncias, bem como diminuição nas maiorias acompanham $\sqrt{n}$. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Uma possível interpretação destes resultados é que grupos de discussão maiores dificultam a obtenção de consensos, mesmo que a discussão seja proporcionalmente prolongada. O aumento da flutuação estatística também leva grupos maiores a gerarem indivíduos opiniões com mais extremas, dadas as aumentadas chances de que um mesmo agente seja reforçado além da quantidade esperada de vezes. Este efeito, no entanto, é diminuto e parece acompanhar a raiz quadrada da quantidade de agentes.

4.2 ESTRUTURA DE REDE

Foram executadas simulações utilizando as seguintes estruturas de rede:

- Rede regular quadrada com vizinhança de Von Neumann.
- Rede regular quadrada com vizinhança de Moore.
- Rede Mundo-Pequeno.
- Rede Livre de Escala.
- Grafo completo.

As características das diferentes estruturas foram descritas na seção 3.3. Para as redes regulares quadradas com vizinhança de Von Neumann, Mundo-Pequeno e Livre de escala, a média de vizinhos para cada agente é quatro. Na rede regular com vizinhança de Moore cada agente tem oito vizinhos. No grafo completo, cada agente é vizinho de todos os demais. Os resultados das simulações são apresentados na tabela 4.

Tabela 4 - Estatísticas para diferentes estruturas de rede

Rede	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
Von Neumann	-0,084	47,744	0,078	40	35,859	0,081	0,535	0,026
Mundo-pequeno	-0,005	46,553	0,078	40	34,548	0,079	0,537	0,028
Moore	-0,067	43,184	0,083	40	29,752	0,088	0,542	0,031
Livre de Escala	-0,195	34,848	0,120	40	21,559	0,091	0,617	0,081
Grafo Completo	-0,612	6,322	0,044	40	6,317	0,044	0,996	0,016

Legenda : Valores tomados após $t = 1000$ passos e em 100 execuções. A diminuição na localidade das interações, medida pelo coeficiente de aglomeração das diferentes estruturas de rede, abranda opiniões e importâncias. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

As redes regulares com vizinhança de Von Neumann e as redes mundo-pequeno apresentam feições similares entre suas estatísticas. A vizinhança de Von Neumann resulta em valores mais elevados nos desvios padrão de opiniões e importâncias, indicando concentração de atualizações. Também mais elevados são o desvio padrão das importâncias relativas e a opinião dos agentes no nonagésimo quinto percentil, apresentados na tabela 5. Valores aproximadamente 3% menores foram observados para todas estas métricas nas redes mundo-pequeno. As maiorias permanecem inalteradas.

Tabela 5 - Estatísticas adicionais para diferentes estruturas de rede

Rede	Importância Local	Opiniões
	D. Padrão	95º percentil
Von Neumann	3,52	103,8
Mundo-pequeno	3,40	100,9
Moore	2,95	91,1
Livre de Escala	2,17	72,8
Grafo Completo	0,70	41,1

Legenda : O 95º percentil foi calculado a partir do módulo das opiniões. Diminuição da localidade das interações (de cima para baixo entre as estruturas de rede) abranda opiniões e importâncias extremas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Apesar de acompanhar o comportamento das vizinhanças de Von Neumann e mundo-pequeno em relação ao grau de consenso local e às importâncias relativas dos assuntos ordenados localmente (Figuras 10 e 33, no Apêndice B), a vizinhança de Moore apresenta algumas diferenças em relação às estruturas já citadas. Há abrandamento de opiniões e distribuição mais parelha de importâncias relacionada ao aumento de quatro para oito vizinhos com a mudança da rede. É relevante apontar que a contrapartida da redução de 17% no desvio padrão das importâncias é uma redução de 16% no nonagésimo quinto percentil do

módulo das opiniões, quanto comparadas às marcas das redes com vizinhança de Von Neumann. Entretanto, há menos de 10% de variação no desvio padrão das opiniões, indicando contração de opiniões intermediárias. Todos percentis a partir do septuagésimo têm valores menores para vizinhanças de Moore do que de Von Neumann. Os impactos específicos do aumento da quantidade de vizinhos serão observados na seção 4.3, a seguir e podem ajudar na compreensão destes resultados.

Dentre as estruturas de rede testadas, a única com forte assimetria de grau é a rede livre de escala. Apresentadas por importância local (Figura 10), as proporções de consenso para esta rede apresentam média 0,81 - contra 0,86 para as redes regulares e mundo-pequeno. Esta redução está associada à já mencionada assimetria de graus (k). Separados deste modo, as proporções de consenso local diminuem com o aumento dos graus, de 0,83 para $k = 2$, baixando de para 0,75 para $k \geq 20$. O mesmo padrão de comportamento pode ser observado para as médias dos módulos das opiniões. Uma vez separadas por grau dos agentes, as opiniões tornam-se mais extremas conforme menores forem. Estes resultados podem ser observados na figura 11.

Figura 10 - Médias das proporções de consenso local para assuntos ordenados por importância local em diferentes estruturas de rede

Legenda: Para cada agente, os assuntos foram ordenados em ordem de peso, depois se calculou a proporção de vizinhos concordando com a ação do agente em cada assunto. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 10 - Médias dos módulos das opiniões, por grau dos agentes

Legenda : A flutuação para os valores maiores está associada à menor quantidade de agentes com tais graus. Quanto menor o grau dos agentes, mais intensas são suas opiniões. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

O coeficiente de aglomeração médio para as redes livres de escala geradas é de 0,0093. A redução na localidade das interações parece amenizar as opiniões e importâncias (Tabela 5). Por outro lado, os 50% de agentes com o grau mínimo¹ $k = 2$ apresentam especial suscetibilidade a repetidas observações de mesmos temas em ações, e tornam-se muito mais extremos em suas opiniões do que os demais agentes com graus maiores. Os agentes superconectados têm sua influência amplificada pelo mecanismo de seleção de vizinhos. Como consequência, há aumento nas majorias e em seu desvio padrão. A evolução no tempo das majorias para diferentes estruturas de rede é apresentada na figura 12. A rede livre de escala leva a uma estabilização mais lenta que as demais estruturas testadas, com inclinação maior em $t = 1000$. Para $t=4000$, as médias das majorias obtidas foram de 0,646.

Para grafos completos, ordenamentos locais e globais são idênticos, afinal todos os agentes são vizinhos entre si. É a única estrutura testada em que emergem consensos globais no tempo simulado – para mais de 97% dos temas. Na figura 10, podem ser vistas as elevadas proporções de consenso. Disto decorre a grande diminuição no desvio padrão das opiniões em relação às demais estruturas, vista na tabela 5. Os agentes concordam, e há apenas dispersão nas opiniões como consequência da componente aleatória do modelo, levando a

¹Conforme esperado em aproximação vista na seção 3.3, $P(m) \cong 2/(m + 2)$, onde m é o grau mínimo. O valor calculado a partir das redes utilizadas foi de 50,01% (MONTEIRO, 2010).

diferentes quantidades de atualizações entre assuntos. A progressão para maiorias e proporção de consensos globais para grafos completos podem ser observados na figura 13.

Figura 11 - Evolução das maiorias para diferentes estruturas de rede

Legenda : Os dados para o grafo completo não são apresentados aqui para preservar a escala do gráfico, mas podem ser vistos na figura 13 da seção 4.3. Menor grau de localidade das interações leva a aumento das maiorias.

4.3 QUANTIDADE DE VIZINHOS

Como visto anteriormente, há emergência de consensos para grafos completos e também para os casos de redução na quantidade de agentes. Ambos casos sugerem que a área de influência dos agentes relativa ao tamanho da rede está relacionada ao surgimento de consensos. Para testar tal hipótese, o modelo foi rodado variando a quantidade de vizinhos de cada agente. Os testes utilizaram diferentes ordens de vizinhança (ov) de Moore². As estatísticas dos resultados estão apresentadas na tabela 6.

As maiorias aumentam com as vizinhanças. Paralelamente, diminuem os desvios padrão das opiniões e das importâncias, assim como observado em outras situações com

² Ver figura 3, na sessão 3.3

emergência de consensos³. Não há, para este caso, impacto dos coeficientes de aglomeração. Após um salto de 0,4286 em ov1 para 0,5217 em ov2, a taxa de crescimento do coeficiente de aglomeração rapidamente decai. É de 0,5546 em ov5; 0,5583 em ov7; 0,5604 em ov10; 0,5710 em ov22. Assim, o aumento das maiorias e o surgimento de consensos globais parecem estar associados à diminuição do efeito local das atualizações e de nichos de importância para diferentes assuntos.

O decréscimo dos desvios padrão das importâncias ocorre mais rapidamente do que a queda dos desvios padrão das opiniões. Ambos valores tem seu máximo distanciamento em ov5. Neste ponto, as importâncias dos assuntos não mais distribuem-se em tão fortes preferências locais, e aproximam-se mais dos pesos em um grafo completo do que em uma rede com ov1 (Figura 13). Para vizinhanças de Moore de quinta ordem, o assunto localmente menos importante tem 34,7% do peso do mais importante, contra 3,5% para ov1. As importâncias dos assuntos ordenados globalmente, no entanto, permanecem inalteradas. A quinta ordem de vizinhança marca ainda o aparecimento dos primeiros consensos – em 0,16% do total de assuntos, espalhados um em cada de quatro execuções de um conjunto total de cem.

Conforme observado na seção 4.1, em redes com 64 agentes cerca de um quarto dos temas atingiram consenso global, ao passo que nenhum foi obtido para 256 agentes. Comparando o tamanho das vizinhanças em relação às redes, 64 e 256 agentes com vizinhança de Von Neumann correspondem respectivamente a coberturas de 6,25% e 1,56% da rede. Proporcionais à rede com 4096 agentes, tais vizinhanças mediriam 256 e 64 agentes, respectivamente, o que as localizaria entre as ov7 e ov8; e ov3 e ov4 caso inseridos na tabela 7 por critério de percentual da rede que os agentes têm por vizinhos. Comparando-se os valores na tabela 4 com os valores na tabela 7, aqueles apresentam maiores desvios padrão de opiniões e importâncias, e maiorias. O caso $n = 64$ possui ainda maior proporção de consensos globais do que os casos ov7 e ov8 - 24,5% contra respectivos 6% e 12,5%. A área relativa de influência dos agentes não é, portanto, o parâmetro que controla a emergência de consensos.

A evolução das maiorias e da proporção de assuntos em consenso global para cada ordem são apresentados na figura 14. Há um marcado crescimento das maiorias com o aumento da quantidade de vizinhos. Como já apontado, para ordens de vizinhanças menores

³ Para diminuição da quantidade de agentes, na seção 4.2, e em grafos completos, na seção 4.3.

do que cinco nenhum consenso foi atingido no tempo simulado. Note-se ainda que para ordem de vizinhança 22 (aproximadamente metade do total de agentes) ou maiores, os resultados foram muito similares aos obtidos em um grafo completo

Os resultados apontam que limitações à capacidade de interagir, inclusive de ordem topológica, são fundamentais para a persistência de antagonismo. Esta leitura vai ao encontro dos resultados obtidos nos modelos com confiança limitada de Deffuant e Hegselmann e Krause e para o modelo cultural de Axelrod. Nestes também há persistência de divergência em situações de incapacidade de interação. Diferentemente, esta limitação é, ao menos em parte, exógena e imposta pelas regras de interação dos modelos⁴.

Tabela 6 - Estatísticas para diferentes ordens de vizinhança de Moore

Ordem de Vizinhança (quantidade)	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
1 (8)	-0,067	43,184	0,083	40	29,752	0,088	0,542	0,031
2 (24)	-0,005	35,353	0,090	40	18,622	0,105	0,567	0,050
3 (48)	-0,043	32,031	0,102	40	13,876	0,122	0,595	0,070
4 (80)	0,247	29,641	0,121	40	11,330	0,122	0,628	0,091
5 (120)	0,292	27,790	0,143	40	9,736	0,125	0,653	0,106
6 (168)	-0,037	25,519	0,196	40	8,725	0,119	0,690	0,128
7 (224)	-0,014	23,071	0,252	40	8,039	0,105	0,725	0,146
8 (288)	0,354	20,741	0,308	40	7,530	0,090	0,759	0,156
9 (360)	-0,008	18,064	0,378	40	7,187	0,078	0,798	0,165
10 (440)	-0,447	15,302	0,435	40	6,902	0,063	0,840	0,166
11 (528)	0,703	12,662	0,475	40	6,726	0,059	0,884	0,152
12 (624)	-0,931	11,049	0,479	40	6,594	0,051	0,906	0,146
13 (728)	0,044	9,483	0,454	40	6,505	0,048	0,935	0,127
14 (840)	-0,694	8,227	0,377	40	6,441	0,047	0,959	0,104
15 (960)	-1,719	7,526	0,300	40	6,400	0,044	0,969	0,087
16 (1088)	0,125	7,019	0,205	40	6,372	0,044	0,980	0,064
22 (2024)	0,267	6,343	0,045	40	6,323	0,045	0,996	0,016
Completo	-0,612	6,322	0,044	40	6,317	0,044	0,996	0,016

Legenda: Valores tomados após $t = 1000$ passos e a partir de 100 execuções. O aumento das maiorias e o surgimento de consensos globais estão associados à diminuição do efeito local das atualizações e da conseqüente formação nichos de importância para determinados assuntos. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

⁴ Nos modelos de confiança limitada, há persistência de divergência quando a opinião de cada grupo concentra-se em uma distância maior do que o limiar de interação ϵ dos demais grupos, e/ou quando a estrutura de rede previne as interações de outro modo possíveis. Ver seção 2.2. Para o modelo de Axelrod, divergência perdura quando inexistente um caminho contínuo de agentes compartilhando ao menos um *trait* com seus vizinhos entre detentores de culturas em completo desacordo. Neste caso, a probabilidade de interação entre os agentes deve permanecer zero a menos que outras interações criem “pontes” de agentes capazes de interagir.

Figura 12 - Importância relativa de assuntos ordenados local e globalmente para diferentes ordens de vizinhança de Moore

Legenda : A dispersão das importâncias locais diminui com a ampliação da área de interação dos agentes. Os dados para importâncias globais são muito próximos e não podem ser distintos nesta escala. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 13 - Progressão das maiorias e da proporção de consensos globais para diferentes quantidades de vizinhos

Legenda : Considerou-se consenso temas com maiorias acima de 99%. Exposição a mais vizinhos aumenta maiorias e quantidade de consensos obtidos. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

4.4 QUANTIDADE DE ASSUNTOS

Testou-se a influência de alterar a quantidade de assuntos disponíveis aos agentes. As simulações foram executadas com a quantidade de assuntos $M = \{1; 2; 5; 10; 25; 50; 100\}$ até o tempo $t = 4000$, de modo a permitir maior estabilização para as quantidades maiores de assuntos. Os resultados estão apresentados na tabela 7.

Tabela 7 - Estatísticas para diferentes quantidades de assuntos

Assuntos	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
1	-27,962	3.247,800	0,011	4.000	63,318	0,013	0,5320	0,0211
2	-1,975	1.690,800	0,027	2.000	428,756	0,001	0,5349	0,0198
5	2,391	732,017	0,044	800	326,334	0,051	0,5374	0,0263
10	-1,933	399,007	0,060	400	228,014	0,067	0,5365	0,0273
25	-0,297	181,883	0,079	160	126,536	0,085	0,5386	0,0287
50	-0,032	99,233	0,092	80	75,065	0,100	0,5390	0,0293
100	0,013	53,319	0,103	40	42,597	0,109	0,5373	0,0280

Valores tomados após $t = 4000$ passos e a partir de 100 execuções. Os coeficientes de variação dos desvios padrão de opiniões e importâncias e o desvio padrão das maiorias para $M = 1$ foram calculados entre diferentes execuções. Trata-se, portanto, de $\hat{c}_v = s_3(s_1)/\langle s_1 \rangle$ e s_3 , respectivamente. Mais assuntos à disposição dos agentes resultam em opiniões tipicamente mais brandas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A primeira observação é que o aumento na quantidade de assuntos é acompanhado por quedas nos desvios padrão das opiniões, e corroboram resultados obtidos por Vicente, Martins e Caticha (2009). A distribuição das atualizações com o aumento na quantidade de assuntos resulta em opiniões menos extremas, caso mantida a quantidade total de iterações.

A evolução temporal das maiorias pode ser observada na figura 15. As formas das curvas indicam uma estabilização antecipada do tamanho das maiorias para execuções com poucos assuntos, e um comportamento inicialmente mais lento para maiorias conforme maiores os valores de M . Indicam ainda que dado tempo suficiente, as maiorias para M grande tornam-se maiores. Enquanto $t = 4000$ não foi tempo suficiente para que $M = 100$ obtenha maiorias superiores a $M = 50$, a sua taxa de variação neste ponto é cerca de 80% superior.

A comparação entre as maiorias máximas obtidas na dinâmica revela ainda que estas crescem com o aumento de M . Para $M = 100$, a média das maiorias máximas é 0,6265 ($s_3 = 0,0166$), enquanto para $M = 25$ são 0,6072 (0,0225); e para $M = 5$, 0,5729 (0,0247). Note-se que, mantido constante o tempo, a quantidade de atualizações para cada tema diminui com o aumento de M . Este caso simula situações onde há determinação do tempo designado

às discussões – atividades legislativas, assembléias ou reuniões, por exemplo. Considerando-se quantidades iguais de atualizações médias, isto é, mantendo-se o tempo proporcional à quantidade de assuntos, as maiorias máximas em $M = 25$ atingem 0,5993 (0,0188). As estatísticas para diferentes quantidades de assuntos preservando-se a média de atualizações por tema de atualizações estão apresentadas na tabela 8.

Há um marcado aumento dos desvios padrão das opiniões e importâncias, bem como uma tendência de crescimento das maiorias. Estes números indicam que, com o aumento da quantidade de assuntos disponíveis, as iterações não são distribuídas regularmente. A figura 16 mostra a distribuição de pesos entre os temas globalmente ordenados para diferentes quantidades de assuntos. Quanto maior a quantidade de assuntos, maior a concentração de atualizações nos mais importantes. O mesmo padrão de aumento do abaulamento é também observado para temas ordenados localmente (Figura 34, no ApêndiceB). O incremento no peso relativo dos temas mais importantes leva a opiniões mais extremas nestes assuntos. As médias das opiniões máximas para 25, 50 e 100 assuntos são respectivamente 255,9; 305,9 e 341,4 para os tempos em que $\bar{\omega} = 40$. Assim, há aumento da concentração de importâncias locais e globais com o aumento dos temas, caso o tempo seja proporcionalmente aumentado, levando a maior extremidade nas opiniões. Em contraponto, mantido constante o total de iterações, isto é, em $t = 4000$ a média das opiniões máximas para $M = 25$ é 871,7.

Os testes com diferentes quantidades de assuntos indicam que maiores valores de M , mantida constante a quantidade total de iterações, amenizam opiniões enquanto mantém praticamente inalteradas as maiorias. Deste modo, a introdução de novos assuntos pode ser uma estratégia viável quando se visa impedir a extremação de opiniões em um ou mais temas de interesse. Alternativamente, pode-se esperar que sociedades com maior diversidade de assuntos tenham menor propensão a opiniões extremas.

Os resultados para médias constantes de iterações por tema, isto é, quanto o tempo cresce proporcionalmente à quantidade de assuntos apontam que aglutinar discussões pode ter o efeito de extremar opiniões. Por exemplo, debates curtos com pautas específicas resultariam em uma distribuição mais contida e bem distribuída de opiniões sobre os assuntos do que um longo debate com múltiplas pautas. Neste segundo caso, alguns assuntos haveriam de dominar a discussão, tendo suas respectivas opiniões frequentemente atualizadas e asfixiando o amadurecimento das opiniões sobre os demais temas. Este resultado pode ser útil do ponto de vista administrativo.

Figura 14 - Progressão das maiorias para diferentes quantidades de assuntos

Legenda : Médias entre 100 execuções. Para quantidades maiores de assuntos, há relativo atraso no crescimento das maiorias, mas incremento nas maiorias obtidas. O eixo do tempo usa escala logarítmica para melhor visualização do atraso entre as séries de dados. Entre $t = 3900$ e $t = 4000$, variação para $M = 100$ é 80,7% superior à variação para $M = 50$, sugerindo que, dado tempo suficiente, as maiorias para $M = 100$ superam as obtidas para $M = 50$. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Tabela 8 - Estatísticas para diferentes quantidades de assuntos, mantida a média de atualizações

Temas (proporcional)	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
1	-0,042	29,238	0,011	40	6,333	0,011	0,5268	0,0182
2	-0,148	32,358	0,021	40	13,679	0,006	0,5285	0,0176
5	0,015	37,343	0,043	40	21,990	0,042	0,5261	0,0196
10	-0,160	41,832	0,060	40	28,249	0,060	0,5313	0,0222
25	-0,084	47,744	0,078	40	35,859	0,081	0,5352	0,026
50	-0,004	51,123	0,093	40	39,995	0,098	0,5367	0,0273
100	0,013	53,319	0,103	40	42,597	0,109	0,5373	0,028

Legenda : Valores tomados a partir de 100 execuções. O tempo foi variado para manter a média de iterações por assunto por agente igual a 40. Os coeficientes de variação dos desvios padrão de opiniões e importâncias e o desvio padrão das maiorias para $M = 1$ foram calculados entre diferentes execuções. Trata-se, portanto, de $\hat{c}_v = s_3(s_1)/\langle s_1 \rangle$ e s_3 , respectivamente. Se o tempo de discussão cresce proporcionalmente ao número de assuntos, há concentração do debate e alguns temas dominam a dinâmica. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 15 - Importâncias relativas ao assunto globalmente mais importante

Legenda: Valores tomados em 100 execuções. O tempo foi variado para manter a média de iterações por assunto igual a 40. Há aumento da concentração das atualizações com o aumento da quantidade de assuntos. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

4.5 PESOS INICIAIS

Os pesos iniciais determinam quão firmes são as importâncias dadas pelos agentes aos diferentes assuntos ao começo da dinâmica. O tamanho da atualização de importâncias é uma constante arbitrária cujo valor só importa em relação aos valores dos pesos iniciais utilizados no modelo. Foi, por conveniência, definido como +1. Variar os pesos iniciais é, portanto, equivalente a alterar o tamanho do incremento mantendo-se constantes os valores de ω_0 . Por conta da facilidade conferida pela paridade entre tempo e somatória de pesos, optou-se por variar os pesos iniciais mantendo a variação de importância +1.

Testou-se inicialmente $\omega_0 = \{0,001; 0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$. As simulações foram executadas até o tempo $t = 200$ passos de Monte Carlo. A tabela 9 mostra as estatísticas das opiniões, pesos e maiorias para cada valor de ω_0 . Há um visível aumento da dispersão das importâncias dos temas, bem como das opiniões, com a redução dos pesos iniciais. As respectivas distribuições de probabilidades para os pesos em um tema a partir de diferentes valores de ω_0 são mostradas na figura 17.

Para valores baixos de ω_0 , tais distribuições apresentam comportamento tipicamente exponencial. As primeiras atualizações têm impacto muito aumentado, e são logo reforçadas. Assim, localmente a maior parte dos assuntos recebe poucas atualizações. A média, portanto, não coincide com a moda. Em contrapartida, para valores altos dos pesos iniciais, as

atualizações têm reduzido impacto sobre as probabilidades de seleção futura. A distribuição de importâncias muda de comportamento, e assume uma forma onde a moda é a média. A faixa de transição entre um e outro comportamento está localizada entre os valores 0,1 e 0,01, e foi destacada na figura 35, apresentada no apêndice B.

Tabela 9 - Estatísticas para diferentes pesos iniciais

ω_0	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
0,001	-0,022	12,657	0,094	8	11,192	0,091	0,530	0,022
0,01	-0,014	11,412	0,084	8	9,772	0,081	0,529	0,021
0,1	0,001	8,241	0,045	8	6,006	0,044	0,525	0,019
1	-0,019	6,365	0,020	8	3,615	0,019	0,521	0,015
10	0,006	5,797	0,014	8	2,897	0,012	0,519	0,015
100	0,012	5,708	0,013	8	2,830	0,011	0,519	0,014

Legenda : Tomadas após $t = 200$ passos de Monte Carlo e a partir de 100 execuções. Há aumento da dispersão das importâncias dos assuntos, bem como das opiniões, com a redução dos pesos iniciais. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Os coeficientes de variação dos desvios-padrão também aumentam, e indicam maior disparidade entre as opiniões e importâncias de diferentes assuntos para valores baixos de ω_0 . As distribuições de importâncias médias quando os assuntos são ordenados local e globalmente para cada valor de ω_0 estão representados na figura 18. De modo a representar apenas a importância acumulada através da dinâmica, os pesos iniciais para cada caso foram subtraídos dos dados. Há notável aumento da dispersão de importâncias com a diminuição dos pesos iniciais para ambos os casos. Para o caso mais discrepante, $\omega_0 = 0,001$, o assunto localmente mais importante recebe 22,1% das atualizações – centenas de milhares de vezes o recebido pelo tema menos importante. O efeito do mecanismo de ligação preferencial é mitigado para valores maiores de ω_0 . Por exemplo, a diferença nas probabilidades entre diversos assuntos com importância 100 para um com importância 101 é negligenciável. Nestes casos, o modelo se comporta de modo similar a como se a seleção de temas fosse aleatória. As distribuições, tanto local quando global, de importâncias tornam-se menos dispersas.

Figura 16 - Distribuição de probabilidades dos pesos para um assunto em função dos pesos iniciais

Legenda : Acumulado de 100 repetições para cada valor de ω_0 e após $t = 200$ passos de Monte Carlo. O eixo y é apresentado em escala logarítmica. Todas as curvas têm a média das probabilidades acumuladas em $x = 8$. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A redução dos pesos iniciais impacta as opiniões de duas formas. Primeiro, há afastamento das opiniões em relação às médias, indicado pelos desvios padrão das opiniões. Conforme visto na figura 17, a distribuição de pesos passa de um regime com feição exponencial para um regime em forma de sino cuja moda coincide com a média. Efeitos similares podem ser vistos na figura 19 para a distribuição de opiniões para diferentes valores de ω_0 . A faixa de pesos iniciais que marca mudança no comportamento da distribuição de opiniões localiza-se entre 0,1 e 1. Para valores inferiores a 0,1 há sobreposição entre moda e média, ambas zero. Já para valores de ω_0 superiores a 1, há surgimento de bimodalidade. As modas deslocam-se simetricamente para ambos os lados, como pode ser observado na figura 19. Para o conjunto de parâmetros simulado, os valores mais frequentes aproximam-se de $\pm 3,5$ com o aumento dos pesos iniciais.

Figura 17 – Importâncias percentuais para temas ordenados local (acima) e globalmente (abaixo) para diferentes pesos iniciais

Legenda : Médias depois desubtraídos valores iniciais, em $t = 200$ passos de Monte Carlo para 100 execuções. O eixo y da figura inferior foi cortado para permitir melhor visualização das diferenças. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A segunda maneira como redução dos pesos iniciais impacta as opiniões, se dá entre diferentes temas. Há aumento no coeficiente de variação dos desvios padrão das importâncias. Isto é, há aumento na dispersão das opiniões médias entre diferentes assuntos. A distribuição de opiniões de um mesmo agente entre diferentes assuntos é mais desigual conforme menor for ω_0 . Este resultado é condizente com o impacto sobre a distribuição global de pesos observado na figura 18. Os temas que acumulam maior importância acabam também por acumular as opiniões mais extremas. Para $\omega_0 = 0,001$, a média das opiniões máximas para os temas mais importantes em diferentes repetições é cerca de 26% superior à do tema menos importante. A mesma métrica atinge 18% para o valor padrão $\omega_0 = 0,02$, e 1,8% para $\omega_0 = 100$.

Figura 18 - Distribuição das opiniões a partir de diferentes pesos iniciais

Legenda : Após $t = 200$ passos de Monte Carlo, com 100 execuções para cada valor de ω_0 . Pesos iniciais menores resultam em tanto mais opiniões extremas quanto mais opiniões neutras, em detrimento de opiniões moderadas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

As médias das maiorias são pouco afetadas pela alteração dos pesos iniciais. Há sim uma pequena tendência de crescimento visível na tabela 10, mas a estatística que merece destaque é o desvio padrão das maiorias. O aumento dos desvios-padrão das maiorias com a diminuição de ω_0 e o fato de que as maiorias são definidas como sempre superiores a 0,5 apontam para um aumento das maiorias máximas. Em ordem crescente de peso inicial, as médias das maiorias máximas obtidas em 100 execuções para cada caso são respectivamente 0,585; 0,580; 0,572; 0,558; 0,556; 0,553. Não foi encontrada, no entanto, associação entre maiorias e importâncias dos temas. Isto é, não necessariamente os temas mais debatidos tem maiorias aumentadas (Figura 20).

Figura 19 - Distribuição das maiorias contra importâncias

Legenda : Após $t = 200$ passos de Monte Carlo. Com 100 execuções para cada valor de ω_0 . Não há associação entre importância e tamanho das maiorias. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Os resultados para diferentes pesos iniciais indicam que o parâmetro tem grande relevância para a dinâmica. Essencialmente, o peso inicial regula o impacto da ligação preferencial sobre o modelo e, portanto, o vigor com que se estabelecem preferências locais. O termo representa quão permeáveis os agentes são à influência dos demais, especialmente nos primeiros momentos. O aumento das maiorias e opiniões máximas com a redução de ω_0 sugere que, conforme mais influenciáveis forem os agentes, maior extremidade será obtida.

4.6 OPINIÕES INICIAIS

Em todos os demais testes, as opiniões iniciais v_i estavam regularmente distribuídas no intervalo $[-0,4055; +0,4055]$. Com isso, em apenas uma observação em contrário à sua ação original qualquer agente teria sua ação revertida. Simultaneamente, o aumento da importância do assunto atualizado aumentaria as probabilidades de que este agente viesse a influenciar os demais no mesmo assunto, no sentido da sua possivelmente nova ação. Em parte, o resultado seria o rápido processo de *coarsening* observado na figura 1.

A moderação das opiniões iniciais no modelo tem como uma de suas intenções deixar claro que a extremidade obtida é endógena. Isto é, não são necessárias condições especiais para que agentes diverjam e extremem-se. No entanto, assumir que agentes sociais interagindo

tenham opiniões tão vulneráveis a influências parece pouco verossímil. A fim de testar como os resultados obtidos pela dinâmica, principalmente o surgimento de ordenamento local, são consequência da maleabilidade das opiniões iniciais, testou-se o modelo adicionando passos no mesmo sentido da ação inicial. Assim, para o teste com opiniões iniciais 4, por exemplo, as opiniões inicialmente geradas no intervalo $[-0,4055; +0,4055]$ foram acrescidas de 4 passos no sentido da ação já preferida. As opiniões localizam-se, portanto, nos intervalos $[-4,4055; -4[$ ou $[4; 4,4055]$, em ambos os casos, a 5 influências em contrário de terem a sua ação revertida. Esta maneira de manipular as opiniões iniciais dos agentes foi chamada “método aditivo”.

Foi testada ainda outra maneira de aumentar as opiniões iniciais. Ao invés de adicionar v_i uma quantidade fixa k de passos num ou noutro sentido, multiplicou-se os valores do intervalo inicial de modo que o novo intervalo seja $[-k; +k]$. Em média, o módulo das opiniões é $k/2$ e, devido à natureza quadrática do cálculo do desvio padrão, os das opiniões iniciais obtidas pelo método multiplicativo são muito inferiores aos das obtidas pelo método aditivo. Ainda assim, após a dinâmica, há inversão deste quadro. A tabela 10 mostra as estatísticas para opiniões iniciais amplificadas por ambos os métodos. Os resultados obtidos de ambas as formas são coerentes entre si e mostram não haver grandes diferenças desde que se compararem aos valores com mesma média de módulos de opiniões. Ou seja, desde que se comparem valores multiplicativos com o valor aditivo correspondente à sua metade.

Não há influência das opiniões iniciais sobre a dinâmica das importâncias. O desvio padrão das importâncias entre diferentes agentes e seu coeficiente de variação, entre diferentes temas, não sofrem alterações. Apesar do aumento dos desvios padrão das opiniões iniciais, nos resultados após a dinâmica há reversão desta disparidade. A evolução temporal dos desvios padrão das opiniões é apresentada na figura 21, acompanhada da progressão das mudanças de ação. As simulações com opiniões iniciais aumentadas têm ao final menor desvio padrão, indicando uma redução nas opiniões extremas. O nonagésimo quinto percentil do módulo das opiniões é decrescente com o aumento de v_i , conforme apresentado na tabela 11 e confirma a amenização das opiniões.

Tabela 10 - Estatísticas para diferentes opiniões iniciais

	Opiniões iniciais	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
		Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
Aditivo	0	-0,08	47,74	0,08	40	35,859	0,081	0,535	0,026
	1	0,02	45,40	0,08	40	35,837	0,080	0,530	0,022
	2	-0,11	43,99	0,08	40	35,844	0,082	0,527	0,020
	3	0,04	42,89	0,08	40	35,837	0,080	0,525	0,018
	4	-0,05	42,05	0,08	40	35,844	0,082	0,523	0,017
	5	0,00	41,33	0,08	40	35,798	0,081	0,522	0,016
	8	0,03	40,05	0,08	40	35,895	0,080	0,518	0,013
	16	0,03	39,74	0,07	40	35,895	0,080	0,514	0,010
Multiplicativo	2	-0,06	46,35	0,08	40	35,798	0,081	0,532	0,023
	4	0,03	44,67	0,08	40	35,853	0,083	0,529	0,021
	8	0,04	42,61	0,08	40	35,798	0,081	0,524	0,018
	16	-0,02	40,79	0,08	40	35,853	0,083	0,519	0,014

Legenda : Tomadas após $t = 1000$ passos de Monte Carlo e a partir de 100 execuções. Opiniões iniciais maiores diminuem a extremidade das opiniões finais para ambos modos de incremento. Os resultados para valores no método multiplicativo são comparáveis aos da sua metade no método aditivo. Importâncias são inalteradas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Tabela 11 - Nível de consenso local e 95º percentil das opiniões para diferentes opiniões iniciais (aditivo)

Opiniões iniciais	Consenso local	95º percentil
0	0,872	104,05
2	0,820	97,05
4	0,784	93,09
8	0,729	88,15
16	0,659	84,09

Legenda : O aumento nas opiniões iniciais ameniza opiniões extremas ao longo da dinâmica. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Conforme observado na figura 21, o aumento das opiniões iniciais altera a distribuição das mudanças de ação criando um estágio de maturação anterior ao pico de mudanças, reduzindo a quantidade total de mudanças e retardando assim o processo de *coarsening*. Os índices de consenso local obtidos para diferentes opiniões iniciais após 1000 passos de Monte Carlo também são apresentados na tabela 12. A diminuição das mudanças de ação impacta ainda o crescimento das maiorias. Reduzindo-se o estabelecimento de consensos locais, a propagação de influências fica também prejudicada.

Figura 20 - Progressão das mudanças de ação (acima e a esquerda), dos desvios padrão das opiniões (acima e a direita) e das maiorias (abaixo) para diferentes opiniões iniciais

Legenda : Médias para 100 execuções com cada valor. Os valores das mudanças de ação para opiniões iniciais zero são monotonicamente decrescentes a partir de 1844,8, e não representados para preservar a escala de representação dos dados. Opiniões iniciais mais fortes resultam em opiniões finais mais brandas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Os resultados para diferentes opiniões iniciais indicam que mesmo com pequenos incrementos nestas, há impactos perceptíveis sobre a formação de consensos locais e de maiorias, e sobre a intensidade das opiniões finais. É digno de nota que, contraintuitivamente, conforme mais fortes as opiniões iniciais, mais brandas as finais. Não havendo mobilidade ou ordenamento na distribuição das opiniões iniciais, os agentes estão confinados em suas vizinhanças e passam por um período de abrasão, seguido por um pico nas mudanças de ação.

4.7 MAIORIAS INICIAIS

Decidiu-se testar os impactos de discrepância no tamanho das maiorias na condição inicial. Diferentemente do teste anterior, onde os agentes começavam a dinâmica a mais do que um passo de reverterem suas opiniões, neste a faixa de opiniões iniciais foi mantida inferior a 1. Conforme descrito em 3.4, as opiniões iniciais estão regularmente distribuídas no

intervalo $v_i \in [-0,4055; +0,4055]$, e são obtidas através do cálculo dos *log-odds* das probabilidades iniciais $p_i \in [0,4; 0,6]$. Somando-se p_i a uma constante $k = (Maj - 0,5)/5$, onde *Maj* é a proporção da maioria inicial desejada, há o deslocamento da proporção correta de ações em um sentido. Por exemplo, para *Maj* = 0,9, $k = 0,08$. Assim, o intervalo inicial torna-se $p_i \in [0,48; 0,68]$, e 90% dos agente são gerados com ação +1. Note-se que mesmo em $p_i = 0,7$, onde 100% dos agentes teriam ação inicial 1, a opinião correspondente seria apenas $v_i = 0,8473$, e os agentes ainda teriam suas ações revertidas em apenas uma observação em contrário. Note-se ainda que a média das maiorias obtidas com os parâmetros utilizados é de aproximadamente 50,6%, e com desvio padrão de 0,48%.

As maiorias iniciais foram testadas nos valores $Maj = \{0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9\}$. Os dados estão apresentados na tabela 12. Não há qualquer impacto das maiorias iniciais sobre as importâncias. As opiniões, por outro lado, tendem ao lado das maiorias iniciais. As suas distribuições estão representadas na figura 22. Para maiorias iniciais abaixo de 0,77, o intervalo com maior frequência, com pouco mais de 2% dos agentes, localiza-se entre zero e um. Assim, apesar do viés positivo na média das opiniões para valores diferentes de 0,5, uma parte considerável dos agentes encontra-se a poucas iterações de ter sua ação revertida. Para maiorias iniciais acima de 0,77, no entanto, os intervalos de maior frequência afastam-se progressivamente no sentido das opiniões positivas.

Tabela 12- Estatísticas para diferentes pesos iniciais

Maiorias iniciais	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
0,5	-0,084	47,744	0,078	40	35,859	0,081	0,535	0,026
0,6	9,842	47,059	0,080	40	35,839	0,082	0,627	0,041
0,7	19,003	45,200	0,081	40	35,778	0,079	0,745	0,038
0,8	27,478	42,382	0,083	40	35,798	0,081	0,850	0,029
0,9	34,604	39,109	0,083	40	35,798	0,081	0,935	0,019

Legenda : Tomadas após $t = 1000$ passos de Monte Carlo e a partir de 100 execuções. Os impactos das maiorias iniciais são bastante perceptíveis sobre as opiniões ao longo da dinâmica, mas não parecem promover alteração no crescimento das maiorias. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A progressiva assimetria da distribuição com o aumento das maiorias iniciais acaba por concentrar opiniões, e resulta em diminuição dos desvios padrão. Não apenas porque as opiniões negativas estejam mais brandas, mas também porque há concentração nos valores mais baixos do lado “positivo”. Há um simultâneo aumento das opiniões máximas e diminuição das opiniões mínimas. Para *Maj* = 0,5, o segundo e nonagésimo oitavo percentis

são respectivamente -112,0 e 111,9, mostrando a paridade da distribuição. Para $Maj = 0,6$, cuja forma da distribuição e desvio padrão são semelhantes, mas cuja média é 9,8, a distância entre os mesmos percentis é mantida: -99,7 e 121,4, respectivamente. A partir daí, há redução da janela entre os percentis, correspondida na diminuição dos desvios padrão – ambos indicando a concentração das opiniões visível na figura 22. Para $Maj = 0,7$, são -84,8 e 128,8. Já para $Maj = 0,9$, são -32,4 e 139,7. Assim, com o aumento das maiorias iniciais, há um aumento das opiniões extremas no sentido privilegiado pela condição de partida, mas uma ainda maior redução nas opiniões extremas em sentido contrário.

As maiorias não sofrem grandes alterações para além da condição inicial. Há persistência de divergência mesmo para os casos onde 90% dos agentes começam compartilhando uma opinião, e nenhum consenso foi obtido para o tempo simulado. A figura 23 ilustra a progressão das maiorias a partir de diferentes condições iniciais. O paralelismo entre as curvas indica não haver impactos das maiorias iniciais sobre o avanço das maiorias.

Enquanto há ausência de mudanças no padrão de evolução das maiorias, as opiniões são sim afetadas pelo viés inicial. Assim, do ponto de vista do debate público, esforços em reverter um viés inicial na população antes que este se traduza em opiniões solidificadas, ou alternativamente, estabelecer para si vantagem inicial na disputa poderia ser a forma mais eficiente de despender esforços. Exemplos poderiam incluir o uso precoce de informações estratégicas em uma corrida política, de modo a adiantar seus impactos ou de recursos para publicidade em novos mercados.

Figura 22 - Progressão das maiorias a partir de diferentes maiorias iniciais

Legenda : O paralelismo entre as linhas indica que as maiorias iniciais têm pouca influência sobre a evolução das maiorias.
 Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

5 ESTRATÉGIAS E VARIANTES

Na seção anterior foram descritas as influências de diferentes parâmetros e condições iniciais sobre o modelo. Neste, o foco é voltado a estudar de que modo diferentes estratégias de debate assumidas por uma quantidade relativamente pequena de agentes modificam os resultados da dinâmica. São elas:

- Estratégia inflexível.
- Evitadores.
- Mídia.

Para permitir melhor avaliação dos impactos dos agentes diferenciados sobre os demais, eles não são levados em consideração nas estatísticas. Assim, a média das opiniões apresentada é a média das opiniões nos assuntos forçados ou evitados entre os agentes “normais”. Uma consequência positiva desta abordagem é evitar a necessidade de definir qual a forma mais adequada de estimar a força da opinião ou da importância dada por estes agentes aos assuntos diferenciados. Assim, manter a opinião de um agente positiva a definindo como um valor elevadíssimo ou calculando seu módulo após cada interação, que teriam impactos distintos se fossem parte das médias, têm o mesmo efeito sobre o resultado final. Aumentam-se assim os recursos disponíveis do ponto de vista da construção do código, e permitem avaliar impactos sobre os agentes regulares.

5.1 INFLEXÍVEIS

Em modelos discretos de dinâmica de opiniões, fundamentalismo é tipicamente representado através de inflexibilidade de opiniões em parte dos agentes. Sendo discretas, as opiniões não podem ser mais ou menos fortes – apenas inflexíveis. No modelo do votante, os efeitos da presença de um agente inflexível foram estudados por Mobilia (2003). Em uma dimensão, o agente trás o sistema a consenso em sua opinião. Para duas ou mais dimensões, o agente influencia suas proximidades, aenviesando rumo à sua opinião. Yldiz et al. (2013) estudaram os efeitos de zelotes com opiniões antagônicas e os estados com discordância e flutuações resultantes. A inserção de inflexíveis no modelo de regra da maioria altera o ponto crítico entre os dois estados atratores. Para mais do que 17% de inflexíveis que concordem entre si, o modelo vem a consenso nesta opinião (GALAM; JACOBS, 2007). Em modelos

contínuos, fundamentalismo visto como inflexibilidade poderia resultar em abrandamento das opiniões dos demais agentes. Um inflexível com opinião moderada serviria como um agente mitigador do conjunto. Nos modelos onde as interações são exclusivamente convergentes, os agentes tendem a ter opiniões finais menos radicais do que suas opiniões iniciais, e não podem ter opiniões finais mais extremas do que as presentes na condição inicial. Opiniões extremassão, assim, exógenas.

No modelo CODA, Martins (2009) inseriu agentes “do contra” e inflexíveis, indiferentes às influências dos seus vizinhos, no contexto de explorar seus impactos sobre a persistência de discordância. Para a extensão apresentada neste trabalho, os agentes são influenciados por seus vizinhos em dois aspectos: a opinião é influenciada pela ação observada, e as importâncias são influenciadas pela escolha do assunto. Do ponto de vista da dinâmica, a sua opinião é irrelevante, dado que seus vizinhos são expostos apenas às suas decisões discretas. Faz sentido que um zelote não só apresente inflexibilidade em relação às suas opções, mas que também se mostre obstinado em relação à relevância do tema, escolhendo-o sempre que possível. Assim, os agentes inflexíveis a serem testados optam por um dentre um conjunto de temas nos quais apresentam ações invariantes.

5.1.1 Descrição dos testes

Os testes envolvendo agentes inflexíveis foram feitos variando-se dois parâmetros: quantidade de agentes e distribuição destes na rede. A quantidade de temas forçados foi fixada em um. As quantidades testadas foram 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 e 256 zelotes. Para cada quantidade, testaram-se duas formas de distribuição dos agentes –agregada ou dispersa. No primeiro caso, os agentes foram colocados em blocos retangulares, tão quadrados quanto possível, na rede. Por exemplo, 32 agentes foram inseridos como um bloco de 8x4 agentes. No segundo, a cada execução da simulação, diferentes agentes foram aleatoriamente selecionados para agir de modo inflexível. Os resultados das simulações com agentes inflexíveis estão apresentados na tabela 13. As médias das opiniões e importâncias apresentadas são tomadas entre diferentes agentes e repetições no assunto forçado – $\bar{u}_{1,3}$ e $\bar{w}_{1,3}$, portanto. Os desvios padrão de opiniões e importâncias são similarmente as médias entre repetições dos desvios padrão entre os agentes (s_1). Para os testes com zelotes, a simetria entre ações é rompida. Torna-se mais relevante saber a quantidade de agentes tomando a ação

forçada pelos zelotes do que o tamanho da maioria. Assim, a informação apresentada não é “maioria”, mas sim “Ação +1”, conforme descrito na seção 3.4.5.

Tabela 13 - Estatísticas para simulações com agentes inflexíveis, tomadas após $t = 1000$ passos

	Zelotes	Opiniões			Pesos			Ações	
		Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
Agrupados	0	-0,224	47,831	0,069	40,008	35,709	0,070	0,496	0,041
	2	2,499	52,922	0,068	41,849	41,228	0,066	0,512	0,046
	4	2,129	54,481	0,062	41,703	43,079	0,059	0,506	0,045
	8	4,189	58,898	0,057	43,347	47,564	0,054	0,516	0,046
	16	4,057	62,603	0,049	44,178	51,437	0,044	0,506	0,041
	32	7,382	69,872	0,047	45,850	59,065	0,045	0,521	0,047
	64	9,242	76,778	0,040	48,328	65,776	0,037	0,520	0,042
	128	13,896	88,799	0,033	52,998	77,394	0,032	0,530	0,039
	256	19,481	99,314	0,025	57,441	87,846	0,025	0,543	0,044
Dispersos	2	3,095	54,138	0,071	42,706	42,209	0,072	0,517	0,044
	4	5,342	59,283	0,053	45,029	47,370	0,049	0,525	0,045
	8	11,086	68,261	0,045	49,844	56,032	0,046	0,545	0,044
	16	22,575	83,177	0,035	59,002	70,320	0,032	0,591	0,039
	32	43,876	104,592	0,033	77,287	90,582	0,033	0,665	0,038
	64	86,746	134,747	0,030	114,097	120,029	0,027	0,773	0,030
	128	163,916	168,271	0,027	182,659	154,954	0,024	0,895	0,020
	256	295,229	195,823	0,029	304,132	187,303	0,027	0,975	0,009

Legenda : Os resultados referem-se às opiniões e pesos dos agentes comuns no tema forçado. Os agentes inflexíveis foram desconsiderados em todas as estatísticas. Em ambos casos, a presença de quantidades crescentes de zelotes reforçou opiniões, importâncias e maiorias no tema forçado. Os efeitos parecem proporcionais ao perímetro efetivo dos zelotes. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A presença de zelotes enviesa as distribuições de opiniões em direção à ação inflexível (Figura 24) e aumenta as maiorias e a importância dada ao assunto forçado. Mesmo com as médias das maiorias superior a 0,975, consenso global (acima de 0,99) foi atingido em apenas 3% das execuções para 1000 passos. Os baixos desvios padrão para as maiorias indicam robustez nos resultados. Sugerem ainda a existência de um limiar a partir do qual consenso é sempre atingido. Com 320 zelotes, em zero entre 10 repetições o limiar de 99% foi cruzado. Para 384 zelotes, no entanto, foi superado em nove dentre 10 tentativas. Para 5000 passos com 256 zelotes, oito consensos foram atingidos dentre 20 repetições. No caso com a mais dominante maioria, 0,9969, restaram 13 discordantes dentre os 4096 agentes. Dada a baixa importância que o tema forçado assumiu em suas vizinhanças, uma grande quantidade de atualizações se faz necessária para que sejam convertidos.

5.1.2 Distribuição dos zelotes e abrangência de influências

As influências dos agentes inflexíveis revelam-se maiores quando dispersos do que quando agrupados. O agrupamento dos zelotes reduz seu impacto de diferentes formas. Primeiramente, zelotes internos ao grupo tornam-se irrelevantes. Seus vizinhos, também zelotes, estão em acordo e não podem ser influenciados de modo pertinente para a dinâmica. Enquanto terão sim suas opiniões afetadas, não haverá mudança nas suas ações. Portanto, as interfaces relevantes do grupo agregado são somente as externas ao seu perímetro. Além disso, o agrupamento dos agentes reduz a capacidade de propagação local de suas influências secundárias, pois seus primeiros vizinhos flexíveis são vizinhos entre si, e estão submetidos às mesmas influências. Com o agrupamento dos zelotes há grande redução na quantidade de agentes direta e indiretamente afetados (Figura 25). Enquanto para agentes dispersos suficientemente afastados entre si as vizinhanças crescem em passos de $4n$, para zelotes agregados o incremento a cada ordem de vizinhança é apenas 4. A tabela 14 mostra as quantidades de agentes em cada ordem de vizinhança dos zelotes.

Figura 23 - Distribuições acumuladas das opiniões para diferentes quantidades de zelotes agrupados (acima) e dispersos (abaixo)

Legenda : Em vermelho a distribuição média para o tema forçado. Em azul, as distribuições médias para cada um dos 24 demais temas são tão próximas entre si que parecem um traço único. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 24 - Áreas de influência para agentes inflexíveis agrupados (esquerda) e dispersos (direita)

Legenda : Os valores mostrados na tabela são os máximos para dispersos, dada a possibilidade de sobreposição, especialmente para quantidades elevadas destes agentes. A quantidade de primeiros vizinhos para agentes agrupados é equivalente à quantidade de primeiros vizinhos para a raiz quadrada daquela quantidade de agentes dispersos. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Densidades de zelotes dispersos suficientemente pequenas terão perímetros de influência, isto é, quantidades de vizinhos de primeira ordem próximas às máximas. À medida que a concentração de agentes inflexíveis aumenta, as chances de que estejam próximos entre si, em contato direto ou compartilhando vizinhos, também cresce. Por exemplo, para 16 zelotes, o perímetro efetivo médio do conjunto foi 63,3, ou ainda 3,96 vizinhos por agente inflexível. Para 256 agentes, o perímetro efetivo médio por zelote foi 3,40. Não só o perímetro cai, mas também as vizinhanças começam a ter grande sobreposição, acumulando influências de diversas fontes sobre os agentes.

Com o aumento da quantidade de zelotes dispersos, há diminuição das frequências de agentes com grandes distâncias mínimas. Para 256 zelotes, por exemplo, não há agentes além da nona ordem de vizinhança do zelote mais próximo. Conforme a densidade de zelotes aumenta, as quantidades de agentes em cada vizinhança para os dispersos afastam-se dos máximos teóricos de $4n.ov$, onde n é a quantidade de zelotes. Para 16 zelotes dispersos, a quantidade de vizinhos de quinta ordem foi 82,8% do máximo, contra 4,1% para 256.

A primeira vizinhança de zelotes agrupados pode ser aproximada para $4\sqrt{n}$. Assim, 64 zelotes agrupados ou oito dispersos têm cerca de a mesma quantidade de primeiros vizinhos. Para ambos os grupos, o crescimento das opiniões e importâncias médias, mostradas na tabela 13, mantém relação linear com o perímetro efetivo dos zelotes. As regressões lineares para opiniões médias contra $ov1$ (Tabela 14) são apresentadas na figura 26. Ambas apresentam coeficientes de determinação altíssimos, de mais de 0,99. A variação de cerca de

15% entre os coeficientes lineares, no entanto, ressalta existência de diferenças entre os comportamentos de ambas distribuições de zelotes.

Tabela 14 - Distribuição dos agentes em cada ordem de vizinhança para diferentes quantidades de zelotes

	Zelotes	ov1	ov2	ov3	ov4	ov5	ov6	ov7	ov8	ov9	ov10	ov11+
Agrupados	2	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	3854
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	3832
	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	3788
	16	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	3740
	32	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	3644
	64	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	3532
	128	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	3308
	256	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	3020
Dispersos	2	8	15,9	23,8	31,6	39,3	47	54,7	62,3	69,7	77	3665
	4	16	31,8	47,4	62,7	77,1	91,1	104,4	117,4	128,7	138,3	3277
	8	31,9	63,2	93,2	121,2	146,7	170,1	190	206	217,3	225,1	2624
	16	63,3	123,5	178,7	226,2	265,1	294,2	311	319	315,8	303,4	1680
	32	124,9	238,6	332,1	396,7	429,3	432,2	410,4	373,7	326,6	271	728,8
	64	245,6	447,4	573,6	613,7	579,2	491,5	384,2	277,2	184,9	112,2	122,5
	128	472,6	782,4	856,8	738,8	525,4	314	161,8	73,1	29	10	4
	256	871,7	1195	957,4	526,2	209,7	62,9	14,1	2,3	0,4	0	0

Legenda : Para agentes agrupados, há acréscimo de 4 vizinhos a cada nova ordem. Para dispersos, o número teórico de vizinhos cresce 4 por zelote por ordem de vizinhança. Para quantidades grandes de zelotes, há crescente sobreposição com o avanço das ordens. O número de vizinhos de primeira ordem estima o impacto sobre opiniões e importâncias. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

O crescimento das maiorias parece ser bastante afetado pela diminuição das áreas de influência, mesmo quando comparando conjuntos de mesmo perímetro (Tabela 14). Os valores mais próximos às opiniões e importâncias médias para 256 agregados são os obtidos para 16 zelotes dispersos. As maiorias, no entanto, são similares às de oito zelotes dispersos. Sinaliza o importante papel das ordens superiores de vizinhança na conversão de agentes

Figura 25 - Opinião média contra quantidade de vizinhos de primeira ordem para zelotes agrupados (esquerda) e dispersos (direita)

Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

5.1.3 Dados ordenados por vizinhança

A dispersão dos zelotes aumenta a abrangência das influências e é capaz de afetar opiniões e ações de modo mais efetivo. Vizinhos próximos são expostos o suficiente para que revertam suas ações e funcionem como propagadores da influência que receberam. Multiplicam, portanto, a efetividade dos zelotes. Some-se a aumentada quantidade de agentes nas demais ordens de vizinhança, o resultado é uma capacidade maior de influenciar maiorias sem incorrer na mesma extremação de opiniões.

O aspecto reverso é que a adjacência entre vizinhos de baixas ordens de zelotes agrupados aumenta influências indiretas entre aqueles agentes. Eles recebem e repassam as influências dos zelotes não só diretamente, mas também de outros vizinhos próximos aos zelotes. Com isso, são reforçados no mesmo assunto e opinião por diversas fontes. O resultado são opiniões mais extremas e importâncias mais concentradas do que as para o caso disperso. Este resultado é visível comparando, por exemplo, as caudas das distribuições acumuladas para 16 zelotes dispersos ou 256 agrupados. Ambas estão destacadas na figura 27. A distribuição para 256 agrupados acompanha a distribuição para oito dispersos até o oitavo decil, depois assume uma cauda alongada. Os histogramas das opiniões no assunto de teste revelam um padrão visível de dois picos no lado forçado pelos zelotes. Possivelmente estão relacionados aos primeiros e segundos vizinhos dos zelotes. Isto explicaria a progressiva redução nas suas alturas para quantidades menores de zelotes, e as proporções entre áreas para dispersos e agrupados. Para agentes agrupados, há deslocamento para a direita no eixo x da posição destes picos (Figura 36, no Apêndice B).

Figura 26 - Distribuições acumuladas das opiniões para diferentes quantidades de zelotes agrupados (vermelho) e dispersos (azul)

Legenda : Enquanto o efeito médio é o próximo ao de 16 zelotes dispersos, para 256 zelotes agrupados há aumento da quantidade de agentes com opiniões extremas, visível pelo engrossamento da cauda direita na distribuição acumulada. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 27 - Distribuições acumuladas das opiniões para diferentes distâncias dos zelotes

Legenda : Dados apresentados para 32 zelotes dispersos, mas não há diferenças notáveis para demais quantidades. Para zelotes agrupados, as curvas das primeiras ordens de vizinhança são deslocadas para a direita. Uma comparação entre zelotes agrupados e dispersos é apresentada na figura 37, no Apêndice B. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A fim de comparar os impactos locais das diferentes distribuições de zelotes, os dados foram seccionados por ordem de vizinhança. A tabela 15 apresenta as opiniões, importâncias e ações médias por distância dos zelotes. Os efeitos são perceptíveis ao menos até a sétima

ordem de vizinhança, e podem ser também observados sobre as distribuições de opiniões e importâncias na figura 28. As feições das distribuições não são alteradas radicalmente pela quantidade ou posicionamento dos zelotes. Na medida em que cresce a densidade de zelotes dispersos, no entanto, os efeitos das influências indiretas acumulam-se⁵, levando a uma maior dispersão das distribuições. O viés dos agentes em direção à opinião dos zelotes, e a importância dada ao assunto forçado decaem rapidamente com a distância.

Tabela 15 - Opiniões, importâncias e ações médias para diferentes distâncias a partir dos zelotes

		ov1	ov2	ov3	ov4	ov5	ov6	ov7	ov8	ov9	ov10	ov11+
Agrupados	Opinião	543,01	275,21	127,38	53,01	19,62	6,24	1,87	0,71	0,68	0,67	-0,07
	Importância	544,44	281,43	143,52	80,40	54,71	45,22	41,82	40,65	40,19	40,19	39,95
	Ação	1,000	0,998	0,979	0,891	0,741	0,612	0,543	0,518	0,507	0,505	0,500
Dispersos	Opinião	503,98	290,55	149,64	67,52	25,51	7,75	1,92	0,38	0,09	0,02	0,03
	Importância	506,17	296,61	163,70	92,03	59,30	46,58	42,14	40,75	40,42	40,21	40,05
	Ação	1,000	0,996	0,977	0,905	0,768	0,631	0,547	0,513	0,503	0,500	0,502

Legenda: Com $t = 1000$, a influência dos zelotes é perceptível pelo menos até a sétima ordem de vizinhança. Resultados médios para quantidades de zelotes apresentados na tabela 15, obtidos em 100 execuções para cada quantidade de zelotes. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

5.1.4 Interpretação de resultados

A comparação entre os impactos de ambas as distribuições de zelotes indicam que dispersar esforços é uma estratégia eficiente para influenciar opiniões e ações de uma população. Zelotes agrupados “desperdiçam” uma porção considerável de seus esforços interagindo com vizinhos que já concordam com suas opiniões – “*preaching to the choir*”, na expressão inglesa – então têm grande capacidade influenciar a quantidade de agentes concordantes. De fato, o espalhamento de zelotes é estratégia historicamente bem sucedida de arrebanhar convertidos em busca de apoio. Poderiam ser considerados exemplos o envio de missionários para os ermos da América do Sul por entidades religiosas como a Companhia de Jesus, no século XVI ou a Igreja de Jesus Cristo dos Santos dos Últimos Dias, nas primeiras décadas do século XX. Uma vez que se obtenha uma base de

⁵ Na tabela 14, os agentes foram considerados em sua distância do zelote mais próximo. Para baixas densidades de zelotes dispersos, as influências dos próximos zelotes mais próximos podem ser consideradas negligenciáveis. À medida em que sua concentração aumenta, no entanto, a distância do segundo zelote mais próximo torna-se cada vez menor, e os agentes passa a ser influenciados de modos mais diversos. O resultado é a distribuição mais dispersa de opiniões vista para 128 zelotes na figura 37 do apêndice B.

apoiadores locais, estes próprios ajudarão a converter e reforçar convicções dos demais. Outro exemplo é o patrocínio de atletas por marcas de material esportivo. Comportamento similar é visto ainda no mercado de instrumentos musicais. As empresas desenvolvem chamadas linhas *signature* em conjunto com artistas de destaque, na intenção de estabelecerem-se perante os consumidores como a preferência daquela celebridade.

Quanto mais concentrados estiverem os zelotes, menor a sua abrangência e poder de influenciar uma votação. Por outro lado, mais radicais são as opiniões dos agentes influenciados e mais importância é dada ao assunto forçado. Assim, dependendo do objetivo – ganhar uma eleição ou arrebatar militantes para uma causa, por exemplo – diferentes alocações de zelotes podem ser mais adequadas. Do ponto de vista contrário, os resultados parecem em consonância com a clássica estratégia militar de dividir e conquistar. Dispersar grupos de pensamento monolítico parece fundamental para amenizar a frequência de eventos de ação extrema. De modo similar, políticas de integração de imigrantes podem ser importantes na manutenção da coesão social. O isolamento poderia levar a processos de retroalimentação local e acirramento de opiniões e culminar em atos violentos como as revoltas dos jovens oriundos das periferias francesas em 2005.

5.2 EVITADORES

Os testes com agentes inflexíveis mostram tratar-se de uma estratégia com potencial de sucesso para situações onde se pretende, por exemplo, afetar o resultado de uma eleição ou alistar militantes. A inserção de zelotes tem, no entanto, um efeito adverso do ponto de vista do debate público. O aumento da importância dada ao tema forçado propaga-se também para regiões da rede onde a opinião contrária é preferida, e acaba por acirrar as opiniões dos opositores. Nos casos testados na seção anterior, as proporções iniciais de ações +1 e -1 nos assuntos foram mantidas constantes e simétricas. Consequentemente, o modelo partiu sempre de um estado próximo a ter sua ação preferencial revertida, amplificando a relevância dos zelotes. Neste contexto, o aumento da importância dada ao assunto em círculos opositores pode tornar-se pouco importante frente aos ganhos obtidos pela obtenção da maioria.

Por outro lado, caso a ação contrária tenha uma vantagem suficientemente grande para que não seja revertida pela influência dos zelotes, o aumento da importância entre opositores pode levar ao acirramento de opiniões contrárias. Assim, a insistência em trazer um assunto à tona pode levar a uma situação pior para os agentes na minoria. Com vistas neste cenário, optou-se por testar uma

segunda estratégia de debate público: abster-se de um assunto na tentativa de, ao diminuir sua importância, prevenir a extremação de opiniões de ambos os lados e diminuir a quantidade de interações envolvendo um tema com potencial de más consequências para os agentes na minoria.

5.2.1 Descrição dos testes

Os agentes “evitadores” abstêm de debater um assunto, ignorando-os entre suas opções sempre que forem selecionados para interagir com seus vizinhos. Mesmo que recebam de seus vizinhos influências que aumentem a importância do assunto evitado, os agentes não o consideram na seleção de assunto. Assim, as suas opiniões e ações no assunto de teste tornam-se irrelevantes para a dinâmica.

Os testes foram executados resgatando as condições utilizadas para zelotes. Evitadores dispersos e agrupados foram adicionados em grupos de 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 e 256 agentes. Os dados apresentados na tabela 16 foram obtidos da mesma forma descrita na seção 5.1.1.

Conforme esperado, não há efeitos sobre as médias das opiniões dos demais agentes, tampouco suas ações. Reduções nos desvios padrão de opiniões e importâncias podem ser observadas especialmente para quantidades maiores de evitadores dispersos. A grandeza desses efeitos, no entanto, pouco superior à quantidade de vizinhos de primeira ordem, diretamente impactos pelos agentes de comportamento distinto. Para 128 evitadores, por exemplo, há uma redução de 10,8% no desvio padrão das opiniões e de 14,3% na média das importâncias para o assunto evitado para agentes cujos primeiros vizinhos somam 11,5% da rede (Tabela 17). Números similares são 256 evitadores: 21,5% de redução no desvio padrão das opiniões, 28% nas importâncias com acesso direto a 21,2% dos agentes. Assim, ao contrário dos que acontece com zelotes, evitadores beneficiam-se pouco da propagação de seus esforços. Os histogramas das opiniões após 1000 passos são mostrados na figura 29. Os evitadores diminuem a frequência de opiniões extremas e aumentam a de opiniões brandas. Para 256 evitadores dispersos e nos parâmetros descritos na seção 3.2, os intervalos de opiniões $v = \pm[15; 20]$ marcam a transição de maiores para menores frequências.

Tabela 16 - Estatísticas para simulações com agentes evitadores, tomadas após $t = 1000$ passos

Evitadores		Opiniões			Importâncias			Ações	
		Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
Agrupados	0	-0,224	47,831	0,069	40,008	35,709	0,070	0,496	0,041
	2	-0,113	47,719	0,073	39,928	36,004	0,077	0,500	0,045

Dispersos	4	0,341	47,169	0,076	39,465	35,532	0,083	0,495	0,045
	8	0,455	47,636	0,080	39,970	35,727	0,082	0,494	0,051
	16	0,204	47,127	0,075	39,467	35,391	0,075	0,498	0,051
	32	0,189	47,845	0,074	39,941	35,957	0,077	0,508	0,043
	64	0,429	47,753	0,078	39,874	35,995	0,076	0,504	0,046
	128	-0,190	47,507	0,078	39,667	35,596	0,078	0,500	0,042
	256	0,242	46,643	0,082	38,901	35,241	0,083	0,501	0,039
	2	0,003	47,255	0,084	39,596	35,441	0,089	0,500	0,045
	4	-0,748	47,892	0,076	40,120	35,938	0,077	0,495	0,045
	8	-0,532	47,409	0,067	39,656	35,684	0,068	0,494	0,051
	16	-0,145	46,918	0,073	38,994	35,280	0,076	0,498	0,051
	32	0,454	45,977	0,078	38,144	34,763	0,074	0,508	0,043
	64	0,362	45,233	0,078	37,003	34,701	0,087	0,504	0,046
	128	0,084	42,598	0,078	34,266	33,110	0,079	0,500	0,042
	256	0,071	37,539	0,079	28,860	30,069	0,076	0,501	0,039

Legenda :Os resultados referem-se às opiniões e pesos dos agentes comuns no tema evitado. Os agentes evitadores foram desconsiderados em todas as estatísticas. As reduções na dispersão de opiniões e importâncias para o tema evitado acompanham a proporção de evitadores na população. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Tabela 17 - Distribuição dos agentes em cada ordem de vizinhança para diferentes quantidades de evitadores

	Zelotes	ov1	ov2	ov3	ov4	ov5	ov6	ov7	ov8	ov9	ov10	ov11+
Agrupados	2	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	3854
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	3832
	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	3788
	16	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	3740
	32	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	3644
	64	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	3532
	128	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	3308
	256	64	68	72	76	80	84	88	92	96	100	3020
Dispersos	2	8	16	23,9	31,6	39,3	46,9	54,5	62,0	69,5	76,8	3666
	4	15,9	31,8	47,4	62,3	77,0	91,0	104,5	116,8	127,8	138,3	3279
	8	31,8	63,0	92,6	120,0	145,2	167,8	187,0	202,3	214,6	224,8	2639
	16	63,4	123,8	179,0	225,9	263,4	291,4	307,4	315,1	310,9	301,1	1699
	32	125,4	239,4	332,1	398,0	432,5	438,8	420,2	381,9	325,1	268,9	701,6
	64	246,3	448,1	574,6	615,5	583,2	498,0	386,7	272,9	181,0	108,8	116,7
	128	473,0	784,0	857,3	742,0	529,2	318,5	162,1	67,9	24,4	7,3	2,4
	256	870,9	1190,6	952,7	531,1	216,9	62,5	13,0	2,1	0,2	0	0

Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 28 - Histogramas das opiniões para diferentes quantidades de evitadores

Legenda : Em detalhe, destacados os picos de frequência (esquerda) e a distribuição na cauda (direita). Com o aumento do número de evitadores, há aumento da frequência de opiniões próximas a zero e redução na frequência de opiniões extremas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

5.2.2 Dados ordenados por vizinhança

Para permitir avaliar a extensão das influências dos evitadores, os dados de opiniões, importâncias e ações foram segregados pela distância entre os agentes e o evitador mais próximo. Não há influência direta por parte dos evitadores sobre as opiniões no assunto de teste. Indiretamente, o aumento das importâncias dos demais assuntos diminui a importância relativo tema evitado, afetando o módulo das opiniões nele. As médias por vizinhança estão apresentadas na tabela 18.

A importância dada ao assunto evitado diminui com a proximidade de um evitador. Por conta do mecanismo de retroalimentação de importâncias, o efeito é maior do que a quantidade de atualizações suprimidas. Enquanto cerca de 1/4 das atualizações que um vizinho imediato receberia no assunto são desviadas para os demais, a sua importância final cai à metade. O mesmo ocorre em relação aos módulos das opiniões.

Assim como no caso dos zelotes, evitadores agrupados têm efeitos maiores sobre seus vizinhos imediatos. Tanto o módulo das opiniões quando as importâncias são menores em $ov1$. Para as demais ordens, os valores tornam-se indistintos entre agrupados e dispersos. Como consequência de sua estratégia, os agentes evitadores diminuíram a menos da metade a quantidade de vezes em que o assunto lhes foi trazido por seus vizinhos. A importância acumulada pelos evitadores dispersos foi de 17,61, cerca de 43% da média de 40,93 para os demais assuntos. Para evitadores agrupados, a importância acumulada é ainda menor, dada a redução no perímetro efetivo. Mais do que isso, a proximidade de primeiros vizinhos de evitadores entre si contribui para a redução das importâncias. Apesar do maior perímetro – 64

contra 63,4 – os 256 evitadores agrupados receberam em média um total de 290,2 atualizações no assunto em questão contra 400,5 para 16 evitadores dispersos. Há, portanto, um benefício adicional no agrupamento dos evitadores. Além de diminuir a exposição do grupo a interações forçadas pelos demais agentes através da redução do perímetro, criam uma região onde o tema evitado tem importância especialmente reduzida. Com isso diminuem ainda mais as interações no assunto.

Tabela 18 - Opiniões, módulo das opiniões, importâncias e ações médias para diferentes distâncias dos evitadores

		ov1	ov2	ov3	ov4	ov5	ov6	ov7	ov8	ov9	ov10	ov11+
Agrupados	Opinião	-0,38	-0,74	-0,72	-0,70	-0,32	-0,08	0,00	-0,03	-0,02	0,00	0,25
	Opinião	15,37	24,84	29,55	31,54	32,48	32,87	33,08	32,98	32,79	32,73	33,16
	Importância	17,54	28,88	34,99	37,79	39,02	39,53	39,65	39,55	39,52	39,56	40,01
	Ação	0,496	0,498	0,501	0,501	0,501	0,499	0,498	0,502	0,502	0,502	0,502
Dispersos	Opinião	0,03	0,04	0,05	-0,07	0,01	0,13	0,17	0,07	-0,06	-0,10	-0,19
	Opinião	17,26	24,66	29,35	31,66	32,60	32,91	33,06	33,16	33,16	33,27	33,17
	Importância	20,52	29,24	34,80	37,78	39,12	39,60	39,84	40,00	40,04	40,15	40,03
	Ação	0,500	0,501	0,499	0,499	0,500	0,501	0,504	0,502	0,501	0,501	0,499

Legenda : Com $t = 1000$, a sua influência é perceptível ao menos até a quinta ordem de vizinhança. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

5.2.3 Interpretação de resultados

Supondo que não haja interesse em afetar as opiniões dos demais agentes, mas em diminuir a intensidade das opiniões em um ou ambos os lados do debate, a estratégia evitadora parece adequada. Especialmente no nível local, a quantidade de vezes que o tema evitado é trazido pelos demais agentes é reduzida. Contrário ao caso dos zelotes, os evitadores tem efeitos globais similares quando agrupados ou dispersos. Localmente, no entanto, as vizinhanças tornam-se menos prováveis de selecionar o assunto problemático, tornando-se mais amistosa ao agrupamento dos agentes diferenciados.

Vale lembrar que, enquanto a estratégia evitadora minimiza o número de interações indesejadas envolvendo os agentes que a adotam, ela não tem efeitos no sentido de mudar a distribuição de ações. Ao evitar o assunto, especialmente fechando-se sobre si mesma, uma minoria reduz os efeitos da opressão que tenta evitar, mas sem afetar as opiniões que são sua causa. Há assim uma relação de compensação entre minimizar danos imediatos e confrontar o problema visando eliminar sua fonte.

5.3 MÍDIA

A dinâmica social não é influenciada somente por interações locais. Além do contato interpessoal, as pessoas estão expostas às influências de meios de comunicação na construção de suas opiniões. Segundo dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD)⁶ referentes ao ano de 2011, televisões estão presentes em 96,9% dos domicílios brasileiros. Em pesquisa encomendada pelo grupo Máquina PR⁷ por ocasião das eleições de 2009, o instituto Vox Populi entrevistou 2500 eleitores quanto à relevância de diferentes fontes de informação. A televisão era assistida por 99,3% dos entrevistados e considerada a principal fonte de informação por 55,6% deles. Foi atribuída ainda “alta credibilidade” ao veículo, com uma nota de 8,12 no quesito em uma escala de zero a dez. Para comparação, as avaliações conferidas ao rádio e à internet foram as mais elevadas – atingindo 8,21 e 8,20, respectivamente. Conforme o site da Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL, 2013), a penetração das televisões por assinatura no Brasil em fevereiro de 2013 era de 27,9% dos domicílios. Estes números sugerem que a fonte de informação primária para o público brasileiro são os canais de televisão, especialmente os abertos.

Os efeitos da mídia enquanto formadora de opiniões podem ser modelados de diferentes formas. A seguir são esboçadas e discutidas algumas propostas para modelar efeitos da influência virtualmente onipresente da mídia na discussão.

5.3.1 Topologia de rede

Uma possível maneira de trazer os efeitos da mídia para o modelo CODA é utilizar-se de estruturas de rede com grandes assimetrias de grau, como as redes livres de escala. Nelas, a distribuição de graus segue uma lei de potência. Alguns agentes são muito mais conectados, mas sem que tenham acesso à totalidade dos demais. Tais agentes podem ser encarados como análogos a veículos de mídia, “canais” talvez, influenciando grandes subconjuntos da rede. Conforme visto na seção 4.2, a topologia livre de escala resulta em

⁶IBGE, 2012.

⁷MÁQUINA, 2009.

abrandamento das opiniões acompanhado de aumento das maiorias, associados à perda de localidade.

Duas ressalvas podem ser feitas ao uso de redes livres de escala. Primeiro, o grau máximo dos agentes é relativamente pequeno para os valores simulados. Para $m = 4$, $k = 224,7$ é a média do grau máximo. Isso equivale a uma capacidade de influenciar diretamente apenas 5,5% dos agentes. Apesar da abrangência dezenas de vezes maior, que resulta em proporcional superamostragem dos agentes enquanto influenciadores de seus vizinhos, este número está bastante aquém das estimativas de audiência. Em segundo lugar, as redes livres de escala têm baixo coeficiente de aglomeração. Isto é, não há proximidade entre os vizinhos de um agente e nem, portanto, estabelecimento de retroalimentação local de temas. A modelagem do impacto da mídia seria mais bem desenvolvida com uma topologia de rede que permitisse forte assimetria de grau enquanto preservando o quanto possível a aglomeração, especialmente entre os agentes com menores graus.

5.3.2 Formadores de opinião

Uma maneira relativamente simples de se manter altos coeficientes de aglomeração, mas obter forte assimetria de grau é inserir uma quantidade reduzida de agentes conectados a todos os demais. Dada a forma de seleção dos agentes envolvidos nas interações, os totalmente conectados frequentemente influenciam os demais, enquanto em raras ocasiões são eles mesmos influenciados. Com a pequena quantidade de vizinhos que cada agente possui, as opiniões e importâncias dos superconectados logo se impõem sobre o modelo como um todo. Foram feitas simulações feitas com um único agente completamente conectado representando uma mídia com discurso monolítico. As maiorias finais alinharam-se com a opinião da mídia em todos os assuntos em cada uma de 100 repetições da simulação. A figura 30 mostra importâncias e graus de concordância nestas simulações, ordenadas por importância do assunto para a mídia. O grau de concordância com tais opiniões mostrou-se relacionado à importância dada pela própria mídia nos diferentes assuntos.

Pode-se considerar pouco verossímil, no entanto, que a mídia tenha tamanha influência sobre a formação das opiniões. Uma alternativa para lidar com esta questão é a introdução de um parâmetro ρ , que controle quão mais prováveis são interações

“interpessoais” em relação às interações com a mídia. Representa assim a proporção com que os agentes “dão ouvidos” aos demais, quando comparados ao telejornal, por exemplo.

Um possível problema com essa abordagem é estabelecer acesso total dos agentes-mídia aos demais. Isto é, os agentes não têm “preferência” por nenhum veículo de mídia, e são equiprovavelmente afetados pelo conteúdo de todos eles. A dinâmica é controlada pela importância e ação combinadas entre os diferentes “canais”. A figura 31 apresenta resultados obtidos para quatro canais, com $\rho = 10$. Há marcada vinculação entre a importância dos assuntos para a mídia e para a população como um todo ($R^2=0,9019$). Ainda que corresponda por apenas cerca de 9% das influências, a mídia conseguiu impor seus assuntos de interesse sobre a população como um todo. No quadro acima e à direita são confrontadas as médias das opiniões nos assuntos com o produto entre a importância dada pela mídia e a sua ação média nos diferentes temas⁸. O alto coeficiente de determinação ($R^2=0,8068$), indica forte correlação entre os conjuntos. O produto entre importância média dada pela mídia e a somatória das suas ações é capaz de explicar cerca de 65% da variação nas opiniões dos agentes.

A parte inferior da figura 31, por sua vez, mostra as distribuições acumuladas das opiniões separadas por ação média dos canais no assunto. Cerca de 25% dos agentes são convertidos para a ação correspondente quando há consenso na mídia em +1 ou -1. Proporcionalmente, cerca de 12,5% dos agentes são convertidos em direção a ações médias +0,5 ou -0,5. As proporções permanecem simétricas e inalteradas quando a soma das ações é zero.

Esta abordagem parece promissora por ser bastante simples e ainda assim permitir variarem-se diversas propriedades da mídia. Não se fez necessário inserir assimetria exógena entre os assuntos ou agentes. Mesmo que dez vezes menos relevante do que as interações entre vizinhos, a mídia influenciou de forma determinante as importâncias, opiniões e ações.

⁸ Os possíveis valores para ação média com 4 canais são $\langle s_m \rangle \in \{-1; -0,5; 0; 0,5; 1\}$.

Figura 29 - Proporção de concordância com a média (acima) e comparação entre importâncias dadas pelo conjunto dos agentes e pela média nos assuntos (abaixo)

Legenda : Os assuntos foram ordenados por importância para a mídia. Médias para 100 repetições. Quanto mais importante um assunto, mais os agentes concordam com a opinião midiática. A mídia tem grande impacto sobre a importância dada pelos agentes a um assunto. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 30 - Importância global contra importância para a mídia (acima e à esquerda); Opinião média global contra importância para a mídia x ação da mídia (acima e à direita); Distribuições acumuladas das opiniões para diferentes ações da mídia (abaixo)

Legenda : Dados acumulados em 100 execuções. A mídia é composta por quatro "canais". Há forte correlação entre a importância dada pela mídia e o agregado das suas opiniões com a importância e opinião global sobre um assunto. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

5.3.3 Controle de conteúdo

Na proposta anterior, a inserção de agentes completamente conectados leva-os a dominarem a dinâmica. Eles imprimem forte viés em favor de suas ações e importâncias mesmo quando estabelecidos mecanismos de atenuação da sua relevância. Optou-se então por uma abordagem onde a mídia afeta apenas a escolha dos assuntos debatidos entre os agentes comuns. Na interação entre um agente i e seu vizinho j , a escolha de assunto é feita utilizando-se o vetor de pesos de um dos agentes-mídia selecionado aleatoriamente. A ação observada por i naquele assunto continua sendo dada por $s_j = \text{sign}(p_j - 0,5)$ para o assunto selecionado. As atualizações de opiniões e importâncias dos agentes-mídia ocorrem do mesmo modo que as dos demais agentes, e estão sujeitas às condições da dinâmica.

Simulações foram executadas variando a quantidade dos agentes-mídia. Os dados para opiniões, importâncias e maiorias estão apresentados na tabela 19. A supressão do mecanismo de ligação preferencial ao nível local resulta em grandes mudanças no comportamento do sistema. Os altos coeficientes de variação dos desvios padrão das opiniões e importâncias indicam haver grandes diferenças entre a quantidade de atualizações acumuladas entre os assuntos para quantidades pequenas de agente-mídia. Isto é, a concentração da influência da mídia resulta em fortes assimetrias entre os temas.

Tabela 19 - Estatísticas para simulações com agentes-mídia influenciando a escolha dos assuntos, tomadas após $t = 1000$ passos

Mídia	Opiniões			Importâncias			Maiorias	
	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP	Cvar(DP)	Média	DP
0	-0,307	47,656	0,079	40	35,768	0,081	0,535	0,026
2	-0,027	31,615	3,207	40	2,820	2,041	0,512	0,013
4	-0,105	31,197	2,526	40	3,525	1,512	0,513	0,014
8	-0,216	30,684	1,866	40	4,334	1,080	0,517	0,016
16	-0,033	30,207	1,362	40	5,046	0,766	0,520	0,017
32	-0,083	29,778	0,951	40	5,661	0,503	0,523	0,018
48	0,077	29,621	0,789	40	5,859	0,411	0,524	0,018
64	0,118	29,555	0,693	40	5,963	0,356	0,524	0,018
96	0,039	29,448	0,562	40	6,093	0,283	0,525	0,018
128	0,000	29,392	0,503	40	6,144	0,247	0,524	0,019
256	0,001	29,338	0,359	40	6,232	0,175	0,524	0,018

Legenda : Pequenas quantidade de veículos de mídia promovem alta concentração de importância e opiniões, observáveis nos altos coeficientes de variação dos desvios padrão de ambas grandezas. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

A figura 32 mostra os histogramas das opiniões por assunto, ordenados por importância global, para diferentes quantidades de agentes-mídia. Os efeitos de concentração das atualizações podem ser percebidos na diferença entre as distribuições das opiniões. Quanto menor a quantidade de agentes tomando as decisões, maior assimetria entre assuntos mais e menos debatidos. Este impacto é amenizado com o aumento da mídia. As distribuições tornam-se progressivamente mais parecidas conforme é aumentado o conjunto de agentes capazes de escolher assuntos.

Para quantidades suficientemente grandes de agentes-mídia, há diminuição da concentração das atualizações em relação ao modelo com temas escolhidos por localmente. Isto é, supondo que haja diversidade entre os interesses dos diferentes canais, a exposição aos assuntos escolhidos pela mídia acaba aumentando a variedade de temas discutidos no nível local. O resultado é diversificação de interesses e amadurecimento das opiniões. Como os assuntos deixam de ser ignorados localmente, a quantidade de opiniões próximas a zero diminui consideravelmente. O padrão de cinco picos de opiniões, apresentado nas seções 2.3 e 3.5.2 é resgatado, e pode ser visto na figura 32i. Deste modo, o modelo aponta que a presença de mídia suficientemente variada trazendo à tona um leque de interesses resultaria em uma sociedade com opiniões mais refletidas.

Figura 31 - Histogramas das opiniões para diferentes quantidades de agentes-mídia

Legenda : Ordenados de a até i para respectivamente 0, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 e 256 agentes-mídia. Progressão de cores das linhas de azul para vermelho em ordem crescente de importância global. Conforme mais agentes-mídia, mais amadurecidas são as opiniões nos diferentes assuntos. Fonte: Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

6 CONCLUSÃO

O trabalho visou apresentar uma variante para o modelo CODA baseado em multiplicidade de assuntos cujas importâncias evoluem ao longo da dinâmica. O modelo proposto pode ser considerado limítrofe entre as áreas de dinâmica cultural e de opiniões. A seguir, são resgatados os principais resultados atingidos ao longo do trabalho.

Na seção 3, foram apresentadas algumas das características fundamentais do modelo. Há estabelecimento de preferências locais entre os diversos assuntos. Nos assuntos mais importantes, as opiniões dos agentes são mais frequentemente atualizadas. Assim, há maior estabelecimento de consensos locais, resultando em um processo de *coarsening*no tocante às ações. Em contrapartida, os assuntos localmente menos importantes são raramente debatidos. As opiniões nestes assuntos recebem menos atualizações, reduzindo as oportunidades de influência e troca de ação. Permanecem, portanto, em estados localmente menos ordenados. Por fim, o modelo promove extremação de opiniões em direção a ambas opções com o passar do tempo. As opiniões mais extremas são resultantes da combinação entre elevada importância no assunto e consenso local.

Partindo deste ponto, dois conjuntos de testes foram propostos. No primeiro, apresentado ao longo da seção 4, foi estudado o espaço paramétrico do modelo. Uma série de testes foi proposta com a intenção de que se identificassem as principais mudanças nos padrões de comportamento do modelo decorrentes da manipulação de cada um dentre diversos parâmetros, condições iniciais, bem como da estrutura de rede.

Em linhas gerais, modificações que diminuam a localidade das interações – diminuição na quantidade de agentes, aumento no tamanho das vizinhanças, estrutura de rede com menor coeficiente de aglomeração entre outras – levam a aumento das majorias e diminuição da extremidade das opiniões. Opiniões mais brandas também resultam de modificações como aumento dos pesos iniciais, da quantidade de assuntos ou das opiniões iniciais. Este último parece um tanto contraintuitivo: aumentar as opiniões com que os agentes começam a dinâmica resulta em opiniões finais mais brandas. Dada a aleatoriedade da condição inicial, os agentes com opiniões iniciais elevadas passam vários passos antes de se alinharem com os vizinhos. Para os assuntos menos debatidos localmente, este alinhamento pode levar longos períodos.

O parâmetro de pesos iniciais ω_0 merece destaque. Sua alteração tem impactos profundos sobre a distribuição de importâncias e opiniões. Para valores baixos, a distribuição de importâncias em um assunto assume uma forma exponencial e com grande assimetria na importância local entre assuntos. Quanto maiores os pesos iniciais, menos relevante é o mecanismo de ligação preferencial. A distribuição de importâncias torna-se uma distribuição côncava e com média igual à moda.

O segundo conjunto de testes, apresentado na seção 5, explorou os efeitos de duas diferentes estratégias de debate tomadas por pequenos grupos de agentes. Foram esboçadas ainda algumas propostas para modelar os impactos da mídia sobre as opiniões e importâncias.

A estratégia inflexível consistiu em zelotes forçarem um assunto e ação sempre que fossem selecionados por um de seus vizinhos para interação. Os resultados apontam que zelotes dispersos têm capacidade muito superior de influenciar as ações de seus vizinhos. Se agrupados, por outro lado, os zelotes tornam as opiniões de seus vizinhos mais extremas. A decisão de dispersar ou agrupar esforços, portanto, deve ser tomada com base nos objetivos da intervenção.

Em seguida, testou-se uma estratégia alternativa baseada em evitar um debate específico. Supôs-se que, dado um conjunto de circunstâncias, poderia ser do interesse dos agentes reduzirem o número de interações a respeito de um determinado assunto – a fim de evitar represálias ou violência por conta de uma opinião socialmente mal vista, por exemplo. A estratégia é efetiva em diminuir a exposição dos agentes evitadores ao assunto problemático. Neste caso, os efeitos são potencializados pelo agrupamento dos agentes graças à redução do perímetro efetivo do grupo. A estratégia evitadora é incapaz de influenciar as opiniões. É, portanto, uma medida de redução de danos em curto prazo.

Finalmente, foram apresentadas duas formas de introduzir influências da mídia na dinâmica do modelo. Na primeira, quatro agentes simbolizando diferentes veículos da mídia ou canais foram completamente conectados aos demais. Os resultados apontam para um grande impacto da mídia na interação social. Mesmo com chances dez vezes menores de interação em relação aos vizinhos “regulares”, os canais controlaram as importâncias nos diferentes assuntos e modificaram fortemente a distribuição das opiniões e as majorias. Na segunda forma, a mídia não tem impacto sobre as opiniões, e apenas influencia os temas debatidos entre vizinhos. Neste caso, quantidades baixas de canais concentram a dinâmica em poucos assuntos, viciando o debate e impedindo o amadurecimento de opiniões nos temas

menos debatidos. Por outro lado, com aumento da quantidade de canais, a população como um todo desenvolve opiniões maduras sobre os diferentes assuntos. Assim, uma mídia variada em interesses induz amadurecimento das opiniões acompanhado pelo relativo abrandamento delas na rede como um todo.

Este trabalho tem um caráter exploratório. Certamente diversas outras e mais adequadas análises poderiam ser feitas em um ou vários dos casos testados. Além disso, uma série de testes aqui preteridos poderiam ter sido executados. Para sugerir alguns exemplos, utilização de condições iniciais assimétricas, de parâmetros α e β diferentes entre si, de estruturas redes reais ou de outras regras de seleção de assunto.

REFERÊNCIAS

- ANATEL. 2013. Disponível em <<http://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalNoticias.do?acao=carregaNoticia&codigo=28171>>. Acessado em 11/8/2013
- AXELROD, R. The Dissemination of Culture. **Journal of Conflicts Resolution**. v. 41, n. 2, p. 203-226, 1997.
- BARABÁSI, A.L.; ALBERT, R. Emergence of Scaling in Random Networks. **arXiv: cond-mat/9910332v1**; 1999.
- BARRAT, A.; WEIGT, M. On the Properties of Small-World Network Models. **European Physical Journal B**, v. 13, p. 547-560, 2000.
- BAUMAN, K. P.; GEHER, G. We think you agree: the detrimental impact of the false consensus effect on behavior. **Current Psychology**, v. 21, n. 4, p. 293–318, 2002.
- CASTELLANO, C.; FORTUNATO, S.; LORETO, V. Statistical physics of social dynamics. **Reviews of Modern Physics C**, v. 81, n. 2, p. 591-646, 2009.
- CASTELLÓ, X.; EGUÍLUZ, V.; SAN MIGUEL, M. Ordering dynamics with two non-excluding options: bilingualism in language competition. **New Journal of Physics**, v. 8, n. 308, 2006.
- CLIFFORD, P.; SUDBURY, A. A model for spatial conflict. **Biometrika**, v. 60, p. 581–588, 1973.
- DEFFUANT, G. Comparing extremism propagation patterns in continuous opinion models. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 9, n. 3, p. 8, 2006.
- DEFFUANT, G.; NEAU, D.; AMBLARD, F.; WEISBUCH, G. Mixing beliefs among interacting agents. **Adv. Comp. Sys.**, v. 3, p. 87-98, 2000.
- DORNIC, I.; CHATÉ, H.; CHAVE, J.; HINRICHSSEN, H. Critical coarsening without surface tension: the universality class of the voter model. **Physical Review Letters**, v. 87, n. 4, 045701, 2001.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On random graphs I. **Publicationes Mathematicae Debrecen**, v. 6, p. 290-297, 1959.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On the evolution of random graphs. **Publication of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences**, v. 7, p. 17-61, 1960.
- FORTUNATO, S. The krause-hegselmann consensus model with discrete opinions. **International Journal of Modern Physics C**, v. 15, n. 7, p. 1021-1029, 2004.
- FRACHEBOURG, L.; KRAPIVSKY, L. Exact results for kinetics of catalytic reactions. **Physical Review E**, v. 53, n. 4, R3009-R30012, 1996.

GALAM, S. Majority rule, hierarchical structures, and democratic totalitarianism: a statistical approach. **Journal of Mathematical Psychology**, v. 30, p. 426-434, 1986.

GALAM, S. Minority opinion spreading in random geometry. **The European Physical Journal B**, v. 25, n. 4, p. 403-406, 2002.

GALAM, S.; JACOBS, F. The role of inflexible minorities in the breaking of democratic opinion dynamics. **Physica A** v. 381, p. 366-376, 2007.

GALLAVOTTI, G. **Statistical mechanics**. Berlin: Springer-Verlag, 1999.

GRIMM, V.; BERGER, U.; BASTIANSEN, F.; ELIASSEN, S.; GINOT, V.; GISKE, J.; GOSS-CUSTAR, J.; GRANT, T.; HEINZ, S.; HUSE, G.; HUTH, A.; JENPSSEN, J.U.; JORGENSEN, C.; MOOIJ, W.M.; MÜLLER, B.; PE'ER, G.; PIOUS, C.; RAILSBACK, S. F.; ROBBINS, A. M.; ROBBINS, M. M.; ROSSMANITH, E.; RÜGER, N.; STRAND, E.; SOUSSI, E.; STILLMAN, R. A.; VABO, R.; VISSER, U.; DEANGELIS, D. L. A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. **Ecological Modelling**, v. 198, p. 115-126, 2006.

GRIMM, V.; BERGER, U.; DEANGELIS, D. L.; POLHILL, J. G.; GISKE, J.; RAILSBACK, S. F. The ODD Protocol: a review and first update. **Ecological Modelling**, v. 221, p. 2076-2768, 2010.

HAMMING, R. Error detecting and error correcting codes. **Bell System Technical Journal**, v. 29, n. 2, p. 147-160, 1950.

HEGSELMANN, R.; KRAUSE, U. Opinion dynamics and bounded confidence: models, analysis, and simulations. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 5, n. 3, 2002.

IBGE. **Pesquisa nacional por amostra de domicílios**. Brasília, DF: IBGE, 2012. v. 31.

KADUSHIN, C. **Understanding social networks**. Nova Iorque: Oxford University Press, 2012.

KLEMM, K.; EGUÍLUZ, V.; TORAL, R.; SAN MIGUEL, M. Globalization, polarization and cultural drift. **Journal of Economic Dynamics & Control**, v. 29, p. 312-334, 2005.

KONDRAT, G.; SZNAJD-WERON, K. Three types of outflow dynamics on square and triangular lattices and universal scaling. **Physical Review E**, v. 77, n. 2, 021127, 2008.

KNUTH, D. Two notes on notation. **American Mathematical Monthly**, v. 99, n. 5, p. 403-422, 1992.

MÁQUINA Public Relations – Notícias, 2009. Disponível em:

<<http://www.grupomaquina.com/noticias/maquina/tv-e-a-fonte-de-informacao-preferida-do-brasileiro-internet-ja-aparece-em-segundo-aponta-pesquisa-maquina-vox-populi>>. Acesso em: 11 ago. 2013.

MARTINS, A. C. R. Continuous opinions and discrete actions in opinion dynamics problems. **International Journal of Modern Physics C**, v. 19, n. 4, p. 617-624, 2008a.

MARTINS, A. C. R. Mobility and social network effects on extremist opinions. **Physical Review E**, v. 78, 036104, 2008b.

MARTINS, A. C. R.; KUBA, C. D. The importance of Disagreeing Contrarians and extremism in the CODA model. **arXiv:0901.2737**; 2009.

MARTINS, A. C. R. A middle option for choices in the Continuous Opinions and Discrete Actions model. **arXiv:0904.1882v1**; 2009b.

MOBILIA, M. Does a single zealot affect an infinite group of voters? **Physical Review Letters**, v. 91, n. 2, 028701, 2003.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas dinâmicos complexos**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

NEWMAN, M. E. J.; WATTS, D. J. Renormalization group analysis of the small-world network model. **Physics Letters A**, v. 263, p. 341-346, 1999.

PERCENTILES of a data set –MATLAB prctile. The Math Works Inc, 2013. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/stats/prctile.html>>. Acesso em: 11 ago. 2013.

REDNER, S. **A guide to first-passage processes**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

SAVOY, D. **A dinâmica de opinião dos debates públicos em redes sociais complexas**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SZNAJD-WERON, K.; SZNAJD, J. Opinion evolution in closed community. **International Journal of Modern Physics C**, v. 11, n. 6, p. 1157-1165, Sept. 2000.

SZNAJD-WERON, K. Sznajd model and its applications. **Acta Physica Polonica B**, v. 36, n. 8, p. 2537-2547, 2005.

VAN DER VAART, A. W. **Asymptotic statistics**. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

VAZQUEZ F.; KRAPIVSKY, P. L.; REDNER, S. Constrained opinion dynamics: freezing and slow evolution. **Journal of Physics A: Mathematical and General** v.36, n.3, L61-L68, 2003.

VICENTE, R.; MARTINS, A. C. R.; CATICHA, N. Opinion dynamics of learning agents. **Journal of Statistical Mechanics**, v. 3, p. 3015, 2009.

YILDIZ, E.; ACEMOGLU, D.; OZDAGLAR, A. E.; SABERI, A.; SCAGLIONE, A. Discrete opinion dynamics with stubborn agents. **ACM Transactions on Economics and**

Computation, 2013. In print. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=1744113>>. Acesso em: 11 ago. 2013.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of *small-world* networks. **Nature**, v. 393, n. 1, p. 440-442, 1998.

WEISZFLOG, W. (Ed.). **Moderno dicionário da Língua Portuguesa**. São Paulo: Melhoramentos, 2007.

APÊNDICE A – PSEUDOCÓDIGO

```

x=64;
y=64;
z=25;%número de assuntos (M)
a=1; %tamanho da influência nos log-odds das opiniões
f_max=10;%número de repetições
t=1000;%passos de monte carlo a cada repetição da dinâmica
spr=.1; %espalhamento da condição inicial

n=x*y;%número de agentes

%gera lista de vizinhos para uma matriz de x por y agentes com condições
%periódicas de contorno
V=zeros(n,4);
V(1:x,1)=n-x+1:n;%lista vizinhos à esquerda dos agentes 1 a 64
V(x+1:n,1)=1:n-x;%lista vizinhos à esquerda dos agentes 65 a 4096
V(1:n-x,2)=x+1:n;%lista vizinhos à direita dos agentes 1 a 4032
V(n-x+1:n,2)=1:x;%lista vizinhos à direita dos agentes 4033 a 4096
V(mod(1:n,x)==1,3)=(1:y).*x; %vizinhos acima da primeira linha
V(find(mod(1:n,x)~=1),3)=(find(mod(1:n,x)~=1)-1); %vizinhos acima dos
demais
V(mod(1:n,x)==0,4)=(((1:y)-1).*(x)+1);%vizinhos abaixo da última linha
V(find(mod(1:n,x)~=0),4)=(find(mod(1:n,x)~=1));%vizinhos abaixo dos demais

%PREALOCÇÃO DE ESTATÍSTICAS DE ANÁLISE
%Distribuição de probabilidades - a cada passo de Monte Carlo
majlA=zeros(t,z,f_max);%Preponderância da escolha majoritária
mlA=zeros(t,z,f_max);%Média das médias dos logodds
stlA=zeros(t,z,f_max);%Média dos desvios-padrão dos logodds

%Distribuição de pesos - a cada passo de Monte Carlo
propw=zeros(t,z,f_max);%registro de proporções de pesos ordenados
hwA=zeros(t,z,f_max);%registro de importâncias médias
nwA=zeros(t,z,f_max);%prealocando normalização
sigch=zeros(t,f_max);%registro de mudanças de ação

%Condições Finais
wA_f=zeros(n,z,f_max);%Importâncias finais
lA_f=zeros(n,z,f_max);%log-odds das opiniões (passos para reversão)
pA_f=zeros(n,z,f_max);%opiniões (em probabilidade atribuída)

for f=1:f_max

%CONDIÇÕES INICIAIS
    pA=(rand(n,z).*(2*spr))+((1-(2*spr))/2);%opiniões iniciais (uniforme em
[0.5-spr;0.5+spr])
    wA=ones(n,z).*w0;%pesos iniciais

    lA=log(pA./(1-pA));%log odds da opinião para cada agente
    slA0=sign(lA); %registra as ações iniciais para a primeira comparação

for T=1:n*t

```

```

        i=ceil(rand(1,1).*n);%escolhe um agente i aleatório
        j=V(i,ceil(rand(1,1).*v));%escolhe aleatoriamente um de seus
vizinhos j

        k=randsample(z,1,true,wA(j,:));%sorteia assunto k usando
importâncias para j como peso
        wA(i,k)=wA(i,k)+1;%atualiza a opinião de i em k com +1
        lA(i,k)=lA(i,k)+ a.*sign(lA(j,k));%atualiza a opinião de i em k com
o sinal da opinião de j
        pA(i,k)=(1)./(1+exp(-1*lA(i,k)));%reverte a quantidade de passo
para reversão em probabilidade

%ATUALIZAÇÕES A CADA PASSO DE MONTE CARLO
if mod(T,n)==0 %se T for um passo de Monte Carlo redondo,...
    display([z,f,T/n]) %...mostre em quem passo estamos.
    majlA(T/n,:,f)=abs(sum(sign(lA(1:end,:)))/(2*n))+.5; %registre
o tamanho das maiorias
    mlA(T/n,:,f)=mean(lA(1:end,:));%média das opiniões
    stlA(T/n,:,f)=std(lA(1:end,:));%desvios padrão das opiniões
    propw(T/n,:,f)=mean(sort(wA,2)./repmat(sum(wA,2),1,z)); %média
dos pesos ordenados localmente
    hwA(T/n,:,f)=mean(wA(1:end,:));%progressão da média do peso de
cada assunto
    nwA(T/n,:,f)=hwA(T/n,:,f)/sum(hwA(T/n,:,f),2); %normalização de
hwA
    sigch(T/n,f)=sum(sum(sign(lA)~=slA0))-count;%quantidade de
mudanças de ação
    slA0=sign(lA);%registra as ações para a próxima comparação
end
end
%TERMINADA A EXECUÇÃO...
    wA_f(:,:,f)=wA; %registre importâncias finais
    lA_f(:,:,f)=lA; %registre a quantos passos cada agente está de mudar de
opinião
    pA_f(:,:,f)=pA; %registre as probabilidades finais dadas pelos agentes
a A ser melhor que B
    display(f)%mostre em que execução estamos
end
%TERMINADAS TODAS AS EXECUÇÕES...
save testel_p2p_rr_z25_t1000_100x_.mat%registre os resultados no arquivo

```

APÊNDICE B – FIGURAS ADICIONAIS

Figura 32 - Médias das importâncias relativas temas ordenados localmente

Legenda : Para cada agente, os assuntos foram ordenados em ordem de peso, depois se calculou o peso médio para cada ordinalidade. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 33 - Importâncias relativas ao assunto localmente mais importante

Legenda : Valores tomados em 100 execuções. O tempo foi variado para manter a média de iterações por assunto igual a 40. Há aumento da concentração das atualizações com o aumento da quantidade de assuntos. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 34 - Distribuição de probabilidades dos pesos para um tema em função dos pesos iniciais

Legenda : Acumulado de 100 repetições para cada valor de ω_0 e após $t = 200$ passos de Monte Carlo. Todas as curvas têm média 8. A faixa destacada marca a transição entre as diferentes formas da distribuição. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 35 - Histogramas das opiniões para diferentes quantidades de zelotes

Legenda : Em detalhe, destacados os picos de frequência. Em vermelho, dados para 256 zelotes agrupados. Nas demais séries, zelotes dispersos. Os agentes obtêm opiniões mais extremas ao redor de zelotes agrupados. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.

Figura 36 - Distribuições acumuladas de opiniões por distância dos zelotes

Legenda : Em vermelho tracejado, dados para zelotes agrupados. Em azul, zelotes dispersos. Da direita para a esquerda, ordens crescentes de vizinhança. Na medida em que cresce a densidade de zelotes dispersos, os efeitos de influência indireta começam a acumular-se, aumentando a dispersão das distribuições. Fonte : Bruno Vitorio dos Santos, 2013.