UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES

MICHEL ALEXANDRE DA SILVA

Livro de ofertas e dinâmica de preços: evidências a partir de dados da
BOVESPA

São Paulo

2013

MICHEL ALEXANDRE DA SILVA

Livro de ofertas e dinâmica de preços: evidências a partir de dados da BOVESPA

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos

Versão corrigida contendo as alterações solicitadas pela comissão julgadora em 18 de setembro de 2013. A versão original encontra-se em acervo reservado na Biblioteca da EACH/USP e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP (BDTD), de acordo com a Resolução CoPGr 6018, de 13 de outubro de 2011.

Área de Concentração:
Modelagem de Sistemas Complexos

Orientador (a):
Prof. Dr. Camilo Rodrigues Neto

São Paulo
2013

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

CATALOGAÇÃO-NA-PUBLICAÇÃO

(Universidade de São Paulo. Escola de Artes, Ciências e Humanidades. Biblioteca)

Silva, Michel Alexandre da

Livro de ofertas e dinâmica de preços : evidências a partir de dados da BOVESPA / Michel Alexandre da Silva ; orientador, Camilo Rodrigues Neto. – São Paulo, 2013
70 f.

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos , Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo.
Versão corrigida

1. Bolsa de valores . 2. Bolsa de valores – Modelos matemáticos. 3. Bolsa de valores – Simulação. 4. Finanças – Modelos matemáticos. 5. Finanças – Simulação. I. Rodrigues Neto, Camilo, orient. II. Título

CDD 22.ed. – 332.642

Nome: Silva, Michel Alexandre da

Título: Livro de ofertas e dinâmica de preços: evidências a partir de dados da BOVESPA

Dissertação apresentada à Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Aprovado em 18/09/2013

Banca Examinadora

Prof. Dr. Camilo Rodrigues Neto

Instituição: EACH-USP

Assinatura: _____

Prof. Dr. Fernando Fagundes Ferreira

Instituição: EACH-USP

Assinatura: _____

Prof. Dr. Luiz Jurandir Simões de Araújo

Instituição: FEA-USP

Assinatura: _____

À minha esposa Mirella, com todo o amor e carinho que merece.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Camilo Rodrigues Neto, pelo empenho e competência com os quais me orientou na execução deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Fernando Fagundes Ferreira, por sua inestimável coorientação na realização deste trabalho e por iniciar-me na programação em Matlab.

À Prof. Dra. Flávia Mori Sarti, coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos, pela grande solicitude com a qual sempre me atendeu em meus pleitos relativos ao Programa.

Ao Prof. Dr. Terry Macedo Ivanauskas, por seus comentários e sugestões a uma versão preliminar deste trabalho, feitos durante o exame de qualificação, que contribuíram para melhorá-lo.

Ao Prof. Dr. Luiz Jurandir Simões de Araújo, pela análise crítica e minuciosa feita a este trabalho durante a defesa do mesmo.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos, em especial ao Prof. Dr. Renato Vicente (IME/USP), ao Prof. Dr. Carlos de Brito Pereira, ao Prof. Dr. André Martins e ao Prof. Dr. Candido Xavier de Mendonça Neto, pelos valiosos ensinamentos transmitidos durante as aulas.

Ao Banco Central do Brasil, nas pessoas de Rodomarque Tavares Meira e Flávio de Melo Pereira, por viabilizar minha participação neste Mestrado através da concessão de autorização para realização de horário de trabalho especial.

En sus imprevisibles variaciones quise hallar una ley. Consagré los días y las noches a fijar una estadística de los cambios. De esa etapa conservo unos cuadernos cargados vanamente de cifras. Mi procedimiento era éste: contaba con los ojos las piezas y anotaba la cifra. Luego las dividía en dos puñados que arrojaba sobre la mesa. Contaba las dos cifras. Las anotaba; y repetía la operación. Inútil fue la búsqueda de un orden. De un dibujo secreto en las rotaciones. El máximo de piezas que logré fue de cuatrocientos diecinueve. El mínimo tres. Hubo un momento que temí que desaparecieran. A poco de ensayar comprobé, que un disco aislado de los otros, no podía multiplicarse o desaparecer. Naturalmente, las cuatro operaciones de sumar, restar, multiplicar o dividir, eran imposibles. Las piedras se negaban a la aritmética y al cálculo de probabilidades. Cuarenta discos podían, divididos, dar nueve. Los nueve divididos a su vez, podían ser trescientos. No sé cuánto pesaban. No recurrí a una balanza. Pero estoy seguro que su peso era constante y leve. El color era siempre aquel azul. Estas operaciones me ayudaron a salvarme de la locura. Al manejar las piedras que destruyen la ciencia matemática, pensé más de una vez en aquellas piedras del griego que fueron los primeros guarismos y que han legado a tantos idiomas la palabra: cálculo. Las matemáticas, me dije: tienen su origen y ahora su fin, en las piedras. Si Pitágoras hubiera operado con éstas... Al término de un mes comprendí que el caos era inextricable.

Jorge Luis Borges, *Tigres Azules*.

RESUMO

Silva, M. A. da (2013). *Livro de ofertas e dinâmica de preços: evidências a partir de dados da BOVESPA*. Dissertação de Mestrado em Ciências, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Este trabalho possui um duplo objetivo: i) estudar os fatos estilizados do livro de ofertas dos papéis negociados na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), assim como dos retornos engendrados pela dinâmica do livro de ofertas e ii) desenvolver um modelo de livro de ofertas baseado em agentes com o propósito de reproduzir tais fatos estilizados. Trabalhou-se com dados de junho/2006 a janeiro/2009 de uma amostra formada pelos vinte papéis mais negociados da BOVESPA. Os resultados empíricos corroboraram alguns fatos estilizados observados no estudo de papéis de outros países, mas refutaram outros. O modelo baseado em agentes conseguiu emular satisfatoriamente os fatos estilizados relacionados aos retornos, mas em se tratando da reprodução dos fatos estilizados do livro de ofertas o modelo foi menos eficaz.

Palavras-chave: Livro de ofertas. Econofísica. Modelo baseado em agentes.

ABSTRACT

Silva, M. A. da (2013). *Order book and price dynamics: evidence from São Paulo Stock Exchange data*. Dissertação de Mestrado em Ciências, Escola de Artes, Ciências e Humanidades, Universidade de São Paulo, São Paulo.

This study has two aims: i) analyze the stylized facts of the order book of stocks traded in the São Paulo Stock Exchange (BOVESPA), as well as of the returns engendered by the order book dynamics and ii) develop an order book agent-based model able to reproduce such stylized facts. It was used data from June 2006 to January 2009 regarding a sample composed by the twenty most traded stocks in BOVESPA. The empirical results corroborated some stylized facts observed in stocks of other countries, but refuted others. The agent-based model successfully emulated the stylized facts concerning the returns; however, the model was less efficient in reproducing the stylized facts of the order book.

Key-words: Order book. Econophysics. Agent-based models.

SUMÁRIO

1

INTRODUÇÃO.....12

1.1 A economia como um sistema complexo.....12

1.2 Fatos estilizados em finanças: a Econofísica.....15

1.3 Livros de ofertas.....18

1.4 Objetivo e organização do trabalho.....19

2 LIVRO DE OFERTAS.....21

2.1 Definição e conceitos.....21

2.2 O processo de registro de ofertas na BOVESPA.....23

3 FATOS ESTILIZADOS DO LIVRO DE OFERTAS DA BOVESPA.....26

3.1 Base de dados.....26

3.2 Dinâmica do livro de ofertas e dos preços: considerações teóricas.....28

3.3 Estrutura do livro de ofertas.....30

3.4 Preço das ofertas.....33

3.5 Volume das ofertas.....34

3.6 Chegada das ofertas.....35

4 FUNÇÃO DE IMPACTO PARA OS PAPÉIS DA BOVESPA.....38

4.1 Fatos estilizados dos preços dos papéis da BOVESPA.....39

4.2 Estimativa da função de impacto.....42

5 UM MODELO DE LIVRO DE OFERTAS BASEADO EM AGENTES.....44

5.1 Modelos de livros de ofertas.....45

5.1.1 Modelos de inteligência zero.....45

5.1.2 Rompendo com o paradigma de “inteligência zero”: modelos baseados em agentes....47

5.1.3 Registrando um livro de ofertas: o modelo de Chiarella e Iori (2002).....48

<i>5.2 O modelo.....</i>	<i>50</i>
<i>5.3 Simulação e resultados.....</i>	<i>52</i>
<i>5.3.1 Preços e retornos.....</i>	<i>53</i>
<i>5.3.2 Livro de ofertas.....</i>	<i>56</i>
6 CONCLUSÃO.....	60
REFERÊNCIAS.....	62
APÊNDICE A.....	66

1 INTRODUÇÃO

1.1 A economia como um sistema complexo

Sistemas complexos podem ser definidos como aqueles nos quais as unidades que os compõem (indivíduos, células, firmas etc.) interagem a partir de regras simples, sem um controle central (são *auto-organizados*), dando origem a *propriedades emergentes*, ou seja, um comportamento agregado bastante distinto daquele obtido através da extrapolação do comportamento das unidades individuais (Krugman, 1996). Uma vez havendo propriedades emergentes, o comportamento do sistema como um todo não pode ser apreendido apenas com o conhecimento de seus componentes individuais. Assim, em uma definição minimalista, um sistema complexo é aquele que exhibe comportamentos emergentes e auto-organizados (Mitchell, 2009).

Um exemplo de propriedade emergente pode ser observado em mercados financeiros. Nestes, as ações de um agente são influenciadas pelas dos demais, seja porque eles relutem em contrariar tendências seguidas por outros agentes, temendo que isso possa prejudicar sua reputação em caso de insucesso (Scharfstein & Stein, 1990), seja porque as expectativas que eles formam dependam das expectativas que eles acreditam que outros farão (Arthur, 1995). Assim, o comportamento do sistema, consubstanciado no valor de certa variável – o preço de um ativo financeiro, por exemplo – é resultado não apenas das características de cada agente (p. ex., o conhecimento detido por cada um). Depende também de elementos que influenciam as interações entre os mesmos, como por exemplo, o modo pelo qual as informações são processadas e circulam entre os agentes.

Uma característica que permeia boa parte dos sistemas complexos é a *adaptação* – a mudança de comportamento por parte dos agentes com vistas a aumentar suas chances de sobrevivência ou seu sucesso através de aprendizado ou processo evolucionário. A adaptação possui uma relevância maior ou menor dependendo do sistema em questão. Ela tende a ser mais importante, por exemplo, em sistemas sociais do que em físicos. Quando a adaptação possui um papel relevante, o sistema complexo é chamado de *adaptativo*.

A caracterização da economia como um sistema complexo é bastante antiga. Em *A Riqueza das Nações*, de 1776, Adam Smith descreveu como as ações de agentes egoístas, guiados pela “mão invisível”, originavam estruturas econômicas cujas propriedades não correspondiam às intenções de nenhum desses agentes (Miller & Page, 2007). Nessa concepção de Smith da economia já se pode vislumbrar conceitos como auto-organização e emergência, ainda que os mesmos fossem desconhecidos à época.

De fato, sistemas econômicos exibem uma série de propriedades que fazem com que os mesmos possam ser classificados como complexos. Essa concepção da economia contrasta, em vários aspectos, com o individualismo metodológico da teoria econômica neoclássica¹, segundo o qual o comportamento do sistema econômico pode ser explicado pela extrapolação do comportamento do chamado agente representativo.

Na economia vista como um sistema complexo, agentes dispersos e possivelmente heterogêneos interagem diretamente entre si, sem a intermediação de um controlador global. A ideia de interação direta denota o fato de as decisões de um agente serem influenciadas pelas decisões dos demais. Na economia tradicional, os agentes interagem apenas indiretamente, através de mecanismos de mercado. Por exemplo, ao comprar um ativo, um agente provoca um aumento no preço desse ativo; essa alteração no preço – e não a ação do agente em si – afeta as decisões dos demais agentes quanto à compra do ativo. Um exemplo de interação direta é o efeito conformidade, que ocorre quando o benefício trazido por uma escolha aumenta à medida que mais pessoas a fazem. A consideração do efeito conformidade ajuda a entender melhor fenômenos mal explicados pela teoria econômica tradicional, como a demanda por certo tipo de roupas ou a adoção de determinados padrões tecnológicos (Durlauf, 1997).

Interações diretas entre os agentes dão origem, na economia como um sistema complexo, a propriedades emergentes. Assim, não faria mais sentido a distinção entre a microeconomia e a macroeconomia, já que o comportamento do sistema a nível micro e a nível macro estariam inter-relacionados. Os componentes individuais do sistema econômico não só influenciam-se mutuamente, como também são influenciados pelo todo agregado. Já na teoria econômica tradicional, microeconomia e macroeconomia permanecem como áreas de estudo separadas (Beinhocker, 2006).

¹ Nesta seção, usarei indistintamente os termos “economia neoclássica” ou “economia tradicional” para me referir à teoria econômica dominante que se consolidou ao longo do século XX.

Outra diferença entre a economia do ponto de vista da complexidade e a teoria neoclássica diz respeito ao comportamento dos agentes. Na teoria econômica neoclássica, os agentes são vistos como dotados de racionalidade substantiva, onde “o conhecimento é pleno, as expectativas são corretas e o resultado da ação é certo” (Prado, 2006: 305). Detentores de toda a informação relevante, eles tomam suas decisões a partir de funções-resposta (função utilidade, no caso de indivíduos, ou função de lucro, no caso de firmas). Como os indivíduos já são perfeitamente racionais, não há espaço para adaptação e evolução.

Já na economia do ponto de vista da complexidade, os agentes possuem uma racionalidade limitada. Assim, o comportamento dos agentes obedece a um processo de adaptação e aprendizagem. Indivíduos, firmas etc., a partir da observação das ações de seus pares mais bem sucedidos, estão continuamente adaptando suas estratégias com o intuito de aumentar seus ganhos. A constante adaptação decorre também da contínua mudança das demais condições – a melhor estratégia em um dado momento não necessariamente o será no momento seguinte. A adaptação ao nível microscópico pode levar a uma adaptação também no nível macroscópico, onde os mercados convergem a um equilíbrio no qual nenhuma alteração na produção e/ou no consumo pode melhorar a situação de ninguém, em um processo conhecido como *eficiência de mercado* (Mitchell, 2009).

Como na concepção complexa os agentes estão continuamente testando novas estratégias, a economia vive um processo de inovação perpétua. Novos mercados, novas tecnologias, novas instituições etc. estão sempre surgindo, se disseminando ou desaparecendo de acordo com um processo evolucionário de diferenciação, seleção e amplificação (Beinhocker, 2006) que remete ao darwinismo. Esse processo foi denominado pelo economista Joseph Schumpeter de *destruição criativa*.

No entanto, quando as interações diretas entre os agentes dão origem a *retornos crescentes de adoção* (Arthur, 1989), não há garantia de que o elemento mais eficiente seja selecionado ao final do processo evolutivo. Suponha que duas tecnologias estão disputando um mercado, sendo que uma delas é menos eficiente que a outra. Ambas possuem retornos crescentes de adoção, no sentido de que, quanto mais forem adotadas, mais crescerão. Pense-se, por exemplo, em duas empresas de telefonia celular, cujo custo de ligação é menor para celulares da mesma empresa; assim, quanto mais pessoas possuírem um celular da empresa A, mais vantajoso é ter um celular dessa companhia. Desse modo, se a tecnologia menos eficiente abocanhar inicialmente, por eventos aleatórios, uma maior parcela de mercado, esse processo fará com que ela cresça até eventualmente dominar todo o mercado. Fica clara aqui a

relação entre retornos crescentes de adoção e dependência a condições iniciais, ou *path dependence*. A essa possibilidade de prevalência do arranjo menos eficiente dá-se o nome de *ineficiência potencial* (Arthur, 1989).

1.2 Fatos estilizados em finanças: a Econofísica

Recentemente, essa concepção da economia – e, particularmente, dos mercados financeiros – como um sistema complexo ganhou uma modelagem mais sofisticada, inspirada em ferramentas da mecânica estatística. Na verdade, a relação entre física e economia é antiga. Desde as teorias clássicas do valor, economistas procuram explicar a realidade econômica emulando os modelos oriundos da física (Mirowski, 1989). Essa relação foi interrompida no início do século XX. Isso se deve basicamente ao fato de as teorias da física que floresceram por volta de 1930 – termodinâmica, teoria da relatividade, mecânica quântica e teoria do caos – terem destruído o “sonho laplaciano” de um mundo governado por uma única lei natural que une todas as ciências:

[T]he appropriation of new metaphors from physics was not a viable or practical option, essentially because it would entail the relinquishment of the original metaphor of utility as the unique protean energy that would serve to unify and rationalize all social theory. (Mirowski, 1989: 393).

Em meados dos anos 90, essa relação entre a física e a economia foi restabelecida por um grupo de físicos. A esse renascimento da aplicação de modelos físicos à análise de problemas econômicos deu-se o nome genérico de *econofísica*, termo cunhado em 1996 pelo físico H. Eugene Stanley (Stanley et al., 1996). O argumento central da econofísica é que fatos estilizados, ou regularidades estatísticas, podem ser mais bem explicados e compreendidos como propriedades emergentes de sistemas complexos (Rickles, 2008). De fato, os modelos da teoria econômica tradicional têm dificuldade em reproduzir certos fenômenos empíricos, como retornos crescentes à escala (Arthur, 1994) e padrões observados no retorno de ativos financeiros. No que se refere a finanças, há ao menos quatro fatos estilizados largamente aceitos (Chakraborti, Toke, Patriarca & Abergel, 2011a):

- Caudas grossas na distribuição dos retornos: seja $p(t)$ o preço de um determinado ativo financeiro no tempo t . O retorno em um intervalo de tempo τ pode ser definido como:

$$r_{\tau}(t) = \frac{p(t + \tau) - p(t)}{p(t)} \approx \log(p(t + \tau)) - \log(p(t))$$

Estudos atestam que a distribuição de $|r|$ possui caudas mais grossas do que teria em caso de uma distribuição normal, tal como pode ser visto na Figura 1.1 abaixo.

- Ausência de autocorrelação entre os retornos: a função de autocorrelação dos retornos decai rapidamente para zero. Isso mostra que não há evidência de correlação entre retornos sucessivos a não ser para valores muito pequenos de τ (Figura 1.2).

Figura 1.1. Distribuição cumulativa dos retornos diários da BNPP.PA. Extraído de Chakraborti et al. (2011a).

Figura 1.2. Autocorrelação dos retornos da BNPP.PA. Extraído de Chakraborti et al. (2011a).

- Volatility clustering: ainda que os retornos não sejam autocorrelacionados, os valores absolutos dos retornos, ou os quadrados dos mesmos, os são. Tal fenômeno pode ser observado na Figura 1.3 abaixo. Isso implica que grandes alterações tendem a ser seguidas por grandes alterações, de qualquer sinal, e que a pequenas alterações em geral se sucedem pequenas alterações.
- Normalidade no agregado: à medida que τ aumenta, a distribuição de r aproxima-se de uma distribuição normal (Figura 1.4).

Figura 1.3. Autocorrelação dos retornos absolutos da BNPP.PA. Extraído de Chakraborti et al. (2011a).

Figura 1.4. Distribuição dos retornos diários, semanais e mensais da S&P 500. Extraído de Chakraborti et al. (2011).

1.3 Livros de ofertas

Com a informatização dos mercados financeiros em meados dos anos 80, um grande montante de dados provenientes de livros de ofertas tornou-se disponível. Livros de ofertas registram informações, como preço, volume e momento de registro, das ofertas de compra e venda de papéis negociados em bolsa de valores. Dados de livros de ofertas são o que há de mais microscópico no que se refere a informações financeiras. O acesso a esse gigantesco volume de microdados permitiu aos pesquisadores investigar como o macropadrão dos mercados financeiros – p. ex., preços e retornos – emerge a partir do comportamento de seus microcomponentes, ideia ligada ao próprio conceito de sistemas complexos.

Do ponto de vista do livro de ofertas, o movimento dos preços é entendido como o resultado da interação entre o estado do livro de ofertas em um determinado momento (volume e preço das ofertas disponíveis para compra e venda) e o fluxo de novas ofertas. Desde o estudo seminal de Biais, Hillion e Spatt (1995) sobre papéis negociados na Bolsa de Paris, vários estudos se dedicaram à análise de fatos estilizados de livros de ofertas e da relação entre esses elementos e a dinâmica de preços, com a estimação de funções de impacto (e.g., Bouchaud, Mézard & Potters, 2002; Zovko & Farmer, 2002; Potters & Bouchaud,

2003). Além de fornecer informações sobre os processos de negociação e formação de preços, o estudo de livro de ofertas justifica-se por outras razões, como a análise de estruturas não triviais nas expectativas dos agentes e do impacto de medidas regulatórias no mercado de ações (Bouchaud et al., 2002).

Outros estudos dedicaram-se à modelagem de livros de ofertas. O primeiro modelo de livro de ofertas foi desenvolvido por Stigler (1964) com o objetivo de avaliar o impacto de medidas regulatórias no mercado de ações norte-americano. Esses modelos procuram reproduzir fatos estilizados observados em livros de ofertas e identificar os elementos responsáveis pela ocorrência dos mesmos. Há essencialmente três tipos de modelos de livro de ofertas: i) modelos analíticos, ii) modelos de “inteligência zero”, onde o fluxo de ofertas e outras variáveis relevantes seguem distribuições estatísticas pré-definidas e iii) modelos baseados em agentes, onde o comportamento estratégico e as interações entre os agentes são levados em consideração. Uma questão de particular interesse é se os chamados modelos de “inteligência zero” podem prover uma representação útil e fiel da dinâmica de livros de ofertas vis-à-vis os modelos baseados em agentes (Abergel, Chakrabarti, Chakraborti, & Mitra, 2011).

1.4 Objetivo e organização do trabalho

Este trabalho possui um duplo objetivo: i) estudar os fatos estilizados do livro de ofertas dos papéis negociados na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), assim como dos retornos engendrados pela dinâmica do livro de ofertas e ii) desenvolver um modelo baseado em agentes com o propósito de reproduzir tais fatos estilizados.

Além desta introdução, este estudo possui mais cinco partes. Na segunda parte, é feita uma conceituação mais completa de livro de ofertas e são apresentadas as peculiaridades do processo de registro de ofertas da BOVESPA. A terceira seção apresenta alguns fatos estilizados do livro de ofertas da BOVESPA, discutindo como tais elementos influenciam o processo de formação de preços do ativo em questão. Na quarta parte, será estimada uma função de impacto para a amostra de papéis da BOVESPA, com o intuito de se avaliar a

influência do volume negociado sobre os retornos. Na quinta parte, será desenvolvido um modelo de livro de ofertas baseado em agentes que buscará reproduzir os fatos estilizados apresentados nas seções anteriores. Considerações finais, com uma discussão dos resultados apresentados e proposta de estudos futuros, tomam a sexta e última seção.

2 LIVRO DE OFERTAS

2.1 Definição e conceitos

Uma *oferta limitada* expressa a intenção de se comprar ou vender determinada quantidade de certo papel em uma bolsa de valores a um preço limite. No caso de uma oferta de compra, o limite refere-se ao preço máximo que o agente está disposto a pagar. Similarmente, no caso de ofertas de venda, o limite expressa o preço mínimo pelo qual o agente deseja vender. Se a operação não for realizada de imediato, a oferta ficará registrada no livro de ofertas, ou *order book*, para execução em uma data futura. O livro de ofertas é, portanto, uma lista que traz todas as ofertas limitadas de compra e venda disponíveis – ainda não executadas – em cada ponto no tempo.

Além do preço, cada oferta possui seu volume, que é a quantidade de papéis que o emissor da oferta deseja comprar ou vender. Em um dado instante t , o *ask price* $a(t)$ é o melhor – ou seja, menor – preço de venda de certo papel e o *bid price* $b(t)$ é o melhor (maior) preço de compra naquele instante. O *spread* $s(t)$ é igual à diferença entre ambos, $a(t) - b(t)$, e o *preço médio* $m(t)$ é $(a(t)+b(t))/2$. Se uma oferta de compra é registrada no momento t ao preço $p(t)$, há duas possibilidades. Se $p(t) \geq a(t)$, diz-se que a oferta é executada. O agente realiza a compra ao preço $a(t)$ ². Nesse caso, diz-se que a mesma é uma *oferta de mercado*. Caso contrário ($p(t) < a(t)$), a oferta é inserida no livro de ofertas, já que não é possível para o agente comprar o papel pagando no máximo $p(t)$. Em se tratando de uma nova oferta de venda, ela será uma oferta de mercado se $p(t) \leq b(t)$ ou inserida no livro de ofertas em caso de $p(t) > b(t)$. Uma vez inserida no livro de ofertas, uma oferta lá permanece até ser executada ou cancelada.

A Figura 2.1 abaixo esquematiza o funcionamento de um livro de ofertas. Para simplificar, todas as ofertas possuem volume igual a um – os agentes sempre desejam vender/comprar uma unidade do papel. No instante (a), o livro de ofertas possui uma determinada configuração. No instante (b), uma nova oferta de compra é registrada. Porém,

² Isso ocorre supondo-se que haja uma oferta de venda do referido papel ao preço $a(t)$ em uma quantidade maior ou igual a que o agente deseja comprar.

como seu preço é inferior a $a(t)$, ela não é executada e é inserida no livro. Ocorre apenas um aumento do bid e uma redução do spread. Em (c), uma oferta de venda com preço igual a $b(t)$ é registrada, a transação ocorre e ambas desaparecem do livro de ofertas, resultando na configuração retratada em (d). A Figura 2.2 traz o livro de ofertas do papel GSK, negociado na *London Stock Exchange*, ao longo de 2002.

Figura 2.1. Esquematização de um livro de ofertas.

Figura 2.2. Livro de ofertas da GSK, papel negociado na *London Stock Exchange*, em 2002. As ofertas de venda (compra) estão mostradas em azul (vermelho). Extraído de Eisler, Kertész e Lillo (2007).

2.2 O processo de registro de ofertas na BOVESPA

A exemplo de outras bolsas (NASDAQ, Euronext, DAX etc.), a BOVESPA é um mercado eletrônico. Em 2008, suas operações foram integradas com as da Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F), formando a BM&FBOVESPA. As ações são negociadas no sistema eletrônico de negociação conhecido como Mega Bolsa. Para negociar ações, o indivíduo deve contratar os serviços de uma corretora, que receberá suas ordens ou permitirá que ele as envie diretamente ao sistema de negociação da BOVESPA pela internet (*home broker*). As corretoras traduzem as ordens emitidas por seus clientes em ofertas. As principais correspondências entre ordens e ofertas estão expostas na Tabela 2.1 abaixo.

A quantidade aberta – ou seja, a divulgação parcial ou total da quantidade da oferta de mercado – é permitida apenas no caso da oferta limitada. As ofertas também podem estabelecer uma quantidade mínima para execução. Nesses casos, quando a quantidade mínima não é atendida no momento do registro da oferta, ela é eliminada pelo sistema. Se a quantidade mínima é igual à quantidade total da oferta, ela é denominada oferta com validade TON (tudo ou nada), ou seja, se a quantidade total não for executada no momento do registro da oferta, a mesma é eliminada.

Quanto à validade, as ofertas da BOVESPA podem ser de cinco tipos:

- Validade Dia: válida até o fim do dia de negociação, incluindo a negociação do período *after-market*.
- Validade Data: validade especificada no momento do registro, no formato dd/mm.
- Validade VAC: válida até cancelar, com validade definida no calendário de negociação ou no próprio ativo.
- Validade Execute ou Cancele (EOC): executa o que for possível, sendo a quantidade restante, se houver, eliminada pelo sistema.
- Validade Tudo ou Nada (TON): se a execução total não for possível no momento do registro, a oferta é eliminada pelo sistema.

Tabela 2.1 – Principais correspondências entre ordens e ofertas na BOVESPA

Ordem	Oferta
<u>Ordem a mercado</u> : especifica somente a quantidade e as características dos ativos ou direitos a serem comprados ou vendidos, devendo ser executada a partir do momento em que for recebida.	<u>Oferta a Mercado</u> : executada contra a melhor oferta na ponta oposta.
	<u>Oferta a qualquer preço</u> : deve ser totalmente executada independentemente do preço de execução.
	<u>Oferta ao Preço de Abertura</u> : deve ser executada ao preço de abertura do leilão.
<u>Ordem limitada</u> : deve ser executada somente a preço igual ou melhor do que o especificado pelo cliente.	<u>Oferta Limitada</u> : deve ser executada ao preço limitado estabelecido pelo cliente, ou melhor.
	<u>Oferta de Direto</u> : é o registro simultâneo de duas ofertas que se cruzam, e que são registradas pela mesma corretora.
<u>Ordem Stop</u> : especifica o preço do ativo ou direito a partir do qual a ordem deverá ser executada.	<u>Oferta Stop – Preço de Disparo</u> : uma oferta limitada que especifica um preço de disparo a partir do qual a oferta deve ser registrada. Torna-se uma oferta limitada quando o preço de disparo é atingido.

A fase de negociação contínua da BOVESPA tem duração de sete horas, das 11:00 às 18:00 nos dias de horário de verão e das 10:00 às 17:00 nos demais dias. Nos quinze minutos que antecedem a sessão contínua, há o leilão de pré-abertura, no qual as ofertas são registradas, mas não negociadas. Poucos minutos antes do início das negociações, há o leilão de abertura, que serve para definir o preço de abertura das ações. Nos minutos finais de negociação e apenas para determinados ativos (papéis pertencentes às carteiras teóricas dos índices calculados pela bolsa e para as séries de opções de maior liquidez), há o leilão de fechamento, para a definição do preço de fechamento.

Meia hora após o fim da sessão contínua, tem início o período conhecido como *after-market*, que dura uma hora e meia. Nesse período, podem ser negociados apenas papéis pertencentes às carteiras teóricas dos índices calculados pela bolsa e que tenham sido

negociados, no mesmo dia, durante o horário regular de pregão. Além disso, o sistema rejeitará ofertas de compra a preço superior e ofertas de venda a preço inferior ao limite de 2% com relação ao preço do pregão regular. As ofertas podem ser registradas, canceladas ou modificadas (em preço, quantidade, cliente, quantidade ou validade) durante o leilão de pré-abertura, de abertura e negociação contínua da BOVESPA.

3 FATOS ESTILIZADOS DO LIVRO DE OFERTAS DA BOVESPA

Nesta seção, serão apresentados alguns fatos estilizados do livro de ofertas e do fluxo de ofertas da BOVESPA. A dinâmica de preços pode ser entendida como resultado da interação entre esses dois elementos. Após especificar a base de dados utilizada, serão tecidas algumas considerações teóricas sobre como a dinâmica do livro de ofertas impacta os preços. A seguir, serão apresentados alguns estudos empíricos relativos a outras bolsas e os resultados para a BOVESPA.

3.1 Base de dados

A base de dados é formada por informações de todas as ofertas de compra e venda que resultaram em negociação entre 01 de junho de 2006 e 31 de janeiro de 2009. Salvo menção em contrário, as informações apresentadas serão relativas a esse período. Foram analisados os vinte papéis com maior número de negócios dentre todos os que foram negociados em todos os meses do período considerado (Tabela 3.1). Juntos, os vinte papéis responderam por quase 35% do número de negócios entre junho/2006 e janeiro/2009. Para cada oferta, dispõem-se das seguintes informações: tipo (compra ou venda), preço, volume desejado de negociação, instante de entrada e instante de negociação. Estão disponíveis também informações sobre os negócios realizados: instante da negociação, volume negociado e identificação da(s) oferta(s) de compra e venda envolvidas no negócio realizado.

Tabela 3.1 – Amostra de papéis analisados

Papel	Nº de negócios entre jun/06-jan/09	Part. % no nº total de negócios do período	
		Do papel	Acumulado
PETR4	7.701.908	6,59	6,59
VALE5	6.111.445	5,23	11,82
BBDC4	2.334.666	2,00	13,82
ITAU4	2.170.172	1,86	15,68
GGBR4	2.128.151	1,82	17,50
CSNA3	1.805.523	1,55	19,04
VALE3	1.782.626	1,53	20,57
ITSA4	1.718.795	1,47	22,04
USIM5	1.699.845	1,45	23,50
UBBR11	1.634.198	1,40	24,89
BBAS3	1.581.530	1,35	26,25
PETR3	1.492.933	1,28	27,53
CMIG4	1.210.772	1,04	28,56
ALLL11	1.196.292	1,02	29,59
SDIA4	1.092.670	0,94	30,52
CYRE3	1.046.393	0,90	31,42
TCSL4	974.116	0,83	32,25
NETC4	966.199	0,83	33,08
LAME4	944.453	0,81	33,89
TNLP4	932.248	0,80	34,68

Em relação aos dados, uma observação adicional. A base de dados compreende também as ofertas de compra e venda que não foram negociadas. No entanto, não se sabe o momento exato de saída da oferta, tem-se apenas a data da última sessão na qual a oferta ainda estava disponível. Bouchaud et al. (2002) enfrentaram o mesmo problema. A opção adotada pelos autores para contorná-lo foi manter as ofertas não executadas até o momento em que se tinha certeza que as mesmas estavam registradas no livro de ofertas. Porém, temos dois problemas adicionais. Primeiro, cerca de 95% das ofertas não executadas aparecem em apenas uma sessão. Assim, pelo critério adotado por Bouchaud et al. (2002), quase todas elas já seriam descartadas. Segundo, um dado importante, o volume, não é informado no caso de ofertas não executadas. Assim, optou-se pela não inclusão das ofertas não executadas neste estudo.

Nas estatísticas relativas a tempo, um “retrato” do livro de ofertas é tirado a cada 60 segundos durante a sessão contínua de negociação da BOVESPA. O leilão de pré-abertura e o *after-market*, por suas peculiaridades apresentadas na seção anterior, não foram considerados.

3.2 Dinâmica do livro de ofertas e dos preços: considerações teóricas

As ofertas registradas em um livro de ofertas possuem um preço p e um volume w . A cada instante t , esse preço pode ser convertido em um delta Δ , igual a $p - a(t)$ em caso de oferta de venda ou $b(t) - p$ para ofertas de compra. Seja $a_i(t)$ o i -ésimo melhor preço de venda em t , sendo $a_i(t) > a_{i-1}(t)$. De modo similar, $b_i(t)$ é o i -ésimo melhor preço de compra, com $b_{i-1}(t) > b_i(t)$. O ask e o bid correspondem a $i = 0$. O gap $g_i(t)$ é igual a $a_i(t) - a_{i-1}(t)$ em se tratando do lado do ask ou $b_{i-1}(t) - b_i(t)$ do lado do bid.

A soma dos volumes de todas as ofertas de delta Δ no instante t totaliza $v(\Delta, t)$, o volume disponível para compra ou venda em t àquele valor de Δ . O volume disponível ao melhor preço de venda (compra) é igual a $V_{Ask} (V_{Bid})$ e usa-se a expressão V para se referir indistintamente ao volume disponível ao melhor preço.

À configuração que mostra, em certo instante no tempo, o volume disponível para compra e venda a cada nível de preço ou delta dá-se o nome de *formato do livro de ofertas*. Conhecendo-se o formato instantâneo do livro de ofertas, é possível que se saiba o impacto nos preços causado pela chegada de uma nova oferta de volume w_N e preço p_N . Do ponto de vista teórico, há três possibilidades:

1. p_N inferior a $b(t)$ (ou superior a $a(t)$, se oferta de venda): nesse caso, não há impacto nos preços. Ocorrerá apenas que $v(\Delta, t)$, sendo Δ o delta da nova oferta, aumentará em w_N .
2. p_N entre $a(t)$ e $b(t)$: haverá impacto nos preços, mas sem negociação. O bid (ask) sofrerá um aumento (diminuição) em se tratando de uma oferta de compra (venda), com um aumento (queda) do preço médio.

3. p_N maior ou igual a $a(t)$ (ou menor ou igual a $b(t)$, se for oferta de venda): haverá negociação, mas só ocorrerá variação nos preços se $w_N \geq V$. A magnitude do impacto dependerá dos valores envolvidos. Se, por exemplo, $w_N = V$ e $a(t) \leq p_N \leq a_1(t)$ (no caso de uma oferta de compra), a variação no ask será igual a $g_1(t)$.

A Figura 3.1 abaixo exemplifica esse processo. No instante (a), $\text{ask} = 25$, $\text{bid} = 20$, $s = 5$, $m = 22,5$, $V_{Ask} = 70$ e $V_{Bid} = 60$. É registrada uma nova oferta de compra de $w = 100$ e $p = 25$ ($\Delta = 0$). Isso fez o ask saltar, no instante seguinte (b), para 29, o bid para 25, o spread cai para 4, o preço médio vai a 27, V_{Ask} a 50 e V_{Bid} a 30.

Ficou claro como as características do livro de ofertas de um papel – o montante e a distribuição de sua liquidez (volume) entre os vários níveis de preço – estão estritamente relacionadas à dinâmica de seu preço. Por outro lado, o fluxo de ofertas e as características das mesmas, como preço e volume, alteram constantemente a configuração do livro de ofertas. O entendimento da dinâmica dos preços perpassa, portanto, pela compreensão desses elementos. As subseções seguintes tratarão dos fatos estilizados relacionados aos mesmos.

Figura 3.1. Esquematização do formato do livro de ofertas. O volume total disponível para compra/venda é mostrado para cada nível de preço em dois instantes no tempo, a e b. As ofertas de venda estão em azul e as de compra, em vermelho. Após a chegada de uma oferta de compra de volume 100 e preço 25, o livro de ofertas adquire o formato representado em (b).

3.3 Estrutura do livro de ofertas

Calculando-se o volume médio no tempo para cada nível de delta, tem-se o *livro de ofertas médio*. O formato do livro de ofertas médio é bem diferente do formato instantâneo típico do livro de ofertas, uma vez que este se caracteriza pela presença de vários níveis de preço para os quais não há ofertas de compra ou venda (Farmer, Gillemot, Lillo, Mike & Sen, 2004). Estudos empíricos constataram que o formato médio do livro de ofertas do lado do ask é similar ao do lado do bid e tem seu máximo distante do melhor preço, sendo tais características consistentes para diferentes papéis de diversas bolsas (Bouchaud et al., 2002; Zovko & Farmer, 2002; Mike & Farmer, 2008). Essa distribuição reflete as estatísticas do fluxo de ofertas, que é máximo ao ask/bid ($\Delta = 0$). Porém, ofertas cujo preço é próximo do preço corrente têm maior probabilidade de serem executadas e portanto de sair do livro de ofertas (Bouchaud et al., 2002).

Para vários papéis da amostra analisado, esses fatos estilizados não são observados. Em vários casos, o volume máximo do livro de ofertas médio encontra-se no melhor preço e o livro de ofertas médio do lado do ask é significativamente diferente do lado do bid. A profundidade (delta máximo observado) e o delta no qual o volume máximo é observado variam bastante conforme o papel. Observa-se também que, em geral, os gaps iniciais são maiores que os finais. Os livros de ofertas médios dos papéis da amostra encontram-se no Apêndice.

Conforme visto na seção anterior, o volume ao melhor preço tem um papel relevante na dinâmica de preços. É um importante indicador da liquidez do papel. Quanto maior o volume disponível para venda (compra) no ask (bid), maior deve ser o volume de uma oferta de mercado de compra (venda) para que haja uma alteração de preço. Bouchaud et al. (2002), analisando três papéis da Bolsa de Paris, concluíram que a distribuição do volume disponível no ask/bid segue uma distribuição gama. O gama estimado pelos autores é inferior a um – oscila entre 0,7 e 0,8 –, o que significa que o valor mais provável do volume é muito menor que o volume médio.

Na Figura 3.2 tem-se a distribuição do volume no ask e no bid para os papéis da amostra. As distribuições são muito similares, com picos em determinados valores (100, 500,

1000). Esses volumes não são bem representados por uma equação gama. Porém, a distribuição cumulativa desses volumes é bem representada pela seguinte equação:

$$\log(P(x > X)) \approx -a \times (\log(X))^b \quad (3.1),$$

com b oscilando entre 3,6 e 5,4 (Tabela 3.2). A Figura 3.3 mostra o ajuste do modelo ao volume no ask da PETR4.

Figura 3.2. Distribuição do volume no ask (esq.) e no bid (dir.).

Figura 3.3. Distribuição cumulativa do volume no ask da PETR4 em escala log-log.

Tabela 3.2 – Ajuste do volume no ask e no bid à equação 3.1

Papel	Volume no ask		Volume no bid	
	b	R ² ajustado	b	R ² ajustado
PETR4	4,9	0,9981	4,5	0,9981
VALE5	4,5	0,9963	3,6	0,9534
BBDC4	4,2	0,9974	3,8	0,9937
ITAU4	3,6	0,9876	4,3	0,9918
GGBR4	3,9	0,9950	4,2	0,9960
CSNA3	4,6	0,9883	4,2	0,9960
VALE3	4,1	0,9920	4,3	0,9859
ITSA4	4,9	0,9917	4,2	0,9898
USIM5	4,2	0,9918	4,3	0,9915
UBBR11	4,0	0,9926	3,7	0,9932
BBAS3	3,8	0,9888	4,2	0,9881
PETR3	4,1	0,9890	4,0	0,9960
CMIG4	4,4	0,9874	4,4	0,9871
ALLL11	4,6	0,9899	4,6	0,9827
SDIA4	5,0	0,9972	5,1	0,9972
CYRE3	4,6	0,9780	4,4	0,9808
TCSL4	4,6	0,9823	4,3	0,9787
NETC4	3,2	0,7510	2,6	0,7216
LAME4	5,1	0,9664	5,4	0,9825
TNLP4	4,3	0,9885	3,7	0,9910

O gap está relacionado ao tamanho da variação do preço. A presença de grandes gaps no livro de ofertas indica que as variações no preço, quando ocorrerem, tenderão a ser significativas. A partir de dados da NYSE, Farmer et al. (2004) constataram que a distribuição cumulativa do primeiro gap segue uma lei de potência com expoente 2,52. A Figura 3.4 abaixo mostra a distribuição cumulativa do primeiro gap dos papéis da amostra. A maioria das distribuições está bem ajustada a uma lei de potência com expoente variando entre 1 e 0,4. Em geral, os papéis com maior volume apresentam um decaimento mais rápido.

Figura 3.4. Distribuição cumulativa do primeiro gap do lado do ask (esq.) e do bid (dir.) dos papéis da amostra em escala log-log.

3.4 Preço das ofertas

Vários estudos atestam que a distribuição do delta das novas ofertas segue uma lei de potência. Analisando três papéis da Bolsa de Paris, Bouchaud et al. (2002) concluíram que a distribuição do Δ tanto de compra quanto de venda é bem representada pela equação abaixo:

$$P(\Delta) = P(x \geq \Delta) \propto \frac{\Delta_0^\mu}{(\Delta_1 + \Delta)^{1+\mu}}, \Delta \geq 1$$

sendo $1 + \mu \approx 1,6$. Potters e Bouchaud (2003) chegaram a um expoente $1 + \mu \approx 2,0$ para papéis da NASDAQ. Zovko e Farmer (2002) estimaram um expoente de $1 + \mu \approx 2,5$ para papéis da LSE. Essa ampla distribuição do preço das ofertas a partir do atual ask/bid price mostra que os participantes do mercado acreditam que sempre é possível uma grande flutuação no preço de papéis, de modo que a emissão de ofertas com preço bem distante do preço corrente pode lhes garantir grandes ganhos (Bouchaud et al., 2002).

Pela Figura 3.5 nota-se que a distribuição do delta das ofertas limitadas é bem representada por uma lei de potência, ainda que o ajuste seja melhor no caso das ofertas de compra. Enquanto nesse caso os expoentes variam de 0,1 (PETR4 e VALE5) a 0,4, oscila entre 0,3 e 0,7 em se tratando das ofertas de venda.

Figura 3.5. Distribuição cumulativa dos deltas das ofertas limitadas de venda (esq.) e de compra (dir.) dos papéis da amostra em escala log-log.

3.5 Volume das ofertas

O volume desejado de negociação w tem um claro impacto na dinâmica de preços. Ofertas de mercado de grande volume têm maior probabilidade de causar uma alteração nos preços.

Farmer et al. (2004) constataram que w está fortemente correlacionado ao volume no ask/bid V . Ao observarem que V é pequeno, agentes que desejam transacionar um grande volume de papéis dividirão suas ofertas em outras de volume menor – em um processo conhecido como *split* – para não serem prejudicados por grandes oscilações nos preços. Do contrário, se V é grande, os agentes poderão negociar grandes volumes em uma só oferta a um preço favorável.

A distribuição de w tem se mostrado de difícil caracterização. Bouchaud et al. (2002) constataram que w , em seu valor expresso em logaritmo, tem uma distribuição uniforme entre 10 e 50.000. Outros estudos, revisados em Chakraborti et al. (2011a), observaram que w decai conforme uma lei de potência com expoente variando entre 2,0 e 2,7, conforme o papel analisado e o tipo de oferta (a mercado ou limitada). Pela Figura 3.6 abaixo, observa-se que a distribuição cumulativa do volume das ofertas de venda é muito semelhante à de compra. Essas distribuições, na maioria dos casos, são bem representadas por uma lei de potência com expoente que varai de 1,5 a 2.

Figura 3.6. Distribuição cumulativa do volume das ofertas de venda (esq.) e compra (dir.) dos papéis da amostra em escala log-log.

3.6 Chegada das ofertas

Computando o número de transações dentro de um período, Chakraborti et al. (2011a) concluíram que as distribuições log-normal e gama são bons candidatos, mas nenhuma de fato se ajusta aos dados. O número de ofertas de compra e venda registradas e de negócios realizados dos papéis da amostra dentro de um intervalo de 5 minutos, considerando-se o horário da sessão contínua da BOVESPA, é muito bem representado por uma distribuição log-normal. Além disso, nota-se que as três distribuições são muito semelhantes (Figuras 3.7 e 3.8). Na Figura 3.9, tem-se o ajuste das ofertas de venda da PETR4 à log-normal.

Figura 3.7. Distribuição do número de ofertas de compra (esq.) e venda (dir.) registradas em um intervalo de 5 minutos dos papéis da amostra.

Figura 3.8. Distribuição do número de negócios realizados a cada 5 minutos dos papéis da amostra.

Figura 3.9. Distribuição do número de ofertas de venda registradas em um intervalo de 5 minutos da PETR4.

4 FUNÇÃO DE IMPACTO PARA OS PAPÉIS DA BOVESPA

Nesta seção, será estimada uma função de impacto para os papéis da BOVESPA que estão sendo analisados neste estudo. Uma função de impacto expressa a relação entre o retorno e o volume negociado. Boa parte da literatura sustenta que o volume negociado é o principal determinante das variações de preços. Bouchaud, Farmer e Lillo (2008), por exemplo, chegaram à seguinte função de impacto:

$$E[r | v] \propto v^{\psi},$$

onde r é retorno, v é o volume da oferta a mercado que originou o retorno e ψ é um parâmetro igual a 0,3. Vários estudos confirmam a concavidade da função de impacto, mas o valor de ψ varia conforme os elementos levados em consideração nos trabalhos, como mercados, papéis, períodos de tempo, escala etc. Farmer e Lillo (2004), estudando papéis da LSE, chegaram a um valor de ψ igual a 0,3. Hopman (2007) concluiu que ψ é igual a 0,4 para papéis da Bolsa de Paris, a depender da urgência da oferta, em uma escala de trinta minutos. Analisando o impacto de transações agregadas, Gabaix, Gopikrishnan, Plerou e Stanley (2003, 2006) estimaram ψ igual a 0,5 para papéis das bolsas de Paris, Londres e Nova Iorque e escala de quinze minutos. Lillo, Farmer e Mantegna (2003) concluíram que ψ depende de v e varia de 0,2 para grandes volumes a 0,5 para volumes pequenos.

Permanecem as considerações sobre os dados feitas na seção anterior. O período analisado vai de junho/2006 a janeiro/2009. Os ask, o bid, o preço médio e o spread são calculados a cada sessenta segundos da sessão contínua de negociação da BOVESPA. O preço médio m será usado como *proxy* do preço, assim o retorno $r(t)$ entre os instantes t e $t - \tau$ é definido como $\log(m(t)) - \log(m(t - \tau))$.

4.1 Fatos estilizados dos preços dos papéis da BOVESPA

Serão analisados os quatro fatos estilizados mencionados na seção 1.2: caudas grossas na distribuição dos retornos, ausência de autocorrelação entre os retornos, correlação entre os retornos absolutos e normalidade no agregado. A Tabela 4.1 abaixo traz as estatísticas básicas dos dados. Nota-se que tanto o preço médio quanto o spread dos papéis apresentaram uma grande variação durante o período. A Figura 4.1 traz o comportamento do retorno da PETR4 durante o período. É possível observar indícios de *volatility clustering* e fortes oscilações no final de 2008, fruto da crise financeira que teve início nesse período.

Tabela 4.1 – Estatísticas básicas dos preços da PETR4 e da VALE5

Papel	Preço médio		Spread	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
PETR4	16,82	87,72	0,01	10,30
VALE5	20,39	83,13	0,01	3,89
BBDC4	19,01	90,24	0,01	6,97
ITAU4	16,92	94,55	0,01	7,80
GGBR4	10,45	85,26	0,01	4,02
CSNA3	19,78	159,45	0,01	15,60
VALE3	22,37	99,10	0,01	11,50
ITSA4	4,84	13,48	0,01	1,30
USIM5	18,66	139,95	0,01	14,40
UBBR11	8,93	31,36	0,01	4,12
BBAS3	11,03	85,50	0,01	5,67
PETR3	19,78	107,25	0,01	12,85
CMIG4	27,38	115,26	0,01	11,97
ALLL11	6,54	187,99	0,01	37,84
SDIA4	2,82	14,38	0,01	0,99
CYRE3	5,75	44,86	0,01	7,69
TCSL4	2,50	8,17	0,01	1,24
NETC4	1,01	34,70	0,01	5,90
LAME4	4,43	183,16	0,01	28,79
TNLP4	23,73	47,65	0,01	10,99

Figura 4.1. Retorno da PETR4, $\tau = 1$ min.

Os retornos dos papéis apresentam caudas grossas, já que a curtose é maior do que zero (Figura 4.2). Além disso, a curtose tende a zero a medida que τ aumenta, denotando a normalidade no agregado.

Figura 4.2. Curtose dos retornos dos papéis da amostra.

No que se referem à autocorrelação, os fatos estilizados dos retornos dos papéis analisados correspondem àqueles referentes a outros papéis. Enquanto a autocorrelação entre

os retornos dos papéis cai rapidamente a zero (Figura 4.3), a autocorrelação entre os retornos absolutos permanece positiva mesmo após vários lags, seguindo uma lei de potência com expoente $\alpha \sim 0,3$ (Figura 4.4).

Figura 4.3. Autocorrelação entre os retornos dos papéis da amostra, $\tau = 1$ min.

Figura 4.4. Autocorrelação entre os retornos absolutos dos papéis da amostra, $\tau = 1$ min, em escala log-log.

4.2 Estimativa da função de impacto

Trabalhou-se com $\tau = 5$ minutos. Tal como feito em Evans e Lyons (2002), usou-se como *proxy* para o volume negociado $v(t)$ o número de negócios iniciados por compradores entre t e $t - \tau$ menos o número de negócios iniciados por vendedores entre t e $t - \tau$. Em seguida, a exemplo do que é realizado em outros estudos relativos ao tema, $v(t)$ foi agregado. Criou-se então o vetor $W = \{w(0), w(1), \dots, w(100)\}$, onde $w(i)$ é o valor do i -ésimo percentil de $v(t)$. Após esse passo, calculou-se o retorno médio $r_M(i)$ de todos os valores de v compreendidos entre $w(i)$ e $w(i-1)$, $i = 1, \dots, 100$. Finalmente, calculou-se $v_M(i) = \frac{w(i) + w(i-1)}{2}$.

Os casos nos quais $r_M(i)$ e $v_M(i)$ tinham sinais diferentes foram excluídos³ e, em seguida, trabalhou-se com os valores absolutos das variáveis. Na Tabela 4.2, observa-se a função de impacto estimada para os papéis da amostra. Na maioria dos casos o retorno é bem representado pela equação $a \times v^b$, com b oscilando entre 0,4 e 0,7. Nas situações em que o b estimado foi inferior a 0,4, o ajuste não se mostrou bom. No caso dos dois papéis mais volumosos (PETR4 e VALE5), o parâmetro estimado foi o maior observado e o ajuste mostrou-se muito bom. A Figura 4.5 abaixo traz os dados empíricos e a função de impacto estimada para PETR4 e VALE5.

³ Tal procedimento foi adotado porque o esperado é que ambos possuam o mesmo sinal. Foram excluídos, no máximo, apenas dois pares de observações, a depender do papel. Assim, o procedimento não teve impacto nos resultados.

Tabela 4.2 – Função de impacto estimada para os papéis da amostra

Papel	Parâmetro b	R ² ajustado
PETR4	0,7	0,9279
VALE5	0,7	0,9552
BBDC4	0,6	0,8742
ITAU4	0,3	0,5194
GGBR4	0,5	0,7565
CSNA3	0,5	0,8554
VALE3	0,2	0,3131
ITSA4	0,6	0,883
USIM5	0,7	0,908
UBBR11	0,3	0,5604
BBAS3	0,6	0,8893
PETR3	0,3	0,281
CMIG4	0,3	0,3688
ALLL11	0,5	0,7042
SDIA4	0,6	0,9029
CYRE3	0,5	0,8394
TCSL4	0,5	0,7233
NETC4	0,5	0,6543
LAME4	0,4	0,7379
TNLP4	0,4	0,5171

Figura 4.5. Função de impacto da PETR4 (esq.) e da VALE5 (dir.).

5 UM MODELO DE LIVRO DE OFERTAS BASEADO EM AGENTES

Vários estudos têm se dedicado à modelagem de livros de ofertas. Esses modelos procuram reproduzir fatos estilizados observados em livros de ofertas e identificar os elementos responsáveis pela ocorrência dos mesmos. A maioria dos modelos de livros de ofertas encaixa-se na categoria de modelos de “inteligência zero” pelo fato de não comportarem agentes que analisam o mercado e agem estrategicamente. A primeira tentativa de se modelar um livro de ofertas remonta a Stigler (1964), feita com o objetivo de avaliar os impactos de medidas regulatórias impostas pela *Security Exchange Commission* no mercado de ações norte-americano. A partir de meados dos anos 90, vários modelos inspirados na física mantiveram a estrutura inteligência zero, onde a analogia oferta/partícula é enfatizada. Esses modelos abriram espaço para algumas extensões, como o ajuste de distribuições mais complexas a dados reais e simplificações com vistas a tratamento analítico.

Alguns modelos, ao incluírem interações e comportamento estratégico por parte dos agentes, romperam com o paradigma de inteligência zero. Esses modelos foram bem mais sucedidos na explicação de fatos estilizados em finanças, como por exemplo caudas grossas na distribuição dos retornos e aglomeração da variância (*volatility clustering*). Porém, apesar de incluírem o registro de ofertas de compra e venda, esses modelos não são propriamente de livros de ofertas. Como todas as ofertas são de mercado – de execução imediata –, não há a formação de um livro de ofertas, já que este se constitui a partir de ofertas limitadas. São essencialmente modelos de preços, onde a variação deste é uma função da variação do excesso de demanda. Os trabalhos de Chiarella e Iori (Chiarella & Iori, 2002; Chiarella, Iori, & Perelló, 2009) são uns dos poucos modelos de livro de ofertas baseados em agentes propriamente ditos, no sentido expresso acima.

Portanto, a modelagem de livro de ofertas pela abordagem baseada em agentes ainda é um tópico pouco explorado. E o uso de modelos baseados em agentes na análise de livros de ofertas, vis-à-vis os modelos de inteligência zero, pode elucidar questões importantes relativas aos elementos responsáveis pela ocorrência de fatos estilizados. Se os modelos baseados em agentes não forem capazes de emular os fatos de livros de ofertas melhor que os modelos de inteligência zero, significa que tais regularidades estatísticas devem-se muito mais aos

mecanismos de mercado que regem a negociação dos papéis, tendo o comportamento estratégico dos agentes um papel muito limitado (Ladley & Schenk-Hoppé, 2009).

Nesta seção, será desenvolvido um modelo de livro de ofertas baseado em agentes no sentido explicitado acima. As ofertas poderão ser tanto de mercado quanto limitadas, havendo deste modo o registro de um livro de ofertas. A variação do preço, ao invés de depender do excesso de demanda, advém da interação entre o fluxo de novas ofertas e a configuração do livro de ofertas em dado instante. O objetivo é averiguar se o modelo é capaz de reproduzir as regularidades estatísticas do mercado financeiro tanto do ponto de vista macro – relacionadas a preço e retorno – quanto micro – ligadas a estrutura e dinâmica do livro de ofertas.

Além desta introdução, esta seção possui mais três partes. Uma revisão bibliográfica da modelagem de livros de ofertas é feita na segunda parte. A terceira parte apresenta o modelo. Resultados das simulações realizadas tomam a quarta e última parte.

5.1 Modelos de livros de ofertas

5.1.1 Modelos de inteligência zero

A primeira tentativa de se modelar um livro de ofertas remonta a Stigler (1964), feito com o objetivo de avaliar os impactos de medidas regulatórias impostas pela *Security Exchange Commission* no mercado de ações norte-americano. Nesse modelo, ofertas eram registradas randomicamente com preço uniformemente distribuído e, se não executadas após $N=25$ unidades de tempo, eram canceladas. Como nesse modelo não há agentes que analisam o mercado e agem estrategicamente, ele se encaixa na categoria de “modelos de inteligência zero”.

A partir de meados dos anos 90, vários modelos inspirados na física mantiveram a estrutura inteligência zero, onde a analogia oferta/partícula é enfatizada. Um deles é o modelo

do tipo reação-difusão de Bak, Paczuski e Shubik (1997). Neste modelo, no instante zero, $N/2$ agentes desejam comprar uma unidade de ação ao preço

$$p_b^j(0) \in \{0, p/2\}, \quad j = 1, \dots, N/2$$

e $N/2$ querem vender ao preço

$$p_s^j(0) \in \{p/2, p\}, \quad j = 1, \dots, N/2,$$

onde p é o preço limite. Em cada instante t , cada agente varia seu preço em uma unidade, com igual probabilidade de aumentá-lo ou diminuí-lo. Uma transação ocorrerá entre os agentes i e j no instante t se $p_b^i(t) = p_s^j(t) = p(t)$. Nesse caso, as ordens são removidas, o novo preço $p(t)$ é registrado e duas novas ordens serão registradas: $p_b^i(t) = 0$ e $p_s^j(t) = p$. Desse modo, o número de ordens permanece constante e igual ao número de agentes.

As variações de preço, nesse modelo, possuem um expoente de Hurst $H = 0,25$. O modelo possui várias limitações, como a existência de ordens que se movem, o que é bastante irrealista, e o fato de não conseguir reproduzir as caudas grossas na distribuição dos retornos.

Maslov (2000) introduziu algumas características mais realistas no modelo de Bak et al. (1997). Primeiro, ordens limitadas são registradas e estocadas no modelo, ao invés de se moverem como em Bak et al. (1997). Segundo, ordens limitadas são registradas ao redor do melhor preço. Por fim, o agente escolhido para realizar uma ação no instante t pode, com certa probabilidade, registrar uma ordem de mercado ao invés de uma ordem limitada. Com essas modificações, o modelo já consegue reproduzir as caudas grossas na distribuição dos retornos.

Outro modelo representativo da abordagem inteligência zero é o de deposição-evaporação de Challet e Stinchcombe (2001). Aqui, a cada instante de tempo, uma oferta de compra (venda) é depositada com probabilidade λ e preço $n(t)$. Esse preço possui distribuição normal com média igual ao melhor preço de venda $a(t)$ (compra $b(t)$) e variância dependendo linearmente do spread $s(t) = a(t) - b(t)$, $\sigma(t) = K*s(t) + C$. Se $n(t) > a(t)$ ($n(t) < b(t)$), a ordem é de mercado, com a ocorrência da transação (“aniquilação”) e o registro do novo preço. Caso contrário, a ordem é limitada e “depositada” no order book. Cada ordem limitada tem uma probabilidade δ de ser cancelada (“evaporação”). O modelo exhibe um expoente de Hurst $H = 0,25$ pra escalas de tempo curtas e igual a 0,5 para escalas de tempo mais longas.

5.1.2 Rompendo com o paradigma de “inteligência zero”: modelos baseados em agentes

O modelo de Mike e Farmer (2008) dá um passo para além dos modelos de inteligência zero. Diferentemente dos modelos anteriores, aqui os autores tiveram a preocupação de calibrar o modelo a partir de dados reais. Devido a essa preocupação com o empirismo, esse modelo pode ser chamado como de “baixa inteligência” (Bouchaud et al., 2008). A cada instante de tempo, uma oferta de venda (compra) é registrada ao preço $n(t) = a(t) + \delta a (b(t) + \delta b)$ de acordo com uma distribuição de Student com escala e graus de liberdade calibrados por dados reais. Se $\delta a < -s(t) = b(t) - a(t)$ ($\delta b > s(t) = a(t) - b(t)$), então há uma ordem de mercado de compra (venda) e uma transação ocorre a $a(t)$ ($b(t)$). O cancelamento das ordens tem uma distribuição empírica baseada em três componentes: a posição da ordem no order book $y(t)$, o desequilíbrio do livro de ofertas $N_{imb}(t)$ e o número total de ordens do livro de ofertas $N(t)$. Os autores conseguem, com esse modelo, reproduzir satisfatoriamente alguns elementos, como caudas grossas na distribuição de retornos e a distribuição dos spreads.

Mas o grande rompimento com o paradigma de inteligência zero veio com os modelos baseados em agentes. Nos modelos apresentados até aqui, supõe-se que as ofertas são independente e identicamente distribuídas. Essa hipótese simplificadora, similar à ideia do “agente representativo” em economia, gera um comportamento regular que não corresponde aos dados reais (Chakraborti, Toke, Patriarca, & Abergel, 2011b). Alguns modelos, ao incluírem interações e comportamento estratégico por parte dos agentes, foram bem mais sucedidos na explicação de fatos estilizados.

Um dos modelos que se encaixa nessa categoria é o de Lux e Marchesi (2000). Nesse modelo há dois tipos principais de agentes: os “fundamentalistas”, que acreditam que o ativo possui um preço fundamental exógeno p_f , e os grafistas, que fazem uma projeção do preço futuro do ativo a partir de seus valores passados. Cada fundamentalista negocia uma quantidade de ativos igual a $V_f = \gamma(p_f - p)$, sendo p o preço corrente do ativo e γ um parâmetro. Já os grafistas negociam uma quantidade fixa V_c e são de dois tipos: os “otimistas”, que compram, e os “pessimistas”, que vendem. Os agentes podem mudar de um tipo de grafista para outro, com base no tipo de grafista majoritário e no preço do ativo, e

entre grafistas e fundamentalistas, a partir de uma comparação dos retornos esperados. Por fim, há os agentes “aleatórios”, com demanda agregada aleatória igual a μ .

O excesso de demanda – a diferença entre o volume de compras e o de vendas – será igual a

$$ED = (n_+ - n_-)V_C + n_f\gamma(p_f - p) + \mu,$$

onde n_+ é o número de grafistas otimistas, n_- o de grafistas pessimistas e n_f , o de fundamentalistas. Quanto maior (menor) ED, maior a chance de uma elevação (diminuição) no preço corrente.

O modelo é bem sucedido na reprodução de caudas grossas na distribuição dos retornos e *volatility clustering*. Modelos nessa mesma linha conseguem resultados similares. No modelo de Cont e Bouchaud (2000), a demanda de um agente é influenciada pelas demandas dos demais agentes que formam seu cluster. Os autores mostram que esse mecanismo é capaz de gerar caudas grossas na distribuição de retornos. Preis, Golke, Paul e Schneider (2007), em um modelo onde o registro de ofertas por parte dos provedores de liquidez é afetado pela tendência de mercado por eles observada, observam caudas grossas na distribuição do logaritmo dos retornos e um expoente de Hurst $H \approx 0,6/0,7$. Cont (2007) desenvolveu um modelo no qual os agentes são heterogêneos no que diz respeito à sensibilidade às informações públicas, sensibilidade esta que pode ser atualizada a partir do retorno observado. O autor logra com tal mecanismo reproduzir fatos estilizados ligados à volatilidade, como correlação de longo prazo dos retornos absolutos.

5.1.3 Registrando um livro de ofertas: o modelo de Chiarella e Iori (2002)

Os modelos baseados em agentes da subseção anterior não são propriamente modelos de livro de ofertas, já que todas as ofertas são de mercado. Chiarella e Iori (2002) desenvolveram um modelo baseado em agentes onde os mesmos podem registrar ofertas limitadas. Isso resulta na formação de um livro de ofertas. A cada instante t , com probabilidade λ , um agente será selecionado para entrar no mercado. O retorno esperado do

ativo negociado pelo agente i para o período $(t, t+\tau)$, onde τ é a duração das ofertas emitidas, será igual a

$$r_{t,t+\tau}^i = g_1^i \frac{(p^f - p_t)}{p_t} + g_2^i \bar{r}_{L_i} + \eta_i \varepsilon_t.$$

Na equação acima, g_1^i e g_2^i são os pesos dos componentes fundamentalista e grafista, respectivamente, p^f é o preço fundamental do ativo, de conhecimento de todos os agentes, p_t é o preço do ativo em t , igual ao preço do negócio realizado em t ou ao ponto médio entre o ask e o bid (caso não tenha sido realizado nenhum negócio em t), $\eta_i \varepsilon_t$ é um componente estocástico e $\bar{r}_{L_i}$ é o retorno médio no intervalo L_i :

$$\bar{r}_{L_i} = \frac{1}{L_i} \sum_{j=1}^{L_i} \frac{p_{t-j} - p_{t-j-1}}{p_{t-j-i}}.$$

O preço esperado pelo agente i em $t+\tau$ será

$$p_{t+\tau}^i = p_t e^{r_{t,t+\tau}^i \tau}.$$

Se o agente espera um aumento de preço, ele emitirá uma ordem de compra de uma unidade do ativo. Caso contrário, a ordem será de venda de uma unidade. O preço desejado de compra (venda) será igual ao preço esperado expresso na equação multiplicado por $1 - k^i$ ($1 + k^i$). O parâmetro k^i é distribuído uniformemente no intervalo $(0, k_{\max})$, onde $k_{\max} \leq 1$.

Chiarella et al. (2009) estendem Chiarella e Iori (2002) em dois principais aspectos. Primeiro, os agentes são heterogêneos no que diz respeito ao horizonte de tempo de suas estratégias. Segundo, ao invés de fazerem ofertas unitárias, o volume das ofertas dos agentes é determinado pela maximização de uma função de utilidade esperada. Esse modelo é capaz de reproduzir satisfatoriamente observações empíricas relativas a preços, caudas grossas, *volatility clustering* e fluxo de ordens.

5.2 O modelo

Considere-se uma economia formada por N agentes que detêm riqueza sob duas formas: dinheiro e um único papel que é negociado na bolsa de valores. Suas estratégias consistem em comprar e vender unidades do papel, alterando a composição de suas riquezas. Cada agente possui o mesmo estoque inicial de dinheiro L_0 e de ações A_0 .

A cada instante de tempo t , um agente é sorteado. O mesmo fará simultaneamente uma oferta de venda e uma oferta de compra, conforme critérios que serão explicitados abaixo.

Os agentes podem pertencer a um dos dois grupos: grafistas e fundamentalistas, seguindo a terminologia de Lux e Marchesi (2000). A fração de fundamentalistas do modelo é F . Um agente fundamentalista fará uma oferta de venda de preço

$$P_{i,t}^V = f_i + \mu_i$$

e de compra de preço

$$P_{i,t}^C = f_i - \mu_i,$$

onde f_i , seu preço fundamental, possui distribuição normal de média f_M e desvio padrão σ_f . O parâmetro μ_i mede o grau de paciência do agente. Possui distribuição normal com média μ_M e desvio padrão σ_μ . Quanto menor μ , menos paciente é o agente, ou seja, ele registrará ofertas com deltas menores para realizar negócios mais rapidamente. Por outro lado, altos valores de μ mostram que o agente está disposto a esperar mais para fazer a transação, com a finalidade de realizar um ganho maior.

Caso seja sorteado, um grafista fará uma oferta de venda com preço igual a

$$P_{i,t}^V = p_t + \frac{p_t - p_{t-m_i}}{m_i} + \mu_i$$

e uma oferta de compra com preço

$$P_{i,t}^C = p_t + \frac{p_t - p_{t-m_i}}{m_i} - \mu_i.$$

Assim, caso p_{t-m_i} seja maior (menor) que p_t , o grafista partirá de um preço médio inferior (superior) a p_t para fazer suas ofertas. O valor m_i denota a memória do agente i , o horizonte de tempo a partir do qual ele observa a tendência de preços, e possui distribuição uniforme entre um e M . Para viabilizar o registro de ofertas por grafistas com alta memória em instantes de tempo iniciais, há um registro de preços em M instantes de tempo prévios ao instante 1, preços estes seguindo distribuição normal, média f_M e desvio padrão σ_f . Em ρ por cento dos casos, o preço registrado pelos grafistas terá um distúrbio, passando a ter uma distribuição uniforme entre $P_{i,t} - k$ e $P_{i,t} + k$.

A contagem do tempo para o vetor de preços segue o conceito de *transaction time* (Chakraborti et al., 2011a). Por esse critério, o tempo aumenta em uma unidade quando uma transação ocorre. Nesse caso, registra-se um novo preço, sendo esse igual ao preço de realização do negócio.

Portanto, os grafistas tendem a acentuar a tendência de mercado, já que, em caso de queda (aumento) de preço, é mais provável que eles vendam (comprem) o ativo, causando um novo declínio (incremento) no preço. Por sua vez, fundamentalistas comprarão (venderão) o ativo com maior probabilidade quando o preço estiver mais baixo (alto), o que provocará um aumento (declínio) no preço. Aqui, as duas categorias têm a mesma função desestabilizadora-estabilizadora presente em outros trabalhos.

O volume da oferta de venda do agente i em t será

$$Q_{i,t}^V = \varphi \times (A_{i,t} - O_{i,t}^V),$$

onde $O_{i,t}^V$ é a soma dos volumes das ofertas de venda de i disponíveis em t e φ é uniformemente distribuído no intervalo $[0, \varphi_{\text{MAX}}]$, sendo $\varphi_{\text{MAX}} < 1$. Todas as ofertas de compra disponíveis em t com preço maior ou igual a $P_{i,t}^V$ serão ordenadas pelo maior preço e, como segundo critério, menor tempo de entrada. O agente i realizará negócios com os agentes que registraram as ofertas de compra seguindo essa ordem. A cada negócio realizado, o montante de dinheiro e de ações dos agentes envolvidos será atualizado. O preço utilizado nas transações era sempre o mais vantajoso ao emissor da oferta de mercado, ou seja, o maior preço. Caso a oferta não seja totalmente executada, será registrada uma oferta de venda limitada com preço $P_{i,t}^V$, volume igual à quantidade não negociada e duração aleatória d , que segue uma distribuição uniforme $[0, D]$.

O volume da oferta de compra do agente i em t será

$$Q_{i,t}^C = \varphi \times \left(\frac{L_{i,t}}{ask_t} - O_{i,t}^C \right),$$

onde $O_{i,t}^C$ é a soma dos volumes das ofertas de compra de i disponíveis em t . Similarmente ao caso da oferta de venda, as ofertas de venda válidas em t com preço menor ou igual a $P_{i,t}^C$ serão ordenadas conforme menor preço e menor instante de entrada. Negócios serão realizados sempre que possível a partir do melhor – menor – preço e a não realização total da oferta de compra implicará no registro de uma nova oferta de compra limitada.

5.3 Simulação e resultados

Foram realizadas simulações conforme os parâmetros expressos na Tabela 5.1. Será avaliada a capacidade do modelo em reproduzir os fatos estilizados tanto relativos a livro de ofertas quanto aos preços e retornos engendrados pela dinâmica do mesmo. Em relação a preços e retornos, serão considerados quatro fatos estilizados: caudas grossas na distribuição dos retornos, ausência de autocorrelação entre os retornos, *volatility clustering* e normalidade no agregado. Além disso, serão analisados fatos estilizados referentes ao formato médio do livro de ofertas, distribuição do volume ao melhor preço, distribuição do primeiro *gap*, volume e delta das ofertas.

Tabela 5.1 – Parâmetros da simulação

Sigla	Descrição	Valor
T	Número de períodos de tempo	1.000.000
N	Número de agentes	1.000
L_0	Estoque inicial de dinheiro	5.000
A_0	Estoque inicial de ações	100
f_M	Preço médio	50
σ_f	Desvio padrão do preço	5
μ_M	Grau de paciência médio	1
σ_μ	Desvio padrão do grau de paciência	0,2
ϕ_{MAX}	Fração máxima negociada	95%
M	Memória máxima	20
D	Duração máxima das ofertas (em unidades de tempo)	1.000

5.3.1 Preços e retornos

A Figura 5.1 apresenta uma típica dinâmica de preços gerada pelo modelo. A Figura 5.2 mostra os retornos correspondentes. Nesta, é possível visualizar as intermitências – períodos de forte variação dos retornos intercalados com de pequena variação – que caracterizam o do *volatility clustering*. A existência desse fenômeno é mais bem visualizada na Figura 5.3. Em uma situação sem grafistas ($F = 100\%$), não se pode afirmar que há *volatility clustering*, já que boa parte das autocorrelações, considerando-se diferentes lags, é igual ou inferior a zero. A introdução de grafistas gera o fenômeno: todas as autocorrelações dos retornos absolutos passam a ser positivas. No entanto, o aumento da proporção de grafistas vai enfraquecendo a *volatility clustering*, até fazê-la desaparecer.

Figura 5.1. Série de preços gerada pela simulação, a partir dos parâmetros da Tabela 5.1 e de $F = 95\%$.

Figura 5.2. Retornos gerados pela simulação, a partir dos parâmetros da Tabela 5.1 e de $F = 95\%$.

Figura 5.3. Box plot da autocorrelação dos retornos absolutos. Para cada nível de F , são apresentadas as autocorrelações entre os retornos absolutos variando-se o lag de 2 a 100. Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1. As 2.000 primeiras observações dos retornos, consideradas como período de transiência, são ignoradas.

Já a autocorrelação entre os retornos oscila ao redor de zero para qualquer proporção de grafistas, como pode ser observado na Figura 5.4. Para valores maiores de F , há uma maior variação da autocorrelação.

Figura 5.4. Autocorrelação entre os retornos. O cálculo foi realizado seguindo-se as mesmas especificações apresentadas na Figura 5.3.

A Figura 5.5 está relacionada a dois fatos estilizados: caudas grossas na distribuição dos retornos e normalidade no agregado. Observa-se que a curtose dos retornos é positiva para todos os níveis de F e de lag analisados, denotando caudas grossas. Porém, a exemplo do que ocorre com a *volatility clustering*, a normalidade no agregado é verificada apenas quando a proporção de grafistas é suficientemente pequena. Se a fração de grafistas for acima de certo patamar, a curtose não diminui com o aumento do lag.

Figura 5.5. Curtose dos retornos. Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1.

5.3.2 Livro de ofertas

Na Figura 5.6, observa-se que o livro de ofertas médio gerado pela simulação possui seu máximo distante do melhor preço, o que condiz com estudos realizados a partir de dados reais. O volume médio disponível para negociação aumenta continuamente até aproximadamente o 50º melhor preço, tanto no lado do ask quanto do lado do bid.

Outro fato estilizado reproduzido pelo modelo é a distribuição do volume ao melhor preço, bem representado por uma distribuição gama com γ inferior a um (Figura 5.7). Por

outro lado, na simulação não se observou a lei de potência em geral presente na distribuição do primeiro gap (Figura 5.8), do volume (Figura 5.9) e do delta das ofertas (Figura 5.10).

Figura 5.6. Livro de ofertas médio. Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1 e $F = 95\%$.

Figura 5.7. Distribuição do volume no ask. Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1 e $F = 95\%$. Obs.: a distribuição do volume no bid é bastante similar.

Figura 5.8. Distribuição cumulativa do primeiro gap do lado do ask e do bid. Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1 e $F = 95\%$.

Figura 5.9. Distribuição cumulativa do volume das ofertas de venda (esq.) e de compra (dir.). Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1.

Figura 5.10. Distribuição cumulativa dos deltas das ofertas de venda (esq.) e de compra (dir.). Foram considerados os parâmetros da Tabela 5.1.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, o objetivo foi analisar a relação entre dinâmica do livro de ofertas e dinâmica de preços a partir de dados da BOVESPA. Para tanto, foram analisados fatos estilizados tanto da estrutura do livro de ofertas quanto do fluxo de ofertas de uma amostra formada pelos papéis mais negociados da BOVESPA. Em seguida, estimou-se uma função de impacto de mercado para esses papéis, com o propósito de se mensurar a influência do volume negociado na variação dos preços. Por fim, criou-se um modelo baseado em agentes com o propósito de se reproduzir esses fatos estilizados.

Alguns resultados obtidos em estudos sobre livros de ofertas de outros países também foram observados aqui, tais como lei de potência na distribuição do primeiro gap e do volume e delta das ofertas. No entanto, outros resultados foram refutados. O máximo do livro de ofertas médio, no caso de alguns papéis analisados, não foi observado distante do melhor preço. Também em se tratando de alguns papéis o formato do livro de ofertas médio do lado do ask e do bid mostraram-se bem diferentes. A distribuição do volume ao melhor preço mostrou melhor ajuste a outro modelo numérico que à distribuição gama. As análises apresentadas aqui contestam, portanto, a universalidade de algumas regularidades estatísticas.

A estimativa das funções de impacto também revelaram alguns resultados não esperados. As funções estimadas são côncavas, mas com parâmetros ligeiramente superiores (0,4 a 0,7) àqueles observados em outros estudos. Também não foram observados parâmetros maiores no caso de papéis menos negociados. Por fim, o ajuste dos dados empíricos à função estimada mostrou-se bastante insatisfatório em alguns casos.

Após a análise empírica, desenvolveu-se um modelo baseado em agentes de livros de ofertas. Ele é um modelo de livro de ofertas no sentido de que um livro de ofertas é registrado durante as simulações. O modelo reproduziu satisfatoriamente os fatos estilizados relativos a retornos – caudas grossas na distribuição de retornos, normalidade no agregado, ausência de correlação entre os retornos e *volatility clustering*. O modelo foi bem sucedido na reprodução desses fatos, porém, para frações de grafistas abaixo de certo valor, em torno de 20%. Já no que concerne à reprodução de fatos estilizados de livros e fluxos de ofertas, o modelo não exibiu a mesma eficácia.

Há várias extensões possíveis para este trabalho. A primeira delas é realizar as análises feitas até aqui para outros papéis da BOVESPA. Seria importante avaliar se as conclusões obtidas até aqui se confirmam para papéis menos líquidos e, em caso negativo, em quais aspectos os papéis se diferenciam de acordo com a liquidez. Desse modo, a inclusão de papéis menos líquidos proporcionaria uma visão mais completa dos determinantes das variações de preços dos papéis da BOVESPA.

Outra extensão seria analisar o impacto de outros elementos, que não o volume negociado, nos retornos. Um candidato é a flutuação da liquidez. Farmer et al. (2004) contestam a hipótese de que o volume negociado é a maior fonte de variação de preços. Os autores ponderam que variações nos preços são causadas essencialmente por flutuações na liquidez, representadas pela presença de intervalos de preços nos quais não há ofertas – os gaps analisados na seção anterior. Se tais gaps existem próximos ao melhor preço, uma nova oferta a mercado suficientemente grande pode causar uma grande variação de preço. Usando dados da LSE, os autores mostram que a magnitude da variação de preço causada por ofertas a mercado é independente do volume dessas ofertas e que a distribuição do tamanho do primeiro gap corresponde à distribuição dos retornos.

Finalmente, o modelo baseado em agentes aqui apresentado poderia ser mais bem explorado e aprimorado. Aqui foi analisado o impacto de apenas um aspecto da heterogeneidade entre os agentes – a divisão dos mesmos entre fundamentalistas e grafistas. Há várias outras características dos agentes cuja variância poderia ser alterada, tais como grau de paciência, preço fundamental, memória e quantidade inicial de dinheiro/ações. Tais alterações poderiam eventualmente levar o modelo a reproduzir melhor os fatos estilizados relativos ao livro de ofertas e ajudar a compreender os determinantes dos mesmos.

REFERÊNCIAS¹

- Abergel, F., Chakrabarti, B. K., Chakraborti, A., & Mitra, M. (Eds.). (2011). *Econophysics of Order-driven Markets*. Milano: Springer-Verlag Italia.
- Arthur, W. B. (1989). Competing Technologies, Increasing Returns, and Lock-in by Historical Events. *The Economic Journal*, 99 (394), 116-131.
- Arthur, W. B. (1994). *Increasing Returns and Path Dependence in the Economy*. Ann Arbor, MI: Michigan University Press.
- Arthur, W. B. (1995). Complexity in Economic and Financial Markets. *Complexity*, 1 (1), 20-25.
- Bak, P., Paczuski, M., & Shubik, M. (1997). Price variations in a stock market with many agents. *Physica A*, 246, 430–453.
- Beinhocker, E. D. (2006). *The Origin of Wealth: Evolution, Complexity, and the Radical Remaking of Economics*. Boston: Harvard Business School Press.
- Biais, B., Hillion, P., & Spatt, C. (1995). An empirical analysis of the limit order book and the order flow in the Paris Bourse. *The Journal of Finance*, 50 (5), 1655–1689.
- Bouchaud, J-P., Mézard, M., & Potters, M. (2002). Statistical properties of stock order books: empirical results and models. *Quantitative Finance*, 2 (4), 251-256.
- Bouchaud, J-P., J. D. Farmer e F. Lillo (2008). How markets slowly digest changes in supply and demand. In T. Hens, & K. Schenk-Hoppe (Eds.), *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution* (pp. 57-160), Amsterdam: Elsevier.
- Chakraborti, A., Toke, I. M., Patriarca, M., & Abergel, F. (2011a). Econophysics review: I. Empirical facts. *Quantitative Finance*, 11 (7), 991-1012.
- Chakraborti, A., Toke, I. M., Patriarca, M., & Abergel, F. (2011b). Econophysics review: II. Agent-based models. *Quantitative Finance*, 11 (7), 1013-1041.

¹ De acordo com o estilo APA – American Psychological Association

Challet, D., & Stinchcombe, R. (2001). Analyzing and modeling 1+1d markets. *Physica A*, 300, 285-299.

Chiarella, C., & Iori, G. (2002). A simulation analysis of the microstructure of double auction markets. *Quantitative Finance*, 2 (5), 346-353.

Chiarella, C., Iori, G., & Perelló, J. (2009). The Impact of Heterogeneous Trading Rules on the Limit Order Book and Order Flows. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33 (3), 525-537.

Cont, R. (2007). Volatility clustering in financial markets: empirical facts and agent-based models. In G. Teyssire, & A. P. Kirman (Eds.), *Long Memory in Economics* (pp. 289–309), Berlin: Springer.

Cont, R., & Bouchaud, J-P. (2000). Herd behavior and aggregate fluctuations in financial markets. *Macroeconomic Dynamics*, 4 (2), 170–196.

Durlauf, S. N. (1997). What Should Policymakers Know About Economic Complexity? *The Washington Quarterly*, 25 (1), 157-165.

Eisler, Z., Kertsz, J., & Lillo, F. (2007). The limit order book on different time scales. In J. Kertsz, S. Bornholdt, & R. N. Mantegna (Eds.), *Proc. SPIE* (Vol. 6601, p. 66010G) AIP, Florence, Italy.

Evans, R. D. D., & Lyons, R. K. (2002). Order flow and exchange rate dynamics. *Journal of Political Economy*, 110 (1), 170-180.

Farmer, J. D., Gillemot, L., Lillo, F., Mike, S., & Sen, A. (2004). What really causes large price changes? *Quantitative Finance*, 4 (4), 383-397.

Farmer, J. D., & Lillo, F. (2004). On the origin of power laws in financial markets. *Quantitative Finance*, 4 (1), 7-10.

Gabaix, X., Gopikrishnan, P., Plerou, V., & Stanley, H. E. (2003). A theory of power-law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423, 267-270.

Gabaix, X., Gopikrishnan, P., Plerou, V., & Stanley, H. E. (2006). Institutional investors and stock market volatility. *Quarterly Journal of Economics*, 121 (2), 461-504.

Hopman, C. (2007). Do supply and demand drive stock prices? *Quantitative Finance*, 7 (1), 37-53.

Krugman, P. (1996). *The Self-Organizing Economy*. Oxford: Blackwell (Basil).

Ladley, D., & Schenk-Hoppé, K. R. (2009). Do stylized facts of order book markets need strategic behavior? *Journal of Economic Dynamics and Control*, 33 (4), 817-831.

Lillo, F., Farmer, J. D., & Mantegna, R. N. (2003). Master curve for price impact function. *Nature*, 421, 129-130.

Lux, T., & Marchesi, M. (2000). Volatility clustering in financial markets. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, 3 (4), 675–702.

Maslov, S. (2000). Simple model of a limit order-driven market. *Physica A*, 278, 571–578.

Mike, S., & Farmer, J. D. (2008). An empirical behavioral model of liquidity and volatility. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 32, 200–234.

Miller, J. H., & Page, S. E. (2007). *Complex adaptive systems: an introduction to computational models of social life*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Mirowski, P. (1989). *More heat than light: Economics as social physics, physics as nature's economics*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

Mitchell, M. (2009). *Complexity: A guided tour*. New York: Oxford University Press.

Potters, M., & Bouchaud, J-P. (2003). More statistical properties of order books and price impact. *Physica A*, 324, 133-140.

Prado, E. F. S. (2006). Microeconomia reducionista e microeconomia sistêmica. *Nova Economia*, 16 (2), 303-322.

Preis, T., Golke, S., Paul, W., & Schneider, J. J. (2007). Statistical analysis of financial returns for a multiagent order book model of asset trading. *Physical Review E*, 76 (1), 016108-1–016108-13.

Rickles, D. (2008). Econophysics and the Complexity of Financial Markets. In J. Collier, & C. Hooker (Eds.), *Handbook of the Philosophy of Science* (Vol.10: Philosophy of Complex Systems), Amsterdam, North-Holland Elsevier.

Scharfstein, D. S., & Stein, J. C. (1990). Herd behavior and investment. *The American Economic Review*, 80 (3), 465-479.

Stanley, H. E., Afanasyev, V., Amaral, L.A.N., Buldyrev, S.V., Goldberger, A.L., Havlin, S., Leschhorn, H., Maass, P., Mantegna, R.N., Peng, C.-K., Prince, P.A., Salinger, M.A., Stanley, M.H.R., & Viswanathan, G.M. (1996). Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics. *Proceedings of 1995 Calcutta Conference on Dynamics of Complex Systems, Physica A*, 224 (302).

Stigler, G. (1964). Public regulation of the securities markets. *Journal of Business*, 37, 117–142.

Zovko, I., & Farmer, J. D. (2002). The power of patience: a behavioral regularity in limit order placement. *Quantitative Finance*, 2(5), 387–392.

APÊNDICE A –

Livro de ofertas médio dos papéis da amostra (lado do ask à esquerda, lado do bid à direita)