UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM MODELAGEM DE SISTEMAS COMPLEXOS

EDUARDO DE SOUZA DIAS

**Estudo do risco sistêmico em redes interbancárias pela abordagem de sistemas
complexos**

São Paulo
2015

EDUARDO DE SOUZA DIAS

Estudo do risco sistêmico em redes interbancárias pela abordagem de sistemas complexos

Versão corrigida

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Pós-graduação de modelagem em sistemas complexos.

Área de concentração:

Modelagem de sistemas complexos

Orientador:

Prof. Dr. Fernando Fagundes Ferreira

São Paulo

2015

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

CATALOGAÇÃO-NA-PUBLICAÇÃO

(Universidade de São Paulo. Escola de Artes, Ciências e Humanidades. Biblioteca)

Dias, Eduardo de Souza

Estudo do risco sistêmico em redes interbancárias pela abordagem de sistemas complexos / Eduardo de Souza Dias ; orientador, Fernando Fagundes Ferreira. – São Paulo, 2015.

80 f : il

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo.

Versão corrigida.

1. Redes complexas. 2. Risco financeiro. 3. Crédito bancário. 4. Sistemas dinâmicos. I. Ferreira, Fernando Fagundes, orient. II. Título

CDD 22.ed.– 332.7011

Nome: DIAS, Eduardo de Souza

Título: Estudo risco sistêmico em redes interbancárias pela abordagem de sistemas complexos

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências do Programa de Pós-Graduação Modelagem de Sistemas Complexos

Área de Concentração: Sistemas Complexos

Aprovado em: 25/11/2015

Banca Examinadora

Professor: Dr. Fernando de Fagundes Ferreira Instituição: EACH – USP

Professor: Dr. Terry Macedo Ivanauskas Instituição: EACH – USP

Professor: Dr. Antonio Fernando Crepaldi Instituição: UNESP

Aos meus pais: José e Fátima, com amor e agradecimento

Agradecimentos

Agradeço ao universo que sempre retribuiu luz em minha vida.

À minha família, que sempre me apoiou e acreditou em mim, mesmo estando longe.

À minha esposa Tamires, por estar junto a mim durante toda essa jornada.

Ao Albert e família, por estarem sempre ao meu lado.

Ao professor doutor Fernando Fagundes Ferreira, por me orientar na construção deste trabalho, e pelas ideias, contribuições e principalmente, apoio.

Agradeço aos professores doutores: Carlos de Brito, Flávia Mori e Terry Ivanauskas, pelas críticas e discussões que contribuíram para este trabalho.

Enfim, agradeço a Universidade de São Paulo e a todos que contribuem para a manutenção e evolução do presente programa de pós-graduação.

“Stay hungry, stay foolish.”

Steve Jobs

RESUMO

DIAS. E. S. Estudo do risco sistêmico em redes interbancárias pela abordagem de sistemas complexos. 2015. 80 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem de Sistemas Complexos) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

O estudo econômico e financeiro vem se modificando e buscando novas metodologias. Desde a crise que se iniciou com os “*subprimes*” nos Estados Unidos em 2008 e se espalhou para as economias de todo o mundo, novas discussões de como ela poderia ter sido evitada e qual caminho deveriam os países seguir para sair da estagnação já surgem no mundo acadêmico em direção ao estudo da complexidade. Em termos econômicos, algumas críticas feitas ao estudo da economia tradicional, principalmente atribuídas ao excesso de restrições utilizados nos modelos, podem ser agora afrouxadas, uma a uma, através de modelagens baseadas em agentes. Já no entendimento e controle do risco financeiro, redes complexas prestam fundamental distinção. Os modelos até então utilizados para controle de riscos no mercado financeiro não levam em consideração o risco global, porém apenas o risco local. Muitas teorias sobre a diminuição do risco através da diversificação são aceitas e realmente produzem sistemas mais estáveis, porém com pouca resiliência, ou seja, o número de crises diminui, porém as que ocorrem são muito mais graves. Este trabalho sugeriu um modelo baseado em agentes, onde um sistema econômico simples foi construído, para ser capaz de gerar crises. Este modelo formado por firmas e demanda estocástica, utiliza bancos para simular o mercado financeiro. Tais bancos estão conectados entre si através de uma rede interbancária. Para testar os efeitos de risco sistêmico, foram realizados três testes. No primeiro aumentou-se a alavancagem máxima permitida e os bancos conseguiram obter mais lucro e maior crescimento, porém a partir de certo patamar o sistema entrou em colapso, com frequente crises. No segundo aumentou-se a conectividade média e os bancos também obtiveram maior lucro, porém com crises muito mais profundas. No aumento do índice de cluster da rede interbancária, assim como nos dois primeiros testes os bancos conseguiram maior crescimento, porém agora sem os mesmos efeitos indesejáveis causados pelo aumento do risco.

Palavras-chaves: Novas metodologias, abordagem complexa, risco sistêmico, redes complexas, clusterização.

ABSTRACT

DIAS. E. S. Systemic risk study in interbank networks by complex systems approach. 2015. 80 p. Dissertation (Master of Science) – Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

Economic and financial studies have been changing and searching new methodologies. Since the 2008 subprime crisis, which spread into economies around the globe, new discussions on how it could have been prevented, and paths which countries should follow to emerge from stagflation have been discussed by the academic world towards the complexity subject. In economic terms, some of the criticism of neoclassic economics, mainly due to excessive constraints used by its models, can now be eased, one by one, through agent based modeling. Regarding financial risk understanding and control, complex networks assume fundamental distinction. Models applied so far in financial market risk control don't consider global risk, but only the local one. Many theories on risk diversification are accepted and indeed produce more stable systems, although with little resilience, which means smaller number of crisis, but when it does occur, are more serious ones. This paper suggested an agent based model, using a simple economic system capable of generating crisis. This model was constituted by firms and stochastic demand, using banks to simulate the financial market. These banks were connected through a banking network. In order to test systemic risk, the model performed three tests. First, the maximum leverage allowed was increased and banks were able to achieve higher profits and growth, but from a certain level, the system collapsed with frequent crisis. Second, the average connectivity was increased and banks obtained higher profits, however with more severe crisis. Finally, increasing banking network cluster index, similarly to the first two tests, banks achieved higher growth, but without the undesirable effects caused by risk increase.

Key-words: New methodologies, complex approach, systemic risk, complex networks, clustering.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Proposta de solução de Euler utilizando redes complexas.	29
Figura 2 - D. J. Watts and S. H. Strogatz, dinâmica de "mundo pequeno".	32
Figura 3 - Reticulado para estudo de percolação de duas dimensões.....	35
Figura 4 – Ilustração de uma rede interbancária com D_k , A e E_{iv}	41
Figura 5 – Ilustração de uma rede interbancária com D_k e C	42
Figura 6 - Balanço financeiro de um banco.....	42
Figura 7 – Fluxograma da etapa de preparação do modelo..	50
Figura 8 – Fluxograma da etapa de mercado do modelo.....	52
Figura 9 – Rede interbancária, com detalhe para o número de conexões de um banco de pequeno porte (detalhe da esquerda) e de um banco de grande porte (detalhe da direita).	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1– Comparativo de parâmetros. Fonte: Souza Dias, Eduardo.	53
Tabela 2– Comparativo de patrimônio por risco. Fonte: Souza Dias, Eduardo.	73

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Rede interbancária brasileira: Grau de conectividade entre bancos contra o rank (ordenação crescente em termos de crédito).....	16
Gráfico 2 - Gráficos para demonstração de leis de potência	32
Gráfico 3 - Gráfico de remoção de nós para redes aleatórias e livres de escala.....	34
Gráfico 4 - Probabilidade para formação do cluster gigante.	36
Gráfico 5 - Intersecção entre q e $F(q)$	37
Gráfico 6 - Análise de Cluster com 3,4 e 5 clusters e probabilidade de default de 0,05.....	45
Gráfico 7 - Produção agregada..	54
Gráfico 8 - Distribuição do patrimônio das firmas.....	55
Gráfico 9 - Crescimento agregado das firmas..	55
Gráfico 10 - Crédito tomado pelas firmas para financiar a produção..	56
Gráfico 11 – Créditos não honrados das firmas..	56
Gráfico 12 - Distribuição dos créditos não honrados pelas firmas.....	56
Gráfico 13 - Participação dos créditos interbancários no montante total de crédito na economia.....	57
Gráfico 14 – Créditos não honrados dos bancos.	57
Gráfico 15 – Créditos não honrados dos bancos pelo total.	58
Gráfico 16 - Esquerda: Distribuição de grau entre firmas e bancos. Direita: Distribuição de grau na rede interbancária.....	58
Gráfico 17 - Crescimento agregado dos bancos.	59
Gráfico 18 - Número de firmas que faliram ao longo da simulação.	60
Gráfico 19 - Número de bancos que faliram ao longo da simulação.	60
Gráfico 20 – Impacto de calote pelo total de crédito.....	61
Gráfico 21 – Índice de Risco sistêmico pelo patrimônio dos bancos chaves.....	61
Gráfico 22 – Falência causadas pela rede interbancária.....	62
Gráfico 23 - Taxa de juros entre firmas e bancos (azul) e no mercado interbancário (vermelho).	62
Gráfico 24- a. Patrimônio dos bancos de acordo com seu perfil de risco. b. Créditos não honrados pelos bancos de acordo com seus perfis de risco. c. Grau na rede interbancária de acordo com o perfil de risco. d. Bancos que abriram falência ao longo da simulação.....	63
Gráfico 25 – Patrimônio dos bancos em função da alavancagem.	65

Gráfico 26 – Bancos falidos em função da alavancagem.....	65
Gráfico 27 – Número de crises em função da alavancagem.....	66
Gráfico 28 – Impacto de calote pela alavancagem.	67
Gráfico 29 – Patrimônio dos bancos pela conectividade.....	67
Gráfico 30 – Bancos falidos pela conectividade.	68
Gráfico 31 – Crises pela conectividade.	68
Gráfico 32 – Impacto de calote pela conectividade.....	69
Gráfico 33 – Coeficiente de clusterização em função de X.	70
Gráfico 34 – Patrimônio dos bancos versus a afinidade X.....	70
Gráfico 35 – Bancos falidos em função da afinidade X.	71
Gráfico 36 – Número de crises em função de X.	71
Gráfico 37 – Impacto de calote em função de X.	72
Gráfico 38 – Índices de patrimônio por risco em função da afinidade X.....	74

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivos	18
1.2 Organização do Trabalho.....	18
2 ABORDAGEM TRADICIONAL E A ECONOMIA COMPLEXA	19
2.2 Ciclos Econômicos e efeitos amplificadores	23
2.3 Revisão de modelos em economia complexa	26
3 REDES COMPLEXAS E RISCO SISTÊMICO EM REDES INTERBANCÁRIAS ...	29
3.1 Métricas de Rede	30
3.1.1 Grau de Centralidade	30
3.1.2 Intermediação	30
3.1.3 Índice de Cluster.....	31
3.2 Aplicações de Redes Complexas.....	31
3.3 Robustez de Redes Complexas	33
3.3.1 Método de Remoção de Nós.....	33
3.3.2 Percolação em Redes Complexas	35
3.4 Métricas de Risco Sistêmico	39
3.4.1 Impacto de Calote.....	40
3.4.2 Índice de Risco Sistêmico	41
3.5 Modelos de risco sistêmico em redes interbancárias.....	42
3.5.6 Maior Clusterização para maior robustez	45
4 MODELO DE CRÉDITO EM UMA ECONOMIA SIMPLIFICADA COM REDE INTERBANCÁRIA	47
4.1 Descrição do Modelo	47
4.2 As Relações de Crédito	49
4.3 Produção Real e Lucro	51
4.4 Simulação	53
4.4.1 Parâmetros utilizados na simulação	53
4.4.2 Variáveis agregadas e regularidades estatísticas geradas	54
4.4.3 Aumento da Alavancagem.....	64
4.4.4 Aumento da Conectividade	67
4.4.5 Aumento da Clusterização	69
4.5 Discussão	72
4.5.1 Melhor relação retorno risco.....	73
5 CONCLUSÃO.....	75
5.1 Sugestões para trabalhos futuros.....	76
REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

Sistemas complexos é uma ciência ainda nova, porém vem ganhando espaço no mundo acadêmico. O termo sistemas complexos não encontra uma definição clara e completa na literatura (Miller, Page, 2007). Um primeiro passo vai na separação dos conceitos de complicado e complexo. Enquanto muitos sistemas podem ser complicados, eles não são necessariamente complexos (Boccaro, 2004). Um sistema complicado pode ser imaginado como um sistema de muitas partes, as quais interagem entre si de maneira previsível e determinística e não adaptativa, como um relógio, por exemplo. Um sistema complexo também possui muitas partes interagentes, porém é capaz de produzir propriedades emergentes, auto-organização e adaptação. Um bom exemplo de adaptação em sistemas complexos é a colônia de formigas. Elas são capazes de se organizar em prol da sobrevivência de todo o formigueiro (Mitchell, 2009). Segundo Scott Page (2010), adaptação pode ser encontrada em diversos sistemas complexos, tantos biológicos como sociais. Uma espécie se adaptando a um novo ecossistema ou uma população se adaptando a uma nova legislação.

A ciência sempre trabalhou na ideia do reducionismo, do dividir para conhecer. Essa ideia era baseada no paradigma Newtoniano onde tudo pode ser reduzido a alguns elementos principais, os quais são regulares, irreduzíveis e previsíveis (Nicolis, 2007). Para se aprofundar o conhecimento sobre determinado sistema necessitava-se, então, dividi-lo em quantas partes fosse possível. O entendimento do todo era uma questão de somatória das partes. Na física ou na química, conhecer a estrutura molecular de certo material ajuda a compreender suas propriedades macroscópicas. O dividir para conhecer começa a perder espaço quando interações entre os agentes de determinado sistema se fazem presentes, gerando propriedades emergentes. Emergência de um sistema é o conjunto de propriedades fruto das interações dos agentes e suas propriedades próprias, ou seja, um fenômeno agregado bem delineado que nasce das interações entre os indivíduos (Miller, Page, 2007). Novamente citando uma colônia de formigas como exemplo, a propriedade emergente lá encontrada é a organização que surge das interações das formigas. Sempre que uma formiga encontra alimento, esta comunica a localização deste para as outras formigas. Uma colônia de abelhas segue um processo parecido, com divisões de tarefas ainda mais claras. Um sistema social também pode ser exemplo, nesse caso a propriedade emergente resultante é a vida em sociedade, com casas, comércios e leis. Sistemas biológicos e sociais são grandes exemplos de complexidade, onde existe emergência e adaptação ao mesmo tempo.

Com o nascimento oriundo da biologia, o tema sistemas complexos foi englobando ao longo do tempo outras áreas da ciência, como teoria dos jogos, redes, e para alguns autores também a teoria do caos. Em grande parte, sistemas complexos possuem estocasticidade, ou seja, possuem fatores que dependem de probabilidade para ocorrer (Mitchell, 2009). Ser estocástico não significa que exista apenas desordem nos sistemas complexos, significa que o sistema pode migrar para diferentes fases, e que essas fases podem ser conhecidas. Esses diferentes estados possíveis se configuram em um diagrama de fases (Nicolis, 2007). Diferentes fases significam diferentes estados ou diferentes propriedades que um sistema pode ter. Sistemas complexos são muitas vezes estudados em termos de estados possíveis que se pode atingir e as respectivas leis que regem as transições entre tais estados. Uma analogia que pode ser feita é comparar os estados possíveis de um sistema complexos com o diagrama de fases da água. A água pode ser encontrada em três estados, sólido, líquido e vapor. O diagrama de fases da água proporciona saber em qual temperatura e pressão exatamente pode-se encontrar cada fase e suas características consequentes. Para Boccara (2004), o entendimento de sistemas complexos está no estudo de sua organização, encontrando ordem onde a primeira vista existe apenas desordem. Essa ordem pode ser bem definida pelo diagrama de fases que cada sistema possui e de seus respectivos padrões, que delimitam exatamente as mudanças de comportamento.

Sistemas complexos são estudados pelos padrões encontrados. Um dos padrões mais encontradas em sistemas complexos é a chamada lei de potência (Miller, Page, 2007). Leis de potência significam que muitos sistemas complexos podem ser considerados livres de escala, ou seja, mantêm suas características em variadas escalas. Sistemas com tempo ou tamanhos diferentes são capazes de reproduzir as mesmas propriedades. No campo social, a distribuição do patrimônio das empresas é um exemplo de lei de potência.

Alguns sistemas biológicos por sua vez apresentam grande organização no sentido de coordenação. Formigas andando em linha, peixes se locomovendo em cardumes e pássaros voando em bandos são exemplos dessa coordenação. Para Mitchell (2009), essa ordem encontrada em sistemas complexos é em grande parte dada pela auto-organização que estes sistemas possuem. Auto-organização acontece através das interações locais, já que sistemas complexos prescindem de um controle central. Os peixes ou pássaros tem contato com seus vizinhos e imitam seu comportamento, levando o grupo a se movimentar de forma padronizada ou correlacionada (Tunstrom et al., 2013).

A geração de todos os padrões em sistemas complexos parecem ser frutos de relações complicadas, porém, muitas vezes, são consequência de regras de interação simples. Com apenas três regras pode-se simular os movimentos de peixes em cardumes ou de formigas em busca de seu alimento (Mitchell, 2009). Logo, juntando-se a capacidade de adaptação com propriedades emergentes, fatores estocásticos e auto-organização, já se tem uma lista dos principais fatores de um sistema complexo. Como dito no início deste capítulo, não existe ainda uma definição clara, porém o resumo dado por Mitchell (2009) pode ser um bom indício para identificar complexidade. A autora diz que “sistemas complexos é um campo de pesquisa interdisciplinar que procura explicar como um grande número de entidades simples se auto organizam sem utilização de comando central, de tal forma a apresentar padrões, usar informação e em alguns casos, aprender”¹(p. 4).

Entre os variados sistemas que podem ser considerados como sistemas complexos, a economia e os mercados financeiros são exemplos importantes, pois possuem todos os fatores fundamentais descritos até aqui. Um dos grandes acadêmicos a citar a economia como sistema complexo foi o economista Brian Arthur, que propôs o modelo intitulado “El Farol Problem”. Com este modelo ele mostrou que agentes dotados de estratégias e uma memória relativamente curta conseguem atingir um grau de coordenação de decisões de modo a evitar a super ou sub lotação (solução eficiente). Posteriormente, Challet e Zhang (1997) simplificaram este modelo e mostraram que ele é equivalente a estar na minoria. Assim, foi possível estabelecer um elo com o mercado financeiro. Comprar quando a maioria vende e vender quando a maioria compra é uma boa estratégia e equivale a estar com a minoria vencedora. O mais interessante é que este modelo prescinde de uma autoridade central. Os agentes são autônomos para tomar decisões e mesmo assim, podem encontrar a melhor alocação de recursos. Este modelo é considerado um paradigma para o mercado financeiro na literatura de econofísica, pois ele reproduz as regularidades estatísticas que caracterizam as séries financeiras. A economia pode ser considerada como um sistema complexo, onde as entidades simples são as pessoas ou firmas, comprando e vendendo bens, e a propriedade emergente é o funcionamento do mercado, como a variação nos preços de casas em diversos locais de um país ou a flutuação no preço das ações, os quais são ambos de difícil precisão (Mitchell, 2009).

¹ [...] complex systems, an interdisciplinary field of research that seeks to explain how large numbers of relatively simple entities organize themselves, without the benefit of any central controller, into a collective whole that creates patterns, uses information, and, in some cases, evolves and learns.

Além de ser uma alternativa no estudo econômico, sistemas complexos também podem ajudar a entender os riscos envolvidos nos mercados financeiros através do uso de redes complexas, fundamentais no estudo de risco sistêmico. A importância deste assunto pode ser lembrada pela crise econômica ocorrida em 2008 e 2009 que trouxe para o cenário internacional a necessidade cada vez maior de se entender os riscos envolvidos no mercado financeiro, tanto em seus aspectos locais quanto sistêmicos. (Prasana Gai et. al., 2011). A gravidade da crise se deu, principalmente, pelo seu efeito amplificador causado pela grande conectividade entre os agentes financeiros, não detectada pelas metodologias então utilizadas pelas instituições, como “*stress test*” e “*value at risk*”. “*Stress test*” mensura a perda que cada instituição pode ter, de acordo com cenários hipotéticos ou caso crises passadas venham a ocorrer novamente. “*Value at risk*” estima a perda esperada de cada instituição no mercado financeiro de acordo com a volatilidade de cada ativo e suas correlações. Ambos os controles tentam minimizar o risco das carteiras, baseando-se em séries e correlações históricas das rentabilidades dos ativos (Helbing, 2013).

O foco no risco local (cada instituição minimiza seu próprio risco) se mostrou falho na previsão e gerenciamento da crise. Além dos controles de risco utilizados, a abordagem dos modelos econômicos da época frequentemente utilizava agentes representativos, ou seja, não levava em conta a interação entre as instituições, o que pode ser incluído em modelos de sistemas complexos. (J. Doyne Farmer et. al., 2012). Jean-Claude Trichet (2010), abrindo a conferência de bancos centrais e discursando sobre a recente crise financeira, afirmou: “Quando a crise veio, as limitações existentes dos modelos financeiros se tornaram aparentes. Como um homem responsável por políticas públicas, eu achei os modelos disponíveis de limitada ajuda.”²

A utilização de modelos em sistemas complexos pode ser uma alternativa promissora para se estudar risco no mercado financeiro e na economia, pois tais modelos utilizam abordagens diferentes das tradicionais como mineração de dados, análise de redes, sistemas dinâmicos e modelagem baseada em agentes. (J. Doyne Farmer et. al, 2012). Entre essas novas abordagens, o estudo de redes complexas tem papel fundamental em modelos envolvendo riscos sistêmicos (Stefano Battiston et. al, 2009). Durante muito tempo acreditou-se que a disseminação do risco através de um grande número de diferentes instituições poderia diminuir o risco local, porém não foi dada a ênfase necessária ao risco sistêmico. A visão em rede é capaz de trazer a dimensão de como uma falha no sistema pode se disseminar.

² When the crisis came, the serious limitations of existing economic and financial models immediately became apparent. As a policy-maker during the crisis, I found the available models of limited help.

Essa relação traz uma nova visão de como uma instituição pode afetar outra, dependendo da topologia de rede apresentada (J. Doyne Farmer et. al., 2012). A topologia da rede interbancária pode ser responsável pela intensidade da propagação da crise, como a ocorrida em 2008, onde a quebra de um banco levou a quebra ou ao enfraquecimento de outras instituições financeiras parceiras.

O risco sistêmico é amplificado pela presença de instituições muito conectadas. No caso do mercado financeiro, os grandes bancos têm papel fundamental, pois possuem ligações diretas com quase todos os outros bancos da rede (Iyer, Peydró, 2010). Essa diferenciação de ligações entre os bancos segue, na maioria das vezes em modelos econômicos, uma lei de potência. O Gráfico 1 mostra a distribuição de ligações bancárias em relações de crédito entre bancos brasileiros em 2009.

Gráfico 1 - Rede interbancária brasileira: Grau de conectividade entre bancos contra o rank (ordenação crescente em termos de crédito). Fonte: Rama CONT (2009) p. 13

A mesma distribuição ocorre para os patrimônios das empresas. Para Brian Arthur (1989), essa distribuição é em grande parte consequência da existência de uma retroalimentação positiva na economia. Processos de retroalimentação tendem a potencialização do crescimento de agentes (bancos ou firmas) que possuem já maior patrimônio e tem por consequência maior poder de mercado. Uma empresa que ao crescer tem maior capacidade de investimento e de ganhar participação de mercado, consegue maior lucro. A visão de processos retroalimentados na economia como responsáveis pela distribuição de empresas e como agravadora de crises será discutida com mais detalhes no decorrer desta dissertação.

Grandes falhas financeiras se iniciam devido ao risco da contraparte, no caso outras instituições financeiras não honrarem com suas obrigações. Porém, não é trivial que grandes crises apenas são iniciadas por falhas em grandes instituições, mas na verdade dependem em grande parte da topologia de rede que conecta os agentes (Michael Boss et. al., 2003). Se poucos bancos passarem por dificuldades e elevarem seu risco de contraparte, o contágio pode se transmitir até os bancos maiores, os quais, dependendo de suas alavancagens ou liquidez, podem não resistir e o contágio de toda rede pode ser iniciado (Co-Pierre Georg, 2011). Para diminuir o risco de uma única instituição financeira apresentar problemas de liquidez, um acordo firmado em 1988 na cidade de Basileia na Suíça entre mais de 100 países, prevê que os bancos podem apenas emprestar 12 (doze) vezes seu capital, ponderado pelo risco de crédito de cada instituição. Seguido deste, os acordos de Basileia II e III, em 2004 e 2010 respectivamente, preveem reforçar o Basileia I, além de tentar dar maior transparência e controle de liquidez. O capital que um banco tem para emprestar é a soma de seu próprio patrimônio líquido e da captação dos clientes, parte da qual deve ser depositada como compulsório no banco central, para também tentar diminuir o risco do sistema financeiro. É importante lembrar que apenas são válidos patrimônios não imobilizados, pois o acordo de Basileia leva em consideração apenas capital líquido dos bancos.

A regulação bancária tem sido um dos principais instrumentos para diminuição dos riscos locais nos mercados financeiros. Apesar dessas medidas possuírem efeitos claros, elas dificultam o crescimento dos bancos e por consequência o crescimento de toda a economia (David VanHoose, 2007). Além do mais, elas não possuem foco nas redes interbancárias e, portanto, não levam em consideração o risco sistêmico envolvido (Gordy, Howells, 2004). É importante salientar que uma crise no mercado financeiro não afeta somente o mercado, podendo estender-se e contaminar a economia como um todo.

O crédito foi um dos grandes motores de crescimento de todo o mundo durante a primeira década do século XXI. Por meio da distribuição dos investimentos transformados em empréstimos, o sistema financeiro aloca recursos de forma eficiente, provendo capital para produção e consumo, girando a roda do crescimento econômico (Gabriele Tedeschi, 2011). Quando os bancos, por falta de liquidez, diminuem o número de empréstimos, as empresas ficam sem capital e as pessoas perdem poder de compra, levando toda a economia para uma crise (Iyer, Peydró, 2010). Como ocorrido em 2008, a intervenção dos bancos centrais e do governo se faz então necessária para que o mercado não colapse. Esse movimento brusco, conhecido como “estouro da bolha” nos jargões dos mercados, leva o acentuado crescimento

causado pelas altas alavancagens ser ameaçado por um grande período de baixa atividade econômica e desemprego (M. Keynes, 1936). Um eficiente controle de risco passa, então, pela maximização da atividade no mercado de crédito ao mesmo tempo que impede que exista um colapso por não honra de obrigações e falta de liquidez. A medida ideal de risco deve levar em consideração, portanto, as variáveis locais e sistêmicas.

1.1 Objetivos

Esta dissertação tem por objetivo encontrar formas de controle do risco sistêmico através de um modelo baseado em agentes de uma economia simplificada com rede interbancária.

1.2 Organização do Trabalho

A presente dissertação está dividida em cinco capítulos. **O capítulo 2** traz as principais metodologias utilizadas na economia tradicional e as contrapõe aos conceitos estudados em economia complexa, explicando porque esta última deve ganhar espaço no universo acadêmico e no mercado. **O capítulo 3** discute os principais conceitos de redes complexas e risco sistêmico. **O capítulo 4** descreve o modelo utilizado para simulação e apresenta os resultados obtidos, discutindo suas limitações e implicações. **O capítulo 5** traz as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 ABORDAGEM TRADICIONAL E A ECONOMIA COMPLEXA

Um dos grandes acadêmicos a estudar a economia foi o matemático Léon Walras (1874). Inspirado pela ciência determinística da mecânica de Newton, Walras (1874) traçou paralelos entre a economia e os sistemas em equilíbrio da física (Beinhocker, 2006). Para ele, a economia se encontrava em equilíbrio, fruto do resultando de duas forças de mesma intensidade, porém direções contrárias que mantinham o sistema econômico estável em um único ponto. Na economia, a metáfora de força é representada pelo preço, que dada uma demanda finita de algum produto, busca seu equilíbrio onde as firmas conseguem se sustentar ao longo do tempo e os consumidores conseguem satisfazer suas necessidades de utilidade e o excesso de oferta é inexistente. A teoria de Walras (1874) continuou a ser estudada pelos também economistas Kenneth Arrow e Gérard Debreu (1921), que concordando com o equilíbrio econômico ganharam o prêmio Nobel pelo estudo no qual a teoria de Walras (1874) se dava no ponto chamado ótimo de Pareto. Segundo a teoria, o ótimo de Pareto se refere a um sistema que se encontra no auge de sua evolução onde a melhoria de um indivíduo do sistema não pode ocorrer sem ocasionar danos a outro indivíduo, estando, portanto, no nível ótimo de alocação de recursos. Esse estado manteria a economia em equilíbrio de preços e em maximização da utilidade e bem-estar de todos a ela pertencentes.

Ainda antes de Walras, Adam Smith (1776) começou a estudar a economia, porém com uma abordagem um pouco diferente, mais interessado nos agentes econômicos e suas interações, visão mais próxima da visão complexa apresentada na introdução. Adam Smith em “The Wealth of Nations” escreveu sobre economia como sendo um sistema onde cada indivíduo, procurando satisfazer seus próprios interesses, contribuía para o bem-estar social.

Para Smith (1776), cada firma, interessada em seu próprio lucro, buscava desenvolver novos produtos ou formas eficientes de produção. Mais tarde esse conceito seria aprofundado por Schumpeter (1939), onde segundo ele o equilíbrio econômico seria sempre perturbado pela figura do empreendedor na economia, que tentando diminuir seus custos produtivos iria trabalhar na inovação tecnológica, item preponderante na produtividade. Sendo assim, o empresário conseguiria aumentar seu lucro, o que impulsionaria a entrada de novas firmas no mercado, causando um deslocamento na curva de oferta e perturbando o preço de equilíbrio como consequência.

Eric Beinhocker em seu livro “*The Origin of Wealth*” (2006), traz a importância de estudarmos a economia em suas transições, pois, segundo ele, mesmo que a economia

atingisse um equilíbrio, a escala de tempo para que isso acontecesse seria muito alta, mais que suficiente para que outra perturbação acontecesse, reiniciando o processo. Logo, focar na economia como um sistema sempre em transições seria um caminho mais promissor. Além disso, Beinhocker (2006) também traçou paralelos da economia com a física, como Walras (1874), porém agora para mostrar que o sistema econômico realmente descreve diferentes caminhos. Como já visto por Adam Smith (1776) e Schumpeter (1939), a economia está em um processo de constante mudança, o que poderia ser comparado com um sistema físico no qual aumenta continuamente sua energia. Esta energia pode ser pensada como a riqueza que dada economia possui, e à riqueza Beinhocker (2006) atribui o conceito de variabilidade de produtos e serviços disponíveis para consumo. Para exemplificar, ele compara uma cidade como New York a uma aldeia indígena, defendendo que New York é mais rica, pois possuía diferentes produtos para consumo, na ordem de milhões, enquanto uma aldeia indígena possuía poucos utensílios, pouca diferenciação. Logo, a economia sempre evolui no sentido de aumentar sua variabilidade, sua energia. Em sistemas termodinâmicos, o qual a economia é comparada, existem dois tipos de sistemas: abertos e fechados. Os sistemas ao transformarem energia em trabalho, palavra utilizada para designar atividade consequente da troca energética, perdem parte desta em forma de calor, a qual não pode mais ser utilizada para realização de trabalho, sendo necessário que exista entrada de nova alimentação de energia para que o sistema continue a funcionar. O calor gerado pelo processo que leva a uma desordem crescente do sistema é, portanto, sempre crescente. Logo, para que um sistema consiga evoluir ele precisa ser aberto, com entrada de energia. Como o sistema econômico está em constante transformação ele pode ser comparado a um sistema termodinâmico aberto. Tendo em vista que sistemas abertos se caracterizam por não tenderem ao equilíbrio, a qual é propriedade exclusiva de sistemas fechados, assim também a economia não tenderia, sendo sustentada de trocas energéticas que são sempre renovadas, ou em outro vocabulário, perturbadas.

Outro autor a defender novas abordagens em modelos econômicos foi Steve Keen. Em seu livro “*Debunking Economics*”, de 2001, o autor faz críticas a teoria da demanda e oferta. Para construir seu argumento, ele volta a teoria de Adam Smith (1776), onde cada indivíduo buscando sua própria satisfação proporciona o bem comum. Keen (2001) se concentrou nos preceitos assumidos para a construção das curvas de demanda. Para ele, reduzir as ações humanas a decisões racionais retirava da economia sua possibilidade de assumir diferentes estados. Para a lei da oferta, Keen (2001) se concentrou na questão de qual seria o ponto

ótimo para as empresas trabalharem. Segundo ele, as firmas não trabalhariam no ponto onde sua receita marginal é igual ao seu custo marginal, que na verdade elas trabalhavam muito acima desses patamares, não maximizando o lucro. Logo, se mesmo trabalhando acima do que seria o ponto ótimo o preço acha um ponto de equilíbrio onde a economia consegue se desenvolver, porque não haveria outros pontos que também satisfariam as condições?

O mesmo pensamento é colocado por Gaffeo (2007). Para o autor, além da possibilidade de outros pontos existirem, nada garante também a estabilidade desse único ponto. Ou seja, apesar de existir um preço onde a demanda e oferta se igualam, não há garantias que ele não mude ou sofra perturbações constantes. A crítica aqui é principalmente pela abordagem, para que o estudo da economia a trate como um sistema dinâmico e instável, em transformação, cheio de perturbações que por consequência podem gerar crises, como a apresentada na introdução deste trabalho.

Kirman (2006), em sua discussão sobre heterogeneidade na economia, colocou justamente essa questão em pauta, descrevendo como o agregado econômico pode até ser representado por curvas suaves, aparentando um sistema estável, porém isso não significa que as demandas locais e individuais sigam esse comportamento.

Para Beinhocker (2006), a metodologia deveria mudar, não mais com foco em um sistema estável ou procurando a estabilidade, mas sim sendo uma economia em transformação, em constantes ciclos e consequentemente crises. Teríamos que aproveitar então as novas tecnologias para modificar as metodologias dos modelos econômicos, que agora podem não ser apenas matematicamente descritivos, mas testados por modelos complexos através de simulações. Para Keen (2001), as limitações da época dificultaram a matemática de estudiosos como Walras (1874). Para que os cálculos fossem simples o suficiente para serem efetuados, a economia tradicional teria assumido diversos pressupostos sobre os indivíduos que não condiziam com a realidade, e que para ele deveriam ser levados em consideração, pois são variáveis importantes na análise das transformações econômicas e suas instabilidades. Beinhocker (2006) cita como exemplos o excesso de racionalidade atribuído a cada agente, a não existência de custos de transação e o pressuposto de que as firmas sejam eficientes e que não exista assimetria de informação, sendo assim o consumidor é racional e capaz de observar todo o mercado. Segundo Yougui (2006), assimetria de informação não é impeditivo para que exista o mercado, porém existe limites impostos que se ultrapassados o mercado pode colapsar. Para Rod Cross (2004), a psicologia não racional dos indivíduos é a grande responsável pela volatilidade encontrada nos mercados financeiros,

onde apenas com racionalidade poderia se ter um mercado calmo e previsível. Beinhocker (2006) enfatiza a importância de não tratar a economia com atemporalidade. Para ele, temos que considerar o tempo que as transformações na economia levam a acontecer, pois os riscos estão justamente no intervalo entre uma mudança de preços ou de taxa de juros, por exemplo. Para Keen (2001), se um preço não se inicia no ponto de equilíbrio, o tempo de transição deveria ser contabilizado, já que fazia parte da transformação da economia. Para Gafeo (2007) essa atemporalidade tornava muitas explicações tradicionais comprometidas, pois o preço era definido antes da negociação e não através de um processo constante. Logo, para Beinhocker (2006), os modelos econômicos precisavam de uma nova abordagem. O autor compara os modelos tradicionais aos carros que circulam em cuba, que apesar de servirem em muito para suas tarefas, estão desatualizados e já haveria melhores técnicas, ou abordagens. Uma das abordagens é o que ele chama de Economia Complexa. Para ele, a economia tradicional possui algumas diferenças principais em relação a complexa, uma das quais já foi discutida aqui, a tendência de a economia ser tratada como um sistema estável ou buscando o equilíbrio. Além disso, ele critica as modelagens matemáticas atuais, que são reducionistas e não levam em consideração os indivíduos e suas interações. Segundo Mauro Gallegati (2006), as características econômicas são fruto da interação de seus agentes e de seu processo adaptativo, ou seja, o processo econômico é um sistema não linear e as interações de cada agente com a rede social traz complexidade ao sistema. Para Kirman (2006), a heterogeneidade dos indivíduos deve ser levada em consideração em qualquer análise econômica, pois sem ela não haveria processo adaptativo, como comparado aos sistemas biológicos por exemplo, ou mesmo a formação de mercados financeiros, já que as compras e vendas apenas acontecem devido a diferença de opiniões quanto a análise de cada ativo num tempo futuro. Segundo Beinhocker (2006), a não consideração dessas interações são as grandes responsáveis pela separação no estudo econômico entre micro e macroeconomia, onde os fenômenos agregados não podem ser explicados pelas interações dos agentes no nível microscópico. Por fim, Beinhocker (2006) faz uma crítica a metodologia dos modelos matemáticos tradicionais, porém agora por não serem capazes de explicar as perturbações econômicas de forma endógena ao sistema, sempre desconsiderando pontos fora da curva e inserindo choques exógenos para simular crises. Essas perturbações, por serem fruto da heterogeneidade dos agentes e de suas interações não poderiam ser captados pelos modelos matemáticos descritivos de macroeconomia. Keen (2001) também criticou o uso da matemática nos modelos tradicionais, que se utilizando demasiadamente de reducionismos,

deixaram o uso dessa ciência comprometida no estudo econômico. Segundo John Foster (2011), é necessário ter muito cuidado com as análises médias, pois elas nem sempre representam a realidade. Quando se considera um ponto fora da curva em uma análise de dados, se diminui o desvio padrão da mesma, gerando novos pontos a serem descontados. Além disso, um ponto fora da curva ainda pode representar a realidade, e sendo a economia complexa fruto das interações, esta pode influenciar o restante da análise como um exemplo de dado bem ou mal sucedido, que vai ser seguido ou evitado pelos outros agentes.

Logo, a discussão na economia complexa sobre a origem de suas perturbações e consequentes efeitos de propagação considera suas causas como características endógenas ao sistema, fruto de agentes que interagem entre si, sem racionalidade completa e com assimetria de informação, e não mais como fatores exógenos.

Para Brian Arthur (1989), o estudo econômico não pode se basear na teoria da diminuição dos retornos, onde efeitos de retroalimentação negativos tendem a estabilizar a economia em pontos preferíveis, pois existem partes da economia na qual isso parece não ocorrer. Essa estrutura, que ele chama de retroalimentação positiva, motiva a próxima subseção.

2.1 Ciclos Econômicos e efeitos amplificadores

Os processos de retroalimentação na economia são encontrados em diversas literaturas modernas. Retroalimentação ocorre quando a saída de uma parte do sistema é utilizada como entrada de outra, ou seja, A afeta B, B afeta C e C afeta A novamente. Retroalimentação positiva ocorre quando essas interações são de fortalecimento, e negativa quando são de enfraquecimento.

Uma das principais características da economia complexa é o foco nas transformações econômicas, como já descrito no início do presente capítulo. Alguns autores já estudaram tais transformações, como John Maynard Keynes (1936), em sua teoria dos ciclos econômicos. Segundo Keynes (1936), os consumidores gastariam proporcionalmente as suas economias. Sendo assim, quanto maior o consumo, maior serão os lucros das firmas e maior será o emprego, então logo maior será a renda e proporcionalmente maior a poupança (montante financeiro investido). Porém, quanto maior a poupança menor o consumo, revertendo o ciclo. Sendo assim, a economia passaria por processos de retroalimentação positivos, gerando emprego que gera renda que gera consumo, que gera maior lucro e consequentemente maior

emprego, levando o sistema a manter sua direção, até que a poupança começa a formar valores muito grandes, onde o ciclo se reverte e a economia é tomada por processos de retroalimentação positivos, diminuindo o emprego, consequentemente a renda e o consumo, até atingir um nível máximo onde mais uma vez o ciclo se reverteria. Porém, após seus pressupostos, Keynes se concentrou nas políticas públicas, onde para ele estaria a solução para a minimização dos ciclos econômicos. Em momentos de baixa econômica, os governos deveriam ser deficitários para garantir o crescimento no curto prazo, o que permitiria uma arrecadação maior e consequentemente o pagamento de seus gastos iniciais para retomar o ciclo de crescimento.

Para Beinhocker (2006), levar em consideração o processo de retroalimentação na economia é fundamental para entendê-la como um sistema complexo. Isso torna a economia dependente do caminho percorrido, ou seja, o estado econômico atual de um país, por exemplo, depende de seu estado passado. Cada cenário econômico será usado como parâmetro para o estado econômico seguinte, através das decisões de cada agente e suas interações. Para Gallegatti (2006), os agentes tomam suas decisões baseada no cenário atual e nas interações com outros agentes, sendo que a decisão de todos será a causa das características encontradas na economia no futuro, as quais servirão novamente de entrada para a decisão dos agentes. Como exemplo, uma firma que pretende investir em uma nova fábrica para aumentar sua produção, tomará essa decisão baseada em variáveis econômicas atuais e suas projeções, que sendo positivas levará a uma decisão favorável. Porém, o fato desta empresa investir na construção de uma nova fábrica irá influenciar para que as projeções positivas se realizem, pois trará aumento no emprego e consequentemente no consumo. Com o aumento do consumo, outras empresas também podem optar por investir para aumentarem sua produção, continuando o processo de retroalimentação.

Para Brian Arthur (1989), como os processos de retroalimentação positivos amplificam os efeitos econômicos, estes ajudam ainda mais a tornar a economia dependente do caminho escolhido. Como exemplo, se algumas empresas ingressam juntas e com o mesmo capital em um novo mercado, a que primeiro conseguir se destacar, mesmo que por sorte, e ganhar parte desse mercado deve provavelmente se tornar a grande vencedora desse processo, retirando outros do mercado, devido ao processo de retroalimentação positivo que a ajudou desde o momento que esta conseguiu um pequeno avanço. Ainda segundo Brian Arthur (1989), este processo fica evidente nas empresas de tecnologia. Ele cita o fenômeno ocorrido com as fitas VHS, onde a venda desse tipo de formato de mídia encoraja a venda de

produtos agregados, como o aparelho que faz a leitura dessas fitas. Logo, quanto antes uma empresa entrar nesse mercado, suas vendas serão alimentadas por processos crescentes. A tecnologia por si só já é um exemplo de retroalimentação positiva, onde uma evolução nesta acarretará mais vendas e também podem melhorar o processo de produção, tornando-o mais produtivo, utilizando as novas tecnologias para gerar tecnologias ainda melhores. Brian Arthur (1989), ainda cita o conhecimento como outro processo guiado por retroalimentação positiva, onde a venda de muitos produtos aumenta o conhecimento de sua produção, levando a ganhos de produtividade e consequente aumento do lucro. Logo, como os efeitos amplificadores estão presentes em grande parte da economia moderna, estes devem ser levados em consideração nos modelos econômicos.

Embora seja fácil encontrar exemplos de processos amplificadores no sentido do crescimento de empresas e da economia como um todo, também não é difícil encontrá-los no sentido de amplificar crises. Um exemplo bastante conhecido é a taxa de juros no mercado financeiro. A taxa de juros é função da taxa básica da economia e do nível de risco assumido nas transações, que podem ser mensurados pela robustez das instituições envolvidas. Em momentos de crises, a fragilidade das empresas aumenta e o risco envolvido nas operações também aumenta, ocasionando um aumento na taxa de juros. Esse crescimento na taxa de juros aumenta ainda mais o risco de as empresas não honrarem seus pagamentos, o que pode levar ainda a mais aumentos nos juros, feitos para cobrir as perdas com os devedores. Para Stiglitz e Greenwald (2003), “a alta taxa de falências é uma causa da alta taxa de juros, bem como consequência disso.”³ (p. 145).

A experiência recente da crise econômica de 2008 demonstra a importância dos créditos como fatores de risco. Para Keen (2001), era fácil perceber como qualquer perturbação poderia ocasionar um risco em cascata mundial como o corrido em 2008. Para ele, como o PIB (Produto interno bruto) era fruto da demanda agregada somada a variação de crédito, e como este último era muito mais volátil que a variação na demanda por si só, o crédito deixaria também a economia mais sensível a pequenas perturbações. Para Franklin Allen e Douglas Gale (2000), o setor de crédito tem como característica grande sensibilidade a variações e principalmente um efeito cascata de retroalimentação positiva muito potencializado.

Para Schumpeter (1934) os créditos vão muito além dos bens produzidos que estão por traz desses montantes financeiros, fruto da criação de dinheiro efetuada pelos bancos, o que

³ The high rate of bankruptcy is a cause of the high interest rate as much as a consequence of it.

explicava a volatilidade embutida no crédito. Os bancos seriam então os grandes responsáveis por impulsionar o crescimento econômico, criando poder de compra (Keen, 2001). Para Greenwald and Stiglitz (1993), a assimetria de informação presta um importante papel nas crises financeiras. As empresas e bancos, ao não possuírem certezas sobre o mercado e seus concorrentes, tentam então se proteger ao máximo sendo avessos ao risco. Uma maneira de diminuir seus riscos é a diversificação de seus negócios. No caso dos bancos é ter uma carteira de crédito com grande variedade de empresas de vários setores da economia e de vários portes. Apesar de diminuir o risco dele próprio, essa prática aumenta a conexão entre os agentes econômicos, o que aumenta potencialmente a capacidade de propagação de crises no sistema. Segundo Battiston (2009), se um sistema possui agentes em que seu nível de saúde financeira tende a persistir ao longo do tempo, a probabilidade de não pagamento dos créditos não diminui diretamente com o aumento da conectividade. De acordo com Iori (2006), o risco sistêmico pelo aumento da conectividade pode ser amenizado pelo aumento da heterogeneidade dos agentes.

O processo em cascata causado pela sequência de processos amplificadores que levam a falência de empresas e bancos potencializada pelo aumento das taxas de juros e não cumprimento de dívidas apresenta um risco ainda maior quando se nota que a partir de seu início é muito difícil reverter o processo (Greenwald, Stiglitz, 1993). Isso significa que mesmo a diminuição das taxas praticadas não reverteria o processo, dependendo do nível de contaminação. Segundo Brian Arthur (1989), assumindo a importância na diminuição que políticas econômicas poderiam ter na diminuição de retroalimentação positiva quando não muito potencializadas, as políticas públicas ainda se baseiam na teoria tradicional dos retornos decrescentes de escala, o que pode ainda agravar grandes crises.

2.2 Revisão de modelos em economia complexa

A abordagem complexa na economia ainda é nova e por isso sua literatura não é vasta. Muitos dos trabalhos em economia complexa utilizam modelagem baseada em agentes para tentar simular os agentes econômicos e suas diferentes formas de interação, como em G. Tedeschi et. al. (2011) e M. Gallegati e G. Giulioni (2002). Segundo Yoshi Fujiwara (2008), esses estudos se fazem importantes, tendo em vista seu trabalho onde concluiu que aproximadamente 20% das firmas que faliram no Japão na década de 2000 tiveram suas causas oriundas da conectividade, ou seja, faliram, pois empresas ligadas a elas faliram. Yoshi

Fujiwara (2008) utilizou em seu modelo uma rede empírica entre fornecedores e firmas produtoras de bens finais. Segundo o autor, muitos motivos levam as firmas a falirem, e estes podem ser separados em motivos próprios ou de conectividade. Entre os próprios, estão a baixa performance no ramo, excesso de competidores, má gestão, débito de longo prazo acumulado e investimento excessivo em equipamentos e fábricas. Entre os de conectividade estão o efeito de falência dos consumidores, subsidiárias, falência de firmas relacionada aos negócios e falha no recebimento de crédito. D. Delli Gatti et. al. (2009) também utilizou dois tipos de empresas, as produtoras de bens finais e empresas provedoras de matéria prima, fazendo com que ambas tivessem relação de crédito entre si. Outros modelos utilizam apenas um tipo de firma, como G. Tedeschi et. al. (2011) e M. Gallegati e G. Giulioni (2002), que vendem seu único produto em um mercado consumidor.

A função produção das firmas é dada em função de seu patrimônio líquido ou de seu capital produtivo. Em G. Tedeschi et. al. (2011), M. Gallegati e G. Giulioni (2002) e Stefano Battiston et. al. (2007) a produção é linear, fruto do capital da firma multiplicado pela sua produtividade, que é constante. Para o último trabalho, a produção e o lucro seguem um processo crescente de produção e venda, onde as empresas se conectam fornecendo insumos para a próxima etapa. Em D. Delli Gatti et. al. (2009), porém, a função produção segue tendência convexa, ou seja, quanto maior a firma, maior será sua produtividade, ou seja, mais ela será capaz de produzir por unidade monetária investida.

As relações de trabalho não são geralmente especificadas ao longo dos modelos. Em D. Delli Gatti et. al. (2009) é utilizada uma relação linear com a produção, porém em G. Tedeschi et. al. (2011) o custo é dado apenas pelo financiamento da firma, logo, esta só paga caso seja necessário a utilização de empréstimos para o excedente de sua produção. A estocagem não está presente nos modelos, por questões de simplificação. Seus reais impactos nos modelos não são mostrados com grande enfoque em nenhum trabalho. Em Delli Gatti et. al. (2009), M. Gallegati e G. Giulioni (2002) e Stefano Battiston et. al. (2007) o preço das mercadorias é estocástico, variando de $[0,2]$, porém toda a produção é vendida a cada rodada. Já em G. Tedeschi et. al. (2011) a demanda é estocástica, seguindo uma curva normal, e o preço é constante, utilizando-se do conceito de atomização do mercado, onde nenhum agente é capaz de influenciar sozinho no preço. A demanda por crédito para Delli Gatti et. al. (2009) é dada para cobrir os custos com mão de obra, já que a matéria prima é conseguida via crédito com empresas produtoras. Em G. Tedeschi et. al. (2011), o crédito é pedido para financiamento da produção excedente, dado o descasamento entre demanda esperada e

capacidade produtiva. Em Stefano Battiston et. al. (2007) não existe relação de crédito para cobrir a produção, esta é feita apenas pelo financiamento dos insumos de produção. Apesar de diferentes abordagens, todos os trabalhos conseguem reproduzir padrões esperados como o crescimento agregado das empresas com crises causando mais impacto que o crescimento. A distribuição das firmas segue uma lei de potência, assim como os débitos não honrados, onde é comum se ter créditos não pagos de baixo valor e raros grandes montantes de calote (Yoshi Fujiwara, 2008).

3 REDES COMPLEXAS E RISCO SISTÊMICO EM REDES INTERBANCÁRIAS

Segundo Watts (2003), o estudo de redes tem motivação na busca pelo entendimento das interações entre agentes em sistemas, indo além das abordagens locais. No estudo do cérebro, por exemplo, é pouco útil entender a ação de um neurônio somente tendo em vista que suas atividades nascem na rede neural e de suas interações. A isso chamamos propriedade emergente do sistema, como visto na introdução.

O estudo de redes se dá inicialmente pelos grafos que são estruturas compostas por vértices (ou nós) e arestas, as quais conectam um nó ao outro. Essa conexão pode ser direcionada, onde existe um nó de origem e um de destino, possuindo ou não sentido. Nós e arestas podem possuir propriedades específicas. O nó, por exemplo, pode ter um tamanho ou forma, simulando um agente em um sistema real. As arestas podem ter espessura simbolizando, por exemplo, o grau de amizade em uma rede social.

A figura 1 demonstra uma das primeiras aplicações de redes, feita por Euler, afim de provar que seria impossível passar por todos os caminhos descritos em um mapa, voltando a origem, sem passar mais de uma vez por um mesmo ponto. Ao transformar os possíveis caminhos em arestas e os pontos em nós, foi possível perceber a impossibilidade.

Figura 1 - Proposta de solução de Euler utilizando redes complexas. Fonte: Newman (2010) p. 141

Segundo Newman (2010), a diferença entre redes simples e redes complexas não é ainda bem definida. Uma descrição aceita é a de que a rede complexa não é regular e geralmente possui grande porte. A regularidade de uma rede é dada pelo grau de cada nó. O grau é o número de arestas que cada nó possui, conectando-o a outros nós na rede. Em uma rede regular, cada nó possui o mesmo grau. Um exemplo de rede regular pode ser visto na figura 2. Segundo Caldarelli e Catanzaro (2012), quanto maior a diferenciação entre o grau de cada nó, mais irregular a rede será. Como consequência dessa irregularidade, as redes complexas possuem propriedades importantes que diferenciam a dinâmica dos sistemas.

3.1 Métricas de Rede

Redes apresentam diversas propriedades que ajudam a distingui-las. Cada propriedade é mais ou menos importante dependendo da aplicação que se deseja. Neste capítulo serão apresentadas algumas principais métricas, entre elas o coeficiente de cluster, índice que será muito utilizado neste trabalho.

3.1.1 Grau de Centralidade

Entre todas as métricas de rede, o grau de centralidade **CD** de cada nó, medido pelo seu grau médio em relação ao restante da rede, desempenha importante papel no estudo de resiliência e capacidade dissipativa de rede.

$$CD(i) = \frac{d_k}{N - 1}, \quad (3.1)$$

onde d_k é o grau, número de arestas que cada nó possui e N é o número de nós da rede (Costa, 2007). Outra medida comum é a centralidade de proximidade **CPR**, que mensura as distâncias de um vértice em relação aos demais vértices da rede.

$$CPR(i) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n dist(v_i, v_j)}, \quad (3.2)$$

onde v_i e v_j representam um par de nós da rede. A distância entre esses nós é medida pelo caminho mais curto, o qual mensura a distância entre os vértices, sempre considerando a maneira mais rápida de se chegar de um nó a outro.

3.1.2 Intermediação

A Intermediação **I** mensura a quantidade de caminhos curtos que passa por cada nó na rede frente ao total.

$$I(i) = \frac{\sum_i^N g(i)}{(N - 1)(N - 2)/2}, \quad (3.3)$$

onde $g(i)$ é o caminho mais curto entre dois nós que passam pelo vértice i . (Newman, 2003) Considerando que entre cada par de vértices haverá sempre um caminho mais curto, logo a quantidade total de caminhos curtos da rede que não possui o nó i como ponto de partida ou de chegada é $C_2^{N-1} = (N-1)(N-2)/2$.

3.1.3 Índice de Cluster

Dependendo da topologia da rede, ela pode também ter a formação de clusters, pequenos grupos de nós com grande conexão direta entre si. A clusterização $CC(i)$ pode ser definida como

$$CC(i) = \frac{E_i}{d_{ki}(d_{ki} - 1)/2}, \quad (3.4)$$

onde E_i representa o número de arestas entre os vizinhos diretamente conectados ao nó i (Costa, 2007). Considerando-se que o máximo número de conexões que o grupo de vértices conectados a i pode ter seja $C_2^{d_{ki}} = d_{ki}(d_{ki} - 1)/2$, o índice de cluster é então definido como a porcentagem de conexões existentes pela máxima possível.

3.2 Aplicações de Redes Complexas

Redes complexas apresentam aplicações nos diversos campos da ciência. No campo social, as redes complexas prestam papel fundamental, ainda mais nos dias de hoje onde a tecnologia é capaz de unir populações, mercados e culturas. Um dos estudos mais conhecido no campo social foi feito Stanley Milgram, onde ele pediu para que uma pessoa em Boston enviasse uma carta a uma pessoa em Nebraska, passando esta apenas para pessoas próximas que cada um conhecesse. Com esse experimento, ele percebeu que o grau médio de separação entre as pessoas é de aproximadamente 6. A essa propriedade foi dado o nome de “Mundo Pequeno”. Esse conceito foi mais tarde estudado por Duncan Watts e Steven Strogatz em 1998 com o mapeamento de atuações entre atores nos Estados Unidos. Logo, mundo pequeno significa que, apesar da rede possuir um grande número de nós, as distâncias entre eles não são grandes, devido a topologia formada. A figura 2 demonstra um modelo que é capaz de transformar uma rede regular em uma rede aleatória, passando pela rede Mundo Pequeno. As

diferenciações entre elas ocorrem reconectando-se nós inicialmente da rede regular. A variável p indica a probabilidade de um nó se reconectar.

Figura. 2 - D. J. Watts and S. H. Strogatz, dinâmica de "mundo pequeno", Nature 393 (1998), pp. 440-442.

A medida que a probabilidade p cresce, a rede começa a se transformar em uma rede aleatória. Uma rede aleatória associa a mesma probabilidade de cada nó receber uma nova ligação. Isso significa que sua distribuição de grau segue uma distribuição binomial. Se cada nó, porém, apresentasse uma probabilidade de receber uma nova ligação proporcional ao seu grau atual, essa rede tenderia a ser livre de escala, uma das redes mais encontradas e mais estudadas em sistemas complexos. O primeiro a estudar esse tipo de rede foi Barabasi em 2002. Barabasi propôs uma rede que se formava por meio de um sistema onde cada nó era adicionado fazendo uma conexão com algum nó já existente na rede. A probabilidade do novo nó se conectar não era aleatória, seguia uma distribuição proporcional ao número de arestas que o nó existente já possuía. Logo, nós com mais conexões tinham maior probabilidade de receber novas conexões. A consequência é uma rede que segue distribuição de grau livre de escala. O gráfico 2 exemplifica uma lei de potência (livre de escala).

Gráfico 2 - Gráficos para demonstração de leis de potência. Fonte: Souza Dias, Eduardo

Redes livres de escala ganharam importância singular por representarem grande parte dos sistemas complexos encontrados na natureza. De rede metabólica a distribuição de empresas em uma economia, redes livres de escala indicam com grande frequência processos de retroalimentação. “*Hubs*”, nós com grande número de arestas em comparado ao restante da rede são comumente encontrados em redes livres de escala. Esses “*hubs*” prestam papel fundamental, pois tem conexões diretas com muitos nós, e tem grande capacidade de disseminação.

3.3 Robustez de Redes Complexas

Robustez mensura a capacidade da rede de absorver choques, mantendo suas propriedades iniciais.

3.3.1 Método de Remoção de Nós

O estudo da robustez é feito removendo-se nós da rede, o chamado “*vertice-cut*”, fazendo com que ela perca suas características básicas. Para diversos tipos de redes existem diversos comportamentos resultante desse processo. Após algumas etapas de remoção, as redes param de apresentar algumas de suas principais propriedades e começam a se desfazer, deixando nós sem conexão. Nesse momento o ataque é pausado e é feita a mensuração de quantos nós precisaram ser atacados para que a rede chegasse aquele determinado estado. Quanto maior o número de nós removidos maior será a resiliência da rede. A mensuração pode ser efetuada pela relação S_f / S_0 , onde S_f é o número de nós remanescentes e S_0 é o número N de nós inicial.

O ataque nos nós pode ser feito de duas maneiras. Uma se refere ao ataque aleatório de nós, onde cada nó é escolhido de forma aleatória a cada rodada. A segunda maneira tem como objetivo o ataque direcionado a nós com maior número de ligações.

As primeiras conclusões após alguns testes são de que redes aleatórias são menos robustas quando atacadas ao acaso, porém com boa robustez quando atacadas direcionalmente. Para redes livres de escala, essa relação se inverte. O gráfico 3 exemplifica essa relação:

Gráfico 3 - Gráfico de remoção de nós para redes aleatórias e livres de escala. Dynamical Process on Complex Networks. Alain Barrat et. al. 2008 (p. 118)

No primeiro gráfico se tem uma rede aleatória (ER, pois foi construída através do modelo de Erdős–Rényi, onde dado um número N de nós, vértices são adicionados com uma probabilidade p), e no segundo uma rede livre de escala (SF significando “*scale free*”). Os círculos representam ataques aleatórios enquanto os quadrados ataques direcionados. A letra f representa a porcentagem de nós removidos. As diferenças vistas podem ser explicadas pela distribuição das redes que tornam evidente a importância dos “*hubs*” nas mesmas.

Uma forma analítica de mensuração de resiliência pode ser dada pela capacidade da rede em manter suas geodesias, caminhos curtos entre dois nós, garantindo o fluxo entre ela. Com a remoção dos nós, as geodesias tendem a ficar cada vez maiores, atingindo valores infinitos quando se chega a clusters desconectados entre si. Para evitar esses valores, é utilizado seu inverso. Logo, nós desconectados entre si não contribuirão para a somatória, pois $l_{ij} = \infty$. Para se ter o valor médio, multiplica-se então pelo número de geodesias que uma rede pode ter, que é $A_2^N = N(N - 1)$. Para redes não dirigidas, basta dividir por dois. Logo, define-se,

$$l_M = \frac{1}{N(N - 1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{l_{ij}}. \quad (3.5)$$

Quanto mais próximo de zero o valor de l_M , mais desconexa a rede será e, portanto, menos eficiente em seu fluxo. É importante notar que independentemente da relação de

medida utilizada para mensuração de resiliência, quando comparadas diferentes redes, o que foi visto anteriormente não se modifica, continuando a rede aleatória sendo mais resiliente a ataques direcionados e menos a ataques não direcionados.

3.3.2 Percolação em Redes Complexas

O estudo de percolação pode ajudar a entender o efeito topológico da remoção de nós. O problema de percolação considera um espaço quadriculado que possui probabilidade p de ser ocupado e ligações são feitas apenas entre nós adjacentes. A figura 3 ilustra essa ideia:

Figura 3 - Reticulado para estudo de percolação de duas dimensões. Dynamical Process on Complex Networks. Alain Barrat et. al. 2008 (p. 121)

Segundo Alain Barrat et. al. (2008), com p muito baixo existe formação de clusters, porém não acontece a formação de um único cluster gigante, o que se define por não possuir um caminho capaz de conectar as extremidades do reticulado. Com p muito alto a rede consegue um cluster capaz de conecta-la e migra cada vez mais para a formação completa ($p = 1$), sendo totalmente conectada. Nesse caso a remoção de uma fração f de nós pode ser representada por $p = 1 - f$. Para uma rede de duas dimensões existe uma transição de fase onde o aumento de p ocasiona o aumento no tamanho dos clusters até que o sistema “percola” em p_c , ou seja, o cluster gigante é formado. O gráfico 4 representa o fenômeno.

Gráfico 4 - Probabilidade para formação do cluster gigante. Dynamical Process on Complex Networks. Alain Barrat et. al. 2008 (p. 121)

O gráfico 4 mostra a probabilidade P_G de um nó qualquer pertencer ao cluster gigante em função de p . Logo, é possível notar que tal cluster existirá apenas a partir de uma probabilidade crítica p_c , e P_G aumentará até atingir o valor máximo de um para $p = 1$ (grafo completo).

Para $p < p_c$ a probabilidade de um nó pertencer a um cluster qualquer de tamanho s é dada por $sn_s(p)$ onde s é o tamanho do cluster e $n_s(p)$ é a distribuição dos clusters em função de p , ou seja, para um dado p uma rede com N nós possuirá um número N_s de clusters de tamanho s . Logo, $n_s = N_s(p)/N$. Com isso, $sn_s(p)$ será a probabilidade de um dado nó pertencer a dado cluster de tamanho s . Com $p > p_c$ o cluster gigante aparece e cada nó tem uma probabilidade $P_G > 0$ de estar neste cluster. Unindo as probabilidades, temos

$$P_G + \sum'_s sn_s(p), \quad (3.6)$$

onde a somatória exclui o cluster gigante. Para mensuração do tamanho médio $\langle s \rangle$ dos clusters, pode-se utilizar a média ponderada pelo peso que cada tamanho de cluster possui na somatória de probabilidade dos clusters desconexos $sn_s(p)/\sum'_s sn_s(p)$, lembrando que a somatória exclui o cluster gigante. Logo, basta multiplicar o tamanho s do cluster pelo seu respectivo peso na probabilidade acima. Com isso, temos o tamanho médio $\langle s \rangle$ em função de p .

$$\langle s \rangle = \frac{\sum_s s^2 n_s(p)}{\sum'_s sn_s(p)}. \quad (3.7)$$

Para redes complexas gigantes, com $N \rightarrow \infty$, a análise de percolação pode ser análoga a um sistema com dimensões infinitas. Pode-se assim ter um ponto crítico onde se separa uma rede fragmentada, com formação de sub-redes de um componente gigante que contém a porção macroscópica da rede.

Para tentar explicar o motivo pelo qual redes com formação de “hubs” são mais robustas a ataques aleatórios, pega-se uma rede indireta, com distribuição $P(k)$, denominando-se q a probabilidade de uma aresta não levar a um vértice que pertença ao cluster gigante. Ela pode ser dada pela união de duas probabilidades. A primeira é a probabilidade de uma aresta qualquer levar a um nó com grau k , representada como $kP(k)/\langle k \rangle$. Essa probabilidade nada mais é do que o peso que determinado grau k possui no $\langle k \rangle = \sum_i k_i P(k_i)$. A segunda é a probabilidade de que nenhuma das ligações restantes $(k - 1)$ levem para o cluster gigante, dado por q^{k-1} . Com isso, pode-se representar q como

$$q = \sum_k \frac{kP(k)}{\langle k \rangle} q^{k-1}. \quad (3.8)$$

Logo, uma solução para a equação 3,8 é dada para $q = 1$. Porém, nesse caso, não existiria o cluster gigante, já que todas as arestas levariam a vértices que não pertencem a tal cluster. Logo, para que a equação tenha outra solução para $q < 1$, é necessário que a curvatura da função $F(q) = \sum_k \frac{kP(k)}{\langle k \rangle} q^{k-1}$ seja > 1 no ponto onde $q=1$. Os gráficos 5A e 5B ilustram o caso:

Gráfico 5 - Intersecção entre q e $F(q)$. Dynamical Process on Complex Networks. Alain Barrat et. al. 2008 (p. 125)

O gráfico 5A mostra a situação no qual apenas existe solução onde $F(q) = q$ em $q = 1$. Plotando a curva $y = q$ no gráfico 5B em função de p e a função $F(q)$, pode-se perceber que só

é possível uma única solução para $q < 1$ e esta é dada apenas se a curvatura de $F(q)$ for maior que um neste ponto, causando duplo cruzamento com $F(q) = q$. Para que isso ocorra, a primeira derivada no ponto $q = 1$ deve ser maior que um. Com isso tem-se

$$\left. \frac{d}{dq} \left(\sum_k \frac{kP(k)}{\langle k \rangle} q^{k-1} \right) \right|_{q=1} > 1. \quad (3.9)$$

Resolvendo-se a derivada, a equação acima pode ser reescrita como

$$\frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle} > 2. \quad (3.10)$$

Logo, para que o cluster gigante exista, a relação $\langle k^2 \rangle / \langle k \rangle$ deve ser maior que dois. O processo de remoção de nós pode ser comparado ao de percolação visto acima, porém de forma inversa. Pode-se achar, portanto, o limite do dano causado a uma rede em função da existência de um cluster gigante, ou seja, quando este não mais existir ($\langle k^2 \rangle / \langle k \rangle < 2$) o processo pode ser interrompido.

Para mensurar a resiliência de uma rede complexa, é importante conhecer a rede no momento da transição de fase, ou seja, no momento no qual o cluster gigante se perde. Como visto acima, a remoção de nós de uma rede é feita retirando-se nós com uma probabilidade p . Logo, cada sítio do reticulado será ocupado com uma probabilidade $p = 1 - f$. Com isso, tem-se um f_c para o qual o sistema perde a componente gigante em p_c . Uma estratégia para encontrar f_c , é mensurar a densidade de nós quando a rede se encontrar na condição de percolação $\frac{\langle k^2 \rangle_f}{\langle k \rangle_f} = 2$, onde $\langle k^2 \rangle_f$ e $\langle k \rangle_f$ se referem a distribuição da rede após ser atacada.

Inicialmente, parte-se de uma rede inicial com distribuição de grau $P_0(k)$, grau médio $\langle k \rangle_0$ e médio quadrático $\langle k^2 \rangle_0$. Após remoção aleatória, os nós remanescentes que possuíam inicialmente grau k_0 , possuirão agora grau k com probabilidade

$$\binom{k_0}{k_f} (1 - f)^{k_f} f^{k_0 - k_f}, \quad (3.11)$$

ou seja, um nó que inicialmente possuía grau $k_0 = 5$, por exemplo, pode terminar possuindo grau $k_f \in [0,5]$. A distribuição de grau final $P_f(k)$ é calculado somando-se todas as possibilidades ponderadas pela probabilidade inicial $P_0(k)$.

$$P_f(k) = \sum_{k_0 \geq k} P_0(k_0) \binom{k_0}{k} (1-f)^k f^{k_0-k}. \quad (3.12)$$

Com isso, tem-se as relações:

$$\langle k \rangle_f = (1-f)\langle k \rangle_0. \quad (3.13)$$

$$\langle k^2 \rangle_f = (1-f)^2 \langle k^2 \rangle_0 + f(1-f)\langle k \rangle_0. \quad (3.14)$$

Essas relações são simplesmente a redução do grau médio em função da proporção de nós retirados da rede. Como para que exista o cluster gigante, $\langle k^2 \rangle_f < 2\langle k \rangle_f$, basta reescrever a equação no ponto de transição (relação de momentos igual a dois).

$$f_c = 1 - \frac{\langle K \rangle_0}{\langle K^2 \rangle_0 - \langle K \rangle_0} = 1 - \frac{1}{K-1}, \quad (3.15)$$

onde K é a relação de $\langle k^2 \rangle_0 / \langle k \rangle_0$. A equação acima demonstra a relação da resiliência de uma rede com o seu grau médio, o que explica o porquê redes livre de escalas com formação de “*hubs*” serem mais resilientes a ataques aleatórios, já que seu K é maior.

3.4 Métricas de Risco Sistêmico

Para melhor entender e analisar a propagação dos efeitos catastróficos em redes, no caso em redes interbancárias, Cont (2009) propõe algumas métricas, as quais serão utilizadas como base, porém simplificadas e adaptadas para aplicação no presente trabalho.

3.4.1 Impacto de Calote

Para iniciar, define-se i e v como dois bancos de uma rede interbancária. E_{iv} se refere a exposição financeira entre tais bancos, representando por exemplo uma operação de crédito entre eles. O capital que cada banco possui para absorver os impactos das perdas é dado por c_i . Chamando $D_k(A)$ uma sequência de créditos não honrados dado um grupo inicial A de dívidas não pagas, podemos definir que outros bancos também irão dar calote se

$$c_i < \sum_{v \in D_k} E_{iv}. \quad (3.16)$$

Logo, os bancos que falirem passarão então a fazer parte de D_k . Para tais bancos, será usado o indicador v , e para o restante que não abriu falência, o indicador i . O impacto de calote D_I é definido como sendo a perda, em unidades monetárias, que uma simples sequência de calotes ocasionou para todo o sistema.

$$D_I = \sum_{v \in D_k} (c_v + \sum_{i \notin D_k} E_{iv}). \quad (3.17)$$

O impacto de calote depende de maneira direta da topologia da rede e da matriz de E_{iv} . Importante ressaltar que D_I não mensura a probabilidade de i falhar, apenas mensura seus efeitos ao longo da rede. A figura 4 ilustra a métrica. Dado uma rede interbancária, algumas falhas individuais A podem gerar calotes de uma cadeia D_k de bancos.

Figura. 4 – Ilustração de uma rede interbancária com D_k , A e E_{iv} . Fonte: Souza Dias, Eduardo.

3.4.2 Índice de Risco Sistêmico

A segunda medida é o Índice de risco sistêmico. Não necessariamente um calote causará um efeito em cascata na rede, pois as instituições podem não possuir ligações suficientes, e D_k será então pequeno. Porém, se uma instituição chave da rede for afetada, a crise pode se alastrar. Instituições chaves são bancos que possuem um grande número de ligações ou possuem grande centralidade de grau. Para mensurar o índice de risco sistêmico, um grupo de instituições chaves C é classificado na rede, onde um calote poderia ser muito prejudicial para toda a rede. Logo, é definida a perda financeira para essas instituições chaves caso bancos fora desse grupo não honrem suas dívidas, sendo

$$SI = \sum_{v \in D_k} (c_v + \sum_{i \in C} E_{iv}). \quad (3.18)$$

SI indica, portanto, que o calote de uma instituição qualquer v pode gerar grandes perdas entre instituições importantes da rede, mesmo que v não seja uma delas. A figura 5 ilustra possíveis instituições chaves em uma rede interbancária. O grupo demarcado em azul representa os bancos mais conectados da rede, além de possuírem a maior centralidade.

Figura. 5 – Ilustração de uma rede interbancária com D_k e C .

3.5 Modelos de risco sistêmico em redes interbancárias

Grande parte dos modelos de estudo de redes interbancárias leva em consideração apenas os bancos para análise, desconsiderando o restante da economia e a demanda por crédito é então um parâmetro da simulação, como em Nier et. al., (2007) e Greenwald, Stiglitz, (1993). Os modelos que utilizam apenas bancos em sua simulação fazem geralmente uso de seus balanços. Como o número de tipos de agentes é menor, é possível maior profundidade no tipo de transação efetuada entre os bancos em sua modelagem. Os balanços dos bancos podem ser definidos como na figura 6.

PASSIVOS	ATIVOS
C_i Patrimônio Líquido	
d_i Depósitos	e_i Ativos Externos
b_i Empréstimos Recebidos	l_i Empréstimos Concedidos

Figura 6 - Balanço financeiro de um banco. Fonte: Nier et. al. (2007); Leandro Ferreira (2013)

O balanço é dividido entre ativos e passivos. No caso de um banco, os ativos são seus empréstimos concedidos e seus ativos externos. Já seus passivos são fruto dos depósitos dos clientes, dos empréstimos interbancários e de seu capital próprio. A composição pode variar de modelo para modelo. Para as simulações com mecanismos de crédito endógenos, os bancos são simulados apenas para um tipo de crédito e sua captação pode variar entre utilizar apenas capital próprio ou não limitar pelo passivo, fazendo o banco criar dinheiro na economia, como em Delli Gatti et. al. (2009). Os modelos diferem principalmente na causa das crises e em como elas se disseminam ao longo da rede. Em um momento de crise, o pânico gerado na população faz com que as pessoas queiram retirar seu dinheiro dos bancos, causando um colapso no sistema, como em Mishkin (2009). A maneira mais comum de se iniciar uma crise é pelo não pagamento dos empréstimos efetuados (Marquez, Martinez, 2008). Os bancos se alavancam através da diferença entre seu patrimônio líquido e seus empréstimos, concedidos e tomados. (Nier et. al., 2007). A partir do contágio iniciado, a velocidade e a intensidade, ou seja, o número de instituições afetadas são então as variáveis mais importantes para mensuração. É importante o contágio não se iniciar apenas nos grandes bancos, porém também nos bancos menores, pois esses podem disseminar a crise dependendo de suas conexões (Greenwald, Stiglitz, 1993; Wells, 2004). Allen e Gale (2000) fizeram um modelo utilizando redes completas (todos os bancos possuem conexão entre si), onde as crises eram menos profundas, pois as perdas eram compartilhadas, enquanto que as redes incompletas apresentavam crises mais severas. Algumas topologias intermediárias ao modelo de Allen e Gale (2000) foram utilizadas ao longo da literatura. Nier et. al. (2007) utilizou uma rede aleatória para simular um mercado interbancário. Utilizando um modelo com balanço patrimonial, os autores controlavam a alavancagem dos bancos, chegando-se a conclusão clara que quanto maior o patrimônio líquido, menor o risco, pois menor a alavancagem. S. Lenzua e G. Tedeschi (2012) testaram algumas topologias de rede para tentar encontrar qual seria o mais robusto. Perturbando o sistema com choques positivos e negativos, os bancos trocavam relação de crédito entre si. Modificando-se a topologia de rede ao longo do experimento, os autores concluíram que, como na literatura apresentada na subseção 3.3, as redes livres de escala são mais robustas que as redes aleatórias, a não ser que os “hubs”, nós com muitas conexões, sejam atacados. Fabio Caccioli et. al. (2011) também estudou redes livres de escala e verificou o efeito de lei de potência iniciando a crise aleatoriamente, pelo banco mais conectado e pelo banco com o maior patrimônio líquido. Encontrou como esperado que a rede livre de escala diminui o risco no ataque aleatório, porém aumenta no

ataque direcionado aos bancos mais conectados. Para o ataque referente ao tamanho dos bancos, o qual também segue uma lei de potência, esta possui maior risco de crise quando comparada com a distribuição homogênea de patrimônios. Erlend Nier et. al. (2008) analisou como o risco sistêmico depende da estrutura dos bancos, através de um modelo de balanço patrimonial. Segundo o autor, o patrimônio líquido dos bancos e o contágio são inversamente correlacionados, porém de uma maneira não linear. Para um baixo número de conexões, um aumento causaria maior risco no sistema, porém já para um nível maior, isso não é verdade, podendo até diminuir o risco.

Trabalhos no sentido de desenvolver métodos analíticos ajudam a literatura a construir métricas de risco sistêmico, como Chen Zhou (2010), que desenvolveram duas medidas de risco que mensuram o tamanho do impacto na rede como um todo e em bancos específicos dado que outra parte do sistema está em crise. Este modelo também discute que um grande banco não é necessariamente mais sistematicamente importante que outro, dependendo para isso de sua diversificação. Chen Zhou (2010) termina ressaltando a importância de se considerar modelos de risco sistêmico nas políticas econômicas e monetárias. Christian Upper (2010) compartilha da mesma opinião e defende o uso de simulações para entender a importância dos bancos no processo de contágio em crises financeiras.

Outros trabalhos também discutiram o papel da diversificação e da complexidade das operações financeiras efetuadas entre bancos com decorrência do aumento do risco sistêmico. Olivier De Jonghe (2009) fez uma análise estatística e mostrou que bancos que focam apenas em crédito contribuem para a estabilidade do sistema, diferentemente de bancos que diversificam sua receita, recorrendo a fontes mais voláteis e com maior complexidade para controle de risco. Prasanna Gai et. al. (2011) construiu uma rede interbancária e também concluiu que concentrações e maior complexidade nas operações aumentam o risco de crises em algumas instituições chaves. Wolf Wagner (2009) concluiu que diversificação geral entre bancos aumenta a probabilidade de crises, pois deixam as instituições mais parecidas. Segundo o autor, há evidências que os grandes bancos se tornaram mais parecidos nos últimos anos. Stefano Battiston et. al. (2009) estudou a evolução de uma rede de crédito, onde os ativos dos bancos são também os passivos de outros. Sendo assim, a diversificação funciona apenas quando a interconectividade é baixa. Caso contrário, ela funciona como um acelerador na crise.

3.5.6 Maior Clusterização para maior robustez

Um dos grandes desafios no estudo de redes complexas aplicadas a risco sistêmico é encontrar uma topologia capaz de ser robusta a ataques, ou seja, capaz de absorver choques, porém sem danos a outras variáveis econômicas. Segundo S. Lenzu e G. Tedeschi (2012), as redes livres de escala possuem maior vulnerabilidade aos choques ocorridos em grandes bancos. A presença de cluster, segundo os autores, leva o sistema a uma alocação de recursos menos eficiente, aumentando o risco de liquidez dos agentes. Apesar disso, segundo Leandro Ferreira (2013), as redes com maior índice de cluster ainda assim possuem menos bancos afetados por crises, sendo, portanto, uma melhor opção para diminuir o impacto do risco sistêmico. O gráfico 6 ilustra essa ideia:

Gráfico 6 - Análise de Cluster com 3, 4 e 5 clusters e probabilidade de default inicial de 0,05. Leandro Ferreira 2013.(p. 65).

Os gráficos 6a e 6b mostram como redes interbancárias com diferentes números de clusters possuem diferentes impactos em caso de crises, tanto em número de bancos afetados (gráfico 6a), como em número de calotes (gráfico 6b). Uma explicação para esse fenômeno é a de que os choques iniciados dentro de um cluster, ali permanecem. Essa divisão é capaz de diminuir o número de bancos afetados por crises em aproximadamente 10%, segundo apresentado por L. Ferreira (2013). A diminuição conseguida de 10% representa um valor considerável, principalmente se essa diferença significar o não contágio de grandes bancos da rede.

Apesar de mais robusta, não é claro qual o processo de formação que pode levar uma rede interbancária a possuir mais clusters, nem suas influências para o mercado financeiro e para a economia.

4 MODELO DE CRÉDITO EM UMA ECONOMIA SIMPLIFICADA COM REDE INTERBANCÁRIA

O modelo de estudo foi dividido em duas etapas para melhor entendimento. Na primeira etapa, define-se a composição das firmas e bancos e os parâmetros aos quais estão submetidos. A segunda etapa se caracteriza pelas trocas de mercadorias e de crédito, onde o lucro é calculado bem como possíveis falências, reiniciando o ciclo.

4.1 Descrição do Modelo

Foi utilizado um modelo baseado em agentes contendo firmas e bancos, os quais possuem relações de crédito entre si. As firmas F são de mesma natureza e comercializam um produto de acordo com a demanda D de mercado, em um tempo discreto T . Este produto não pode ser estocado, por motivos de simplificação. Baseando-se na concorrência perfeita onde nenhuma empresa é capaz de sozinha modificar o preço de venda de determinado bem, todas vendem seu produto a um preço fixo ao longo da simulação. Os custos de produção são unificados em um único custo unitário por motivos de simplificação, onde já está incluído custos fixos e variáveis de produção. O custo unitário de produção C_p de cada empresa é função de seu patrimônio A , sendo

$$C_p = \alpha A^\beta. \quad (4.1)$$

Isso pode ser entendido de duas maneiras. Primeiramente, quanto maior a produção, maior será a diluição do custo fixo nela envolvido, ocasionando menor custo unitário (Keen, 2011). A segunda é a de que quanto maior a quantidade comprada de um bem maior o poder de barganha sobre ele. Como a produção de grandes empresas é maior, é natural que seu poder de barganha seja também maior sobre seus fornecedores, e consequentemente o preço pago pelos bens de produção seja menor (Beinhocker, 2006). Com isso, tem-se $\beta < 0$. Firmas maiores tendem a ser mais produtivas, alimentando um processo de retroalimentação positivo que as ajudam a obterem maiores lucros e serem ainda maiores (Brian Arthur, 1989). A produção Y máxima de cada firma no modelo é, portanto, proporcional ao seu patrimônio em relação ao seu custo unitário.

$$Y_{MAX} = \frac{A}{C_p} = \frac{A}{\alpha A^\beta} = \alpha^{-1} A^{1-\beta}. \quad (4.2)$$

Com isso, a função produção é dada por uma curva côncava e é mais uma vez fruto da produtividade crescente da firma (D. Delli Gati, 2009). Em cada rodada, cada empresa verifica o quanto vai produzir baseada na demanda do período anterior D_{t-1} . Logo, a produção de cada firma será

$$Y_t = D_{t-1}. \quad (4.3)$$

Com isso, a produção de cada rodada é então fruto da demanda anterior. Como na economia real, as expectativas dos agentes envolvidos são fruto de sua memória do passado, que pode ser variada para mais de um período ou ainda levar em consideração outros agentes envolvidos que estejam dentro do círculo de informação de cada firma. Como a proposta no modelo para as firmas é capturar o descasamento entre expectativas futuras e decisões presentes, optou-se por utilizar apenas a demanda do período anterior do próprio agente como variável para tomada de decisão, por simplificação.

As firmas são maximizadoras de lucros, e por isso tentarão produzir tudo o que acreditam que conseguirão vender. Caso a firma não possua capital suficiente para produzir o que precisa, ela então pede crédito a um banco. A única fonte de financiamento no modelo é dada pelos bancos. (Greenwald et. al., 1984). O crédito acontecerá sempre que a venda na rodada anterior for a máxima de sua produção, simulando um crescimento substancial de suas vendas que o próprio ganho de produtividade dado pelo valor de C_p não será suficiente para suprir a demanda da rodada seguinte. O valor do crédito pode então ser definido como a diferença da produção esperada e a máxima produção possível com capital próprio, multiplicado pelo custo unitário.

$$L_t = MAX(0, Y_t - Y_{MAX})C_p. \quad (4.4)$$

4.2 As Relações de Crédito

Para adquirir crédito a empresa aciona o banco ao qual ela tem relações de negócios. A ordem de pedido de crédito entre firmas e bancos é sorteada a cada rodada. Deste modo, nenhuma firma é beneficiada ao longo da simulação. Por simplificação, cada empresa tem conexão apenas com um banco. A escolha de qual banco se relacionar é efetuada a cada rodada por uma abordagem como a feita por Delli Gatti (2009), o que chamou de “escolha preferencial de parceiros”. A cada período t a empresa pesquisa um número N de bancos. A não permissão de consulta em todo o mercado pode ser definida pela informação limitada no sistema, já que cada agente não consegue ter o conhecimento do mercado como um todo, apenas de uma parcela da rede. A empresa consulta então a taxa de juros dada por cada banco e escolhe aquele que tem o menor preço. Caso nenhum dos N bancos possuam taxa de juros menores do que o banco que a firma tem relações atualmente, ela então continua com o banco da rodada anterior, que ainda garante a ela a menor taxa encontrada. A taxa de juros no sistema é dada em função do risco atribuído aos agentes envolvidos na negociação. O risco de cada agente é inversamente dependente do seu patrimônio, tanto para firmas como para bancos. Isso significa que firmas maiores em termos de patrimônio terão taxa de juros menores que as empresas com menor patrimônio, pelo seu risco de falência e consequentemente não pagamento do crédito serem menores. O uso da taxa de juros inversamente proporcional ao valor do patrimônio pode ser visto também em G. Tedeschi et. al. (2011); Delli Gatti (2009). Logo, a taxa de juros no sistema é definida como

$$i_f = \theta \left(\frac{L_t}{A \cdot A_b} \right)^\gamma. \quad (4.5)$$

Tem-se então que a taxa de juros depende do montante de crédito envolvido na operação e dos patrimônios da firma e do banco. O parâmetro γ regula o quanto essa relação é utilizada.

O banco, ao conceder o crédito, retira o montante emprestado de seu patrimônio. Como o modelo não possui depósitos de clientes, as únicas fontes para crédito são seu próprio patrimônio e a rede interbancária. Logo, caso o valor demandado seja muito alto e o banco sozinho não consiga arcar com todo o crédito, mesmo porque já pode ter concedido créditos anteriores e não possui mais recursos para conceder novamente, este então procura a rede interbancária. A rede interbancária segue um sistema de preferência parecido com o utilizado

com as firmas, bem como o cálculo da taxa de juros. A diferença é que cada banco possui relacionamento com outros M bancos, e não apenas com uma instituição, como no caso das firmas.

$$i_{bij} = \tau \left(\frac{L_t}{A_{bi} \cdot A_{bj}} \right)^\gamma. \quad (4.6)$$

No modelo, cada banco possui um perfil de risco, estabelecido aleatoriamente no início da simulação. O perfil de risco é dado pela alavancagem máxima que cada banco se permite. Define-se alavancagem como o total de crédito concedido por dado banco dividido pelo seu respectivo patrimônio. Logo, se a alavancagem máxima de um determinado banco é atingida, este não mais empresta para firmas ou outros bancos naquela rodada. O perfil de risco dos bancos é conhecido pela rede devido seu histórico de alavancagem. A figura 7 ilustra a primeira parte do modelo:

Figura 7 – Fluxograma da etapa de preparação do modelo. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

4.3 Produção Real e Lucro

Com o crédito então contratado, cada firma está pronta para produzir e vender seu produto no mercado. A demanda real de cada firma é dada pela demanda do período anterior, multiplicando-a por uma variável Δ que segue uma distribuição normal de média um e desvio padrão σ . Essa é uma grande restrição do modelo; uma demanda restritiva calculada de forma estocástica, sem correlações com o restante do modelo econômico, como o crescimento das empresas, nível de emprego, que seria também função da capacidade produtiva, ou mesmo a taxa de juros. Espera-se que, apesar de uma demanda estocástica ser capaz de causar variações ao modelo, esta não seja capaz sozinha de ocasionar grandes crises, as quais existem apenas devido aos processos de retroalimentação e pela alavancagem das firmas e bancos. Tem-se então a demanda como

$$D_t = D_{t-1} \cdot \Delta(1, \sigma). \quad (4.7)$$

Após a venda total ou parcial efetuada, ao final de cada rodada é calculado o lucro das firmas e bancos. O lucro das firmas é definido como

$$\pi_F = D_t \cdot p - Y_t \cdot C_p - L_t \cdot i_f, \quad (4.8)$$

onde p é o preço de venda do produto no mercado. O lucro dos bancos é dado por

$$\pi_b = \sum L_t \cdot (1 + i_f) - \sum L_{tb0} \cdot (1 + i_b) + \sum L_{tb1} \cdot (1 + i_b), \quad (4.9)$$

onde L_{tb0} é o montante de crédito que o banco tomou na rede interbancária e L_{tb1} é o montante de crédito concedido pelo banco na rede interbancária. Contabiliza-se também o montante principal dos empréstimos no lucro, pois tal valor havia sido retirado do patrimônio dos bancos.

Os valores recebidos nas somatórias na eq. 4.9 são contabilizados apenas para as firmas e bancos que não faliram. Para os agentes que entraram em falência, os créditos destes não são honrados, não sendo contabilizados no lucro dos bancos. Os patrimônios das firmas e dos bancos são então atualizados para a rodada seguinte.

$$A_{t+1} = A_t + \pi. \quad (4.10)$$

As firmas são consideradas falidas caso seu patrimônio líquido $A < 1$. Esse valor pode ser pensado como o capital de giro requerido para se estar no mercado. As firmas falidas são repostas no modelo em um processo de um para um. Logo, para cada firma falida, uma nova firma é colocada no lugar, com o patrimônio igual a um. Esse mecanismo foi utilizado para simplificação, porém um processo dinâmico de reposição pode ser testado, como em G. Tedeschi et. al. (2011), onde novas firmas entram no mercado de acordo com uma probabilidade dependente da situação econômica presente. O processo para falências de bancos e suas reposições segue o mesmo padrão das firmas.

Assim o ciclo se reinicia. Com o modelo então é possível criar sistemas de retroalimentação positivos, capazes de potencializar pequenas perturbações na demanda e avaliar diferentes mecanismos de controle de risco. A figura 8 ilustra a segunda parte do modelo.

Figura 8 – Fluxograma da etapa de mercado do modelo. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

4.4 Simulação

Os resultados obtidos podem ser divididos em dois. A primeira parte se refere ao funcionamento do mercado proposto no modelo. Na segunda parte serão testadas três variações de parâmetros que devem influenciar o risco no sistema: Aumento da alavancagem, da conectividade e do índice de cluster.

4.4.1 Parâmetros utilizados na simulação

A modelagem baseada em agentes foi criada utilizando-se Matlab R2013a. Foram feitas 100 simulações com $F = 1000$ firmas, $B = 100$ bancos, num período de tempo $T = 1.000$ rodadas. Os resultados obtidos com diferentes quantidades de empresas e bancos para diferentes períodos de tempo não apresentaram grandes variações. O restante das variáveis foram utilizadas nos seguintes valores: $\alpha = 0,95$; $\beta = 0,01$; $\gamma = 0,3$; $\theta = 0,2$; $\tau = 0,15$; $p = 1$; $M = 10$; $N = 5$; $\sigma = 0,15$. Para cada parâmetro, foi testado uma gama de valores, que são mostrados na tabela 1.

$F = 1000$	[500;10000]	Não há grandes variações nas regularidades estatísticas geradas
$B = 100$	[50;1000]	
$T = 1000$	[100;10000]	Sistema atinge comportamento contínuo desde $t=100$
$\alpha = 0,95$	[0,8;0,99]	Firmas não crescem ou tem crescimento orgânico
$\beta = -0,01$	[-0,05;-0,5]	
$\theta = 0,2$	[0,1;0,5]	Bancos não crescem (taxas de juros baixas ou altas demais para firmas)
$\gamma = 0,3$	[0,1;0,5]	
$\tau = 0,15$	[0,1;0,5]	
$p = 1$	[0,9;0,5]	Firmas não crescem ou tem crescimento orgânico
$M = 10$		Será discutido no decorrer do trabalho
$N = 5$	[1;50]	Não apresenta diferença na formação topológica
$\sigma = 0,15$	[0,05;0,5]	Sistema não apresenta variações ou se torna volátil
$Alav = [2;4;6;8;10]$		Será discutido no decorrer do trabalho

Tabela 1– Comparativo de parâmetros. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Os perfis de risco dos bancos foram distribuídos como seguem, representando a alavancagem máxima: 2 / 4 / 6 / 8 / 10. O número de bancos com cada perfil é o mesmo, sendo sorteado no início de cada rodada.

4.4.2 Variáveis agregadas e regularidades estatísticas geradas

A produção agregada mostra a somatória da produção de todas as firmas ao longo do tempo t . É fácil perceber que a produção mostra variações bruscas em determinados períodos de tempo, indicando a existência de crises e grandes choques econômicos.

Gráfico 7 - Produção agregada. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Primeiro fato estilizado encontrado no modelo é a distribuição do patrimônio das empresas, a qual segue uma lei de potência. Essa lei de potência é fruto dos processos de retroalimentação positivos envolvendo as empresas, onde o ganho de produtividade facilita o crescimento de firmas maiores. Como C_p é decrescente com o patrimônio, quanto mais a firma cresce, maior sua capacidade produtiva e menor seu custo de produção, tornando-a mais lucrativa e por consequência ajudando em seu crescimento, o que volta a alimentar o ciclo.

Gráfico 8 - Distribuição do patrimônio das firmas. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O crescimento das empresas demonstra assimetria no sentido da queda. Esse movimento é esperado e causado pela crise na economia, fruto do descasamento entre a demanda esperada e realizada. O choque na demanda é agravado, se transformando em crises, pelo não pagamento dos empréstimos pedidos, diminuindo o patrimônio e a eficiência das empresas, fragilizando-as.

Gráfico 9 - Crescimento agregado das firmas. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

As empresas demandam empréstimos dos bancos para financiar sua produção. O gráfico 10 mostra o agregado de empréstimos pedido por todas as firmas ao longo da simulação.

Gráfico 10 - Crédito tomado pelas firmas para financiar a produção. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Como possível consequência dos empréstimos, as firmas podem não honrá-los caso o choque de demanda sofrido seja muito grande, como pode ser visto no gráfico 11.

Gráfico 11 – Créditos não honrados das firmas. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

É esperado que pequenos calotes ocorram com frequência, porém que grandes calotes aconteçam apenas em poucas rodadas, pois caso contrário a economia estaria sempre fragilizada e não apresentaria crescimento. O gráfico 12 mostra essa tendência, onde apesar de poucos pontos, é possível perceber que tais créditos não honrados tendem a uma lei de potência.

Gráfico 12 - Distribuição dos créditos não honrados pelas firmas. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Para dar liquidez ao crédito pedido pelas firmas, a rede interbancária é então acionada, sempre que um banco não tem liquidez suficiente para bancar os empréstimos com seu próprio patrimônio. Com isso, a rede interbancária representa até 60% dos créditos em determinada rodada, como ilustra o gráfico 13.

Gráfico 13 - Participação dos créditos interbancários no montante total de crédito na economia. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Assim como com as firmas, os bancos podem não honrar suas dívidas caso abram falência. O gráfico 14 mostra a mesma tendência vista com as firmas e o gráfico 15 mostra o quanto os créditos não honrados dos bancos representam do total de dívidas não pagas. No gráfico 15 é possível perceber momentos que apenas as firmas sofrem perturbações e momentos que os bancos representam uma grande parcela da crise (até aproximadamente 40%).

Gráfico 14 – Créditos não honrados dos bancos. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Gráfico 15 – Créditos não honrados dos bancos pelo total. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Por consequência das conexões para crédito, as topologias de rede tendem a ser livres de escala, seguindo uma lei de potência. O gráfico 16 ilustra as topologias de rede entre firmas e bancos e entre bancos e bancos, respectivamente.

Gráfico 16 - Esquerda: Distribuição de grau entre firmas e bancos. Direita: Distribuição de grau na rede interbancária. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Como a distribuição da conectividade da rede interbancária tende para uma lei de potência, espera-se então que muitos bancos possuam poucas conexões e alguns poucos bancos possuam grande número de conexões. Um grande número de conexões significará um patrimônio mais elevado para o banco. Na figura 9, pode-se perceber, de forma visual, a diferença entre os patrimônios dos bancos, além de se ver em detalhe os dois bancos destacados, um com pequeno patrimônio e poucas conexões e outro com patrimônio alto e muitas conexões (“hubs”).

Figura 9 – Rede interbancária, com detalhe para o número de conexões de um banco de pequeno porte (detalhe da esquerda) e de um banco de grande porte (detalhe da direita). Fonte: Souza Dias, Eduardo.

No gráfico 17, é visto o crescimento dos bancos agregado para cada rodada. Como é possível perceber, os choques negativos tendem a ser maiores que os positivos, como acontece com as firmas.

Gráfico 17 - Crescimento agregado dos bancos. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Os choques negativos causam os débitos não honrados, fruto das falências das firmas e dos bancos. Os gráficos 18 e 19 mostram essas falências ao longo do tempo, para firmas e bancos respectivamente.

Gráfico 18 - Número de firmas que faliram ao longo da simulação. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Gráfico 19 - Número de bancos que faliram ao longo da simulação. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O número de bancos falidos representa a frequência de crises e em parte sua intensidade. Porém, para que se possa compreender melhor quanto cada crise trouxe de impacto para o sistema, é necessário calcular o Impacto de Calote (DI), descrito no capítulo 3, subseção 3.4.1. Tal índice mensura o montante financeiro perdido pela rede dado um determinado grupo de falências. Para melhor visualizar, no gráfico 20 dividiu-se DI pelo montante de crédito total de cada rodada. Assim, pode-se analisar a dimensão de cada crise de maneira normalizada.

Gráfico 20 – Impacto de calote pelo total de crédito. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Além de DI, o Índice de Risco Sistêmico também é importante na análise de crises. Definida na subseção 3.4.2, SI mensura quanto do patrimônio de instituições chaves na rede interbancária está sendo afetado dados outros bancos que abriram falência. Para a presente análise, as instituições chaves foram definidas como sendo as que possuem maior grau, que por consequência, são também os bancos com maiores patrimônios. Os maiores graus são definidos como os que possuem 20% dos graus de toda a rede. Apesar de SI ser utilizada para mensuração em risco sistêmico, ela é uma medida preventiva e de controle, pois é calculada sobre instituições chaves que ainda não faliram. Quanto maior o impacto em instituições chaves da rede dado um número de falências, maior o risco de uma crise ser profunda.

Gráfico 21 – Índice de Risco sistêmico pelo patrimônio dos bancos chaves. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Outra maneira de mensurar o risco sistêmico é através da análise de quantos bancos faliram por causa da falência de outros bancos, ou seja, quantos bancos faliram não porque as firmas não honraram com suas obrigações, mas sim porque outros bancos não pagaram seus créditos. O gráfico 22 foi calculado retirando-se os créditos não pagos pelas firmas, restando apenas a diferença dada pelos bancos, subtraindo-se então do total de falências. O resultado é calculado como média acumulada e dado em percentual do total de falências em cada rodada para melhor visualização.

Gráfico 22 – Falência causadas pela rede interbancária. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

As taxas de juros praticadas podem ser vistas no gráfico 23, onde os pontos azuis são as taxas praticadas pelas firmas e bancos e os pontos vermelhos são as taxas praticadas no mercado interbancário.

Gráfico 23 - Taxa de juros entre firmas e bancos (azul) e no mercado interbancário (vermelho). Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O gráfico 24 mostra o desenvolvimento médio acumulado dos bancos de acordo com seus perfis de risco. No gráfico 24a, os bancos com maiores alavancagens apresentaram patrimônio maior, porém as variações não foram tão expressivas, e em algumas simulações, bancos menos alavancados conseguiram melhores resultados. Para os créditos não honrados no gráfico 24b, os maiores bancos contribuem mais, pois possuem maior volume de crédito. No gráfico 24c o grau na rede interbancária tende também a ser maior para os maiores bancos, indicando que são grandes “hubs” na rede. No gráfico 24d bancos mais alavancados tendem a possuir maior número de falências, devido seus maiores riscos.

Gráfico 24- a. Patrimônio dos bancos de acordo com seu perfil de risco. b. Créditos não honrados pelos bancos de acordo com seus perfis de risco. c. Grau na rede interbancária de acordo com o perfil de risco. d. Bancos que abriram falência ao longo da simulação. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Comparado com dois importantes estudos já publicados, Delli Gatti (2009) e G. Tedeschi et. al. (2011), comentados nas subseções 2.2 e 3.5, o modelo foi capaz de gerar fatos estilizados semelhantes mesmo com uma abordagem diferente. Em Delli Gatti (2009), a rede interbancária não se fazia presente e o estudo de risco sistêmico era realizado pelas empresas fornecedoras e de bens finais principalmente. Em termos de regularidades estatísticas como a distribuição do patrimônio das firmas, o crescimento agregado de firmas e bancos e a topologia de rede conseguida, os resultados foram em linha com o modelo proposto no trabalho. Em comparação com G. Tedeschi et. al. (2011), as regularidades estatísticas também foram semelhantes, porém sem a necessidade de se usar um fator de crescimento na demanda e atribuindo ganho de eficiência as empresas. Não é possível atribuir comparações em termos de alavancagem, pois ambos os modelos não deram ênfase em tal parâmetro.

Apesar de ter conseguido resultados satisfatórios e suficientes para se aprofundar o estudo de risco sistêmico, o modelo possui algumas limitações importantes. A primeira delas é a demanda estocástica, que é descorrelacionada com o restante do modelo, o qual já foi discutida na subseção 4.3. Além disso, a pequena economia criada não é evolutiva e não apresenta aprendizado e adaptação. As firmas e bancos falidos são repostos um a um, e a economia é forçada a se manter neste patamar, não buscando sozinha seu ponto crítico de funcionamento. Os agentes não utilizam seu aprendizado com as rodadas passadas para tomar decisões, não possuem memória e não aprendem com o passar do tempo. Além disso, o

modelo não possui estoque, o que poderia permitir um dinamismo maior no preço, que é dado como fixo na simulação.

4.4.3 Aumento da Alavancagem

Na subseção 4.4.2 foram vistos os resultados obtidos na economia simplificada, onde tentou-se captar parte da complexidade da economia e do mercado interbancário. A partir da subseção 4.4.3 o foco não será mais o modelo como um todo, porém apenas o mercado interbancário e suas variações quanto a risco e retorno. Os parâmetros iniciais utilizados serão os mesmos já apresentado na subseção 4.4.1. Entre os parâmetros que possibilitam mudanças substanciais no comportamento do mercado financeiro, estão a alavancagem, a conectividade e a clusterização. A alavancagem se refere a capacidade de um banco de conceder crédito tendo em vista seu patrimônio, ou seja, quanto mais crédito um banco conceder acima de seu patrimônio, maior será sua alavancagem. É esperado que quanto maior a alavancagem, maior será o retorno do banco, pois mais receita através de juros será gerada, dado o maior volume de crédito concedido. Porém, como o risco é maior, é também esperado que mais crises tendam a acontecer em níveis também mais intensos. A conectividade, por sua vez, está baseada na ideia de que se pode diminuir o risco local por meio da sua diversificação. Como discutido na introdução do presente trabalho, isso é verdade para o risco local, porém não é verdadeiro para o risco sistêmico, já que uma rede mais conectada deve apresentar risco sistêmico maior.

Na presente subseção, irá ser abordado as variações esperadas de acordo com a variação na alavancagem permitida. Denotando a alavancagem do banco i por $L_{vi} = \frac{\sum_j L_{ij}}{A_{bi}}$, onde L_{ij} representa o crédito dado de um banco i a uma firma j e A_b o patrimônio do banco i . O gráfico 25 mostra a média do patrimônio dos bancos com o aumento da alavancagem. Cada ponto no gráfico representa a média sobre cinco realizações.

Gráfico 25 – Patrimônio dos bancos em função da alavancagem. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

A relação entre alavancagem e patrimônio é quase linear. Como era esperado, os bancos conseguem maior crescimento à medida que se permite maior alavancagem. Na simulação, todos os bancos tiveram o mesmo nível permitido de alavancagem, sem separação por perfis. Porém, como era esperado, o crescimento dos bancos vem seguido do aumento do risco. O gráfico 26 mostra o aumento no número de bancos falidos dado o aumento da alavancagem.

Gráfico 26 – Bancos falidos em função da alavancagem. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Com o grande aumento da alavancagem, quase metade dos bancos, em média, apresentavam falências. Isso se deve ao grande número de novos entrantes, que pela alavancagem inicial já tão alta, acaba falindo rapidamente. O número de falências cresce em ritmo tão alto, que a mensuração do número de crises fica prejudicada. As crises são mensuradas a cada vez que o número de créditos não honrados pelos bancos aumenta além de

dois desvios-padrão (σ) da média histórica. Logo, chamando o número de crises de **nc** e os créditos não honrados de B_L , tem-se que

$$nc = \sum \begin{cases} 1, & B_L > 2\sigma \\ 0, & \text{no restante} \end{cases} \quad (4.11)$$

Como a média de créditos não honrados e bancos falidos aumenta muito com o aumento da alavancagem, poucas vezes a primeira condição da equação é aceita, levando o número de crises a cair dado a presente metodologia, como mostra o gráfico 27. Essa queda não significa que o sistema está estável, representando na verdade o oposto, que o sistema possui um número de créditos não honrados muito grande e frequente a cada rodada, levando o desvio padrão a um valor pequeno e estável, não satisfazendo a condição $B_L > 2\sigma$.

Gráfico 27 – Número de crises em função da alavancagem. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Como o gráfico de crises fica comprometido e o número de bancos falidos não representa necessariamente a intensidade das crises, visto que não é sabido o porte de tais bancos, um gráfico do impacto de calote, definido no capítulo 3, subseção 3.4.1 é traçado. Ele mensura o montante de crédito total perdido em cada crise. Com ele é possível perceber que também as intensidades das crises aumentaram.

Gráfico 28 – Impacto de calote pela alavancagem. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Até L_v igual a 20 a relação é crescente, estabilizando após esse valor. Ultrapassado esse limite, o sistema já não consegue voltar a se reestabelecer, como é visto no gráfico 27 onde o número de crises tende a zero.

4.4.4 Aumento da Conectividade

A simulação conta com 100 bancos, distribuídos inicialmente com patrimônio igual a um. Como discutido na subseção 4.2, por uma questão de assimetria de informação, os bancos não conseguem manter relações com todo o mercado interbancário, logo, esse número é limitado a um número M de bancos parceiros. O aumento da conectividade permite que os bancos possuam mais conexões, fazendo com que o número de crises diminua, dada a diluição do risco. Também é esperado que o risco sistêmico aumente significativamente, dada a grande conectividade. Para essa simulação, $M \in [5,65]$. O gráfico 29 mostra o crescimento do patrimônio dos bancos com o aumento da conectividade na rede interbancária.

Gráfico 29 – Patrimônio dos bancos pela conectividade. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O patrimônio dos bancos cresce com a conectividade como se observa no gráfico 29, porém em menor intensidade quando comparado ao aumento da alavancagem (gráfico 25). Como visto na subseção 4.4.3, os bancos conseguem atingir um patrimônio de 800, o dobro dos 400 conseguidos com o aumento da conectividade. Apesar do menor crescimento, o aumento da conectividade não traz um aumento tão elevado no número de falências, como mostrado no gráfico 30. Isso se deve, pois apesar de se potencializar o risco sistêmico pela maior conectividade da rede, cada banco continua com alavancagem limitada, o que permite que cada banco não ultrapasse níveis tão arriscados, limitando o sistema como um todo.

Gráfico 30 – Bancos falidos pela conectividade. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O salto no número médio de falências bancárias é de 5 bancos para pouco mais de 15 bancos, número muito inferior aos mais de 50 bancos abrindo falência com o aumento da alavancagem. O número de crises também cresce, porém se estabiliza a partir de um nível de conectividade, como mostra o gráfico 31.

Gráfico 31 – Crises pela conectividade. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Dado que a simulação foi rodada para um período $T = 1000$ rodadas, é possível afirmar que o sistema atinge um máximo em número de crises de 100, 10% das rodadas. A partir desse nível, o aumento na conectividade não parece exercer grande influência na frequência de crises, porém é esperado que a intensidade delas continue a crescer. Essa previsão se mostra verdadeira, como visto no gráfico 32.

Gráfico 32 – Impacto de calote pela conectividade. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O impacto de calote até resiste ao aumento da conectividade com $M < 30$, patamar onde é estabilizado o número de crises, porém a partir desse nível ele dispara e atinge valores até seis vezes maiores do que os conseguidos pelo aumento da alavancagem. Isso é esperado, tendo em vista que a rede está muito mais conectada. Como o impacto de calote é calculado sobre uma cadeia de bancos que faliram, fruto da falência de outros bancos, o número cresce de forma vertiginosa, diferente do mesmo índice calculado para o aumento da alavancagem, onde os bancos falem devido seus próprios riscos elevados, e não devido aos efeitos sistêmicos.

4.4.5 Aumento da Clusterização

Por último, o parâmetro que será analisado será o da clusterização. Através de um parâmetro X , o qual chamaremos de parâmetro de afinidade, cada banco a cada rodada distribui um peso para o valor dos juros cobrados pelos outros bancos (processo de escolha preferencial descrito na subseção 4.2) e pelo seu nível de risco, onde bancos com perfis de risco semelhantes tendem a fazer negócio entre si. Logo, se dois bancos possuem o mesmo perfil, o parâmetro I é igual a 0. Se possuem perfis diferentes, I equivale a um. Com isso, a

escolha na rede interbancária fica a critério da taxa ajustada pelo perfil de risco de acordo com um parâmetro X . O $i_{ajustado}$ é utilizado apenas para escolha do banco parceiro, sendo os juros cobrados efetivamente o mesmo calculado na subseção 4.2, sem o uso do X .

$$i_{ajustado} = (1 - X) \cdot i_b + X \cdot I \quad (4.12)$$

Espera-se que com o aumento de X , os bancos se distribuam em clusters de perfis parecidos. O gráfico 33 mostra o aumento esperado.

Gráfico 33 – Coeficiente de clusterização em função de X . Fonte: Souza Dias, Eduardo.

A rede interbancária conseguiu um maior índice de cluster através da inserção da taxa de juros ajustada pelo perfil de risco. Com o aumento do índice de cluster é esperado que o risco sistêmico diminua, onde uma crise ficaria limitada ao um específico número de bancos de um mesmo cluster, onde esta se iniciou. Porém, não é trivial tentar prever o que pode acontecer com o patrimônio dos bancos, nem mesmo com a frequência de crises. O gráfico 34 mostra primeiramente a evolução do patrimônio em função de X .

Gráfico 34 – Patrimônio dos bancos versus a afinidade X . Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O patrimônio dos bancos cresce com o aumento da clusterização. Isso pode ser devido a diminuição da intensidade das crises, que pode ser visto mais adiante. Em termos de número de bancos falidos, o resultado é um pouco menor do que o conseguido com o aumento da conectividade, como mostra o gráfico 35.

Gráfico 35 – Bancos falidos em função da afinidade X. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O número de crises se mantém estável com o aumento da clusterização. Isso já é um resultado interessante, pois houve aumento do patrimônio dos bancos, porém o número de crises se manteve estável.

Gráfico 36 – Número de crises em função de X. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Além do número de crises, outro resultado promissor que se espera é o baixo crescimento de sua intensidade. Essa premissa se mostra verdadeira, como mostra o gráfico 37.

Gráfico 37 – Impacto de calote em função de X. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

O impacto de calote mostra que o aumento da intensidade das crises é quase marginal quando comparado ao aumento do mesmo indicador com a alavancagem ($DI_{MAX} = 21$) e com a conectividade ($DI_{MAX} = 150$). Isso significa que o aumento da clusterização pelo agrupamento de acordo com os perfis de risco traz um aumento no patrimônio médio dos bancos, porém sem aumento na frequência de crises bancárias e com aumento marginal na intensidade de tais crises.

4.5 Discussão

Primeiramente, o objetivo de propor um modelo baseado em agentes que englobasse alguns dos principais aspectos da economia complexa como uma alternativa aos modelos tradicionais em economia e mercado financeiro se mostrou satisfatório. O modelo foi capaz de reproduzir as distribuições esperadas, como crescimento agregado das empresas e bancos, seus respectivos patrimônios e foi capaz de gerar crises. Alguns aspectos que não foram incluídos no modelo deste trabalho serão discutidos na subseção 5.1 como sugestões para trabalhos futuros.

Já o objetivo de analisar o risco sistêmico e os fatores que o influenciam, se mostrou também satisfatório. O sistema respondeu como esperado a algumas variações, como o aumento da falência de bancos com a alavancagem, ou o aumento no risco sistêmico, dadas crises mais severas no aumento da conectividade.

Todas as variações nos parâmetros possuem em comum o aumento do patrimônio médio dos bancos, sugerindo um cenário mais próspero. Porém, o risco trazido com esse

aumento indica também instabilidade do sistema. Para saber qual variável possui melhor relação retorno por risco, montou-se a tabela 1.

	Alavancagem		Conectividade		Clusterização	
	Média	Máx	Média	Máx	Média	Máx
Patrimônio dos bancos	368,4	777,4	215,5	390,9	194,8	349,4
Bancos Falidos	40,2	53,6	12,9	17,1	11,6	14,2
Crises	18,5	65,0	84,5	108,0	63,2	95,0
Impacto de Calote	12,7	21,2	38,7	145,3	2,3	4,0
Patrimônio /Falências	9,2	14,5	16,8	22,8	16,8	24,5
Patrimônio /Impacto de Calote	29,1	36,7	5,6	2,7	86,1	87,5

Tabela 2– Comparativo de patrimônio por risco. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

A tabela 1 traz os valores vistos nos gráficos, em termos médios e máximos, e traça dois indicadores. O primeiro mensura a relação entre o crescimento do patrimônio dos bancos e o aumento no número de falências. Em outras palavras, ele mensura quanto o sistema ficou instável para justificar o aumento no patrimônio. Quanto maior o indicador, melhor a relação retorno por risco. Nesse caso, o aumento da clusterização trouxe o melhor índice, seguido do aumento da conectividade. O segundo indicador mostra a relação entre o patrimônio dos bancos e a intensidade das crises, ou seja, ele mensura quanto sensível o sistema se tornou a perturbações, dado o aumento dos bancos. Nesse caso, também o aumento da clusterização possui o melhor índice, seguido do aumento na alavancagem, porém com larga vantagem. Isso indica que quando os bancos tendem a se agrupar em termos de perfis de risco, o sistema cresce com a melhor relação retorno risco do que pelas variáveis já conhecidas.

4.5.1 Melhor relação retorno risco

Fica claro que o aumento da clusterização apresenta a melhor relação de retorno por risco quando comparado ao aumento de alavancagem e da conectividade, porém isso não significa que se deva elevar a clusterização. Para que isso aconteça, os índices calculados na tabela 1 devem crescer a medida que a clusterização cresce. Se isso for verdade, então a

relação retorno por risco se torna mais favorável. Se a relação entre o crescimento do patrimônio dos bancos e o número de falências e intensidade das crises aumentarem com a clusterização, então significa que a relação entre retorno, representada pelo patrimônio, e risco é melhor, ou seja, o patrimônio cresce, porém, o risco não aumenta na mesma intensidade. O gráfico 38 ilustra a situação.

Gráfico 38 – Índices de patrimônio por risco em função da afinidade X. Fonte: Souza Dias, Eduardo.

Logo, o primeiro gráfico indica que a medida que o parâmetro de afinidade X aumenta, ou seja, a rede fica mais clusterizada, o retorno pelo risco se torna mais favorável. O segundo gráfico, porém, mostra que isso é verdade até certo ponto ($X=0,2$), mas não volta a cair, se mantendo estável. Isso mostra que a clusterização por perfil de risco é favorável ao sistema, levando este para um patamar mais eficiente (melhor relação retorno por risco).

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foram abordados temas relacionados a sistemas complexos e como esta abordagem pode ser empregada no estudo econômico e de risco sistêmico. Primeiro, foi feita uma revisão da literatura mostrando as propriedades que fazem da economia um sistema complexo e quais as principais diferenças nos modelos tradicionais e de sistemas complexos. Em seguida, discutiu-se as principais características de redes complexas, mostrando que topologias livres de escala são mais robustas a ataques aleatórios e menos a ataques direcionados. Discutiu-se também metodologias de mensuração do risco sistêmico, como o impacto de calote e o índice de risco sistêmico. Por fim, foi apresentado o modelo utilizado nas simulações, onde se construiu uma rede de relações de crédito em uma economia simplificada, com a presença de uma rede interbancária. As firmas possuíam demanda estocástica e pediam crédito aos bancos para cobrir excesso de produção. Os bancos retiravam o montante para os créditos do próprio patrimônio e quando não era mais possível dar liquidez, estes recorriam à rede interbancária. Os resultados obtidos foram satisfatórios, pois conseguiram reproduzir regularidades estatísticas como a distribuição do patrimônio das empresas e o crescimento agregado de firmas com assimetria no sentido negativo. Além disso, o sistema foi capaz de gerar crises, as quais levaram firmas e bancos a falência e trouxeram instabilidade para o sistema. Baseado nas crises ocorridas, foram feitas três alterações nos bancos e na rede interbancária. Primeiro, aumentou-se a alavancagem máxima que cada banco poderia ter. Em seguida, intensificou-se a conectividade da rede interbancária, permitindo que cada banco tivesse conexão com grande parte das outras instituições ao mesmo tempo. Por último, aumentou-se o índice de cluster através de um mecanismo de afinidade por risco, onde cada banco escolhia seu parceiro pelos juros cobrados e pelo perfil de risco. O aumento da alavancagem trouxe grande crescimento aos bancos, porém com grande aumento no número de falências e com aumento na intensidade das crises. A intensificação da conectividade também trouxe crescimento aos bancos, porém 50% menor que no caso do aumento da alavancagem. O número de falências aumentou, e neste caso também menor quando comparado a alavancagem, porém a intensidade de tais crises foi até sete vezes maior. Por último, o aumento da clusterização trouxe crescimento de patrimônio aos bancos, mas com aumento muito pequeno no número de falências e também no impacto de calote, ambos inferiores ao aumento da alavancagem e da conectividade. Para decidir qual dos fatores se mostrou mais promissor, montou-se uma tabela com as relações de retorno por risco, e o

aumento da clusterização se mostrou a melhor opção. Por fim, traçou-se o crescimento do patrimônio dos bancos pelo do número de falências e impacto de calote em função do coeficiente de afinidade X , e percebeu-se que essa relação não é direta, ou seja, o patrimônio cresce a medida que X aumenta, porém, o risco não acompanha na mesma intensidade, tendo crescimento inferior, fazendo o aumento da clusterização ser uma opção válida e indicada para redes interbancárias.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Novas abordagens e adaptações podem ser feitas em ambas as partes do modelo. No modelo econômico, duas principais modificações poderiam trazer dinâmica nova para o sistema. A inserção de preço poderia ser simulada através do acréscimo de estoque. Sendo assim, as empresas abaixariam o preço à medida que acumulassem estoque e aumentariam o preço quando tivessem com a demanda maior que a produção. Outra possibilidade está em não mais limitar o número de firmas e bancos, deixando que o sistema busque seu próprio equilíbrio. Dessa maneira, o número de firmas e bancos não seria mais parâmetro de entrada, e sim consequência das outras variáveis econômicas. No modelo de mercado financeiro, os bancos não possuem depósito. Tais depósitos poderiam ser simulados deixando que os bancos, ao concederem crédito, retirem mais de uma vez o seu patrimônio para então recorrerem a rede interbancária. Isso aumentaria muito a alavancagem dos bancos e provavelmente deixaria o sistema mais instável.

REFERÊNCIAS

- Adam Smith (1776).** *An inquiry into the nature and causes of The Wealth of Nations*. An Eletronic Classics Series Publication. Pennsylvania State Univerity.
- Alain Barrat, Marc Barthélemy e Alessandro Vespignani (2008).** *Dtnamical Precesses on Complex Networks*. Cambridge University Press. 1ª edição.
- Alan Kirman (2006).** *Heterogeneity in economics*. Springer.
- Allen, F.; Gale, D. (2000).** *Financial Contagion. The Journal of Political Economy. Volume 8, 1-33.*
- Arrow, K. J.; Hahn, F. H. (1971).** *General Competitive Analysis*. San Francisco: Holden-Day.
- Chen Zhou (2010).** Are Banks Too Big to Fail? Measuring Systemic Importance of Financial Institutions. *International Journal of Central Banking*. p. 206-250.
- Christian Upper (2010).** Simulation methods to assess the danger of contagion in interbank markets. *Journal of Financial Stability*. V. 7 p. 111-125.
- Co-Pierre Georg (2011).** The effect of the interbank network structure on contagion and common shocks. *Deutsche Bank Working Paper*. No 12/2011.
- David VanHoose (2007).** Theories of bank behavior under capital regulation. *Hournas of Banking & Finance*. V. 31 p. 3680-3697.
- D. Delli Gatti, M. Gallegati, Greenwald B, Russo A, Stiglitz J (2006)** *Business fluctuations in a credit-network economy. Phys A 370:68–74.*
- D. Delli Gatti, M. Gallegati, B. Greenwald, Alberto Russo e Joseph E. Stiglitz (2010).** The financial accelerator in an evolving credit network. *Journal of Economic Dynamics & Control*. V. 34 p. 1627-1650.
- E. Gafeo, M. Catalano, F. Clementi, D. Delli Gatti, M. Gallegati, A. Russo (2007).** *Reflections on modern macroeconomics: Can we travel along a safer road? Elsevier Physica A 382 (2007) 89-97*
- Eric Beinhocker (2006).** *The Origin of Wealth: Evolution, Complexity, and the Radical Remaking of Economics*. Harvard Business School Press.

Erlend Nier, Jing Yang, Tanju Yorulmazer e Amadeo Alertorn (2007). Networks models and financial stability. Bank of England Working Paper. No. 346.

Fabio Caccioli, Thomas A. Catanach e J. Doyne Farmer (2011). Heterogeneity, correlations and financial contagion. Santa Fe Working Paper.

Frederic S. Mishkin (2009). The economics of Money, Banking and Financial Markets. Prentice Hall. 9ª edição.

George A Akerlof (1970). "The market for" lemons": Quality uncertainty and the market mechanism." The quarterly journal of economics, 488-500.

George Nicolis e Catherine Nicolis (2007). Foundations on Complex Systems. Nonlinear Dynamics, Statistical Physics, Information and Prediction. World Scientific Publishing Co. 1ª edição.

Iori, G.; Jafarey, S.; Padilla, F. G. (2006). *Systemic risk on the interbank market.* Journal of Economic Behavior & Organization.

J. Doyne Farmer, M. Gallegati, C. Hommes, A. Kirman, P. Ormerod, S. Cincotti, A. Sanchez e D. Helbing (2012). A complex systems approach to constructing better models for managing financial markets and the economy. The European Physical Journal Special Topics V. 214 p. 295-324.

John Maynard Keynes (1936). *The General Theory of Employment, Interest, and Money.* ETH Zurich.

Joseph Alois Schumpeter (1939). *Business Cycles. A Theoretical, Historical and Statistical Analysis of the Capitalism Process.* McGraw-Hill Book Company.

John Foster (2011). *Economic emergence: An evolutionary economic perspective –Elsevier*

John H. Miller e Scott E. Page (2007). Complex Adaptive Systems. An introduction to Computational Models of Social Life. Princeton University Press. 1ª edição.

L.F.Costa et.al. (2007). Characterization of Complex Networks. Advances in Physics. 56:1, 167-242.

Mauro Gallegati (2006). *Worrying trends in econophysics Phusica A Elsevier*

Mauro Gallegati e Gianfranco Giulioni (2003). Complex Dynamics and Financial Fragility in an Agent-based Model. Advances in Complex Systems. V. 6 p. 267-282.

Marie-Ésprit-Léon Walras (1874). *Elements of Pure Economics*. Routledge; Reprint edition.

M. B. Gordy e B. Howells (2004). Procyclicality in Basel II: Can We Treat the Disease Without Killing the Patient? *Journal of Financial intermediation*. V. 3 p. 395-417.

M. Boss, H. Elsinger, M. Summer e S. Thurner (2003). The network Topology of the Interbank Market. *Quantitative Finance*. V. 4 p. 677-684.

M.E.J.Newman (2003). The structure and Function of Complex Networks. *Society for Industrial and Applied Mathematics*. Vol 45. No 2. 167-256.

Melanie Mitchell (2009). *Complexity: A guide tour*. Oxford University Press. 1ª edição.

Nate Silver (2012). *O Sinal e o Ruído*. Editora Intrínseca Ltda. 1ª edição.

Nino Boccara (2004). *Modeling Complex Systems*. Springer. 1ª edição.

Olivier De Jonghe (2009). Back to the basics in banking? A micro-analysis of banking system stability. *J. Finan. Intermediation*. V. 19 p. 387-417.

Paulo FC Tilles, Fernando F. Ferreira, Gerson Francisco, Carlos de B. Pereira, and Flavia M. Sarti (2011). "A Markovian model market—Akerlof's lemons and the asymmetry of information." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 390, no. 13 (2011): 2562-2570.

Prasanna Gai, Andrew Haldane, Sujit Kapadia (2011). Complexity, concentration and contagion. *Journal of Monetary Economics*. V. 58 p. 453-470.

Rajkamal Iyer e José-Luis Peydró (2010). Interbnak contagion at work. Evidence from a natural experiment. *European Central Bank Working paper series*. No. 1147.

Rama Cont (2009). *Measuring Systemic Risk: Insights from networks analysis*. Columbia University Working Paper.

Robert P. Murphy (2002). *Chaos Theory*. Mises Institute. 2ª edição.

Rod Cross, Michael Grinfeld, Harbir Lamba, Tim Seaman (2005). A threshold model of investor psychology. *Elsevier Physica A* 354 (2005) 463-478

S. Battiston, D. Delli Gatti, M. Gallegatti, B. Greenwald e J. E. Stiglitz (2007). Credit chains and backruptcy propagation in production networks. *Journal of Economic Dynamics & Control*. V. 31 p. 2061-2084.

Simone Lenzu e Gabriele Tedeschi (2012). Systemic risk on different network topologies. *Physica A*. V. 391 p. 4331-4341.

Stefano Battiston, Domenico Delli Gatti, Mauro Gallegati, Bruce Greenwald, Joseph E. Stiglitz (2012). Default cascades: When does risk diversification increase stability? *Journal of Financial Stability*. V. 8 p. 138-149.

Stefano Battiston, D. Delli Gatti, M. Gallegati, B. C. Greenwald, J. E. Stiglitz (2009). Liaisons Dangereuses: Increasing connectivity, Risk Sharing and Systemic Risk. NBER Working Paper. No. 15611

Steve Keen (2001). *Debunking Economics – Revised, Expanded and Integrated Edition. The naked emperor dethroned?* Zed Books Ltd.

Stiglitz J, Greenwald G (2003). *Towards a new paradigm in monetary economics.* Cambridge University Press, London.

Stiglitz J, Greenwald G (1993). *Financial Market Imperfections and Business Cycles. The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 108. No. 1 pp. 77-114. Oxford University Press.

Tunstrøm K, Katz Y, Ioannou CC, Huepe C, Lutz MJ, et al. (2013). *Collective States, Multistability and Transitional Behavior in Schooling Fish. PLoS Comput Biol* 9(2): e1002915.

William Brian Arthur (1989). *Positive Feedbacks in the Economy. Scientific American*, 262, 92-99

William Stanley Jevons (1871). *The Theory of Political Economy. Reprints of Economic Classics.* Sentry Press, New York, N. Y. 10019.

Wolf Wagner (2009). Diversification at financial institutions and systemic crises. *J. Finan. Intermediation*. V. 19 p. 373-386.

Yoshi Fujiwara (2008). Chain of firms' Bankruptcy: A Macroscopic study of link effect in a production network. *Advances in Complex Systems*. V. 5 p. 703-717.

Yongui Wang, Yong Li, Mengmeng Liu (2006). Impact of asymmetric information on market evolution. *Elsevier Physica A* 373 (2007) 665-671.