**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ARTES, CIÊNCIAS E HUMANIDADES**

DANIEL PRATA SAVOY

**A DINÂMICA DE OPINIÃO DOS DEBATES
PÚBLICOS EM REDES SOCIAIS COMPLEXAS**

São Paulo
2012

DANIEL PRATA SAVOY

**A DINÂMICA DE OPINIÃO DOS DEBATES
PÚBLICOS EM REDES SOCIAIS COMPLEXAS**

Dissertação apresentada à Escola de Artes,
Ciências e Humanidades da Universidade
de São Paulo para obtenção do Título
de Mestre em Modelagem de Sistemas
Complexos.

Orientador:

Prof. Dr. André Cavalcanti Rocha Martins

Co-orientador:

Prof. Dr. Carlos de Brito Pereira

VERSÃO CORRIGIDA

A versão original está disponível na EACH USP

São Paulo
2012

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada à fonte.

CATALOGAÇÃO-NA-PUBLICAÇÃO

Biblioteca

Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo

Savoy, Daniel Prata

A dinâmica de opinião dos debates públicos em redes sociais complexas / Daniel Prata Savoy ; orientador André Cavalcanti Rocha Martins ; co-orientador Carlos de Brito Pereira. – São Paulo, 2012.
109 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Modelagem de Sistemas Complexos, Escola de Artes, Ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo, em 2012.

1. Redes sociais. 2. Redes sociais – Simulação. 3. Internet – Aspectos sociais. 4. Sistemas dinâmicos. I. Martins, André Cavalcanti Rocha, orient. II. Pereira, Carlos de Brito, co-orient. III. Título.

CDD 22.ed. – 303.4833

À minha esposa Melissa, ao nosso futuro bebê, aos familiares e amigos, que juntos formam a excêntrica e adorável rede na qual me apoiei durante as madrugadas dedicadas a esta dissertação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Prof. André Martins por toda ajuda, paciência e bom-humor, mas principalmente pela oportunidade que me deu para pesquisar um tema tão interessante. Ao Prof. Carlos de Brito, meu co-orientador, pelas nossas boas conversas e pelas inúmeras dicas valiosas durante todo este período. Sem o direcionamento de ambos esta dissertação certamente não existiria.

Agradeço a todos os outros professores da EACH que me guiaram no estudo desta área fascinante de sistemas complexos: Prof. Fernando Ferreira, Prof. Camilo Neto, Prof. Renato Vicente, Profa. Flávia Mori, Profa. Ana Amélia e também ao Prof. Luiz Henrique Monteiro da POLI.

Gostaria ainda de agradecer o apoio dos meus colegas de trabalho do LSI POLI. Por fim, agradeço especialmente o companheirismo dos meus colegas Eder, Paula, Victor, Valéria, André, Igor, Leandro, Tiago, e todos desta(s) primeira(s) turma(s) da pós-graduação de Modelagem de Sistemas Complexos da EACH. Desejo todo o sucesso para vocês!

RESUMO

Neste trabalho são estudados os efeitos, causados por variações na topologia de rede, no comportamento de quatro modelos de dinâmica de opinião: o Modelo Votante, o Modelo Confiança Limitada, o Modelo da Regra da Maioria e o Modelo CODA. Primeiramente estes modelos são utilizados em simulações que usam uma série de diversas redes sociais complexas, geradas para apresentar diferentes combinações de valores de certas propriedades chave, como aglomeração, conectividade, assortatividade e distâncias internas. Em seguida, são realizados experimentos que mostram como a topologia influencia os resultados na modelagem de cenários de debates públicos, onde duas opiniões rivais, A e B, disputam sob condições desiguais o consenso de uma população simulada.

ABSTRACT

This work studies the effects caused by variations in network topology in the behavior of four different models of opinion dynamics: the Voter Model, Bounded Confidence Model, the Majority Rule Model and the CODA Model. First, these models are used in simulations over a number of different complex social networks, generated to show several combinations of key properties such as clustering, connectivity, assortativity and path distances. Then, we perform experiments that show how the topology influences the results in modeling scenarios of public debates, where two rival opinions, A and B, compete under unequal conditions for the consensus of a simulated population.

SUMÁRIO

1	Introdução	13
1.1	Estrutura da Dissertação	14
2	Redes Sociais Complexas	16
2.1	Principais Medidas de Redes	17
2.1.1	Conectividade	17
2.1.2	Distâncias	18
2.1.3	Aglomeracão	18
2.1.4	Assortatividade	19
2.2	Redes Regulares	20
2.3	Redes Aleatórias	20
2.4	Redes Mundo-Pequeno	21
2.5	Redes Livres de Escala	22
3	Dinâmica de Opinião	23
3.1	Modelo Votante	24
3.2	Modelo da Regra da Maioria	25
3.2.1	Aplicação nos Debates Públicos	26
3.3	Modelo de Sznajd	27
3.4	Modelo Confiança Limitada	27
3.5	Modelo CODA	30
4	Metodologia	34
4.1	Metodologia das Simulações	35

4.2	Delimitação de Parâmetros	35
4.3	Adaptações: Modelos de Dinâmica de Opinião	37
4.4	Adaptações: Algoritmos de Geração Redes	39
4.5	Medidas das Redes	43
5	Modelos de Dinâmica de Opinião em Redes Complexas	45
5.1	Experimento com Interpolação de Redes	45
5.2	Modelo Votante em Redes Interpoladas	48
5.3	Modelo da Regra da Maioria em Redes Interpoladas	49
5.4	Modelo Confiança Limitada em Redes Interpoladas	54
5.5	Modelo CODA em Redes Interpoladas	59
6	Debates Públicos em Redes Complexas	62
6.1	Experimento com Debates Públicos em Redes Tendenciosas . . .	63
6.2	Debates com Modelo Votante	64
6.3	Debates com Modelo da Regra da Maioria	66
6.4	Debates com o Modelo Confiança Limitada	71
6.5	Debates com o Modelo CODA	74
6.6	Cenário Tendencioso Suavizado	80
7	Considerações Finais	85
7.1	Avaliação dos Resultados	85
7.2	Conclusão	86
7.3	Trabalhos Futuros	87
	Apêndice A - Outras Simulações	95
	Apêndice B - Exemplos de Código-Fonte	100

B.1	Algoritmos de Geração de Redes	100
B.1.1	Rede Regular (Vizinhaça de Moore)	100
B.1.2	Rede Aleatória	100
B.1.3	Rede Mundo-Pequeno	101
B.1.4	Rede Livre de Escala	101
B.1.5	Rede Livre de Escala Aglomerada	101
B.1.6	Rede Aglomerada <i>Ad Hoc</i>	102
B.1.7	Função de Reordenação (Assortatividade)	102
B.2	Modelos de Dinâmica de Opinião	103
B.2.1	Modelo Votante	103
B.2.2	Modelo Regra da Maioria	103
B.2.3	Modelo Confiança Limitada	104
B.2.4	Modelo CODA	105

LISTA DE FIGURAS

1	Religação de Rede Mundo-Pequeno	21
2	Aglomerados no Modelo Votante	25
3	Interação no Modelo da Regra da Maioria	26
4	Interação no Modelo Sznajd	27
5	Aglomerados no Modelo Confiança Limitada	29
6	Aglomerados no Modelo CODA	32
7	Medidas de Redes Interpoladas	47
8	Votante em Redes Interpoladas	48
9	Votante em Redes Interpoladas (Maioria)	49
10	Regra da Maioria em Redes Interpoladas	50
11	Regra da Maioria em Redes Interpoladas (Maioria)	50
12	Regra da Maioria em Redes Interpoladas (Tempo)	51
13	Regra da Maioria em Redes Interpoladas (Detalhes)	52
14	Rede Livre de Escala Aglomerada - Formação de Estruturas . .	54
15	Confiança Limitada em Redes Interpoladas $d = 1$	55
16	Confiança Limitada em Redes Interpoladas $d = 1$ (Desvios) . . .	56
17	Confiança Limitada em Redes Interpoladas $d = 1$ (Aglomerados)	56
18	Confiança Limitada em Redes Interpoladas $d = 0.25$	57
19	Confiança Limitada em Redes Interpoladas $d = 0.25$ (Aglome- rados)	58
20	CODA em Redes Interpoladas	60
21	CODA em Redes Interpoladas	60
22	Votante - Debates em Redes	65

23	Votante - Debates em Redes (<i>Hubs</i> Extremistas)	67
24	Regra da Maioria - Debates em Redes	68
25	Regra da Maioria - Debates Rede Aglomerada	69
26	Regra da Maioria - Debates Rede Assortativa	70
27	Modelo Confiança Limitada - Debates em Redes ($d = 1$)	72
28	Modelo Confiança Limitada - Debates em Redes ($d = 0.25$)	73
29	Confiança Limitada - Debates em Rede (Aglomerados)	74
30	Modelo CODA - Debates em Redes (Inflexíveis)	75
31	Modelo CODA - Debates em Redes	78
32	CODA - Debates Rede Aglomerada	79
33	CODA - Debates Rede Assortativa	79
34	CODA - Debates Rede Assortativa 2	80
35	Distribuições de Opiniões na Rede	82
36	CODA - Debates em Redes Tendenciosas Suavizadas	84
37	Regra da Maioria em Redes Interpoladas ($L = 5$)	95
38	Votante - Debates em Redes ($X_A = 20$)	96
39	Modelo CODA - Debates em Redes ($\nu_{X0} \simeq \pm 50a$)	97
40	Modelo CODA - Debates em Redes ($\nu_{X0} \simeq \pm 100a$)	98
41	CODA - Debates em Redes (<i>Hubs</i> Extremistas)	99

LISTA DE TABELAS

1	Valores Padrão de Parâmetros	37
2	Medidas das Redes	43
3	Características das Redes	44
4	Modelo da Regra da Maioria em Redes	53
5	Modelo CODA em Redes	61
6	Medidas da Rede Assortativa 2	80

LISTA DE SÍMBOLOS

Redes Complexas

N	Número total de vértices na rede
M	Número total de arestas na rede
k_i	Grau do vértice i
$\langle k \rangle$	Grau médio da rede
k_{min}	Grau mínimo da rede
k_{max}	Grau máximo da rede
$P(k)$	Distribuição de graus da rede
l_{ij}	Caminho mais curto do vértice i ao vértice j
$\langle l \rangle$	Caminho mais curto médio da rede
D	Diâmetro da rede
C_i	Coeficiente de aglomeração do vértice i
$\langle C \rangle$	Coeficiente de aglomeração médio da rede
r	Coeficiente de assortatividade da rede
p	Probabilidade de existência das arestas
p_r	Probabilidade de religação das arestas
γ	Expoente da distribuição de graus da rede livre de escala
n	Número de vértices do <i>clique</i>
$\langle m \rangle$	Número médio de arestas externas de um vértice num <i>clique</i>

Modelos de Dinâmica de Opinião

s_i	Opinião discreta do agente i
L	Tamanho do grupo de atualização
x_i	Opinião contínua do agente i

d	Limite de confiança
μ	Taxa de convergência
α	Verossimilhança
a	Passo logarítmico de atualização
p_i	Opinião interna do agente i
ν	Opinião logarítmica interna do agente

Simulações

t	Número total de atualizações
T	Número médio de atualizações por agente
σ	Desvio-padrão
A_0	Percentual de agentes com opinião inicial A
B_0	Percentual de agentes com opinião inicial B
X_A	Percentual de extremistas dentre A_0
X_B	Percentual de extremistas dentre B_0
$A+$	Cenário tendencioso favorável a opinião A
A_X+	Cenário extremamente tendencioso favorável a opinião A
A_S+	Cenário suavemente tendencioso favorável a opinião A

1 INTRODUÇÃO

Em uma cidade grande, se escolhermos um único cidadão qualquer, X , podemos estar seguros de que esta pessoa teria apenas um número limitado de conhecidos em relação a população total, talvez algumas centenas no máximo. Tendo isso em mente, qual seria a chance de um segundo cidadão, Y , também eleito ao acaso, conhecer X ? Certamente seria muito menor do que as chances de dois conhecidos de X , sorteados aleatoriamente, serem conhecidos entre si. Mas, se fôssemos procurar por conhecidos em comum que ligassem X a Y ? O melhor seria começar pelos contatos mais populares de ambos, afinal estes devem ter maior chance de se conhecer. Aliás, ao pararmos para calcular, vemos que muito provavelmente os contatos de X e Y são mais populares que os próprios X e Y ...

Estas noções, talvez com exceção da última (FELD, 1991), além de serem completamente familiares e intuitivas para a maioria das pessoas, também contêm muita informação sobre como as sociedades são organizadas. Distribuição de graus, coeficiente aglomeração, caminho mais curtos, *hubs*, assortatividade, juntamente com outros termos que serão introduzidos mais adiante neste trabalho, são atualmente usados pelos estudiosos das chamadas redes complexas para descrever, medir e quantificar estas características estruturais que intuitivamente conhecemos, e que não são exclusivas das sociedades humanas, pois mesmo as colônias de insetos, os *websites* da internet e até o funcionamento do metabolismo dos seres vivos parecem compartilhá-las (NEWMAN; BARABÁSI; WATTS, 2006).

Paralelamente, a modelagem de dinâmicas sociais é uma outra área de estudos que encontra-se em grande ascensão nos últimos anos, atraindo atenção não mais somente de cientistas sociais e micro-economistas, mas principalmente de pesquisadores provenientes de áreas exatas como matemáticos,

físicos e cientistas da computação, que trazem consigo novos paradigmas de investigação, centrados na descrição quantitativa de fenômenos através de modelos que zelam pela simplicidade (CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009; STAUFFER, 2004; GALAM, 2004b; DEFFUANT et al., 2003).

Porém, apesar da óbvia inter-relação, só recentemente as duas áreas de pesquisa começaram a convergir, uma vez que a complexidade inerente de unificá-las apenas pôde ser atacada pela difusão de máquinas com alta capacidade de processamento e o consequente uso de novos métodos computacionais, como as simulações por agentes. Uma breve explanação do ponto de contato entre a modelagem das dinâmicas sociais e as redes complexas, sob a ótica da física estatística, foi dada por Castellano, Fortunato e Loreto (CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009):

Traditional statistical physics usually deals with structures whose elements are located regularly in space (lattices) or considers the simplifying hypothesis that the interaction pattern is all to all, thus guaranteeing that the mean-field approximation is correct. This assumption, often termed homogeneous mixing, generally permits analytical treatment, but it is hardly realistic in a social context. Much more plausible interaction patterns are those denoted as complex networks. The study of the effect of their nontrivial topological properties on models for social dynamics is a hot topic.

É, portanto, nesta junção de linhas de pesquisa que reside o interesse da presente dissertação, que busca identificar e quantificar como um conjunto bem específico de modelos de dinâmica social, aqueles que investigam dinâmica de opinião dos debates públicos, são afetados por estas propriedades topológicas não-triviais das redes complexas.

1.1 Estrutura da Dissertação

As redes complexas, suas principais características e os algoritmos de geração propostos são abordados no capítulo 2. Em seguida, no capítulo 3, é introduzida a dinâmica de opinião e os modelos utilizados nesta pesquisa, cujo funcionamento é explicado em detalhes. A metodologia, os parâmetros, e as adaptações nos algoritmos e modelos são detalhados no capítulo 4. Os

capítulos 5 e 6 apresentam os resultados obtidos nos experimentos com a interpolação de redes e com cenários de debates públicos em redes complexas, respectivamente. No capítulo 7 é feita a discussão dos resultados, apresentada a conclusão, as principais contribuições e as possibilidades de trabalhos futuros.

Adicionalmente, no apêndice A são apresentados os resultados de outras simulações realizadas, enquanto que, no apêndice B, estão amostras de códigos-fontes com a implementação dos principais algoritmos empregados nos experimentos. Ainda, para facilitar a leitura do trabalho, um glossário com definições dos principais termos específicos utilizados encontra-se no final do documento para consulta rápida.

2 REDES SOCIAIS COMPLEXAS

Em uma breve definição, redes são conjuntos de elementos interconectados. Tratam-se de abstrações das diversas relações que estão presentes em inúmeros aspectos da natureza. Encontradas desde a química e a física - nas ligações de átomos em moléculas - passando pela biologia - nas vias metabólicas, sistema circulatório e neurônios do cérebro - pela tecnologia - estradas, distribuição de energia, internet - as redes são praticamente onipresentes na nossa representação do mundo, até mesmo nos relacionamentos sociais.

A origem da pesquisa das redes é atribuída aos estudos de Leonard Euler sobre as pontes de Königsberg no século 18, onde foram utilizadas estruturas denominadas grafos, um conjunto de nós (vértices) conectados por ligações (arestas), que representavam apenas os aspectos significativos do problema, eliminando toda informação irrelevante. Desde então, a chamada Teoria dos Grafos, área da matemática discreta que estuda estas estruturas, é a principal linguagem de descrição das propriedades das redes (NEWMAN; BARABÁSI; WATTS, 2006).

Utilizando o ferramental dos grafos para investigação das redes sociais, a Análise de Redes Sociais (SCOTT, 2000) surge por volta da primeira metade do século 20, com maior interesse na sociologia. Seus pesquisadores focaram no desenvolvimento técnicas de levantamento empírico das inter-relações de pequenos grupos e estudo do papel dos indivíduos, com destaque para medidas de posicionamento e centralidade.

Recentemente, porém, a atenção se voltou para o novo campo de pesquisa da Teoria das Redes, ou Redes Complexas (NEWMAN; BARABÁSI; WATTS, 2006; ALBERT; BARABÁSI, 2002; BOCCALETTI et al., 2006; NEWMAN, 2003c; DOROGOVTSSEV; MENDES, 2001), onde são combinados a investigação empírica das características das redes de larga escala do mundo real e esforços teóricos, com desta-

que para a modelagem que busca explicar estas características.

2.1 Principais Medidas de Redes

Como o estudos das Redes Complexas se foca na proposição de modelos que reproduzam as propriedades encontradas nas redes reais, é essencial conhecer as principais medidas que são atualmente utilizadas na caracterização das destas redes, e que acabaram por guiar estas modelagens.

2.1.1 Conectividade

Em uma rede como um todo, as medidas mais simples que se pode imaginar são aquelas que descrevem seu tamanho, ou seja, o seu número total de vértices, N , e o seu número total de arestas, M . Porém, quando se considera apenas um único vértice, a medida mais simples e estudada é o seu grau, k , que indica quantas arestas se conectam ao vértice e, portanto, quanto vértices vizinhos este possui.

Apesar de ser possível obter facilmente o grau médio dos vértices na rede, $\langle k \rangle = 2M/N$, dificilmente todos os vértices de uma rede terão este mesmo número de conexões, podendo esta distribuição de conexões ser bastante desigual. Considerando este fato, é importante para a caracterização das redes medir a distribuição de graus dada pela função $P(k)$, que representa probabilidade de se selecionar, ao acaso, um vértice de grau k .

Em realidade, o estudo empíricos das redes colocou a investigação da distribuição de grau no centro das pesquisas em Redes Complexas na última década (BARABÁSI, 2009), devido aos surpreendentes resultados empíricos que indicavam que estas distribuições diferiam-se muito daquelas esperadas para uma ligação aleatória dos vértices, apresentando alguns poucos vértices extremamente conectados, genericamente chamados de *hubs*, que sozinhos conectam-se com um percentual considerável de toda a rede.

2.1.2 Distâncias

Outra característica importante de uma rede diz respeito a quão distantes seus vértices encontram-se uns dos outros. Para um dado par de vértices, i e j , pode-se estimar a medida de l_{ij} , o caminho mais curto, que expressa o número mínimo de arestas que separam estes vértices.

Uma ideia da distâncias na rede pode ser dada pelo seu diâmetro, $D = l_{max}$, que corresponde ao maior caminho mais curto entre qualquer par de seus vértices, porém a medida mais comumente utilizada para caracterizar as distâncias em toda uma rede é dada pelo caminho mais curto médio:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N l_{ij} \quad (2.1)$$

Estas medidas de distância possuem um significado muito especial na pesquisa das redes sociais em particular, pois durante muito tempo especulou-se sobre a noção intuitiva de que qualquer pessoa estaria distante de qualquer outra pessoa no mundo por uma extremamente curta corrente de conhecidos. Essa ideia, chamada de efeito mundo-pequeno, também conhecida como "seis graus de separação", foi confirmada pelos estudos de Milgram nos anos 60 (MILGRAM, 1967; TRAVERS; MILGRAM, 1969), que demonstraram o quanto as especulações anteriores estavam próximas da realidade. Atualmente, com o advento dos *websites* de redes de relacionamento, os experimentos utilizando grandes bancos de dados de redes sociais indicam que esta separação, em média, pode ser ainda menor (BACKSTROM; BOLDI; ROSA, 2011).

2.1.3 Aglomeração

Uma importante característica das redes é sua estrutura interna e os subconjuntos que as formam. Estes subconjuntos são especialmente simples de se imaginar nas redes sociais, em que temos conhecimento em primeira mão da existência de pequenos grupos onde todos se conhecem. No estudo das redes, estes grupos perfeitamente interconectados são chamados de *cliques*, enquanto que os subgrupos maiores e, conseqüentemente, não perfeitamente conectados, são genericamente chamados de comunidades.

No nível individual, considerando apenas um único vértice i , a estimativa da estruturação da rede é geralmente feita utilizando-se a medida do coeficiente de aglomeração, C_i , proposto por Watts e Strogatz (WATTS; STROGATZ, 1998), e que representa a razão entre o número E_i de arestas que ligam os vizinhos do vértice i e o número máximo de arestas possíveis entre eles:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)} \quad (2.2)$$

Assim, temos $C_i = 0$ quando o vértice i é o elo de ligação entre vizinhos que não se conhecem e, no outro extremo, $C_i = 1$ quando o vértice i não possui outro vizinho que não esteja no mesmo *clique*. De maneira similar, temos o coeficiente de aglomeração médio, $\langle C \rangle = \frac{\sum_i C_i}{N}$, que representa o quanto a rede como um todo está interconectada. Desta forma, $\langle C \rangle = 1$ corresponde ao caso onde toda a rede é formada por apenas um único *clique*.

2.1.4 Assortatividade

As medidas de assortatividade estimam a tendência dos vértices de conectarem-se a outros vértices com características semelhantes. Estudos mostram que esta tendência à homofilia é comumente encontrada em redes sociais, onde pessoas que compartilham traços semelhantes como raça, idade ou renda são estatisticamente mais propensas a ligarem-se. No entanto, a maior parte dos outros tipos de redes, como as biológicas e tecnológicas, possuem uma tendência contrária a este tipo de ligação homofílica, sendo, portanto, consideradas como disassortativas (NEWMAN, 2003a).

Levando em conta apenas o aspecto topológico mais simples, onde a característica determinante de um vértice é o seu grau, a assortatividade estima o quanto os vértices de uma rede tendem a se ligar com vértices de mesmo grau. Proposto por Newman (NEWMAN, 2002), o coeficiente de assortatividade, r , é uma medida muito utilizada para estimar esta correlação de graus em uma rede, podendo ser calculado usando a equação a seguir, onde j_i e k_i são os graus dos vértices ligados pela aresta de número $i = 1, \dots, M$.

$$r = \frac{M^{-1} \sum_i j_i k_i - [M^{-1} \sum_i \frac{1}{2}(j_i + k_i)]^2}{M^{-1} \sum_i \frac{1}{2}(j_i^2 + k_i^2) - [M^{-1} \sum_i \frac{1}{2}(j_i + k_i)]^2} \quad (2.3)$$

Os valores do coeficiente de assortatividade podem variar com $-1 < r < 1$, sendo os valores de $r > 0$ uma indicação de tendência a homofilia de graus na rede, enquanto que os valores de $r < 0$ apontam para uma rede disassortativa.

2.2 Redes Regulares

As redes regulares são o cenário topológico padrão de muitos modelos matemáticos, pois, aliada à toda sua simplicidade de arranjo, estas estruturas mostram-se extremamente úteis para visualização bidimensional de dados e, ainda, para a simulação de topologias geográficas, o que justifica seu grande valor para modelagem em biologia, física e ciências sociais. Seu uso foi muito marcante nos estudos de Autômatos Celulares (CHOPARD, 2009), com as típicas vizinhanças de Moore, que engloba os 8 vizinhos geográficos de uma célula, e de von Neumann, que engloba apenas os 4 vizinhos a norte, leste, sul e oeste.

2.3 Redes Aleatórias

As redes aleatórias, estudadas na décadas de 50 por Solomonoff e Rapoport (SOLOMONOFF; RAPOPORT, 1951) e também por Erdős e Rényi (ERDOS; RÉNYI, 1960), têm como principal característica que em um grafo com N vértices e K arestas cada uma das possíveis arestas existe com uma probabilidade p predefinida. Uma maneira de criar esse tipo de rede é selecionando-se aleatoriamente pares de vértices e conectando-os até obter exatamente K arestas, ou visitar todos os possíveis pares conectando-os com probabilidade p e obter aproximadamente K arestas. As redes criadas através de ambos os processos são qualitativamente equivalentes, apresentam distribuição Poisson de graus, coeficiente de aglomeração igual à probabilidade p , grau médio $\langle k \rangle = pN$ e um caminho mais curto médio $\langle l \rangle \sim \ln N / \ln \langle k \rangle$. Apesar destas medidas não corresponderem aos levantamentos empíricos das redes reais realizados anos mais tarde, o estudo das redes aleatórias trouxe uma noção do processo de evolução das redes, mostrando que a existência de várias propriedades destas não cresce de maneira suave com a probabilidade p , mas sim de maneira abrupta conforme p aproxima-se de valores críticos (ERDOS; RÉNYI, 1960).

2.4 Redes Mundo-Pequeno

As chamadas redes mundo-pequeno podem ser definidas como aquelas que mantêm uma combinação de baixos caminhos entre seus vértices, o que é característico das redes aleatórias, e um alto coeficiente de aglomeração, como nas redes regulares. Em 1998, um primeiro modelo foi proposto com estas propriedades por Watts e Strogatz (WATTS; STROGATZ, 1998) que também demonstravam que o efeito mundo-pequeno é encontrado em muitas das redes reais, tanto tecnológicas, biológicas como sociais.

De acordo com Watts e Strogatz, estas redes de alguma maneira se encontravam a meio caminho entre a regularidade e a aleatoriedade. Com base nesse conceito, um processo de interpolação entre uma rede regular em anel e uma rede aleatória é realizado, onde cada aresta da rede é religada com probabilidade p_r a um vértice aleatoriamente escolhido (figura 1).

Figura 1: Processo de religação de arestas para criação de rede mundo-pequeno

Nas redes obtidas através desse processo, a distância média entre os vértices cai muito rapidamente em relação à probabilidade p_r , enquanto que o coeficiente de aglomeração decai de forma suave. Com a probabilidade p_r próxima a 10%, o caminho médio atinge valores próximos aos das redes aleatórias e o coeficiente de aglomeração permanece alto, com valores comparáveis aos da rede regular.

2.5 Redes Livres de Escala

Para explicar como algumas redes reais estudadas, como a Internet, apresentavam uma distribuição de graus em lei de potência, foi proposto por Barabási e Albert (BARABÁSI; ALBERT, 1999; BARABÁSI; BONABEAU, 2003) um modelo para gerar redes com tal distribuição, baseado em dois conceitos: crescimento contínuo e ligação preferencial.

Iniciando com um grafo completo de tamanho pequeno n , a rede começa a crescer conforme repetidamente é adicionado um novo vértice com n arestas, que são ligadas a vértices que já estão na rede utilizando-se a ligação preferencial. A ligação preferencial, por sua vez, consiste em selecionar na rede um vértice com probabilidade Π proporcional ao grau k , de maneira que $\Pi(k_i) = k_i / \sum_j k_j$ para cada vértice i . Sendo $P(k)$ a probabilidade de um vértice possuir k arestas, a rede obtida por neste processo segue uma distribuição em que $P(k) \sim k^{-\gamma}$, com $\gamma = 2.9 \pm 0.1$ de maneira estacionária.

Passados mais de uma década de sua publicação, o modelo original ainda mantém-se muito popular, atraindo muitos estudos que buscam compensar algumas de suas deficiências, que incluem maneiras de gerar distribuições com outros expoentes γ diferentes de 2.9 ± 0.1 (DOROGOVTSSEV; MENDES; SAMUKHIN, 2000); outros mecanismos de geração que não a ligação preferencial com conhecimento global (VÁZQUEZ, 2003); e principalmente maior aderência a certas propriedades empiricamente levantadas das redes sociais, como os altos coeficientes de aglomeração (KLEMM; EGUÍLUZ, 2002; BOCCALETTI; HWANG; LATORA, 2007) e a tendência à assortatividade (XULVI-BRUNET; SOKOLOV, 2004; NEWMAN, 2003a; BOGUÑÁ; PASTOR-SATORRAS, 2003).

3 DINÂMICA DE OPINIÃO

Tentar entender parte do processo de formação das opiniões em uma população e as dinâmicas elementares que levam ao consenso, à polarização, à fragmentação, à emergência do extremismo ou à difusão de novas ideias; tudo isso através de uma modelagem matemática advinda de conceitos da física estatística, onde os indivíduos são representados como entidades simples, interagindo repetidamente uns com os outros, restritos por vizinhanças regulares ou redes complexas representando as estruturas dos contatos sociais. Este é um esboço da área que vêm sendo chamada de sócio-física, mais especificamente, a linha de pesquisa de dinâmica de opiniões (STAUFFER, 2004; DEFUANT et al., 2003; CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009; STAUFFER, 2009), onde não busca-se a simulação realista de populações de indivíduos racionais, mas elucidar, através de modelos que primam pela simplicidade, como certos hipotéticos comportamentos elementares, desprovidos de maior inteligência, quando adotados coletivamente, podem dar origem a fenômenos aparentemente complexos.

Uma das mais básicas questões, quando se tenta modelar a dinâmica de opinião, é que tipo de variável utilizar para representar a opinião de cada agente. Segundo este critério, os modelos da área costumam ser categorizados como discretos ou contínuos. Os primeiros abordam temas onde os indivíduos têm de escolher entre um número limitado de opções, geralmente duas (concordar ou discordar). Os modelos contínuos, no entanto, permitem que cada agente possua a sua própria opinião, dentre toda uma série infinita de valores possíveis. Consequentemente, outra diferença entre os modelos nestas categorias está na forma de interação entre os agentes: os modelos discretos geralmente baseiam-se em regras de imitação de vizinhos, ou de imposição de opinião pela maioria, enquanto que os modelos contínuos, por sua vez, utili-

zam regras de aproximação dos valores das opiniões entre os agentes.

Os primeiros modelos inicialmente propostos de dinâmica de opinião, a partir dos anos 70, eram discretos, e já apresentavam alguns dos tipos heterogêneos de agentes que ainda são recorrentemente utilizados: os "instáveis", que podem mudar de opinião devido a flutuações aleatórias; os "inflexíveis", cuja opinião é fixa; os "contrários", que adotam a opinião oposta à dos vizinhos ou maioria. A partir de 2000, porém, grande parte da atenção dos estudos ficou focada em três diferentes modelos (STAUFFER, 2005) surgidos independentemente no começo da década: o modelo de Sznajd (SZNAJD-WERON; SZNAJD, 2000), ainda discreto, e os primeiros modelos contínuos populares, baseados no princípio de confiança limitada (DEFFUANT et al., 2000; HEGSELMANN; KRAUSE, 2002).

3.1 Modelo Votante

Um dos primeiros modelos a ser utilizado na dinâmica de opinião, o modelo Votante (HOLLEY; LIGGETT, 1975) foi introduzido na primeira metade dos anos 70 para modelar fenômenos da biologia, e desde então foi muito estudado por suas características estatísticas. No contexto da dinâmica de opinião, este pertencente à categoria dos modelos discretos, de modo que os agentes no modelo possuem uma variável binária, inicialmente sorteada entre dois valores possíveis, $s = \pm 1$, que representa a opinião do indivíduo.

No modelo Votante, todos os agentes encontram-se posicionados em uma rede regular, e o seu funcionamento é muito simples. A cada interação um agente i é aleatoriamente selecionado, juntamente com um agente j sorteado dentre os seus vizinhos, o agente i adquire, então, a opinião de seu vizinho j , de maneira que $s_i = s_j$.

Ao contrário de alguns outros modelos discretos onde o agente é forçado a adotar a opinião da maioria, no modelo Votante a opinião da maioria se impõe de maneira indireta. Assim, a configuração inicialmente desordenada das opiniões na rede vai evoluindo para outras mais ordenadas, com o passar das interações.

De maneira semelhante a muitos outros modelos, essa evolução da orde-

Figura 2: Surgimento de aglomerados em simulação do modelo Votante sobre rede regular com 200x200 agentes, em vizinhança de Moore, a unidade de tempo t corresponde ao número médio de interações por agente (40.000 atualizações)

nação é marcada pelo surgimento de aglomerados de agentes com diferentes opiniões (figura 2), no modelo Votante, porém, a forma dos aglomerados é incomum, apresentando interfaces "ásperas", devido a ausência de tensão superficial, como investigado por Dornic e outros (DORNIC et al., 2001).

A estrutura da rede regular utilizada no modelo pode ser substituída por outras, como as redes complexas, mas sua dinâmica pode sofrer alterações. Por exemplo, em topologias com heterogeneidade de graus de conexão, o método de sorteio dos agentes para atualização implica numa maior possibilidade de o segundo agente j ter um alto grau de conexão (SUCHECKI; EGUÍLUZ; SAN MIGUEL, 2005). Esse efeito, que é amplificado em redes livres de escala, acontece não apenas no modelo Votante, mas também em outros que utilizam o mesmo estilo de sorteio de agentes.

3.2 Modelo da Regra da Maioria

O Modelos da Regra da Maioria, assim como o Modelo Votante, é um modelo discreto extremamente simples, onde quase sempre as opiniões dos agentes representadas como variáveis binárias. Basicamente o modelo funciona pela repetida reunião de agentes em pequenos grupos de tamanho L , dentro dos quais os agentes adotam a opinião da maioria (figura 3). Para cada nova rodada de interações, os grupos são desfeitos, os agentes embaralhados, e novos grupos são formados, com diferentes agentes reunidos. Assim, em sua forma original, o modelo não utiliza uma topologia fixa, e todos os agentes podem eventualmente interagir.

Figura 3: Esquema de interação em grupos de tamanho $L = 3$ no Modelo da Regra da Maioria

Várias versões variantes do modelo foram propostas (GALAM, 2005b; GALAM, 2008), cada qual implicando em comportamentos diversos, incluindo o uso de grupos de tamanhos variados, diferentes regras de desempate (caso L seja um número par), e atualizações probabilísticas. Nos estudos de Lambiotte (LAMBIOTTE, 2008; LAMBIOTTE; AUSLOOS; HOLYST, 2007) o Modelo da Regra da Maioria também foi adaptado para funcionar em redes com distribuição heterogênea de graus e também a presença comunidades.

3.2.1 Aplicação nos Debates Públicos

De modo contrário ao que ocorre com os outros modelos abordados, a importância do Modelo da Regra da Maioria para a presente pesquisa não está apenas em suas propriedades dinâmicas, mas principalmente na temática dos estudos que a utilizam. Isto porque, Serge Galam, um dos primeiros pesquisadores da atual dinâmica de opinião (GALAM, 2004b), publicou continuamente até o momento, e durante anos, uma série de estudos (GALAM, 2011; GALAM, 2004c; GALAM, 2010; GALAM, 2002; GALAM, 2003; GALAM, 2004a; GALAM, 2008; GALAM, 2005a; GALAM; JACOBS, 2007) sobre o processo de formação de opinião na sociedade.

Nesses trabalhos, estudados analiticamente, utilizam a Regra da Maioria para modelar cenários que envolvem a disputa dentro de uma população dividida em dois grupos rivais, A e B, que apresentam apoiadores iniciais distintos em número, flexibilidade e organização. Ou seja, o foco da pesquisa de Galam está na dinâmica do desequilíbrio de condições que afetam a disseminação, e mesmo a sobrevivência, de ideias opostas, seja na política eleitoral (GALAM; JA-

COBS, 2007) ou mesmo no debate científico (GALAM, 2010). A exploração destes cenários de desequilíbrios sugeridos pelos trabalhos de Galam, e o modo como são afetados pela topologia, são abordados como tema no capítulo 6.

3.3 Modelo de Sznajd

O modelo de Sznajd (SZNAJD-WERON; SZNAJD, 2000), assim como seus antecessores, representa a opinião como uma variável binária, e seus agentes interagem numa rede regular. Em sua versão mais utilizada (SZNAJD-WERON, 2005), sobre uma rede bidimensional, o modelo funciona da seguinte maneira: se dois agentes vizinhos aleatoriamente selecionados possuem a mesma opinião, todos os seus vizinhos a adotam. Muito popular, o modelo de Sznajd foi utilizado em diversas finalidades, com destaque para duas de pesquisadores brasileiros: criação de um tipo de rede que utiliza suas regras para definir as arestas (COSTA, 2005) e simulações para investigar as eleições nacionais (BERNARDES; STAUFFER; KERTÉSZ, 2002).

Figura 4: Esquema de interação no Modelo Sznajd

3.4 Modelo Confiança Limitada

Diferentemente dos primeiros modelos de dinâmica de opinião que utilizam variáveis discretas, ou mesmo binárias, para representar opiniões que eram imitadas por vizinhos ou impostas pela influência da maioria, os Modelos de Confiança Limitada representam a opinião dos agentes como uma variável contínua, que nunca é completamente substituída, mas é constantemente atualizada pela interação com vizinhos.

O conceito por trás da chamada confiança limitada é o limite de tolerância. Quando indivíduos que possuem opiniões muito distantes interagem entre si, estes podem ignorar o ponto de vista divergente, racionalizando que o outro

agente pode simplesmente estar equivocado. Esta possibilidade dos agentes menosprezarem a opinião alheia, somada a uma interpretação da variável contínua como a convicção dos agentes, torna esses modelos especialmente úteis para modelar a evolução do extremismo em uma população.

A principal diferença entre os modelos, propostos independentemente por Deffuant et al. (DEFFUANT et al., 2000) e por Hegselmann e Krause (HEGSELMANN; KRAUSE, 2002), é que os agentes de Deffuant interagem em pares, aproximando suas opiniões quando ambas estão contidas dentro do limite de tolerância, enquanto que os agentes de Hegselmann e Krause observam todos os vizinhos dentro do limite de tolerância e adotam a média das opiniões destes. Como o método de atualização em pares torna mais fácil a implementação do modelo em simulações, o Modelo de Confiança de Deffuant teve uma melhor recepção entre os estudiosos, e por este motivo será abordado na presente pesquisa.

De acordo com o modelo, todos os agentes possuem uma variável contínua x , com valor no intervalo entre 0 e 1, representando sua opinião. Originalmente a distribuição inicial das opiniões é uniforme, de modo que cada agente possui uma opinião própria única. A cada intervalo de tempo, dois agentes i e j são aleatoriamente selecionados para interagir. A atualização das opiniões, entretanto, só irá ocorrer caso a diferença entre os valores das opiniões estiver dentro de um limite d , que corresponde ao nível de "tolerância", ou "incerteza" (WEISBUCH et al., 2002), dos agentes.

Desta maneira, uma vez que $|x_i(t) - x_j(t)| < d$, supõe-se que os agentes confiam suficientemente um no outro para interagir e ceder em seus pontos de vista, reduzindo de forma simétrica a distância entre suas opiniões proporcionalmente ao parâmetro de convergência μ .

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \mu[x_j(t) - x_i(t)] \quad (3.1)$$

$$x_j(t+1) = x_j(t) + \mu[x_i(t) - x_j(t)] \quad (3.2)$$

É interessante notar que essa regra de atualização não altera a média das opiniões dos agentes envolvidos, uma vez que a aproximação entre elas é si-

métrica, o que também acaba sendo válido para o sistema como um todo, que conserva invariavelmente em 0.5 a opinião média global. Porém, apesar da aproximação das opiniões dos agentes e da conservação da opinião média da população, nem sempre todos convergem para a média global, devido a um processo de aglomeração de opiniões homogêneas que é característico do modelo.

Aglomerados de opiniões homogêneas se formam a distâncias de tais que agentes atraídos para dentro de um deles perdem a capacidade de interagir com outros agentes em aglomerados distintos, já que acabam se encontrando mais afastados que d no eixo das opiniões.

Figura 5: Formação de aglomerados em simulações do modelo Confiança Limitada de Deffuant usando diferentes limites $d = 0.5$ e $d = 0.25$, com 4.000 agentes, $\mu = 0.5$

O número de grandes aglomerados, portanto, varia de acordo com os valores estipulados para o limite d , e pode ser estimado em aproximadamente $1/2d$, segundo simulações realizadas (DEFFUANT et al., 2000).

No interior de cada aglomerado, as opiniões dos agentes continuam a ser indefinidamente atualizadas já que, ao contrário dos modelos discretos, a convergência para valores idênticos não pode ser alcançada em tempos finitos. Desta maneira, diferente número de grandes aglomerados gerados são os critérios que caracterizam fenômenos como consenso (um único aglomerado, na média global), polarização (dois aglomerados), e fragmentação (mais aglomerados).

Como um dos mais famosos modelos recentes de dinâmica de opinião, este já foi estudado utilizando-se várias topologias, como em redes regulares (DEFFUANT et al., 2000), em redes mundo-pequeno (AMBLARD; DEFFUANT, 2004) e em redes livres de escala (STAUFFER; MEYER-ORTMANNS, 2004; WEISBUCH, 2004). A maior parte dos estudos sobre o modelo, contudo, é direcionada sua variante chamada Modelo de Acordo Relativo, que introduz a heterogeneidade de incerteza entre os agentes, e que consequentemente causa a formação de aglomerados de extremistas (WEISBUCH et al., 2002; AMBLARD; DEFFUANT, 2004; WEISBUCH; DEFFUANT; AMBLARD, 2005; DEFFUANT et al., 2002).

3.5 Modelo CODA

Unificando conceitos dos modelos anteriores, discretos e contínuos, de dinâmica de opiniões, o CODA (MARTINS, 2008a) traz como inovação o uso tanto de uma variável contínua para representar a opinião interna dos agentes como também de uma variável discreta que representa a opinião externa (ação) comunicada pelos agentes.

Em uma situação de escolha com apenas duas opções, A ou B , cada agente i possui uma probabilidade p_i associada à sua crença de que uma das opções, A por exemplo, seja a correta. Complementarmente, $1 - p_i$ representa a probabilidade que o agente atribui a possibilidade de que outra opção, B , possa ser a correta. Como uma opinião interna, a probabilidade p_i permanece sempre oculta dos agentes vizinhos, que só têm acesso à função discreta s_i que representa a escolha feita publicamente pelo agente e que pode assumir os valores $+1$ (para $p_i > 1 - p_i$) ou -1 (para $p_i < 1 - p_i$).

No modelo, a probabilidade interna p_i é atualizada pela observação das ações dos vizinhos fazendo uso do Teorema de Bayes. Para tanto a verossimilhança é então estabelecida como $\alpha = P(s_j = +1|A)$, a probabilidade de que o vizinho j tenha escolhido a opção A quando A é realmente a opção correta; e como $\beta = P(s_j = -1|B)$ a probabilidade de j escolher B quando B é correta. É também importante destacar que $1 - \alpha$ corresponde, portanto, à probabilidade de j escolher B quando A é a melhor alternativa, e $1 - \beta$ à probabilidade de j optar por A quando B é correta.

Assim a probabilidade a posteriori de que A é a melhor alternativa, após observar que j escolhe A , é proporcional a probabilidade *a priori* multiplicada pela verossimilhança α .

$$P(A|s_j = +1) \propto P(A)P(s_j = +1|A) = p_i\alpha \quad (3.3)$$

De modo a simplificar o cálculo das atualizações, é recomendável trabalhar indiretamente com a probabilidade p_i utilizando-se a chance relativa *a priori* $O(A)$, o que elimina a necessidade de constantes de normalização.

$$O(A) = \frac{P(A)}{P(B)} = \frac{p_i}{1 - p_i} \quad (3.4)$$

A chance relativa *a posteriori* $O(A|s_j = +1)$ pode então ser obtida multiplicando-se $O(A)$ pela razão das verossimilhanças.

$$O(A|s_j = +1) = \frac{P(A|s_j = +1)}{P(B|s_j = +1)} = \frac{p_i}{1 - p_i} \frac{\alpha}{1 - \beta} \quad (3.5)$$

Por fim, um último passo seria utilizar, no lugar da própria chance relativa $O(A)$, o seu logaritmo $\nu_i = \ln(O(A))$, assim como o logaritmo da razão das verossimilhanças $a = \ln(\frac{\alpha}{1-\beta})$, substituindo o processo de atualização multiplicativo por um aditivo.

Supondo ainda que nenhuma das duas opções A e B seja de alguma forma favorecida pelos agentes, é possível afirmar que as verossimilhanças α e β são iguais, assim como suas complementares $1 - \alpha = 1 - \beta$, o que resulta em $a = \ln(\frac{\alpha}{1-\alpha})$.

Portanto, resumidamente, no modelo CODA, a cada interação o agente i atualiza sua opinião interna observando a opinião externa do agente j da seguinte maneira:

$$\nu_i(A|s_i = +1) = \nu_i + a \quad (3.6)$$

$$\nu_i(A|s_i = -1) = \nu_i - a \quad (3.7)$$

O logaritmo da chance relativa ν , assim como a probabilidade p , é uma medida da crença dos agentes na opção A , de maneira que qualquer valor de $\nu > 0$ significa que $p > 0.5$, indicando uma escolha de A como correta, ou seja, s é uma função sinal de ν .

Dado que a verossimilhança α seja constante para todos os agentes e também constante no tempo, seu valor é irrelevante para o modelo, mesmo que ainda tenha impacto nos valores de p , uma vez que é possível medir a opinião interna dos agentes utilizando a razão $\frac{\nu}{\alpha}$ que corresponde ao número de interações com vizinhos de opinião contrária necessários para dissuadir o agente de sua opinião atual.

Tendo em conta que $-\infty < \nu < +\infty$, os agentes podem eventualmente se encontrar a uma grande distância da neutralidade, a tal ponto que seria improvável mudarem de opinião. Esses agentes, que são tão certos de sua escolha, podem ser considerados como "extremistas". O surgimento de extremistas a partir de uma população inicialmente moderada juntamente com a maneira simples como a intensidade das opiniões destes agentes podem ser medidas são as características mais marcantes do modelo CODA.

Figura 6: Simulação do modelo CODA em rede regular com 100x100 agentes em vizinhança de Moore, a unidade de tempo t corresponde a 10.000 interações individuais, as cores na legenda são medidas em passos α .

Em simulações do modelo, os agentes rapidamente começam organizar-se com os vizinhos de mesma opinião externa em aglomerados, que após tomarem forma evoluem muito lentamente. Dentro destes aglomerados os agentes são submetidos a um constante reforço de suas opiniões, atingindo níveis cada vez mais extremos de certeza, enquanto que nos limites onde os aglomerados fazem interface outros agentes têm a possibilidade de interação com vizinhos de opinião contrária e acabam se mostrando menos extremistas.

Uma vez que, em outros modelos discretos e contínuos, agentes "inflexíveis" ou "extremistas" necessitam serem artificialmente impostos nas condições iniciais da dinâmica, a emergência dos mesmos no CODA foi objeto de estudo em boa parte dos artigos publicados até o momento sobre o modelo.

Neste sentido, foram investigados os impactos de diversos fatores na redução do extremismo do modelo, com diferentes graus de sucesso. Entre estes estudos estão: a capacidade de mobilidade dos agentes no grafo social, assim como o uso de redes de mundo-pequeno (MARTINS, 2008b); a introdução de agentes que discordavam de seus vizinhos: "contrários" que utilizavam verossimilhança abaixo de 0.5 (MARTINS; KUBA, 2010); a existência de uma terceira opinião externa discreta para escolhas moderadas (MARTINS, 2010a); uma nova regra de interação com vizinhos, baseada no conceito psicológico de Atenção Seletiva (SI et al., 2010b); e ainda seu uso na questão dos debates públicos, utilizando um sistema de atualização em grupos semelhante ao Modelo da Regra da Maioria (MARTINS; GALAM, 2012).

Aplicações do CODA também foram propostas para a modelagem de situações como: os efeitos sociais na comunidade científica, que incluía no modelo o afastamento e o surgimento de novos agentes cientistas (MARTINS, 2010b); os incidentes em massa online devidos à difusão de informações e organização de ações supostamente danosas através da Internet (SI et al., 2010a); a adoção de uma inovação no mercado, com comparação com dados reais (MARTINS; PEREIRA; VICENTE, 2009).

4 METODOLOGIA

Como visto no capítulo 3, os diversos modelos de dinâmica de opinião foram publicados originalmente considerando apenas cenários mínimos, segundo os quais as interações podem acontecer livremente entre todos os agentes num esquema análogo a uma rede completa, ou de forma limitada em uma rede regular, semelhante as usadas com autômatos celulares, quando a existência de uma vizinhança é uma característica fundamental do modelo, como nos casos exemplares do Modelo Votante e do Modelo Sznajd que pouco sentido teriam sem vizinhos claramente definidos.

A pressuposição de que as interações entre agentes devem ocorrer de acordo com uma rede social complexa não é um fator normalmente levado em conta pelos modelos num primeiro momento, mas sim, tema de estudos subsequentes que buscam pelas propriedades das dinâmicas de opinião nestas topologias. Por vezes, propostas de variantes do modelo original são apresentadas independentemente por diversos pesquisadores, ou seguidamente pelos mesmos autores, introduzindo regras ajustadas e novas parametrizações.

Tentar, portanto, confrontar resultados publicados de diferentes modelos não é uma tarefa trivial, pois as particularidades das regras, de implementação e do foco de interesse, mesmo entre variantes de um único modelo, podem tornar incompatíveis os dados obtidos, ainda mais quando considera-se a variedade de opções arbitrárias na geração das redes complexas utilizadas.

Desta maneira, visando a investigação comparativa do comportamento dos modelos de dinâmica de opinião em um conjunto de topologias e aplicações, parte importante da presente pesquisa foi dedicada a definir, para todos os experimentos realizados, uma padronização dos algoritmos de rede, dos valores de parâmetros, das adaptações nos modelos e da metodologia das simulações. Estas definições são descritas detalhadamente nas seções a seguir,

excetuando-se aquelas que sejam restritas a apenas determinados experimentos, e que serão abordadas juntamente com estes.

4.1 Metodologia das Simulações

Em todos os experimentos realizados os dados para análise foram obtidos de simulações baseadas em agentes, pois embora existam na literatura estudos que descrevem soluções analíticas, aproximações por campo médio ou integrações numéricas para os modelos (LORENZ, 2007; MORETTI et al., 2011; BLYTHE, 2010; GALAM, 2002), todas elas impõem rígidas limitações à topologia de rede utilizada, o que desencorajou o seu uso nesta pesquisa.

No desenvolvimento das simulações foi empregado o NetLogo (WILENSKY, 1999), uma plataforma computacional destinada à modelagem baseada em agentes. Apesar das diversas funcionalidades presentes no aplicativo que abstraem funções de manipulação de agentes e relacionamentos, todos os modelos de dinâmica de opinião e os algoritmos para geração das redes tiveram de ser totalmente implementados seguindo as referências dos capítulos 2 e 3, assim como a maior parte das medições usadas para conferência.

As simulações foram programadas para exportar arquivos texto com os resultados brutos, que então eram processados para sumarização, análise e plotagem. Em especial, para medição de propriedades das redes geradas efetuou-se uma etapa intermediária de processamento dos dados, com uso de scripts em linguagem Python e da biblioteca NetworkX (SWART; SCHULT; SWART, 2008) que apresenta um conjunto de funções de análise de grafos, pois as rotinas de medição de redes que foram implementadas utilizando o NetLogo apresentavam longos tempos de execução.

4.2 Delimitação de Parâmetros

De modo a focar o tempo e recursos da pesquisa na investigação de um maior número de combinações de modelos e topologias, foi necessário preferir a exploração de alguns parâmetros das simulações, cujos valores foram arbitrariamente fixados para maior parte dos experimentos.

Logo, delimitou-se a escala do sistema a ser investigado primariamente nos experimentos, estabelecendo o número total de agentes em $N = 3600$, o que corresponderia a uma pequena comunidade simulada, como uma vila, uma empresa ou mesmo um quarteirão de uma grande cidade. Em relação ao tempo foi estipulado o número médio de interações por agente $T = 300$ (ou $t = 1080000$ atualizações de opinião) como o limite máximo de duração das simulações caso não seja alcançado o consenso das opiniões. Nos caso de consenso a simulação é interrompida, pois não foram contempladas mudanças espontâneas de opinião e, conseqüentemente, a convergência é irreversível.

Vale lembrar que a escala finita do sistema em simulações baseadas em agentes é inevitável devido a disponibilidade também finita de recursos computacionais, e que possíveis efeitos desta limitação sobre os resultados costumam ser investigados pela simulação de diferentes escalas de sistema ou a comparação com soluções obtidas por outros métodos. A presente pesquisa, porém, restringiu-se a averiguar esses efeitos em apenas alguns dos experimentos, não obtendo diferenças significativas nos resultados.

Quanto à topologia, para todas as redes, foi fixado em $\langle k \rangle = 8$ o número médio de vizinhos, o que significa que em média cada agente conecta-se com aproximadamente 0,22% da população simulada total. Este valor para $\langle k \rangle$ foi selecionado por utilidade, pois permitiu o uso da vizinhança de Moore nas redes regulares, facilitando a comparação com outros estudos. Adicionalmente os algoritmos de geração de rede foram adaptados de maneira a garantir um número mínimo de conexões $k_{min} = 4$ para todos os agentes, evitando assim a existência de agentes completamente isolados.

Com os modelos de dinâmica de opinião buscou-se também evitar a exploração do espaço de parâmetros, sendo mantidos sempre que possível os mesmos valores para todos os experimentos. O processo de escolha, ainda que arbitrário, deu preferência aos valores de parâmetros mais comumente utilizados na literatura e os valores que fossem mais "neutros" possíveis para a dinâmica.

Assim, para o Modelo CODA utilizou-se como padrão a verossimilhança $\alpha = 0.6$; para o Modelo Confiança Limitada foram usados $d = 0.25$ como limite e $\mu = 0.5$ como taxa de aproximação; para o Modelo da Regra da Maioria foram

usados grupos de tamanho $L = 3$.

Uma síntese de todos os parâmetros prefixados abordados nesta seção pode ser vista na tabela 1, enquanto que no apêndice A podem ser vistos resultados das simulações (de apenas alguns experimentos) utilizando outros valores destes parâmetros.

Parâmetro	Valor	Escopo	Descrição
N	3600	Simulação	Número total de agentes na simulação
T	300	Simulação	Tempo máximo de simulação (atualizações médias por agente)
t	1080000	Simulação	Tempo máximo de simulação (atualizações de opinião)
$\langle k \rangle$	8	Topologia	Média de vizinhos dos agentes
k_{min}	4	Topologia	Número mínimo de vizinhos dos agentes
α	0.6	CODA	Verossimilhança
d	0.25	Confiança Limitada	Limite de tolerância
μ	0.5	Confiança Limitada	Taxa de aproximação
L	3	Regra da Maioria	Tamanho do grupo de atualização

Tabela 1: Valores padrão de parâmetros utilizados nos experimentos da pesquisa.

4.3 Adaptações Realizadas nos Modelos de Dinâmica de Opinião

Além da parametrização, algumas alterações no funcionamento de dois modelos tiveram de ser feitas para realização dos experimentos com topologia complexa de rede.

No Modelo de Confiança Limitada, foi implementada uma alteração simples, proposta por Weisbuch em seu artigo sobre este modelo em redes complexas (WEISBUCH, 2004), que prevê o uso de uma atualização unilateral da opinião dos agentes quando estes interagem entre si, de maneira análoga com o

que ocorre no Modelo Votante. Ou seja, toda vez que os agentes encontrarem-se, com opiniões dentro do limite de tolerância, apenas a regra de atualização do primeiro agente sorteado é utilizada (equação 3.1 na página 28). Esta restrição busca compensar os efeitos de uma rede com grande heterogeneidade de graus, onde os agentes mais bem conectados possuem maior probabilidade de serem sorteados como vizinhos e, por consequência, seriam mais influenciados que outros agentes com menor número de conexões.

As adaptações feitas no Modelo da Regra da Maioria, no entanto, foram mais focadas no sorteio dos agentes do que nas regras de atualização propriamente ditas. De modo a viabilizar o uso das redes como topologia, ao invés da divisão dos agentes como feita originalmente, passou a ser utilizada uma regra de sorteio mais próxima àquelas dos outros modelos, onde a cada rodada um agente aleatório é sorteado juntamente com $L - 1$ de seus vizinhos para formar um grupo de debate.

Este método de sorteio, porém, traz alguns vieses para a dinâmica, como o fato dos agentes mais conectados terem maior probabilidade de fazer parte dos grupos de discussão e consequentemente serem mais influenciados que os outros, ou seja, exatamente o que se buscou evitar com a alteração no Modelo de Confiança Limitada.

Também, para que esta regra de sorteio fosse viável em redes com baixo coeficiente de aglomeração, não se exigiu que os vizinhos do agente inicialmente sorteado fossem necessariamente vizinhos entre si. Este relaxamento das restrições da topologia de rede social permite que dois agentes que não estejam conectados possam interagir diretamente, o que não acontece nos outros modelos.

Os modelos Votante e CODA não sofreram adaptações para os experimentos de rede e, na verdade, seus métodos de sorteio e atualização foram o protótipo conceitual para alteração dos modelos de Confiança Limitada e Maioria, já que esta pesquisa optou por encarar a dinâmica de opinião a nível local como um processo silencioso e unilateral de observar-e-copiar por parte dos agentes, e não como um processo realmente interativo de negociação entre estes. Ao mesmo tempo, optou-se por não impor regras mais radicais que descaracterizassem os modelos, principalmente o da Maioria que manteve seu aspecto

de pequenos debates em grupos.

4.4 Adaptações Realizadas nos Algoritmos de Geração de Redes

Os algoritmos de geração de redes implementados, assim como os modelos de dinâmica de opinião, sofreram pequenas adaptações para os experimentos desta pesquisa e, portanto, diferem-se em alguns aspectos das descrições originais na literatura (ver capítulo 2). Estas alterações foram motivadas por diferentes razões para cada topologia de rede, conforme abordado a seguir.

4.4.1 Rede Regular

Não foram feitas adaptações nesta topologia de rede, que foi definida como uma grade regular, com vizinhança de Moore e forma toroidal.

4.4.2 Rede Aleatória

De modo a garantir que cada agente da rede tivesse ao menos um número k_{min} de vizinhos (sendo $k_{min} = 4$, conforme visto na seção 4.2), o algoritmo de geração da Rede Aleatória implementado para uso nas simulações cria k_{min} novas conexões entre cada agente e vizinhos aleatoriamente sorteados. Esta mudança, que buscar assegurar o não isolamento dos agentes, é apenas uma alteração sutil em relação ao original de Erdős e Rényi (ERDOS; RÉNYI, 1960), onde conectam-se com probabilidade p os potenciais pares de agentes ou, alternativamente, criam-se K conexões entre pares de agentes i e j aleatoriamente sorteados.

4.4.3 Rede Mundo-Pequeno

Enquanto que a proposta por Watts e Strogatz (WATTS; STROGATZ, 1998) era formada a partir da religação de conexões de uma rede regular em forma de anel, aqui optou-se por criar a Rede Mundo-Pequeno tendo como base uma grade regular toroidal com vizinhança de Moore, com o simples propósito de

facilitar a visualização. Como padrão procurou-se usar $p_r = 0.2$ como o valor da probabilidade de religação.

4.4.4 Rede Livre de Escala

Como padrão de Rede Livre de Escala para os experimentos, utilizou-se a mesma rede proposta de Barabási e Albert (BARABÁSI; ALBERT, 1999) sem alterações estruturais. Apenas a maneira de se implementar a ligação preferencial, que depende de conhecimento global do grau de conectividade dos agentes, foi adaptada para usar apenas conhecimento local de rede. Para tanto, cada novo agente na rede é ligado a um vizinho sorteado entre os dois agentes que formam uma conexão aleatoriamente selecionada na rede existente. Este processo de geração da rede emula com exatidão a ligação preferencial original, com a vantagem de ser computacionalmente mais rápido.

4.4.5 Rede Livre de Escala Aglomerada

Para uso nos experimentos foi gerada uma rede baseada na técnica de construção descrita por Boccaletti, Hwang e Latora (BOCCALETTI; HWANG; LATORA, 2007), na qual um agente j é aleatoriamente selecionado na rede existente e junto com seus k_j vizinhos formam um grupo S_j de onde são sorteados os vizinhos do novo agente i a entrar na rede. Porém, a topologia aqui nomeada "Rede Livre de Escala Aglomerada" foi alterada em relação àquela apresentada no artigo original, com o propósito de aumentar o valor de seu coeficiente de aglomeração, uma vez que esta é a principal característica de interesse desta rede na pesquisa, portanto buscou-se ampliar seus efeitos.

Esta adaptação foi realizada eliminando-se do grupo S_j o próprio agente j , que passou a ser arbitrariamente parte dos k_{min} vizinhos selecionados para o novo agente i , ou seja, i conecta-se ao agente j e a $k_{min} - 1$ agentes vizinhos de j . Desta maneira o coeficiente de aglomeração médio $\langle C \rangle$ foi de aproximadamente 0.62, contra $\langle C \rangle \simeq 0.48$ obtidos utilizando-se o algoritmo original.

4.4.6 Rede Assortativa

A criação de redes assortativas foi feita com a utilização de um algoritmo próximo ao apresentado por Xulvi-Brunet e Sokolov (XULVI-BRUNET; SOKOLOV, 2004), onde uma rede (com significativa heterogeneidade de graus) é reordenada de maneira que os agentes tenham maior probabilidade de se conectarem com agentes com o mesmo número de vizinhos.

Esta reordenação é feita através de um processo onde um par de conexões é sorteado e com certa probabilidade p esse par é religado, conectando os dois agentes com maior grau entre si, bem como os dois agentes de menor grau entre si. Complementarmente, com probabilidade $1 - p$ a religação é feita de forma aleatória. Caso já exista alguma destas novas conexões, o processo é desfeito e nada acontece. Quanto mais este processo é repetido, mais assortativa se torna a rede.

Apenas uma versão mais enxuta deste processo foi usada nos experimentos, onde eliminou-se o sorteio da probabilidade p e a religação aleatória, e adotou-se sempre conectar os agentes de maior grau e dos agentes de menor grau, com exceção da pré-existência destas nova conexões. O objetivo desta alteração foi evitar religações desnecessárias, que não contribuíssem para o aumento da assortatividade.

Como meta arbitrária para as redes geradas, buscou-se um coeficiente de assortatividade $r \simeq 0.23$, valor que foi apresentado, em artigo, como o aferido para a rede social Facebook (UGANDER et al., 2011). Para se atingir um coeficiente de assortatividade próximo, foram estimadas empiricamente 30000 repetições ao usar como base a Rede Livre de Escala de Barabási e Albert, e 14400 repetições utilizando como base a Rede Livre de Escala Aglomerada adaptada de Boccaletti, Hwang e Latora (esta segunda foi utilizada apenas na seção 6.5 do capítulo 6).

Vale destacar que, em raras ocasiões, o uso deste processo de reordenação fez as redes se partirem em mais de um componente. Para evitar efeitos indesejados nos resultados dos experimentos, todas as redes foram automaticamente testadas e aquelas que se mostraram desconexas foram descartadas.

4.4.7 Rede Aglomerada *Ad Hoc*

Com o objetivo específico de isolar os efeitos da aglomeração das topologias nas dinâmicas, e realizar análises comparativas e validação de resultados com as redes de Mundo-Pequeno e Livre de Escala Aglomerada, verificou-se a necessidade de utilizar uma terceira rede estocástica que também exibisse um alto coeficiente de aglomeração mas que fosse significativamente distinta das já estudadas.

Como as referências disponíveis de algoritmos não apresentavam candidatos viáveis, seja porque em sua maioria focavam nas redes livres de escala (KLEMM; EGUÍLUZ, 2002; REN; SHEN; CHENG, 2012; VÁZQUEZ, 2003), que já estavam representadas na presente pesquisa, ou ainda ostentavam características estruturais indesejáveis (NEWMAN, 2003b; KISS; GREEN, 2008), optou-se por desenvolver um novo algoritmo para gerar tal topologia.

Após alguns ensaios, chegou-se a um algoritmo que tem como parâmetros: o grau médio de conexão desejado $\langle k \rangle$, e um tamanho n para os *cliques* que formarão a estrutura da rede, com a restrição de que N deve ser múltiplo deste tamanho n .

Sendo $i_c = n(n-1)/2$ o número de arestas internas em cada um dos *cliques* de tamanho n , tem-se $\langle e_c \rangle = n\langle k \rangle/2 - i_m$ como o número médio de conexões externas dos *cliques* com o resto da rede. Desta maneira, para cada agente dentro dos *cliques*, temos um número médio de vizinhos externos, $\langle m \rangle$, igual a:

$$\langle m \rangle = \frac{\langle e_c \rangle}{n} = \frac{\langle k \rangle - (n-1)}{2} \quad (4.1)$$

Assim, estabelecidas estas relações entre N , n , $\langle k \rangle$ e $\langle m \rangle$, é possível gerar a rede com um algoritmo de apenas dois passos:

1. A rede começa com a criação de todos os seus N agentes, divididos em um número N/n de *cliques*, totalmente conectados internamente;
2. Um a um os *cliques* são incorporados à rede, conectando-se todos os seus n agentes a m vizinhos aleatoriamente sorteados, sendo $m = \lceil \langle m \rangle \rceil$ com probabilidade $p = \langle m \rangle - \lfloor \langle m \rangle \rfloor$ ou, complementarmente, $m = \lfloor \langle m \rangle \rfloor$ com probabilidade $1 - p$.

É importante ressaltar que este algoritmo de geração não busca modelar ou esclarecer nenhum processo de crescimento das redes reais, mas é apenas um método *ad hoc* para criar uma rede aglomerada, que exibisse maior homogeneidade de graus do que as livres de escala, e que também fosse distinta da tradicional mundo-pequeno.

Para realização das simulações, respeitou-se os parâmetros pré-fixados de N , $\langle k \rangle$ e k_{min} estabelecidos na seção 4.2. Para n foram testados valores de 3 a 5, sendo $n = 4$ o tamanho selecionado para os *cliques*, por gerar uma rede que apresentou um coeficiente de aglomeração médio com valor próximo ao da Rede Livre de Escala Aglomerada usada em outras simulações.

4.5 Medidas das Redes

A tabela 2 apresenta as medidas obtidas nas redes que foram geradas utilizando os algoritmos adaptados e os parâmetros abordados neste capítulo.

As medidas de rede aferidas foram o caminho mais curto médio $\langle l \rangle$, o coeficiente médio de aglomeração $\langle C \rangle$, o coeficiente de assortatividade r , o diâmetro da rede D e o grau máximo dos agentes k_{max} .

Rede	$\langle l \rangle$	$\langle C \rangle$	r	D	k_{max}
Regular	20.0083	0.4286	-	30.0	8.0
Mundo-Pequeno ($p_r = 0.2$)	4.9468	0.2231	-0.0258	7.9	13.0
Aleatória	4.2163	0.0020	-0.0613	6.0	16.8
Livre de Escala	3.5928	0.0133	-0.0433	6.0	240.1
Livre de Escala Aglomerada	4.8384	0.6198	-0.0031	10.3	151.1
Livre de Escala Assortativa	4.5097	0.0145	0.2394	8.2	196.7
Aglomerada <i>Ad Hoc</i>	5.0420	0.6544	0.0804	8.1	37.3

Tabela 2: Medidas das redes utilizadas nos experimentos da pesquisa.

Para facilitar a memorização das características de cada uma das redes, a tabela 3 resume as propriedades das redes sociais reais (ver capítulo 2) que cada um dos algoritmos de geração é capaz de reproduzir, como os atalhos característicos do efeito mundo-pequeno, a aglomeração que indica a presença

de estruturas como comunidades e grupos de conhecidos, a presença de *hubs* influentes, assim como a tendência de interconexão entre semelhantes (assortatividade).

A presença ou ausência destas propriedades são de grande interesse para interpretação dos resultados dos experimentos abordados nos capítulos 5 e 6, de forma que é válido ressaltar, neste momento, que nenhuma destas redes geradas é uma representação adequada das redes sociais reais, pois os algoritmos não conseguem reproduzir simultaneamente todas as quatro propriedades selecionadas, e que somente a comparação entre os efeitos apresentados em cada uma das redes pode ajudar a esclarecer quais seriam os efeitos causados por pela topologia social realista.

Rede	Atalhos	Aglomeraco	Hubs	Assortatividade
Regular	-	OK	-	-
Mundo-Pequeno ($p_r = 0.2$)	OK	OK	-	-
Aleatória	OK	-	-	-
Livre de Escala	OK	-	OK	-
Livre de Escala Aglomerada	OK	OK	OK	-
Livre de Escala Assortativa	OK	-	OK	OK
Agglomerada <i>Ad Hoc</i>	OK	OK	-	-

Tabela 3: Caracterizaco das redes utilizadas nos experimentos da pesquisa.

5 MODELOS DE DINÂMICA DE OPINIÃO EM REDES COMPLEXAS

Antes de abordar cenários de desequilíbrio, como em essência são os debates públicos, é importante observar em detalhes o modo que os modelos de dinâmica de opinião são influenciados isoladamente por variações na topologia de rede em um cenário simples, pois este conhecimento sobre influências das redes, mesmo restrito, é essencial para a sua compreensão em cenários mais complexos.

Afinal, como demonstram o experimento neste capítulo, as alterações trazidas pelas diversas topologias divergem além da intensidade com que afetam a dinâmica, mas são qualitativamente diferentes para cada modelo e, portanto, dizem algo sobre as propriedades ocultas destes.

5.1 Experimento com Interpolação de Redes

Com objetivo de analisar o impacto da evolução de algumas característica da topologia, este primeiro experimento teve foco na simulação dos modelos de dinâmica de opinião em redes que eram interpoladas, partindo-se desde a Rede Regular até gradativamente atingirem as configurações das redes Aleatória, Livre de Escala e Livre de Escala Aglomerada (como descritas no capítulo 2 e no capítulo 4, seções 4.4 e 4.5).

Para tanto, foi utilizado um algoritmo de geração similar ao proposto para as redes mundo-pequeno de Watts e Strogatz (WATTS; STROGATZ, 1998), com o uso de religações das conexões entre os agentes de segundo uma probabilidade crescente p_r , conforme os passos:

1. Os N agentes totais da rede são dispostos em grade, porém sem conexões

entre si;

2. Para cada um dos agentes, em sequência, são atribuídos k_{min} vizinhos;
3. Cada um dos vizinhos é apontado, com probabilidade $1 - p_r$, de acordo com a Vizinhança de Moore. Para ambas as Redes Livres de Escala os k_{min} vizinhos do primeiro agente têm $p_r = 0$, ou seja, obrigatoriamente seguem a esta regra;
4. Com probabilidade p_r , de forma aleatória para Rede Aleatória, com a ligação preferencial para a Rede Livre de Escala e de acordo com a cópia de vizinhos para a Rede Livre de Escala Aglomerada.

A figura 7 apresenta a maneira como os valores obtidos na mensuração das redes geradas evolui desigualmente em função da probabilidade de religação p_r . As medidas relacionadas às distâncias (D e $\langle l \rangle$) caem rapidamente devido ao efeito mundo-pequeno, enquanto que outras evoluem suavemente como os coeficientes de aglomeração e assortatividade.

Vale notar que este processo só funciona para gerar redes livre de escala devido à maneira como a religação é feita durante a criação das redes, e não após a rede regular estar criada, de modo que se cumpre o requisito proposto por Barabási e Albert (BARABÁSI; ALBERT, 1999) segundo o qual a rede deve estar em expansão durante o uso da ligação preferencial, o que é também válido para cópia de vizinhos (BOCCALETTI; HWANG; LATORA, 2007). Este efeito pode ser visto com clareza na crescente divergência da distribuição de graus dos agentes nas redes, conforme apresentado na figura 7 (b) sob a forma de $\frac{k_{max}}{N}$, o percentual da rede conectado ao maior *hub*.

É, ainda, especialmente importante destacar a similaridade exibida pelas Redes Aleatória e Livre de Escala em praticamente todas as medidas (com a devida exceção da conectividade) e a curva ascendente da evolução da Rede Livre de Escala Aglomerada nas medidas de aglomeração e de diâmetro. Estas duas características das redes tiveram considerável impacto nos resultados obtidos.

Utilizando como topologia base, portanto, as redes geradas pelo processo de interpolação, uma série de simulações foram realizadas com os modelos de

Figura 7: Medidas das redes geradas pelo algoritmo de interpolação

dinâmica de opinião, onde os agentes foram divididos em dois grupos, A e B, de mesmo tamanho e opiniões opostas, como descrito a seguir a cada modelo.

5.2 Modelo Votante em Redes Interpoladas

A figura 8 apresenta as simulações realizadas do Modelo Votante nas redes interpoladas. É possível constatar, pelas barras do desvio-padrão, a grande variação dos resultados e a média que se mantém relativamente constante em torno do empate.

Figura 8: Percentual de apoiadores finais da opinião A em redes interpoladas no Modelo Votante, média de 20 realizações.

Ao descartar-se a distinção entre as opiniões - o que pode ser feito uma vez ambas as condições iniciais são simétricas e a direção de uma eventual maioria nos resultados é meramente fortuita - é possível observar uma tendência maior a dominância da opinião majoritária, porém a alta variação ainda persiste para todas as redes, como retrata a figura 9, o que não parece indicar nenhum efeito radical da topologia sobre a dinâmica.

Figura 9: Percentual de apoiadores finais da opinião majoritária em redes interpoladas no Modelo Votante, média de 20 realizações.

5.3 Modelo da Regra da Maioria em Redes Interpoladas

Comparado com os resultados do Modelo Votante, o Modelo da Regra da Maioria, em um primeiro momento, indicava ser ainda mais instável, exibindo desvios altíssimos, como mostra a figura 10.

Porém, quando os resultados são reordenados novamente considerando apenas a opinião majoritária final, como mostra a figura 11, logo fica evidente que a maior parte da aparente variação é somente artefato de vitórias alternadas entre as opiniões, sendo o consenso inevitável em praticamente toda a interpolação (a faixa $0 \lesssim p_r \lesssim 1$). Os resultados mais notáveis, no entanto, ocorrem no início das interpolações ($p_r \simeq 0$), o que corresponde à Rede Regular, e especialmente no fim da interpolação para a Rede Livre de Escala Aglomerada ($p_r \simeq 1$); nestes trechos não ocorre a formação de consenso, contrariamente com o que se vê em toda grande área de transição entre as redes.

Com o intuito de esclarecer estas bruscas passagens de consenso para polarização das opiniões, foi investigado o tempo de duração das simulações. Assim como descrito no capítulo 4, as simulações foram programadas para

Figura 10: Percentual de apoiadores finais da opinião A em redes interpoladas no Modelo da Regra da Maioria, média de 20 realizações.

Figura 11: Percentual de apoiadores finais da opinião majoritária em redes interpoladas no Modelo da Regra da Maioria, média de 20 realizações.

serem finalizadas quando o consenso ou o tempo máximo de simulação é atingido. Em geral a convergência para uma das opiniões no Modelo da Maioria ocorre em tempos muito baixos, próximo de $t = 10$ nas redes intermediárias aqui simuladas, como mostra figura 12, porém para a Rede Livre de Escala Aglomerada o tempo máximo de simulação foi alcançado, $t_{max} = 500$ no caso, com as opiniões ainda coexistindo, assim como na Rede Regular.

Figura 12: Tempo de simulação das figuras 10 e 11, em número médio de atualizações de opinião por agente, média de 20 realizações, $t_{max} = 500$.

É possível perceber que nas proximidades dos grandes saltos nas extremidades da interpolação ($p_r \simeq 0.1$ e $p_r \simeq 0.9$), a medida do tempo de simulação dá pequenos indícios de alteração na dinâmica, mostrando que um número um pouco maior de atualizações é necessário para atingir o consenso completo.

Desta maneira, um destes trechos de alteração da dinâmica ($0.9 \leq p_r \leq 1$) foi investigado em maiores detalhes, através de simulações utilizando redes com um menor intervalo da probabilidade de religação. Descobriu-se, como visto na figura 13, que a transição do consenso completo para a coexistência das opiniões está comprimida em um intervalo ainda menor que 10% de probabilidade de religação, entre os valores $0.97 \lesssim p_r \lesssim 0.99$, sugerindo que esta polarização das opiniões seria na realidade uma característica da Rede Livre de Escala Aglomerada, que mesmo uma pequena perturbação de aproximadamente 3% poderia extinguir.

Uma vez que é evidente que estas transições de regime da dinâmica são efeitos diretos das mudanças na topologia das simulações, resta tentar isolar suas causas, identificando quais propriedades das redes impedem que a convergência de opiniões, geralmente observada nas simulações do Modelo da

Figura 13: Detalhamento do Modelo da Maioria em Redes Interpoladas para o trecho final da interpolação, média de 20 realizações, $t_{max} = 500$; (a) mostra o percentual de apoiadores da opinião majoritária e (b) mostra o tempo de simulação.

Regra da Maioria, aconteça.

Supondo que esta coexistência das opiniões na Rede Regular e na Rede Livre de Escala Aglomerada tivessem a mesma causa, e considerando que o efeito observado na segunda rede é mais forte, entre as medidas das redes geradas pelo processo de interpolação (figura 7), poderia-se logo elencar como candidato um limite crítico de valor do coeficiente médio de aglomeração $\langle C \rangle$ como explicação.

Esta hipótese, de uma transição da dinâmica causada por um alto valor $\langle C \rangle$ de forma independente, no entanto, parece não se confirmar já que o consenso de opiniões emerge na totalidade das simulações que utilizaram a Rede Aglomerada *Ad Hoc*. Por outro lado isso não significa que o coeficiente de aglomeração não contribua de alguma maneira para as transições, afinal as

redes aglomeradas apresentaram no geral tempos mais altos para convergência das opiniões (tabela 4), efeito que nas interpolações de redes precedia tais transições.

Rede	$\langle C \rangle$	D	$\langle l \rangle$	t_{sim}	% $_{con}$
Aleatória	0.0020	6.0	4.2163	7.95	100%
Livre de Escala	0.0133	6.0	3.5928	9.45	100%
Mundo-Pequeno ($p_r = 0.2$)	0.2231	7.9	4.9468	14.05	100%
Regular	0.4286	30.0	20.0083	334.72*	63.4%
Livre de Escala Aglomerada	0.6198	10.3	4.8384	500*	0%
Aglomerada <i>Ad Hoc</i>	0.6544	8.1	5.0420	42.20	100%

Tabela 4: Resultados de simulações do Modelo de Regra da Maioria em diversas redes; (*) como $t_{max} = 500$, t_{sim} foi truncado e pode ser maior ou mesmo infinito para algumas simulações.

Uma outra hipótese sobre a origem destas transições está relacionada à medida do diâmetro das redes. Embora a Rede Livre de Escala Aglomerada apresente um valor baixo de $\langle l \rangle$, a medida de D , que também é relacionada às distâncias na rede, é relativamente alta, ou seja, existem alguns nós distantes, mas na média a rede é bem curta. Mesmo o relaxamento das restrições de rede para este modelo, que permite agentes não-vizinhos comunicarem-se através dos grupos de debate, caso tenham um vizinho em comum, parece não bastar para sobrepujar esta teórica separação entre os agentes.

Se considerarmos o método de geração da Rede Livre de Escala Aglomerada utilizada (na seção 4.4.5), é possível notar que cada novo agente na rede liga-se apenas a agentes da mesma vizinhança, portanto, da mesma região da rede. Este processo repetido de maneira contínua acabaria criando várias estruturas que não se comunicam diretamente, não compartilham vizinhos e somente têm ligação a partir de um centro, portanto espécies de "tentáculos topológicos" na falta de um termo mais adequado (figura 14).

Desta maneira, as bruscas transições de consenso para polarização de opiniões, em ambas as extremidades da interpolação, poderiam ser explicadas por um mesmo fator: o efeito mundo-pequeno. As características topológicas descritas que estariam impedindo a convergência das opiniões podem ser extintas mesmo com uma baixa taxa de religação, que acabaria conectando as estrutu-

Figura 14: Possível processo de formação de estruturas semi-independentes em exemplo de Rede Livre de Escala Aglomerada com $k_{min} = 2$.

ras semi-independentes da Rede Livre de Escala Aglomerada e desafogando a estrutura central que comunica os agentes, e ainda, na Rede Regular, causaria a clássica influência (WATTS; STROGATZ, 1998) de diminuir as distâncias de toda a rede.

De forma a verificar se de o tamanho dos grupos debate poderia estar interferindo nos resultados, foram também feitas simulações do Modelo da Regra da Maioria com $L = 5$, mas que não apresentaram nenhuma diferença notável na dinâmica (ver apêndice A).

5.4 Modelo Confiança Limitada em Redes Interpoladas

Para possibilitar a comparação entre os dados obtidos nas simulações do Modelo Confiança Limitada de Deffuant e os resultados dos outros modelos utilizados nesta pesquisa, uma vez que o primeiro representa as opiniões dos agentes com valores contínuos enquanto os demais como discretos, optou-se aqui por interpretar a opinião média final dos agentes, e não mais o número final de apoiadores, como sendo o resultado da disputa entre as opiniões.

Desta maneira, além da representação contínua das opiniões inerente ao

modelo ser mantida, evitou-se que simulações apresentando uma grande maioria de agentes moderados, com opiniões extremamente próximas umas das outras, pudessem ser equivocadamente consideradas como vitórias, ou mesmo consensos, devido a pequenos desvios em favor de A ou B . Afinal, como mostra a figura 15, este tipo de resultado foi exibido pela totalidade das simulações em todos os passos da interpolação de redes, quando se usa o parâmetro $d = 1$, o que na prática elimina o limite de distância de opiniões que restringiria a interação entre os agentes.

Figura 15: Média da opinião dos agentes em redes interpoladas no Modelo Confiança Limitada, utilizando o limite $d = 1$ e a taxa de aproximação $\mu = 0.5$, média de 20 realizações.

Como os resultados deixam evidente, a constante mudança na topologia não causou nenhum efeito considerável na média das opiniões dos agentes, mas ao examinar em detalhe o desvio-padrão médio das opiniões dos agentes é possível notar que a Rede Regular e a Rede Livre de Escala Aglomerada afetam a dinâmica, trazendo um pequeno, porém detectável, aumento destes desvios (figura 16).

Assim, como os efeitos observados no experimento com o Modelo da Regra da Maioria (na seção anterior), este aumento do desvio-padrão parece também ter origem na distância entre os agentes nestas topologias específicas, que dificultaria a aproximação dos valores contínuos das opiniões dos agentes atraídos para dentro de um mesmo aglomerado de opiniões. Conforme mostra a

Figura 16: Média do desvio-padrão das opiniões dos agentes em cada simulação do Modelo Confiança Limitada, utilizando o limite $d = 1$, em redes interpoladas.

figura 17, que retrata a evolução das opiniões em diferentes redes, é possível observar como os valores dentro do aglomerado convergem mais lentamente na Rede Livre de Escala Aglomerada do que nas outras redes.

Figura 17: Evolução das opiniões no Modelo Confiança Limitada, utilizando o limite $d = 1$. (a) Rede Aleatória; (b) Rede Livre de Escala; (c) Rede Livre de Escala Aglomerada.

Para adquirir uma visão mais completa do funcionamento do modelo, foram também feitas simulações com o parâmetro $d = 0.25$, ou seja, um valor que não anula o limite de confiança, como nas simulações anteriores. Esta alteração, apesar de não trazer mudanças significativas na opinião média dos agentes, afetou muito o desvio-padrão, que sofreu um grande aumento de valores, como pode ser observado na figura 18.

Este aumento do desvio-padrão em parte se deve ao surgimento generalizado dos *outliers*, que são uma consequência já conhecida do uso concomi-

Figura 18: Resultados das simulações do Modelo Confiança Limitada em redes interpoladas, utilizando o limite $d = 0.25$ e a taxa de aproximação $\mu = 0.5$, média de 20 realizações. **(a)** Média da opinião dos agentes; **(b)** Desvio-padrão médio das opiniões dos agentes.

tante do limite de tolerância $d < 1$ e da topologia de rede (WEISBUCH, 2004). Os *outliers*, que aparecem como uma série de linhas horizontais na figura 19, correspondem aos agentes que não foram atraídos para o interior de um grande aglomerado, mantendo sua opinião inalterada durante toda a dinâmica, devido principalmente isolamento causado pela incapacidade de encontrar vizinhos com opinião compatível.

Figura 19: Evolução das opiniões no Modelo Confiança Limitada, utilizando o limite $d = 0.25$. (a) Rede Mundo-Pequeno com probabilidade de religação $p_r = 0.1$; (b) e (e) formação de um e dois aglomerados na Rede Aleatória; (c) e (f) formação de um e dois aglomerados na Rede Livre de Escala; (d) Rede Livre de Escala Aglomerada.

No entanto, a maior parte da explicação para os desvios-padrão encontrados nas simulações se deve à configuração dos próprios aglomerados, que se

estruturam de diferentes maneiras em cada topologia, como ilustra novamente a figura 19: na Rede Mundo-Pequeno (a) observa-se um grande número *outliers*, mas apenas um único aglomerado significativo, o que justifica os baixos desvios; na Rede Livre de Escala Aglomerada (d), além dos muitos *outliers*, existe apenas um aglomerado inacabado e internamente disperso, o que também ocorre na Rede Regular, explicando o valor do desvio em ambas; na Rede Aleatória e na Rede Livre de Escala, no entanto, a dinâmica oscila entre a formação de um único aglomerado, (b) (c), e a formação de dois aglomerados distintos, (e) (f), o que amplia consideravelmente o desvio-padrão.

Por fim, é importante ressaltar que a dispersão de opiniões em um aglomerado é um efeito temporal no desvio, pois os valores das opiniões em seu interior estão em constante aproximação, enquanto que os *outliers* interferem no desvio por tempos infinitos, uma vez que suas opiniões não são passíveis de alteração em topologias estáticas.

5.5 Modelo CODA em Redes Interpoladas

Apenas o olhar mais rápido nos desvios crescentes dos resultados da figura 20, já evidencia que algo acontece na dinâmica do Modelo CODA nas simulações com as redes interpoladas. Com um pouco mais de atenção, no entanto, é possível notar que o desvio-padrão na interpolação da Rede Regular para a Rede Livre de Escala Aglomerada aumenta apenas até $p_r = 0.6$, decaindo a partir deste ponto, enquanto que o mesmo não ocorre nas outras redes.

Assim como feitos para os modelos nas seções anteriores, a direção das opiniões foi descartada e analisou-se apenas o percentual de apoiadores da opinião majoritária, eliminando-se, desta maneira, os efeitos das vitórias alternadas entre os lados inicialmente simétricos. Como mostra a figura 21, diferentemente do que se observou no Modelo da Regra da Maioria, a maior parte do valor dos desvios não era artefato da alternância entre as opiniões, mas sim inerente aos resultados.

Os resultados obtidos na interpolação para tanto a Rede Aleatória como para a Rede Livre de Escala mostram uma tendência à formação de uma grande maioria com a evolução de p_r , o que já havia sido observado em um

Figura 20: Percentual de apoiadores finais da opinião A em redes interpoladas no Modelo CODA, média de 20 realizações.

Figura 21: Percentual de apoiadores finais da opinião majoritária em redes interpoladas no Modelo CODA, média de 20 realizações.

experimento similar para o Modelo CODA em relação ao extremismo na Rede Aleatória por Martins (MARTINS, 2008b).

Esta tendência, na Rede Livre de Escala Aglomerada, assim como o já mencionado para os desvios, se modifica gradativamente em relação à probabilidade de religação, com um ápice próximo ao centro da interpolação, o que remete a uma versão inversa da curva do coeficiente médio de aglomeração mensurada para esta rede interpolada (figura 7 (a)).

Assim, é importante diferenciar esta nova relação encontrada entre as medidas de aglomeração e os resultados obtidos com o Modelo CODA, daquela outra suposta relação sugerida para o Modelo da Regra da Maioria, que ap e que se mostrou equivocada.

Essas observações e considerações ficam ainda mais fortes ao analisar os dados obtidos de simulações do Modelo CODA na Rede Aglomerada *Ad Hoc* (na tabela 5) que parecem concordar com esta hipótese, sugerindo que a dinâmica do modelo é significativamente afetada por topologias com algo coeficiente de aglomeração.

Rede	$\langle C \rangle$	$A_f \pm \sigma$	$M_f \pm \sigma$
Aleatória	0.0020	0.4854 ± 0.3193	0.7592 ± 0.1870
Livre de Escala	0.0133	0.5408 ± 0.4133	0.8766 ± 0.1750
Mundo-Pequeno ($p_r = 0.2$)	0.2231	0.4803 ± 0.0874	0.5641 ± 0.0626
Regular	0.4286	0.4966 ± 0.0478	0.5382 ± 0.0301
Livre de Escala Aglomerada	0.6198	0.5020 ± 0.0807	0.5725 ± 0.0353
Aglomerada <i>Ad Hoc</i>	0.6544	0.4956 ± 0.0859	0.5679 ± 0.0529

Tabela 5: Resultados de simulações do Modelo CODA em diversas redes. A_f é a parcela de apoiadores da opinião A no fim da simulação, e M_f a parcela de apoiadores finais da opinião majoritária a cada simulação.

6 DEBATES PÚBLICOS EM REDES COMPLEXAS

Como já visto no capítulo 3, boa parte dos estudos de Galam que abordam o tema dos debates públicos (GALAM, 2002; GALAM, 2005a; GALAM, 2011; GALAM, 2010; GALAM, 2004c; GALAM; JACOBS, 2007) investigam como uma minoria inicial pode aumentar seu número de apoiadores e impor sua opinião em uma população. Utilizando o Modelo da Regra da Maioria, estes estudos acabam por focar-se na influência causada pela presença de agentes com característica especiais, como os inflexíveis e até os contrários, ou ainda por outros fatores externos, como crenças coletivas pré-existentes, que de alguma maneira beneficiam a sobrevivência da opinião minoritária.

Sendo o objetivo desta pesquisa, porém, analisar o impacto da topologia nas dinâmicas, a investigação permaneceu aqui focada em como particularmente uma propriedade das redes, a heterogeneidade de graus de conexão, pode ser aproveitada por agentes apoiadores de uma opinião, seja para superar a influência de uma maioria inicial, seja vencer um grupo de rivais inflexíveis, ou ainda ambos simultaneamente.

Assim, ao contrário do capítulo anterior, já não busca-se apenas investigar como as redes afetam a formação de consensos, mas sim investigar quais são as chances de sucesso de estratégias, considerando as redes e, ainda, cada modelo. Ou seja, a questão que se tenta responder neste momento é: Qual a melhor estratégia para ganhar um debate público? Ter mais apoiadores, ter apoiadores mais radicais, ou apoiadores mais bem conectados?

6.1 Experimento com Debates Públicos em Redes Tendenciosas

Utilizando as mesmas redes e os mesmos modelos do experimento anterior (capítulo 5), este experimento foi desenhado de modo a comparar a força relativa dos agentes inflexíveis e dos ditos *hubs*, os agentes com maior número de conexões na rede, através da identificação de cada uma destas características com uma das duas opiniões existentes, utilizando-se uma atribuição tendenciosa das opiniões entre os agentes.

Sendo N o número total de agentes, A_0 e B_0 os percentuais iniciais de agentes com as opiniões A e B, onde $A_0 = 1 - B_0$, a atribuição tendenciosa das opiniões para os agentes foi feita selecionando-se os A_0N agentes com maior número de conexões na rede para formar o grupo de apoiadores iniciais da opinião A e, complementarmente, os B_0N agentes menos conectados da rede para serem os apoiadores iniciais de B. Desta maneira, a opinião A ficou de certo modo vinculada ao papel dos *hubs* na dinâmica. Para fins de abreviação, este cenário tendencioso será nomeado $A+$.

Quanto aos inflexíveis, X_A e X_B representam os percentuais independentes de agentes inflexíveis iniciais dentro de cada respectiva opinião, sendo assim o número total de agentes inflexíveis em $t = 0$ igual a $X_A A_0 N + X_B B_0 N$. Como padrão neste experimento, temos $X_A = 0$ e $X_B B_0 N$ agentes definidos como inflexíveis entre os B_0N apoiadores de B. Assim, em contrapartida aos *hubs* de A, figuram os inflexíveis em B.

Finalmente, para se ter um comparativo de referência para a força dos *hubs*, cada simulação foi rodada duas vezes, uma vez com a distribuição tendenciosa dos *hubs*, que será denominada $A+$, e outra aleatória, utilizando-se exatamente a mesma rede e número de inflexíveis em ambas. Vale lembrar ainda que enquanto no experimento anterior era possível ignorar a real opinião dos agentes, o mesmo já não pode ser feito aqui devido a natureza assimétrica das regras usadas para A e B, tanto no cenário aleatório como no tendencioso.

O uso de inflexíveis e de escolha tendenciosa dos *hubs* já haviam sido utilizados em LI et al. (2011), onde os *hubs* de redes aleatórias e livres de escala são selecionados para serem "inflexíveis contrários", e em FRANKS et al. (2008),

onde agentes extremistas também são posicionados nos *hubs* em simulações utilizando o Modelo de Acordo Relativo (AMBLARD; DEFFUANT, 2004). Estes estudos, porém, concentram-se em medir o impacto de *hubs* extremistas (inflexíveis no modelo discreto de Li *et al*) nos resultados da dinâmica, enquanto que a presente pesquisa se foca em como *hubs* moderados (e inicialmente de opinião homogênea) podem contrabalancear grupos com membros extremistas. No entanto, também foram testados um cenários similares, com agentes extremistas de opinião inicial A posicionados nos *hubs* das redes, em simulações que podem ser vistas neste capítulo e no apêndice A, referenciados como A_X+ .

6.2 Debates com Modelo Votante

Como mostram os resultados das simulações de debates públicos utilizando o Modelos Votante, na figura 22, a presença de agentes inflexíveis com opinião B domina completamente a dinâmica. Apesar da vantagem adicional da rede tendenciosa do cenário $A+$ conseguir garantir a vitória em um debate equilibrado sem extremistas, não é capaz de contrabalancear apenas 1% de agentes inflexíveis ($X_B B_0 = 0.01$) entre os mal-conectados 10% de agentes apoiadores de B.

Mesmo a presença de meros 5% de agentes inflexíveis garante o consenso absoluto da opinião B em todos os cenários, até em topologias com alta heterogeneidade de graus, como as Rede Livre de Escala e Livre de Escala Aglomerada, onde os *hubs* têm mais poder de influência.

Uma vez claro que a presença unilateral de agentes inflexíveis de opinião B dominou os resultados, uma nova série de simulações foram feitas em cenários mais equilibrados, onde alguns poucos inflexíveis favoráveis a opinião A estejam também presentes, com objetivo de verificar qual a vantagem relativa os agentes melhor posicionados de A teriam em debates públicos com extremistas em ambos os grupos.

Assim, foram simulados três diferentes cenários com $X_A = 0.1$, sendo os dois primeiros os mesmos usados nas simulações anteriores, com as opiniões aleatoriamente distribuídas e com os agentes de A nos *hubs* respectivamente.

Figura 22: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo Votante em redes complexas. As figuras marcadas com $A+$ correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião inicial $s_0 = A$ para os agentes mais conectados.

No terceiro cenário, além dos agentes com opinião A serem mais conectados, os $X_A A_0 N$ maiores *hubs* da rede foram reservados para os agentes inflexíveis da opinião A, a exemplo dos já citados estudos de Franks *et al* e Li *et al*.

Os resultados de trechos do espaço de parâmetros restritos a $A_0 \leq 0.5$ e com $0.1 \leq X_B \leq 0.6$, exibidos na figura 23, mostram como a presença de agentes inflexíveis em A aumenta consideravelmente a área de ocorrência de desfechos próximos ao empate e, nas simulações com os *hubs* extremistas, aparecem vitórias da opinião A e o encurtamento do espaço de dominância de B nas redes livres de escala. É importante lembrar que com exceção do primeiro valor, onde $A_0 = B_0 = 0.5$ e $X_A = X_B = 0.1$, todo espaço retratado é desfavorável à opinião A. Outras simulações foram feitas com $X_A = 0.2$, no apêndice A, mostrando resultados muito semelhantes, indicando que a presença de extremistas pode ser mais significativa que um aumento no número destes.

Outro efeito muito perceptível é no desvio-padrão dos resultados, aqui retratados em todas as figuras deste capítulo como um retângulo central em cada valor variando de totalmente transparente ao preto opaco. O desvio foi sensivelmente menor que os do experimento anterior, na faixa sem extremistas, sugerindo que houve uma mudança de resultados favoráveis alternados para resultados mais estáveis nas simulações com extremistas multilaterais.

6.3 Debates com Modelo da Regra da Maioria

Ao comparar os resultados obtidos nas simulações do Modelo Votante com os obtidos utilizando o Modelo da Regra da Maioria, na figura 24, nota-se que a presença de agentes inflexíveis não é tão decisiva na dinâmica do último como se mostrou no primeiro modelo, de modo que, em grandes concentrações, os apoiadores da opinião A vencem o debate contra os inflexíveis de B, mesmo no cenário onde A não é favorecido pelas redes. No cenário tendencioso, como esperado, o espaço de vitórias de A aumenta ainda mais, com destaque para a Rede Livre de Escala.

Refletindo o experimento anterior, com as redes interpoladas, a Rede Livre de Escala Aglomerada apresenta resultados consideravelmente diversos das demais. Enquanto a passagem do espaço de vitórias nas outras redes acontece

Figura 23: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo Votante em redes complexas com $X_A = 10\%$. **Esquerda:** distribuição aleatória dos agentes na rede; **Centro:** cenário $A+$, onde a opinião A foi favorecida com os usuário mais conectados; **Direita:** cenário A_X+ , onde a opinião A é favorecida, como no cenário $A+$, e os agentes extremistas foram posicionados nos maiores hubs.

Figura 24: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo da Regra da Maioria em redes complexas. As figuras marcadas com A+ correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião inicial $s_0 = A$ para os agentes mais conectados.

abruptamente e seus empates (valores em verde) exibem grandes desvios, na Rede Livre de Escala Aglomerada a passagem entre as vitórias de A para B é mais suave, com uma série de resultados intermediários e com baixos desvios.

Além da diferença nas transições entre os consensos, as simulações com a Rede Livre de Escala Aglomerada também apontam para uma maior influência dos agentes inflexíveis na dinâmica, visível pela maior área de vitórias da opinião B nos resultados desta rede.

Outro fator incomum está na maneira como as vitórias de A aumentam pouco no cenário tendencioso, apesar da grande heterogeneidade de graus, já que mesmo a Rede Aleatória, com *hubs* pouco conectados, apresenta resultados mais favoráveis a opinião A do que a própria Rede Livre de Escala Aglomerada, que possui *hubs* com conectividade comparável aos da Rede Livre de Escala.

Assim como no experimento anterior (capítulo 5, seção 5.3), foram feitas simulações utilizando a Rede Aglomerada *Ad Hoc* para investigar se os efeitos vistos nos resultados da figura 24 (g) e (h) poderiam ser atribuídos ao grau de aglomeração da rede. Como mostra a figura 25, no entanto, apenas parte dos efeitos parecem se confirmar.

Figura 25: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo da Regra da Maioria na Rede Aglomerada *Ad Hoc* nos cenários com distribuição aleatória e *A+*.

Se, por um lado, a comparação entre as simulações sugere que a transição suave entre os consensos opostos, encontrada com a Rede Livre de Escala Aglomerada, não acontece com a Rede Aglomerada *Ad Hoc*, por outro lado,

porém, fica evidente que os efeitos de uma maior influência dos agentes inflexíveis ocorrem nesta topologia. Esse efeito parece ser corroborado ainda, em menor grau, pela Rede Mundo-Pequeno, que exhibe também uma área um pouco menor de vitórias de A do que a Rede Livre de Escala e Rede Aleatória, como mostra a figura 24.

Em resumo, os resultados das simulações do Modelo da Regra da Maioria utilizando redes com maiores valores de coeficiente de aglomeração apresentam um aumento no poder de influência dos agentes inflexíveis, em comparação com redes menos aglomeradas. No entanto, a transição gradual entre os consensos das diferentes opiniões A e B aparenta ser um artefato apenas da Rede Livre de Escala Aglomerada.

Adicionalmente, debates públicos com o Modelo da Regra da Maioria foram também simulados em uma outra topologia, a Rede Livre de Escala Assortativa (ver seção 4.4.6). Os resultados obtidos nestas simulações no cenário com distribuição aleatória, figura 26 (a), foram muito próximos aos apresentados pela Rede Livre de Escala original sem reordenação, figura 24 (e), o que apontaria que a reordenação e o aumento do coeficiente de assortatividade não teriam grande impacto na dinâmica.

Figura 26: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo da Regra da Maioria na Rede Assortativa nos cenários com distribuição aleatória e A+.

Porém, como pode ser visto comparando-se as figuras 26 (b) e 24 (f), o crescimento da área de vitórias no cenário A+ é muito pequeno na Rede Livre de Escala Assortativa reordenada em comparação com o mesmo cenário utilizando a Rede Livre de Escala original, assim como o que ocorre com a Rede

Livre de Escala Aglomerada, mesmo estas três tendo *hubs* muito conectados.

6.4 Debates com o Modelo Confiança Limitada

Para simular os debates públicos usando o Modelo Confiança Limitada de Deffuant, que usa variáveis de opinião contínuas ao contrário dos modelos vistos até o momento, foram utilizados neste experimento agentes inflexíveis cuja opinião contínua inicial era $x_0 = 0.1$ (extremistas de B). Todos os outros agentes foram inicializados com opiniões aleatórias variando de $0 \leq x_0 < 0.5$, para os apoiadores de B , e $0.5 < x_0 \leq 1$, para os apoiadores de A .

Assim como ocorreu no experimento com as redes interpoladas (na seção 5.4 do capítulo 5), os resultados dos debates no Modelo Confiança Limitada não apresentaram variação significativa entre as simulações realizadas nas diversas topologias, como pode ser visto nas figuras 27 e 28. Mesmo o impacto do cenário tendencioso $A+$, que favorece os apoiadores de A , é muito tímido até nas redes com maior heterogeneidade de graus.

A diferença de resultados, no entanto, é evidente quando se faz a comparação entre as simulações que utilizam diferentes limites de tolerância, como se estas funcionassem em dois regimes totalmente diversos. Nos debates em que se tem o limite $d = 1$ (figura 27), onde a comunicação entre todos os agentes é permitida respeitando-se apenas as limitações da topologia, podemos observar que a influência dos agentes inflexíveis é praticamente absoluta, assim como aconteceu com o Modelo Votante (figura 22). Enquanto que com o limite $d = 0.25$, existe uma passagem gradativa entre um quase empate favorecendo A para uma vitória de B .

Esta diversidade na dinâmica fica ainda mais clara ao analisar a evolução da opinião dos agentes sobre a mesma Rede Aleatória, como mostra a figura 29. Enquanto que, ao utilizar-se o limite $d = 1$, a totalidade das opiniões são atraídas para o valor de $x_0 = 0.1$ atribuído aos agentes inflexíveis, figuras (a) e (b), ao utilizar $d = 0.25$, estas mesmas opiniões se dispersam, formando dois aglomerados nas regiões de A e B , onde apenas as opiniões abaixo de B parecem ser atraídas pelos agentes inflexíveis.

É interessante ainda notar como, no cenário tendencioso $A+$ da figura (d),

Figura 27: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo Confiança Limitada em redes complexas, utilizando o limite de confiança $d = 1$, a taxa de aproximação $\mu = 0.5$ e para agentes inflexíveis, em B, $x_0 = 0.1$ como a opinião contínua. As figuras marcadas com A+ correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião contínua inicial $x_0 > 0.5$ para os agentes mais conectados.

Figura 28: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo Confiança Limitada em redes complexas, utilizando o limite de confiança $d = 0.25$, a taxa de aproximação $\mu = 0.5$ e para agentes inflexíveis, em B, $x_0 = 0.1$ como a opinião contínua. As figuras marcadas com $A+$ correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião contínua inicial $x_0 > 0.5$ para os agentes mais conectados.

as opiniões de B apresentam um nível de dispersão maior do que no cenário da figura (c), indicando que a ocupação dos *hubs* pela opinião A dificulta a comunicação entre os apoiadores de B , ao mesmo tempo que o inverso ocorre para as opiniões em A que apresentam uma menor dispersão.

Figura 29: Evolução das opiniões no Modelo Confiança Limitada, com diferentes valores de limite d , sobre a Rede Aleatória, em simulações no cenário de distribuição aleatória e no cenário tendencioso, utilizando $\mu = 0.5$, $A_0 = B_0 = 0.5$ e $X_B = 0.3$.

Por fim, vale lembrar que já existem estudos mais completos sobre o extremismo focados neste modelo, e em suas variantes como o Modelo do Acordo Relativo, e que uma análise mais completa dos efeitos do espaço de parâmetros específicos do Modelo Confiança Limitada sobre a dinâmica dos debates públicos está além do escopo desta pesquisa, cujo foco está apenas no estudo comparativo entre os efeitos da topologia nos modelos.

6.5 Debates com o Modelo CODA

Da mesma forma que os modelos anteriores, o Modelo CODA também foi utilizado para simular debates públicos com agentes inflexíveis, como mostra a figura 30. Observando os resultados obtidos é possível notar claramente como o peso dos agentes inflexíveis na dinâmica não é tão determinante, como no Modelo Votante (figura 22), e como a passagem entre os consensos, onde praticamente a totalidade dos agentes defende uma mesma opinião A ou B , acontece de maneira mais suave que no Modelo da Regra da Maioria (figuras 24), apresentando uma série de resultados intermediários gradativos para todas as topologias.

Figura 30: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA em redes complexas. As figuras marcadas com A+ correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião inicial $s_0 = A$ para os agentes mais conectados.

No entanto, para aproveitar melhor as características do modelo, que através de sua própria dinâmica é capaz de gerar agentes extremistas a partir de agentes inicialmente moderados e facilmente influenciáveis, como visto no capítulo 3, optou-se por substituir os agentes inflexíveis por uma versão mais branda de agentes extremistas.

Assim, no papel dos agentes extremistas inflexíveis inicialmente existentes foram utilizados agentes influenciáveis, semelhantes a todos os outros da dinâmica, mas inicializados com $\nu_{X0} = \nu_0 \pm 20a$, ou seja, a opinião interna inicial de um extremista correspondente a de um agente influenciado 20 vezes pela opinião B, ou 20 vezes pela opinião A, no outro extremo.

Este valor relativamente baixo de $20a$ foi escolhido arbitrariamente, visando que os extremistas influenciassem apenas o rápido processo de formação de aglomerados no início da dinâmica, já que a partir deste estágio valores maiores seriam de pouca influência, como confirmam simulações realizadas com valores mais altos (no apêndice A).

Uma vez que tornou-se possível a resistência dos extremistas ser eventualmente superada, diferentemente do que ocorria com as simulações anteriores, foi eliminada dos resultados a presença dos inflexíveis iniciais residuais, $X_B B_0 N$, que representavam sozinhos, na figura 30, uma porcentagem considerável dos apoiadores finais de B, garantindo que a opinião A não alcançasse nível de consenso mesmo se nenhum agente moderado fosse influenciado por estes inflexíveis.

Desta maneira, nos resultados das simulações do Modelo CODA utilizando extremistas não-inflexíveis (na figura 31), de acordo com as topologias utilizadas, passaram a ser mais facilmente diferenciáveis dois tipos de transição entre os consensos: um primeiro tipo correspondendo a uma transição curta, com altos desvios nas redes Aleatória e Livre de Escala, e um segundo tipo mais longo, com baixos desvios, nas redes Mundo-Pequeno e Livre de Escala Aglomerada.

Um tipo semelhante de efeito, em que observa-se uma queda do desvio-padrão dos resultados dos debates, já fora sido identificado na dinâmica do Modelo CODA no experimento de redes interpoladas (seção 5.5), onde verificou-se que o uso de topologias com alto coeficiente de aglomeração

relacionava-se com o surgimento do efeito.

Portanto, para averiguar se realmente estes tipos de transição entre consensos estariam também relacionados com os valores do coeficiente de aglomeração das redes, foi utilizada para simular os debates novamente a Rede Aglomerada *Ad Hoc*. E, como mostram os resultados da figura 32, uma transição gradual com baixos desvios foi mais uma vez obtida, assim como ocorreu nas redes Mundo-Pequeno e Livre de Escala Aglomerada, reforçando a ideia que a aglomeração da topologia estaria mesmo por trás deste efeito.

Uma explicação seria que as topologias com maior aglomeração estariam favorecendo o processo de formação e consolidação de aglomerados locais de opinião homogênea, característico do Modelo CODA, dentro dos quais os agentes reforçam suas convicções na opinião discreta externalizada. Estes aglomerados por sua vez, por serem internamente mais interconectados, seriam mais estáveis do que os seus correspondentes nas redes que apresentam menor coeficiente de aglomeração, resistindo assim a sua dissolução pela invasão de outra opinião.

No entanto, estes efeitos de transição suave entre os consensos não foram observados exclusivamente nas topologias com alto coeficiente de aglomeração, pois, como mostra a figura 33, as simulações do debates utilizando a Rede Assortativa gerou resultados onde o efeito é muito mais acentuado. Especialmente no cenário *A+*, onde os agentes apoiadores da opinião *A* estão localizados nos *hubs*, verifica-se na figura 33 (b) uma grande área de empates e resultados intermediários, muito maior do que exibido pelos experimentos anteriores com o Modelo CODA.

Uma relação direta entre o efeito e a medida de assortatividade r das redes, porém, não foi confirmada em um segundo experimento, em que uma nova rede foi construída utilizando-se o mesmo processo descrito na seção 4.4.6 (capítulo 4) tendo como base a Rede Livre de Escala Aglomerada, ao invés da Rede Livre de Escala original. Como pode ser visto na figura 34, mesmo que no cenário de distribuição aleatória das opiniões a mudança tenha sido pequena em relação a primeira Rede Assortativa, as grandes áreas de transição do cenário *A+* não repetiram, e os resultados se assemelham um pouco mais aos da figura 31 (f) apresentados pela Rede Livre de Escala.

Figura 31: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA em redes complexas. As figuras marcadas com $A+$ correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião inicial $s_0 = A$ para os agentes mais conectados. Os agentes extremistas foram inicializados com $\nu_{X0} = \nu_0 \pm 20a$, ou seja, a pelo menos 20 interações contrárias da mudança de opinião.

Figura 32: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA na Rede Aglomerada *Ad Hoc* nos cenários com distribuição aleatória e *A+*.

Figura 33: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA na Rede Assortativa nos cenários com distribuição aleatória e *A+*.

Figura 34: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA em uma rede assortativa criada a partir da Rede Livre de Escala Aglomerada nos cenários com distribuição aleatória e A+.

É fundamental ressaltar que o processo de reordenação para gerar esta segunda Rede Assortativa modificou uma série de características da Rede Livre de Escala Aglomerada que serviu-lhe de base, incluindo o diâmetro (ver seção 5.3) e até mesmo o próprio coeficiente de aglomeração, que tornou-se notavelmente baixo, impedindo, portanto, que a rede resultante pudesse ser considerada como "aglomerada". Um conjunto pormenorizado de medidas desta nova rede está na tabela 6, possibilitando observar a semelhança com os valores obtidos na mensuração da Rede Assortativa original (tabela 2).

Rede	$\langle l \rangle$	$\langle C \rangle$	r	D	k_{max}
Livre de Escala Assortativa 2	4.1640	0.0254	0.2495	7.2	160.6

Tabela 6: Medidas da Rede Assortativa 2, utilizadas neste experimento e construída com base na Rede Livre de Escala Aglomerada.

6.6 Cenário Tendencioso Suavizado

Após apresentar os resultados das simulações do experimento até este ponto, vale ressaltar que o cenário tendencioso A+ utilizado trata-se um caso extremo de favorecimento dos apoiadores da opinião A, uma vez que presume que estes agentes ocupam arbitrariamente, de forma determinística, todos os mais importantes *hubs* nas redes.

Se por um lado, o uso deste caso extremo foi útil para demonstrar o efeito máximo que uma distribuição desigual de opiniões nas diversas redes poderia causar na dinâmica dos modelos, por outro lado abriu-se mão de uma representação verossímil de situações de desequilíbrio de poder entre os grupos rivais, pois, afinal, uma homogeneidade perfeita de opinião entre os indivíduos mais conectados de uma população é uma super-simplificação.

Assim, de modo a simular um cenário menos irreal, mas que ainda favorecesse topologicamente uma das opiniões, utilizou-se uma distribuição tendenciosa das opiniões gerada a partir de um algoritmo probabilístico. Este algoritmo, criado com inspiração nas técnicas de ligação preferencial de conhecimento local como as usadas na Rede Livre de Escala e Rede Livre de Escala Aglomerada (descritas nas seções 4.4.4 e 4.4.5 do capítulo 4), funciona da seguinte maneira:

1. Um agente aleatório i é selecionado e, em seguida, é sorteado um agente j entre os vizinhos de i ;
2. Se a opinião do agente j é diferente de A , ela passar a ser A , caso contrário o sorteio é descartado e volta-se ao passo anterior;
3. O processo é repetido A_0N vezes;

As distribuições resultantes deste algoritmo quando aplicado nas redes, são versões consideravelmente suavizadas daquelas utilizadas no cenário tendencioso $A+$, já que admitem a existência de apoiadores de A pouco conectados e, ainda, de *hubs* com opinião B . Como é possível ver na figura 35, o novo cenário tendencioso suavizado, A_S+ , está muito mais próximo do cenário de sorteio completamente aleatório das opiniões do que o cenário tendencioso original $A+$ e o cenário A_X+ , ainda mais extremo.

É evidente que, neste cenário A_S+ , quanto maior a heterogeneidade de graus na rede, maior é a vantagem emergente da opinião A , pois a probabilidade dos agentes apoiarem esta opinião é proporcional ao número de conexões destes, o que torna muito provável que os maiores *hubs* acabem sendo apoiadores de A caso sua conectividade esteja consideravelmente acima da média, como no caso das redes livres de escala. Esta vantagem da opinião A , no en-

(a) Distribuição Aleatória

(b) Distribuição Tendenciosa Suave A_S+ (c) Distribuição Tendenciosa $A+$ (d) Distribuição Tendenciosa de Extremistas A_X+

Figura 35: Comparativo entre as diferentes distribuições das opiniões que foram utilizadas nas simulações do experimento com cenários tendenciosos. Foram usados $A_0 = B_0 = 0.5$, e $X_A = X_B = 0.3$ como parâmetros na geração das figuras. **Esquerda:** distribuições na Rede Livre de Escala Aglomerada; **Direita:** distribuições na Rede Aleatória.

tanto, nunca chega a alcançar aquela existente na distribuição determinística dos cenários A_{X+} e $A+$.

Para testar quão impactante seria esta suavização do cenário tendencioso nos debates foram feitas novas simulações com o Modelo CODA (figura 36), que além de ser o foco principal de estudo da presente pesquisa, foi também o modelo mais sensível às mudanças na topologia.

Comparando-se estas simulações que usam o cenário A_{S+} , com aquelas da figura 31, é possível notar como o empate, sempre presente em $X_A = X_B = 0$ e $A_0 = B_0 = 0.5$ no cenário com distribuição completamente aleatória das opiniões, no cenário A_{S+} fica próximo de $X_B = 0.1$ na Rede Aleatória e entre $0.4 < X_B < 0.5$ nas redes Livre de Escala e Livre de Escala Aglomerada, sendo que no cenário $A+$ estes valores eram de $X_B = 0.3$ e $X_B \simeq 0.7$ para as mesmas redes respectivamente.

Estes dados confirmam, portanto, que uma distribuição tendenciosa mais plausível das opiniões nas redes tem um efeito considerável nos resultados, ainda que menor em comparação com os cenários extremos.

Figura 36: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA nas várias redes no cenário A_S+ .

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 Avaliação dos Resultados

Neste trabalho, organizado em dois grandes experimentos temáticos, apresentou-se uma série de resultados experimentais obtidos de simulações que combinavam um conjunto de redes complexas, proprietárias de características topológicas diversas entre si, com um segundo conjunto de quatro modelos, representando a diversidade daqueles atualmente disponíveis em estudos de dinâmica de opinião.

Utilizando uma comparação simples de resultados, para buscar os efeitos que as topologias poderiam infligir na dinâmica dos modelos, não se projetou nenhum dos dois experimentos realizados para detectar alterações pequenas nos resultados obtidos, de maneira que podemos estar seguros de que efeitos sutis certamente se perderam no ruído. Mas isso não é um problema, pois aqui optou-se por abrir mão do detalhe em prol da cobertura de uma maior área de busca por efeitos grandes, que efetivamente modificassem de forma muito evidente o produto das simulações. Em certos aspectos, foi exatamente o que aconteceu.

No primeiro experimento, baseado nos algoritmos de Watts e Strogatz (WATTS; STROGATZ, 1998) para geração de redes mundo-pequeno, procurou-se, através da passagem gradativa da topologia simples para a complexa em cenários de equilíbrio, observar o surgimento de efeitos também gradativos na dinâmica de opinião. O que encontrou-se, porém, foi uma nova manifestação do mesmo efeito mundo-pequeno dos estudos de Watts e Strogatz, na forma da Rede Livre de Escala Aglomerada, que apesar de toda sua evidente complexidade estrutural, nas simulações do Modelo da Regra da Maioria (e do Modelo Confiança Limitada, numa escala incrivelmente menor), exibiu o

mesmo comportamento característico da Rede Regular, cujas propriedades dinâmicas se transformam rapidamente com a criação de atalhos, resultantes de uma pequena religação de arestas.

O destaque, no entanto, ficou com os dados obtidos do Modelo CODA, que realmente apresentou um efeito evidente e gradativo, cujas causas aparentam ter relação com o coeficiente de aglomeração médio das redes, já que resultados semelhantes foram exibidos com o uso da Rede Aglomerada *Ad Hoc*, desenvolvida nesta pesquisa unicamente para este fim de comparação.

No segundo experimento, inspirado nos trabalhos de Galam (GALAM, 2008) sobre a dinâmica de opinião dos debates públicos, a meta foi explorar como se dá o balanço de força dos efeitos das redes, dentre os quais aqueles observados no primeiro experimento, e outros fatores de influência na dinâmica, como a presença de agentes inflexíveis e a desigualdade de número. Neste experimento foi ainda possível explorar diferentes cenários de posicionamento das opiniões na topologia, medindo as vantagens advindas deste posicionamento em diversas redes.

Neste ponto ficou ainda mais evidente o quanto o Modelo Votante e o Modelo Confiança Limitada são reféns da influência de fatores não-topológicos, como a presença de inflexíveis e o parâmetro de limite de tolerância. Ao mesmo tempo, isto serviu de referência para os efeitos que a topologia novamente imputou aos modelos da Regra da Maioria e CODA, que mais uma vez exibiu comportamentos diferenciados nas redes com alta aglomeração.

7.2 Conclusão

A presente pesquisa demonstrou que afirmativamente existe uma série de efeitos, provenientes de diferentes características das topologias, que não podem ser ignorados quando se busca aplicar certos modelos em simulações, principalmente se considerarmos como os estudos atuais indicam que a modelagem das redes sociais complexas estão muito mais embasadas em evidências que a própria dinâmica de opinião (SUCHECKI; EGUÍLUZ; SAN MIGUEL, 2005; CASTELLANO; FORTUNATO; LORETO, 2009; NEWMAN; PARK, 2003).

Ou seja, se ainda, por falta de estudos empíricos comparativos, permanece

nebulosa a distância entre as simples regras de interação dos agentes sugeridas pelos modelos teóricos e o comportamento de indivíduos reais, os resultados obtidos por estes modelos em topologias irrealistas (como as redes regulares) não devem ser seriamente considerados quando não puderem ser reproduzidos em topologias mais complexas e comprovadamente mais próximas da realidade.

7.3 Trabalhos Futuros

Algumas perspectivas futuras de pesquisa incluem a investigação mais aprofundada das causas de efeitos observados neste trabalho, principalmente aqueles associados ao uso das redes aglomeradas no Modelo CODA, buscando relacionar o comportamento local dos agentes com as interferências globais resultantes na dinâmica.

Outras linhas, que ainda guardam interesse, são aquelas relacionadas à experimentação de diferentes propriedades topológicas deixadas de fora do escopo, como o uso de redes com arestas direcionadas ou mesmo de pesos heterogêneos (que poderiam representar o grafo de reputações), e também o uso de redes não estáticas, em constante crescimento ou mutação.

Por fim, quanto aos modelos de dinâmica de opinião, existe a possibilidade da continuidade de algumas investigações iniciadas, mas que não foram finalizadas para esta dissertação, como o estudo da dinâmica das interfaces dos aglomerados de opinião, e a análise da evolução do extremismo nas opiniões internas dos agentes.

REFERÊNCIAS

ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of modern physics**, APS, v. 74, n. 1, p. 47–97, 2002.

AMBLARD, F.; DEFFUANT, G. The role of network topology on extremism propagation with the relative agreement opinion dynamics. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 343, p. 725–738, nov. 2004. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2004.06.102>.

BACKSTROM, L.; BOLDI, P.; ROSA, M. Four degrees of separation. **arXiv preprint**, nov. 2011. Disponível em: <arXiv:1111.4570>.

BARABÁSI, A.-L. Scale-free networks: a decade and beyond. **Science**, v. 325, n. 5939, p. 412–3, jul. 2009. ISSN 1095-9203. Disponível em: <doi:10.1126/science.1173299>.

BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of Scaling in Random Networks. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 286, n. 5439, p. 509–512, out. 1999. ISSN 00368075. Disponível em: <doi:10.1126/science.286.5439.509>.

BARABÁSI, A.-L.; BONABEAU, E. Scale-free networks. **Scientific American**, v. 288, n. 5, p. 60–9, maio 2003. ISSN 0036-8733.

BERNARDES, A.; STAUFFER, D.; KERTÉSZ, J. Election results and the Sznajd model on Barabasi network. **The European Physical Journal B - Condensed Matter**, v. 25, n. 1, p. 123–127, jan. 2002. ISSN 1434-6028. Disponível em: <doi:10.1140/e10051-002-0013-y>.

BLYTHE, R. A. Ordering in voter models on networks: exact reduction to a single-coordinate diffusion. **Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical**, v. 43, n. 38, p. 385003, set. 2010. ISSN 1751-8113. Disponível em: <doi:10.1088/1751-8113/43/38/385003>.

BOCCALETTI, S.; HWANG, D.; LATORA, V. Growing Hierarchical Scale-Free Networks By Means of Nonhierarchical Processes. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, v. 17, n. 07, p. 2447, 2007. ISSN 0218-1274. Disponível em: <doi:10.1142/S0218127407018518>.

BOCCALETTI, S. et al. Complex networks: Structure and dynamics. **Physics Reports**, v. 424, n. 4-5, p. 175–308, fev. 2006. ISSN 03701573. Disponível em: <doi:10.1016/j.physrep.2005.10.009>.

BOGUÑÁ, M.; PASTOR-SATORRAS, R. Class of correlated random networks with hidden variables. **Physical Review E**, v. 68, n. 3, p. 1–13, set. 2003. ISSN 1063-651X. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.68.036112>.

CASTELLANO, C.; FORTUNATO, S.; LORETO, V. Statistical physics of social dynamics. **Reviews of Modern Physics**, v. 81, n. 2, p. 591–646, maio 2009. ISSN 0034-6861. Disponível em: <arXiv:0710.3256>.

CHOPARD, B. Cellular Automata Modeling of Physical Systems. In: **Encyclopedia of complexity and systems science**. [S.l.]: Springer, 2009. p. 865–892. ISBN 978-0-387-30440-3.

COSTA, L. D. F. Sznajd Complex Networks. **International Journal of Modern Physics C**, v. 16, n. 7, p. 1001–1016, jan. 2005. Disponível em: <arXiv:cond-mat/0501010>.

DEFFUANT, G. et al. How can extremism prevail? A study based on the relative agreement interaction model. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 5, n. 4, p. 1–19, 2002.

DEFFUANT, G. et al. Mixing beliefs among interacting agents. **Advances in Complex Systems**, UNKNOWN, v. 3, n. 4, p. 87–98, 2000.

DEFFUANT, G. et al. Simple is beautiful... and necessary. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, Journal of Artificial Societies and Social Simulation, v. 6, n. 1, p. 6–8, 2003.

DORNIC, I. et al. Critical Coarsening without Surface Tension: The Universality Class of the Voter Model. **Physical Review Letters**, v. 87, n. 4, p. 2–5, jul. 2001. ISSN 0031-9007. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevLett.87.045701>.

DOROGOVTSSEV, S. N.; MENDES, J. F. F. Evolution of networks. **Advances in Physics**, p. 67, jun. 2001. Disponível em: <arXiv:cond-mat/0106144>.

DOROGOVTSSEV, S. N.; MENDES, J. F. F.; SAMUKHIN, A. Structure of Growing Networks with Preferential Linking. **Physical Review Letters**, v. 85, n. 21, p. 4633–4636, nov. 2000. ISSN 0031-9007. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevLett.85.4633>.

ERDOS, P.; RÉNYI, A. On the evolution of random graphs. **Publications of the Mathematical Institute of Hungarian Academy of Sciences**, Citeseer, v. 5, p. 17–61, 1960.

FELD, S. Why your friends have more friends than you do. **American Journal of Sociology**, v. 96, n. 6, p. 1464–1477, 1991.

FRANKS, D. W. et al. Extremism Propagation in Social Networks with Hubs. **Adaptive Behavior**, v. 16, n. 4, p. 264–274, ago. 2008. ISSN 1059-7123. Disponível em: <doi:10.1177/1059712308090536>.

GALAM, S. Minority opinion spreading in random geometry. **The European Physical Journal B**, v. 25, n. 4, p. 403–406, fev. 2002. ISSN 1434-6028. Disponível em: <doi:10.1140/epjb/e20020045>.

GALAM, S. Modelling rumors: the no plane Pentagon French hoax case. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 320, n. 7603, p. 571–580, mar. 2003. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/S0378-4371(02)01582-0>.

GALAM, S. Contrarian deterministic effects on opinion dynamics: “the hung elections scenario”. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 333, p. 453–460, fev. 2004. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2003.10.041>.

GALAM, S. Sociophysics: a personal testimony. **Physica A: Statistical and Theoretical Physics**, v. 336, n. 1-2, p. 49–55, maio 2004. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2004.01.009>.

GALAM, S. The dynamics of minority opinions in democratic debate. **Physica A: Statistical and Theoretical Physics**, v. 336, n. 1-2, p. 56–62, maio 2004. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2004.01.010>.

GALAM, S. Heterogeneous beliefs, segregation, and extremism in the making of public opinions. **Physical Review E**, v. 71, n. 4, p. 1–5, abr. 2005. ISSN 1539-3755. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.71.046123>.

GALAM, S. Local dynamics vs. social mechanisms: A unifying frame. **Europhysics Letters (EPL)**, IOP Publishing, v. 70, n. 6, p. 705–711, jun. 2005. ISSN 0295-5075. Disponível em: <doi:10.1209/epl/i2004-10526-5>.

GALAM, S. Sociophysics: A review of Galam models. **International Journal of Modern Physics C**, v. 19, n. 03, p. 409, 2008. ISSN 0129-1831. Disponível em: <doi:10.1142/S0129183108012297>.

GALAM, S. Public debates driven by incomplete scientific data: The cases of evolution theory, global warming and H1N1 pandemic influenza. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 389, n. 17, p. 3619–3631, set. 2010. ISSN 03784371. Disponível em: <arXiv:1004.5009v1>.

GALAM, S. Collective beliefs versus individual inflexibility: The unavoidable biases of a public debate. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier B.V., v. 390, n. 17, p. 3036–3054, set. 2011. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2011.03.021>.

GALAM, S.; JACOBS, F. The role of inflexible minorities in the breaking of democratic opinion dynamics. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 381, p. 366–376, jul. 2007. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2007.03.034>.

HEGSELMANN, R.; KRAUSE, U. Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, Citeseer, v. 5, n. 3, 2002.

HOLLEY, R.; LIGGETT, T. Ergodic theorems for weakly interacting infinite systems and the voter model. **The annals of probability**, JSTOR, v. 3, n. 4, p. 643–663, 1975.

KISS, I.; GREEN, D. Comment on “Properties of highly clustered networks”. **Physical Review E**, v. 78, n. 4, p. 1–2, out. 2008. ISSN 1539-3755. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.78.048101>.

KLEMM, K.; EGUÍLUZ, V. Highly clustered scale-free networks. **Physical Review E**, v. 65, n. 3, p. 1–5, fev. 2002. ISSN 1063-651X. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.65.036123>.

LAMBIOTTE, R. Majority rule on heterogeneous networks. **Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical**, v. 41, n. 22, p. 224021, jun. 2008. ISSN 1751-8113. Disponível em: <doi:10.1088/1751-8113/41/22/224021>.

LAMBIOTTE, R.; AUSLOOS, M.; HOLYST, J. Majority model on a network with communities. **Physical Review E**, v. 75, n. 3, p. 1–4, mar. 2007. ISSN 1539-3755. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.75.030101>.

LI, Q. et al. Strategy of competition between two groups based on an inflexible contrarian opinion model. **Physical Review E**, v. 84, n. 6, p. 1–8, dez. 2011. ISSN 1539-3755. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.84.066101>.

LORENZ, J. Continuous Opinion Dynamics under Bounded Confidence: A Survey. **International Journal of Modern Physics C**, v. 18, n. 12, p. 22, jul. 2007. ISSN 0129-1831. Disponível em: <arXiv:0707.1762>.

MARTINS, A. C. R. Continuous Opinions and Discrete Actions in Opinion Dynamics Problems. **International Journal of Modern Physics C**, v. 19, n. 04, p. 617, nov. 2008. ISSN 0129-1831. Disponível em: <arXiv:0711.1199>.

MARTINS, A. C. R. Mobility and social network effects on extremist opinions. **Physical Review E**, APS, v. 78, n. 3, p. 036104, set. 2008. ISSN 1539-3755. Disponível em: <arXiv:0801.2411>.

MARTINS, A. C. R. A middle option for choices in the Continuous Opinions and Discrete Actions model. **Advances and Applications in Statistical Sciences**, v. 2, n. 2, p. 333–346, 2010. Disponível em: <arXiv:0904.1882v1>.

MARTINS, A. C. R. Modeling Scientific Agents for a Better Science. **Advances in Complex Systems**, v. 13, n. 04, p. 519, 2010. ISSN 0219-5259. Disponível em: <doi:10.1142/S0219525910002694>.

MARTINS, A. C. R.; GALAM, S. The building up of individual inflexibility in opinion dynamics. **arXiv preprint**, p. 16, ago. 2012. Disponível em: <arXiv:1208.3290>.

MARTINS, A. C. R.; KUBA, C. D. The Importance of Disagreeing: Contrarians and Extremism in the CODA model. **Advances in Complex Systems**, v. 13, n. 05, p. 621, jan. 2010. ISSN 0219-5259. Disponível em: <arXiv:0901.2737>.

MARTINS, A. C. R.; PEREIRA, C. D. B.; VICENTE, R. An opinion dynamics model for the diffusion of innovations. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 388, n. 15-16, p. 3225–3232, ago. 2009. ISSN 03784371. Disponível em: <arXiv:0809.5114v3>.

MILGRAM, S. The small world problem. **Psychology today**, v. 1, n. 1, 1967.

MORETTI, P. et al. Unified mean-field approach to voter-like models on networks. **arXiv preprint**, n. i, p. 1–6, jun. 2011. Disponível em: <arXiv:1106.4215>.

NEWMAN, M. Assortative Mixing in Networks. **Physical Review Letters**, v. 89, n. 20, p. 1–4, out. 2002. ISSN 0031-9007. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevLett.89.208701>.

NEWMAN, M. Mixing patterns in networks. **Physical Review E**, APS, v. 67, n. 2, p. 26126, 2003. Disponível em: <arXiv:cond-mat/0209450v2>.

NEWMAN, M. Properties of highly clustered networks. **Physical Review E**, v. 68, n. 2, p. 1–6, ago. 2003. ISSN 1063-651X. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.68.026121>.

NEWMAN, M. The structure and function of complex networks. **SIAM review**, JSTOR, v. 45, n. 2, p. 167–256, 2003.

NEWMAN, M.; BARABÁSI, A.-L.; WATTS, D. **The structure and dynamics of networks**. [S.l.]: Princeton University Press, 2006. ISBN 978-0-691-11356-2.

NEWMAN, M.; PARK, J. Why social networks are different from other types of networks. **Physical Review E**, v. 68, n. 3, p. 1–8, set. 2003. ISSN 1063-651X. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.68.036122>.

REN, F.-X.; SHEN, H.-W.; CHENG, X.-Q. Modeling the clustering in citation networks. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier B.V., fev. 2012. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2012.02.001>.

SCOTT, J. **Social Network Analysis - a handbook**. Second edi. [S.l.]: Sage Publications Ltda, 2000. ISBN 978-0-7619-6339-4.

SI, X.-M. et al. An opinion dynamics model for Online Mass Incident. In: **3rd International Conference on Advanced Computer Theory and Engineering (ICACTE)**. [S.l.]: IEEE, 2010. v. 5, n. Vi, p. V5–96.

SI, X.-M. et al. Effects of selective attention on continuous opinions and discrete decisions. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier B.V., v. 389, n. 18, p. 3711–3719, set. 2010. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2010.05.010>.

SOLOMONOFF, R.; RAPOPORT, A. Connectivity of random nets. **Bulletin of Mathematical Biology**, Springer, v. 13, n. 2, p. 107–117, 1951.

STAUFFER, D. Introduction to statistical physics outside physics. **Physica A: Statistical and Theoretical Physics**, v. 336, n. 1-2, p. 1–5, maio 2004. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2004.01.004>.

STAUFFER, D. Sociophysics simulations II: opinion dynamics. In: MODELING COOPERATIVE BEHAVIOR IN THE SOCIAL SCIENCES, 2005, Granada. **AIP Conference Proceedings**. AIP, 2005. v. 779, p. 56–68. ISSN 0094243X. Disponível em: <arXiv:physics/0503115>.

STAUFFER, D. Opinion dynamics and sociophysics. In: **Encyclopedia of complexity and systems science**. [S.l.]: Springer, 2009. v. 705, p. 6380–6388. ISBN 978-0-387-30440-3.

STAUFFER, D.; MEYER-ORTMANN, H. Simulation of consensus model of Deffuant et al. on a Barabási-Albert network. **International Journal of Modern Physics C**, v. 15, p. 241–246, ago. 2004. Disponível em: <arXiv:cond-mat/0308231>.

SUCHECKI, K.; EGUÍLUZ, V.; SAN MIGUEL, M. Voter model dynamics in complex networks: Role of dimensionality, disorder, and degree distribution. **Physical Review E**, v. 72, n. 3, p. 1–8, set. 2005. ISSN 1539-3755. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.72.036132>.

SWART, A. A. H.; SCHULT, D. A.; SWART, P. J. Exploring network structure, dynamics, and function using NetworkX. In: MILLMAN, G. V.; VAUGHT, T.; MILLMAN, J. (Ed.). **Proceedings of the 7th Python in Science Conference**. [S.l.: s.n.], 2008. p. 11–15.

SZNAJD-WERON, K. Sznajd model and its applications. **Acta Physica Polonica B**, v. 36, n. 8, mar. 2005. Disponível em: <arXiv:physics/0503239>.

SZNAJD-WERON, K.; SZNAJD, J. Opinion evolution in closed community. **International Journal of Modern Physics C**, v. 11, n. 6, p. 1157–1165, jan. 2000. Disponível em: <arXiv:cond-mat/0101130>.

TRAVERS, J.; MILGRAM, S. An experimental study of the small world problem. **Sociometry**, 1969.

UGANDER, J. et al. The Anatomy of the Facebook Social Graph. **arXiv preprint**, p. 17, nov. 2011. Disponível em: <arXiv:1111.4503>.

VÁZQUEZ, A. Growing network with local rules: Preferential attachment, clustering hierarchy, and degree correlations. **Physical Review E**, v. 67, n. 5, p. 1–15, maio 2003. ISSN 1063-651X. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.67.056104>.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of 'small-world' networks. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440–2, jun. 1998. ISSN 0028-0836. Disponível em: <doi:10.1038/30918>.

WEISBUCH, G. Bounded confidence and social networks. **The European Physical Journal B - Condensed Matter**, v. 38, n. 2, p. 339–343, mar. 2004. ISSN 1434-6028. Disponível em: <doi:10.1140/epjb/e2004-00126-9>.

WEISBUCH, G.; DEFFUANT, G.; AMBLARD, F. Persuasion dynamics. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 353, p. 555–575, ago. 2005. ISSN 03784371. Disponível em: <doi:10.1016/j.physa.2005.01.054>.

WEISBUCH, G. et al. Meet, discuss, and segregate! **Complexity**, John Wiley & Sons, v. 7, n. 3, p. 55–63, jan. 2002. ISSN 1076-2787. Disponível em: <doi:10.1002/cplx.10031>.

WILENSKY, U. **NetLogo, version 4.1.1**. Evanston, IL, EUA: Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, 1999.

XULVI-BRUNET, R.; SOKOLOV, I. Reshuffling scale-free networks: From random to assortative. **Physical Review E**, v. 70, n. 6, p. 1–6, dez. 2004. ISSN 1539-3755. Disponível em: <doi:10.1103/PhysRevE.70.066102>.

APÊNDICE A - OUTRAS SIMULAÇÕES

Figura 37: Modelo da Maioria com grupo de atualização de tamanho $L = 5$ em Redes Interpoladas, média de 20 realizações, $t_{max} = 500$; **(a)** mostra o percentual de apoiadores da opinião majoritária e **(b)** mostra o tempo de simulação.

Figura 38: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo Votante em redes complexas com $X_A = 20\%$. **Esquerda:** distribuição aleatória dos agentes na rede; **Direita:** cenário A_X+ , onde a opinião A é favorecida e seus agentes extremistas foram posicionados nos maiores hubs.

Figura 39: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA em redes complexas. As figuras marcadas com **A+** correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião inicial $s_0 = A$ para os agentes mais conectados. Os agentes extremistas foram inicializados com $\nu_{X0} = \nu_0 \pm 50a$, ou seja, a pelo menos 50 interações contrárias da mudança de opinião.

Figura 40: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA em redes complexas. As figuras marcadas com **A+** correspondem às simulações onde a opinião A foi favorecida, atribuindo-se a opinião inicial $s_0 = A$ para os agentes mais conectados. Os agentes extremistas foram inicializados com $\nu_{X0} = \nu_0 \pm 100a$, ou seja, a pelo menos 100 interações contrárias da mudança de opinião.

Figura 41: Resultado de simulações de debates públicos com Modelo CODA em redes complexas com $X_A = 10\%$. **Esquerda:** distribuição aleatória dos agentes na rede; **Centro:** cenário $A+$, onde a opinião A foi favorecida com os usuário mais conectados; **Direita:** cenário A_X+ , onde a opinião A é favorecida e os agentes extremistas foram posicionados nos maiores hubs.

APÊNDICE B – EXEMPLOS DE CÓDIGO-FONTE

A seguir são apresentados exemplos de código-fonte, em NetLogo, que ilustram os algoritmos de geração de redes e também o funcionamento dos modelos de dinâmica de opinião abordados nesta dissertação. Vale advertir que este apêndice não reproduz com exatidão os códigos-fontes otimizados efetivamente utilizados na pesquisa, mas apenas versões simplificadas destes, de modo a torná-los mais compreensíveis.

Para obter informações detalhadas dos comandos e sintaxe utilizados nos exemplos a seguir, recomenda-se a leitura da documentação do NetLogo versão 4.1.1, disponível em <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/4.1.1/docs/>.

B.1 Algoritmos de Geração de Redes

Os exemplos nesta seção assumem a existência de *patches* em uma topologia toroidal.

B.1.1 Rede Regular (Vizinhaça de Moore)

```

1 to RedeRegular
2   ask patches [sprout 1]
3   ask turtles [
4     create-links-with (turtle-set (map [turtles-at ?1 ?2] [0 -1 1 -1] [-1 0 -1 ↵
5     ↵ -1]))
6   ]
end

```

B.1.2 Rede Aleatória

```

1 to RedeAleatoria [k_min]
2   ask patches [sprout 1]
3   ask turtles [
4     create-links-with n-of k_min other turtles
5   ]
6 end

```

B.1.3 Rede Mundo-Pequeno

```

1 to RedeMundoPequeno [p_r]
2   ask patches [sprout 1]
3   ask turtles [
4     create-links-with (turtle-set (map [Religacao p_r turtles-at ?1 ?2] [0 -1 1 ↔
5       ↔ -1] [-1 0 -1 -1]))
6   ]
7 end
8 to-report Religacao [p_r vizinho_original]
9   if random-float 1 < p_r
10    [report one-of other turtles]
11    report vizinho_original
12 end

```

B.1.4 Rede Livre de Escala

```

1 to RedeLivreDeEscala [k_min]
2   ask patches [sprout 1]
3   let n k_min + 1
4   let clique_inicial (turtle-set n-values n [turtle ?])
5   ask clique_inicial [create-links-with other clique_inicial]
6   let outros_vertices turtles with [not any? my-links]
7   ask outros_vertices [
8     repeat k_min [create-link-with LigacaoPreferencial]
9   ]
10 end
11
12 to-report LigacaoPreferencial
13   let vertice nobody
14   while [vertice = nobody]
15     [
16       set vertice [one-of both-ends] of one-of links
17       if link-neighbor? vertice or vertice = self [set vertice nobody]
18     ]
19   report vertice
20 end

```

B.1.5 Rede Livre de Escala Aglomerada

```

1 to RedeLivreDeEscalaAglomerada [k_min]
2   ask patches [sprout 1]
3   let n k_min + 1
4   let clique_inicial (turtle-set n-values n [turtle ?])
5   ask clique_inicial [create-links-with other clique_inicial]
6   let outros_vertices turtles with [not any? my-links]
7   ask outros_vertices [
8     create-links-with SeleccionaVizinhos k_min
9   ]
10 end
11
12 to-report SeleccionaVizinhos [k_min]
13   let vizinho_base one-of turtles with [any? link-neighbors]
14   let outros_vizinhos [n-of (k_min - 1) link-neighbors] of vizinho_base
15   report (turtle-set vizinho_base outros_vizinhos)
16 end

```

B.1.6 Rede Aglomerada *Ad Hoc*

```

1  to RedeAglomeradaAdHoc [n k_med]
2    ask patches [sprout 1]
3    let m_med (k_med - (n - 1)) / 2
4    let m_min floor m_med
5    let m_max ceiling m_med
6    let p m_med - m_min
7    let cliques count turtles / n
8    let clique_atual 0
9    while [clique_atual < cliques]
10   [
11     let m ifelse-value (random-float 1 < p) [m_max] [m_min]
12     NovoClique n m clique_atual
13     set clique_atual clique_atual + 1
14   ]
15 end
16
17
18 to NovoClique[n m clique_atual]
19   let numero_dos_vertices n-values n [(clique_atual * n + ?)]
20   let vertices (turtle-set (map [turtle ?] numero_dos_vertices))
21   let vizinhos n-of m turtles with [not member? who numero_dos_vertices]
22   ask vertices
23   [
24     create-links-with other vertices
25     create-links-with vizinhos
26   ]
27 end

```

B.1.7 Função de Reordenação (Assortatividade)

```

1  to Reordenar [iteracoes]
2    repeat iteracoes[
3      let arestas (link-set n-of 2 links)
4      let vertices sort-by [[count link-neighbors] of ?1 > [count link-neighbors]↔
↔ of ?2] (turtle-set [both-ends] of arestas)
5
6      if length vertices = 4 [
7        let verticeA item 0 vertices
8        let verticeB item 1 vertices
9        let verticeC item 2 vertices
10       let verticeD item 3 vertices
11
12       if not ([link-neighbor? verticeB] of verticeA or [link-neighbor? verticeD]↔
↔ ] of verticeC) [
13         ask arestas [die]
14         ask verticeA [create-link-with verticeB]
15         ask verticeC [create-link-with verticeD]
16       ]
17     ]
18   ]
19 end

```

B.2 Modelos de Dinâmica de Opinião

Os exemplos nesta seção pressupõem que a topologia e os agentes já foram criados anteriormente.

B.2.1 Modelo Votante

```

1 turtles-own[opiniao extremista]
2
3 to IniciarVotante [extremistas_A extremistas_B apoiadores_A]
4   ask turtles[
5     set extremista false
6     ifelse random-float 1 < apoiadores_A
7       [
8         set opiniao 1
9         if random-float 1 < extremistas_A
10        [set extremista true]
11      ]
12      [
13        set opiniao 0
14        if random-float 1 < extremistas_B
15        [set extremista true]
16      ]
17    ]
18    reset-ticks
19  end
20
21 to AtualizarVotante
22   ask one-of turtles[
23     if not extremista
24     [set opiniao [opiniao] of one-of link-neighbors]
25   ]
26   tick
27 end

```

B.2.2 Modelo Regra da Maioria

```

1 turtles-own[opiniao extremista]
2
3 ; A função de iniciar do Modelo da Regra da Maioria é a idêntica
4 ; àquela utilizada pelo Modelo Votante (B.2.1)
5
6 to AtualizarRegraDaMaioria [L]
7   let agente_base one-of turtles
8   let vizinhos [n-of (L - 1) link-neighbors] of agente_base
9   let grupo (turtle-set agente_base vizinhos)
10  let apoio_A count grupo with[opiniao > 0.5]
11  let apoio_B count grupo with[opiniao < 0.5]
12  if apoio_A != apoio_B [
13    let opiniao_majoritaria ifelse-value (apoio_A > apoio_B) [1] [0]
14    ask grupo with[not extremista] [set opiniao opiniao_majoritaria]
15  ]
16  tick
17 end

```

B.2.3 Modelo Confiança Limitada

```
1 to IniciarConfiancaLimitada [extremistas_A extremistas_B apoiadores_A]
2   let OPINIAO_EXTREMA_A 0.9
3   let OPINIAO_EXTREMA_B 0.1
4   ask turtles[
5     set extremista false
6     ifelse random-float 1 < apoiadores_A
7     [
8       set opiniao 0.5 + random-float 0.5
9       if random-float 1 < extremistas_A
10      [
11        set extremista true
12        set opiniao OPINIAO_EXTREMA_A
13      ]
14    ]
15    [
16      set opiniao random-float 0.5
17      if random-float 1 < extremistas_B
18      [
19        set extremista true
20        set opiniao OPINIAO_EXTREMA_B
21      ]
22    ]
23  ]
24  reset-ticks
25 end
26
27 to AtualizarConfiancaLimitada [mu d]
28   ask one-of turtles [
29     let opiniao_vizinho [opinio] of one-of link-neighbors
30     let diferenca opiniao_vizinho - opiniao
31     if not extremista and (abs diferenca) < d
32     [set opiniao opiniao + mu * diferenca]
33   ]
34   tick
35 end
```

B.2.4 Modelo CODA

```

1  globals [a]
2  turtles-own [nu]
3
4  to IniciarCODA [extremistas_A extremistas_B apoiadores_A verossimilhanca ↔
↔ passos_extremos]
5    set a ln(verossimilhanca / (1 - verossimilhanca))
6    let NU_A 0 + 0.5 * a
7    let NU_B 0 - 0.5 * a
8    let NU_EXTREMA_A nu_A + passos_extremos * a
9    let NU_EXTREMA_B nu_B - passos_extremos * a
10   ask turtles [
11     ifelse random-float 1 < apoiadores_A
12     [
13       ifelse random-float 1 < extremistas_A
14       [set nu NU_EXTREMA_A]
15       [set nu NU_A]
16     ]
17     [
18       ifelse random-float 1 < extremistas_B
19       [set nu NU_EXTREMA_B]
20       [set nu NU_B]
21     ]
22   ]
23   reset-ticks
24 end
25
26 to AtualizarCODA
27   ask one-of turtles [
28     let nu_vizinho [nu] of one-of link-neighbors
29     set nu ifelse-value (nu_vizinho > 0) [nu + a] [nu - a]
30   ]
31   tick
32 end

```


GLOSSÁRIO

Agente : em uma simulação social, um agente geralmente representa um único indivíduo, interagindo com seus pares. Ao utilizar uma topologia de rede, os agentes são comumente mapeados como sendo os vértices da rede.

Aglomerado (Dinâmica de Opinião) : grupo contínuo de agentes topologicamente interligados que partilham uma mesma opinião. Em modelos de opinião contínua, o termo aglomerado pode também significar um conjunto de agentes com valores de opinião próximos, não necessariamente topologicamente conectados.

Aglomeração : propriedade topológica que indica o número de tríades em uma rede. Geralmente é medido utilizando-se o coeficiente de aglomeração.

Aresta : também chamada conexão, ligação ou relacionamento. Num grafo, as aresta são os objetos que conectam os vértices. Elas podem ser direcionadas, tendo um vértice de origem e um de destino, ou ainda não-direcionadas, conectando dois vértices em ambas as direções.

Assortatividade : é uma propriedade que indica a tendência dos vértices conectarem-se com vértices de mesmo grau (ou outras características semelhantes).

Caminho Mais Curto : é a menor distância entre dois vértices, percorrendo-se as arestas de uma rede.

Clique : também chamado subgrafo completo, é um conjunto de vértices totalmente conectado por arestas, ou seja, todos os vértices são vizinhos entre si.

Comunidade : é o termo genérico para descrever um conjunto de vértices conectados de forma relativamente densa entre si.

Consenso (Dinâmica de Opinião) : é o termo utilizado para indicar que a população elegeu uma única opinião claramente majoritária.

Distribuição de Graus : é a distribuição de probabilidade de um determinado vértice possuir um certo número de arestas (grau).

Efeito de Mundo-Pequeno : também conhecido como *seis graus de separação*, é uma propriedade topológica de algumas redes que podem conectar quaisquer dois vértices através de um caminho relativamente curto (com poucos graus de separação).

Extremistas (Dinâmica de Opinião) : agentes com grande certeza na própria opinião, e que são dificilmente influenciados (ver também *Inflexíveis*).

Fragmentação (Dinâmica de Opinião) : é o termo utilizado para indicar que a população apoia uma gama de opiniões, nenhuma claramente majoritária.

Grafo : um conjunto formado por vértices conectados por arestas.

Grau : corresponde ao número de arestas de um vértice. Na presença de arestas direcionadas pode-se distinguir entre o *grau de entrada* e o *grau de saída*.

Hub : vértice com um alto número de arestas, geralmente conectado a um percentual representativo do número total de vértices da rede.

Inflexíveis (Dinâmica de Opinião) : agentes com opinião fixa, que não podem ser influenciados (ver também *Extremistas*).

Liberdade de Escala : também chamada, invariância de escala, é uma propriedade de auto-semelhança apresentada pelas distribuições de lei de potência, onde a distribuição apresenta-se proporcional quando analisada em diferentes escalas. As redes que possuem uma distribuição de graus em lei de potência são, portanto, denominadas *livres de escala*.

Nó : ver *Vértice*.

Polarização (Dinâmica de Opinião) : é o termo utilizado para indicar que a população dividiu-se, apoiando duas opiniões geralmente opostas.

Rede : ver *Grafo*.

Rede Complexa : rede formada por vértices e arestas arranjos de maneira não trivial, exibindo propriedades topológicas que não são características de redes teóricas completamente regulares ou completamente aleatórias. Geralmente estas redes são obtidas em levantamentos empíricos de redes reais, ou produzidas utilizando-se algoritmos de geração com determinado grau de aleatoriedade.

Rede Regular : rede formada por vértices e arestas arranjos de maneira regular, não aleatória, como em anel, em grade, em cristais, ou outras configurações. Geralmente refere-se a uma rede regular quadrada (grade, (lattice)).

Rede Social : um grafo que comumente representa um grupo de indivíduos (vértices) e as possíveis ligações sociais entre estes (arestas).

Tríades : um conjunto de três vértices interconectado por três arestas. É o menor tipo de *clique* em uma rede.

Vértice : um dos dois tipos elementos que constituem um grafo, onde são geralmente visualmente representados por pontos. Os vértices descrevem os objetos ligados pelas arestas.

Vizinhança : conjunto de agentes vizinhos (vértices conectados) a um determinado agente.

Vizinhança de Moore : em redes regulares quadradas bidimensionais, é a vizinhança formada por uma célula central e pelas oito mais próximas ao

norte, oeste, sul, leste, noroeste, nordeste, sudoeste e sudeste. Este esquema de vizinhança é um dos mais utilizados na área de autômatos celulares e foi batizado em referência a Edward Forrest Moore, pioneiro na área.

Vizinhança de von Neumann : em redes regulares quadradas bidimensionais, é a vizinhança formada por uma célula central e pelas quatro mais próximas ao norte, oeste, sul e leste. Este esquema de vizinhança deve seu nome ao matemático John von Neumann.

Vizinho : também chamado conexão, vértice adjacente ou contato, é um agente conectado a um determinado agente.